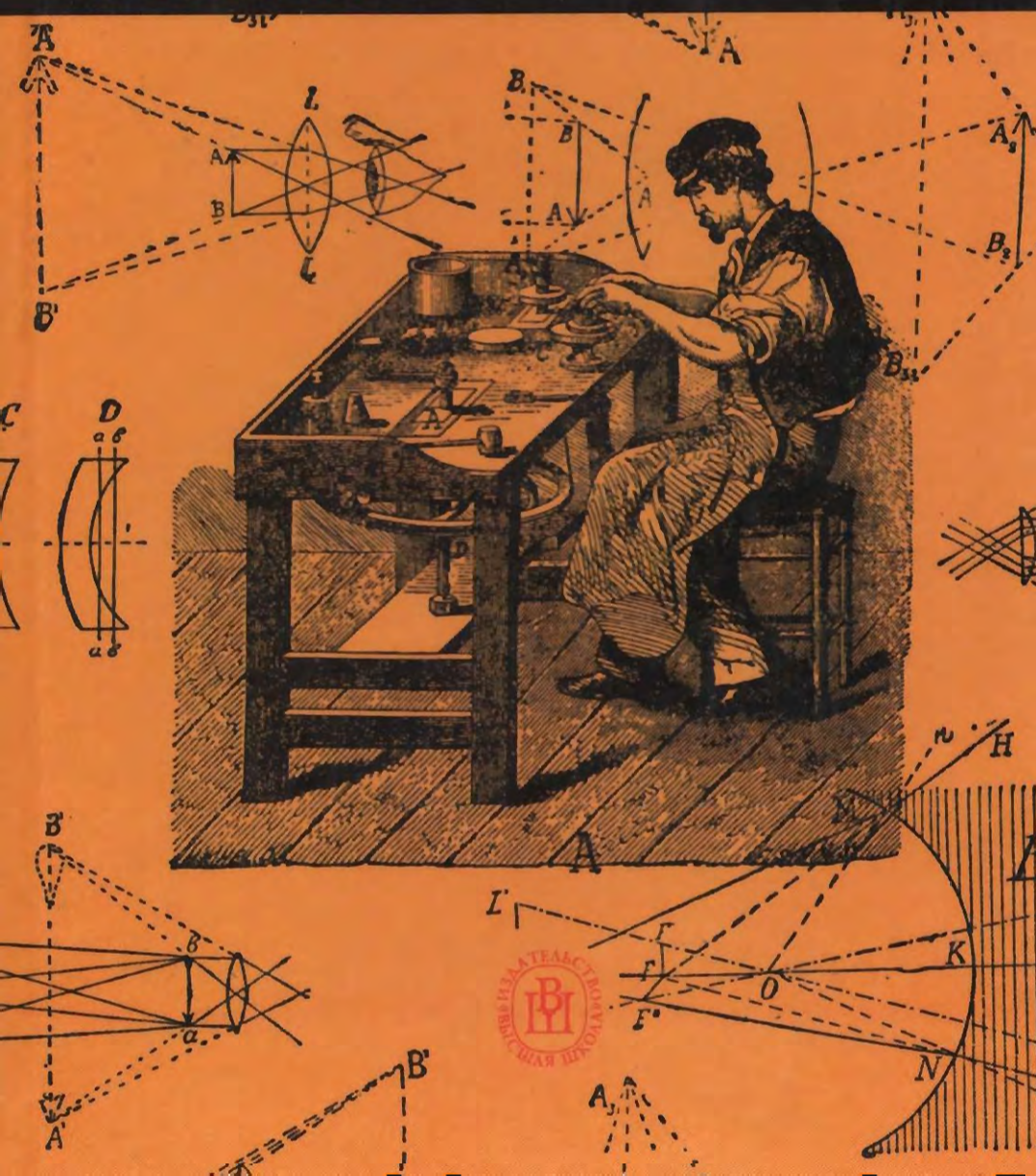


М.И. Апенко
Л.А. Запрягаева
И.С. Свешникова

Задачник по прикладной оптике



**М.И. Апенко Л.А. Запрягаева
И.С. Свешникова**

ЗАДАЧНИК ПО ПРИКЛАДНОЙ ОПТИКЕ

**Издание второе, переработанное
и дополненное**

*Допущено
Министерством образования
Российской Федерации
в качестве учебного пособия
для студентов вузов,
обучающихся по направлению
«Опtotехника»*



**Москва
«Высшая школа»
2003**

УДК 535
ББК 22.34
А 76

Рецензенты:

зав. кафедрой проф., д-р техн. наук *А.Е. Атаев*
(кафедра светотехники Московского энергетического института (ТУ))
и д-р техн. наук *С.Н. Бездидько*
(Дом оптики ВНЦ «ГОИ им. С.И. Вавилова»)

Апенко, М.И.

А 76 Задачник по прикладной оптике: Учеб. пособие/М.И. Апенко, Л.А. Запрягаева, И.С. Свешникова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 2003. — 591 с.: ил.

ISBN 5-06-004258-8

Содержит задачи по основным разделам геометрической оптики, включающим основные законы оптики параксиальных лучей, теорию идеальной оптической системы, ограничение пучков лучей, оптическую систему как передатчик энергии излучения. Приведены также задачи по определению хроматических и монохроматических aberrаций. Рассмотрены габаритный и aberrационный расчеты линзовых и зеркально-линзовых систем. Задачник соответствует учебникам «Прикладная оптика» и «Расчет и проектирование оптических систем» и служит фактически их дополнением в части методики решения практических задач.

Для студентов оптических специальностей вузов.

УДК 535
ББК 22.34

ISBN 5-06-004258-8

© ФГУП «Издательство «Высшая школа», 2003

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства «Высшая школа», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий задачник составлен в соответствии с программами курсов «Основы оптики», «Прикладная оптика», «Расчет и проектирование оптических систем», разработанными на основе государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) по направлению «Опtotехника».

Второе издание задачника существенно переработано и дополнено по сравнению с первым изданием. Добавлены главы 6, 9–12, 14, 18, расширены главы 15, 16, 17. В главы 1–5, 7, 8 включены отдельные задачи, написанные М.И. Апенко.

Для удобства пользования в начале каждой главы приведены основные формулы, которые используются при решении задач. Затем приводятся типовые задачи с подробным решением и задачи для самостоятельной работы.

Задачник написан как дополнение к учебникам «Прикладная оптика» [2], «Расчет и проектирование оптических систем» [1] и как практическое руководство с учетом опыта многолетней научно-педагогической работы авторов на кафедре прикладной оптики МИИГАиК.

Обозначения соответствуют ГОСТам и обозначениям в указанных выше учебниках и книгах по прикладной оптике последних лет издания.

В приложении задачника приведен справочный материал, необходимый не только для решения задач, но и для курсового и дипломного проектирования.

Задачник будет полезен и специалистам, особенно тот раздел, где выполняются габаритные расчеты оптических систем, аберрационные расчеты и синтез отдельных компонентов оптической системы.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Обозначения в геометрической оптике в соответствии с ГОСТ 7427-76

Все термины и основные буквенные обозначения приведены в соответствии с ГОСТ 7424-76, действующим по настоящее время.

В задачах рассматриваются только центрированные оптические системы.

Центрированными оптическими системами называют системы, в которых центры кривизны сферических поверхностей расположены на одной прямой.

Прямая, проходящая через центры кривизны всех сферических поверхностей, называется *оптической осью*. Она является *осью симметрии*. Более общее определение дает ГОСТ 7427-76: *оптическая ось* — общая ось вращения поверхностей, составляющих центрированную оптическую систему.

В случае вращательно-симметричных систем за *ось симметрии* оптической системы следует принимать ось OZ , а за *меридиональную плоскость* — плоскость YOZ (рис. 1).

Положительным направлением *оси вращения* является направление *распространения света в пространстве предметов* — слева направо.

Угол считается *положительным*, если для его образования надо повернуть луч от нормали или оптической оси по ходу часовой стрелки (рис. 2).

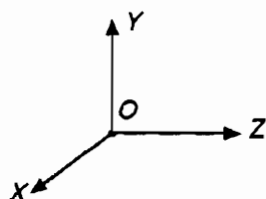


Рис. 1. Система координат, принятая в геометрической оптике

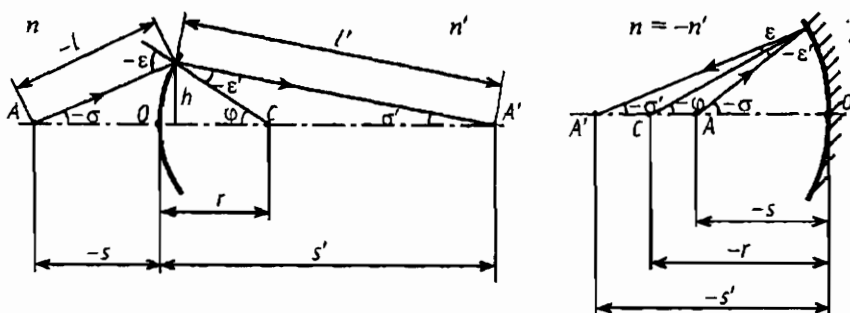


Рис. 2. Ход луча и обозначения точек, отрезков и углов на примере отдельной преломляющей и отражающей поверхностей

Для обозначений используются буквы латинского и греческого алфавитов.

Ниже приведен перечень буквенных обозначений, а рис. 2–4 являются иллюстрацией правила знаков и обозначений.

Латинскими буквами обозначаются приведенные ниже величины.

Латинскими прописными буквами обозначаются:

- A — осовая точка предмета;
- A' — осовая точка изображения;
- C — центр кривизны сферической поверхности;
- D — диаметр входного зрачка;
- D' — диаметр выходного зрачка;
- D/f' — относительное отверстие;
- F — передний фокус;
- F' — задний фокус;
- K — диафрагменное число — величина, обратная относительному отверстию;
- H — передняя главная точка;
- H' — задняя главная точка;
- M — координата точки пересечения луча с плоскостью входного зрачка по оси OX в сагиттальной плоскости;
- M' — координата точки пересечения луча с плоскостью выходного зрачка по оси OX в сагиттальной плоскости;
- N — передняя узловая точка;
- N' — задняя узловая точка;
- O — вершина преломляющей (отражающей) поверхности;
- P — осовая точка входного зрачка;
- P' — осовая точка выходного зрачка.

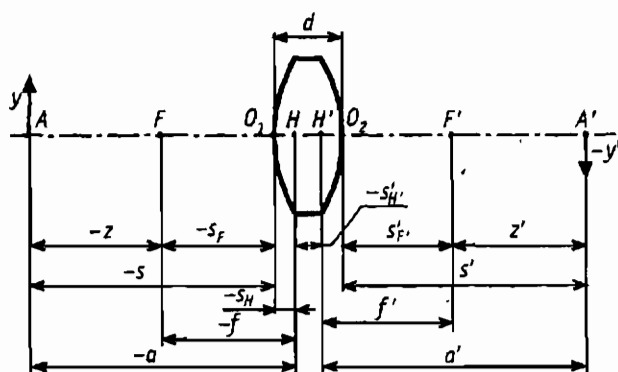


Рис. 3. Обозначение кардинальных элементов и основных отрезков простой линзы

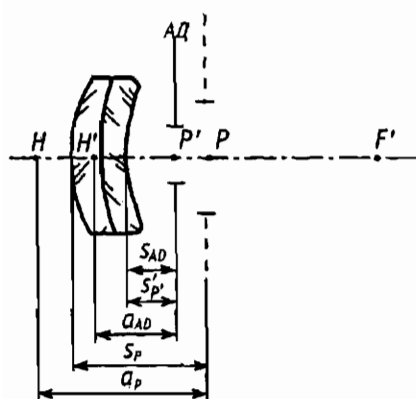


Рис. 4. Обозначение осевых точек зрачков и основных отрезков, характеризующих расположение входного и выходного зрачков, апертурной диафрагмы (АД) относительно главных точек и поверхностей двухлинзового склеенного объектива

Латинскими строчными буквами обозначаются:

- a — расстояние от передней главной точки до осевой точки предмета;
- a' — расстояние от задней главной точки до осевой точки изображения;
- a_p — расстояние от передней главной точки до осевой точки входного зрачка;
- a'_p — расстояние от задней главной точки до осевой точки выходного зрачка;
- d — расстояние от вершины поверхности до вершины последующей по ходу луча поверхности;
- $\tilde{d}$ — косая толщина;
- f — переднее фокусное расстояние;
- f' — заднее фокусное расстояние;
- h — расстояние от оптической оси до точки преломления (отражения) меридионального луча;
- m — координата точки пересечения луча с плоскостью входного зрачка по оси OY в меридиональной плоскости;
- m' — координата точки пересечения луча с плоскостью выходного зрачка по оси OY в меридиональной плоскости;
- r — радиус сферической поверхности;
- s — передний отрезок;
- s' — задний отрезок;
- s_F — передний фокальный отрезок;
- $s'_{F'}$ — задний фокальный отрезок;
- s_H — расстояние от вершины передней поверхности до передней главной точки;
- $s'_{H'}$ — расстояние от вершины задней поверхности до задней главной точки;

- $2y$ — линейное поле оптической системы в пространстве предметов;
 $2y'$ — линейное поле оптической системы в пространстве изображений;
 z — расстояние от переднего фокуса до осевой точки предмета;
 z' — расстояние от заднего фокуса до осевой точки изображения.

Греческими буквами обозначаются величины, приведенные ниже. Греческими прописными буквами обозначаются:

- A — (альфа) — числовая апертура в пространстве предметов;
 Γ — (гамма) — видимое увеличение;
 $\bar{\Gamma}$ — (гамма) — видимое увеличение микроскопа, лупы и окуляра;
 Γ_r — (гамма) — видимое увеличение телескопической системы;
 Θ — (тэта) — преломляющий угол (для призмы и клина);
 Φ — (фи) — оптическая сила системы.

Греческими строчными буквами обозначаются:

- α — угол между оптической осью и параксиальным лучом, выходящим из осевой точки предмета до преломления (отражения);
 α' — угол между оптической осью и параксиальным лучом, выходящим из осевой точки предмета после преломления (отражения);
 β — угол между оптической осью и параксиальным лучом, проходящим через осевую точку входного зрачка до преломления (отражения);
 β' — угол между оптической осью и параксиальным лучом, проходящим через осевую точку выходного зрачка после преломления (отражения);

Через β и α обозначаются также линейное (β) и продольное (α) увеличения.

- $\beta(\tilde{\beta})$ — линейное увеличение в параксиальной (действительной) области;
 $\alpha(\tilde{\alpha})$ — продольное увеличение в параксиальной (действительной) области;
 $\gamma(\tilde{\gamma})$ — угловое увеличение в параксиальной (действительной) области;
 ϵ — угол падения;
 ϵ' — угол преломления (отражения);
 σ — угол между оптической осью и меридиональным лучом;
 σ_s — апертурный угол в пространстве предметов;
 σ'_s — апертурный угол в пространстве изображений;
 ϕ — угол между нормалью к поверхности и оптической осью;
 ψ — угол между лучом и плоскостью YO;
 2ω — угловое поле оптической системы в пространстве предметов;
 $2\omega'$ — угловое поле оптической системы в пространстве изображений.

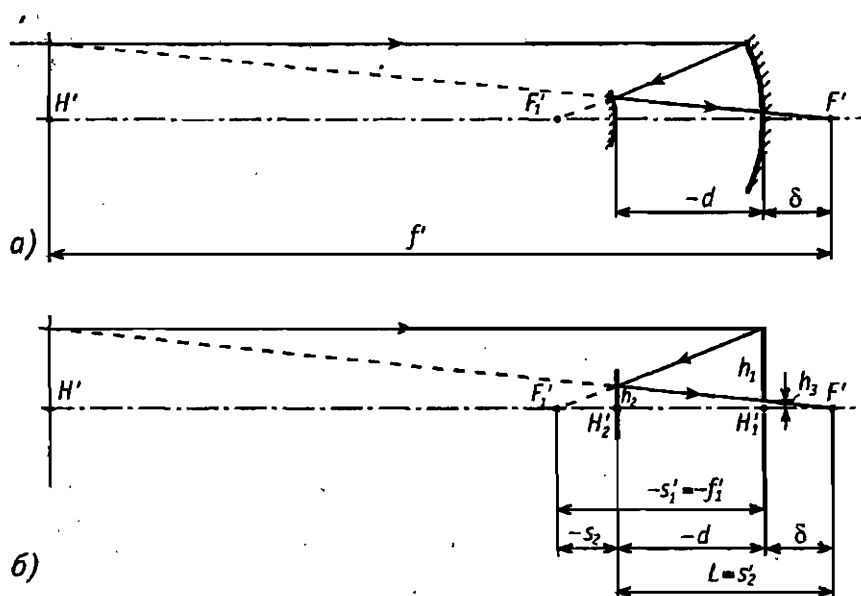


Рис. 5. Правило знаков для отражающих поверхностей:

а — двухзеркальная система задана поверхностями;

б — двухзеркальная система задана главными плоскостями поверхностей

Особое внимание следует обратить на правило знаков для отражающих (зеркальных) поверхностей. При отражении от поверхности изменяется знак у показателя преломления среды, угла отражения и величины расстояния между отражающей поверхностью и следующей за ней (рис. 5).

Так, для определения высоты h_2 расстояние от первой до второй поверхности, отсчитываемое справа — налево, является отрицательным, т. е. « $-d$ », а при расчете высоты h_3 расстояние от второго зеркала до первого отсчитывается слева — направо, поэтому d следует брать положительным.

Величины в действительной области в отличие от величин в параксиальной области следует снабжать надстрочным индексом « $\sim$ » (тильда). Следовательно, параксиальные и непараксиальные величины соответственно следует обозначать так: s и $\tilde{s}$, α и $\tilde{\alpha}$, β и $\tilde{\beta}$ и т. п. Допускается также обозначение s_0 и s , α_0 и α , β_0 и β и т. п.

Разность значений однородных величин в одном и том же пространстве обозначается буквой Δ . Например, $\Delta l = n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$, $\Delta s'_{\lambda_0} = \tilde{s}'_{\lambda_0} - s'_{\lambda_0}$.

Разность значений одной и той же величины после преломления (отражения) и до преломления (отражения) обозначается буквой δ :

$$\delta\alpha = \alpha' - \alpha; \quad \delta\left(\frac{1}{ns}\right) = \frac{1}{n's'} - \frac{1}{ns}.$$

В случае, если после Δ или δ следует несколько букв, соответствующий им аргумент следует заключать в скобки.

Общепринятые термины и обозначения в геометрической оптике, не включенные в известные стандарты

Внемеридиональный, или косой луч — луч, который не лежит ни в меридиональной, ни в сагиттальной плоскостях, а составляет с ними определенные углы.

Первый и второй вспомогательные лучи (лучи Зейделя) — фиктивные лучи, преломляющиеся (или отражающиеся) на главных плоскостях, рассчитываемые по формулам параксиальной (идеальной) оптики. Используют при расчете сумм Зейделя.

Первый вспомогательный луч — фиктивный луч, проходящий через осевые точки предмета и изображения и рассчитываемый при определенной нормировке исходных данных по формулам параксиальной оптики. Его координаты h, α .

Второй вспомогательный луч — фиктивный луч, проходящий через осевые точки входного и выходного зрачков и рассчитываемый при определенной нормировке исходных данных по формулам параксиальной оптики. Его координаты u, β .

Синглет (симплет) — объектив, состоящий из компонента с малыми расстояниями между линзами, которые в начале расчета могут быть приняты бесконечно малыми. Может состоять из одной, двух, трех, четырех линз, которые могут быть склеенными или несклеенными.

Дублет — объектив, состоящий из двух линз или компонентов со значительным расстоянием между ними.

Триплет — объектив, состоящий из трех линз или компонентов с конечными расстояниями между ними, которые в начале расчета нельзя принять равными нулю.

Примечание: обычно в дублете и триплете апертурная диафрагма расположена внутри объектива в воздушном промежутке, а в синглете вынесена вперед или назад.

Плоскость Гаусса — плоскость, перпендикулярная оптической оси и проходящая через осевую точку параксиального изображения.

