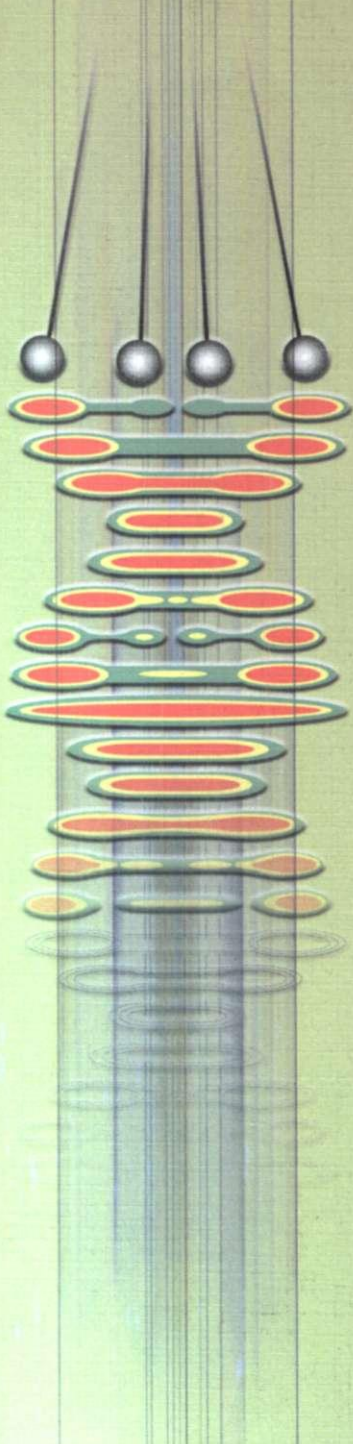
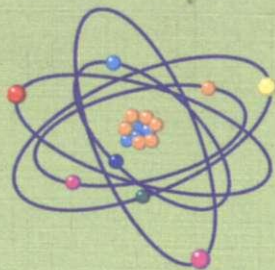


А. Х. Абдрахманова, О. П. Шмакова,
Е. С. Нефедьев



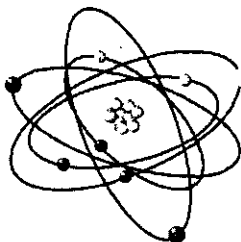
Элементы квантовой оптики и атомной физики



учебное пособие

А. Х. Абдрахманова, О. П. Шмакова, Е. С. Нефедьев

Элементы квантовой оптики и атомной физики



учебное пособие

Допущено Научно-методическим советом
по физике Министерства образования
и науки РФ в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по техническим
направлениям подготовки и специальностям



**Москва
2006**

УДК [535.1+539.12/.14](075.8)

ББК 22.343я73-1+22.38я73-1

A13

Рецензенты:

Зав. кафедрой физики Казанской государственной строительной академии, профессор *Л. И. Маклаков*;

Доцент кафедры молекулярной физики Казанского государственного университета *Г. Г. Пименов*

Абдрахманова А. Х.

A13 Элементы квантовой оптики и атомной физики: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техническим направлениям подгот. и специальностям / А. Х. Абдрахманова, О. П. Шмакова, Е. С. Нефедьев. — М. : КДУ, 2006. — 120 с. : ил., табл.

ISBN 5-98227-199-3

В книге рассмотрен учебный материал по квантовым свойствам излучения и микрочастиц, а также строению атома и ядра. Дано описание одиннадцати лабораторных работ, в том числе восьми «настоных» лабораторных работ и трех работ, моделирующих на персональном компьютере фундаментальные эксперименты по корпускулярно-волновым свойствам излучения и микрочастиц.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей механического и технологического профиля.

УДК [535.1+539.12/.14](075.8)

ББК 22.343я73-1+22.38я73-1

© Абдрахманова А. Х., Шмакова О. П.,
Нефедьев Е. С., 2006

© Издательство «КДУ», 2006

ISBN 5-98227-199-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1. Квантовые свойства излучения	4
1 1 Законы теплового излучения	4
1 2 Оптическая пирометрия	9
Лабораторная работа 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ СТЕФАНА–БОЛЬЦМАНА С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ ТИПА ОППИР-09	14
Лабораторная работа 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НИТИ КИНОЛАМПЫ С ПОМОЩЬЮ РАДИАЦИОННОГО ПИРОМЕТРА ТИПА «РАПИР»	19
1 3 Фотоэффект и его законы	23
Лабораторная работа 3 ИЗУЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА	26
1 4 Корпускулярно-волновой дуализм свойств электромагнитного излучения. Эффект Комптона	30
Лабораторная работа 4(К) ЭФФЕКТ КОМПТОНА	34
Раздел 2. Элементы квантовой механики и оптические свойства атомов	38
2 1 Элементарная теория спектров	38
2 2 Спектр атома водорода по Бору	39
2 3 Экспериментальное подтверждение постулатов Бора Опыт Франка и Герца	44
Лабораторная работа 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМОВ ОПЫТ ФРАНКА И ГЕРЦА	48
2 4 Атом водорода в квантовой механике	51
Лабораторная работа 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ МЕТОДОМ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ	60
Лабораторная работа 7(К) СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ АТОМАРНОГО ВОДОРОДА	70
Лабораторная работа 8 ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА НЕОНА С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРОСКОПА СЛП-1	76
Лабораторная работа 9 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ РТУТИ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРОМЕТРА СТ-7	79
Лабораторная работа 10 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОНОХРОМАТОРА	85
Раздел 3. Элементы физики ядра	91
3 1 Состав и свойства атомных ядер	91
3 2 Космические лучи и элементарные частицы	93
3 3 Методы регистрации элементарных частиц	94
Лабораторная работа 11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ У ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ	98
Приложение. Решение уравнения Шредингера для атома водорода	101
Исторические сведения о наиболее значимых для становления квантовой физики открытиях, авторы которых удостоены Нобелевской премии [7]	115
Справочные данные	117
Библиографический список	118

Раздел 1

Квантовые свойства излучения

«Бывает, что целое множество экспериментальных результатов, не объяснимых в рамках существующих теории, буквально силой заставляет разрубить гордиев узел и сформулировать новую теорию. В 1900 году, чтобы объяснить форму спектра излучения черного тела, Макс Планк неохотно сформулировал странную, слепую гипотезу, специально придуманную для этой цели (*ad hoc* — по латыни), а именно, что энергия, излучаемая осциллятором, принимает только дискретные или, как теперь говорят, квантованные значения, пропорциональные его частоте. Это «дикое» предположение, вымученное из теоретика неумолимым экспериментом, стало исходным пунктом величайшей революции в современном научном мышлении — квантовой теории»

Анатоль Абрагам

1.1. Законы теплового излучения

Излучение тел, обусловленное их нагреванием, называется тепловым. Оно происходит вследствие теплового движения частиц тела и его характеристики — интенсивность и спектральный состав — зависят от температуры тела. Тепловое излучение в отличие от других видов излучения является равновесным, то есть распределение энергии между телом и полем излучения остается неизменным для любой частоты излучения.

Рассмотрим величины, характеризующие тепловое излучение.

Энергетическая светимость тела R_Σ — это величина электромагнитной энергии, испускаемой по всем направлениям единицей поверхности тела в единицу времени. Энергетическая светимость является функцией температуры.

Излучение состоит из электромагнитных волн различных частот. Обозначим поток энергии, испускаемой единицей площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ через $dR_{\nu T}$. Если интервал $d\nu$ мал, то

$$dR_{\nu T} = r_{\nu T} d\nu. \quad (1.1)$$

Величина $r_{\nu T}$ является спектральной характеристикой испускания. Она представляет собой энергетическую светимость, отнесенную к единичному интервалу частот вблизи данной частоты ν , и называется **испускательной способностью тела**. Связь между энергетической светимостью и испускательной способностью тела выражается соотношением

$$R_{\Sigma} = \int_0^{\infty} r_{\nu T} d\nu. \quad (1.2)$$

Все тела в той или иной степени поглощают энергию падающих на них электромагнитных волн. Спектральной характеристикой поглощения является **поглощательная способность тела** $a_{\nu T}$. Она показывает, какая доля падающего на поверхность тела потока световой энергии, содержащей электромагнитные волны с частотой от ν до $\nu + d\nu$, поглощается телом. Установлено, что $r_{\nu T}$ и $a_{\nu T}$ зависят от частоты ν соответственно излучаемых и поглощаемых волн, температуры тела, его химического состава и состояния поверхности.

Тело, полностью поглощающее падающее на него излучение всех частот, называется **абсолютно черным**. Для него $a_{\nu T} = 1$. Для всех остальных тел $a_{\nu T} < 1$. Близким к абсолютно черным телам можно отнести, например, сажу, платиновую чернь.

На основании опытных данных, а также применив термодинамический метод к исследованию черного излучения, **Й. Стефан** и **Л. Больцман** показали, что энергетическая светимость абсолютно черного тела R_{Σ} возрастает пропорционально четвертой степени абсолютной температуры тела

$$R_{\Sigma} = \sigma T^4, \quad (1.3)$$

где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — **постоянная Стефана-Больцмана**.

Связь между испускательной и поглощательной способностями любого тела устанавливает закон Кирхгофа

$$\left(\frac{r_{\nu T}}{a_{\nu T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\nu T}}{a_{\nu T}}\right)_2 = \dots = \left(\frac{r_{\nu T}}{a_{\nu T}}\right)_n = f(\nu, T), \quad (1.4)$$

где индексы 1, 2, ..., n характеризуют разные тела. Из формулы (1.4) следует, что отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела. Оно является для всех тел одной и той же функцией $f(\nu, T)$, зависящей от частоты ν (или длины волны, т. к. $\nu = \frac{c}{\lambda}$) и температуры T . Нетрудно увидеть, что

физическим смыслом универсальной функции Кирхгофа $f(\nu, T)$ является не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела.

Экспериментально установленный вид зависимости $f(\lambda, T)$ от λ представлен на рис. 1 при разных температурах. Из рисунка, в частности, видно, что повышение температуры приводит к смещению λ_m , на которую приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела, в коротковолновую область. **Закон смещения В. Вина** гласит, что λ_m меняется обратно пропорционально температуре

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (1.5)$$

где b — **постоянная Вина**, $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

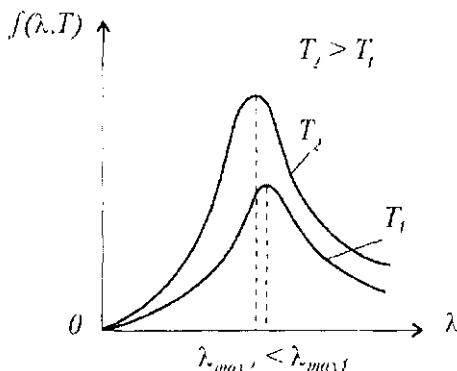


Рис. 1

Вином установлен и второй закон, согласно которому максимальная величина испускательной способности абсолютно черного тела r_m возрастает прямо пропорционально пятой степени температуры

$$r(\lambda_m) = cT^5, \quad (1.6)$$

где $c = 1,301 \cdot 10^{-11}$ Дж/(м² · К⁵)

Попытки получить вид универсальной функции Кирхгофа $f(\nu, T)$ в рамках термодинамического подхода не увенчались успехом. **Д. Рэлей** и **Д. Джинс**, воспользовавшись классическим законом Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы, получили формулу для функции Кирхгофа

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \epsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (1.7)$$

где $\langle \epsilon \rangle = kT$ — средняя энергия осциллятора, совершающего колебания с собственной частотой ν (k — постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К). Согласно теории Больцмана, для осциллятора средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы и равны $\frac{1}{2} kT$, поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle \epsilon \rangle = kT$.

Опыты показали, что формула Рэрея–Джинса (1.7) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными **только** при больших длинах волн (или при малых частотах) (рис. 2). Кроме того, согласно формуле Рэрея–Джинса энергетическая светимость R_Σ абсолютно черного тела в ультрафиолетовой области длин волн бесконечно велика, что вообще лишено физического смысла. Этот результат получил название «**ультрафиолетовой катастрофы**». Расхождение формулы Рэрея–Джинса с опытными данными привело к выводу о существовании таких закономерностей теплового излучения, которые не совместимы с основными положениями классической статистической физики и электродинамики.

Лишь в 1900 г. **Планку** удалось найти вид функции $f(\nu, T)$, в точности соответствующей экспериментальным данным во всем

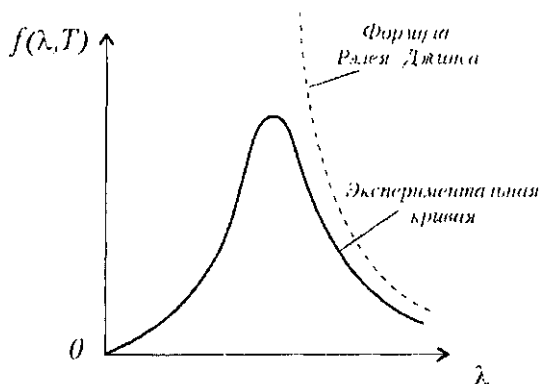


Рис. 2

интервале частот. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться **непрерывно**, т. е. может принимать сколь угодно близкие значения. Планком была выдвинута **квантовая гипотеза**, согласно которой атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – **квантами**, причем энергия кванта ϵ пропорциональна частоте излучения

$$\epsilon = h\nu, \quad (1.8)$$

где h – универсальная, названная постоянной Планка, $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с.

Планк показал, что при данном условии средняя энергия $\langle \epsilon \rangle$ осциллятора равна

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (1.9)$$

а функция Кирхгофа (или, иначе, функция спектральной плотности энергетической светимости черного тела) имеет вид [1, 2]

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (1.10)$$

Можно показать, что с учетом соотношений $\nu = \frac{c}{\lambda}$, $dR_{\Sigma} = f(\nu, T) d\nu = f(\lambda, T) d\lambda$ и формулы (1.10) функция $f(\lambda, T)$ будет иметь вид [1–3]

$$f(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (1.11)$$

Формулы (1.10), (1.11) называют формулами Планка. Из них, как следствие, могут быть получены законы Стефана Больцмана, Вина и формула Рэлея–Джинса, а также могут быть вычислены постоянные Стефана–Больцмана σ и Вина b [1, 2].

Блестящее согласие формулы Планка с экспериментальными данными доказывает правильность сделанного им предположения о дискретности излучения энергии атомными осцилляторами и справедливость формулы (1.8).

Используя формулу Планка (1.10) и закон Кирхгофа (1.4), можно определить испускательную способность любого реального тела

$$r_{\nu T} = a_{\nu T} \cdot f(\nu, T). \quad (1.12)$$

Для всех природных тел поглощательная способность $a_{\nu T} < 1$, следовательно $r_{\nu T} < f(\nu, T)$. Вид функции $r_{\nu T}$, как правило, отличается от $f(\lambda, T)$. Исключение составляют так называемые серые тела, для которых величина $a_{\nu T}$ в широком диапазоне частот остается постоянной ($a_{\nu T} = a_T$) и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Распределение энергии в спектре серого тела такое же, как у абсолютно черного, но величина энергии излучения меньше.

1.2. Оптическая пирометрия

Для измерения температуры раскаленных тел (например, звезд, расплавов в мартеновских печах) бесконтактным способом используются методы **оптической пирометрии**. Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называют **пирометрами**. Принцип действия этих приборов основан на

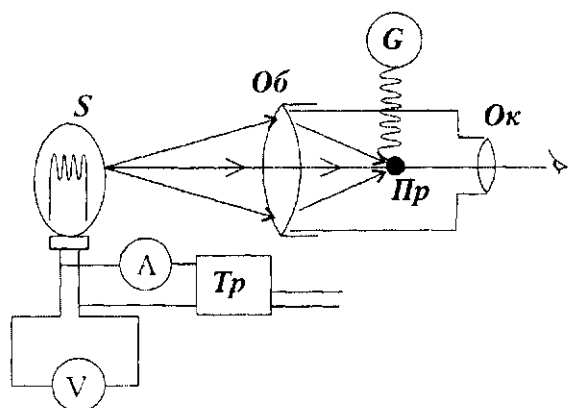


Рис. 3

использовании зависимости испускательной способности и энергетической светимости тел от температуры. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают **радиационный, цветовой и яркостный методы**.

1. Радиационный метод основан на использовании закона Стефана – Больцмана. На рис. 3 приведена схема радиационного пирометра. При измерениях температуры прибор наводят на более или менее отдаленный источник света *S* при помощи объектива *Об*, позволяющего получать четкое изображение этого источника на приемнике *Пр*. (В данном случае источником света *S* служит лампа, питающаяся от трансформатора *Tr*.) Резкость изображения контролируется при помощи окуляра *Ок*. В качестве приемника в радиационных пирометрах применяются **термопары** с поглощательной способностью $a_{\nu, T}$, близкой к единице. Один спай термопары нагревается за счет энергии, поступающей от источника *S*, другой выведен на внешнюю часть прибора и находится при комнатной температуре. Температура нагрева приемника и термоток в цепи термопары, измеряемый гальванометром *G*, зависят от энергетической светимости R_3 исследуемого тела.

Шкала G градуируется по излучению абсолютно черного тела. Поэтому для произвольного излучателя пирометр позволяет определить лишь так называемую **радиационную температуру** $T_{\text{рад}}$, при которой энергетическая светимость абсолютно черного тела $R_{\text{Э}}^*(T_{\text{рад}})$ равна энергетической светимости $R_{\text{Э}}$ исследуемого тела при его **истинной температуре** T

$$R_{\text{Э}}^*(T_{\text{рад}}) = R_{\text{Э}}(T). \quad (1.13)$$

Найдем связь между радиационной температурой нечерного тела и его истинной температурой. Обозначим через α_T отношение энергетических светимостей данного тела $R_{\text{Э}}$ и абсолютно черного тела $R_{\text{Э}}^*$, взятых при одной и той же температуре. Тогда

$$R_{\text{Э}}(T) = \alpha_T R_{\text{Э}}^*(T), \quad (1.14)$$

$$R_{\text{Э}}^*(T_{\text{рад}}) = \alpha_T R_{\text{Э}}^*(T). \quad (1.15)$$

С учетом закона Стефана–Больцмана уравнение (1.15) можно представить в виде

$$\sigma T_{\text{рад}}^4 = \alpha_T \sigma T^4. \quad (1.16)$$

Из уравнения (1.16) следует связь между истинной T и радиационной $T_{\text{рад}}$ температурами тела

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{\alpha_T}} T_{\text{рад}}. \quad (1.17)$$

Так как для нечерных тел $\alpha_T < 1$, **истинная температура тела всегда больше радиационной**. Величину α_T для различных веществ можно найти в специальных справочниках.

2. Цветовой метод основан на использовании закона смещения Вина (1.5):

$$T_{\text{цв}} = \frac{b}{\lambda_m}. \quad (1.18)$$

Этот закон применим не только к абсолютно черным, но и к серым телам, так как распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как и в спектре черного тела, имеющего ту же температуру. Длину волны λ_m , на которую приходится максимум испускательной способности серого тела, определяют из спектральной характеристики исследуемого тела. Найденная таким образом температура называется **цветовой**, $T_{\text{цв}}$. Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной. Для тел, сильно отличающихся от серых, понятие цветовой температуры теряет смысл. С помощью цветового метода определяют температуру на поверхности Солнца ($T_{\text{цв}} \cong 6500 \text{ K}$) и звезд.

3. Яркостный метод основан на зависимости энергетической светимости абсолютно черного тела от температуры (формула (1.3)). В качестве яркостного пирометра обычно используется **пирометр с исчезающей нитью**. В основу действия этого прибора положены сравнение и уравнивание яркости излучения нагретого тела с яркостью откалиброванной нити пирометра в узком спектральном интервале (определение понятия яркости см. [3]). Схема пирометра с исчезающей нитью приведена на рис. 4. Прибор представляет собой зрительную трубу с подвижными (для регулировки четкости изображения) объективом **Об** и окуляром **Ок**. Внутри трубы имеются эталонная лампа накаливания **Л** с дугообразной нитью, расположенной в плоскости изображения исследуемого тела, а также серый светофильтр Φ_1 и темно-красный фильтр Φ_2 ($\lambda = 660 \text{ нм}$), которые можно сдвигать при настройке пирометра. В окуляре **Ок** одновременно наблюдаются изображение исследуемого тела **С** и нить лампы **Л**. Поглощательная способность $a_{\nu, T}$ материала нити лампы **Л** близка к единице.

Регулируя ток накала нити **Л** с помощью реостата **Р**, можно добиться того, что нить перестает быть видимой и исчезает на фоне нагретого тела. Это имеет место, когда яркости тела и нити для используемой длины волны уравниваются. Шкалу гальва-

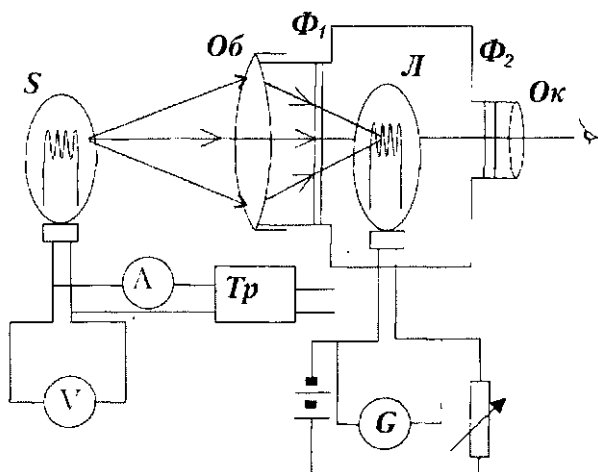


Рис. 4

нометра G предварительно градуируют по абсолютно черному телу, нанося на деления шкалы соответствующие значения температуры.

При одинаковой температуре и определенной длине волны нечерные тела имеют меньшую яркость, чем абсолютно черные. Для таких тел яркостный пирометр измеряет так называемую **яркостную температуру** $T_{\text{ярк}}$, при которой яркость абсолютно черного тела L (при введенном светофильтре Φ_2 , $\lambda = 660$ нм) равна яркости исследуемого тела S при истинной температуре T . Очевидно, что истинная температура тела $T \geq T_{\text{ярк}}$. Разность между T и $T_{\text{ярк}}$ зависит от длины волны и температуры, ее значение для различных веществ можно найти в справочниках. Для расширения диапазона измерений в сторону более высоких температур вводят серый светофильтр Φ_1 .

Лабораторная работа 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ СТЕФАНА–БОЛЬЦМАНА С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ ТИПА ОППИР-09

Перед выполнением работы изучите теорию на стр. 4–12, а также в учебниках [1–3].

Цель работы — ознакомиться с законами теплового излучения, изучить работу оптического пирометра, измерить с его помощью температуру нагретого тела, определить величину постоянной Стефана–Больцмана.

Принципиальная схема оптического пирометра с исчезающей нитью приведена на рис. 4. Исследуемым телом S служит нить кинолампы, температура которой регулируется с помощью трансформатора Tr .

При температуре окружающей среды T_0 энергетическая светимость нити может быть выражена формулой (1.3):

$$R_{T_0} = \sigma T_0^4.$$

При пропускании электрического тока через кинолампу температура нити повысится до T . При этом энергетическая светимость станет равной

$$R_T = \sigma T^4.$$

Из определения энергетической светимости (стр. 4) следует, что мощность, затрачиваемая на поддержание температуры T нити в среде с температурой T_0 , равна $(R_T - R_{T_0})S$, где S — площадь излучающей поверхности нити кинолампы. При высокой температуре эта мощность будет равна мощности тока накала и может быть определена по показаниям вольтметра 5 и амперметра 6 (рис. 5):

$$(R_T - R_{T_0})S = IU$$

или

$$\sigma(T^4 - T_0^4)S = IU,$$

где I — сила тока в кинолампе; U — падение напряжения на кинолампе. Отсюда

$$\sigma = \frac{IU}{ST^4 \left[1 - \left(\frac{T_0}{T} \right)^4 \right]}. \quad (1.19)$$

Поскольку температура накала T нити кинолампы в несколько раз превышает температуру T_0 окружающей среды, формулу (1.19) можно представить в виде

$$\sigma \cong \frac{IU}{ST^4}. \quad (1.20)$$

Описание установки

Общий вид установки для измерения температуры тела оптическим пирометром представлен на рис. 5, где 1 — пирометр типа ОППИР-09; 2 — блок питания эталонной лампы накаливания L

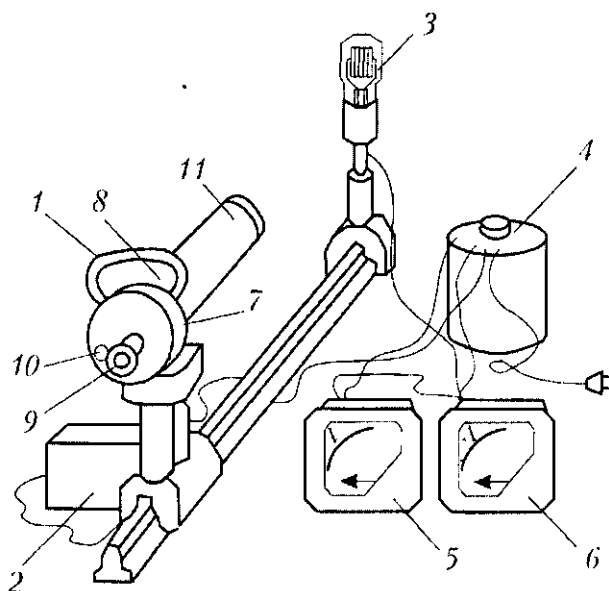


Рис. 5

пирометра (см. рис. 4); 3 — кинолампа, нить которой служит исследуемым телом; 4 — автотрансформатор ЛАТР, питающий кинолампу; 5 — вольтметр, измеряющий напряжение U , подаваемое на кинолампу; 6 — амперметр для измерения тока накала I кинолампы; 7 — рифленое кольцо; 8 — шкала измерительного гальванометра G , вмонтированного внутрь пирометра; 9 — оправка окуляра; 10 — ручка красного светофильтра Φ_2 , 11 — объектив.

В корпус пирометра вмонтирован реостат, регулирующий силу тока в цепи эталонной нити накаливания. Движок реостата в виде рифленого кольца 7 расположен на передней стенке корпуса. Ток накаливания увеличивается поворотом этого кольца по часовой стрелке.

Шкала 8 измерительного гальванометра G проградуирована в градусах Цельсия. Температуры ниже 1200°C измеряют по верхней шкале гальванометра. Температуры выше 1200°C измеряют по нижней шкале, предварительно введя в поле зрения серый светофильтр Φ_1 (см. рис. 4) с помощью накатанной головки, расположенной на корпусе гальванометра позади шкалы. Светофильтр введен, если белая указательная точка на головке совпадает с индексом «20» на корпусе; светофильтр не введен, если индекс и точка смещены на $1/4$ оборота. Красный светофильтр Φ_2 расположен в оправе окуляра 9.

Порядок выполнения работы

1. Включить ЛАТР в сеть 127 В, предварительно установив указатель рукоятки ЛАТРа на нулевую отметку.
2. Вывести оба светофильтра пирометра для удобства фокусировки.
3. Вращением кольца реостата 7 пирометра довести накал эталонной нити пирометра примерно до 1000°C (по шкале 8). При этом в окуляре 9 должна наблюдаться раскаленная дугообразная нить пирометра.
4. Продольным перемещением окуляра сфокусировать нить так, чтобы она была отчетливо видна в поле зрения окуляра.
5. Постепенно вращая рукоятку ЛАТРа по часовой стрелке, довести нить кинолампы до красного накала.

6. Направить пирометр на кинолампу и продольным перемещением объектива 11 добиться четкого изображения спирали кинолампы. Обе нити должны быть четко видны в окуляр. Расстояние между пирометром и кинолампой должно составлять примерно 50 см.
7. Рукояткой ЛАТРа установить напряжение на кинолампе равным 20 В.
8. Вращая кольцо реостата 7 пирометра при введенном красном светофильтре Φ_2 добиться полного исчезновения эталонной нити накаливания на фоне изображения нити кинолампы. Опыт повторить несколько раз, подходя к этому положению поочередно от большей яркости, когда эталонная нить кажется светлой на темном фоне, и от меньшей яркости, когда эталонная нить кажется темной на светлом фоне.
9. Отсчитать по верхней шкале 8 прибора значение яркостной температуры $t_{\text{ярк}}$ нити кинолампы, перевести это значение в градусы Кельвина ($T_{\text{ярк}}$) и по графику на лабораторном столе или на рис. 6 определить истинную температуру T .

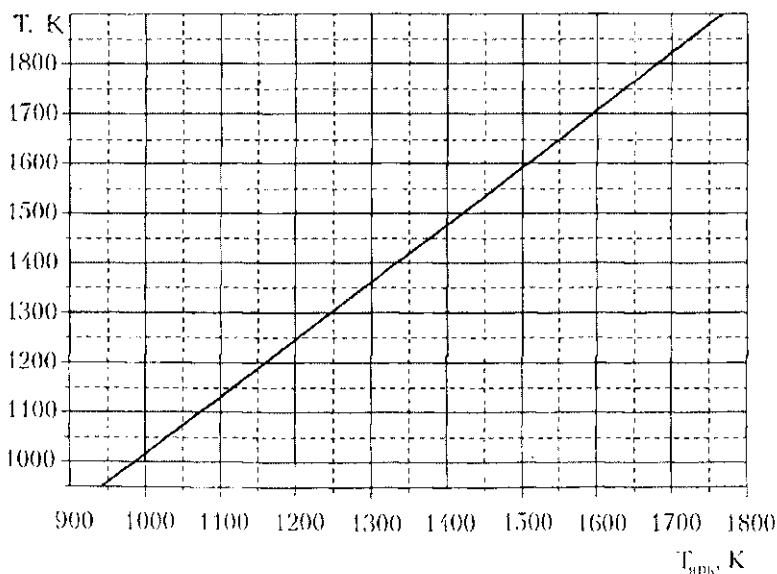


Рис. 6

Таблица 1

№ п/п	$U, \text{В}$	$I, \text{А}$	$t_{\text{ярк}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{ярк}}, ^\circ\text{K}$	T, K	σ_i $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$	$\bar{\sigma}$, $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
1							
2							
3							

- Полученные значения температур и соответствующие показания вольтметра 5 и амперметра 6 занести в табл. 1.
- Измерить температуру T при напряжениях 30 и 40 В, следуя указаниям в пунктах 8–10.
- После измерений повернуть кольцо реостата пирометра против часовой стрелки до упора и отключить ЛАТР от сети.
- По формуле (1.20) подсчитать величину постоянной Стефана–Больцмана для каждого отсчета температуры ($S = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$).

По окончании вычислений произвести оценку ошибок полученных результатов для постоянной Стефана – Больцмана σ , по следующей схеме:

- Вычислить среднее арифметическое значение измеряемой величины:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i,$$

где n – число измерений.

- Найти остаточные ошибки отдельных измерений:

$$\Delta\sigma_i = \sigma_i - \bar{\sigma}.$$

- Вычислить среднюю квадратичную ошибку среднего значения:

$$S_{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\sigma_i)^2}{n(n-1)}}.$$

4. При заданной доверительной вероятности $\delta = 0,95$ по таблице Стьюдента найти коэффициент Стьюдента для n измерений, $t_{\delta}(n)$.

5. Оценить границы доверительного интервала результата измерений:

$$\Delta\sigma = t_{\delta}(n)S_{\bar{\sigma}}.$$

6. Вычислить относительную погрешность: $\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}} 100\%$.

7. Окончательный результат записать в виде

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma \quad \text{при} \quad \delta = 0,95; \quad n = 3.$$

8. Сравнить полученное значение постоянной Стефана—Больцмана $\bar{\sigma}$ с табличным $\sigma^T = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$:

$$\varepsilon' = \frac{|\bar{\sigma} - \sigma^T|}{\sigma^T} 100\%.$$

Лабораторная работа 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НИТИ КИНОЛАМПЫ С ПОМОЩЬЮ РАДИАЦИОННОГО ПИРОМЕТРА ТИПА «РАПИР»

Перед выполнением работы изучите теорию на стр. 4–12, а также в учебниках [1–3].

Цель работы – ознакомиться с законами теплового излучения, изучить принцип работы радиационного пирометра, измерить с его помощью температуру нагретого тела (нити накала киноламп), определить величину постоянной Стефана—Больцмана.

Принципиальная схема радиационного пирометра приведена на рис. 3.

Описание установки

Общий вид установки для измерения температуры радиационным пирометром представлен на рис. 7, где 1 – радиационный пирометр; 2 – кинолампа, нить которой служит исследуемым те-

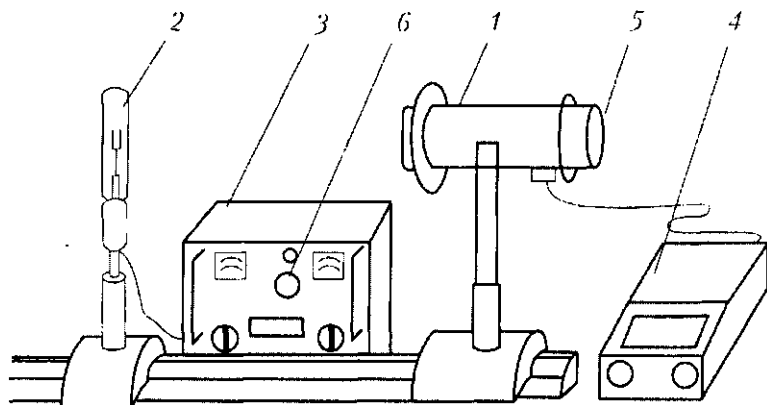


Рис. 7

лом; 3 — выпрямитель с регулируемым выходным напряжением для питания кинолампы; 4 — гальванометр, предназначенный для регистрации температуры приемника *Пр* (см. рис. 3); 5 — смотровое окно; 6 — регулятор напряжения питания кинолампы.

Порядок выполнения работы

1. Включить выпрямитель 3 в сеть 127 В, предварительно установив регулятор напряжения 6 в крайнее положение против часовой стрелки.
2. Включить гальванометр 4 в сеть 220 В. Убедиться, что световой зайчик на шкале гальванометра находится на нулевой отметке.
3. Вращая регулятор напряжения 6 по часовой стрелке, установить по вольтметру выпрямителя напряжение накала кинолампы равным 8 В.
4. Произвести наводку пирометра. Для этого установить пирометр на расстоянии приблизительно 40 см от кинолампы, а затем, смотря в окуляр, навести его на нить кинолампы. Четкость изображения регулируется продольным перемещением объектива. Наводка считается правильной, если изображение

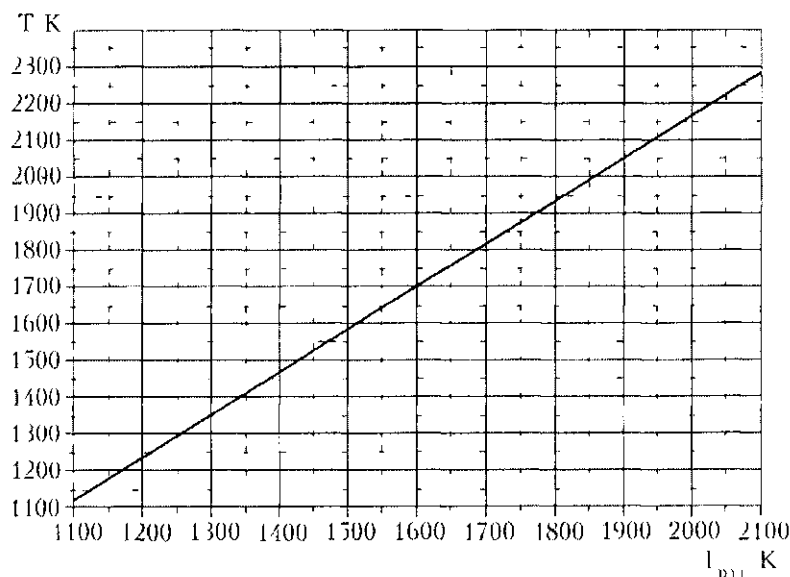


Рис. 9

- 9 После измерений установить регулятор напряжения b в крайнее положение против часовой стрелки и отключить выпрямитель от сети
- 10 По формуле (1.20) вычислить величину постоянной Стефана–Больцмана σ , для каждого отсчета температуры ($S = 8,0 \cdot 10^{-5} \cdot \text{м}^2$)
- 11 По окончании вычислений произвести оценку точности полученного результата для постоянной σ , воспользовавшись схемой, приведенной в предыдущей работе (стр. 18)
- 12 Сравнить полученное значение постоянной Стефана – Больцмана $\bar{\sigma}$ с табличным $\sigma^T = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{К}^{-4}$

$$\varepsilon' = \frac{|\bar{\sigma} - \sigma^T|}{\sigma^T} 100\%$$

Контрольные вопросы к лабораторным работам

1. Величины, характеризующие тепловое излучение (энергетическая светимость, испускательная способность, поглощательная способность).
2. Виды излучений и природа теплового излучения.
3. Законы теплового излучения: Кирхгофа, Стефана—Больцмана, Вина.
4. Формула Рэлея — Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа».
5. Формула Планка.
6. Пирометрия и ее практическое применение.
7. Принципы действия основных видов пирометров: яркостного, радиационного, цветового.
8. Понятие истинной, радиационной, яркостной и цветовой температуры.
9. Почему с помощью пирометров нельзя измерить истинную температуру нагретого тела?

1.3. Фотоэффект и его законы

Явлением внешнего фотоэффекта называют вырывание электронов с поверхности металла при действии на него света. Кроме внешнего, известен **внутренний фотоэффект**, который заключается в том, что некоторые вещества под воздействием света изменяют свою электропроводность.

Основные **закономерности внешнего фотоэффекта (законы Столетова)** выражаются в следующем:

1. Количество испущенных поверхностью металла электронов пропорционально интенсивности излучения;
2. Для каждого вещества существует граничная частота ν_0 или длина волны λ_0 (**красная граница фотоэффекта**), за которой фотоэффект не наблюдается;
3. Максимальная скорость фотоэлектронов возрастает с частотой излучения и не зависит от его интенсивности.

Фотоэффект – явление квантовое и не может быть объяснено с точки зрения обычной волновой теории света.

Согласно классической теории электромагнитных волн [1–3], энергия, переносимая световой волной, пропорциональна квадрату ее амплитуды, то есть интенсивности. С этой точки зрения непонятно, почему энергия вырванных под действием света электронов пропорциональна не интенсивности, а частоте световых волн.

Другое дело, если подойти к этому вопросу с квантовой точки зрения, согласно которой электромагнитная волна излучается или поглощается не непрерывно, а квантами. Энергия ϵ **светового кванта** (или **фотона**) определяется соотношением Планка

$$\epsilon = h\nu, \quad (1.21)$$

где h – постоянная Планка, ν – частота света.

Энергия, передаваемая фотоном электроду, затрачивается, во-первых, на совершение работы A по вырыванию электрона из металла (**работу выхода**) и, во-вторых, на сообщение ему некоторой кинетической энергии после выхода.

Работа выхода A совершается электронами как против сил притяжения со стороны избыточного положительного заряда, возникающего в металле в результате вылета электронов, так и против сил отталкивания со стороны ранее вылетевших электронов, образующих вблизи поверхности проводника «электронное облако». Эта работа зависит от химической природы металла и состояния его поверхности (загрязнение, следы влаги изменяют ее величину). Из табл. 3 видно, что работа выхода чистых металлов колеблется в пределах нескольких электрон-вольт.

Таблица 3

Металл	Cs	Ba	Zr	Zn	Mo	W	Ni
Работа выхода, эВ	1,81	2.11	4,12	3,74	4,15	4,50	5,03

Эйнштейном была получена **формула**, объяснившая закономерности фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (1.22)$$

где m — масса электрона, v — скорость вылета электрона с поверхности металла.

Из уравнения (1.22) следует, что при энергии кванта ϵ , меньшей работы выхода A электрона с поверхности металла, фотоэффект невозможен. В противном случае кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$ электрона оказывается отрицательной, а скорость v — мнимой величиной. Фотоэффект начинается при такой частоте ν_0 , при которой энергия кванта равна работе выхода

$$h\nu_0 = A. \quad (1.23)$$

Подставив в это уравнение $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$, получим

$$h \frac{c}{\lambda_0} = A, \quad (1.24)$$

где λ_0 — та длина волны света, при которой фотоэффект становится возможным. Длину волны λ_0 называют **красной границей фотоэффекта**. Из формулы (1.22) следует, что фотоэффект возможен лишь при условии $\nu \geq \nu_0$ (или $\lambda \leq \lambda_0$). Таким образом, λ_0 ограничивает область длин волн фотоэффекта с красного конца спектра.

Явление фотоэффекта используется в **фотоэлементах**. Фотоэлемент — это откачанный стеклянный баллон, на часть внутренней поверхности которого нанесен слой щелочного металла. Этот слой служит **катодом** фотоэлемента. Остальная часть поверхности является окошком для падающего света. Внутри баллона имеется второй электрод — **анод** фотоэлемента (рис. 10).

При освещении катода светом вырванные фотоэлектроны под действием электрического поля движутся к аноду, создавая фо-

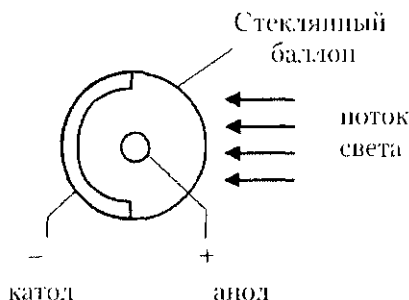


Рис. 10

тоток. Сила фототока зависит как от длины волны λ падающего света (такая зависимость называется **спектральной характеристикой фотоэлемента**), так и от приложенного напряжения. Зависимость силы фототока от приложенного к фотоэлементу напряжения при постоянной длине волны и постоянном световом потоке называется **вольтамперной характеристикой** фотоэлемента. Она во многом сходна с вольтамперной характеристикой обычной двухэлектронной лампы.

Лабораторная работа 3

ИЗУЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА

Перед выполнением работы изучите теорию на стр. 23–26, а также в учебниках [1–3].

Цель работы — изучить явление внешнего фотоэффекта, его законы, определить красную границу фотоэффекта и работу выхода электрона с поверхности металла.

Описание установки

Главным узлом оптической части установки является монохроматор УМ-2 (рис. 11). Он служит для получения монохроматического света нужной длины волны.

На входную щель 1 прибора через конденсор 2 подается свет от лампы 3. Щель 1 находится в фокусе объектива коллиматора 4,

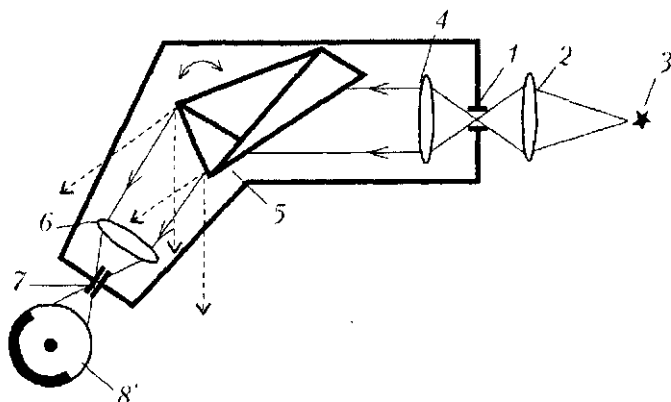


Рис. 11

поэтому после него свет параллельным пучком попадает на блок диспергирующих призм 5. Проходя через блок призм, пучок света разлагается в спектр. Лучи определенной длины волны выходят из блока призм параллельным пучком в определенном направлении. Один из этих пучков попадает на объектив выходной щели 6, а через него — на щель 7 и фотоэлемент 8. Поворотом блока призм в направлениях, указанных стрелкой, можно получить на выходе прибора свет нужной длины волны. Чем уже щели, тем монохроматичнее свет на выходе монохроматора, но тем меньше его интенсивность.

Электрическая схема установки (рис. 12) состоит из блока питания 1, лампы 2, освещающей входную щель монохроматора, а также блока питания 3 фотоэлемента 5 с цезиевым катодом. Напряжение на выходе фотоэлемента контролируется вольтметром V , сила фототока измеряется гальванометром G , (4 — шунт гальванометра).

Общий вид установки представлен на рис. 13.

Порядок выполнения работы

Чтобы определить красную границу фотоэффекта, нужно найти такую длину волны λ_0 света на выходе монохроматора 1, при которой гальванометр перестанет регистрировать фототок. Для этого необходимо:

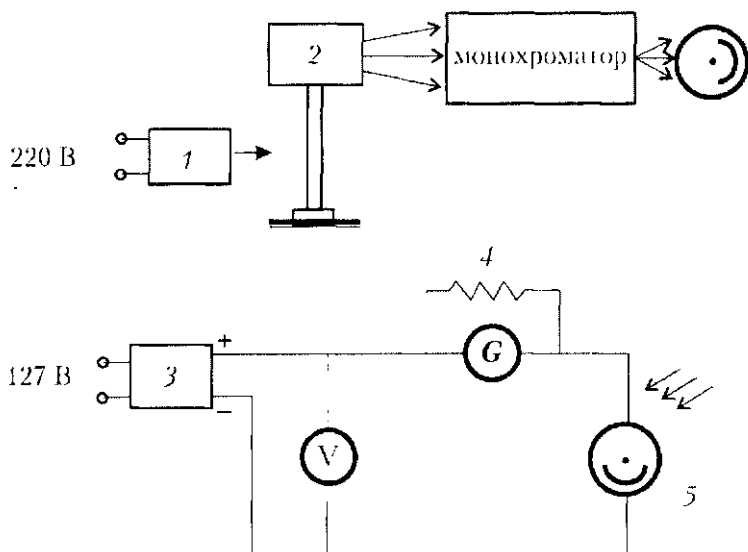


Рис. 12

1. Открыть доступ света в монохроматор. Для этого рукоятку затвора 2 входной щели 3 поставить в положение «откр».
2. Придвинуть фотоэлемент 4 вплотную к выходной щели 5 монохроматора.
3. Установить барабан длин волн 6, вращающий диспергирующие призмы, на деление «2350» напротив черной точки скользящего по барабану указателя.
4. Включить блок питания 7 лампы монохроматора в сеть 220 В.
5. Убедиться, что на входную щель монохроматора попадет максимальное количество света.
6. Включить гальванометр 8 и блок питания 9 фотоэлемента в сеть 220 В и 127 В соответственно.
7. Рукояткой 10 на блоке питания 9 установить на фотоэлементе напряжение около 100 В по вольтметру 11. При этом должно наблюдаться отклонение зайчика гальванометра.

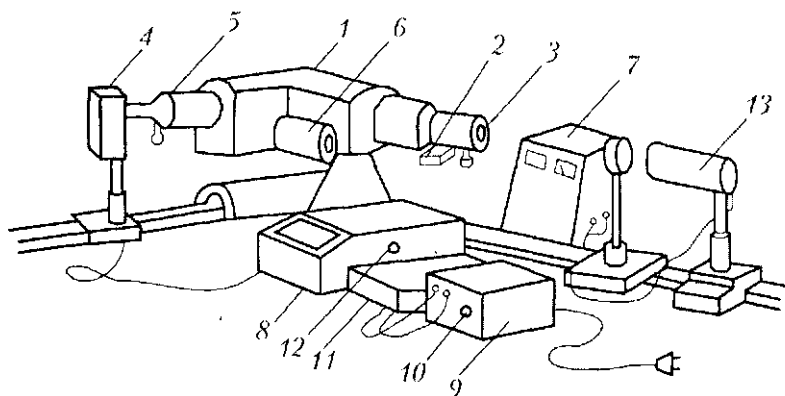


Рис. 13

8. Вращая барабан 6, найти такое его положение, при котором отсчет по гальванометру будет максимальным.
9. Закрыв доступ света в монохроматор рукояткой затвора 2, установить ноль по шкале гальванометра ручкой 12.
10. Открыв затвор, медленно вращать барабан 6 в сторону увеличения длины волны света, проходящего через монохроматор, до тех пор, пока зайчик гальванометра не установится на нулевой отметке. После этого произвести отсчет по шкале барабана против черной точки скользящего указателя.
11. Отодвинув фотоэлемент 4 от выходной щели монохроматора, визуально убедиться в наличии излучения на данной длине волны.
12. Отсчет по шкале барабана повторить три раза, следуя указаниям в пунктах 8–10, и вычислить его среднее значение. Затем по градуировочному графику на лабораторном столе найти красную границу фотоэффекта λ_0 в ангстремах (Å). Результаты занести в табл. 4.
13. По формуле (1.24) определить работу выхода A электрона из металла. При расчете помнить, что $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, $1 \text{ Å} = 10^{-10}$ м.