$\bar{Q}$ — инвариант Аббе (или нуль-инвариант);

$\tilde{Q}$ — инвариант Аббе для действительного луча;

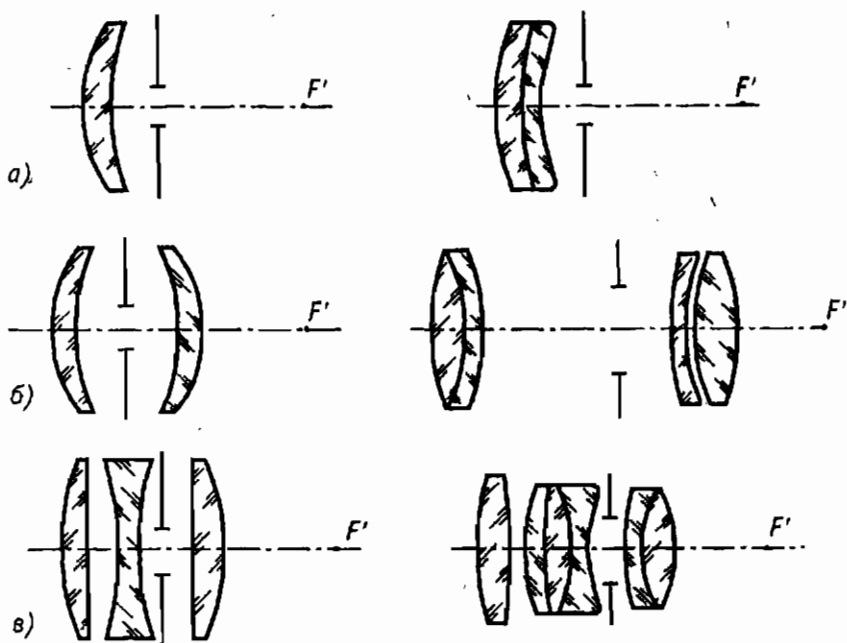


Рис. 6. Оптические схемы синглетов (а), дублетов (б) и триплетов (в)

I — инвариант Лагранжа-Гельмгольца для идеальной системы, или параксиальный инвариант;

$\bar{I}$ — инвариант Лагранжа-Гельмгольца для реальной системы;

$\bar{Q}_m, \bar{Q}_s$ — меридиональный и сагиттальный инварианты Юнга-Гуль-странда;

r_o — вершинный радиус (или радиус кривизны при вершине) кривизны для асферических поверхностей (АП);

r_m — меридиональный радиус кривизны (для АП);

r_s — сагиттальный радиус кривизны (для АП);

АД — апертурная диафрагма;

ПД — полевая диафрагма;

ВД — виньетирующая диафрагма;

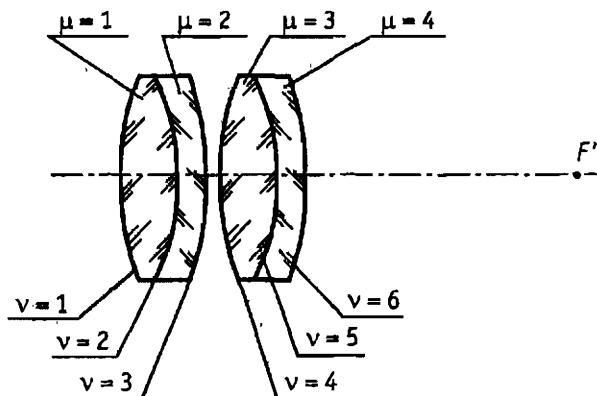
$D_{св}$ — световой диаметр;

$D_{пол}$ — полный диаметр;

l — геометрическая длина пути луча (см. рис. 2);

L — оптическая длина хода луча;

t_m, t_s — отрезки вдоль главного луча, отсчитываемые от точки пересечения луча с поверхностью до точки предмета вне оси соответственно в меридиональной и сагиттальной плоскостях;



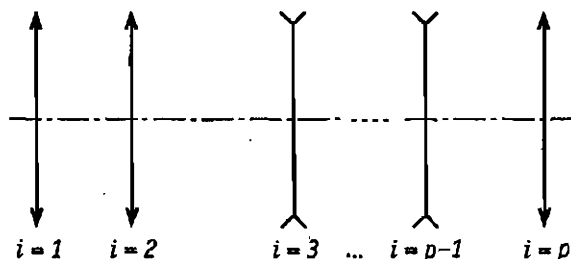
Р и с . 7. Обозначение текущих номеров v поверхностей и текущих номеров μ линз в объективе, в котором общее число поверхностей $k=6$, а число линз $l=4$

t_m', t_s' — отрезки вдоль главного луча, отсчитываемые от точки преломления (отражения) на поверхности до точки изображения соответственно в меридиональной и сагиттальной плоскостях. Отрезки t_m, t_s и t_m', t_s' используются при расчете элементарных астигматических пучков, необходимых для определения меридиональной z_m' и сагиттальной z_s' кривизны изображения и астигматизма $z_s' - z_m'$ в области действительных лучей;

f_m', f_s' — фокусные расстояния астигматического пучка лучей соответственно в меридиональной и сагиттальной плоскостях, получаемые при $t_m = t_s = -\infty$;

v — текущий номер поверхности в компоненте (объективе, окуляре и т. п.), содержащем k поверхностей. Следовательно, номера поверхностей меняются от $v=1$ до $v=k$ (рис. 7);

i — текущий номер компонента в системе из p бесконечно тонких компонентов, т. е. номера компонентов меняются от $i=1$ до $i=p$ (рис. 8);



Р и с . 8. Обозначение текущих номеров компонентов в системе из бесконечно тонких компонентов

- μ — текущий номер линзы в компоненте, объективе и т. п. из l линз, номера линз меняются от $\mu=1$ до $\mu=l$ (рис. 7);
- P_i, W_i — неосновные абберационные параметры или просто «неосновные параметры» бесконечно тонкого компонента;
- Π (π) — неосновой (основой) параметр, характеризующий кривизну Петцваля;
- C ($\bar{C}$) — неосновой (основой) хроматический параметр;
- P_i^∞, W_i^∞ — основные параметры бесконечно тонкого компонента;
- P_v, W_v — поверхностные абберационные коэффициенты;
- k_s — коэффициент центрального экранирования в зеркальных системах;
- δ — вынос плоскости изображения в зеркальных системах — расстояние от вершины зеркала, ближайшего к плоскости изображения, до осевой точки изображения (рис. 5);
- H_r — светосила геометрическая;
- H_ϕ — светосила физическая;
- N_{λ_0} — волновая сферическая абберация;
- ψ — угловой предел разрешения;
- δ — линейный предел разрешения;
- R — разрешающая способность.

Обозначения фотометрических и энергетических величин, а также аббераций оптических систем приведены в соответствующих разделах.

Часть I

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

ГЛАВА 1. ЗАКОНЫ И ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Основные формулы для решения задач. Правила построения преломленных и отраженных лучей с применением основных законов геометрической оптики

Основными законами геометрической оптики являются: закон прямолинейного распространения света, закон независимого распространения света, закон преломления, закон отражения, принцип обратимости, закон сохранения энергии.

Закон преломления

$$n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'.$$

Закон отражения

$$\epsilon' = -\epsilon.$$

Предельный угол ϵ_m полного внутреннего отражения

$$\sin \epsilon_m = \frac{n'}{n}.$$

Если $n' = 1$, то $\sin \epsilon_m = 1/n$.

Показатель преломления среды

$$n = c/v,$$

где c — скорость света в вакууме, $c = 299\,792,5$ км/с; v — скорость света в среде.

Скорость света в среде

$$v = \lambda \nu,$$

где λ — длина волны света; ν — частота.

Относительный показатель преломления второй среды относительно первой

$$n_{12} = v_1/v_2 = cv_1/(cv_2) = (c/v_2)/(c/v_1) = n_2/n_1 = n'/n.$$

Показатель преломления воздуха

$$n_a = 1 + 2,9155 \cdot 10^{-9} H / (1 + t/273),$$

где H — давление, Па; t — температура воздуха в градусах Цельсия. При $t = 20^\circ \text{C}$ и $H = 101\,325$ Па (давление 766 мм рт. ст.) показатель

преломления воздуха $n_a = 1,000\,274 \sim 1,0003$. Обычно показатель преломления воздуха принимают равным единице.

Показатель преломления стекла для любой длины волны в диапазоне 365 ... 1013,9 нм может быть вычислен по дисперсионной формуле

$$n_\lambda^2 = A_1 + A_2\lambda^2 + A_3\lambda^{-2} + A_4\lambda^{-4} + A_5\lambda^{-6} + A_6\lambda^{-8}.$$

Значения постоянных $A_1 \dots A_6$ приведены в каталоге СССР-DDR для каждой марки стекла, длина волны λ берется в микронметрах.

Средняя дисперсия стекла для видимого диапазона спектра $F' \dots C'$

$$\Delta n = n_{F'} - n_{C'}.$$

Коэффициент дисперсии

$$\nu_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}.$$

Частные дисперсии

$$n_i - n_{F'}, n_{F'} - n_e, n_e - n_{C'}, n_e - n_{C'} \dots$$

Относительная частная дисперсия

$$\gamma_i = \frac{n_i - n_{F'}}{n_{F'} - n_{C'}}, \gamma_{F'} = \frac{n_{F'} - n_e}{n_{F'} - n_{C'}}, \gamma_{C'} = \frac{n_e - n_{C'}}{n_{F'} - n_{C'}}, \gamma_g = \frac{n_g - n_e}{n_{F'} - n_{C'}}.$$

Оптическая длина пути

$$L = \sum_1^k n l = n_1 l_1 + n_2 l_2 + \dots + n_k l_k,$$

где l — геометрическая длина пути.

Современное математическое выражение *принципа Ферма*

$$\delta t = \frac{1}{c} \delta \int_A^{A'} n dl = 0;$$

$$\delta L = \delta \int_A^{A'} n dl = 0,$$

т. е. вариации интеграла, которым определяется время распространения света, и вариации интеграла, определяющего оптический путь, должны обращаться в нуль. Следовательно, оптическая длина хода луча является экстремальной. Чаще всего она минимальна.

Правила построения хода луча при преломлении его на плоской поверхности с использованием закона преломления (рис. 1.1). Пусть плоская поверхность PP разделяет две среды с показателями преломления n и n' , причем пусть $n' > n$, т. е. луч идет из менее плотной среды (воздух) в более плотную (стекло, воду и т. п.). Пусть также луч AB падает на эту поверхность под углом падения ϵ . Для построения хода преломленного луча BK необходимо на падающем луче AB от точки B отложить отрезки BD и BE , пропорциональные величинам n и n' (пусть $n = 1$, $n' = 1,5$).

Примем величину отрезка $BD = 20$ мм, тогда отрезок BE , пропорциональный n' , будет равен $BE = BD \cdot n' = 20 \cdot 1,5 = 30$ (мм). Вокруг точки B , как центра, проведем дуги радиусами BE и BD . Через точку D проведем прямую, параллельную нормали NN к поверхности PP в точке B и найдем точку O пересечения этой вспомогательной прямой с дугой, проходящей через точку E . Через точку O и точку B проведем прямую OB , которая и определит направление преломленного луча BK . Угол $\epsilon' < \epsilon$.

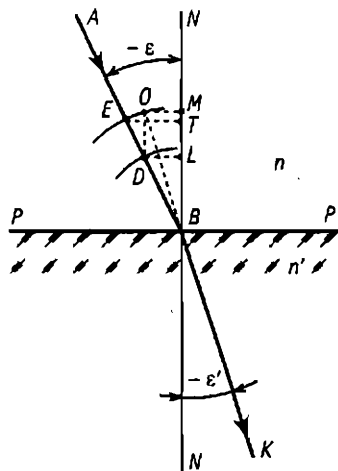


Рис. 1.1. Построение хода преломленного луча на плоской преломляющей поверхности с учетом закона преломления

Докажем, что при таком построении соблюдается закон преломления. Действительно, как следует из рис. 1.1

$$\sin \epsilon = ET/BE = DL/BD;$$

$$\sin \epsilon' = OM/BO = DL/BE,$$

тогда $\sin \epsilon / \sin \epsilon' = (DL/BD)(BE/DL) = n'/n$, т. е. соблюдается закон преломления ($n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'$).

Если луч AB пойдет из более плотной среды (например, стекло с $n = 1,5$) в менее плотную (например, воздух с $n' = 1$), т. е. когда $n > n'$, то построение хода луча после преломления выполняется следующим образом (рис. 1.2): на падающем луче AB также откладывают отрезки BD и BE от точки B , пропорциональные значениям n и n' (пусть $BD = 20$ мм, тогда длина отрезка $BE = 30$ мм).

Из точки B проводят дуги радиусами $BD = 20$ мм, $BE = 30$ мм. Но так как луч идет из более плотной среды, то уже из точки E проводят вспомогательную прямую, параллельную нормали NN к поверхности PP , до пересечения ее с дугой радиуса BD (точка O). Через точку O и точку B проводят прямую, продолжение которой даст

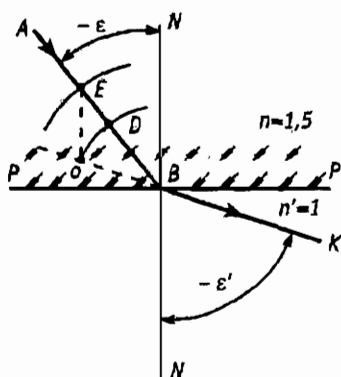


Рис. 1.2. Построение хода преломленного луча на плоской преломляющей поверхности

направление преломленного луча BK . В этом случае, как следует из построения, $|\epsilon'| > |\epsilon|$.

Построение хода луча через сферическую преломляющую поверхность (рис. 1.3) с использованием закона преломления.

Построение хода луча AB выполняется аналогичным образом, что и в рассмотренных раньше случаях. Только следует помнить, что нормалью к сферической поверхности PP в точке B падения луча AB является радиус кривизны этой поверхности. На рис. 1.3 точка C — центр кривизны сферической поверхности, NN — нормаль в точке B падения луча. Луч AB идет из менее плотной среды (воздух с $n=1$) в оптически более плотную среду (стекло с $n'=1,5$).

Правила построения хода луча, отраженного от плоской и сферической поверхностей, с использованием закона отражения.

При построении отраженного луча, чтобы сохранить равенство углов падения ϵ углам отражения ϵ' ($-\epsilon = \epsilon'$), лучше откладывать соответствующие равные отрезки, а не равные углы. Для определения направления отраженных лучей B_1K_1 , B_2K_2 , B_3K_3 ... выберем на падающем луче AB (рис. 1.4) любую точку, например, точку A . Опустим перпендикуляр из точки A на отражающую поверхность PP ,

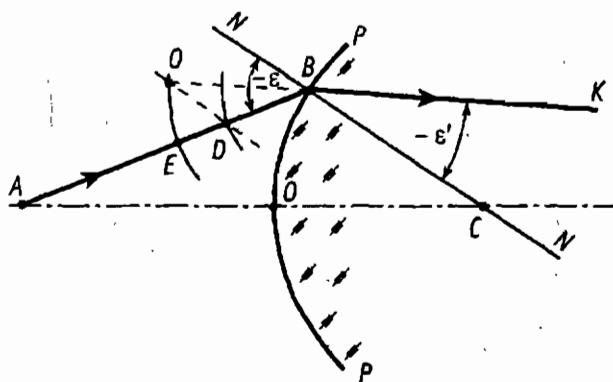
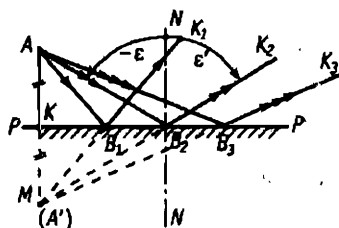


Рис. 1.3. Построение хода преломленного луча на сферической преломляющей поверхности

Рис. 1.4. Построение хода отраженного луча от плоского зеркала



продолжим его и на его продолжении вниз от точки K отложим отрезок $KM = AK$. Соединим точку M и точку B_1 (точку B_2 , точку B_3) пунктирными линиями, продолжение которых над отражающей поверхностью даст направление отраженных лучей, идущих из точки A . Действительно, из построений нетрудно доказать, что $|\epsilon| = |\epsilon'|$.

Пусть теперь на сферическую отражающую поверхность PP (вогнутое сферическое зеркало (рис. 1.5, а) или выпуклое сферическое зеркало (рис. 1.5, б)) падает луч AB . Для построения хода отраженного луча проведем нормаль NN к сферической поверхности в точке B падения луча, точка C — центр кривизны сферической поверхности зеркала.

В точке C восстановим перпендикуляр к нормали NN и проведем его до пересечения с лучом AB (точка M). Отложим на продолжении перпендикуляра отрезок $CE = CM$ и соединим точку B с точкой E . BE — направление отраженного луча, так как из $\triangle MBE$ видно, что $\angle MBC = \angle CBE$, т. е. соблюдается закон отражения.

Задачи с решениями

Задача 1.1. Определить показатели преломления сред, если скорость распространения света в них составляет: $v_1 = 197\,453$ км/с и $v_2 = 224\,610$ км/с.

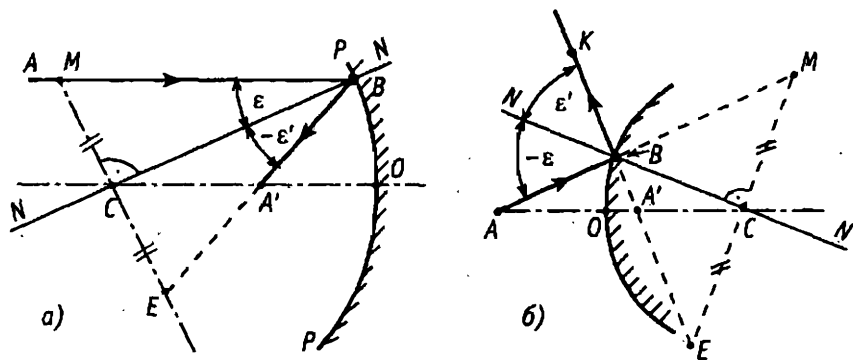


Рис. 1.5. Построение хода отраженных лучей:

а — от вогнутого сферического зеркала; б — выпуклого сферического зеркала

Решение. Показатель преломления сред, выраженный через скорости света в вакууме и в данной среде, определяют по формуле

$$n = c/v.$$

Принимая скорость распространения света в вакууме равной 299 792,5 км/с, найдем показатели преломления:

$$n_1 = 299\,792,5/197\,453 = 1,5183;$$

$$n_2 = 299\,792,5/224\,610 = 1,3347.$$

Показатель преломления 1,5183 имеет оптическое стекло К8, а 1,3347 — вода.

Задача 1.2. Определить относительный показатель преломления среды 2 относительно среды 1, если показатели относительно воздуха равны: $n_1 = 1,5183$ и $n_2 = 1,8138$.

Решение. Относительный показатель преломления двух сред равен

$$n_{12} = n_2/n_1,$$

тогда $n_{12} = 1,8138/1,5183 = 1,1946$.

Задача 1.3. Определить показатели преломления воздуха при температурах: -40° ; 20° ; 60°C и нормальном давлении.

Решение. Показатель преломления воздуха может быть определен по формуле

$$n_a = 1 + 2,9155 \cdot 10^{-9} \frac{H}{1 + t/273},$$

где H — давление в Па, t — температура воздуха в $^\circ\text{C}$. При $H = 101\,325$ Па — нормальное давление, соответствующее 760 мм рт. ст.

$$n_a = 1 + 0,000\,2954 \frac{1}{1 + t/273} = 1 + 0,000\,2954 K.$$

Для указанных выше температур коэффициент K равен

$$K_{-40^\circ} = \frac{1}{1 - 40/273} = 1,171\,67; \quad K_{20^\circ} = \frac{1}{1 + 20/273} = 0,931\,74;$$

$$K_{60^\circ} = \frac{1}{1 + 60/273} = 0,819\,82.$$

Показатели преломления воздуха:

$$n_{-40^\circ} = 1 + 0,000\,2954 \cdot 1,171\,67 = 1,000\,346;$$

$$n_{20^\circ} = 1 + 0,000\,2954 \cdot 0,931\,74 = 1,000\,275;$$

$$n_{60^\circ} = 1 + 0,000\,2954 \cdot 0,819\,82 = 1,000\,242.$$

Задача 1.4. Определить абсолютные показатели преломления оптических бесцветных стекол К8 и ТФ10, если для $\lambda = 546,07$ нм (линия спектра «e») показатели преломления этих стекол относительно воздуха при $t = 20^\circ \text{C}$ соответственно равны: $n_e = 1,518\,294$ и $n_e = 1,813\,767$.

Решение. Абсолютные показатели преломления вычисляются по формуле

$$n_e^0 = n_e n_a^0.$$

Учитывая, что $n_a^0 = 1,000\,275$ при $t = 20^\circ \text{C}$, получим:
для К8

$$n_e^0 = 1,518\,294 \cdot 1,000\,275 = 1,518\,712;$$

для ТФ10

$$n_e^0 = 1,813\,767 \cdot 1,000\,275 = 1,814\,266.$$

Из приведенных данных видно, что показатели преломления относительно вакуума больше показателей преломления относительно воздуха всего на 0,027%.

Задача 1.5. Определить показатели преломления для оптических стекол задачи 1.4 при температуре -40°C .

Решение. Изменение показателя преломления при изменении температуры характеризуется выражением

$$n_t = n_0 + \beta^x (t - t_0),$$

где n_0 — показатель преломления при температуре t_0 ; $\beta^x = \beta_{\text{acc}}(t, \lambda)$ — температурное изменение показателя преломления. Значения β^x приводятся в ГОСТ 13659–78 как среднее в пределах от -60 до $+20^\circ \text{C}$; для линий спектра F' , F , e , D , C и C' — от 20 до 120°C .

Показатели преломления n_0 определяются при $t_0 = 20^\circ \text{C}$. Для стекла марки К8 и линии e — $\beta^x = 6 \cdot 10^{-7} ^\circ \text{C}^{-1}$, для стекла марки ТФ10 и линии e — $\beta^x = 85 \cdot 10^{-7} ^\circ \text{C}^{-1}$, поэтому при $n_0 = 1,813\,767$

$$n_t = n_0 + \beta^x (t - t_0) = 1,813\,767 + 85 \cdot 10^{-7} (-60^\circ) = 1,813\,257;$$

при $n_0 = 1,518\,294$

$$n_t = n_0 + \beta^x (t - t_0) = 1,518\,294 + 6 \cdot 10^{-7} (-40^\circ - 20^\circ) = 1,518\,258.$$

Абсолютные показатели преломления, учитывая что $n_a^0 = 1,000\,346$ при $t = -40^\circ$, будут равны:

для К8

$$n_e^0 = 1,518\,258 \cdot 1,000\,346 = 1,518\,783;$$

для ТФ10

$$n_e^0 = 1,813\,257 \cdot 1,000\,346 = 1,813\,884.$$

Задача 1.6. Определить коэффициент дисперсии, если
 для К8: $n_e = 1,518\ 29$; $n_{F'} - n_{C'} = 0,008\ 115$;
 для ТФ10: $n_e = 1,813\ 767$; $n_{F'} - n_{C'} = 0,032\ 326$.

Решение. Коэффициент дисперсии (число Аббе) определяется по формуле

$$v_e = (n_e - 1) / (n_{F'} - n_{C'}).$$

Подставляя в формулу значения n_e и $n_{F'} - n_{C'}$, найдем: для К8 — $v_e = 63,87$, для ТФ10 — $v_e = 25,17$.