Таблица 4

№	Отсчет по барабану	Средний отсчет	$\lambda_0, \text{\AA}$
1			
2			
3			

Пользуясь соотношением $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, перевести полученный результат в эВ. Оценить погрешность найденной работы выхода A относительно табличного значения A для цезиевого катода, используя данные табл. 3:

$$\epsilon = \frac{A - A^T}{A^T} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы

1. Основные законы внешнего фотоэффекта.
2. Работа выхода и красная граница фотоэффекта.
3. Формула Эйнштейна.
4. Устройство монохроматора.
5. Устройство и принцип действия фотоэлемента.

1.4. Корпускулярно-волновой дуализм свойств электромагнитного излучения. Эффект Комптона

Американский физик А. Комптон, исследуя в 1923 году рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (графит, парафин, бор и др.), обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны λ наблюдается также излучение более длинных волн λ' . Из опыта, схема которого представлена на рис. 14, следовало, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния ϑ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2(\vartheta/2), \quad (1.25)$$

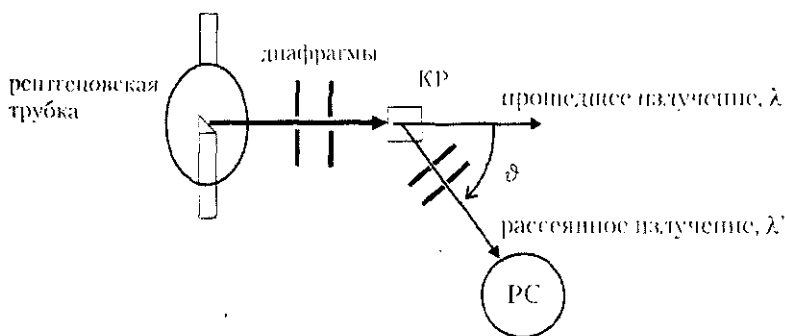


Рис. 14

где $\lambda_C = 2,426 \cdot 10^{-12}$ м — комptonовская длина волны. Это явление получило название **эффекта Комптона**. Отметим, что рентгеновское излучение представляет собой электромагнитные волны в диапазоне $\lambda = 10^{-8} + 10^{-12}$ м, т. е. волны с меньшей длиной волны, чем ультрафиолетовое излучение.

В рамках классической волновой теории эффект Комптона объяснить невозможно. Согласно волновой теории, рассеяние света связано с возникновением в веществе под действием падающего света вторичных электромагнитных волн той же частоты (длины волны).

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света.

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается и поглощается дискретными порциями (квантами электромагнитного излучения), которые назвали **фотонами**. Энергия кванта пропорциональна частоте излучения (см. формулу Планка (1.8))

$$\varepsilon = h\nu. \quad (1.26)$$

Так как скорость распространения фотона очень велика (она равна скорости $c = 3 \cdot 10^8$ м/с света в вакууме), а его энергия не равна нулю (1.26), то в рамках теории относительности фотон рассматривается как некая ультрарелятивистская «частица», которая, однако, существенно отличается от реальных элементарных частиц тем, что ее масса и энергия покоя равны нулю ($m_\phi = 0$, $W_{0\phi} = 0$).

В теории относительности доказывается, что импульс релятивистской частицы и ее энергия связаны соотношением

$$W = c \sqrt{p^2 + m^2 c^2}. \quad (1.27)$$

Так как $m_\phi = 0$, то, согласно формулам (1.27) и (1.26), импульс фотона равен

$$p_\phi = \frac{W_\phi}{c} = \frac{h\nu}{c}. \quad (1.28)$$

Формулы (1.26) и (1.28) связывают **корпускулярные** характеристики фотона — импульс p_ϕ и энергию W_ϕ — с **волновой** характеристикой света — его частотой ν . Из формулы (1.28) также следует, что с увеличением частоты ν (или уменьшением длины волны, $\lambda = \frac{c}{\nu}$) импульс p_ϕ фотона растет, а значит, все больше при этом проявляются его корпускулярные свойства. Таким образом, фотон рентгеновского излучения (его длина волны очень мала!), подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией или импульсом.

Основываясь на квантовом подходе, Комптон показал, что обнаруженный им эффект (1.25) — это результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса свободному («условно покоящемуся») электрону в соответствии с законами их сохранения.

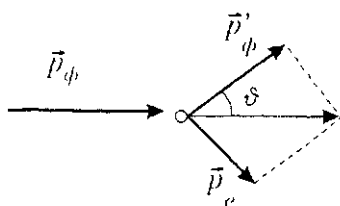


Рис. 15

Рассмотрим упругое столкновение падающего фотона, обладающего импульсом $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$ и энергией $W_\phi = h\nu = cp_\phi$, со свободным покоящимся электроном вещества (рис. 15), имеющим энергию покоя

$$W_0 = mc^2. \quad (1.29)$$

После столкновения импульс и энергия фотона станут равными p'_ϕ и $W'_\phi = cp'_\phi$. Электрон (его принято называть **электроном отдачи**) при этом приобретет импульс $\vec{p}_e$ и энергию $W = c\sqrt{p_e^2 + m^2 c^2}$. Запишем выражения для законов сохранения энергии и импульса:

$$W_0 + W_\phi = W + W'_\phi, \quad (1.30)$$

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}_e = \vec{p}'_\phi. \quad (1.31)$$

Выражение (1.30) с учетом формул (1.27)–(1.29) можно переписать так:

$$mc^2 + cp_\phi = c\sqrt{p_e^2 + m^2 c^2} cp'_\phi. \quad (1.32)$$

Из рис. 15 следует, что $|\vec{p}_e|^2 = |(\vec{p}_\phi - \vec{p}'_\phi)|^2$ или

$$p_e^2 = p_\phi^2 = 2 p_\phi p'_\phi \cos \vartheta + p_\phi'^2. \quad (1.33)$$

Из совместного решения уравнений (1.32) и (1.33) получим:

$$p'_\phi = p_\phi \frac{mc}{mc + p_\phi(1 - \cos \vartheta)}. \quad (1.34)$$

Из формулы (1.34), с учетом соотношений $p_\phi = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ и $p'_\phi = \frac{h}{\lambda'}$, найдем изменение длины волны фотона, происходящее при комптоновском рассеянии:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) = 2 \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (1.35)$$

Из формулы (1.34), как и из экспериментально полученной формулы (1.25), следует, что увеличение длины волны зависит только от угла рассеяния ϑ и не зависит от свойств рассеивающего вещества. Наибольшее увеличение длины волны происходит при $\vartheta = \pi$, т. е. в случае, когда фотон рассеивается в сторону, противоположную первоначальному направлению его движения. Из

сопоставления этих формул также следует, что комптоновская длина волны может быть рассчитана по формуле

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м.} \quad (1.36)$$

Эффект Комптона может наблюдаться и на других заряженных частицах, например протонах, однако вследствие их большой массы для проявления эффекта требуется очень большая энергия фотонов. Этот эффект не наблюдается для фотонов в видимой области излучения ввиду недостаточности энергии и импульса фотонов в этом диапазоне длин волн.

Эффект Комптона подтверждает важное в квантовой физике положение о характерном для электромагнитного излучения свойстве корпускулярно-волнового дуализма.

Лабораторная работа 4(К)

ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Изучите теорию эффекта Комптона на стр. 30–34 и также в учебниках [1–3].

Цель работы: ознакомление с моделями электромагнитного излучения и их использованием при анализе процесса рассеяния рентгеновского излучения на веществе.

- Экспериментальное подтверждение закономерностей эффекта Комптона (формула (1.35)).
- Экспериментальное определение комптоновской длины волны электрона.

В работе на экране компьютера (рис. 16) моделируется опыт Комптона, принципиальная схема которого представлена на рис. 14. Узкий диафрагмированный пучок монохроматического рентгеновского излучения с длиной волны λ направляется на «легкое» (графит, парафин) рассеивающее вещество и после рассеивания на угол ϑ попадает в рентгеновский спектрограф, измеряющий длину волны рассеянного излучения λ' . Необходимо

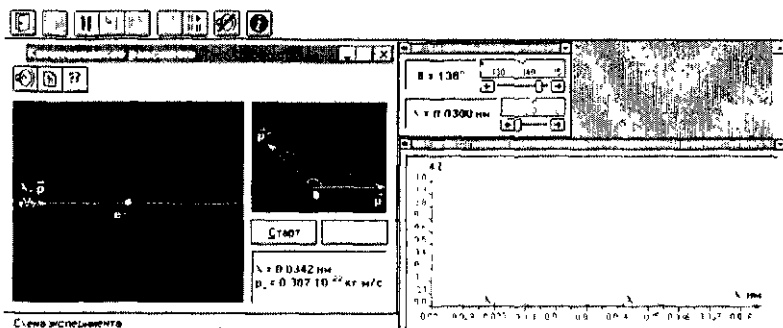


Рис. 16

«измерить» длину волны рассеянного излучения λ' в зависимости от угла ϑ , а также установить зависимость изменения длины волны $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ от угла рассеяния ϑ .

Порядок выполнения работы

Запустите программу «Эл-магн. Кванты». Выберите «Квантовая физика», «Комптоновское рассеяние». Нажмите сверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.

Внимательно рассмотрите рисунок.

Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений!

1. Нажмите мышью кнопку «Старт» сверху экрана.
2. Выпишите длины волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ падающего электромагнитного излучения (ЭМИ), указанные преподавателем, в соответствии с номером вашей бригады (табл. 6). Подведите маркер мыши к движку регулятора длины волны λ_1 .
3. Подведите маркер мыши к движку регулятора угла приема рассеянного ЭМИ и установите первое значение 60° из табл. 5.
4. По картине измеренных значений определите длину волны λ'_1 рассеянного ЭМИ и запишите в первую строку табл. 5.

- Изменяйте угол наблюдения с шагом 10° и записывайте измеренные значения λ'_1 в соответствующие строки табл. 5.
- Установите следующее значение длины волны из табл. 6 и аналогично выполните пункты 3–5.

Таблица 5. Результаты измерений

№ измер.	ϑ град	$1 - \cos \vartheta$	$\lambda_1 =$, пм		$\lambda_2 =$, пм		$\lambda_3 =$, пм	
			λ'_1 , пм	$\lambda'_1 - \lambda_1$	λ'_2 , пм	$\lambda'_2 - \lambda_2$	λ'_3 , пм	$\lambda'_3 - \lambda_3$
1	60							
2	70							
...								
11	160							

Таблица 6 (только для выбора значений – не перерисовывать)

Номер бригады	Длина волны падающего ЭМИ (пм)		
	λ_1	λ_2	λ_3
1, 5	30	50	70
2, 6	35	55	80
3, 7	40	60	90
4, 8	45	65	100

Обработка результатов измерения:

- Вычислите и запишите в табл. 1, 3 и 4 величины $1 - \cos \vartheta$. Постройте графики зависимости изменения длины волны ($\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$) от разности ($1 - \cos \vartheta$) для каждой серии измерений.
- Определите по наклону графика значение комптоновской длины волны электрона $\lambda_c = \frac{\Delta(\Delta \lambda)}{\Delta(1 - \cos \vartheta)}$.
- Запишите ответ и сравните его с теоретическим (1.35). Проанализируйте результаты и графики совместно с формулами (1.34) и (1.35).

Контрольные вопросы

1. Назовите модели, с помощью которых описывается электромагнитное излучение.
2. Назовите области физики, в которых используются соответствующие модели ЭМИ.
3. Что такое луч?
4. Что такое гармоническая волна?
5. Сформулируйте связь между характеристиками ЭМИ в волновой и квантовой моделях.
6. Назовите эффекты, для описания которых надо использовать и волновую и квантовую модели ЭМИ. Проиллюстрируйте один из эффектов.
7. Как моделируется процесс взаимодействия падающего рентгеновского фотона и свободного электрона вещества?
8. Какие законы сохранения выполняются при взаимодействии фотона с электроном в эффекте Комптона?
9. Сравните поведение фотонов после взаимодействия с электронами в эффекте Комптона и фотоэффекте.
10. Что такое комптоновская длина волны частицы?
11. Почему эффект Комптона не наблюдается при рассеянии фотонов на электронах, сильно связанных с ядром атома?
12. Как меняется энергия фотона при его комптоновском рассеянии?
13. Что происходит с электроном после рассеяния на нем фотона?
14. Напишите уравнение для импульса фотона.
15. Напишите формулу для эффекта Комптона.
16. Напишите формулу для комптоновской длины волны электрона.
17. Чему равно максимальное изменение длины волны рассеянного фотона и когда оно наблюдается?

Раздел 2

Элементы квантовой механики и оптические свойства атомов

«Известно, что фотон не только волна, но и частица. Почему же электрону, который частица, да и вообще любой частице, не быть таковой!»

Луи де Бройль

2.1. Элементарная теория спектров

Оптическая спектроскопия является одним из основных методов изучения строения вещества. Оптические спектры наблюдаются в области частот от далекой инфракрасной до ультрафиолетовой. Они делятся на линейчатые, полосатые и сплошные. **Линейчатые** спектры состоят из отдельных линий, образованных вследствие излучения одноатомных газов и паров металлов. **Полосатые** спектры, характерные для многоатомных молекул, образованы большим числом отдельных линий. **Сплошные** (непрерывные) спектры принадлежат жидкостям и твердым веществам. Все три вида спектров обусловлены особенностями энергетического состояния электронов в атомах и молекулах вещества.

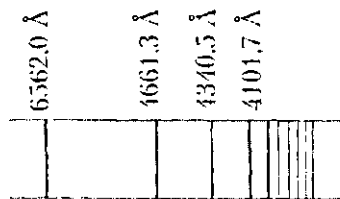


Рис. 17

Рассмотрим спектр простейшего атома – атома водорода. В конце XIX века было обнаружено, что спектр атома водорода в видимой области состоит из линий, которые располагаются в определенном порядке (рис. 17)

Дальнейшие исследования показали, что **оптический спектр атома**

водорода состоит из нескольких серий:

- **серии Лаймана** в дальней ультрафиолетовой области,
- **серии Бальмера** в видимой и близкой ультрафиолетовой области,
- **серий Пашена, Брекета, Пфунда** в инфракрасной области спектра.

Анализ экспериментальных данных позволил установить эмпирическую формулу, называемую **обобщенной формулой Бальмера**, которая описывает положение всех спектральных линий атома водорода на шкале частот ν :

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (m = 1, 2, 3, \dots; n = m + 1, m + 2, \dots), \quad (2.1)$$

где $R = 3,289 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ — постоянная Ридберга, m — номер серии; n — номер линии в серии.

Для серии Лаймана $m = 1$ частоты соответствующих спектральных линий могут быть определены по формуле

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

Группа линий, рассчитанных при $m = 2$ по формуле

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

образуют серию Бальмера. Часть линий серии Бальмера лежит в видимой области спектра и потому доступна визуальному наблюдению.

Частоты спектральных линий серий Пашена, Брекета и Пфунда также могут быть вычислены по формуле (2.1) при $m = 3, 4, 5$ соответственно.

С увеличением числа n спектральные линии серий сближаются друг с другом. При $n \rightarrow \infty$ частота линий в каждой серии стремится к предельному значению

$$\nu_{\text{гр}} = \frac{R}{m^2},$$

которое называют **границей серии**.

2.2. Спектр атома водорода по Бору

Теоретическое объяснение спектральных закономерностей было впервые дано в полуклассической теории Нильса Бора в 1913 году. Более полное и точное решение задачи о спектральных зако-

номерностях дает **квантовая механика**, становление которой относится к 20-м годам XX века. Сохраняя классический подход к описанию поведения электрона в атоме, связав в единое целое закономерности линейчатых спектров и квантовый характер излучения, Бор выдвинул два постулата:

Согласно **первому постулату**, атомы могут находиться в **стационарных состояниях**, не изменяющихся во времени без внешних воздействий. В этих состояниях атом не излучает и не поглощает энергию.

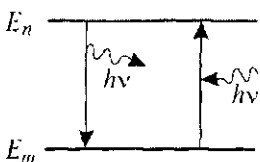


Рис. 18

Систему энергетических уровней, соответствующих стационарным состояниям, принято изображать в виде совокупности горизонтальных прямых (рис. 18). Стационарным состояниям соответствуют вполне определенные (стационарные) орбиты, по которым движутся электроны.

Правило квантования орбит Бора утверждает, что в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные (или дискретные) значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$L_n = m_e v r = n \hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (2.2)$$

где m_e — масса электрона, v — скорость электрона, r — радиус его орбиты; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h — постоянная Планка, $h = 6,6252 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), n — целое число.

Второй постулат Бора (**правило частот**) устанавливает, что при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается (поглощается) электромагнитная волна (один **фотон**) с энергией $h\nu$, называемой **квантом энергии**. Энергия кванта равна разности энергий атома в двух этих состояниях:

$$h\nu = E_n - E_m. \quad (2.3)$$

В формуле (2.3) n и m — номера состояний; E_n и E_m — энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения) фотона соответственно. При $E_n > E_m$ происходит излучение,

при $E_n < E_m$ – поглощение фотона. Из второго постулата следует, что атомы поглощают электромагнитные волны только тех частот ν , которые могут испускать сами. Переход электрона из одного стационарного состояния в другое изображают вертикальной стрелкой (см. рис. 18). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов, а также соответствующих длин волн λ ($\lambda = c/\nu$) и определяет линейчатый спектр атома.

Правило частот и формулы (2.2), (2.3) позволили Бору рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных атомов, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона на внешней орбите (He^+ , Li^{++} и т. д.), а также теоретически обосновать обобщенную формулу Бальмера (2.1).

Рассмотрим водородоподобный атом. Согласно классическим представлениям, электрон в атоме движется вокруг ядра со скоростью V по круговой орбите радиусом r . На ней электрон удерживается кулоновской силой $\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, которая играет роль центростремительной силы. На основании второго закона Ньютона можно записать

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2.4)$$

С помощью уравнений (2.2) и (2.4) можно получить выражение для радиуса круговой орбиты

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Zm_e e^2} n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.5)$$

Из формулы (2.5) следует, что радиусы орбит электрона принимают дискретные значения, то есть электрон может находиться на строго определенных орбитах, которые зависят от главного квантового числа n . Например, для атома водорода **радиус первой орбиты** при $n = 1$ (или **первый боровский радиус**) равен

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,53 \text{ \AA}.$$

Энергия электрона в атоме складывается из кинетической энергии электрона и его потенциальной энергии в электростатическом поле ядра:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Используя формулы (2.4) и (2.5) и учитывая, что приведенная постоянная Планка равна $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, получаем выражение для энергии электрона в атоме:

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (2.6)$$

Следовательно, *энергия электрона в атоме может принимать лишь дискретный ряд значений, определяемых набором целых чисел n* . Число n принято называть *главным квантовым числом*.

На рис. 19 приведена схема энергетических уровней электрона в атоме водорода. Состояние электрона с наименьшей энергией ($n = 1$) называется *основным*, все остальные состояния называют *возбужденными*. При переходе электрона из одного энергетического состояния E_n в другое E_m ($n > m$) испускается квант энергии:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (2.7)$$

Частота этого излучения

$$\nu = \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (2.8)$$

Это выражение по структуре совпадает с обобщенной формулой Бальмера (2.1). Из формулы (2.8) следует, что постоянная R Ридберга для атома водорода равна

$$R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2}. \quad (2.9)$$

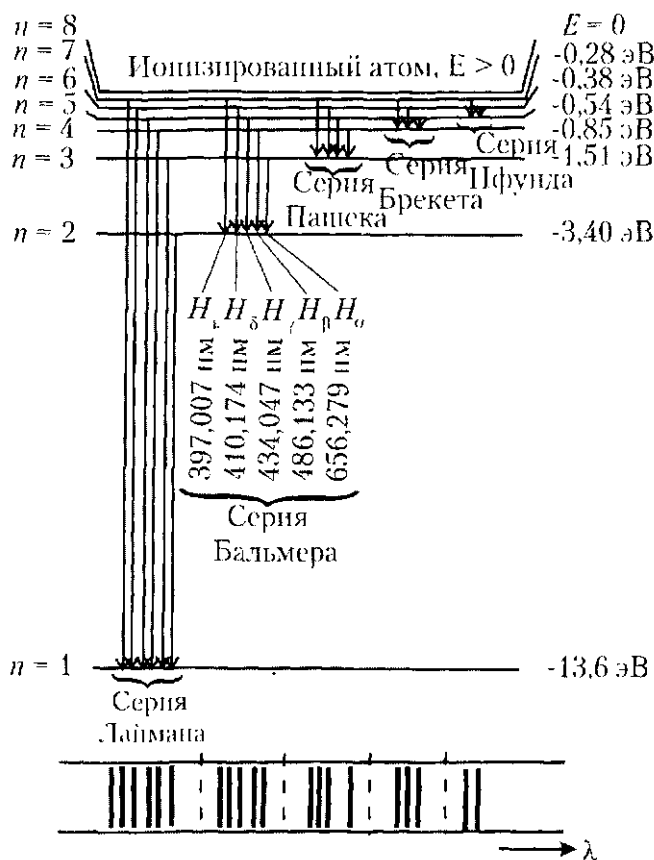


Рис. 19

Постоянная Ридберга, рассчитанная по формуле (2.9), хорошо согласуется с величиной R , определенной экспериментально. Согласно данной теории, каждая линия спектра обусловлена переходом электрона с одной орбиты на другую (с одного энергетического уровня на другой). Из рис. 19 видно, что для атомов водорода ультрафиолетовая часть спектра излучения (серия Лаймана) обусловлена энергетическими переходами со всех возбужденных состояний на основное ($n = 1$), видимое излучение (серия Бальмера) — с возбужденных уровней на энергетический

уровень с $n = 2$ и т. д. Теория Бора сыграла огромную роль для создания атомной физики, и особенно в развитии атомной спектроскопии. Однако в этой теории обнаружились и существенные недостатки. Механическое соединение классической физики с квантовыми постулатами позволило объяснить спектры одно-электронных атомов. В то же время теория Бора оказалась непригодной для объяснения спектров атомов с большим числом электронов, например атома гелия, содержащего помимо ядра два электрона. В рамках этой теории оказалось также невозможным объяснить интенсивность спектральных линий. Все эти трудности были преодолены с созданием новой, последовательной теории атомных и ядерных явлений – **квантовой механики**. Уравнения квантовой механики позволили объяснить не только многообразие явлений атомной и ядерной физики, но и вскрыть физическое содержание постулатов Бора.

2.3. Экспериментальное подтверждение постулатов Бора. Опыт Франка и Герца

Для обнаружения стационарных состояний и доказательства дискретности энергетических уровней атомов немецкие физики Д. Франк и Г. Герц применили метод электронного удара, заключающийся в бомбардировке атомов электронами, энергию которых можно изменять. Первые опыты были поставлены на атомах ртути. Принципиальная схема опыта Франка и Герца приведена на рис. 20.

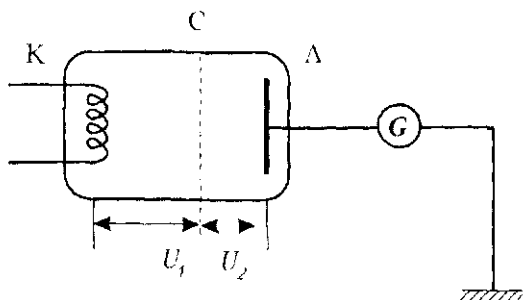


Рис. 20

В баллон, заполненный парами ртути, впаяны катод К, сетка С и анод А, соединенный с гальванометром **Г**. Сетка расположена на малом расстоянии от анода. На участке катод – сетка приложена ускоряющая разность потенциалов U_1 , которую можно плавно изменять, а на участке сетка – анод приложена задерживающая разность потенциалов $U_2 \approx 0,5$ В. Электроны, вылетевшие из катода, движутся в ускоряющем поле и, встречаясь на своем пути с атомами ртути, могут испытывать два типа соударений. Первый тип соударений – **упругие соударения** имеет место при малых энергиях электронов, меньших eU_1 . В результате таких столкновений кинетическая энергия электронов практически не изменяется. Электроны, ускоренные электрическим полем U_1 и преодолевшие тормозящее поле U_2 на участке сетка – анод, достигают анода и создают тем самым ток, регистрируемый гальванометром **Г**. С ростом U_1 возрастает доля электронов, попадающих на анод, следовательно, и анодный ток I_a при этом должен возрастать. Второй тип соударений электронов с атомами ртути – **неупругие соударения** – сопровождается потерей энергии электронами и передачей этой энергии атомам ртути. **В соответствии со вторым постулатом Бора, атомы ртути не могут принимать энергию в любом количестве.** Каждый из них может принять лишь определенную энергию с тем, чтобы перейти в одно из возбужденных состояний. Понятно, что после неупругого столкновения с атомом ртути электрон, потеряв кинетическую энергию, уже не сможет преодолеть тормозящее поле U_2 . При этом доля электронов, достигающих анода, уменьшится; соответственно, уменьшится и анодный ток I_a .

Ближайшим к основному, невозбужденному, состоянию E_1 атома ртути является возбужденное состояние E_2 , отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. До тех пор, пока электроны, ускоряемые полем U_1 , не приобретут энергию $eU_1 = 4,86$ эВ, они испытывают лишь упругие столкновения и анодный ток возрастает с ростом U_1 . Как только кинетическая энергия электронов достигает значения, равного **энергии возбуждения атома** $eU_1 = \Delta E_{\text{возб}} = 4,86$ эВ, их соударения с атомами ртути становятся

неупругими. Таким образом, при разности потенциалов U_1 между катодом и сеткой, равной 4,86 В, должно происходить резкое уменьшение анодного тока. Напряжение $U_{\text{рез}}$ принято называть **критическим**, или **резонансным**, напряжением. Электроны, передавшие энергию атомам ртути при соударении, продолжают движение с кинетической энергией, недостаточной для преодоления задерживающего поля между сеткой и анодом. Такие электроны притянутся сеткой С, и возникнет сеточный ток. Анодный ток при этом уменьшится.

Неупругим столкновениям электронов с атомами ртути соответствует первый минимум на кривой $I_a(U)$ (см. рис. 21). Аналогичное явление наблюдается при всех значениях энергии электрона eU_1 , кратных целому числу $\Delta E_{\text{во.рт.}}$: $2 \cdot 4,86$ эВ; $3 \cdot 4,86$ эВ, когда электроны могут испытать соответственно два, три и т. д. неупругих соударения с атомами ртути. На кривой $I_a(U)$ (см. рис. 21), появятся второй, третий минимумы. Очевидно, что $\Delta E_{\text{во.рт.}} = eU_{\text{рез}}$.

Из опытов Франка и Герца следовало, что $\Delta E_{\text{во.рт.}}$ — это наименьшая возможная порция энергии (наименьший квант энергии), которая может быть поглощена атомом. В результате погло-

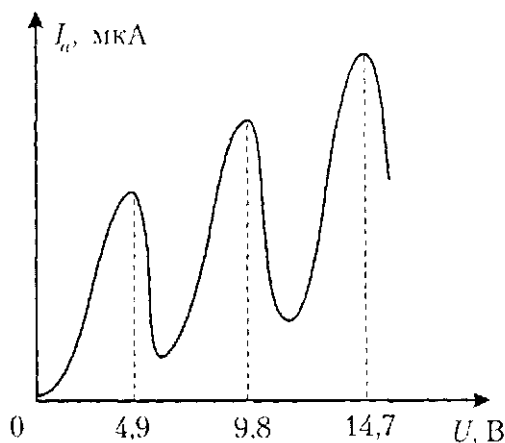


Рис. 21

шения этой энергии атом переходит из основного состояния (E_1) в возбужденное (E_2). Если понизить давление газа, то длина свободного пробега электронов, испускаемых катодом, возрастет. Тогда электроны смогут приобрести и передать атомам большую энергию, равную $\Delta E = E_3 - E_1$ и т. д.

Таким образом, результаты опытов Франка и Герца являются прямым доказательством постулатов Н. Бора о существовании стационарных состояний атомов с дискретными значениями энергии (стр. 40). Опыты с парами ртути блестяще подтвердили также идею Бора о том, что атомы способны принимать и испускать только определенные порции энергии, формула (2.3). Ртутные пары, возбужденные электронным ударом, являются источником ультрафиолетового излучения с длиной волны $2537\text{\AA}$. Излучение происходит в тот момент, когда атом ртути, возбужденный электронным ударом, переходит на ближайший к основному возбужденный уровень с энергией E_2 , из которого спустя $\sim 10^{-8}$ с возвращается в основное состояние с энергией E_1 . Согласно правилу частот Бора $E_2 - E_1 = h\nu$, где $E_2 - E_1 = \Delta E_{\text{возб}}$. По известному значению $\Delta E_{\text{возб}} = eU_{\text{рез}} = 4,86$ эВ можно вычислить длину волны излучения

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,86 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2537 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Этот результат полностью согласуется с экспериментом.

Отметим, что при неупругих столкновениях электронов с атомами анодный ток I_a , принимая минимальное значение, не уменьшается до нуля. Это объясняется тем, что часть электронов с энергией, пусть даже кратной $\Delta E_{\text{возб}}$, не сталкивается с атомами ртути и потому сохраняет кинетическую энергию, достаточную для преодоления тормозящего поля U_2 и достижения анода.

Лабораторная работа 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМОВ. ОПЫТ ФРАНКА И ГЕРЦА

Изучить теоретический материал на стр. 38–47 и в учебниках [1–3].

Цель работы: определении потенциалов возбуждения атомов газа, заполняющего газонаполненную электронную лампу тиратрон.

Приборы и принадлежности: установка, включающая центральную панель, внутри которой собраны элементы схемы, тиратрон ТГ-1, вольтметр, микроамперметр.

Описание установки

Этот опыт служит доказательством дискретности энергетических состояний электронов в атоме. Рабочая схема установки представлена на рис. 22.

В качестве газонаполненной лампы используется тиратрон ТГ1. Для ознакомления с расположением рабочих электродов тиратрона на внешней панели представлен стеклянный баллон с удаленным цилиндрическим экраном. Управление потенциалом U_1 сетки тиратрона осуществляется с помощью потенциометра R , установленного на центральной панели. Величина ускоряющего потенциала U_1 измеряется вольтметром V . Микроамперметр служит для регистрации анодного тока I_a тиратрона.

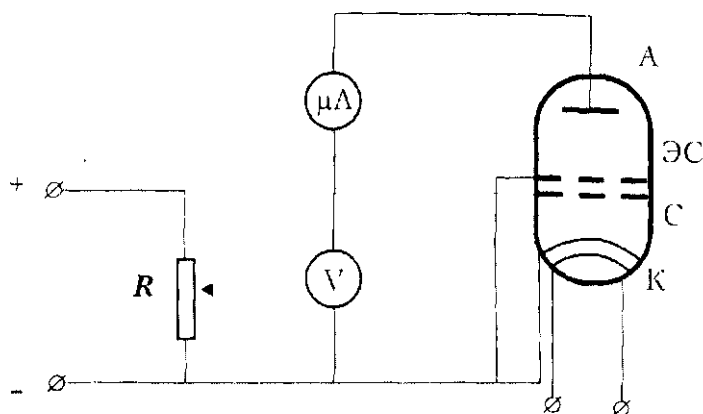


Рис. 22

7. Построить график зависимости анодного тока тиратрона I_a от ускоряющего напряжения U_1 .
8. Из графика оценить величину резонансного потенциала $U_{\text{рез}}$ и энергию возбуждения атомов газа:

$$\Delta E_{\text{возб}} = eU_{\text{рез}}$$

9. Полученное значение $U_{\text{рез}}$ сравнить со значениями потенциалов возбуждения $U_{\text{возб}}$ атомов, приведенными ниже. Ответить на вопрос — каким газом наполнена лампа?

Атомы	Hg	Zn	He	Na
$U_{\text{возб}}, \text{В}$	4,9	4,1	19,75	21

10. Определить длину световой волны λ , излучаемой атомами газа при их возвращении из возбужденного в основное состояние по формуле:

$$\lambda = \frac{hc}{E_{\text{возб}}}$$

Контрольные вопросы

1. Модельные представления о строении атомов.
2. Чем определяется положение электронов в атомах?
3. Что такое резонансный потенциал?
4. Каково устройство тиратрона?
5. На каких участках лампы действуют ускоряющее и тормозящее поля?
6. Каково их функциональное назначение?
7. Чем вызвано отклонение экспериментальной анодной характеристики тиратрона от идеальной, изображенной на рис. 21?
8. Почему на анодной характеристике сила тока не спадает до нуля?

2.4. Атом водорода в квантовой механике

Созданию квантовой механики предшествовала выдвинутая в 1923 г. Луи де Бройлем гипотеза об универсальности **корпускулярно-волнового дуализма**. Согласно идее де Бройля, не только фотоны, но и частицы материи, наряду с корпускулярными, обладают также волновыми свойствами. Отметим, что природа **волн де Бройля**, сопоставляемых микрочастицам, не является электромагнитной. Они имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике [1–3].

В рамках такого подхода поведение микрообъектов характеризуется, с одной стороны, корпускулярными величинами – энергией E и импульсом p , с другой стороны, микрообъектам сопоставляются волновые характеристики – частота ν и длина волны λ . Количественная связь между корпускулярными и волновыми характеристиками имеет такой же вид, как для фотонов:

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda. \quad (2.10)$$

Опыты по дифракции электронов экспериментально подтвердили справедливость идеи де Бройля о волновых свойствах микрочастиц. Сделанные вскоре после этого выводы об ограничении возможности одновременного определения координаты и скорости микрочастицы (**соотношение неопределенностей Гейзенберга**) привели к мысли о том, что уравнение движения микрочастицы должно быть пригодным также для объяснения и ее волновых свойств. Для описания распределения вероятности нахождения частицы в данный момент времени в некоторой точке пространства была введена некая функция $\Psi(x, y, z, t)$, названная **волновой функцией** (или **пси-функцией**). При этом **вероятность $d\omega$ того, что частица находится в элементе объема dV** , равна произведению $|\Psi|^2$ и элемента объема dV :

$$d\omega = |\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 dx dy dz. \quad (2.11)$$

Причем физическим смыслом наделена не сама пси-функция, а квадрат ее модуля $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$, где Ψ^* – функция, комплексно сопряженная с Ψ . Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл **плотности ве-**

роятности ρ_w пребывания частицы в данной точке пространства

$$\rho_w = \frac{dw}{dV} = |\Psi|^2.$$

С волновой точки зрения наличие максимумов величины dw , или наибольшей концентрации электронов в данной области пространства, должна соответствовать и наибольшая интенсивность волн де Бройля, которая пропорциональна $|\Psi|^2$.

Так как состояние частицы в пространстве в данный момент времени в квантовой механике задается волновой функцией $\Psi(x, y, z, t)$, то и уравнение для отыскания такой функции должно быть волновым. Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики (для скоростей $v \ll c$) сформулировано в 1926 г. Э. Шрёдингером. **Временное уравнение Шрёдингера**, как и уравнения движения Ньютона, лежащие в основе классической механики, постулируется, а не выводится [1–3]. Нахождение волновых функций Ψ , характеризующих стационарные состояния электрона в **водородоподобном атоме**, связано с решением **стационарного уравнения Шрёдингера**:

$$\Delta\Psi + \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)(E - U(r))\Psi = 0. \quad (2.12)$$

Здесь E — значения полной энергии, которые требуется отыскать при условии, что $\Psi(x, y, z)$ удовлетворяет требованиям конечности, однозначности и непрерывности; $U(r) = -Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ — потенциальная энергия электрона в кулоновском поле ядра Ze , где r — расстояние между электроном и ядром; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Вследствие того, что поле ядра центрально-симметричное, оператор Лапласа Δ записывают в сферических координатах, а функция Ψ , получаемая при решении уравнения (2.12), есть функция сферических координат r , Θ и ϕ .

Решения уравнения Шрёдингера, удовлетворяющие условиям непрерывности, однозначности, конечности волновой функции Ψ , а также условию ее нормировки, получаются при **дискретных**, отрицательных значениях энергии E_n , называемых **собственными значениями энергии электрона в атоме водорода**:

$$E_n = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (2.13)$$

где n — **главное квантовое число**, принимающее целочисленный ряд значений 1, 2, 3, ..., ∞ . Формула (2.13) совпадает с формулой (2.6), полученной Бором для энергии водородоподобных атомов.

Главное квантовое число n определяет энергетические уровни электрона в атоме. При $n = 1$ энергия электрона в атоме водорода минимальна и равна $E_1 = -13,6$ эВ.

В состоянии с минимальной энергией, называемом **основным**, или **нормальным**, состоянием, атом может находиться сколь угодно долго. Состояния с главным квантовым числом $n = 2, 3, \dots, \infty$ называются **возбужденными**. С увеличением числа n энергия электрона в атоме возрастает, энергетические уровни сближаются, а при $n = \infty$ энергия E_∞ становится равной нулю, $E_\infty = 0$. В возбужденном состоянии электрон находится лишь $\sim 10^{-8}$ с, переходя затем в состояние с меньшей энергией и испуская при этом квант энергии.

Собственные функции $\Psi_{n, l, m}(r, \Theta, \varphi)$, которые получаются в результате решения уравнения Шрёдингера, зависят от трех квантовых чисел n, l, m .

Главное квантовое число n определяет энергию электрона в атоме. **Орбитальное** (азимутальное) **квантовое число** l определяет величину **механического момента импульса** $|\vec{L}|$ электрона:

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)}.$$

При данном значении n орбитальное квантовое число l может принимать всего n различных значений: 0, 1, 2, 3, ..., $(n-1)$.

Состояние электрона с $l = 0$ называется s -состоянием, $l = 1$ – p -состоянием, $l = 2$ – d -состоянием и т. д. Поскольку l всегда меньше n , возможны следующие nl -состояния:

1s	($n = 1, l = 0$)
2s, 2p	($n = 2, l = 0, 1$)
3s, 3p, 3d	($n = 3, l = 0, 1, 2$) и т. д.

Магнитное квантовое число m квантует (определяет) проекцию L_z момента импульса на направление z внешнего магнитного поля:

$$L_z = m\hbar.$$

При заданном l магнитное квантовое число m принимает $(2l + 1)$ различные значения: $-l, (-l + 1), \dots, -1, 0, +1, \dots, (l - 1), l$. Отсюда следует, что момент импульса электрона может иметь $(2l + 1)$ ориентацию в пространстве.

Наряду с механическим орбитальным моментом импульса $\vec{L}$, электрон обладает также собственным механическим моментом импульса $\vec{S}$ – **спином**. Наличие спина вытекает из решения **уравнения релятивистской квантовой механики Дирака**. Спин электрона – это внутреннее свойство, присущее электрону, как его масса и заряд. Спин $\vec{S}$ квантуется спиновым квантовым числом $s = \frac{1}{2}$:

$$S_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar.$$

Проекция спина на направление z внешнего магнитного поля также квантована: $L_{sz} = m_s \hbar$, где $m_s = \pm \frac{1}{2}$ – **магнитное спиновое квантовое число**.

Квантовые числа n, l, m, m_s полностью характеризуют состояние электрона в атоме.

Согласно формуле (2.13), энергия электрона зависит только от главного квантового числа n . Каждому собственному значению энергии E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных

функций $\Psi_{n,l,m}$, отличающихся значениями квантовых чисел l и m . Состояния с одинаковой энергией называют **вырожденными**, а число различных состояний, соответствующих этой энергии, называется **кратностью вырождения**. Кратность вырождения вычисляют, исходя из возможных значений для l и m , по формуле

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Согласно квантово-механическим представлениям, электрон в атоме не локализован, а распределен в виде электронного облака. Найдем расстояние $r_{\max}$ от ядра, на котором с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон в основном состоянии.

Из формулы (2.11) следует, что вероятность $d\omega$ обнаружения электрона в объеме dV определяется квадратом модуля $\Psi_{n,l,m}$ — функции. Волновая функция для основного состояния электрона в атоме водорода имеет вид $\Psi_{1,0,0} = ce^{-r/a}$, где постоянная a имеет размерность длины, c — некоторая постоянная, определяемая из условий нормировки [1–3]. Тогда вероятность обнаружить электрон в пределах

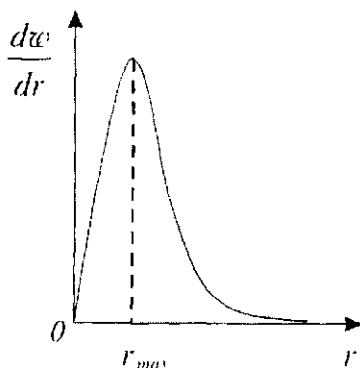


Рис. 23

шарового слоя радиуса r и толщины dr равна $d\omega = |\Psi|^2 dV = ce^{-2r/a} 4\pi r^2 dr$. Наиболее вероятное значение $r_{\max}$ соответствует максимуму функции $d\omega/dr$. Дифференцируя функцию $e^{-2r/a} 4\pi r^2$ по r и приравнявая производную к нулю, получаем $r_{\max} = a$. Из приведенной на рис. 23 зависимости $d\omega/dr$ от r видно, что наибольшая вероятность обнаружения электрона в атоме водорода в основном состоянии имеется на расстоянии $r_{\max} = a$, хотя существует вероятность обнаружить электрон и на других расстояниях от ядра. В $1s$ -состоянии $d\omega/dr$ зависит только от r и электронное облако обладает шаровой симметрией.

С учетом постоянной a , получаемой в результате решения уравнения Шрёдингера, оказывается, что $r_{\max}$ в точности совпадает по величине с радиусом первой боровской орбиты (2.5),

$r_{\max} = r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$. Таким образом, **боровские орбиты являются**

местом наиболее вероятного обнаружения электрона.

В p -состоянии форма электронного облака гантелеобразная. В зависимости от значения магнитного квантового числа m облако может быть ориентировано в пространстве тремя различными способами (рис. 24).

Квантовые числа n , l , m позволяют более полно описать спектр испускания (поглощения) атома водорода, чем это было сделано в теории Бора (см. рис. 19). Согласно квантово-механической теории, переход электрона из одного энергетического состояния в другое сопровождается излучением или поглощением

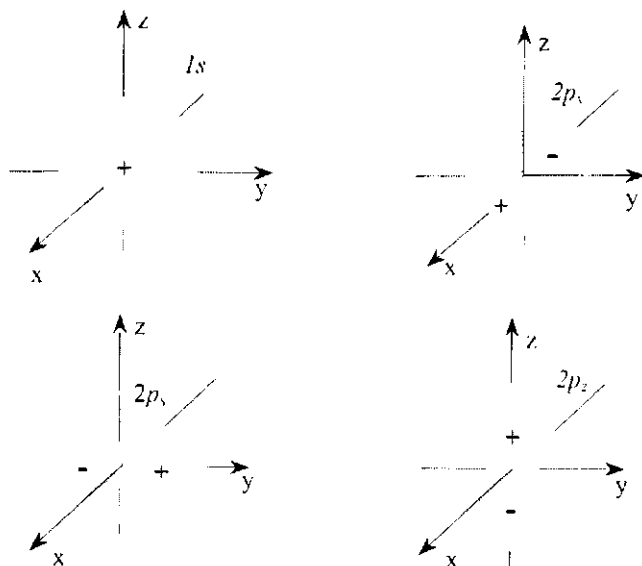


Рис. 24

кванта энергии $h\nu_{nm} = E_n - E_m$. Излучение имеет место, если электрон переходит из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией ($E_n > E_m$). Частота излучаемой электромагнитной волны, согласно формуле (2.13), может быть определена по формуле

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = -\frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n > m), \quad (2.14)$$

где $R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} = 3,289 \cdot 10^{15}$ Гц — постоянная Ридберга. Переход

электрона, связанный с увеличением энергии атома, возможен лишь при сообщении энергии атому извне. Формула (2.14) описывает спектральные серии излучения и поглощения энергии атома водорода и полностью совпадает с формулой (2.8), полученной в рамках квазиклассической модели Н. Бора.

В квантовой механике возможные переходы электрона в атоме определяются **правилами отбора**, согласно которым изменения квантовых чисел Δl и Δm удовлетворяют условиям:

$$\Delta l = \pm 1, \quad \Delta m = 0 \quad \text{или} \quad \pm 1.$$

Так как Δl может изменяться только на ± 1 , то переходы в s -состояние возможны только из p -состояния, переходы в p -состояние — из s и d .

Возникновение серии Лаймана в спектре излучения атома водорода обусловлено переходами $np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, 4, \dots$). Серия Бальмера возникает в результате переходов $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$ и $nd \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, 5, \dots$). На рис. 25 представлены энергетический спектр атома водорода и разрешенные переходы, приводящие к появлению спектральных серий.

Таким образом, если Н. Бору для объяснения закономерностей линейчатого спектра атома водорода пришлось положить в основу своей теории два квантовых постулата, то в квантовой механике квантование энергии электрона в атомах, а также дискретность процессов излучения и поглощения света являются следствием решения уравнения Шрёдингера и условий, налагаемых на волновую Ψ -функцию.

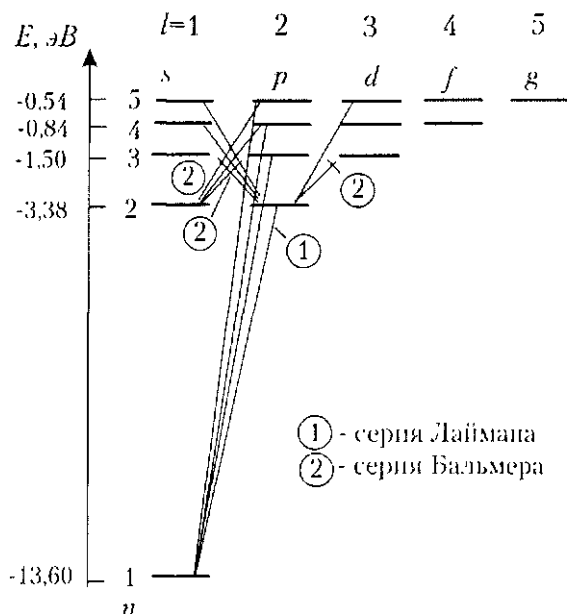


Рис. 25

Квантовая механика не только объяснила смысл постулатов Бора, но и ответила на вопрос, почему атомы могут находиться в стационарном состоянии сколь угодно долго, если они не испытывают воздействия извне, например, вследствие нагревания или при осуществлении газового разряда. В то же время опыт показывает, что атом, оказавшись на возбужденном энергетическом уровне, сам собой переходит в основное, невозбужденное состояние, излучая свет. Объяснение самопроизвольным или **спонтанным** энергетическим переходам дано в **квантовой электродинамике**, в которой доказывается также, что при возбуждении атомы газа занимают тот или иной энергетический уровень не произвольно, а в соответствии с **законами статистики**. Например, заполненность энергетических уровней атомами уменьшается с увеличением номера стационарного состояния. Соответственно, **процесс излучения энергии атомами вещества также**

подчиняется законам статистики. Часть атомов, возвращаясь из одного возбужденного уровня на основное состояние, излучает одну энергию, а другая часть атомов, возвращаясь из другого возбужденного состояния в основное, излучают уже другую энергию. Отсюда понятно, почему спектр даже простейшего газа из одноэлектронных атомов содержит большое число спектральных линий разной интенсивности.

Квантовая физика ответила на вопросы о продолжительности времени жизни атомов в возбужденном состоянии, об интенсивности и ширине спектральных линий. Наконец, из анализа уравнения Шрёдингера (2.11) очевиден ответ на вопрос, почему каждый элемент таблицы Менделеева имеет свой, характерный только для него, уникальный спектр. При увеличении числа электронов у атома хотя бы до двух изменится потенциальная энергия $U(r)$ взаимодействия электронов с ядром, а следовательно, изменятся значения Ψ -функций, система энергетических уровней и спектральный состав излучения вещества.

Определение волновых функций многоэлектронных атомов и тем более молекул связано с большими математическими трудностями. В этом случае уже не удастся решить уравнение Шрёдингера в аналитическом виде, как для атома водорода. Решение уравнения Шрёдингера для многоэлектронных атомов составляет предмет так называемой квантовой химии — одного из разделов квантовой механики. На основе ряда дополнительных приближений квантовая химия позволяет не только рассчитать волновую функцию многоэлектронного атома, но и исследовать различные электрические, магнитные, энергетические и другие свойства частиц. Подобные задачи требуют значительных затрат компьютерного времени и памяти и решаются с помощью современных высокоэффективных программных пакетов. Так, например, для ознакомления с основными приближениями квантовой химии и способами расчета многоэлектронных систем с помощью программного пакета «GAUSSIAN», широко используемого в настоящее время для изучения различных химических проблем, можно рекомендовать методическое пособие [5].