Задача 1.7. Определить относительные частные дисперсии для линий спектра $F'-e$; $e-C'$; $g-e$ следующих марок стекол.

К8: $n_g = 1,526\ 266$, $n_{F'} = 1,522\ 382$, $n_e = 1,518\ 294$, $n_{C'} = 1,514\ 307$;

ТК20: $n_g = 1,635\ 746$, $n_{F'} = 1,630\ 373$, $n_e = 1,624\ 702$, $n_{C'} = 1,619\ 293$;

ТФ10: $n_g = 1,848\ 338$, $n_{F'} = 1,830\ 887$, $n_e = 1,813\ 767$, $n_{C'} = 1,798\ 566$.

Решение. Относительные частные дисперсии характеризуются отношением частной дисперсии к основной средней. Для заданных показателей преломления относительные частные дисперсии вычисляются по формулам

$$\gamma_1 = \frac{n_g - n_e}{n_{F'} - n_{C'}}, \quad \gamma_2 = \frac{n_{F'} - n_e}{n_{F'} - n_{C'}}, \quad \gamma_3 = \frac{n_e - n_{C'}}{n_{F'} - n_{C'}}.$$

Для К8: $\gamma_1 = 0,9872$, $\gamma_2 = 0,5063$, $\gamma_3 = 0,4937$;

ТК20: $\gamma_1 = 0,9968$, $\gamma_2 = 0,5118$, $\gamma_3 = 0,4882$;

ТФ10: $\gamma_1 = 1,0696$, $\gamma_2 = 0,5297$, $\gamma_3 = 0,4703$.

Если относительная частная дисперсия соответствующей части спектра для одной марки стекла равна этой же дисперсии для другой марки, то такие стекла называют *парой стекол с пропорциональным спектром*.

Задача 1.8. Установить связь между показателями преломления и скоростями света, соответствующими им.

Решение. Абсолютные показатели преломления в одной и другой средах равны: $n = c/v$; $n' = c/v'$, откуда $c = nv$ и $c = n'v'$. Приравнявая эти выражения, получим

$$nv = n'v',$$

т. е. для каждой среды произведение показателя преломления на скорость света в ней есть величина постоянная.

Задача 1.9. Определить скорость света в стекле при 20°C , если угол падения луча в воздухе $\varepsilon = 30^\circ$, а угол преломления в стекле $\varepsilon' = 15^\circ$.

Решение. По закону преломления

$$n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'.$$

Отсюда отношение показателей преломления

$$n/n' = \sin \epsilon' / \sin \epsilon = 0,517\ 64.$$

Принимая показатель преломления воздуха при 20 °С равным $n_a = 1,000\ 275$, найдем скорость света в воздухе $v = c/n_a = 299\ 710\ \text{км/с}$.

Из формулы связи между показателями преломления и скоростями света, приведенной в предыдущей задаче, находим скорость света в стекле

$$v' = nv/n' = 155\ 142\ \text{км/с}.$$

Задача 1.10. Определить угол преломления луча на плоской поверхности, разграничивающей среды с показателями преломления $n = 1$ и $n' = 1,5183$, если угол падения $\epsilon = 30^\circ$.

Решение. В соответствии с законом преломления (см. 1.9)

$$\sin \epsilon' = n \sin \epsilon / n' = \sin 30^\circ / 1,5183 = 0,329\ 32;$$

$$\epsilon' = 19^\circ 13' 38''.$$

Отсюда следует, что при $n' > n$ преломленный луч приближается к нормали, проведенной через точку падения, при $n' < n$ луч удаляется от нормали.

Задача 1.11. Определить предельный угол полного внутреннего отражения на границе раздела «стекло — воздух» и «стекло — стекло». Показатели преломления на границе раздела «стекло — воздух»: 1,5183—1,0; 1,6601—1,0; 1,8138—1,0; «стекло — стекло»: 1,5617—1,4721; 1,6428—1,4891; 1,8138—1,4846.

Решение. Предельный угол полного внутреннего отражения определяется по формуле

$$\sin \epsilon_m = n'/n.$$

Подставляя значения n' и n , найдем:
стекло — воздух

$$\sin \epsilon_m = 1/n = 0,658\ 63; \quad \epsilon_m = 41^\circ 11' 44'';$$

$$\sin \epsilon_m = 0,602\ 41; \quad \epsilon_m = 37^\circ 02' 23'';$$

$$\sin \epsilon_m = 0,551\ 33; \quad \epsilon_m = 33^\circ 27' 30'';$$

стекло — стекло

$$\sin \epsilon_m = n'/n = 0,942\ 63; \quad \epsilon_m = 70^\circ 29' 53'';$$

$$\sin \epsilon_m = 0,906\ 44; \quad \epsilon_m = 65^\circ 01' 05'';$$

$$\sin \epsilon_m = 0,818\ 50; \quad \epsilon_m = 54^\circ 56' 06''.$$

Полученные величины означают, что все лучи с углами падения, превышающими ϵ_m , не испытывают преломления, а отражаются от границы раздела сред в ту же самую среду. Предельные углы

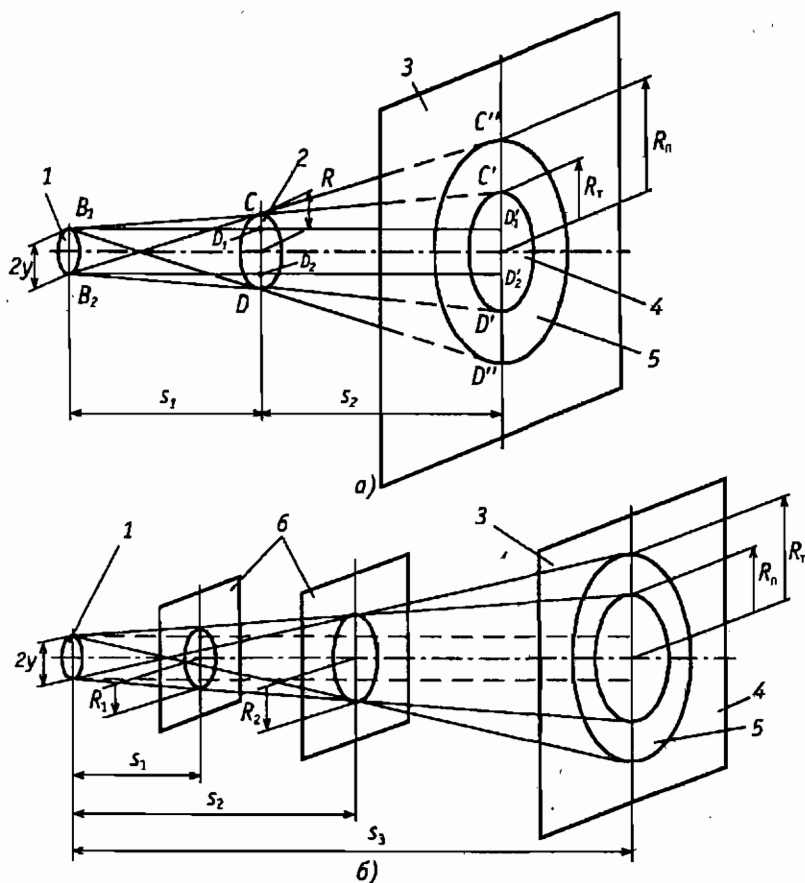


Рис. 1.6. Образование тени и полутени при прохождении света:
 а — около непрозрачного диска; б — через диафрагмы

падения ϵ_m увеличиваются, если свет переходит из более плотной среды не в воздух, а в среду, показатель преломления которой n' мало отличается от показателя преломления n , но $n' < n$.

Задача 1.12. При освещении непрозрачного диска 2 радиуса R на экране 3, отстоящем от него на расстоянии s_2 , получается область тени 4 радиуса R_r и область полутени 5 радиуса R_n . Найти формулы для определения размера $2y$ источника света 1 и его расстояние s_1 от непрозрачного диска, если прямая линия, соединяющая центры источника света, диска и экрана, перпендикулярна к ним (рис. 1.6, а).

Решение. На основании законов прямолинейного и независимого распространения света из точек B_1 и B_2 источника света 1 можно

провести лучи B_1CC' , B_2CC'' , B_2DD' , B_1DD'' . Из подобия треугольников B_1CD и $B_1C'D'$, а также B_2CD_2 и $B_2C''D_2'$ имеем

$$(R - y)/s_1 = (R_T - y)/(s_1 + s_2);$$

$$(R + y)/s_1 = (R_n + y)/(s_1 + s_2).$$

Из этих выражений для отрезка s_1 получим

$$s_1 = s_2 (R - y)/(R_T - R); \quad s_1 = s_2 (R + y)/(R_n - R).$$

Приравнивая правые части последних выражений, найдем отрезок y , т. е. радиус источника света:

$$y = R (R_n - R_T)/(R_T + R_n - 2R).$$

Учитывая значение y , для отрезка s_1 получим

$$s_1 = 2 \frac{s_2 R}{R_T + R_n - 2R}.$$

Задача 1.13. На расстоянии $s_1 = 50$ мм и $s_2 = 100$ мм от источника света I ($2y = 20$ мм) установлены диафрагмы δ с отверстиями, радиусы которых $R_1 = 15$ мм и $R_2 = 20$ мм. Определить, исходя из законов прямолинейного и независимого распространения света, размеры зон тени 4 и полутени 5 на экране 3, расположенном на расстоянии $s_3 = 500$ мм от источника света, если центры источника света, диафрагм и экрана лежат на одной прямой (рис. 1.6, б).

Решение. На основании рис. 1.6, б можем написать следующие соотношения:

$$(R_2 + y)/s_2 = (R_T + y)/s_3;$$

$$(R_2 - y)/s_2 = (R_T - y)/s_3,$$

откуда для радиусов тени и полутени получим

$$R_T = [s_3 (R_2 + y)]/s_2 - y;$$

$$R_n = [s_3 (R_2 - y)]/s_2 - y.$$

Подставляя в эти формулы значения s_2 , s_3 , R_2 и y , найдем радиусы тени и полутени:

$$R_T = 140 \text{ мм}; \quad R_n = 60 \text{ мм}.$$

Задача 1.14. Определить углы преломления лучей 1, 2 и 3 при переходе их из среды с показателем преломления $n_1 = 1,5183$ в воздух ($n_2 = 1$), если для этих лучей $\epsilon_1 = 0^\circ$, $\epsilon_2 = 20^\circ$, $\epsilon_3 = 35^\circ$. Определить также ϵ_4 , если $\epsilon_4' = 90^\circ$ (рис. 1.7).

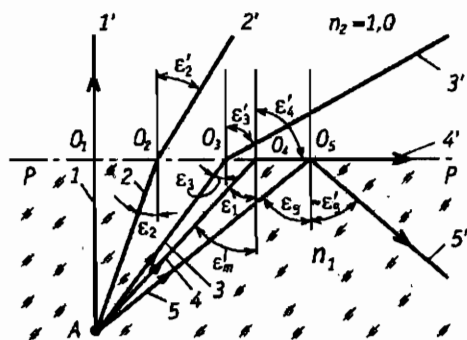


Рис. 1.7. Явление полного внутреннего отражения

Решение. В соответствии с законом преломления при $n_2 = 1$

$$\sin \epsilon' = n_1 \sin \epsilon.$$

Для лучей AO_1 , AO_2 и AO_3 получим

$$\sin \epsilon'_1 = n_1 \sin \epsilon_1 = 0; \quad \epsilon'_1 = 0;$$

$$\sin \epsilon'_2 = n_1 \sin \epsilon_2 = 1,5183 \sin 20^\circ = 0,51929; \quad \epsilon'_2 = 31^\circ 17';$$

$$\sin \epsilon'_3 = n_1 \sin \epsilon_3 = 1,5183 \sin 35^\circ = 0,87086; \quad \epsilon'_3 = 60^\circ 34'.$$

Если угол преломления $\epsilon'_4 = 90^\circ$, т. е. преломленный луч скользит вдоль поверхности раздела двух сред (луч 4), то угол падения будет равен:

$$\sin \epsilon_4 = \sin \epsilon'_4 / n_1 = 1/1,5183 = 0,65863; \quad \epsilon_4 = 41^\circ 12'.$$

При увеличении угла падения не происходит преломления и лучи света отражаются в ту же самую среду (см. луч 5). Угол $\epsilon_4 = \epsilon_m$ является предельным углом полного внутреннего отражения.

Задача 1.15. Как представляется точка, находящаяся над поверхностью воды, для глаза, смотрящего из воды, — ближе к поверхности раздела двух сред или дальше от нее?

Решение. Пусть PP является границей раздела двух оптических сред с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 1.8, а). Точка A находится в среде, показатель преломления которой равен n_1 . Луч AO , падающий перпендикулярно к линии раздела PP , пойдет дальше без преломления, а лучи AO_1 и AO_2 , образующие малые углы падения, изменят направление, т. е. преломятся в точках O_1 и O_2 . Если $n_2 > n_1$, то углы преломления ϵ' будут меньше углов падения ϵ .

В глаз попадают лучи под очень малыми углами, поэтому закон преломления можем написать в виде $n_1 \epsilon = n_2 \epsilon'$. Откуда $\epsilon' = n_1 \epsilon / n_2$.

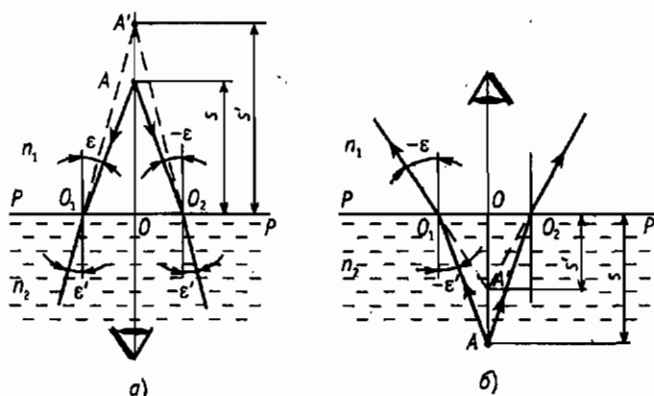


Рис. 1.8. Положение предмета и изображения при наблюдении из среды: а — с $n_1 > n_2$; б — с $n_1 < n_2$

Из рис. 1.8, а имеем

$$\epsilon' = O_1O/OA' = O_1O/s'; \quad \epsilon = O_1O/OA = O_1O/s.$$

Учитывая выражение для углов ϵ и ϵ' , найдем

$$\frac{O_1O}{s'} = \frac{n_1}{n_2} \frac{O_1O}{s}; \quad s' = n_2 s / n_1.$$

Из последней формулы следует, что $s' > s$ при $n_2 > n_1$. Следовательно, если точка А находится в воздухе ($n_1 = 1$), то при наблюдении из воды ($n_2 = 1,333$) она кажется на большем расстоянии от поверхности воды, чем расстояние, на котором она находится в действительности, т. е.

$$s' = 1,333 s.$$

Если точка А находится в воде (рис. 1.8, б), то для наблюдателя, расположенного в воздухе, она будет казаться на меньшем расстоянии от поверхности воды (рис. 1.8, б), чем в действительности: $s' = s/1,333$.

Задача 1.16. Показать, как из закона преломления можно получить закон отражения.

Решение. В геометрической оптике принимается, что свет распространяется слева направо, и это направление считается положительным. После отражения свет распространяется в той же самой среде, но в противоположном направлении, поэтому скорость света v считается отрицательной. В этом случае показатель преломления

$$n_2 = -c/v.$$

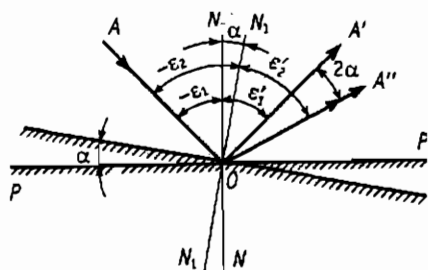


Рис. 1.9. Изменение направления отраженного луча при наклоне плоского зеркала

Отсюда следует, что после отражения показатель преломления имеет противоположный знак, т. е. $n_2 = -n_1$, тогда

$$\sin \epsilon = -\sin \epsilon'; \quad -\epsilon = \epsilon'.$$

Задача 1.17. Показать, что если плоское зеркало PP (рис. 1.9) повернуть на угол α , то отраженный от него луч света отклонится на угол 2α .

Решение. Учитывая правило знаков, для углов падения и отражения можно записать $-\epsilon_2 = -\epsilon_1 + \alpha$ или, изменяя знаки, $\epsilon_2 = \epsilon_1 - \alpha$ (рис. 1.9).

Согласно закону отражении $-\epsilon_1 = \epsilon_1'$ и $-\epsilon_2 = \epsilon_2'$, поэтому

$$-\epsilon_2' = -\epsilon_1' - \alpha \quad \text{или} \quad \epsilon_2' = \epsilon_1' + \alpha.$$

Угол $A'OA''$ между лучами OA' и OA'' равен

$$\epsilon_2' - \epsilon_1' + \alpha.$$

Подставляя в это выражение значение угла ϵ_2' , получим

$$\angle A'OA'' = \epsilon_1' + \alpha - \epsilon_1' + \alpha = 2\alpha.$$

Отсюда следует, что при повороте зеркала на угол α угол между отраженными лучами OA' и OA'' составляет 2α .

Задача 1.18. Два плоских зеркала расположены так, что образуют двугранный угол α (рис. 1.10). На одно из зеркал падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Показать, что угол отклонения этого луча от первоначального направления после отражения от обоих зеркал не зависит от угла падения. Чему равен этот угол?

Решение. Углы падения и отражения на зеркало P_1P_1 обозначим через ϵ_1 и ϵ_1' , а на зеркало P_2P_2 — через ϵ_2 и ϵ_2' . Рассмотрим треугольники O_1BO_2 и O_1CO_2 . Для треугольника O_1BO_2 угол N_1BO_2 является внешним углом, который равен сумме внутренних углов треугольника, не смежных с ним, т. е.

$$\angle N_1BO_2 = -\epsilon_1' + \epsilon_2 = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \alpha.$$

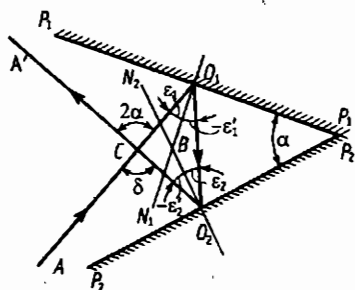


Рис. 1.10. Отклонение луча после отражении его от двух плоских зеркал

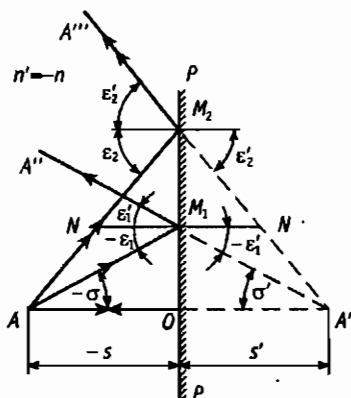


Рис. 1.11. Изображение точки A плоским зеркалом

Угол δ отклонения луча AO_1 после отражения от обоих зеркал равен углу O_1CA' (ACO_2), который является внешним углом для треугольника O_1CO_2 :

$$\begin{aligned}\delta &= \angle O_1CA' = \angle CO_1O_2 + \angle O_1O_2C = \epsilon_1 - \epsilon_1' + \epsilon_2 - \epsilon_2' = \\ &= 2(\epsilon_1 + \epsilon_2) = 2\alpha.\end{aligned}$$

Таким образом, угол отклонения луча δ не зависит от углов падения его на зеркала, поэтому равенство $\delta = 2\alpha$ справедливо для любых углов ϵ_1 . Докажите, что угол δ не зависит также от угла поворота зеркал в плоскости, перпендикулярной к поверхности зеркал (в плоскости чертежа). Заметим, что такие зеркала называются пентагональными.

Задача 1.19. Графическим построением найти изображение точки A , расположенной перед плоским зеркалом PP на расстоянии s (рис. 1.11).

Решение. Допустим, что на плоское зеркало PP из точки A падает расходящийся гомоцентрический пучок лучей AOM_1 . Рассмотрим отражение крайних лучей пучка AO и AM_1 . Для луча AO , падающего перпендикулярно на зеркало, углы падения и отражения равны нулю, поэтому после отражения он пойдет по направлению OA . Луч AM_1 образует с нормалью NN в точке падения M_1 угол падения $-\epsilon_1$. Так как $-\epsilon_1 = \epsilon_1'$, то после отражения луч пойдет по направлению M_1A'' . Изображение точки A должно находиться на пересечении отраженных лучей. Поэтому, продолжив лучи AO и $A''M_1$ до их пересечения, найдем точку A' , являющуюся изображением точки A . Это изображение будет мнимым, и наблюдателю, находящемуся в отраженных лучах, кажется, что эти лучи выходят из точки A' .

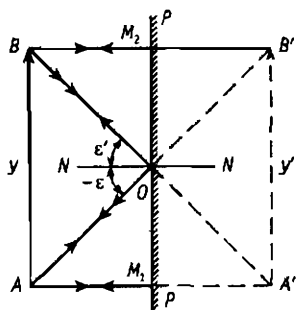


Рис. 1.12. Изображение отрезка AB плоским зеркалом

Треугольники AOM_1 и OM_1A' являются равными (сторона OM_1 — общая и $-\sigma = \sigma'$), так как $-\sigma = -\epsilon_1 = \epsilon_1'$; $\sigma' = \epsilon_1'$, поэтому точка A' располагается от зеркала на расстоянии s' , равном расстоянию s . Если взять, например, луч AM_2 , то продолжение отраженного луча M_2A''' также пройдет через точку A' . Следовательно,

плоское зеркало не нарушает гомоцентричность пучка лучей.

Задача 1.20. Построить изображение отрезка — предмета AB , расположенного перед плоским зеркалом PP (рис. 1.12).

Решение. Допустим, что предмет AB параллелен зеркалу PP . Проведем из точки A предмета два луча: AM_1 , падающий перпендикулярно к зеркалу, и AO , образующий с нормалью NN угол $-\epsilon$. При этом точку O выберем так, чтобы $M_1O = M_1M_2/2 = AB/2$. После отражения от зеркала луч AM_1 пойдет в обратном направлении M_1A , а луч AO отразится под углом ϵ' и пройдет через точку B . Продолжения лучей M_1A и OB пересекутся в точке A' .

Для получения изображения точки B возьмем также два луча BM_2 и BO . Продолжение отраженных лучей M_2B и OA даст точку B' . Соединяя точки A' и B' , получим изображение предмета AB , которое является мнимым, так как образуется продолжением лучей.

Задача 1.21. На пути светового луча, идущего из воздуха, поставили пластину из стекла с $n_2 = 1,5183$ (стекло марки К8), поверхности которой параллельны друг другу (плоскопараллельная пластина — ППП). Толщина пластины $d = 4$ мм. Как изменится оптическая длина пути луча, если луч AB будет падать на пластину:

- а) нормально, т. е. угол падения луча $\epsilon_1 = 0^\circ$;
- б) под углом $\epsilon_1 = 30^\circ$.

Решение. При нормальном падении луча AB на стеклянную пластину (рис. 1.13.) оптический путь луча в пластине составил бы $L_2 = n_2d$. Если бы луч AB шел на такой же толщине $d = 4$ мм в воздухе, то его оптический путь составлял бы $L_1 = n_1d$. Видно, что изменение длины оптического пути при введении ППП составит

$$\bar{\Delta} = L_2 - L_1 = 4(1,5183 - 1) = 2,0732 \text{ (мм)}.$$

При падении луча под углом $\epsilon_1 = 30^\circ$ его оптический путь в воздухе на расстоянии 4 мм будет $L_1 = n_1d/\cos 30^\circ = 1,4/\cos 30^\circ = 4,706$ мм, а в плоскопараллельной пластине оптический путь

$$L_2 = n_2d/\cos \epsilon_1'.$$

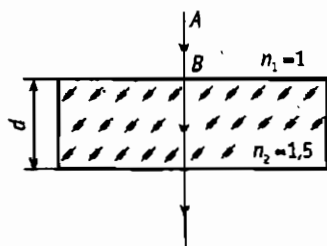


Рис. 1.13. Ход луча в пластине при $\epsilon_1 = 0$

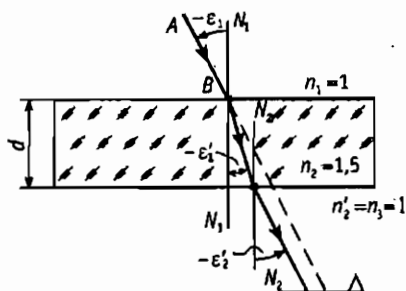


Рис. 1.14. Ход луча в пластине при падении луча под углом $\epsilon_1 \neq 0$

Найдем, используя закон преломления, угол преломления ϵ_1' луча на первой преломляющей поверхности

$$\sin \epsilon_1' = \sin \epsilon_1 / n_2 = \sin 30^\circ / 1,5183 = 0,5 / 1,5183 = 0,3293 \text{ и}$$

$$L_2 = 1,5183 \cdot 4 / 0,9445 = 6,430 \text{ (мм),}$$

тогда изменение оптического пути составит

$$D_2 = L_2 - L_1 = 6,430 - 4,706 = 1,724 \text{ (мм).}$$

Как видно из рис. 1.14 при наклонном падении луча на ППП после преломления на второй поверхности ППП происходит смещение луча относительно своего первоначального направления. Величина смещения луча (Δ) определяется при небольших углах падения по формуле $\Delta = (n_2 - 1) d / n_2 = (1,5183 - 1) \cdot 4 / 1,5183 = 1,365 \text{ мм.}$

Задача 1.22. Графически, выполнив построение хода лучей с использованием закона преломления, показать, что плоская преломляющая поверхность, разделяющая среды с показателями n_1 и n_2 в случае, когда $n_2 > n_1$, нарушает гомоцентричность пучка: лучи, вышедшие из одной точки предмета на оси (точки A), после преломления не сходятся в одной точке.

Решение. Используя правила построения хода лучей (см. стр. 15) через плоские преломляющие поверхности, графическим построением найдем точки пересечения преломленных лучей 1, 2, 3 с оптической осью (рис. 1.15).

Из построения видно, что лучи 1, 2, 3, вышедшие из точки A, после преломления на плоской поверхности пересекают оптическую ось в точках A_1' , A_2' , A_3' соответственно, т. е. при преломлении на плоской поверхности нарушается гомоцентричность пучка.

Задача 1.23. Графическим построением показать, что сферическая преломляющая поверхность нарушает гомоцентричность пучка.

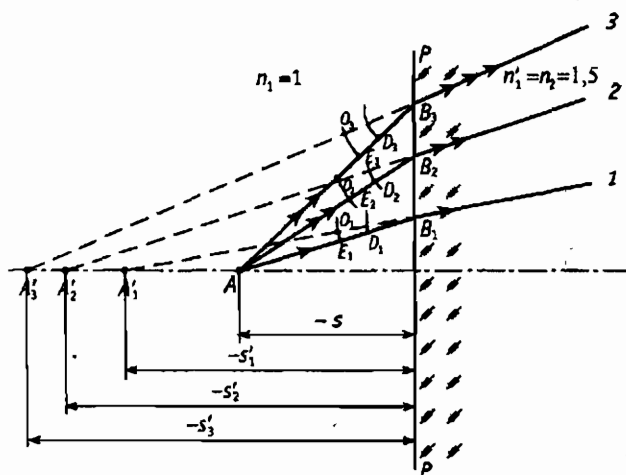


Рис. 1.15. Нарушение гомоцентричности пучка лучей плоской преломляющей поверхностью

Решение. Пусть из точки предмета на оси (точки A), лежащей в бесконечности, на преломляющую сферическую поверхность заданного радиуса r (рис. 1.16), падает гомоцентрический пучок лучей 1, 2, 3. Выполним графические построения хода лучей с использованием закона преломления (см. стр. 16), если $n_1' = n_2 = 1,5$.

Из построений видно, что лучи 1, 2, 3 после преломления не пришли в одну точку, а пересекли оптическую ось в точках A_1' , A_2' , A_3' соответственно. Следовательно, *преломляющая сферическая поверхность нарушает гомоцентричность пучка*.

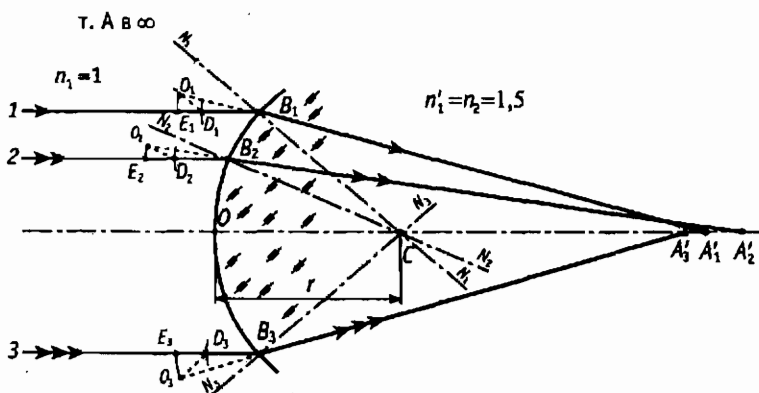


Рис. 1.16. Нарушение гомоцентричности пучка лучей сферической преломляющей поверхностью

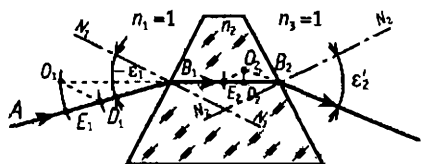


Рис. 1.17. Построение хода преломленного луча в призме

Задача 1.24. Используя закон преломления, построить ход луча в преломляющей равнобедренной стеклянной призме ($n_2 = 1,5$).

Решение. Используя правила построения хода лучей через плоские преломляющие поверхности, построим ход луча AB_1 в призме. Графическое решение представлено на рис. 1.17.

Задача 1.25. Построить с использованием закона преломления ход луча в отражательной призме, выполненной из стекла марки К8 ($n_2 = 1,5183$), если углы при основании призмы равны 45° . Луч AB_1 падает на призму параллельно основанию призмы (рис. 1.18).

Решение. При графическом построении хода луча наблюдается явление полного внутреннего отражения на 2-й поверхности призмы, так как при построении хода луча на этой поверхности оказывается, что вспомогательная прямая E_2K_2 , параллельная нормали N_2N_3 , не пересекает дугу, проведенную из точки B_2 радиусом B_2D_2 , пропорциональным значению показателя преломления n_2 . Поэтому при построении хода луча при отражении от второй поверхности призмы используется закон отражения, т. е. $-\epsilon_2 = \epsilon'_2$. Построение хода луча при преломлении на 3-й поверхности аналогично построению на первой поверхности, но с учетом того, что $n_3 < n_2$.

Задача 1.26. Определить построением, сколько изображений светящейся точки A получится в двух плоских зеркалах, расположенных под углом 45° друг к другу отражающими поверхностями, если точка A находится между ними на одинаковом расстоянии от зеркал. Есть ли закономерность в расположении всех изображений?

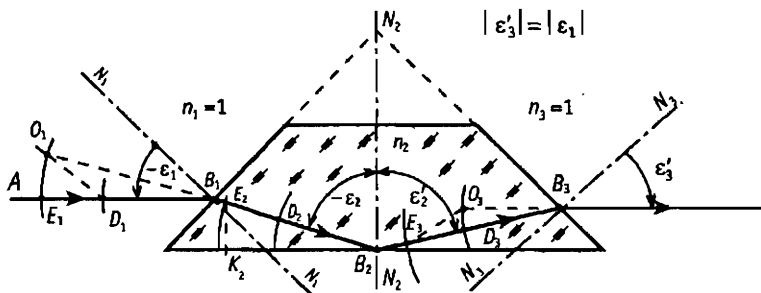


Рис. 1.18. Построение хода луча в отражательной призме

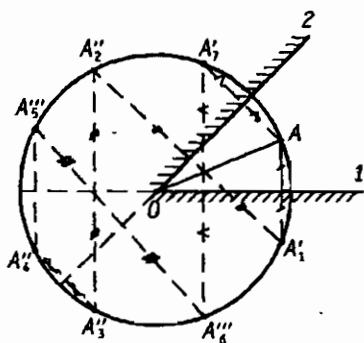


Рис. 1.19. Построение изображений точки A в системе из двух плоских зеркал, расположенных под углом 45° .

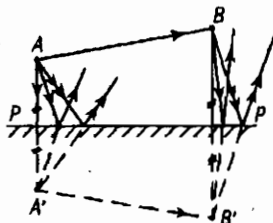


Рис. 1.20. Построение изображения предмета AB в плоском зеркале

Решение. Используя правило построения изображений в плоском зеркале, найдем графическим построением, что в двух зеркалах, расположенных под углом 45° друг к другу, будет семь изображений светящейся точки A . Все изображения будут располагаться на окружности, радиус которой равен расстоянию от точки пересечения зеркал (точки O) до точки A ($r = OA$) — рис. 1.19.

Задача 1.27. Построить изображение предмета AB в плоском зеркале.

Решение. Графическое решение представлено на рис. 1.20.

Задача 1.28. Графически показать, что в системе из двух плоских зеркал, расположенных под углом α друг к другу, угол между падающим лучом и отраженным будет в два раза больше угла между зеркалами.

Решение. Графическое решение представлено на рис. 1.21.

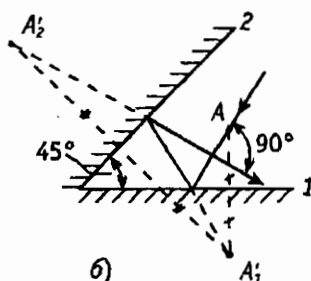
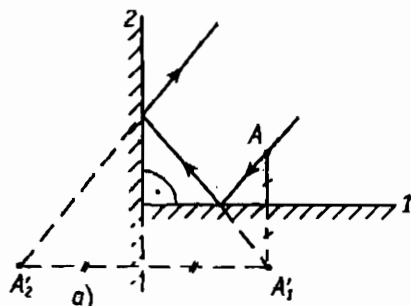


Рис. 1.21. Построение изображения точки A в системе из двух плоских зеркал a — угол между зеркалами 90° ; $б$ — угол между зеркалами 45°

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1.29. Угол падения луча на преломляющую поверхность $\epsilon = 30^\circ$, угол преломления $\epsilon' = 15^\circ$. Найти скорость распространения луча в стекле.

Ответ: $v = 155\,142 \text{ км/с}$.

Задача 1.30. Скорость распространения света с длиной волны $\lambda = 589,3 \text{ нм}$ в воде $v_1 = 225 \cdot 10^3 \text{ км/с}$, а в стекле $v_2 = 198,2 \cdot 10^3 \text{ км/с}$. Найти показатель преломления стекла относительно воды.

Ответ: $n_{2,1} = 1,135\,22$.

Задача 1.31. Скорость распространения света в алмазе $v = 124 \cdot 10^6 \text{ км/с}$. Найти показатель преломления света в алмазе.

Ответ: $n = 2,4194$.

Задача 1.32. Определить угол преломления луча на плоской поверхности, раграничивающей среды с показателями преломления $n = 1$, $n_1' = n_2 = 1,5183$, если угол падения луча $\epsilon_1 = 30^\circ$.

Ответ: $\sin \epsilon_1' = 0,3293$.

Задача 1.33. В геодезии расстояние AB до удаленных предметов (рис. 1.22) определяют с помощью светодальномеров, принцип действия которых основан на измерении интервала времени Δt . В течение этого времени свет проходит расстояние от светодальномера (точка B) до отражателя (точка A) и обратно (после отражения).

Определить расстояние AB , если при измерении получилось $\Delta t = 200 \text{ мкс}$, показатель преломления воздуха принять $n = 1$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

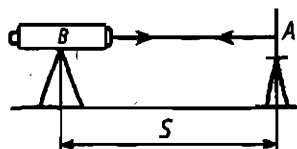


Рис. 1.22

Ответ: $s = 30 \text{ км}$.

Задача 1.34. Плоская поверхность разделяет две среды с показателями преломления $n_1 = 1,54$ и $n_2 = 1,62$. Найти угол преломления для луча, падающего на поверхность под углом 20° .

Ответ: $18^\circ 58'$.

Задача 1.35. Определить предельные углы полного внутреннего отражения на границе раздела двух сред «стекло — стекло» для двух случаев:

1. Если $n_1 = 1,5617$ и $n_2 = 1,4721$;
2. Если $n_1 = 1,8138$ и $n_2 = 1,4846$.

Ответ: $\epsilon_m = 70^\circ 30'$, $\epsilon_m = 54^\circ 56'$.

Задача 1.36. Показатель преломления алмаза относительно воздуха $n_D = 2,417$. Определить предельный угол полного внутреннего отражения на границе алмаза с воздухом для линии натрия D .

Ответ: $\epsilon_m = 24^\circ 26,5'$.

Задача 1.37. Луч света падает под углом $41^\circ 18'$ из стекла с показателем преломления 1,5152 в воздух. Определить угол преломления луча. Будет ли свет преломляться при падении на эту же границу сред под углами, большими заданного? Свет подразумевается монохроматическим.

Ответ: $\epsilon' = 90^\circ$.

Задача 1.38. Пучок света от лампы падает на поверхность стола под углом 45° . Определить угол к горизонту, под которым надо поместить плоское зеркало, чтобы после отражения от него пучок света направился параллельно поверхности стола.

Ответ: $157,5^\circ$ или $112,5^\circ$.

Задача 1.39. На стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,54$ падает луч света. Каков угол падения луча, если угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° ?

Ответ: 57° .

Задача 1.40. Свая, вбитая в дно озера, выступает из воды на один метр. Определить длину тени на дне озера, если лучи Солнца падают на поверхность воды под углом 45° и глубина озера 1 м. Показатель преломления воды считать равным 1,33

Ответ: 1,62 м.

Задача 1.41. Глубина воды в водоеме равна 2,5 м. Наблюдатель смотрит на предмет, лежащий на дне, причем луч зрения нормален к поверхности воды. Определить кажущееся расстояние предмета от поверхности воды. Показатель преломления воды принять равным 1,33.

Ответ: 1,88 м.

Задача 1.42. На сколько изменится кажущаяся глубина водоема, если сначала смотреть на такую точку дна, что луч зрения оказывается перпендикулярным к поверхности воды, а затем смотреть на точку дна, которая удалена от первой на 1 м? Глубина водоема 2 м. Показатель преломления воды 1,33.

Ответ: 0,17 м.

Задача 1.43. Доказать, что одна плоская поверхность, разделяющая две среды с показателями преломления n и n' , смещает точку с координатой $-s_1$ относительно поверхности (точка в среде с показателем n) на расстояние

$$s'_1 = s_1 (\operatorname{tg} \epsilon_1 / \operatorname{tg} \epsilon'_1)$$

от поверхности, где ϵ_1 и ϵ_1' — углы падения и преломления лучей на границе сред.

Задача 1.44. В трактатах основателя геометрической оптики знаменитого александрийского ученого Эвклида (III век до н. э.) описан следующий опыт. На дно кубка кладется кольцо, а глаз наблюдателя помещается так, что кольцо оказывается скрытым краями кубка. Не меняя положения глаза, в кубок наливают воду и кольцо становится видимым. Прodelать такой опыт и объяснить его. Сделать пояснительный рисунок.

Задача 1.45. На какой угол отклонится луч от первоначального направления, упав под углом 45° на поверхность стекла? На поверхность алмаза?

Ответ: 19° ; 28° .

Задача 1.46. Водолазу, находящемуся под водой, солнечные лучи кажутся падающими под углом 60° к поверхности воды. Какова угловая высота Солнца над горизонтом?

Ответ: 49° .

Задача 1.47. Луч падает на поверхность воды под углом 40° . Под каким углом должен упасть луч на поверхность стекла, чтобы угол преломления оказался таким же?

Ответ: 52° .

Задача 1.48. В каком случае угол падения равен углу преломления?

Ответ: при $n = 1$ и $\epsilon = 0$.

Задача 1.49. Луч переходит из воды в стекло. Угол падения равен 35° . Найти угол преломления.

Ответ: 28° .

Задача 1.50. Под каким углом должен падать луч на поверхность стекла, чтобы угол преломления был в два раза меньше угла падения?

Ответ: 74° .

Задача 1.51. Под каким углом должен упасть луч на стекло, чтобы преломленный луч оказался перпендикулярно к отраженному?

Ответ: 58° .

Задача 1.52. Как при помощи двух плоских зеркал можно проводить наблюдения из-за укрытия?

Задача 1.53. Человек смотрит в зеркало, подвешенное вертикально. Будет ли изменяться величина видимой в зеркало части тела человека по мере удаления его от зеркала? Ответ пояснить построением.

Ответ: не будет.

ГЛАВА 2. ИДЕАЛЬНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Основные формулы для решения задач

Идеальной называется оптическая система, которая не нарушает гомоцентричности сколь угодно широких пучков лучей, проходящих через нее, и образует изображение подобное предмету независимо от его размеров.

Ниже приведены основные формулы идеальной оптической системы, по которым выполняются габаритные расчеты при конструировании оптических приборов.

Основными формулами являются формулы Гаусса и Ньютона для сопряженных точек. В табл. 2.1 приведена формула Гаусса в общем виде и для разных частных случаев.

При использовании формулы Гаусса к расчету систем из нескольких бесконечно тонких компонентов применяют формулу перехода для отрезков $a_{i+1} = a'_i - d_i$, например, $a_2 = a'_1 - d_1$.

Формула Гаусса определяет *оптическую силу* Φ , так как $\Phi = n'/f'$.

Известно, что $n'/f' = -n/f$, тогда для линзовых систем в воздухе, когда $n = n' = 1$, $f' = -f$.

Формула *Ньютона* имеет вид:

$$zz' = ff'$$

или в частном случае, когда компонент или система находится в воздухе, $zz' = -f'^2$.