Лабораторная работа 6(К)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ
МЕТОДОМ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Ознакомьтесь с теорией на стр. 38–44, 54–59 и также в учебниках [1–3].

Цель работы: изучение волновых свойств электронов.

- Знакомство с компьютерной моделью дифракции электронов при их рассеянии на одномерной монокристаллической решетке (электронография).
- Определение периода кристаллической решетки «плёнки металла».

Идея (стр. 51) Луи де Бройля о том, что корпускулярно-волновая двойственность свойств характерна не только для света, но и для микрочастиц, экспериментально была подтверждена в опытах К. Дэвиссона и Л. Джермера (1927 г.). Они обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся на естественной кристаллической решетке — кристалле никеля, — дает отчетливую дифракционную картину.

Схема опыта изображена на рис. 26. Нить накала электронной пушки, нагреваемая током от источника напряжения накала $U_{\text{н}}$,

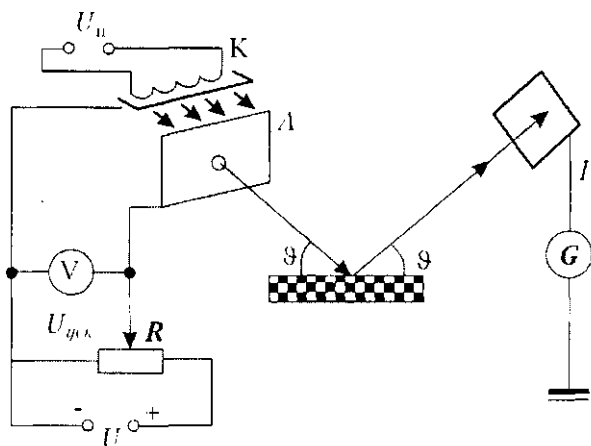


Рис. 26

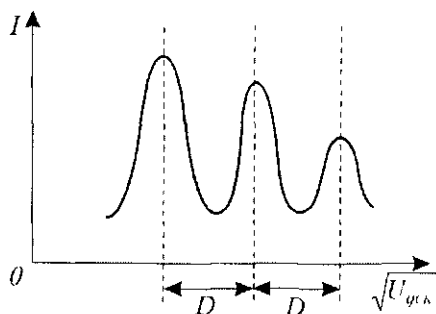


Рис. 27

нагревает катод К, который испускает электроны. Ускоряясь напряжением $U_{\text{уск}}$, электроны разгоняются и выходят из отверстия в аноде. Ускоряющее напряжение регулируется потенциометром **Р**, что позволяет сообщать выходящим из пушки электронам различные скорости. Падая на поверхность кристалла никеля, электроны отражаются от его поверхности и улавливаются приемником, функцию которого выполняет металлическая полость (цилиндр Фарадея), присоединенная к гальванометру. Электронная пушка, кристалл и цилиндр Фарадея находятся в вакууме. Интенсивность отраженного электронного пучка оценивается по силе тока I , протекающего через гальванометр **Г**.

В процессе опыта путем изменения ускоряющего напряжения $U_{\text{уск}}$ варьируются скорость электронов, а также угол падения ϑ электронного луча. На рис. 27 показана зависимость силы тока I , измеряемой гальванометром, от $\sqrt{U_{\text{уск}}}$ при фиксированном угле падения ϑ . Из рисунка следует, что кривая зависимости I от $\sqrt{U_{\text{уск}}}$ имеет несколько максимумов, равноотстоящих друг от друга на величину D .

Объяснение результатам опытов Дэвиссона и Джермера дано на основе квантово-механических представлений о микрочастицах (в данном случае электроны), как о волне, с использованием формулы де Бройля (стр. 51)

$$p = h/\lambda. \quad (2.15)$$

Приведем теоретическое обоснование для зависимости I от $\sqrt{U_{\text{уск}}}$ (см. рис. 27). Согласно закону сохранения энергии, под действием ускоряющего напряжения $U_{\text{уск}}$ электрон приобретает кинетическую энергию

$$eU_{\text{уск}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Соответствующие значения скорости v и длины волны λ , соответствующей электрону, при этом равны $v = \sqrt{2(e/m)U_{\text{уск}}}$,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{2(e/m)U_{\text{уск}}}} = \frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{уск}}}}. \quad (2.16)$$

Если предположить, что пучок электронов обладает волновыми свойствами, то для описания его поведения при отражении от кристалла можно применить теорию дифракции рентгеновских волн [1–3]. Согласно формуле Вульфа–Брэггов, в отраженной волне максимумы интенсивности возникают при выполнении условия

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (2.17)$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла. В опыте Дэвиссона и Джермера они соответствуют максимумам силы тока. Из формул (2.16) и (2.17) следует, что

$$\frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{уск}}}} = \frac{2d \sin \vartheta}{n}.$$

Следовательно, при фиксированном угле ϑ падения электронов ускоряющее напряжение должно приводить к максимумам отражения при выполнении условия

$$\sqrt{U_{\text{уск}}} = nD, \quad (2.18)$$

где $D = h/(2d \sin \vartheta \sqrt{em})$, что и согласуется с опытными данными. Как видно из рис. 27, значения $\sqrt{U_{\text{уск}}}$, соответствующие сосед-

ним максимумам отражения (или силы тока I), отстоят на одинаковом друг от друга расстоянии D .

В процессе экспериментов (см. рис. 27) изучалась также зависимость силы тока, измеряемого гальванометром, от угла ϑ при различных значениях $U_{\text{уск}}$ (или различных энергиях электронов). Опыты показали, что рассеяние электронов оказывается особенно интенсивным при определенных значениях угла ϑ . Подстановка реальных значений d и ϑ , соответствующих условиям опыта, в формулы (2.18), (2.16) позволила вычислить длину волны электронов и сопоставить ее с Брэгговской длиной волны, определенной по формуле (2.17). Расчеты показали удивительное совпадение длины волны де Бройля для электронов (0,167 нм) с Брэгговской длиной волны рентгеновского излучения (0,165 нм). Таким образом, идея де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме электронов получила блестящее подтверждение в опытах Дэвиссона и Джермера.

Вскоре после опытов Дэвиссона и Джермера дифракционную картину от электронов получили Дж. Томсон и П. Тартаковский (1927 г.) при пропускании электронного пучка через металлическую фольгу. Пучок электронов (рис. 28), ускоренных разностью потенциалов порядка нескольких десятков киловольт, проходил через тонкую металлическую фольгу толщиной порядка 10^{-7} м и попадал на фотопластинку. Электрон при ударе о фотопластинку оказывает на нее такое же действие, как и фотон. Полученная таким способом **электронограмма** (рис. 29а) золота была сопоставлена с дифракционной картиной (**рентгенограммой**) (рис. 29б), полученной при рассеянии рентгеновского излучения пластин-

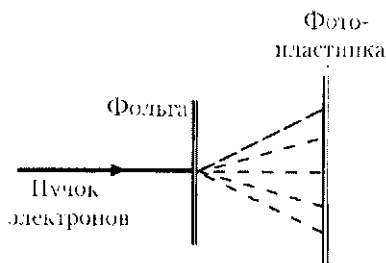


Рис. 28

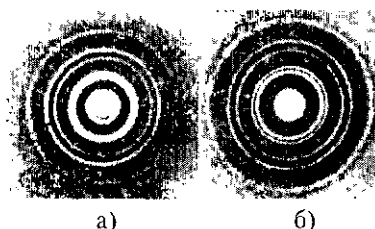


Рис. 29

кой алюминия. В обеих картинах обнаружилось поразительное сходство.

Более поздние эксперименты по дифракции одиночных, попеременно летящих электронов показали, что дифракционная картина, получаемая путем многократного «обстрела» препятствия, не отличается от дифракционных картин, получаемых при обычных интенсивностях электронных пучков. Это означает, что волновые свойства частиц не являются свойством их коллектива, а присущи каждой частице в отдельности.

Из анализа многочисленных экспериментальных данных следует вывод о том, что геометрические закономерности дифракции электронов ничем не отличаются от закономерностей дифракции электромагнитных волн. Опыты показали, что, как и при дифракции световых или рентгеновских волн [1–3], необходимым условием осуществления дифракции электронов является соизмеримость длины λ падающей волны с расстоянием d между рассеивающими центрами $\lambda \leq d$.

Вопрос о физическом смысле волн де Бройля (стр. 51–52) требует более подробного изучения [1–3], что выходит за рамки данного пособия. Отметим, однако, что волны де Бройля не являются электромагнитными. Они имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике. Если при дифракции электромагнитных волн максимумы и минимумы освещенности на экране объясняются вероятностью попадания фотонов в данную точку экрана, то чередование максимумов и минимумов при дифракции электронов в квантовой физике интерпретируется как распределение вероятности попадания электрона в различные точки фотопластинки. Электрон отклоняется от первоначального направления движения в результате взаимодействия с кристаллической решеткой и затем попадает в некоторую точку фотопластинки. Точно предсказать, в какое место попадет данный электрон, нельзя. После рассеяния можно указать лишь вероятность его попадания в ту или иную точку пространства. Эта вероятность в квантовой механике определяется квадратом модуля волновой функции электрона $|\Psi(x, y, z, t)|^2$, а дифракционная картина возникает как результат вероятностного процесса.

Справедливость идеи о волновых свойствах микрочастиц, а также формулы де Бройля была доказана в опытах по дифракции нейтронов и других микрочастиц. Опыты по дифракции нейтронов на кристаллах также подтвердили, что рассеяние происходит в соответствии с условием Вульфа–Брэггов.

Заметим, что, хотя наличие волновых свойств у микрочастиц является универсальным свойством материи, макроскопические тела практически не проявляют волновые свойства. Например, частице массой 1 г, движущейся со скоростью 1 м/с, соответствует волна де Бройля с $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-31}$ м. Такая длина волны слишком мала и лежит за пределами области, доступной для наблюдения. Поэтому макроскопические тела проявляют только корпускулярные свойства.

Открытие волновых свойств микрочастиц привело к появлению новых методов исследования структуры вещества – **электроннографии** и **нейтронографии**. Электроннография – метод исследования структуры кристаллических веществ, основанный на дифракционном рассеянии ускоренных электрическим полем электронов. Дифракция электронов на узлах кристаллической решетки имеет место потому, что величины межатомных расстояний в кристаллах совпадают по порядку с длиной волны, связанной с электроном. При прохождении через вещество электроны, обладающие волновыми свойствами, взаимодействуют с атомами, в результате чего образуются дифрагированные пучки, интенсивность и расположение которых связаны с атомной структурой вещества и другими структурными параметрами. Сильное взаимодействие электронов с веществом значительно ограничивает их проникающую способность по сравнению с рентгеновским излучением, при этом толщина просвечиваемых образцов составляет лишь десятые доли мкм. Электроннография чаще применяется для исследования структуры поверхностей твердых тел, например при изучении коррозии и катализа.

Порядок выполнения работы

Запустите программу «Квантовая физика». Выберите: «Дифракция электронов». Нажмите сверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.

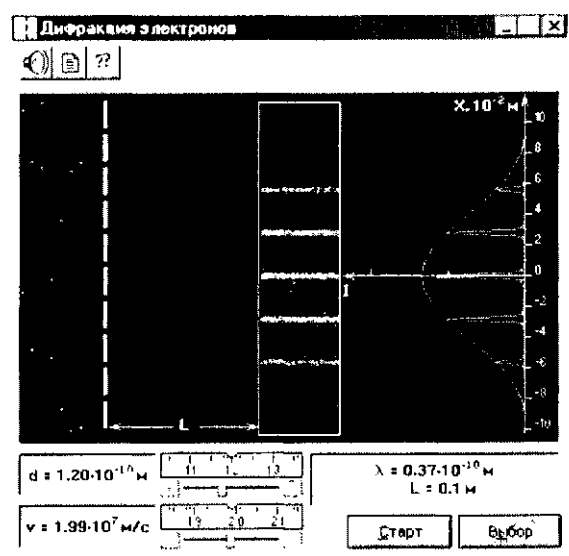


Рис. 30

Внимательно рассмотрите схему опыта на экране монитора (рис. 30) и зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

В работе моделируется эксперимент по дифракции электронов. Электроны (на экране обозначены зелеными точками) пропущаются через одномерную дифракционную решетку, выполняющую «функцию» кристаллической решетки.

Дифракционная решетка обозначена в виде пунктирной линии. В центре поля зрения изображена электронограмма с дифракционными максимумами, вид которой меняется в зависимости от постоянной d (или периода) решетки и скорости электронов. В правой части окна регистрируется относительная интенсивность максимумов дифракционной картины, а также координаты дифракционных полос.

С волновой точки зрения дифракция электронов полностью эквивалентна дифракции света на дифракционной решетке.

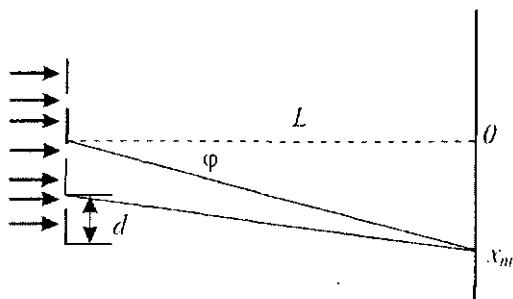


Рис. 31

Поэтому при рассеянии электронов на кристаллах положение главных максимумов определяется формулой дифракционной решетки (рис. 31):

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (\text{здесь } m = 1, 2, \dots). \quad (2.19)$$

При малых углах дифракции $\varphi \approx \frac{m\lambda}{d}$.

Если на некотором расстоянии от решетки поместить фотопластинку, то на ней будет зарегистрирована дифракционная картина в виде узких полос, положения которых при малых углах дифракции определяются соотношением

$$x_m \approx L\varphi \approx \frac{mL\lambda}{d},$$

откуда период кристаллической решетки (или межплоскостное расстояние) равно

$$d \approx \frac{mL\lambda}{x_m}. \quad (2.20)$$

При выполнении модельного эксперимента необходимо измерить координаты x_m максимумов интенсивности и определить по формуле (2.20) период дифракционной решетки d .

Измерения

1. Нажмите мышью кнопку «Выбор» и, зацепив мышью движок регулятора периода решетки, установите значение $d = 1,5 \cdot 10^{-10}$ м.
2. Аналогичным образом установите первое значение скорости электронов, указанное в табл. 8 для вашей бригады.
3. Нажмите мышью кнопку «Старт» и наблюдайте движение электронов через одномерную модель дифракционной кристаллической решетки и их регистрацию на фотопластинке.
4. Определите по шкале, расположенной в правой части окна, координаты первых трех максимумов интенсивности дифракционной картины и запишите эти значения в табл. 9.
5. Установите второе значение скорости для вашей бригады и повторите эти измерения еще раз.

Таблица 8. Значения скорости электронов

Номер бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
$v \cdot 10^7$, м/с	1,50 2,00	1,55 2,05	1,60 2,10	1,65 2,15	1,70 2,20	1,80 2,25	1,85 2,30	1,90 2,35

Таблица 9. Результаты измерений и расчетов

$V_1 =$					$V_2 =$				
λ	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	$d_{\text{срел}}$	λ	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	$d_{\text{срел}}$
d_2					d_1				

Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте для каждого значения x_m по формуле (2.20) период дифракционной решетки d_m , запишите эти данные в табл. 9. Сравните полученное среднее значение с величиной параметра d , заданного перед выполнением эксперимента
2. Проведите оценку погрешности измерений.

Контрольные вопросы

1. Назовите основные отличия кристаллических тел от аморфных.
2. Что такое кристаллическая решетка?
3. Что такое узлы кристаллической решетки?
4. Чем отличаются монокристаллы от поликристаллов?
5. Как можно классифицировать кристаллы?
6. Что такое ионная связь?
7. Что такое ковалентная связь?
8. Какие типы кристаллографических систем Вы знаете?
9. Определите основные свойства волн де Бройля.
10. В чем заключается соотношение неопределенностей?
11. Что такое волновая функция и в чем заключается её статистический смысл?
12. Запишите уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.
13. Что такое дифракция микрочастиц?
14. Каковы особенности дифракции на пространственной решетке?
15. Сформулируйте условие Брэгга–Вульфа. Что оно определяет?
16. Кем и когда впервые была доказана возможность дифракции электронов?
17. Какую информацию можно получить из анализа электронограммы?

Лабораторная работа 7(К)

СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ АТОМАРНОГО ВОДОРОДА

Изучите теоретический материал на стр. 38–44, 51–59 и в учебниках [1–3]. (Ниже в предисловии к работе 7(К) приводится лишь краткий обзор теоретического материала).

Цель работы: знакомство с планетарной и квантовой моделями атома при моделировании процесса испускания электромагнитного излучения возбужденными атомами водорода.

- Экспериментальное подтверждение закономерностей формирования линейчатого спектра излучения атомарного водорода при низких давлениях.
- Экспериментальное определение постоянной Ридберга.

Спектром электромагнитного излучения (ЭМИ) называют совокупность электромагнитных волн, излучаемых или поглощаемых атомами (молекулами) данного вещества. **Линейчатый спектр** состоит из отдельных компонент (линий), близких к гармоническим. Расстояние между линиями (по пикам длин волн или частот) много больше ширины линий. Такой спектр излучают атомарные газы. На рис. 17 приведен спектр атомов водорода, положение спектральных линий которого на шкале частот может быть определено по **обобщенной формуле Бальмера** (2.1).

Согласно **планетарной модели атома**, в центре атома расположено очень малое положительно заряженное ядро, вокруг которого по определенным (разрешенным) **стационарным орбитам** движутся электроны, масса которых во много раз меньше массы ядра. При движении по орбите электрон не испускает электромагнитного излучения (ЭМИ) (**1-й постулат Бора**, стр. 40). При поглощении ЭМИ (фотона) электрон переходит на более «высокую» разрешенную орбиту (см. рис. 18), на которой его энергия становится больше на величину ΔE , равную энергии поглощенного фотона $h\nu$. При обратном переходе электрон испускает фотон с такой же энергией $h\nu = \Delta E$ (**2-й постулат Бора**, формула (2.3)).

Квантовая модель атома (стр. 51–57) отличается от планетарной в первую очередь тем, что в ней электрон не имеет точно определенной координаты и скорости, поэтому бессмысленно говорить о траектории его движения. Можно определить (и нарисовать) только границы области его преимущественного движения, рис. 23, 24. Для описания движения электрона в кулоновском поле ядра атома водорода в рамках квантовой модели используют **уравнение Шрёдингера** (2.12), результатом решения которого являются **волновые функции** $\Psi(x, y, z, t)$, зависящие не только от координаты $\vec{r}$ и времени t , но и от параметров, называемых **квантовыми числами**. Каждое стационарное состояние электрона в атоме характеризуют четыре квантовых числа — **главное, азимутальное, магнитное и магнитное спиновое**, которые могут принимать определенные значения (стр. 53, 54).

Краткая запись состояния электрона в атоме: цифра, равная главному квантовому числу n , и буква, определяющая орбитальное (или азимутальное) квантовое число l (например, $1s$, $2s$, $2p$ и др.), табл. 10:

Таблица 10

Буква	s	p	d	e	f
Орбитальное квантовое число l	0	1	2	3	4

Энергия электрона в атоме водорода определяется главным квантовым числом n ($n = 1, 2, 3, \dots$) и может быть рассчитана по формуле (2.13):

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}.$$

Самому нижнему (**основному**) уровню соответствует минимальная возможная энергия E_1 , все остальные уровни ($E_n > E_1$, $n = 2, 3, \dots$) — **возбужденные**, см. рис. 25. При $E < 0$ движение электрона является **связанным**, при этом он принадлежит атому. При $E > 0$ движение электрона является **свободным** и соответст-

вует ионизированному атому. **Энергия ионизации** атома водорода равна

$$E_i = -E_1 = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} = 13,55 \text{ эВ}$$

В соответствии с **правилами отбора** квантовых чисел (стр. 53–54), электрону, обладающему энергией E_n , может соответствовать несколько состояний $\Psi_{n,l,m_l,s}$. Состояния электрона с одинаковой энергией называют **вырожденными**, **кратность вырождения** равна количеству состояний с одной и той же энергией.

Правило отбора азимутального квантового числа — $\Delta l = \pm 1$. Электрон в атоме может переходить только между состояниями, удовлетворяющими указанному правилу, см. рис. 25, табл. 11.

Таблица 11

Серия	Лаймана	Бальмера	Пашена	Брэкета
Переходы	$np \rightarrow 1s$	$ns \rightarrow 2p,$ $nd \rightarrow 2p$	$nf \rightarrow 3d,$ $np \rightarrow 3d$	$ng \rightarrow 4f,$ $nd \rightarrow 4f$

Спектральной серией называется совокупность линий излучения, соответствующих переходу электрона в атоме на один и тот же нижний уровень энергии.

Порядок выполнения работы

Запустите программу «Эл-магн. Кванты». Выберите «Квантовая физика», «Постулаты Бора». Нажмите сверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.

Внимательно рассмотрите рис. 32. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

1. Нажмите мышью кнопку «Старт» сверху экрана.
2. Подведите маркер мыши к уровню энергии электрона с номером n_0 , указанным в табл. 12 для вашей бригады, и нажмите левую кнопку мыши.

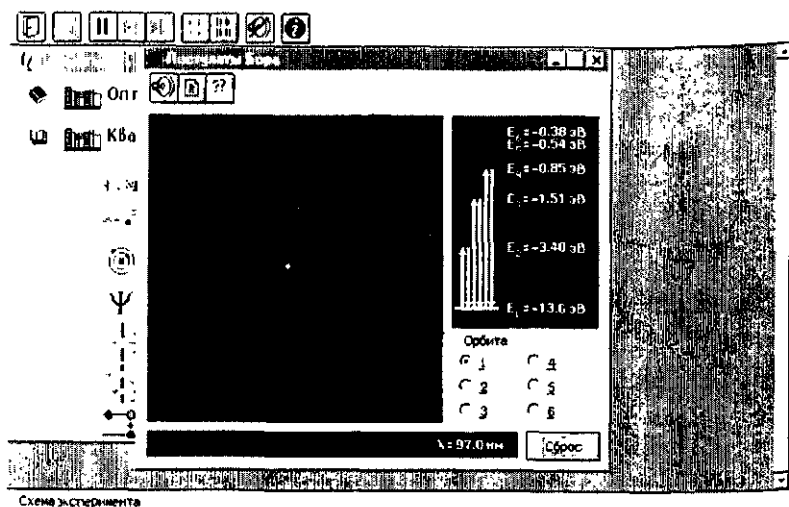


Рис. 32

- Наблюдайте и зарисуйте мигающие стрелки на модели атома водорода (в левом верхнем поле), а также стрелки в правом поле и отметки в нижнем поле, соответствующие линиям в данной серии.
- Запишите в табл. 13 величину главного квантового числа n_0 для нижнего уровня энергии данной серии, название серии и длины волн отдельных линий.

Таблица 13. Результаты измерений
Серия _____, $n_0 =$ _____

Номер линии $i =$	n	λ_p мкм	$1/\lambda_p$ мкм ⁻¹
1			
2			
3			
4			

Таблица 12. Для выбора началь-
ных условий (не перерисовывать)

Номер бригады	Гл. кв. число ниж. уровня n_0
1,5	1
2,6	2
3,7	3
4,8	4

Обработка результатов и оформление отчета

1. Вычислите и запишите в табл. 13 обратные длины волн.
2. Определите, какому энергетическому переходу соответствует каждая линия излучения в атоме водорода и между какими квантовыми состояниями электрона происходят эти переходы. Запишите в таблицу значения n .
3. Постройте график зависимости обратной длины волны ($1/\lambda$) от обратного квадрата главного квантового числа ($1/n^2$) для данной спектральной серии.
4. Определите по наклону графика значения постоянной Ридберга

$$R = \frac{\Delta(1/\lambda)}{\Delta(1/n^2)}.$$

5. Запишите ответ. Проанализируйте ответ и графики.

ТАБЛИЧНОЕ ЗНАЧЕНИЕ: Постоянная Ридберга $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

Контрольные вопросы

1. Что такое спектр электромагнитного излучения (ЭМИ)?
2. Что такое линейчатый спектр ЭМИ?
3. Что является источником линейчатого спектра ЭМИ?
4. Что такое полосатый спектр ЭМИ и что является его источником?
5. При каких условиях излучается сплошной спектр ЭМИ?
6. Опишите планетарную модель атома.
7. При каких условиях электроны в атоме излучают или поглощают ЭМИ?
8. Как связаны друг с другом характеристики фотона и электрона, который излучает данный фотон?
9. Какое уравнение используется для анализа квантовой модели атома?