Умножив обе части формулы Гаусса на высоту h , получим известную формулу *произвольных тангенсов*:

$$n'\alpha' - n\alpha = h\Phi.$$

Таблица 2.1

Случай применения	Виды формулы Гаусса
Основная формула (общий случай, когда $n \neq n'$)	$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'}{f'}$
Частные случаи	
Преломляющая система (бесконечно тонкая линза, бесконечно тонкий компонент) в воздухе, $n = n' = 1$ (рис. 2.1, а)	$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}$
Отражающая поверхность (отдельное зеркало) $a = s$, $a' = s'$, $n' = -n$ (рис. 2.1, б)	$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}$ или $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$
Плоская преломляющая поверхность, $a = s$, $a' = s'$ (рис. 2.1, в)	$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0$; $\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s}$; $n's = ns'$

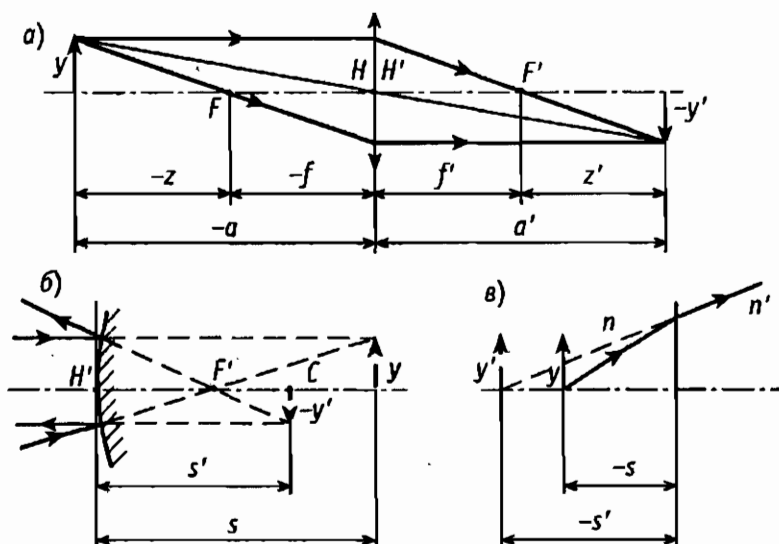


Рис. 2.1 Ход луча и отрезки $a(s)$, $a'(s')$ для разных систем:
 a — бесконечно тонкий компонент; b — отдельное сферическое зеркало; v — плоская преломляющая поверхность

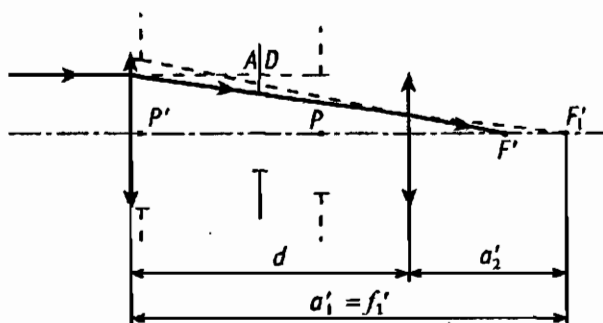


Рис. 2.2. Ход апертурного луча

Формулы Гаусса, Ньютона и произвольных тангенсов вместе с формулами перехода используют для расчета хода параксиальных лучей, для определения световых диаметров компонентов, увеличения системы, ее фокусного расстояния, положения и диаметра входного или выходного зрачков и т. п.

При выполнении габаритных расчетов удобнее применять формулу произвольных тангенсов вместе с формулой перехода для высот. В табл. 2.2 приведены модификации этой формулы, применяемые для расчета разных лучей, и формулы перехода для высот.

Таблица 2.2

Рассчитываемые лучи	Вид формул для расчета системы из p линзовых компонентов	
	Общий случай, $n \neq n'$	Система в воздухе
Апертурные лучи, идущие из осевой точки предмета (рис. 2.2).	$n'_i \alpha'_i - n_i \alpha_i = h_i \Phi_i$ $h_{i+1} = h_i - d_i \alpha'_i$	$\alpha'_i - \alpha_i = h_i \Phi_i$ $h_{i+1} = h_i - d_i \alpha'_i$
Полевой пучок лучей, содержащий верхний, главный и нижний лучи, идущие из внеосевой точки предмета (для предмета в бесконечности лучи направлены в систему под углом ω).	$n'_i \beta'_i - n_i \beta_i = y_i \Phi_i$ $y_{i+1} = y_i - d_i \beta'_i$	$\beta'_i - \beta_i = y_i \Phi_i$ $y_{i+1} = y_i - d_i \beta'_i$

Из расчета апертурного луча через систему из p линзовых компонентов при $a_1 \neq -\infty$ можно определить линейное увеличение $\beta = (n_i/n_p) / (\alpha_i/\alpha'_p)$, задний отрезок $a'_p = h_p/\alpha'_p$. Промежуточные отрезки легко определить, так как

$$a'_i = \frac{h_i}{\alpha'_i} = \frac{h_i}{\alpha_{i+1}}; \quad a_i = \frac{h_i}{\alpha_i}.$$

При $s_1 = a_1 = -\infty$ можно определить фокусное расстояние системы: $f' = h_i/\alpha'_p$ (табл. 2.3).

Из расчета *главного* луча определяется отрезок a'_p , характеризующий положение выходного зрачка, а также увеличение в зрачках β_p :

$$a'_p = \frac{y_p}{\beta'_p}; \quad \beta_p = \frac{n_i}{n'_p} \cdot \frac{\beta_i}{\beta'_p}.$$

Значения промежуточных отрезков определяются так же, как и для апертурного луча.

Для контроля вычислений рекомендуется при расчете верхнего и нижнего лучей определять высоты лучей в плоскостях апертурной диафрагмы, если она не совпадает со входным зрачком, и выходного зрачка.

Увеличения идеальной системы

Линейное увеличение:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{a'}{a} = \frac{na'}{n'a} = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'} = \frac{n\alpha}{n'\alpha'} = \frac{n \tan \sigma}{n' \tan \sigma'}.$$

Для линзовой системы в воздухе, когда $-f = f'$, $n = n' = 1$:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'} = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\tan \sigma}{\tan \sigma'}.$$

Таблица 2.3

Виды расчета	Схема	Входные координаты лучей
1. Определе- ние свето- вых диамет- ров компо- нентов 1.1. Расчет полевых лу- чей		$a_1 = -\infty$ Для верхнего, главного и нижнего полевых лу- чей соответственно имеем: $\beta_{1в} = \text{tg } \omega, y_{1в} = \frac{D}{2} + a_p \text{tg } \omega;$ $\beta_{1гн} = \text{tg } \omega, y_{1гн} = a_p \text{tg } \omega;$ $\beta_{1н} = \text{tg } \omega, y_{1н} = -\frac{D}{2} +$ $+ a_p \text{tg } \omega$
		$a_1 \neq -\infty$ Для верхнего, главного и нижнего полевых лучей соответственно имеем: $\beta_{1в} = \text{tg } \sigma_{1в}, y_{1в} = y + a_1 \text{tg } \sigma_{1в};$ $\beta_{1гн} = \text{tg } \sigma_{1гн}, y_{1гн} = a_p \text{tg } \sigma_{1гн};$ $\beta_{1н} = \text{tg } \sigma_{1н}, -y_{1н} = \frac{D}{2} -$ $- a_p \text{tg } \sigma_{1н}.$
1.2. Расчет апертурного луча		$a_1 = -\infty$ $\alpha_1 = 0, h_1 = \frac{D}{2}, a'_p = \frac{h_p}{\alpha'_p}.$ $a_1 \neq -\infty$ $\alpha_1 = \text{tg } \sigma_A, h_1 = a_1 \text{tg } \sigma_A,$ $\beta = \frac{n_1 \alpha_1}{n'_p \alpha'_p}.$
2. Определе- ние паракси- альных ха- рактеристик: β		$a_1 \neq -\infty$ $\alpha_1 = \beta, h_1 = a_1 \beta,$ $\beta = \frac{n_1}{n'_p} \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha'_p}.$
f'		$a_1 = -\infty$ $\alpha_1 = 0, h_1 = f'; \alpha'_p = 1,$ $a'_p = \frac{h_p}{\alpha'_p} \text{ или}$ $h_1 = 1; f' = \frac{h_1}{\alpha'_p}.$

Угловое увеличение:

$$\gamma = \frac{a}{a'} = \frac{f}{z'} = \frac{z}{f'}.$$

Продольное увеличение:

$$\alpha = -\frac{f'}{f} \beta^2 = \frac{n'}{n} \beta^2.$$

Для линзовой системы в воздухе:

$$\alpha = \beta^2.$$

Между увеличениями существуют зависимости.

В общем случае, когда $n \neq n'$:

$$\gamma = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta}; \quad \gamma\beta = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}; \quad \alpha\gamma = \beta.$$

Для линзовой системы в воздухе:

$$\gamma\beta = 1; \quad \alpha\gamma = \beta; \quad \alpha = \beta^2.$$

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца для идеальной системы

$$I = n y \operatorname{tg} \alpha = n' y' \operatorname{tg} \alpha' \quad \text{или}$$

$$y f \operatorname{tg} \alpha = -y' f' \operatorname{tg} \alpha' \quad \text{— формула тангенсов.}$$

При анализе систем в области Гаусса, габаритных расчетах используются приводимые ниже формулы для кардинальных элементов и положений кардинальных точек.

Двухкомпонентная система в воздухе

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{f'} = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2; \quad f' = -f = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - d} = \\ &= -\frac{1}{\Phi_1 \Phi_2 \Delta}; \quad a_F = -f' \left(1 - \frac{d}{f'_2} \right) = f'_1 \left(1 + \frac{f'_1}{\Delta} \right), \end{aligned}$$

где Δ — оптический интервал, $\Delta = d - f'_1 - f'_2$;

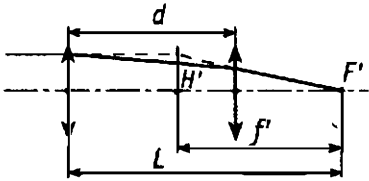
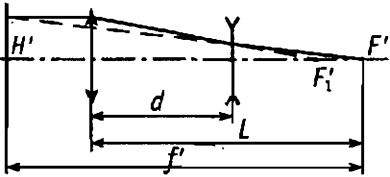
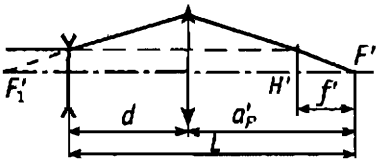
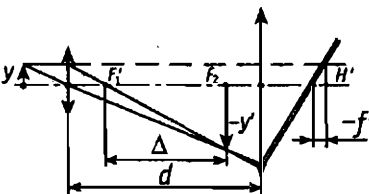
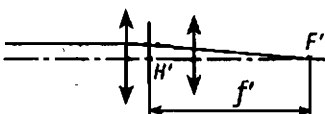
$$a'_F = f' (1 - d \Phi_1) = f'_2 \left(1 + \frac{f'_2}{\Delta} \right);$$

$$a_H = a_F - f = f' \frac{d}{f'_2} = f'_1 \frac{d}{\Delta}; \quad a'_H = a'_F - f' = -f' \frac{d}{f'_1} = f'_2 \frac{d}{\Delta};$$

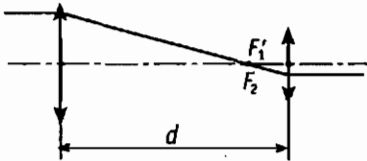
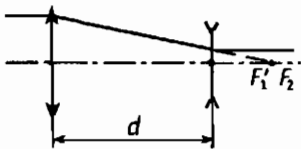
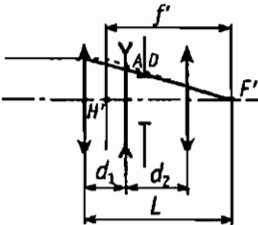
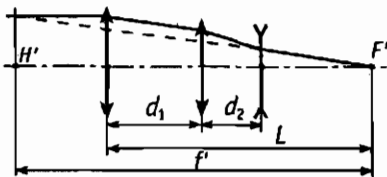
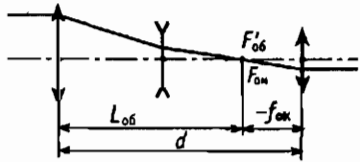
$$\beta = -f'_1 f'_2 / (f'^2_1 + z_1 \Delta).$$

Примерами этих систем являются телеобъектив, обратный (или реверсивный, обращенный) телеобъектив, объектив Петцваля, неко-

Таблица 2.4

Оптические схемы двухкомпонентных и трехкомпонентных систем со значительным расстоянием между компонентами	Название системы	Соотношения
1	2	3
Двухкомпонентные системы		
	Объектив Петцваля	$f_1' > 0, f_2' > 0,$ $\Delta < 0,$ $L > f'$
	Телеобъектив	$f_1' > 0, f_2' < 0,$ $\Delta > 0,$ $L \ll f'$
	Обратный (обращенный, или реверсивный, или перевернутый) телеобъектив	$f_1' < 0, f_2' > 0,$ $\Delta < 0,$ $a_{F'}' \gg f, f' \ll L$
	Микроскоп	$f_1' > 0, f_2' > 0,$ $\Delta > 0,$ $f' < 0$
	Двухкомпонентные окуляры (Кельнера, квазисимметричный и т. п.)	$f_1' > 0, f_2' > 0,$ $\Delta > 0$

Продолжение таблицы 2.4

1	2	3
	Телескопическая система Кеплера	$f_1' > 0, f_2' > 0,$ $\Delta = 0,$ $\Phi = 0.$
	Телескопическая система Галилея	$f_1' > 0, f_2' < 0,$ $\Delta = 0,$ $\Phi = 0.$
Трехкомпонентные системы		
	Триплет	$f_1' > 0, f_2' < 0,$ $f_3' > 0.$
	Телеобъектив	$f_1' > 0, f_2' > 0,$ $f_3' < 0, L < f'.$
	Телескопическая система: двухкомпонентный телеобъектив + окуляр	$f_{об}' > 0, f_{ок}' > 0,$ $L_{об} < f_{об}',$ $\Phi = 0.$

торые окуляры, микроскоп с конечной длиной тубуса, телескопические системы (табл. 2.4).

Для *телескопической* системы $\Delta = 0$, $-f = f' = \infty$, $\Phi = 0$, $\beta = -f'_2/f'_1$, $a_H = a'_H = \infty$, $a_F = a'_F = \infty$.

В частном случае для системы из двух бесконечно тонких соприкасающихся компонентов, когда $d = 0$, имеем:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2; -f = f' = f'_1 f'_2 / (f'_1 + f'_2); a_F = f; a'_F = f';$$

$$a_H = a'_H = 0; \beta = -f'_1 f'_2 / [f'^2_1 - z_1 (f'_1 + f'_2)] \text{ (при } a_1 \neq \infty \text{)}.$$

Трехкомпонентная система в воздухе

При расчетах чаще всего используются следующие формулы:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_1 d_1 (\Phi_2 + \Phi_3) - \Phi_3 d_2 (\Phi_1 + \Phi_2 - d_1 \Phi_1 \Phi_2);$$

$$f' = \frac{f'_1 f'_2 f'_3}{(f'_1 + f'_2 - d_1)(f'_3 - d_2) + f'_2 (f'_1 - d_1)};$$

$$a'_F = \frac{1}{\Phi} [1 - \Phi_1 (d_1 + d_2) - \Phi_2 d_2 (1 - \Phi_1 d_1)].$$

Для системы из трех бесконечно тонких компонентов в соприкосновении, когда $d_1 = d_2 = 0$, получаем:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3, a'_F = f' = \frac{1}{\Phi};$$

$$f' = \frac{f'_1 f'_2 f'_3}{(f'_1 + f'_2) f'_3 + f'_1 f'_2}.$$

Двухзеркальные системы

Для двухзеркальных систем приведенные формулы нельзя использовать, так как в них не входит показатель преломления и кроме того, для зеркальных систем совпадают понятия задних и передних фокусных расстояний и отрезков (табл. 2.5).

Для *двухзеркального объектива* имеем:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \frac{\Phi_1 \Phi_2}{n_2}, \text{ где } \Phi = \frac{n_3}{f'} = \frac{1}{f'}, \Phi_1 = \frac{n_2}{f'_1} = -\frac{1}{f'_1};$$

$$\Phi_2 = \frac{n_3}{f'_2} = \frac{1}{f'_2}, \text{ поэтому } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + d \Phi_1 \Phi_2;$$

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 - f'_2 - d} = \frac{0,5 r_1 r_2}{r_1 - r_2 - 2d}, \text{ т. к. } f'_1 = \frac{r_1}{2}, f'_2 = \frac{r_2}{2}.$$

$$s'_{F'} = f' \left(1 - \Phi_1 \frac{d}{n_2} \right) = f' (1 + \Phi_1 d) = f' \left(1 - \frac{2d}{r_1} \right); \quad s'_{H'} = -\frac{2fd}{r_1};$$

$$\beta = \frac{f'_1 f'_2}{z_1 \Delta + f'^2_1} = \frac{f'_1 f'_2}{(f'_1 - s_1)(f'_2 + d) + s_1 f'_1} = \frac{r_1 r_2}{(r_2 + 2d)(r_1 - 2s_1) + 2s_1 r_1},$$

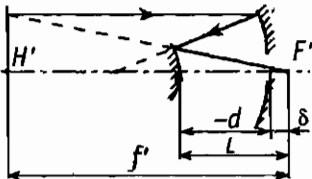
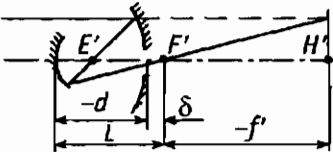
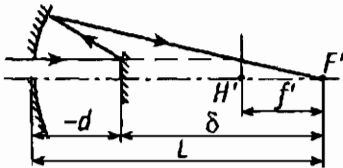
где $\Delta = f'_2 + d - f'_1$, $z_1 = s_1 - f'_1$.

Для двухзеркальной телескопической системы

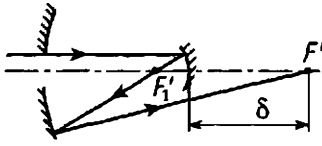
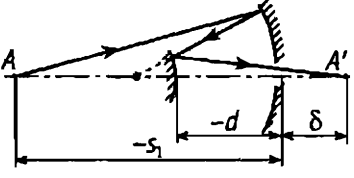
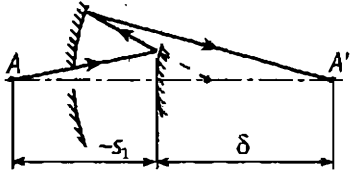
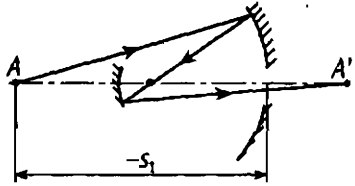
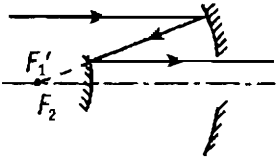
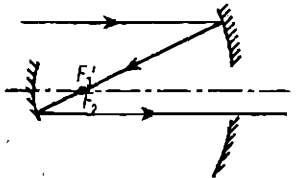
$$\Delta = 0, \quad f' = \infty, \quad \Phi = 0, \quad \beta = \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{r_2}{r_1}, \quad \gamma = \frac{r_1}{r_2}.$$

Оптические схемы двухзеркальных объективов и телескопических систем приведены в табл. 2.5 и табл. 2.4.

Таблица 2.5

Оптические схемы двух- и трехзеркальных систем	Название систем	Соотношения
1	2	3
	Двухзеркальный телеобъектив (система типа Кассегрена)	$f'_1 < 0, \Phi_1 > 0;$ $f'_1 < 0, \Phi_2 < 0;$ $f'_2 > 0, L < f'.$
	Двухзеркальный телеобъектив (система типа Грегори)	$f'_1 < 0, \Phi_1 > 0;$ $f'_2 > 0, \Phi_2 > 0;$ $f'_1 < 0, L < f' .$
	Обратная система типа Кассегрена (обратный телеобъектив)	$f'_1 > 0, \Phi_1 < 0;$ $f'_2 > 0, \Phi_2 > 0;$ $f'_2 > 0, f' \ll L.$

Продолжение таблицы 2.5

1	2	3
	Обратная система типа Грегори	$f_1' < 0, \Phi_1 > 0;$ $f_2' > 0, \Phi_2 > 0;$ $f' < 0, f' < L.$
	Система типа Кассегрена при $s_1 \neq -\infty$	$f_1' < 0, \Phi_1 > 0;$ $f_2' < 0, \Phi_2 < 0;$ $f' > 0.$
	Обратная система типа Кассегрена при $s_1 \neq -\infty$	$f_1' > 0, \Phi_1 < 0;$ $f_2' > 0, \Phi_2 > 0;$ $f' > 0, \delta > f'.$
	Система типа Грегори при $s_1 \neq -\infty$	$f_1' < 0, \Phi_1 > 0;$ $f_2' > 0, \Phi_2 > 0;$ $f' < 0.$
Телескопические системы		
	Телескопическая система Мерсенна (галилеевского типа)	$f_1' < 0, \Phi_1 > 0;$ $f_2' < 0, \Phi_2 < 0;$ $\Delta = 0, \gamma > 0;$ $\Phi = 0.$
	Телескопическая система Мерсенна (кеплеровского типа)	$f_1' < 0, \Phi_1 > 0;$ $f_2' > 0, \Phi_2 > 0;$ $\Delta = 0, \gamma < 0;$ $\Phi = 0.$

Четыре способа построения изображений

При графическом решении задач идеальной оптической системы применяется один из четырех способов построения хода лучей. Способы основаны на использовании свойств главных, фокальных плоскостей и кардинальных точек: $\beta_H = 1$, $\gamma_H = 1$, где β_H — увеличение в главных плоскостях, γ_H — угловое увеличение.

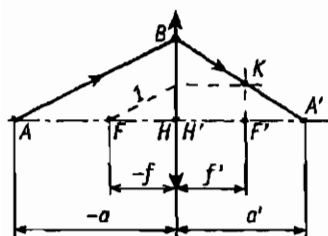
При графическом построении предполагается, что оптическая система расположена в воздухе, т. е. главные (H , H') и узловые (N , N') точки совпадают.

Построение изображения точки A на оси в положительной линзе

На рисунках, приведенных в тексте, передняя и задняя главные плоскости совпадают; линза расположена в воздухе $n_1 = n_2 = 1$.

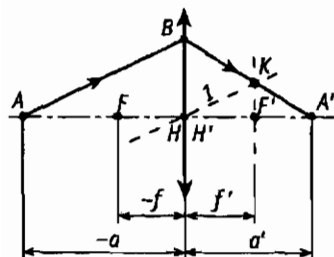
1 способ

В пространстве предметов проведем вспомогательный луч I параллельно заданному лучу AB через точку переднего фокуса (точку F) линзы. В пространстве изображений вспомогательный луч I пойдет параллельно оптической оси. Найдем точку K пересечения вспомогательного луча с задней фокальной плоскостью линзы. Луч AB в пространстве изображений пройдет через точку K и при пересечении с оптической осью даст изображение точки A (точка A').



2 способ

В пространстве предметов проведем вспомогательный луч I параллельно заданному лучу AB через главные точки (точки HH').