10. Что является решением этого уравнения?
11. Как описываются электрон и его движение в квантовой модели атома?
12. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
13. Дайте определение орбитали электрона в атоме.
14. Что определяет главное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
15. Что определяет азимутальное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
16. Что определяет магнитное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
17. Что такое спин электрона?
18. Что определяет спиновое квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
19. Что определяет магнитное спиновое квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
20. Что такое вырожденные состояния?
21. Как определить кратность вырождения состояния?
22. Расшифруйте краткую запись состояния электрона в атоме ($2s^2, 2p^3$).
23. Может ли электрон иметь состояние $2d$ и почему?
24. Сформулируйте правило отбора.
25. Что такое спектральная серия?
26. Назовите названия спектральных серий излучения атомарного водорода. Запишите условия для их возникновения.

Лабораторная работа 8

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА НЕОНА С ПОМОЩЬЮ СТИЛОСКОПА СЛП-1

Изучите теоретический материал на стр. 38–44, 51–59 и в учебниках [1–3].

Цель работы: с помощью стилоскопа СЛП-1 произвести качественное исследование спектра неона. Используя показания шкалы барабана и градуировочный график, определить длины волн спектральных линий.

Приборы и принадлежности: стилоскоп СЛП-1, градуировочный график для определения длин волн спектральных линий.

Описание установки

Спектроскопы и стилоскопы различного типа предназначены для качественного исследования спектров в видимой области.

Переносной стилоскоп, используемый в работе, является спектроскопом особой конструкции. Его оптическая схема представлена на рис. 33. Источником света *S* является трубка или лампа, наполненная неоном. Свечение газа возникает вследствие газового разряда при переходе электронов из возбужденного в основное состояние. Поэтому оптическая схема включает в себя защитные стекла 1 и 2. Призма 3 направляет лучи на конденсор 4, после чего они проходят на объектив 6 через щель 5, находящуюся в его фокусе. Параллельный пучок из объектива проходит две диспергирующие призмы 7 и 8. Большая грань призмы 8 покрыта

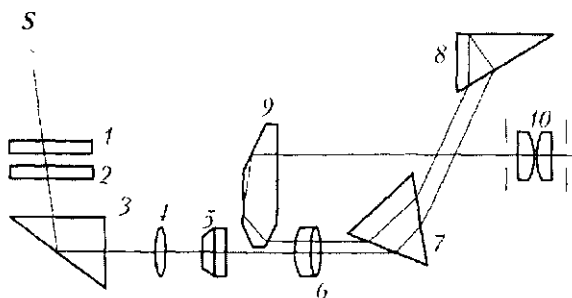


Рис. 33

серебром и лучи, отражаясь от этой грани, снова попадают на призму 7. Двойное прохождение света через призмы 7 и 8 увеличивает дисперсию прибора. Через объектив 6, который делает лучи сходящимися, и призму 9 лучи попадают в окуляр 10.

Оптическая схема смонтирована в корпусе прибора (рис. 34). В корпусе 1 смонтирована металлическая труба 2, в которой помещается оправа с неоновой лампой 3 и щелью 4. С левой стороны корпуса помещается барабан 5 с делениями, который вращается относительно неподвижного цилиндра. Один полный оборот барабана перемещает его на одно деление неподвижной шкалы на цилиндре, т. е. деление неподвижной шкалы на цилиндре соответствует 100 делениям шкалы барабана. Вращением барабана 5 поворачивают призму 8 (см. рис. 33), вследствие чего осуществляют перемещение спектра в поле зрения окуляра с наглазником 6 (см. рис. 34). При измерении длины волны спектральной линии необходимо, глядя в окуляр 6 стилоскопа и вращая барабан 5, подвести эту линию к треугольному указателю. Снять отсчет по барабану, а затем по градуировочному графику определить соответствующее значение длины волны в $\text{\AA}$ ($1 \text{ \AA} (\text{ангстрем}) = 10^{-10} \text{ м}$).

Проведенное ранее градуирование стилоскопа дает возможность выразить показания шкалы барабана стилоскопа в длинах волн.

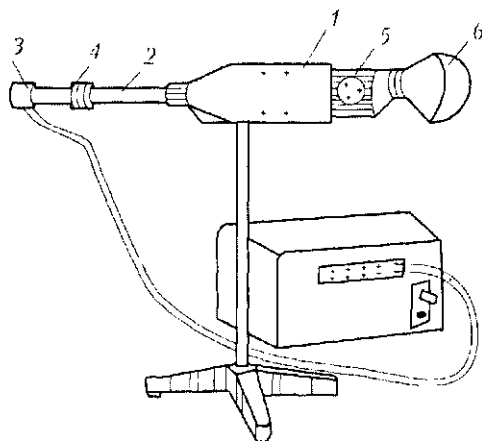


Рис. 34

Порядок выполнения работы

1. Включить неоновую лампу, установленную на конце металлической трубы, в сеть напряжением 220 В.
2. Вращением по часовой стрелке вывести барабан 5 в крайнее положение.
3. Осторожно вращая барабан против часовой стрелки, вывести линии спектра в поле зрения.
4. Совместить треугольный указатель окуляра с первой линией и сделать отсчет по шкале барабана с точностью до десятой доли деления. (Внимание! При совмещении указателя окуляра со спектральной линией нижняя половина линии перекрывается указателем.) Продолжая вращать барабан, перевести указатель на следующую хорошо видимую линию и снова сделать отсчет по шкале барабана и т. д. Количество линий выбирается по согласованию с преподавателем.
5. Результаты занести в табл. 14.
6. По градуировочному графику (см. график на лабораторном столе) определить длину волны каждой линии.

Таблица 14

Газ	Цвет спектральной линии	Показания по шкале барабана	Длина волны, Å
Неон	Красный (3–4 линии)		
	Оранжевый		
	Желто-зеленый		
	Ярко-зеленый		

Контрольные вопросы

1. С чем связано существование спектров различных типов? Какие типы спектров Вам известны? Какова их природа?
2. Объясните строение атома неона.
3. Расскажите содержание постулатов Бора, их значение для объяснения спектров испускания веществ.
4. Каково назначение и принцип действия стилоскопа?

Лабораторная работа 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ РТУТИ С ПОМОЩЬЮ СТИЛОМЕТРА СТ-7

Изучите теоретический материал на стр. 38–44, 51–59 и в учебниках [1–3].

Цель работы: определить длины волн, соответствующие линиям в спектре ртути.

Приборы и принадлежности: стилометр СТ-7, градуировочный график.

Описание установки

Стилометр предназначен для экспрессного качественного и количественного анализа металлов и сплавов методом спектрального анализа. С его помощью можно в течение нескольких минут определить количественное содержание легирующих и вредных элементов в легированных сталях и цветных сплавах. Поэтому спектральный анализ более эффективен, чем химические методы. Другим значительным преимуществом стилометра является почти полное отсутствие повреждений пробы при анализах. Это позволяет производить контроль проб во время плавки стали, а также готовых изделий и полуфабрикатов.

Стилометр — спектральный прибор высокой чувствительности, большой дисперсии и разрешающей способности, дающий возможность изучить близко расположенные друг к другу спектральные линии.

Основные части оптической схемы: коллиматор, дающий параллельный узкий пучок света; диспергирующая система призм, разлагающая пучок света в спектр; фокусирующая система зрительной трубы. При анализе металлов и сплавов источником света в стилометре является высокочастотная искра, возникающая между постоянным металлическим электродом из электролитической меди и электродом, которым является исследуемый металл. Питание к электродам подается от специального искрового генератора.

В данной работе в качестве источника света используется ртутная лампа низкого давления, питаемая переменным током от специального устройства.

Свет от источника света S (рис. 35) фокусируется конденсором 1 на щель 2. Пройдя призму 3, световой пучок попадает на коллиматорный объектив 4 и далее разлагается в спектр блоком

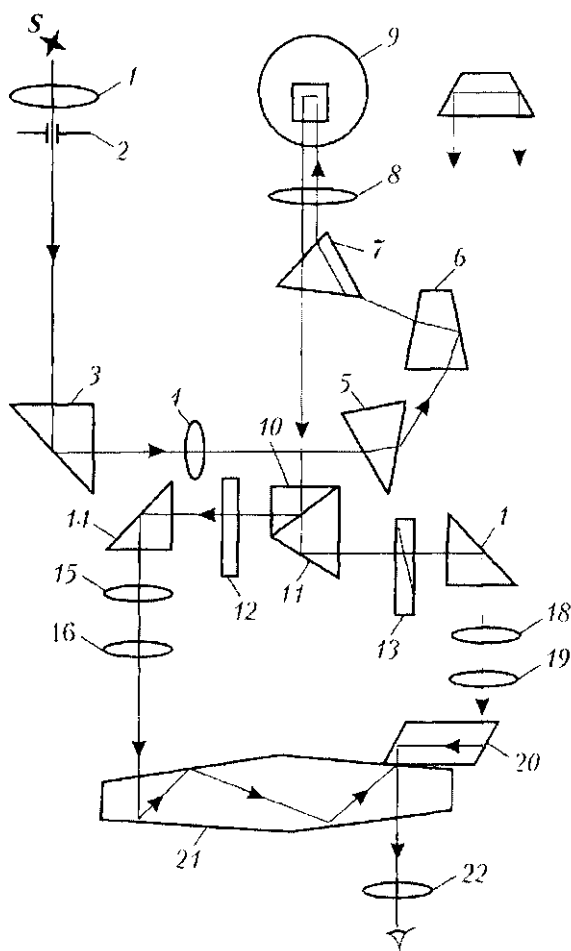


Рис. 35

диспергирующих призм 5, 6, 7. Призма 9 поворачивает луч на 180° , причем луч выходит из призмы выше входящего луча. Таким образом, этот луч проходит выше объектива 8 и диспергирующей призмы 7 и попадает на призму 10. Действительное изображение спектра фокусируется объективом 8 (закреплен неподвижно) зрительной трубы в плоскости, пересекающей гипотенузную грань призмы 10.

Назначение призм 10 и 11 состоит в том, чтобы разделить спектр на две части. Небольшой участок спектра призма 10 направляет на фотометрический клин 12 и призму 14, а оставшуюся часть спектра пропускает на призму 11, которая направляет ее на фотометрический клин 13 и призму 17. Затем оба участка спектра фокусируются в поле зрения окуляра с помощью оборачивающих систем 15, 16 и 18, 19. Призмы 20 и 21 направляют свет вдоль оптической оси окуляра 22, который даст увеличенное мнимое изображение спектра, наблюдаемое глазом.

Конструкция стилометра

Стилометр состоит из корпуса 1 (рис. 36), основания 2, механизма щели и проекционной насадки 3. Источником света служит ртутная лампа ПРК-4. Внутри ее кварцевого корпуса происходит электрический разряд в парах ртути. При этом возбужден-

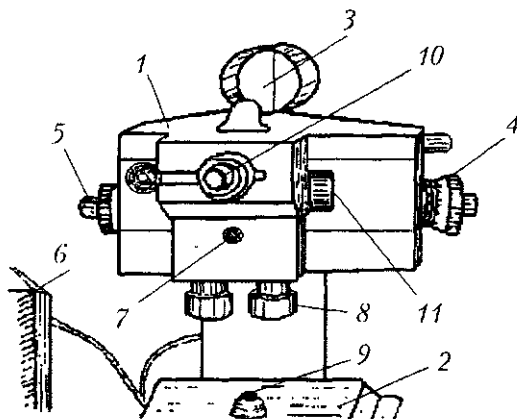


Рис. 36

ные атомы ртути отдают свою энергию в виде световых квантов. Участки видимого спектра наблюдают в окуляр 10. Выведение в поле зрения нужного участка спектра осуществляется поворотом блока диспергирующих призм 5, 6, 7 (см. рис. 35). Вращение пластинки с призмами осуществляется посредством маховичка 4 (см. рис. 36), находящегося с правой стороны стилометра. Весь спектр просматривается за пять оборотов маховичка. Вращать его нужно осторожно, избегая резких движений при подходе к крайним делениям шкалы, чтобы не сбить градуировку прибора. Резкость изображения спектра достигается объективом 4 (см. рис. 35), который перемещается маховичком 5 (см. рис. 36).

Порядок выполнения работы

1. В присутствии преподавателя включить систему питания ртутной лампы в сеть напряжением 220В. Если лампа не загорелась, на мгновение нажать кнопку «пуск» 9 (см. рис. 36). Если лампа снова не загорелась, повторить кратковременное нажатие кнопки до загорания лампы.
2. Для предварительного ознакомления с видимым спектром ртутной лампы просмотреть всю область, вращая винт 4, и запомнить яркие линии, положение которых необходимо определить. Рабочий диапазон измерительного барабана (винт 4) может изменяться в пределах от 1,00 до 5,00 делений.
3. С помощью винта 4 выставить в вертикальную прямоугольную рамку (видимую в середине поля зрения) зеленую спектральную линию и сфокусировать ее окуляром 10, поворачивая рифленое кольцо. При дальнейшей работе окуляр не передвигать!
4. Вращая винт 5, сфокусировать зеленую линию спектра коллиматорным объективом. При переходе от одних участков спектра к другим необходимо подправлять фокусировку спектральных линий объективом, не изменяя фокус окуляра.
5. Если в прямоугольной рамке или сбоку от этой рамки будут видны черные провалы, то необходимо поворачивать винт 11 до тех пор, пока вся рамка не будет четко видна без темных провалов.

6. Барабан 4 поставить в такое положение, чтобы отсчет по микрометрической шкале был 1,00.
7. Передвигая спектральные линии слева направо, зафиксировать по шкале барабана положения самых ярких линий ртути в каждой части спектра (красной, желтой, зеленой, голубой, синей, фиолетовой). Отсчет произвести в тот момент, когда линия пройдет левую границу прямоугольной вертикальной рамки и увеличится в размерах по высоте.
8. Результаты занести в табл. 15.

Таблица 15

Цвет линий	Количество делений по шкале барабана, n	Длина волны, найденная по графику, Å	Длина волны по справочнику, Å
Красная			6234
Красно-оранжевая			6123
			6073
Желтая			5791
			5770
Зеленая			5461
			4916
			4900
Синяя			4358
			4347
			4339
Фиолетовая			4108
			4078
			4047

Примечание: наименьшей интенсивностью обладают красные линии

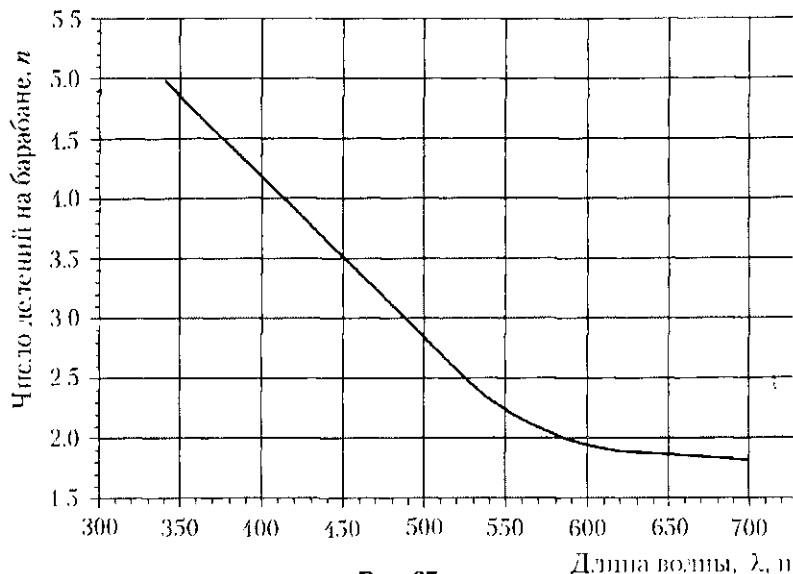


Рис. 37

9. Выключить установку.
10. По градуировочному графику (рис. 37) определить длины волн линий спектра ртути и сравнить их с соответствующими длинами волн, взятыми из справочника.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит преимущество спектрального анализа по сравнению с химическим?
2. Какой источник света используется в стилометре СТ-7?
3. Каким образом в окуляре возникает система цветных спектральных линий?
4. С чем связана окраска спектральных линий?
5. Могут ли реагировать на внешнее электромагнитное возмущение с заданными частотными характеристиками одновременно все электроны в атоме ртути?

Лабораторная работа 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОНОХРОМАТОРА

Изучите теоретический материал на стр. 38–44, 51–59 и в учебниках [1–3].

Цель работы: ознакомление с принципом действия и работой спектрального аппарата – монохроматора УМ-2, изучение спектров неона и паров ртути, построение градуировочного графика монохроматора и определение его дисперсионных характеристик.

Приборы и принадлежности: монохроматор УМ-2, неоновая и ртутная лампы, блок питания. Спектральный прибор УМ-2 служит для пространственного разделения волн различных длин.

Оптическая схема установки

Принципиальная схема спектрального аппарата представлена на рис. 38. Установка состоит из трех основных частей: коллиматора 2–4 для получения пучка параллельных лучей, диспергирующей призмы 5 и зрительной трубы 6–8 для наблюдения спектра. Свет от источника 1 проходит через конденсор 2 и освещает щель 3, которая расположена в фокальной плоскости объектива колли-

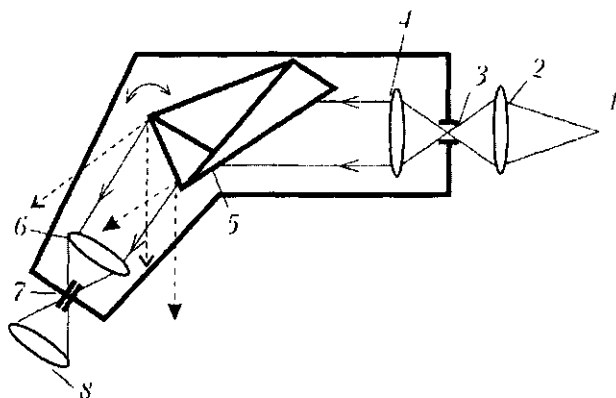


Рис. 38

матора 4. Из объектива параллельный пучок лучей направляется на диспергирующую призму 5. Если свет источника не является монохроматическим, то, проходя через призму 5, он разложится по длинам волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$. Эти лучи дают спектральную картину в фокальной плоскости 7 объектива 6 зрительной трубы.

Основными характеристиками спектрального аппарата являются угловая и линейная дисперсия. Они численно равны соответственно угловому и линейному расстоянию между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу. Угловая дисперсия D_φ определяется отношением углового расстояния $\delta\varphi$ между двумя спектральными линиями к величине $\delta\lambda$, на которое различаются эти линии:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}. \quad (2.21)$$

Линейная дисперсия:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda} \quad (2.22)$$

где δl – линейное расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Линейная и угловая дисперсии связаны соотношением

$$D_l = f_{об} D_\varphi, \quad (2.23)$$

где $f_{об}$ – фокусное расстояние объектива зрительной трубы.

Единицами измерения угловой и линейной дисперсии являются град/нм и мм/нм соответственно.

Описание установки

Установка включает в себя монохроматор УМ-2, неоновую и ртутную лампы, блок питания к лампам. Ее внешний вид представлен на рис. 39.

Наблюдение спектральных линий и измерение их положения выполняются на монохроматоре УМ-2 со стеклянной оптикой. Монохроматор установлен на оптической скамье, где также размещаются источники света (газоразрядные трубки) 6 и конденсор 5, закрепленные на штативах. Объектив коллиматора, система

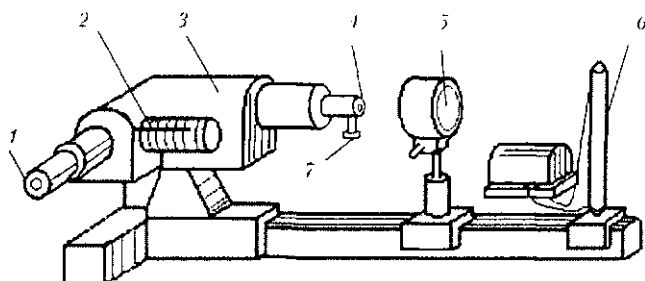


Рис. 39

диспергирующих призм, объектив зрительной трубы, изображенные на рис. 38, смонтированы внутри корпуса прибора. Монохроматор УМ-2 является симметричной системой: фокусное расстояние его коллиматора равно фокусному расстоянию объектива зрительной трубы (280 мм). Ширина входной щели 4 регулируется микрометрическим винтом 7.

Объектив коллиматора должен быть установлен так, чтобы щель находилась в его фокусе. Правильной установке объектива соответствует положение шкалы с нониусом на отметке 10,8. (На боковой стороне корпуса прибора расположена шкала с нониусом 3, показывающая положение объектива коллиматора.)

В фокальной плоскости объектива зрительной трубы расположена выходная щель. Для определения положения спектральной линии в плоскости выходной щели имеется указатель в виде темного острия, наблюдаемый через окуляр. Вывод спектральной линии на указатель осуществляется поворотом диспергирующих призм при помощи барабана 2. Резкость изображения указателя и спектральных линий регулируется путем вращения кольца окуляра 1.

Положение спектральной линии отсчитывается по барабану 2, соединенному с системой диспергирующих призм. При повороте барабана на одно деление система призм поворачивается на $20''$.

Источником света в данной работе являются газоразрядные спектральные лампы, наполненные неоном и парами ртути. Лампы следует включать только на время измерений во избежание их старения.

Упражнение 1. Градуировка шкалы барабана УМ-2.

Градуировка шкалы барабана монохроматора выполняется для того, чтобы установить соответствие между показаниями шкалы прибора и длинами волн спектральных линий. Для градуировки используются спектральные трубки с неоном и парами ртути. В табл. 16 приведены данные по длинам волн спектральных линий этих веществ, необходимые в работе для построения градуировочного графика.

Таблица 16

Неон		Ртуть	
Цвет	Длина волны λ , нм	Цвет	Длина волны λ , нм
Красные: № 1 от начала	717,3	Две близких желтых	579,1 579,0
№ 4 – “ –	659,9		
№ 7 – “ –	640,0	Светло-зеленая, первая после желтой	546,07
№ 12 – “ –	621,7		
Оранжевая, третья слева от желтой	594,5	Светло-голубая Синяя яркая	491,6 435,8
Желтая Зеленая, первая после желтой	585,2 540,0	Фиолетовая, правая из двух стоящих рядом	404,6

Построение градуировочного графика включает следующие операции:

1. Газоразрядную трубку с неоном установить на рельс почти вплотную к входной щели прибора и включить в сеть через блок питания в гнездо «лампа МН-5». Регулируя положение трубки, добиться хорошего попадания света в щель коллиматора.

2. Поворачивая барабан 3, просмотреть весь спектр от красных до зеленых линий.
3. Последовательно совмещая указатель окуляра с линиями спектра, представленными в табл. 16, произвести отсчет делений по барабану. Занести в табл. 17 значения длин волн этих линий и соответствующие им значения делений.

Таблица 17

№ п/п	Длины волн спектральных линий λ , нм	Деления барабана, n

4. Убрать неоновую лампу с рельса, оставив только ртутную трубку и конденсор. С помощью ручек «сеть», «лампа д. р. ш.», «пуск» блока питания включить ртутную трубку. Подождать до тех пор, пока она начнет гореть устойчиво, и сфокусировать свет на входную щель коллиматора. Измерить согласно п. п. 2,3 положение спектральных линий паров ртути. Результаты измерений занести в табл. 18.
5. По данным табл. 17 на миллиметровой бумаге построить градуировочный график $\lambda = f(n)$. По оси абсцисс следует отложить деления барабана n , по оси ординат – соответствующие длины волн спектральных линий. Масштаб для построения выбрать так, чтобы он позволял определить длину волны до 1 нм. Градуировочный график должен представлять собой плавную кривую.

Упражнение 2. Определение дисперсии монохроматора УМ-2.

1. Вычислить величину угловой дисперсии в окрестности длин волн 450, 500, 550, 600, 650 и 700 нм по формуле (2.21). Для этого на градуировочном графике вблизи каждой из этих длин волн отложить отрезок $\delta\lambda$, равный 10 нм, и найти значения делений n_1 , n_2 , соответствующие концам указанного

интервала длин волн. Угол $\delta\varphi$, выраженный в градусах, вычислить по формуле

$$\delta\varphi = \frac{20(n_1 - n_2)}{3600}. \quad (2.24)$$

Занести результаты вычислений в табл. 18.

Для тех же участков спектра вычислить величину линейной дисперсии по формуле (2.23) (фокусное расстояние объектива коллиматора принять равным $F_{об} = 280$ мм) и полученные значения занести в табл. 18.

Таблица 18

№ п / п	Длина волны λ , нм	Угловая дисперсия D_φ , град / нм	Линейная дисперсия D_l , мм / нм

- По данным табл. 18 построить график зависимости линейной дисперсии от длины волны.

Контрольные вопросы

- Каков принцип действия спектрального прибора?
- Что называется угловой дисперсией?
- Что называется линейной дисперсией? Как они связаны между собой?
- Объясните происхождение линейчатых спектров неона и паров ртути.
- Почему для построения градуировочного графика спектрального прибора удобно использовать спектры неона и паров ртути?
- В какой области спектра угловая и линейная дисперсии больше, в какой меньше? Почему они не постоянны?

Раздел 3

Элементы физики ядра

3.1. Состав и свойства атомных ядер

Опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц показали, что атомы состоят из положительно заряженного ядра и окружающих его заряженных электронов. Атомные ядра имеют размеры 10^{-14} – 10^{-15} м (размеры атома $\sim 10^{-10}$ м) и состоят из элементарных частиц — протонов и нейтронов, которые являются зарядовыми состояниями одной частицы — нуклона. Протон имеет положительный электрический заряд, равный по абсолютной величине заряду электрона. Заряд нейтрона равен нулю. Заряд ядра равен Ze , где Z — зарядовое число ядра, равное числу протонов и совпадающее с порядковым номером химического элемента в периодической таблице Менделеева. В настоящее время известны ядра со значениями Z от $Z = 1$ до $Z = 107$. Для всех ядер, кроме ${}^1_1\text{H}$ и ${}^3_2\text{H}$, число нейтронов $N \geq Z$.

Число нуклонов в ядре $A = N + Z$ называют массовым числом. Ядро химического элемента X обозначается A_ZX , где X — символ химического элемента.

Ядра с одинаковыми Z , но разными A (т. е. с разными числами нейтронов $N = A - Z$), называются изотопами, а ядра с одинаковыми A , но разными Z , называют изобарами. Радиус ядра определяется по формуле $R = R_0 A^{1/3}$, где $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15}$ м = $(1,3 \div 1,7)$ Фёрми, (1 Фёрми = 10^{-15} м). Объем ядра пропорционален числу нуклонов в нем. Плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер и составляет $\sim 10^{17}$ кг/м³.

Ядра атомов имеют собственный момент импульса (спин) $L_{\text{я}} = \sqrt{I(I+1)}\hbar$, где I — спиновое квантовое число — складывается из спинов входящих в ядро нуклонов. Спин нуклона равен $\frac{1}{2}\hbar$.

Число может принимать целочисленные или полуцелые значения $0, 1/2, 1, 3/2$ и т. д.

Магнитный момент ядра μ равен сумме магнитных моментов нуклонов и вычисляется по формуле $\mu = \gamma_n L_n$, где γ_n — ядерное гиромагнитное отношение. Единицей магнитного момента ядра служит ядерный магнетон $\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p}$, где m_p — масса протона.

Ядерный магнетон в $\frac{m_p}{m_e} \approx 1836$ раз меньше магнетона Бора,

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$, поэтому магнитные свойства атомов определяются

в основном магнитными свойствами его электронов.

Ядро является устойчивым образованием, несмотря на отталкивание в нем одноименно заряженных протонов. Это означает, что между нуклонами существует особое ядерное взаимодействие, не сводящееся ни к одному из типов сил, известных в классической механике (гравитационных или электромагнитных).

Исследования показали, что масса ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов. Следовательно, при образовании ядра должна выделяться энергия, которая по закону Эйнштейна равна $\Delta W = \Delta mc^2$. Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется **энергией связи ядра**. Она характеризует прочность ядра и равна

$$W_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n + m_\alpha]c^2.$$

Величина $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n + m_\alpha]$ называется **дефектом массы ядра**.

Для некоторых ядер характерно свойство **радиоактивности**, т. е. способность самопроизвольно превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Различают три типа радиоактивного излучения: α -, β - и γ -излучение.

α -излучение представляет собой поток ядер гелия. Заряд α -частицы равен $+2e$, масса совпадает с массой ядра изотопа гелия ${}^4_2\text{He}$. β -излучением называют поток быстрых электронов, рождающихся в результате процессов, происходящих внутри ядра, например превращения одного из нейтронов β^- — активного яд-

ра в протон 1_1p с одновременным образованием электрона ${}^0_{-1}e$ и антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}_e$:

$${}^1_0n = {}^1_0p + {}^0_{-1}e + {}^0_0\bar{\nu}_e.$$

γ -излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение. Из-за чрезвычайно малой длины волны ($\lambda < 10^{-10}$ м) это излучение проявляет корпускулярные свойства, поэтому его часто называют потоком γ -квантов.

3.2. Космические лучи и элементарные частицы

Космическими лучами называют поток атомных ядер и элементарных частиц высоких энергий, идущих из космического пространства. В настоящее время общее число известных элементарных частиц (вместе с античастицами) приближается к 400. Интенсивность космического излучения зависит от высоты. Она достигает максимума на высоте $h \approx 25$ км, затем уменьшается и остается практически постоянной с $h \approx 50$ км. За пределами земной атмосферы космические лучи состоят, в основном, из протонов (~90 %), ядер атомов гелия и более тяжелых элементов. По современным представлениям первичное излучение имеет галактическое происхождение. Космические лучи образуются на Солнце и при взрывах сверхновых звезд. Энергия частиц первичного космического излучения составляет $10^9 - 10^{19}$ эВ. По одной из гипотез, такую энергию заряженной частицы получают в электромагнитных полях звезд или других космических образований. Магнитное поле Земли искривляет траекторию движения частиц, и поэтому лишь ничтожная доля излучения достигает ее поверхности. Столкновение частиц первичного излучения с ядрами атомов атмосферы Земли приводит к ядерным реакциям, в результате которых возникают частицы вторичного космического излучения – быстрые протоны, нейтроны, α -частицы, π -мезоны и осколки ядер. При повторных столкновениях частицы вторичного излучения растрачивают свою энергию уже на высоте около 10 км над уровнем моря. Однако часть π -мезонов из-за малого времени жизни ($\sim 10^{-8}$ с) успевает испытать распад до того,

как они захватываются атомными ядрами. π -мезоны распадаются на мюоны (μ^+ , μ^-), мюонные нейтрино ν_μ , антинейтрино ($\bar{\nu}_\mu$) и γ -кванты:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

Значительная часть мюонов, возникающих в верхних слоях атмосферы, достигает Земли, а некоторые из них испытывают распад:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu,$$

где ν_e и $\bar{\nu}_e$ — электронные нейтрино и антинейтрино.

Вторичное космическое излучение состоит из двух компонентов — мягкого, сильно поглощаемого свинцом, и жесткого, обладающего большой проникающей способностью. К мягкому компоненту относятся электроны, позитроны и γ -кванты. Жесткий компонент излучения состоит в основном из мюонов, протонов и мезонов.

3.3. Методы регистрации элементарных частиц

Для наблюдения и регистрации заряженных частиц используются различные методы.

Сцинтилляционный счетчик. Существуют вещества, которые отвечают вспышками света на пролет в них заряженной элементарной частицы. Такие вещества называют сцинтилляторами.

Все сцинтилляторы характеризуются тем, что обладают атомными или молекулярными «оптическими» уровнями, которые возбуждаются полем пролетающей заряженной частицы. В качестве сцинтилляторов часто используют кристаллы йодистого натрия с добавками таллия. Эти кристаллы чувствительны к γ -квантам, которые выбивают из атомов йода быстрые фотоэлектроны.

Сцинтилляционные счетчики имеют высокую разрешающую способность. Они могут регистрировать частицы, проходящие через сцинтиллятор с интервалом времени $\sim 10^{-9}$ с.

Счетчик Гейгера–Мюллера – газоразрядный счетчик для автоматического счета частиц. Хорошие счетчики позволяют регистрировать до 10^4 и более частиц в секунду, однако они не различают заряженные частицы по типам и не дают возможности измерять их энергию.

Счетчик, представляющий собой наполненный инертным газом сосуд с двумя электродами (рис. 40), работает в области вольт-амперной характеристики, соответствующей самостоятельному разряду, т. е. разряду, не исчезающему после действия внешнего понизителя. Стенки прибора образуют один из электродов (катод), второй электрод (анод) вводится через изоляционную пробку. На электроды подается высокое напряжение порядка 1000 В. Заряженные частицы, попадая извне в сосуд, ионизируют инертный газ, в результате чего образуются положительно заряженные ионы и свободные электроны. Электрическое поле, создаваемое между электродами, ускоряет электроны до энергий, при которых начинается **вторичная** (или ударная) **ионизация**, обусловленная столкновениями вторичных электронов с атомами и молекулами газа и стенок. Возникающая при этом лавина электронов притягивается анодом, тем самым снижая его потенциал, в результате через резистор R течет ток. Импульс напряжения, возникающий на резисторе, подается на регистрирующее устройство и фиксирует попадание частицы. Одновременно с регистрацией частицы в счетчике гасится режим газового усиления и лавинообразное нарастание ионов, вследствие чего разряд прекращается. Счетчики Гейгера–Мюллера применяются в основном для регистрации электронов и γ -квантов. Для обнаружения γ -квантов, обладающих малой ионизирующей способностью,

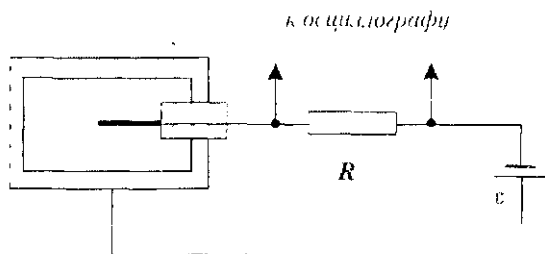


Рис. 40

внутреннюю поверхность счетчика покрывают материалом, из которого они выбивают электроны. Тяжелые частицы (например, α -частицы) практически не попадают в счетчик из-за их малой проникающей способности.

Черенковский счетчик. Принцип работы черенковского счетчика основан на свойствах излучения Вавилова–Черенкова, которое возникает при движении заряженных частиц в среде со скоростями V , превышающими фазовую скорость света c/n в данной среде (n — показатель преломления среды).

Согласно теории электромагнитных волн, при скоростях $V < c/n$ заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. Однако, как было доказано советскими физиками И. Е. Таммом и И. М. Франком, при движении с очень высокими скоростями, $V > c/n$, заряженная частица излучает электромагнитные волны даже при равномерном движении.

Двигаясь со скоростью $V > c/n$ в прозрачной жидкой среде, такая частица вызывает кратковременную поляризацию в окрестностях тех точек, через которые она пролетает. При этом молекулы среды, лежащие на пути частицы, становятся кратковременными когерентными источниками элементарных электромагнитных волн, интерферирующих при их наложении. В результате возникает ярко-голубая световая вспышка, свидетельствующая о движении в среде частицы со скоростью $V > c/n$. В черенковских счетчиках световая вспышка преобразуется с помощью фотоумножителя в импульс тока.

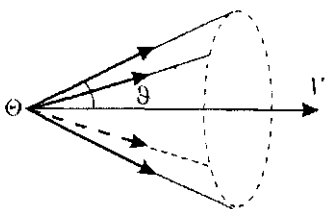


Рис. 41

Характерной особенностью излучения Вавилова–Черенкова является то, что оно распространяется только по направлениям, образующим острый угол ϑ с траекторией частицы (рис. 41). Причем в направлении образующей конуса волны усиливают друг друга. Угол ϑ связан со скоростью частицы соотношением:

$$\cos \vartheta = \frac{c/n}{V} = \frac{c}{nV}.$$

Измеряя опытным путем угол ϑ , определяют скорость частицы V .

С помощью черенковского счетчика была открыта короткоживущая частица — антипротон.

Камера Вильсона представляет собой стеклянный сосуд с поршнем, содержащим насыщенные пары воды или спирта. При резком опускании поршня и расширении объема газа происходит его адиабатическое охлаждение, пар становится перенасыщенным. Заряженная частица, пролетая в таком паре, создает на своем пути цепочки ионов, являющихся центрами конденсации. Возникающие на этих центрах капельки жидкости образуют след пролетевшей частицы — трек, который можно сфотографировать. По длине трека оценивают энергию частицы, а по числу капелек на единицу длины трека рассчитывают величину ее скорости. Если поместить камеру в магнитное поле, то под действием силы Лоренца траектория заряженных частиц искривляется. По направлению искривления и радиусу кривизны определяют знак и удельный заряд частицы.

Пузырьковая камера, в отличие от камеры Вильсона, заполнена перегретой жидкостью. При попадании заряженной частицы в камеру вдоль ее траектории образуются ионы, которые становятся центрами парообразования. Из-за высокой плотности жидкости частицы тормозятся на отрезках в тысячу раз меньших, чем в камере Вильсона, что позволяет регистрировать частицы высоких энергий.

Метод толстослойных фотоэмульсий заключается в фотографировании следов частиц в специальных толстослойных фотоэмульсиях. Быстрые заряженные частицы вызывают ионизацию молекул фотоэмульсии и почернение ее зерен. Ионизирующая способность частицы определяется ее скоростью, поэтому по числу почерневших зерен фотоэмульсии, приходящихся на один сантиметр пути, можно определить скорость частицы, а по длине пробега ее в фотоэмульсии — начальную энергию. Метод толстослойных фотоэмульсий позволяет фиксировать пробеги частиц огромной энергии, в том числе и космических.

Лабораторная работа 11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ У ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Изучите теоретический материал на стр. 91–97 и в учебниках [1–3].

Цель работы: изучить космическое излучение, его происхождение, состав и свойства; методы регистрации космических лучей; измерить интенсивность космического излучения у поверхности Земли.

Приборы и принадлежности: установка для регистрации космических частиц.

Описание установки

Установка для регистрации космических частиц состоит из двух счетчиков Гейгера–Мюллера $СГ_1$ и $СГ_2$, источника высокого напряжения и осциллографа O (рис. 42).

Напряжение источника питания подбирается таким образом, чтобы счетчики $СГ_1$ и $СГ_2$ работали в гейгеровском режиме. Сигналы от каждого счетчика с сопротивлений R_1 и R_2 через раз-

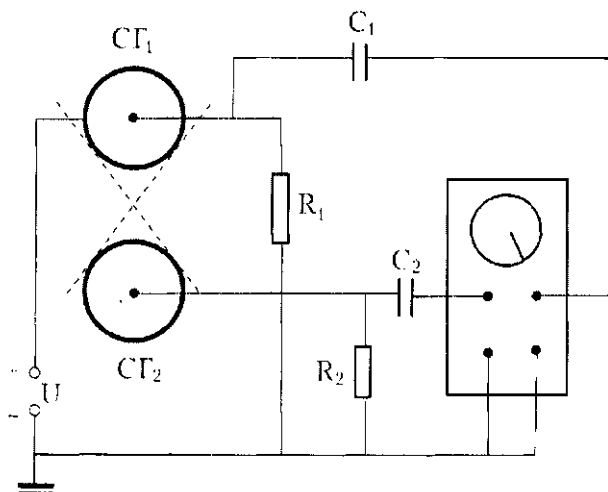


Рис. 42

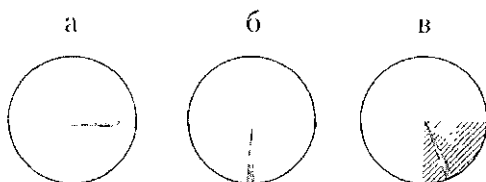


Рис. 43

лительные емкости C_1 и C_2 подаются на входы Х и У осциллографа, на экране которого наблюдаются импульсы при прохождении через счетчики частиц с высокой энергией.

При наличии какой-нибудь фоновой частицы, образовавшейся, например, в результате ядерного расщепления и пролетающей через счетчик $СГ_1$ или $СГ_2$, луч осциллографа отклоняется соответственно в горизонтальном либо вертикальном направлениях. На экране будет наблюдаться картина, изображенная на рис. 43а и 43б соответственно.

При попадании частицы в пространство, ограниченное телесным углом установки и отмеченное на рис. 43в пунктирными линиями, срабатывают оба счетчика. Сигналы поступают как на вертикальные, так и на горизонтальные отклоняющие пластины осциллографа. На экране будут наблюдаться вспышки в заштрихованном секторе (см. рис. 43в). При расположении счетчиков один над другим (см. рис. 42) будут регистрироваться частицы, попадающие в телесный угол из космоса. Такие установки, чувствительные к направлению, обычно называют «телескопами». «Телескоп» регистрирует мезоны, электроны и позитроны, которые обладают высокой энергией. γ -кванты и β -частицы практически не вызывают электрического разряда сразу в двух счетчиках. Первые перестают существовать после регистрации одним из счетчиков, исчезая, например, при фотоэлектрическом поглощении. Энергия вторых недостаточна для прохождения сквозь стенки «телескопа».

Интенсивность падающих космических лучей рассчитывают по формуле

$$I = \frac{N}{t}, \quad (3.1)$$

где N – число частиц, проходящих через оба счетчика за время t .

Порядок выполнения работы

1. Включить «телескоп» в сеть с напряжением 220 В.
2. Включить в сеть 220 В осциллограф.
3. После прогрева осциллографа сосчитать число частиц, прошедших одновременно через оба счетчика (см. рис. 43в) в течение 5 минут.
4. Вычислить по формуле (3.1) интенсивность космического излучения.

Контрольные вопросы

1. Расскажите об устройстве и принципе действия «телескопа».
2. Какие элементарные частицы регистрируются «телескопом»?
3. Дайте характеристику α , β -частиц и γ -квантов. Каковы их масса, заряд, энергия, проникающая способность?
4. Почему γ -квант не может быть зарегистрирован одновременно двумя счетчиками Гейгера–Мюллера?
5. Какие виды защиты существуют у планеты Земля от космического излучения?
6. Расскажите о строении атмосферы Земли.

Приложение

Решение уравнения Шрёдингера для атома водорода

Ниже приводится алгоритм решения уравнения Шрёдингера [6] для простейшего атома водорода и одноэлектронных ионов He^+ , Li^+ , Be^+ и т. д., которые условно принято называть **водородоподобными атомами**, так как они содержат по одному электрону.

Волновое уравнение для микрочастицы (см. с. 52), движущейся со скоростью $v \ll c$ в силовом поле и обладающей потенциальной энергией (или **временное уравнение Шрёдингера**), записывается в виде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U \cdot \Psi = i\hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (4.1)$$

где U — потенциальная энергия частицы; $i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка, деленная на 2π (приведенная постоянная Планка); m — масса частицы.

Функция $\Psi(x, y, z, t)$, удовлетворяющая уравнению Шрёдингера, называется **волновой функцией** (или пси-функцией) и является основной характеристикой состояния микрочастицы. Волновая функция должна удовлетворять условиям:

1. непрерывности (или иметь непрерывную первую производную);
2. однозначности и конечности во всех точках пространства;
3. волновая функция $\Psi(x, y, z, t)$ должна быть нормирована, т. е. удовлетворять условию:

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1. \quad (4.2)$$

Условие нормировки (4.2) показывает, что волновая функция микрочастицы должна быть такой, чтобы квадрат ее модуля, проинтегрированный по всему объему, был всегда равен единице.

Это условие равносильно утверждению о том, что при определенных условиях микрочастица всегда может быть обнаружена в пределах объема V . Таким образом, условие нормировки просто говорит об объективном существовании частицы во времени и пространстве.

Из уравнения Шрёдингера следует, что вид волновой функции определяется потенциальной энергией U микрочастицы, или зависит от характера сил, действующих на частицу. В общем случае потенциальная энергия частицы является функцией координат и времени. Однако в ряде практически важных задач U является только функцией координат и времени. К такому случаю можно отнести движение частицы в **стационарном** (не меняющемся со временем) **силовом поле**. Для решения таких задач волновую функцию $\Psi(x, y, z, t)$ удобно представить в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от времени t , а вторая — только от координат x, y, z :

$$\Psi(x, y, z, t) = e^{-i \frac{E}{\hbar} \cdot t} \cdot \Psi(x, y, z), \quad (4.3)$$

где E — полная энергия частицы, e — основание натурального логарифма.

Подставим функцию (4.3) в уравнение Шрёдингера (4.1):

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot e^{-i \cdot \frac{E}{\hbar} \cdot t} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U \cdot \Psi \cdot e^{-i \cdot \frac{E}{\hbar} \cdot t} = \\ = i\hbar \left(-i \frac{E}{\hbar} \right) \cdot \Psi \cdot e^{-i \cdot \frac{E}{\hbar} \cdot t}. \end{aligned}$$

Сократив все члены этого уравнения на общий множитель $e^{-i \cdot \frac{E}{\hbar} \cdot t}$ и выполнив соответствующие преобразования, получим дифференциальное уравнение, определяющее функцию $\Psi(x, y, z)$:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \cdot (E - U) \cdot \Psi = 0. \quad (4.4)$$

Уравнение (4.4) называют **стационарным уравнением Шрёдингера**. Функция $\psi(x, y, z)$, удовлетворяющая решению уравнения (4.4) и зависящая только от координат, называется **амплитудой** волновой функции $\Psi(x, y, z, t)$ (4.3). Сумму вторых частных производных от любой функции принято обозначать через символ Δ , который называют оператором Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}.$$

Используя оператор Лапласа, стационарное уравнение Шрёдингера (4.4) для электрона можно записать в виде:

$$\Delta \Psi + \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right) (E - U) \cdot \Psi = 0. \quad (4.5)$$

Водородоподобный атом можно рассматривать как квантово-механическую систему, состоящую из электрона и ядра. Сила кулоновского притяжения между ними равна $F = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (Z — число протонов в ядре). Ниже для упрощения записей приведено решение уравнения (4.4) для атома водорода ($Z = 1$). Ввиду большого различия в массах и протона и электрона (масса протона в 1836 раз больше массы электрона), протон принято условно считать неподвижным. Совместив с протоном начало координат, можно рассматривать движение электрона в центральном кулоновском поле неподвижного ядра, потенциальная энергия $U(r)$ которого равна:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.6)$$

Знак «-» в формуле (4.6) указывает на то, что потенциальная энергия электрона в атоме водорода обусловлена силой притяжения между электроном и ядром (протоном). Эта энергия возрастает при удалении электрона в бесконечность.

На рис. 44 приведена кривая изменения потенциальной энергии $U(r)$ электрона с изменением расстояния r от ядра. Из рисунка

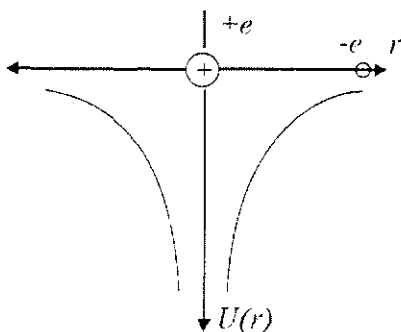


Рис. 44

видно, что электрон в атоме водорода находится как бы в своеобразной «потенциальной яме», ограниченной поверхностью, которая получается при вращении потенциальной кривой $U(r)$ вокруг оси, перпендикулярной выбранному направлению радиуса — вектора $\vec{r}$. Яма не имеет дна. Электрон внутри ямы обладает отрицательной потенциальной энергией U , стремящейся к $-\infty$ при $r \rightarrow 0$ и обращающейся в 0 при $r \rightarrow \infty$.¹

Так как взаимодействие электрона с ядром зависит только от расстояния r электрона от ядра, то при решении уравнения Шрёдингера более удобно перейти от набора декартовых координат электрона x, y, z к его сферическим координатам r, ϑ, φ . Геометрические преобразования для такого перехода следуют из рис. 45 и имеют следующий вид:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

В сферической системе координат расстояние r от начала координат (ядра) до точки A наблюдения электрона изменяется в пределах от 0 до ∞ , а полярный и азимутальный углы ϑ и φ — в интервале от 0 до π и от 0 до 2π соответственно.

¹ Перед тем, как приступить к изучению приведенного ниже решения уравнения Шрёдингера для электрона в атоме водорода, полезно ознакомиться с решением этого уравнения для электрона в потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками [1–3].