В пространстве изображений вспомогательный луч I пойдет по тому же направлению. Найдем точку K пересечения вспомогательного луча I с задней фокальной плоскостью линзы. Заданный луч AB в пространстве изображений пройдет через точку K и при пересечении с оптической осью даст точку A' — изображение точки предмета A .

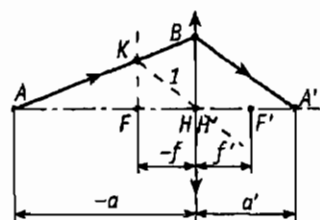
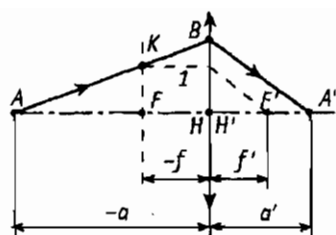
3 способ

В пространстве предметов найдем точку K пересечения луча AB с передней фокальной плоскостью линзы. Вспомогательный луч I из точки K идет параллельно оптической оси и в пространстве

изображений пройдет через точку F' — заднюю фокальную точку линзы. Тогда заданный луч AB в пространстве изображений выйдет параллельно вспомогательному лучу и при пересечении с оптической осью даст изображение точки A (точка A').

4 способ

В пространстве предметов найдем точку K пересечения заданного луча AB с передней фокальной плоскостью линзы. Из точки K проведем вспомогательный луч l через точки HH' . В пространстве изображений этот луч не изменит своего направления. Тогда заданный луч AB в пространстве изображений пойдет параллельно вспомогательному лучу и пересечет оптическую ось в точке A' .

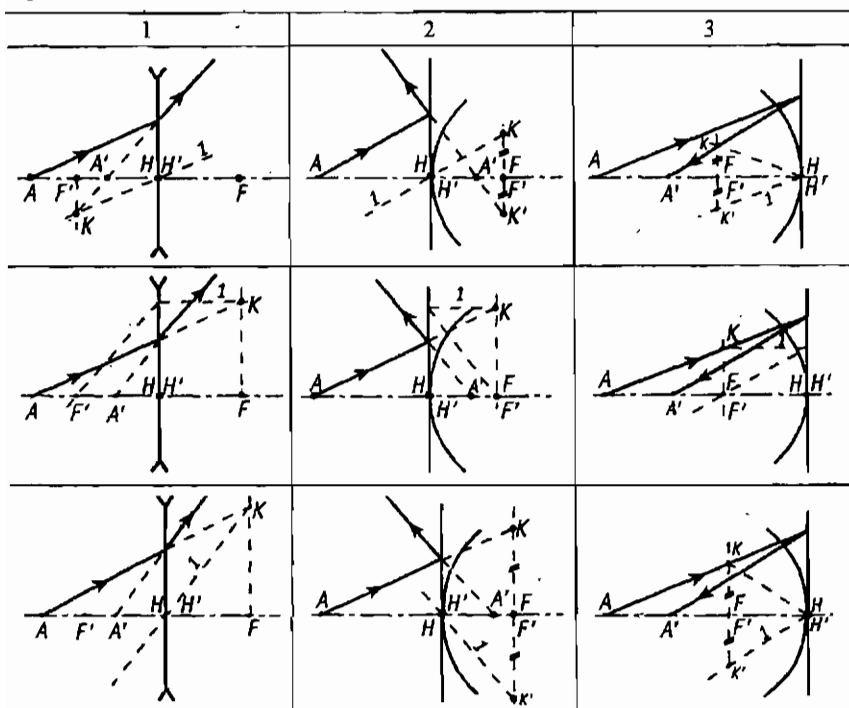


Построение изображения точки на оси (точки A) четырьмя способами в отрицательной тонкой линзе и зеркалах

В табл. 2.6 приведены четыре способа построения изображения точки на оси в отрицательной линзе, выпуклом и вогнутом зеркалах.

Таблица 2.6

В отрицательной линзе	В выпуклом зеркале	В вогнутом зеркале
1	2	3
(помнить, что задняя фокальная плоскость лежит перед линзой, а передняя фокальная плоскость — за линзой, и для линзы в воздухе $f = -f'$)	(помнить, что в сферическом зеркале оба фокусных расстояния равны, обе точки фокуса совпадают и находятся между центром сферы и ее вершиной, главные плоскости совпадают и проходят через вершину отражающей поверхности. При построении изображений сферические поверхности заменяются главными плоскостями, как и у линз)	



Задачи с решениями

Задача 2.1. Графическим построением найти положение сопряженной точки (сопряженного луча), если точка A предмета расположена на оптической оси положительной системы HH' слева от переднего фокуса системы F (рис. 2.3, а, б, в, г), между точками F и H (рис. 2.3, д), между точками H' и F' (рис. 2.3, е).

Решение. Положительными называются оптические системы, передний и задний фокусы которых являются действительными точками. У простых положительных систем $f < 0$ и $f' > 0$. В сложных системах при действительных точках F и F' фокусные расстояния могут быть $f > 0$ и $f' < 0$; при $f < 0$ передний фокус может быть мнимой точкой.

Изображение точки A построим несколькими способами.

Проведем из точки A луч AM_1 , образующий произвольный угол α с оптической осью (рис. 2.3, а). Чтобы найти изображение точки A , нужно в пространстве изображений найти направление луча, сопряженного с лучом AM_1 . Так как в главных плоскостях линейное

увеличение $\beta_H = +1$, то луч выйдет из системы на той же высоте, т. е. из точки M_1' . Из точки пересечения K луча AM_1 с передней фокальной плоскостью Q проведем луч KM_2 параллельно оптической оси до пересечения его с задней главной плоскостью. Луч $M_2'F'$, сопряженный с лучом KM_2 , должен пройти через задний фокус F' системы. Точка K находится в передней фокальной плоскости, поэтому сопряженная с ней точка (ее изображение) в пространстве изображения будет располагаться в бесконечности вне оптической оси. Это значит, что луч $M_1'A'$, сопряженный с лучом AM_1 , выйдет из точки M_1' параллельно лучу $M_2'F'$. Точка A' пересечения луча $M_1'A'$ с оптической осью будет являться действительным изображением точки A .

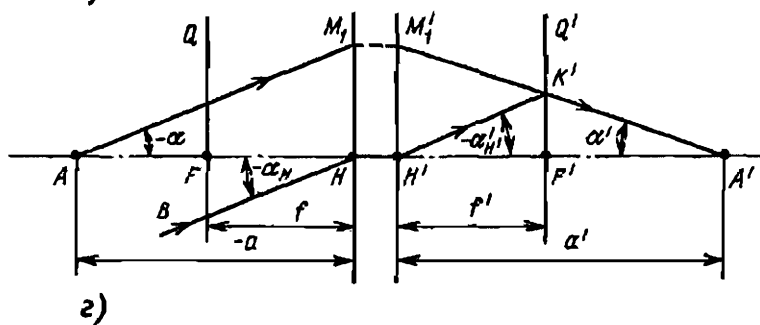
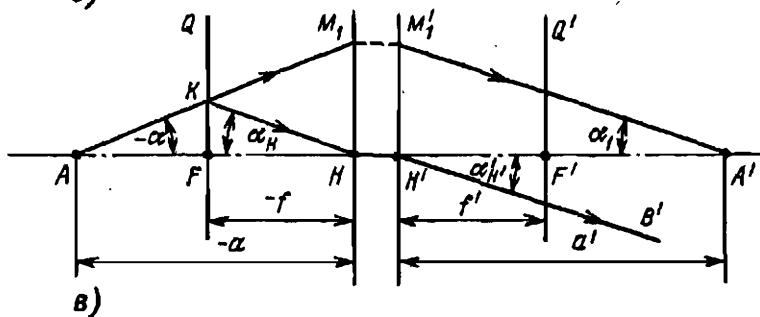
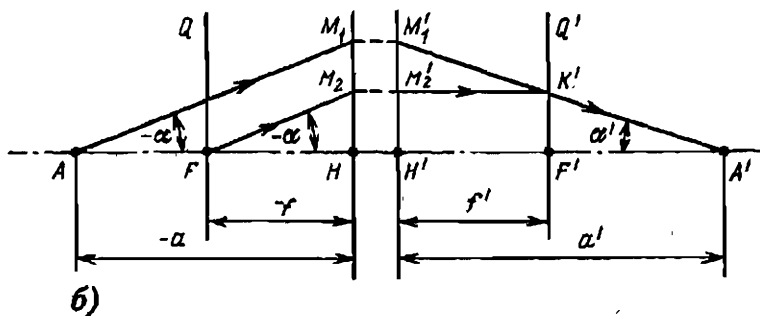
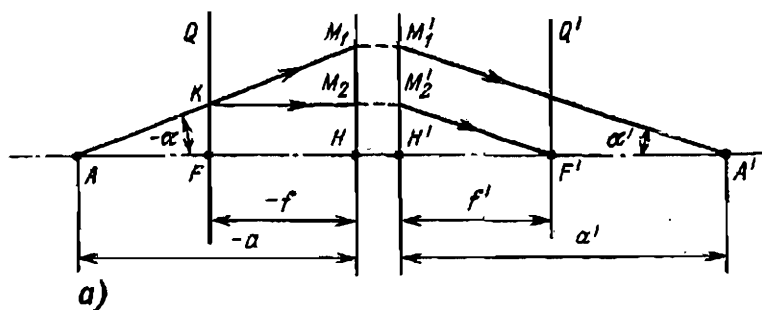
В пространстве предметов (рис. 2.3, б) через передний фокус системы F проведем луч FM_2 , параллельный лучу AM_1 . Лучи в пространстве изображений, сопряженные с лучами AM_1 и FM_2 , пересекаются в точке K' , расположенной вне оптической оси в задней фокальной плоскости Q' . Луч $M_1'K'$, сопряженный с лучом FM_2 , пойдет параллельно оптической оси. Проведя из точки M_1' луч $M_1'K'$ до его пересечения с оптической осью, найдем точку A' , являющуюся действительным изображением точки A .

В большинстве случаев оптические системы располагаются в однородных средах, например в воздухе. При $n_1 = n_2'$, $-f = f'$, т. е. переднее и заднее фокусные расстояния равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. При $-f = f'$ узловые точки N и N' совпадают с главными точками H и H' , поэтому угловое увеличение в главных точках $\gamma_H = \alpha_{H'}/\alpha_H = +1$. Следовательно, при построении изображений можно воспользоваться тем, что углы α_H и $\alpha_{H'}$ равны.

Из точки K (рис. 2.3, в) проведем луч KH , проходящий через переднюю главную точку H . Луч, сопряженный с лучом KH , выйдет из задней главной точки H' , образуя с оптической осью такой же угол, как и луч KH , т. е. $\alpha_{H'} = \alpha_H$. Изображение точки K будет располагаться в бесконечности, поэтому из точки M_1' проведем луч $M_1'A'$, параллельный лучу $H'B'$. Точка A' будет изображением точки A .

Через переднюю главную точку H (рис. 2.3, г) проведем луч BH , параллельный лучу AM_1 . Этот луч в пространстве изображений выйдет из точки H' под углом $\alpha_{H'} = \alpha_H$ и пересечет заднюю фокальную плоскость в точке K' . Так как лучи, сопряженные с лучами AM_1 и BH , в пространстве изображений должны пересекаться в задней фокальной плоскости системы, то проведя из точки M_1' луч, проходящий через точку K' , найдем на оптической оси точку A' , являющуюся изображением точки A .

Расстояние от передней главной точки H до предмета (точки A) обозначается через a , а от задней главной точки H' до изображения (точки A') через a' .



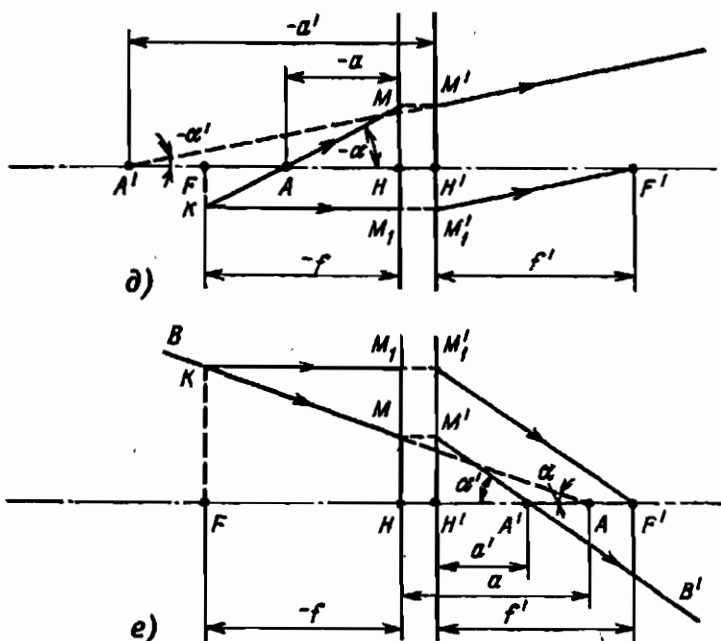


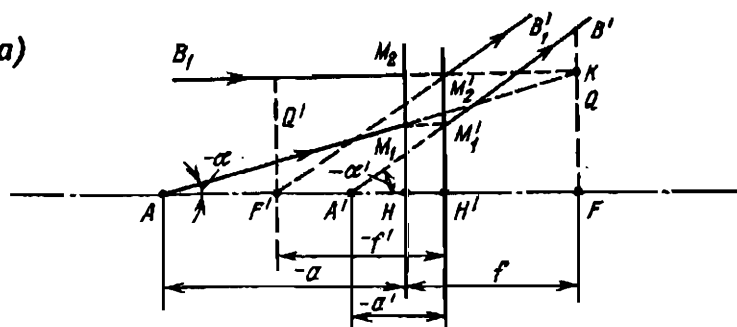
Рис. 2.3. Графические способы построения изображений точки положительной системой

На рис. 2.3, д показано построение изображения точки A , расположенной между передним фокусом F и передней главной точкой H . В этом случае ее изображение будет мнимым. На рис. 2.3, е точка A находится между задней точкой H' и задним фокусом системы F' . Здесь точку A следует рассматривать как мнимый предмет, так как она образуется пересечением продолжения луча BM с оптической осью. Изображение точки A (точка A') будет действительным.

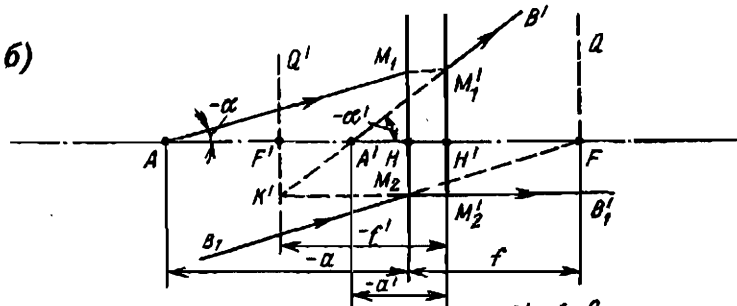
Задача 2.2. Графическим построением найти положение сопряженных точек A' , если предметные точки A располагаются на оптической оси отрицательной системы HH' впереди точки H , между точками H' и F и позади точки F (рис. 2.4).

Решение. Отрицательной называется оптическая система, передний и задний фокусы которой F и F' являются мнимыми точками. Это значит, что в заднем фокусе системы пересекаются не сами лучи, параллельные оптической оси в пространстве предметов, а их продолжения. В переднем фокусе F пересекаются продолжения лучей, падающих на систему, после выхода из системы эти лучи идут параллельно оптической оси. Следовательно, передняя и задняя фокальные плоскости отрицательной оптической системы также

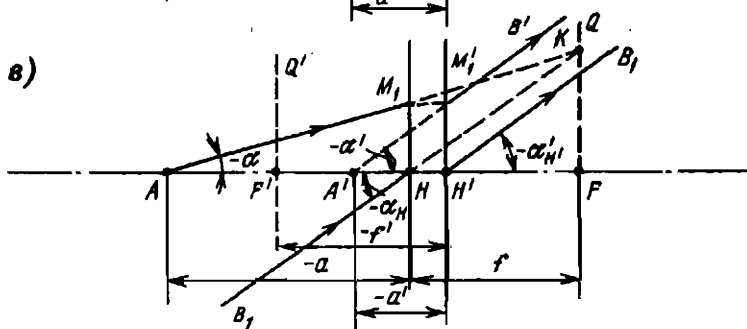
a)



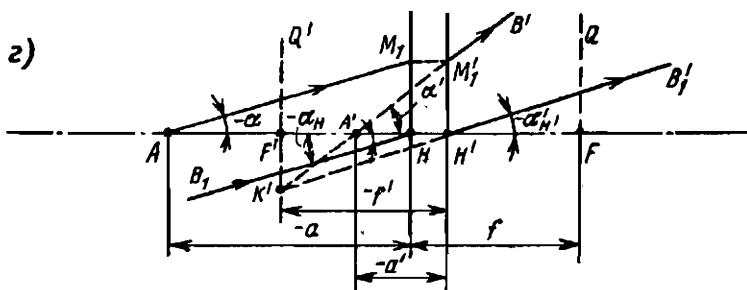
b)



в)



г)



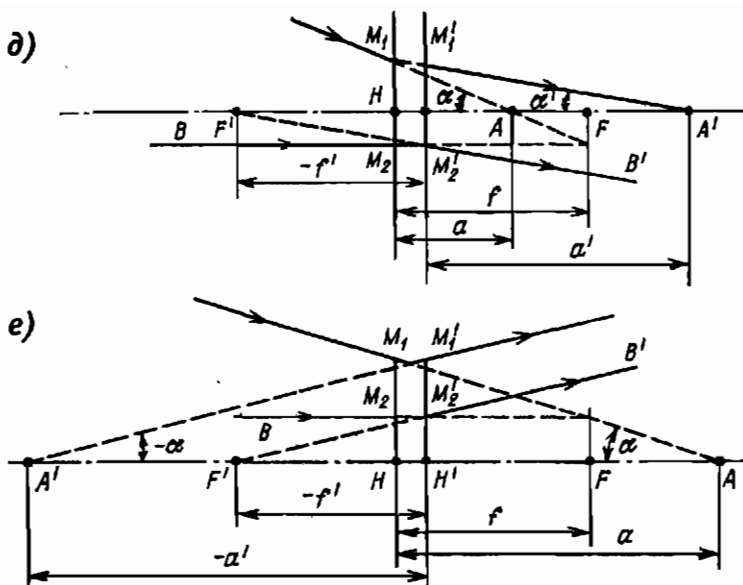


Рис. 2.4. Графические способы построения изображений точки отрицательной системой

являются мнимыми плоскостями. Для большинства простых отрицательных систем $f > 0$ и $f' < 0$.

Построение изображения точки A , расположенной на оптической оси в пространстве предметов, производят следующим образом (рис. 2.4, а). Из точки A проведем луч AM_1 до пересечения его с передней фокальной плоскостью Q в точке K . Для нахождения в пространстве изображений луча, сопряженного с лучом AM_1 , проведем вспомогательный луч B_1M_2 , параллельный оптической оси, продолжение которого также пересекает переднюю фокальную плоскость в точке K . Луч $M_2'B_1'$, сопряженный с лучом B_1M_2 , выйдет из системы так, что продолжение его пересечет оптическую ось в точке заднего фокуса F' . Так как точка K расположена в передней фокальной плоскости системы вне оптической оси и является мнимой, то ее изображение находится в бесконечности вне оптической оси на продолжении луча $M_2'B_1'$. Поэтому луч $M_1'B'$, сопряженный с лучом AM_1 , будет параллелен лучу $M_2'B_1'$. С оптической осью в точке A' пересекается только продолжение луча $M_1'B'$, следовательно, изображение A' точки A будет мнимым.

Другие способы построения изображения точки A аналогичны приведенным выше для положительной системы и показаны на рис. 2.4, б – г. На рис. 2.4, д и 2.4, е приведены построения изоб-

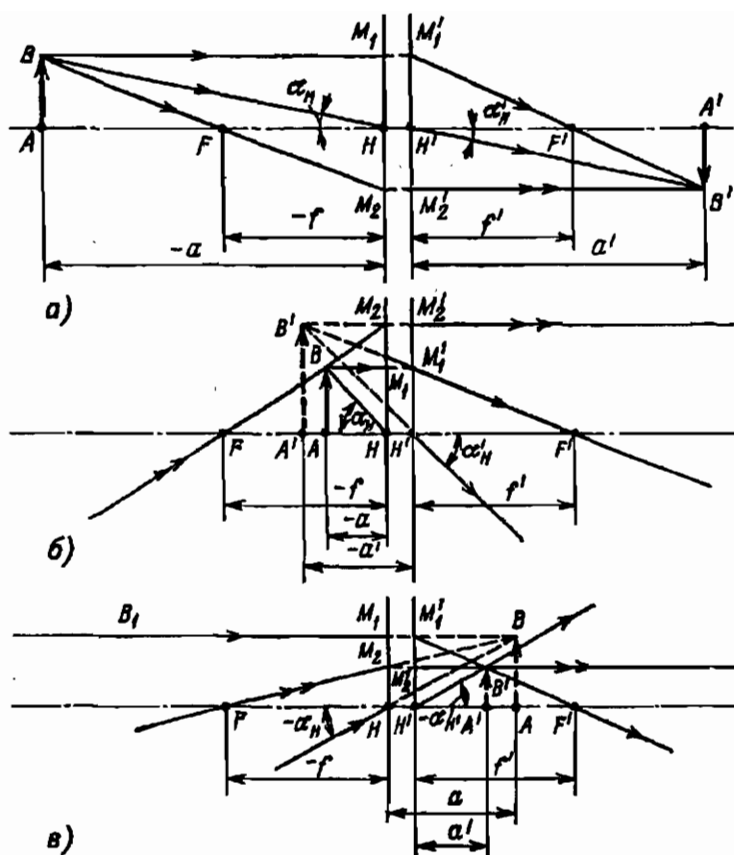


Рис. 2.5. Построение изображения отрезка AB положительной системой ражений точек при расположении их позади системы. В этих случаях точки A являются мнимыми точками.