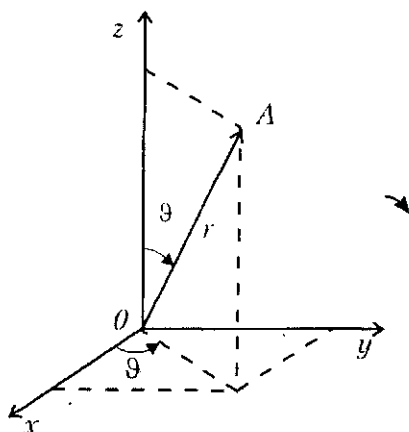


Рис. 45

Оператор Лапласа волновой функции ψ в сферических координатах принимает следующий вид:

$$\Delta\psi = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \quad (4.7)$$

В результате преобразований, с учетом формул (4.6) и (4.7), **стационарное уравнение Шрёдингера (4.4) в сферической системе координат** будет содержать волновую функцию электрона $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ и иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \cdot \psi = 0. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Уравнение (4.8) может иметь множество решений, но физический смысл имеют лишь такие решения для пси-функции $\psi(r, \vartheta, \varphi)$, при которых выполняются налагаемые на нее требования: она должна быть конечной, однозначной, непрерывной и удовлетворять условию нормировки (4.2). Пси-функции $\psi(r, \vartheta, \varphi)$, удовлетворяющие стационарному уравнению Шрёдингера (4.8) (а также

уравнению (4.5)), называются **собственными волновыми функциями**.

Использование сферической симметрии атома водорода позволяет представить искомую функцию в виде произведения двух функций: **радиальной функции** $R(r)$, зависящей только от r , и **угловой части** $Y(\vartheta, \varphi)$ волновой функции, зависящей только от угловых координат ϑ и φ :

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi). \quad (4.9)$$

Затем разделяют переменные и в угловой части функции:

$$Y(\vartheta, \varphi) = \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\varphi). \quad (4.10)$$

После разделения переменных, с учетом формулы для элементарного объема dV в сферической системе координат

$$dV = r^2 \cdot \sin \vartheta \cdot dr \cdot d\vartheta \cdot d\varphi, \quad (4.11)$$

условие нормировки (4.2) приобретет вид:

$$\begin{aligned} \int_V |\psi|^2 dV &= \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\varphi)|^2 \cdot r^2 \sin \vartheta \cdot dr \cdot d\vartheta \cdot d\varphi = \\ &= \int_0^\infty |R(r)|^2 r^2 dr \cdot \int_0^\pi |\Theta(\vartheta)|^2 \sin \vartheta d\vartheta \cdot \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi = 1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Условие нормировки (4.12) выполняется, если каждый из перемножаемых интегралов равен единице:

$$\int_0^\infty |R(r)|^2 r^2 dr = 1, \quad (4.13)$$

$$\int_0^\pi |\Theta(\vartheta)|^2 \sin \vartheta d\vartheta = 1, \quad (4.14)$$

$$\int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi = 1. \quad (4.15)$$

Подставим в уравнение Шрёдингера (4.8) волновую функцию в виде выражения (4.9) и вынесем за знаки производных величины, не зависящие от соответствующих переменных. В результате уравнение (4.8) примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{Y}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{R}{r^2 \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) + \\ & + \frac{R}{r^2 \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \cdot RY = 0. \end{aligned}$$

Умножим каждый из членов этого уравнения на $\frac{r^2}{RY}$ и перенесем в левую часть члены, зависящие только от r , а в правую часть — члены, зависящие от ϑ и φ . Тогда получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = \\ & = - \frac{1}{Y \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) - \frac{R}{Y \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Так как r , ϑ и φ — независимые переменные, то равенство (4.16) при произвольных значениях этих переменных выполняется лишь в случае, когда левая и правая части уравнения равны одной и той же постоянной величине. Обозначив эту величину буквой g , запишем уравнения:

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = g, \quad (4.17)$$

$$- \frac{1}{Y \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) - \frac{1}{Y \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} = g. \quad (4.18)$$

Таким образом, получены отдельные уравнения (4.17) и (4.18) для радиальной $R(r)$ и угловой частей $Y(\vartheta, \varphi)$ волновой функции $\psi(r, \vartheta, \varphi)$. В уравнении (4.17) частные производные заменены обыкновенными, так как в нем содержится только одна переменная r .

Разделим теперь переменные ϑ и Φ в уравнении (4.18). Для этого подставим в него функцию $Y(\vartheta, \Phi)$ в виде (4.10) и выпишем за знаки производных величины, не зависящие от соответствующих переменных. Тогда получим:

$$\frac{\Phi}{\sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\theta}{\sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -g \cdot \theta \cdot \Phi.$$

Поделим обе части этого уравнения на $(\theta \cdot \Phi)$, умножим на $\sin^2 \vartheta$ и соберем в левой части уравнения члены, зависящие только от ϑ , а в правой — зависящие только от Φ :

$$\frac{\sin \vartheta}{\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \vartheta} \right) + g \sin^2 \vartheta = -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}.$$

Правая и левая части этого уравнения будут равны между собой в случае, если каждая из них равна одной и той же постоянной величине, которую обозначим η , т. е.:

$$\frac{\sin \vartheta}{\theta} \cdot \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \vartheta} \right) + g \sin^2 \vartheta = \eta, \quad (4.19)$$

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = -\eta. \quad (4.20)$$

Частные производные заменили обыкновенными, так как каждое уравнение содержит только по одной переменной.

Теперь, в результате разделения переменных, решение уравнения (4.8) в частных производных для функции трех переменных $\psi(r, \vartheta, \Phi)$ сводится к решению трех обыкновенных дифференциальных уравнений (4.17), (4.19) и (4.20) для функций $R(r)$, $\theta(\vartheta)$ и $\Phi(\Phi)$. Каждая из них зависит только от одной переменной. Уравнения (4.17), (4.19) и (4.20) содержат три неизвестных постоянных величины: значение полной энергии электрона E и параметры g и η . Эти постоянные определяют в процессе решения уравнений с учетом начальных условий, накладываемых на волновую функцию (в качестве примера смотри сноску на стр. 104).

Решение дифференциальных уравнений (4.17), (4.19) и (4.20) является довольно громоздкой математической задачей. Поэтому ограничимся решением лишь одного (4.20) из трех уравнений и обсуждением результатов решения двух других.

Уравнение (4.20), из которого нужно найти $\Phi(\varphi)$, содержит одну неизвестную постоянную η . Можно полагать, что функция $\Phi(\varphi)$ должна быть периодической с периодом 2π , так как при изменении угла φ на 2π (при любых постоянных значениях r и ϑ) или выйдя из точки **A** и обойдя ось OZ по кругу (см. рис. 45), мы вновь вернемся в исходную точку пространства. Из начального условия об однозначности волновой функции следует, что функция $\Phi(\varphi)$ в одной и той же точке пространства может иметь только одно значение, т. е. значения функции $\Phi(\varphi)$ должны повторяться через 2π . Данный анализ приводит к мысли о том, что функцию $\Phi(\varphi)$ следует выразить через тригонометрические функции $\sin(m\varphi)$ и $\cos(m\varphi)$ (где m — любое целое положительное или отрицательное число, включая нуль), так как эти функции имеют период, равный 2π . Пользуясь свойствами комплексных чисел, запишем решение уравнения (4.20) в виде:

$$\Phi(\varphi) = a \cdot e^{im\varphi} = a(\cos m\varphi + i \sin m\varphi), \quad (4.21)$$

где a — постоянный коэффициент.

Путем подстановки формулы (4.21) в уравнение (4.20) нетрудно убедиться, что функция $\Phi(\varphi)$ удовлетворяет этому уравнению при $\eta = m^2$.

Постоянный коэффициент найдем из условия нормировки (4.15):

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi &= \int_0^{2\pi} \Phi(\varphi) \cdot \Phi^*(\varphi) d\varphi = \\ &= \int_0^{2\pi} a \cdot e^{im\varphi} \cdot a \cdot e^{-im\varphi} d\varphi = a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi a^2 = 1, \end{aligned}$$

откуда $a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$.

Таким образом, из решения уравнения (4.20) следует, что составляющая $\Phi(\varphi)$ угловой части пси-функции $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ (формулы (4.9) и (4.10)) равна:

$$\Phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{im\varphi}, \quad (4.22)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Так как значение числа m неоднозначно, то из формулы (4.22) следует, что функция $\Phi_m(\varphi)$, а следовательно, и пси-функция $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ имеют множество значений, удовлетворяющих уравнению (4.20) и уравнению Шрёдингера (4.8), при $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Число m называют **магнитным квантовым числом**. Заметим, что число m появилось в результате естественного решения дифференциального уравнения (4.20), без использования каких-либо предположений или постулатов при его решении. Ниже приведен ряд функций $\Phi_m(\varphi)$, представляющих собой решение уравнения (4.20) при наименьших значениях магнитного квантового числа m :

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{при } m = 0, \\ \Phi_{\pm 1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\pm i\varphi} \quad \text{при } m = \pm 1, \\ \Phi_{\pm 2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\pm 2i\varphi} \quad \text{при } m = \pm 2. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Уравнение (4.19), содержащее две постоянных величины — g и η , необходимо решить относительно функции $\theta(\vartheta)$. Соответственно, результат решения этого уравнения показывает, что искомая функция определяется уже не одним, а двумя квантовыми числами. В дополнение к магнитному квантовому числу m функция $\theta_m(\vartheta)$ зависит еще от так называемого **орбитального квантового числа** l , которое может принимать значения: $l = 1, 2, 3, \dots$. Из решения уравнения (4.19) также следует, что числа l и m связаны между собой: $l \geq m$. При этом одному значению орбиталь-

ного квантового числа l могут соответствовать $2l + 1$ значений числа m . Таким образом, **возможный набор чисел для магнитного квантового числа m** ограничен рядом:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l. \quad (4.24)$$

Для $l = 0$ соответствует одно значение магнитного квантового числа $m = 0$ и одно значение функции $\theta_{0,0}(\vartheta)$:

$$\theta_{0,0}(\vartheta) = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (4.25)$$

Если $l = 1$, то магнитное квантовое число m может иметь три значения: $m = 0, \pm 1$. Этим значениям числа m соответствуют функции $\theta_{l,m}(\vartheta)$ следующего вида:

$$\theta_{1,0}(\vartheta) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \vartheta \quad \text{при } l = 1 \text{ и } m = 0, \quad (4.26)$$

$$\theta_{1,\pm 1}(\vartheta) = \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \vartheta \quad \text{при } l = 1 \text{ и } m = \pm 1. \quad (4.27)$$

Пользуясь формулами (4.10), (4.23), (4.25) – (4.27), можно записать ряд выражений, представляющих собой решение для угловой части пси-функции $Y_{l,m}(\vartheta, \varphi) = \theta_{l,m}(\vartheta) \cdot \Phi_m(\varphi)$ уравнения Шрёдингера (4.8). Для наименьших значений квантовых чисел l и m эти функции имеют вид:

$$Y_{0,0}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{при } l = 0, m = 0,$$

$$Y_{1,0}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta \quad \text{при } l = 1, m = 0, \quad (4.28)$$

$$Y_{1,1}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{i\varphi} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta \cdot e^{i\varphi} \quad \text{при } l = 1, m = 1,$$

$$Y_{1,-1}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-i\varphi} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta \cdot e^{-i\varphi} \quad \text{при } l = 1, m = -1.$$

Решениями уравнения (4.17) (а следовательно, и уравнения Шрёдингера (4.8)) для радиальной части $R(r)$ **собственной волновой функции** $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ являются лишь такие функции, которые удовлетворяют требованиям, накладываемым на волновую функцию. Эти требования выполняются, если энергия электрона принимает строго определенные значения, которые называют **собственными значениями энергии** E_n (2.13):

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (4.29)$$

где n принимает целочисленные значения: $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Таким образом, решение уравнения (4.17) относительно $R(r)$ требует для описания движения электрона в атоме водорода введения еще одного квантового числа n , которое называют **главным квантовым числом**.

Решение уравнения (4.17) приводит к следующему выражению для радиальной части $R(r)$ собственной волновой функции $\psi(r, \vartheta, \varphi)$:

$$R_{n,l}(r) = e^{-\frac{r}{na}} \cdot \sum_{j=l}^{j=n-1} b_j r^j, \quad (4.30)$$

где n — главное квантовое число, l — орбитальное квантовое число;

b_j — числовой коэффициент; $a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$. Выражение для a в точности совпадает с формулой (2.5) для радиуса первой боровской орбиты и равно $a = r_1 = 0,53 \text{ \AA}$.

Функция $R_{n,l}(r)$ зависит от двух квантовых чисел — n и l . При решении уравнения Шрёдингера установлено, что между числами n и l существует определенная связь: одному значению главного квантового числа n соответствует n различных значений орбитального квантового числа l . То есть при данном значении n число l может принимать следующие значения:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1. \quad (4.31)$$

В частности, если $n = 1$, то $l = 0$; если $n = 2$, то l принимает значения 0 и 1. Явный вид радиальных функций $R_{n,l}(r)$, соответствующих этим значениям квантовых чисел n и l , записывается так:

$$R_{1,0}(r) = \frac{2}{a^{3/2}} \cdot e^{-\frac{r}{a}}, \quad (4.32)$$

$$R_{2,0}(r) = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot a^{3/2}} \cdot \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-\frac{r}{2a}}, \quad (4.33)$$

$$R_{2,1}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6} \cdot a^{5/2}} \cdot r e^{-\frac{r}{2a}}. \quad (4.34)$$

Из приведенного выше алгоритма решения уравнения Шрёдингера следует, что необходимым требованиям при решении стационарного уравнения (4.8) удовлетворяет набор собственных волновых функций, которые зависят от трех квантовых чисел n , l и m . Такой результат следует непосредственно из решения стационарного уравнения Шрёдингера, без внесения каких-либо предположений или постулатов перед его решением. Согласно формулам (4.9), (4.10), **собственные пси-функции стационарного уравнения Шрёдингера** имеют вид:

$$\psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \cdot Y_{l,m}(\vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \cdot \theta_{l,m}(\vartheta) \cdot \Phi_m(\varphi). \quad (4.35)$$

Например, собственная волновая функция для электрона в атоме водорода при $n = 1$, $l = 0$ и $m = 0$ (1s, или основном состоянии) имеет следующий вид:

$$\psi_{1,0,0}(r, \vartheta, \varphi) = R_{1,0}(r) \cdot \theta_{0,0}(\vartheta) \cdot \Phi_0(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \cdot e^{-\frac{r}{a}}. \quad (4.36)$$

Зная явный вид радиальной и угловой составляющих пси-функции (4.36) при заданном наборе квантовых чисел n , l и m , можно ответить на вопрос о том, какова вероятность обнаружить электрон в заданной точке пространства относительно ядра атома.

Рассмотрим в качестве примера электрон в атоме водорода, находящийся в основном состоянии. Волновая функция (4.36) для этого состояния сферически симметрична, поэтому электронное облако имеет шарообразную форму. Вероятность $d\omega$ обнаружить электрон в пределах шарового слоя радиуса r и толщины dr равна (стр. 55):

$$d\omega = |\psi_{1,0,0}(r, \vartheta, \varphi)|^2 dV = \frac{4}{a^3} \cdot e^{-\frac{2r}{a}} \cdot r^2 dr.$$

Величину

$$\rho(r) = \frac{d\omega}{dr} = \frac{4}{a^3} \cdot e^{-\frac{2r}{a}} \cdot r^2 \quad (4.37)$$

называют **радиальной плотностью вероятности** нахождения частицы (в данном случае электрона). Функция (4.37) имеет максимум при $r = a$, в чем можно убедиться, если приравнять нулю производную этой функции:

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{4}{a^3} \cdot \left(-\frac{2r^2}{a} \cdot e^{-\frac{2r}{a}} + 2r \cdot e^{-\frac{2r}{a}} \right) = 0.$$

Сократив на общие множители, получим

$$r \cdot \left(1 - \frac{r}{a} \right) = 0.$$

Из решения этого уравнения следует, что радиальная плотность вероятности $\rho(r)$ максимальна при $r = a$ (см. рис. 23). Именно на таком расстоянии наиболее вероятно местопребывание электрона от ядра в $1s$ -состоянии.

Таким образом, решая уравнение Шрёдингера относительно пси-функции и определяя при этом набор возможных значений энергии, можно получить детальную информацию о поведении электрона в атоме водорода и в водородоподобных атомах.

*Исторические сведения
о наиболее значимых для становления
квантовой физики открытиях, авторы
которых удостоены Нобелевской премии [7]*

1. **Макс Планк** (1858–1947) — нем. физик, ввел (1900) понятие кванта действия. Ноб. пр. (1918). 1900 год вошел в историю развития науки как год зарождения квантовой механики.
2. **Альберт Эйнштейн** (1879–1955) — нем. физик, ввел (1905) понятие фотона. Ноб. пр. (1921) за открытие законов фотоэффекта.
3. **Артур Комптон** (1892–1962) — амер. физик, открыл и объяснил (1922) эффект, названный его именем. Эффект Комптона подтвердил правильность квантовых представлений об электромагнитном излучении как о потоке фотонов. Ноб. пр. (1927) за открытие эффекта.
4. **Нильс Бор** (1885–1962) — дат. физик, создал (1913) теорию атома (постулаты Бора). Ноб. пр. (1922) за заслуги в изучении строения атомов и испускаемого ими излучения.
5. **Джеймс Франк** (1882–1964) и **Густав Герц** (1887–1975) — нем. физики, выполнили (1913) эксперименты по исследованию столкновений электронов с атомами (опыт Франка и Герца). Ноб. пр. (1925) за исследование столкновений электронов с атомами.
6. **Луи де Бройль** (1892–1987) — франц. физик, выдвинул (1924) идею о волновых свойствах материи. Ноб. пр. (1929) за открытие волновой природы электронов.
7. **Вернер Гейзенберг** (1901–1976) — нем. физик, сформулировал (1927) принцип неопределенности. Ноб. пр. (1932) за создание основ квантовой механики.

8. **Клинтон Дэвиссон** (1881–1958) — амер. и **Джордж Томсон** (1892–1975) — англ. физики, открыли (1927) дифракцию электронов на кристаллах. Ноб. пр. (1937) за экспериментальное открытие явления интерференции при отражении электронов от кристаллов.
9. **Макс Борн** (1882–1970) — нем. физик, ввел (1926) понятие волновой функции, дал статистическую интерпретацию волновой функции. Ноб. пр. (1954) за фундаментальные работы по квантовой механике, за статистическую интерпретацию волновых функций.
10. **Эрвин Шрёдингер** (1887–1961) — австр. физик, разработал (1926) математический аппарат квантовой механики, сформулировал ее основное уравнение (уравнение Шрёдингера). Ноб. пр. (1933) за разработки новых перспективных идей атомной теории.
11. **Поль Дирак** (1902–1984) — англ. физик, разработал (1928) релятивистскую теорию движения электрона (уравнение Дирака), предсказавшую существование позитрона. Ноб. пр. (1930, совместно с Э. Шрёдингером) за разработки новых перспективных идей атомной теории.
12. **Вольфганг Паули** (1900–1958) — швейц. физик, сформулировал (1925) принцип, названный его именем, предсказал существование нейтрино (1930). Ноб. пр. (1945) за открытие принципа запрета, называемого также принципом Паули.

Справочные данные

Физические константы

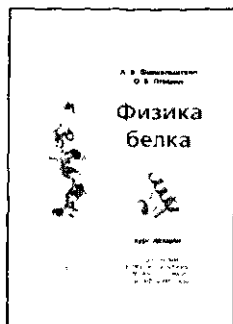
Название	Символ	Значение	Размерность
Гравитационная постоянная	γ или G	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$
Ускорение свободного падения на поверхности Земли	g_0	9,8	$\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$	$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{26}$	кмоль^{-1}
Универсальная газовая постоянная	R	$8,31 \cdot 10^3$	$\text{Дж} \cdot \text{кмоль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$	Кл
Масса электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$	кг
Постоянная Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4$	$\text{Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$	$\text{Ф} \cdot \text{м}^{-1}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\text{Гн} \cdot \text{м}^{-1}$
Постоянная Планка	h	$6,62 \cdot 10^{-34}$	$\text{Дж} \cdot \text{с}$

Приставки и множители для образования десятичных кратных и дольных единиц

Приставка	Символ	Множитель	Приставка	Символ	Множитель
дека	да	10^1	деци	д	10^{-1}
гекто	г	10^2	санتي	с	10^{-2}
кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
мега	М	10^6	микро	мк	10^{-6}
гига	Г	10^9	нано	н	10^{-9}
тера	Т	10^{12}	пико	п	10^{-12}

Библиографический список

1. Детлаф А. А., Яворский Б. М. и др. Курс физики. М., 2001.
2. Савельев И. В. Курс физики. Т.3. М., 1989.
3. Трофимова Т. И. Курс физики. М., 2001.
4. Иродов И. Е. Волновые процессы. Основные законы. М., 2001.
5. Компьютерная технология квантово-химических расчетов с помощью программного пакета «GAUSSIAN» / Под ред. А. М. Кузнецова. Казань, 2003.
6. Агишев А. Ш., Шишкина И. П. Физика. Элементы квантовой механики и строение атома. Казань, 1973.
7. Чолаков В. Нобелевские премии. Ученые и открытия. М., 1986.



Финкельштейн А. В., Птицын О. Б.

Физика белка

Курс лекций

Допущено Министерством образования РФ в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по биологическим специальностям

Физика белка простирается от классификации и принципов устройства белков (мембранных, фибриллярных и в особенности водорастворимых глобулярных белков) — до принципов их работы, устройства их активных центров; от элементарных

взаимодействий в белках и вокруг них — до структурных переходов в белках, полипептидах и синтетических полимерах.

Этот курс лекций читался студентам МФТИ, а затем, в Учебном центре Института белка РАН, — студентам и аспирантам Пушкинского университета и Пушкинского филиала МГУ. В настоящее время он, кроме того, читается студентам биологического факультета и факультета биоинженерии и биоинформатики МГУ. Отдельные главы этого курса читались также во множестве отечественных и международных научных школ.

Книга предназначена для широкого круга студентов, аспирантов и научных сотрудников (биологов, медиков, биохимиков, биофизиков) и всех, кто работает с белками или просто размышляет о них.



Франк-Каменецкий М. Д.

Век ДНК



Книга живо и увлекательно повествует о переживаемой нами биотехнологической революции. Внимание автора сосредоточено на «самой главной молекуле». Читатель найдет в книге ответы на вопросы: как устроена ДНК и как читают ДНК-содержащие тексты; как был расшифрован геном человека и какие перспективы в области медицины сулит это открытие; что такое ПЦР и как с помощью ПЦР раскрывают преступления, совершенные много лет назад; откуда мы знаем, что рак — это болезнь ДНК и как это знание помогает в диагностике и лечении рака; каковы последние успехи в борьбе со СПИДом

и многое другое. Книга написана известным специалистом по ДНК, многие годы преподававшим в Московском физико-техническом институте, а последние 10 лет работающим в Бостонском университете в США.

Учебное издание

Альфия Хайдаровна Абдрахманова
Ольга Петровна Шмакова
Евгений Сергеевич Нефедьев

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ

Учебное пособие

Всдуший редактор *Игнатова Е. С.*
Корректор *Матвеева В. К.*
Обработка иллюстраций *Широбоков Д. А.*
Художник *Новикова В. М.*
Компьютерная верстка *Салюк П. И.*

Директор издательства *Чепыжов В. В.*

Сдано в набор 10.07.06. Подписано в печать 14.08.06.
Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Гарнитура «PetersburgС». Печать цифровая.
Усл. печ. л. 6,98. Тираж 1000 экз. Заказ № Т-191

ООО «Издательство «КДУ», 119234, г. Москва, а/я 587
Тел./факс: (495) 939-40-51, 939-57-32
E-mail: kdu@kdu.ru. [Http://www.kdu.ru](http://www.kdu.ru)

Отпечатано в типографии КДУ
Тел./факс: (495) 939-40-36
E-mail: press@kdu.ru

В книге рассмотрен учебный материал по квантовым свойствам излучения и микрочастиц, а также строению атома и ядра. Дано описание одиннадцати лабораторных работ, в том числе восьми «настоельных» лабораторных работ и трех работ, моделирующих на персональном компьютере фундаментальные эксперименты по корпускулярно-волновым свойствам излучения и микрочастиц.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей механического и технологического профиля.

интернет-магазин
OZON.ru



УНИВЕРСИТЕТ
КНИЖНЫЙ ДОМ

ISBN 5-98227-199-3