Задача 2.3. Графическим построением найти изображение предмета AB , перпендикулярного к оптической оси, положительной оптической системы HH' , если он располагается впереди точки F , между точками F и H , правее точки H' (рис. 2.5).

Решение. При построении изображения отрезка AB (рис. 2.5, а) из внеосевой точки его B проводится два луча: луч BM_1 , параллельный оптической оси, и луч BM_2 , проходящий через передний фокус F системы. После преломления в оптической системе луч $M_1'B'$, сопряженный с лучом BM_1 в пространстве изображений, должен пройти через задний фокус F' системы, а луч $M_2'B'$, сопряженный с лучом BM_2 , — параллельно оптической оси; точка B' пересечения этих лучей даст изображение внеосевой точки предмета B .

Изображение осевой точки A предмета не строится, так как опуская из точки B' перпендикуляр на оптическую ось, получим точку A' — изображение точки A . Следовательно, $A'B'$ является изображением предмета AB . Если предмет находится левее переднего фокуса системы F , то изображение будет действительным и перевернутым. В этом случае линейное увеличение $\beta < 0$.

Если же система расположена в однородной среде, т. е. $-f = f'$, то в пространстве предметов можно провести луч BH через переднюю главную точку. В пространстве изображений сопряженный с ним луч выйдет из задней главной точки H' под тем же углом.

В том случае, когда предмет находится в передней фокальной плоскости, изображение будет располагаться в бесконечности. Если предмет находится между точками F и H , то изображение будет мнимым прямым и увеличенным (рис. 2.5, б). В пространстве изображений могут располагаться только мнимые предметы (рис. 2.5, в), которые представляют собой изображения, образованные предшествующей системой. В этом случае через внеосевую точку предмета проводят не сами лучи B_1M_1 и FM_2 , а их продолжения; изображение действительное, прямое и уменьшенное ($\beta > 0$).

Задача 2.4. Графическим построением найти изображения предметов AB , расположенных перпендикулярно к оптической оси, создаваемых отрицательной системой (рис. 2.6).

Решение. Из внеосевой точки предмета проведем два луча (рис. 2.6, а): BM_1 параллельно оптической оси и BM_2 через передний фокус F , причем через точку F проходит не сам луч, а его продолжение. После прохождения системы луч, сопряженный с лучом BM_1 , пойдет по такому направлению, что продолжение его пересечет оптическую ось в заднем фокусе, а луч сопряженный с лучом BM_2 , пойдет параллельно оптической оси. В точке B' пересекутся продолжения лучей, поэтому изображение $A'B'$ будет мнимым, прямым и уменьшенным.

Если предмет мнимый, т. е. расположен в пространстве изображений системы (рис. 2.6, б), то через внеосевую точку его проходят только продолжения лучей пространства предметов: луча, параллельного оптической оси, и луча, проходящего через передний фокус. При расположении мнимого предмета между точками H' и F изображение будет действительным, прямым и уменьшенным. При положении предмета, как на рис. 2.6, в, изображение получается мнимым, обратным и увеличенным.

Задача 2.5. Графическим построением найти изображение предмета B_1B_2 , если он образует с оптической осью угол ψ и $-f = f'$ (рис. 2.7).

Решение. Для построения изображения предмета B_1B_2 проведем вдоль него луч B_1M_1 , а из точки K , расположенной в передней фокальной плоскости, — луч KM_2 , параллельный оптической оси.

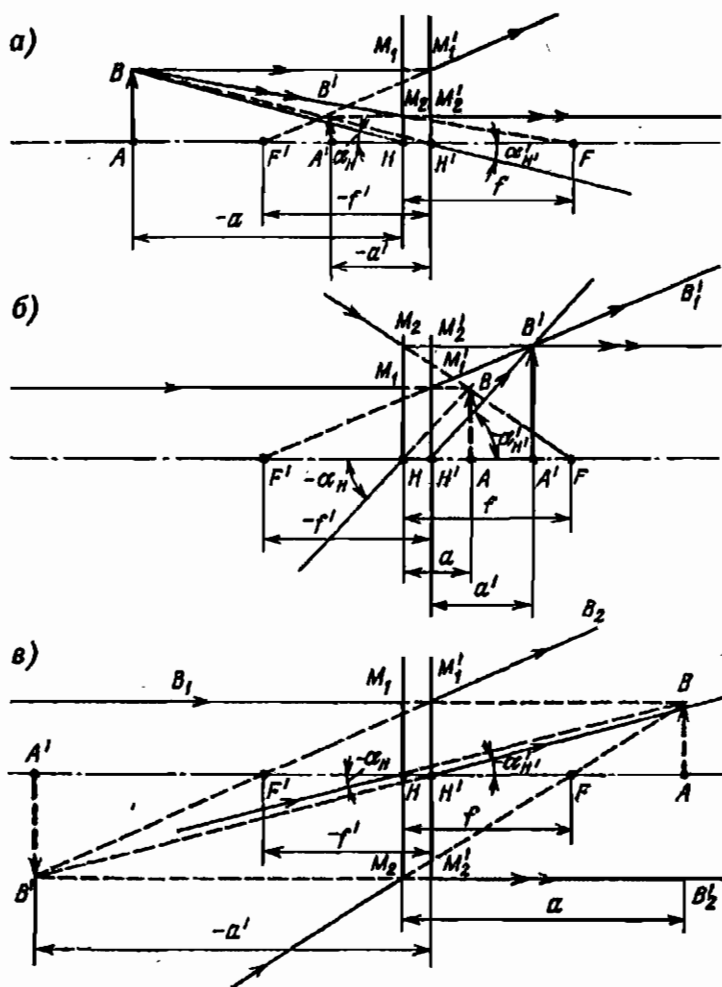


Рис. 2.6. Построение изображения отрезка AB отрицательной системой

Сопряженные лучи в пространстве изображений параллельны между собой. Изображение предмета будет располагаться на луче $M_1'B_2'$. Для нахождения изображений крайних точек предмета из точек B_1 и B_2 проведем лучи параллельно оптической оси или лучи, проходящие через передний фокус. Эти лучи в пространстве изображений пройдут через точки B_1' и B_2' , расположенные на луче $M_1'B_2'$, создавая изображение предмета B_1B_2 . Линейное увеличение в сопряженных точках B_1 и B_1' равно

$$\beta_1 = y_1'/y_1,$$

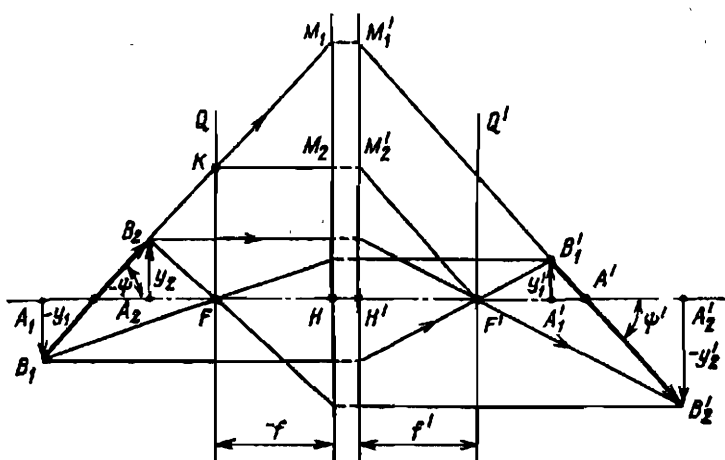


Рис. 2.7. Построение изображения предмета, наклоненного к оптической оси

а в точках B_2 и B'_2

$$\beta_2 = y'_2/y_2,$$

причем $|\beta_1| > |\beta_2|$. Увеличения β_1 и β_2 относятся к отрезкам, перпендикулярным к оптической оси.

Задача 2.6. В пространстве предметов оптической системы HH' располагается прямоугольник $BCDE$. Графическим построением найти изображение прямоугольника $BCDE$, если $-f = f'$ (рис. 2.8).

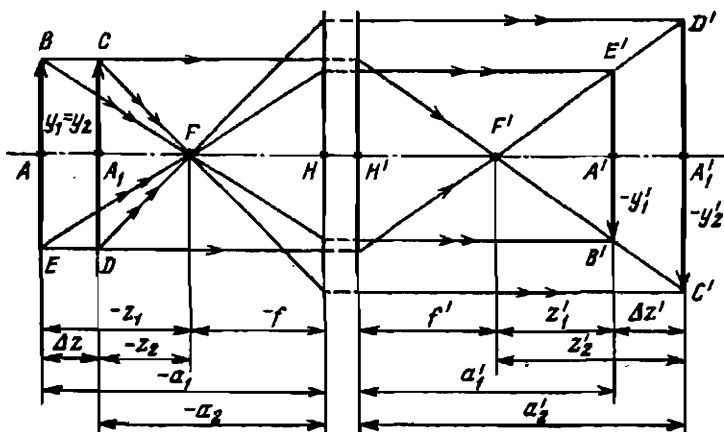


Рис. 2.8. Построение изображения объемного предмета

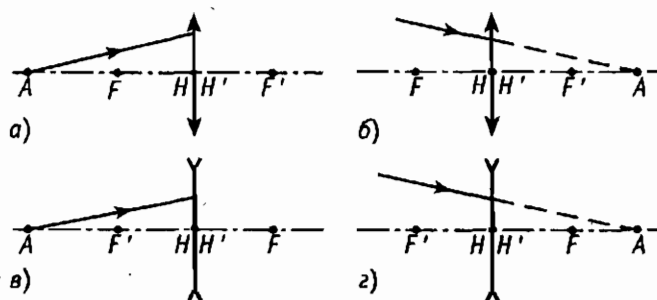


Рис. 2.9. К задаче 2.9

Решение. Построение изображения производится обычным способом, т. е. из каждой точки прямоугольника B, C, D, E проводят лучи, параллельные оптической оси, и лучи, проходящие через передний фокус системы. В результате построения получим изображение в виде трапеции B', C', D', E' . Отсюда следует, что изображения предметов, имеющих протяженность вдоль оптической оси, не подобны предметам.

Задача 2.7. Графически найти изображение точки на оси (точка A) в тонкой положительной линзе (рис. 2.9, а, б), тонкой отрицательной линзе (рис. 2.9, в, г).

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.10.

Проведем произвольный луч AD под любым углом к оптической оси. Для построения преломленного луча выполним дополнительные построения: проведем через точки HH' вспомогательный луч I параллельно падающему лучу AD , найдем точку пересечения этого вспомогательного луча с задней фокальной плоскостью линзы (точка K). Соединим точку D с точкой K и, продолжая луч до пересечения с оптической осью, найдем точку A' — изображение

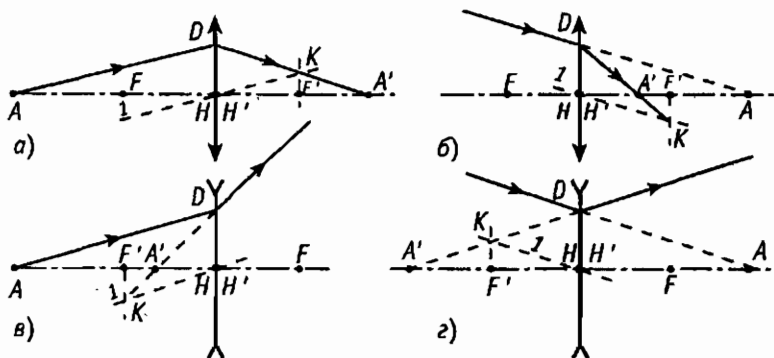


Рис. 2.10. Построение изображений действительной и мнимой точек предмета в положительной и отрицательной линзах



Рис. 2.11. К задаче 2.8

точки A . Луч DA' — преломленный луч, причем, как показали построения, если:

- а) точка A — действительная, то точка A' — действительная;
- б) точка A — мнимая, точка A' — действительная; в) точка A — действительная, точка A' — мнимая; г) точка A — мнимая, точка A' — мнимая.

Задача 2.8. Графически найти положение и размер предмета AB в тонкой отрицательной линзе для двух случаев (рис. 2.11):

- а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.12.

Решение 1. Сначала находят положение изображения точки A на оси (точка A'), а затем строят ход луча из точки вне оси (точка B). В точке A' восстанавливают перпендикуляр до пересечения с лучом, идущим из точки B .

$A'B'$ — изображение предмета AB .

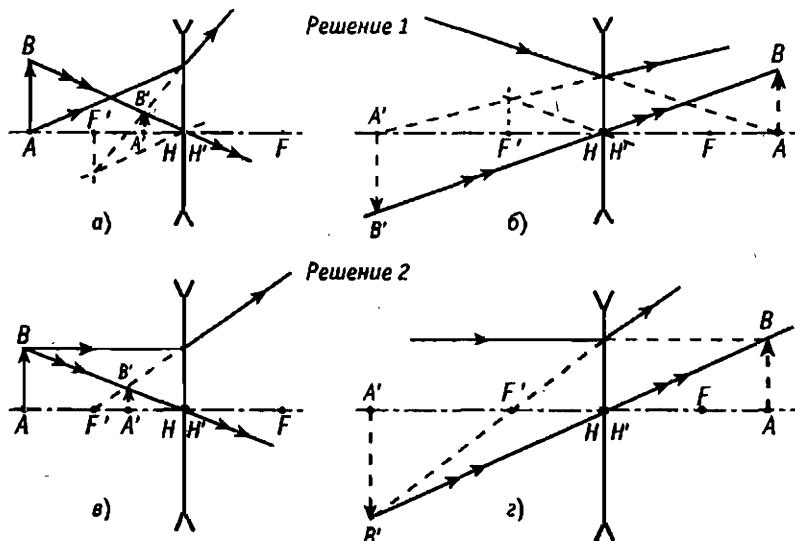


Рис. 2.12. Построение изображений действительного и мнимого предметов в отрицательной линзе

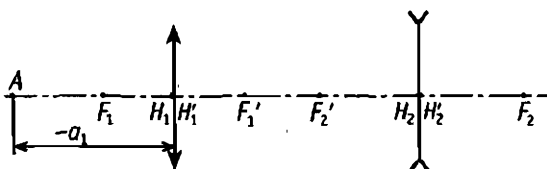


Рис. 2.13. К построению изображения действительной точки A через две тонкие линзы

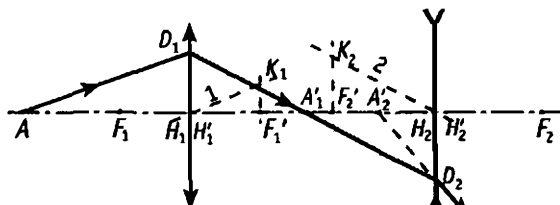


Рис. 2.14. Графическое построение изображения точки A через две тонкие линзы

Решение 2. Из точки предмета вне оси (точка B) проводят два луча и находят точку (точка B') их пересечения после преломления в тонкой линзе (или тонком компоненте). Из точки B' опускают перпендикуляр на оптическую ось (точка A')

$A'B'$ — изображение предмета AB .

Задача 2.9. Графически найти изображение точки на оси (точка A) в системе из двух тонких линз в воздухе (положительной и отрицательной) для двух случаев:

а) точка A — действительная точка (рис. 2.13)

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.14.

Из точки A проведем произвольный луч AD_1 . Через точки H_1H_1' первой линзы проведем вспомогательный луч 1 параллельно падающему лучу AD_1 до пересечения с задней фокальной плоскостью линзы (точка K_1). Соединим точки D_1 и K_1 , продолжим линию до пересечения со второй тонкой линзой (точка D_2). Луч D_1D_2 — преломленный луч после первой линзы, точка A_1' — изображение точки A после первой линзы. Чтобы построить преломленный луч после второй линзы, проведем вспомогательный луч 2 через точки H_2H_2' параллельно падающему лучу D_1D_2 до пересечения с задней фокальной плоскостью второй линзы (точка K_2), соединим точку D_2 и точку K_2 , продолжим линию до пересечения с оптической осью (точка A_2'). Точка A_2' — есть мнимое изображение точки A (стрелкой показан ход луча AD_1 в системе из двух линз).

б) точка A — мнимая точка (рис. 2.15)

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.16.

Описание построений такое же, что и для случая а.

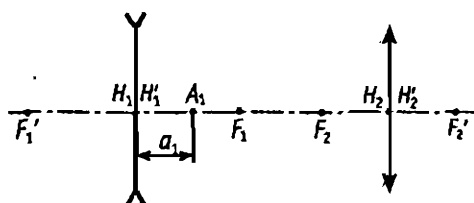


Рис. 2.15. К построению изображения мнимой точки A_1 через две тонкие линзы

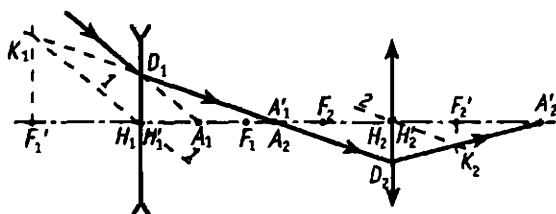


Рис. 2.16. Графическое построение изображения мнимой точки A_1

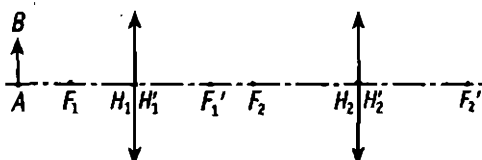


Рис. 2.17. К графическому построению действительного предмета AB через систему из двух тонких линз

Задача 2.10. Графически построить изображение предмета AB в оптической системе из двух тонких линз в воздухе. Предмет действительный (рис. 2.17).

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.18.

Задача 2.11. Графически найти положение изображения предмета AB в системе из двух тонких линз, если предмет мнимый (рис. 2.19).

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.20.

Задача 2.12. Графическим построением найти положение и величину изображения предмета AB при его перемещении вдоль оптической оси (положения 1, 2, 3, 4, 5 — рис. 2.21).

Графическое решение (рис. 2.22).

При положении предмета A_1B_1 перед передней фокальной плоскостью (1), изображение $A_1'B_1'$ получается мнимым, прямым, увеличенным (так работает лупа).

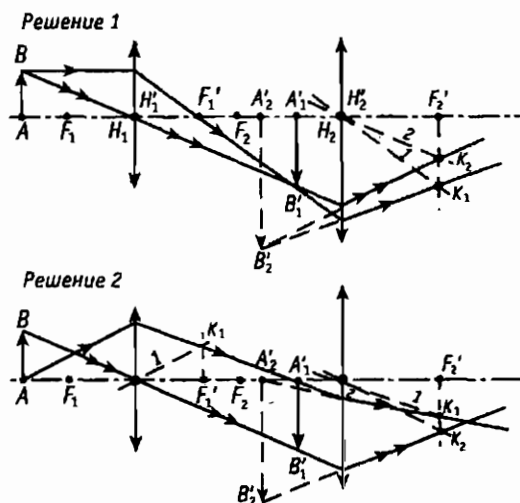


Рис. 2.18. Графическое решение задачи 2.10

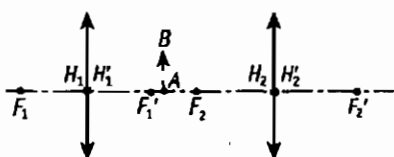


Рис. 2.19. К графическому построению изображения мнимого предмета AB в системе из двух тонких зеркал

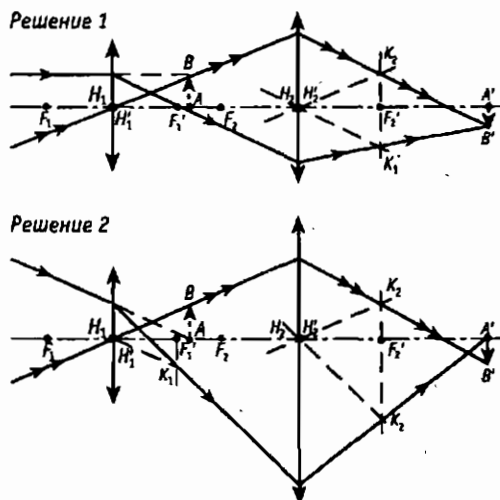


Рис. 2.20. Графическое решение задачи 2.11

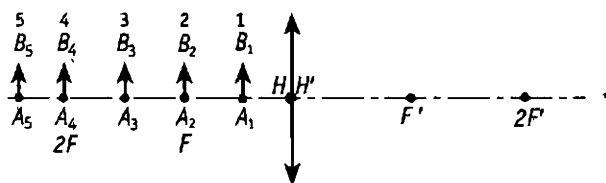


Рис. 2.21. Условие задачи 2.12

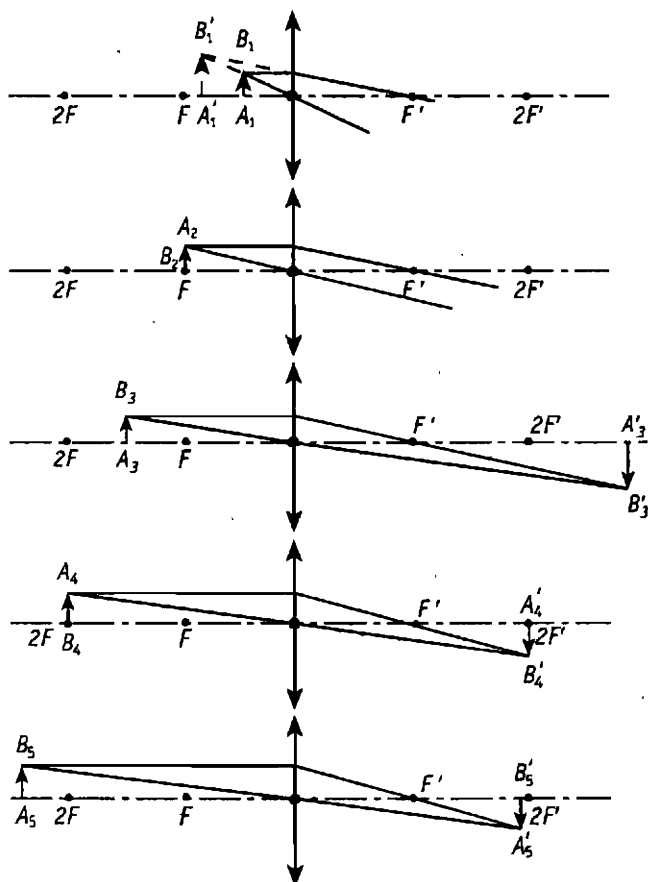


Рис. 2.22. Графическое решение задачи 2.12

При положении предмета A_2B_2 в передней фокальной плоскости (2) — изображение получается в бесконечности (так работает лупа, окуляр, если глаз аккомодируется на бесконечность).

Если предмет A_3B_3 расположен между первым и вторым передним фокусами (3) линзы, то изображение $A_3'B_3'$ — действительное, перевернутое, увеличенное (так работает объектив, например, микроскопа).

При положении предмета в точке двойного переднего фокуса (4) — изображение $A_4'B_4'$ получатся во втором заднем фокусе линзы; оно по величине равно предмету, действительное, перевернутое.

При положении предмета A_5B_5 за точкой $2F$ изображения $A_5'B_5'$ получается действительным, уменьшенным и перевернутым.

Задача 2.13. Графически найти положение положительной тонкой линзы в воздухе, ее фокусное расстояние, если известно взаимное положение предмета AB и его действительного изображения $A'B'$, а также их размеры (рис. 2.23).

Графическое решение. Для определения положения кардинальных точек линзы (HH' , NN') достаточно соединить лучом точку предмета вне оси (точка B) с точкой ее изображения (точка B'). Там, где луч пересечет оптическую ось, получим главные точки (NN'), в этом месте будет положение тонкой линзы (рис. 2.24).

Чтобы найти точку заднего фокуса этой линзы (точку F'), достаточно провести из точки предмета вне оси (точки B) луч 2 параллельно оптической оси. После линзы он пойдет в точку ее изображения (точку B'). Там, где луч 2 пересечет оптическую ось, будет точка F' . Так как линза расположена в воздухе, то $-f = f'$.

Задача 2.14. Графически найти положение линзы, ее точек фокусов, если известно взаимное положение действительного предмета и его мнимого изображения (рис. 2.25). Линза в воздухе.

Графическое решение. Решение приведено на рис. 2.26 и оно аналогично графическому решению задачи 2.13.

Соединив точку B предмета и точку B' его изображения, найдем положение главных (узловых) точек линзы, а следовательно и положение линзы. Затем из точки вне оси предмета (точка B) проведем луч 1 параллельно оптической оси до линзы. После преломления в линзе луч 1 пойдет в точку ее мнимого изображения (точку B') и пересечет оптическую ось в точке F' . Так как линза расположена в воздухе, то $-f = f'$.

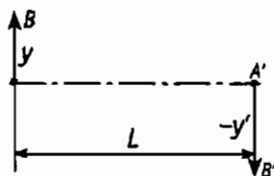


Рис. 2.23. Условие задачи 2.13

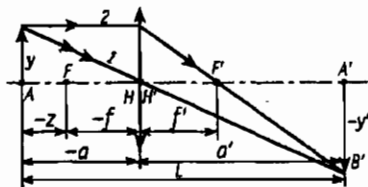


Рис. 2.24. Графическое решение задачи 2.13

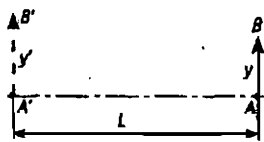


Рис. 2.25. Условие задачи 2.14

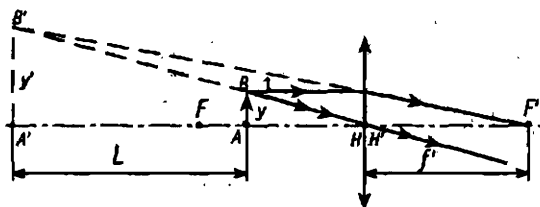


Рис. 2.26. Графическое решение задачи 2.14

Задача 2.15. Графическим построением найти положения точек фокусов линзы, фокусные расстояния, если задано положение главных плоскостей (HH'), положения и размеры мнимого предмета и действительного изображения (рис. 2.27).

Графическое решение задачи (рис. 2.28). В пространстве предметов проведем луч l параллельно оптической оси на высоте мнимого предмета AB . В пространстве изображений луч l пройдет через точку B' , т. е. через точку изображения точки B . Продолжая ход луча l в пространстве изображений (пунктирная линия), найдем точку пересечения луча l с оптической осью — это точка F' — точка заднего фокуса отрицательной линзы. Так как линза расположена в воздухе, то $-f = f'$.

Задача 2.16. Графически найти величину фокусного расстояния и радиус кривизны сферического зеркала, если известно положение точки предмета (точка B) и ее изображение (точка B') — рис. 2.29.

Графическое решение задачи (рис. 2.30). В пространстве предметов через точку B и ее изображение (точка B') проведем луч l . Найдем точку пересечения луча l с оптической осью — точку C . Точка C — центр кривизны сферического зеркала. Из точки B опустим перпендикуляр на оптическую ось (AB) и на его продолжении отложим отрезок $\overline{AB'}$, равный отрезку $\overline{AB}$. Через точки B' и B' проведем луч $2'$. В точке пересечения луча $2'$ с оптической осью (точка O) восстановим перпендикуляр и получим положение главных плоскостей (HH') сферического зеркала. В пространстве предметов проведем из точки B луч 3 параллельно оптической оси, после

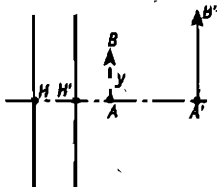


Рис. 2.27. Условие задачи 2.15

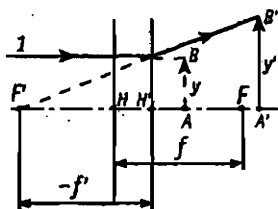


Рис. 2.28. Графическое решение задачи 2.15

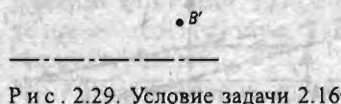


Рис. 2.29. Условие задачи 2.16

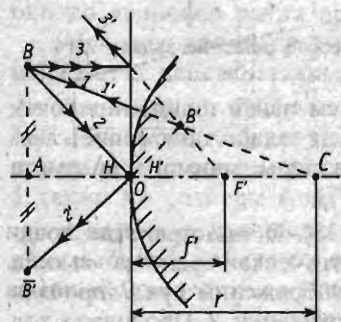


Рис. 2.30. Графическое решение задачи 2.16

отражения от сферического зеркала, замененного главными плоскостями (HH'), продолжение луча 3 должно пройти через точку B' . Найдем пересечение отраженного луча $3'$ с оптической осью. Это точка F' (точка F), а расстояние от точек HH' до точки F' (точка F) и есть фокусное расстояние выпуклого зеркала, равное $r/2$.

Задача 2.17. Графически найти фокусное расстояние системы, эквивалентной действию двух тонких линз, расположенных в воздухе, если $f_1' = 100$ мм, $f_2' = -50$ мм, $d = 80$ мм. Такую схему имеет телеобъектив, позволяющий при большом эквивалентном фокусном расстоянии иметь небольшую оптическую длину, что позволяет сократить габариты оптической системы объектива.

Графическое решение задачи (рис. 2.31). Известно, что точка, сопряженная с задним фокусом линзы, находится в бесконечности, поэтому, если в пространстве предметов провести луч BM_1 , параллельный оптической оси, то после прохождения системы из двух тонких линз он пересечет оптическую ось в пространстве изображений в точке, являющейся задним фокусом эквивалентной системы (точка $F'_{\text{экв}}$). Точка пересечения падающего луча BM_1 с продолжением вышедшего из системы луча $F'_2 M_2'$ (точка K) располагается в задней главной плоскости эквивалентной системы. Опустим перпендикуляр из точки K на оптическую ось и найдем заднюю главную точку эквивалентной системы (точку $H'_{\text{экв}}$). Расстояние от точки $H'_{\text{экв}}$ до точки $F'_{\text{экв}}$ есть фокусное расстояние всего телеобъектива из двух

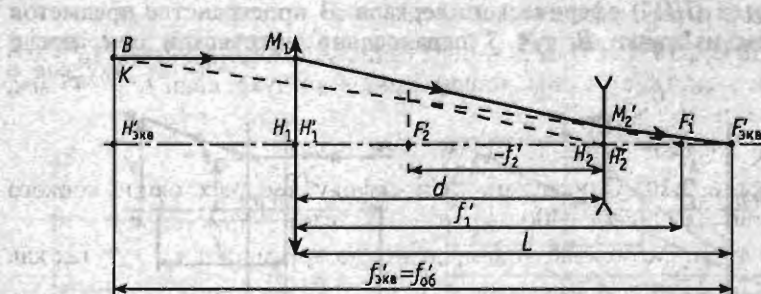


Рис. 2.31. Графическое определение эквивалентного фокусного расстояния телеобъектива

Рис. 2.32. Условие задачи 2.18

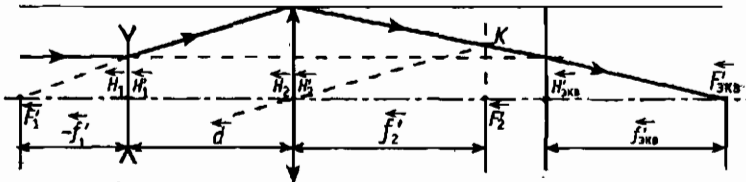
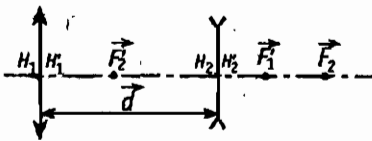


Рис. 2.33. Графическое решение задачи 2.18

линз. Оптическая длина L — расстояние от первой линзы до точки $F'_{\text{экв}}$. Эта длина меньше фокусного расстояния телеобъектива. Отношение оптической длины L к фокусному расстоянию объектива называется коэффициентом телесокращения m :

$$m = \frac{L}{f'_{\text{об}}}$$

Задача 2.18. Графически найти переднее фокусное расстояние системы из двух тонких линз (телеобъектив), если $f'_1 = 100$ мм, $f'_2 = -50$ мм, $d = 80$ мм. Линзы в воздухе (рис. 2.32).

Графическое решение представлено на рис. 2.33. Для определения положения передней эквивалентной точки фокуса необходимо построить ход луча из бесконечности в обратном ходе лучей и найти точку пересечения этого луча с оптической осью после выхода из системы. Для построения хода луча повернем исходную систему на 180° (рис. 2.33) и выполним построение хода луча. Точка $F'_{\text{экв}}$ соответствует точке $\vec{F}_{\text{экв}}$ в прямом ходе лучей и эта точка является передним фокусом эквивалентной системы, а $\vec{f}'_{\text{экв}} = -\vec{f}_{\text{экв}}$ в прямом ходе и есть переднее фокусное расстояние эквивалентной системы.

Задача 2.19. Построить изображение мнимого предмета $AB = y = 10$ мм в системе из двух тонких линз в воздухе, если $f'_1 = -45$ мм, $f'_2 = 20$ мм, $d = 50$ мм.

Графическое решение задачи (рис. 2.34).

Задача 2.20. Определить заднее фокусное расстояние тонкого компонента, если $z = -400$ мм, $a' = 100$ мм, $-f = f'$.

Решение. Расстояние от компонента до предмета $a = z + f$; так как $-f = f'$, то $a = z - f'$.

Подставляя в формулу Гаусса значение a , получим

$$1/a' - 1/(z - f') = 1/f' \quad \text{или} \quad f'/a' - f'/(z - f') = 1.$$

По формуле Гаусса

$$f'/a' + f/a = 1.$$

Подставляя значения f и a , получим

$$f'/a' - f'/(1,7z - f') = 1,$$

откуда

$$f'^2 - 1,7zf' + 1,7a'z = 0$$

и

$$f' = 0,85z \pm \sqrt{(0,85z)^2 - 1,7a'z} = -340,0 \pm 428,49.$$

Так как $f' > 0$, то $f' = 88,49$ и переднее фокусное расстояние $f = -f'/1,7 = -52,05$.

Неравенство переднего и заднего фокусных расстояний по абсолютной величине говорит о том, что компонент находится в неоднородной среде. Фокусные расстояния связаны с показателями преломления выражением $f/f' = -n/n'$.

Если в пространстве предметов $n = 1$ (воздух), то показатель преломления пространства изображений $n' = 1,7$.

Расстояние от заднего фокуса до изображения

$$z' = a' - f' = ff'/z = 11,51.$$

Расстояния от компонента до предмета и изображения

$$a = -452,05; \quad a' = z' + f' = 100,0.$$

Линейное увеличение $\beta = -f/z = -z'/f' = -0,1301$; угловое увеличение

$$\gamma = a/a' = f/z' = z/f' = -4,5205 \quad \text{или}$$

$$\gamma = -f/f'\beta = -4,5205.$$

Продольное увеличение $\alpha = -z/z' = -f'\beta^2/f = 0,0288$. Расстояние от переднего фокуса до передней узловой точки и от заднего фокуса до задней узловой точки

$$z_N = f' = 88,49; \quad z'_N = f = -52,05.$$

Узловые точки совпадают друг с другом, так как компонент тонкий.

Задача 2.22. Найти фокусное расстояние тонкого компонента в воздухе, если расстояние между предметом и изображением $L = 240$ мм, $\beta = -2$.

Решение. Если компонент в воздухе, т. е. в однородной среде, то $-f = f'$. Найдем формулы, связывающие координаты a и a' с L и β . Длина системы $L = -a + a'$. Линейное увеличение компонента в однородной среде $\beta = a'/a$, следовательно, $a' = \beta a$. Поэтому

$$L = -a + a\beta = -a(1 - \beta),$$

откуда

$$a = -L/(1 - \beta) = -80,0 \quad \text{и} \\ a' = \beta a = -L\beta/(1 - \beta) = 160,0.$$

Исходя из формулы Гаусса фокусное расстояние компонента

$$f' = aa'/(a - a') = -L\beta/(1 - \beta)^2 = 53,33.$$

Задача 2.23. Определить величину изображения y' , даваемого компонентом, если $y = 30$ мм, $-f = f' = 120$ мм и $z = -4z'$.

Решение. По формуле Ньютона

$$zz' = -f'^2 = -144\,00,0.$$

Так как $z = -4z'$, то $-4z'^2 = -14\,400,0$ и $z' = \pm 60,0$.

При $z' = 60,0$; $z = -f'^2/z' = -240,0$ линейное увеличение

$$\beta = y'/y = -f/z = -z'/f' = -0,5$$

и величина изображения $y' = \beta y = -15,0$.

Если $z' = -60,0$, $z = -f'^2/z' = 240,0$, то линейное увеличение $\beta = 0,5$ и величина изображения $y' = 15,0$.

В этом случае предмет является мнимым, а изображение действительным (рис. 2.36). Координаты a и a' равны

$$a = z + f = 120,0, \quad a' = z' + f' = 60,0.$$

Задача 2.24. Определить величину изображения y' , создаваемого тонким компонентом, если $y = 30$ мм, $-f = f' = 50$ мм и $L = 300$ мм.

Решение. Из формулы, полученной в задаче 2.22,

$$\mathcal{T} = -L\beta/(1 - \beta)^2$$

линейное увеличение компонента будет равно

$$\beta^2 + (L/f' - 2,0)\beta + 1 = 0.$$

Подставляя значения L и f' , найдем

$$\beta^2 + 4\beta + 1 = 0.$$

Решая это уравнение, получим $\beta = -2,0 \pm 1,7321$, $\beta_1 = -0,2679$, $\beta_2 = -3,7321$.

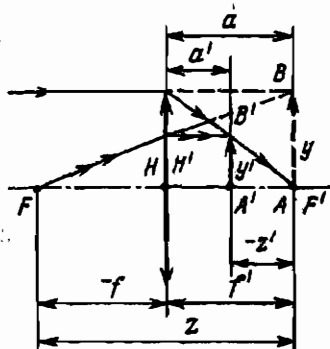


Рис. 2.36. Изображение мнимого предмета AB тонким компонентом

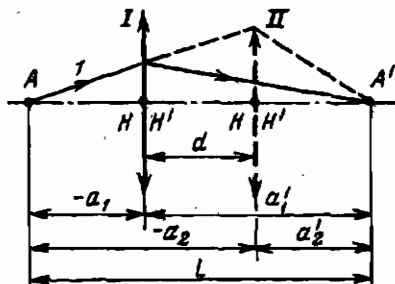


Рис. 2.37. Изменение координаты a' при перемещении компонента

Если $\beta_1 = -0,2679$, то

$$a_1 = -L/(1 - \beta_1) = -236,61; \quad a_1' = -L\beta_1/(1 - \beta_1) = 63,39.$$

Величина изображения $y' = \beta_1 y = -8,04$.

Если $\beta_2 = -3,7321$, то $a_2 = -63,40$; $a_2' = 236,60$; $y' = -111,96$.

Задача 2.25. Вывести формулы для определения длины отрезков a_1 и a_2 , а также фокусного расстояния и расстояния, на которое нужно переместить компонент, если линейное увеличение изменяется в k раз, а расстояние между предметом и изображением, равное L , остается постоянным (рис. 2.37).

Решение. Отношение линейных увеличений

$$k = \beta_1'/\beta_2,$$

где $\beta_1 = a_1'/a_1$, $\beta_2 = a_2'/a_2$.

Фокусное расстояние компонента при перемещении его на величину d остается постоянным, поэтому

$$f' = \frac{a_1 a_1'}{a_1 - a_1'} = \frac{a_1'}{1 - a_1'/a_1} = \frac{a_1'}{1 - \beta_1} = \frac{a_1'}{1 - k\beta_2};$$
$$f' = \frac{a_2 a_2'}{a_2 - a_2'} = \frac{a_2'}{1 - a_2'/a_2} = \frac{a_2'}{1 - \beta_2}.$$

Приравнявая эти выражения, найдем

$$a_1'/a_2' = (1 - k\beta_2)/(1 - \beta_2). \quad (2.1)$$

Так как длина системы L при перемещении компонента на величину d также постоянна, то

$$L = -a_1 + a_1' = -a_2 + a_2'.$$

Но $a_1 = a_1'/\beta_1$, $a_2 = a_2'/\beta_2$, поэтому

$$a_1' [(1 - \beta_1)/\beta_1] = a_2' [(1 - \beta_2)/\beta_2];$$
$$a_1'/a_2' = (1 - \beta_2)k/(1 - k\beta_2). \quad (2.2)$$

Приравнявая формулы (2.1) и (2.2), получим $\beta_2 = \pm 1/\sqrt{k}$, а $\beta_1 = \pm \sqrt{k}$. Так как нас интересуют действительные предметы и изображения положительного компонента, то перед корнем необходимо поставить знак «-», т. е. $\beta_2 = -1/\sqrt{k}$, тогда $\beta_1 = -\sqrt{k}$. Найдем формулы для определения a_1 и a_2 , выраженные через L и k :

$$L = -a_1 + a_1' = -a_1 + a_1\beta_1 = -a_1(1 - \beta_1);$$
$$L = -a_2 + a_2' = -a_2 + a_2\beta_2 = -a_2(1 - \beta_2),$$

откуда

$$a_1 = -L/(1 - \beta_1) = -L/(1 + \sqrt{k});$$

$$a_2 = -L/(1 - \beta_2) = -L\sqrt{k}/(1 + \sqrt{k}).$$

Для отрезков a'_1 и a'_2 :

$$a'_1 = a_1\beta_1 = L\sqrt{k}/(1 + \sqrt{k}),$$

$$a'_2 = a_2\beta_2 = L/(1 + \sqrt{k}).$$

Сопоставляя формулы для a_1 , a_2 , a'_1 и a'_2 , видно, что $a'_1 = -a_2$, $a'_2 = -a_1$.
Фокусное расстояние компонента

$$f' = a_1 a'_1 / (a_1 - a'_1) = a_1^2 \beta_1 / (a_1 - a_1 \beta_1) = a_1 \beta_1 / (1 - \beta_1)$$

или

$$f' = -a_1 \sqrt{k} / (1 + \sqrt{k}).$$

Заменяя a_1 его значением, получим

$$f' = L\sqrt{k} / (1 + \sqrt{k})^2.$$

Расстояние, на которое следует переместить компонент, можно определить по формуле

$$-a_1 + d = -a_2,$$

откуда

$$d = a_1 - a_2 = -L(1 - \sqrt{k}) / (1 + \sqrt{k}).$$

Таким образом при сохранении постоянным расстояния между предметом и изображением, перемещая компонент на величину d , можно получить два увеличения, т. е. можно изменять масштаб изображения в k раз.

Допустим, что $k = 4$ и $L = 200$, тогда

$$\beta_1 = -\sqrt{k} = -2,0; \quad \beta_2 = -1/\sqrt{k} = -0,5;$$

$$a_1 = -L/(1 + \sqrt{k}) = -66,67; \quad a_2 = -L\sqrt{k}/(1 + \sqrt{k}) = -133,33;$$

$$d = a_1 - a_2 = 66,66; \quad f' = L\sqrt{k}/(1 + \sqrt{k})^2 = 44,44;$$

$$a'_1 = a_1\beta_1 = 133,34; \quad a'_2 = a_2\beta_2 = 66,66.$$

Задача 2.26. Определить расстояние от второго компонента до изображения a'_2 и величину изображения y' , если $y = 25$ мм, фокусное расстояние первого тонкого компонента $-f_1 = f'_1 = 50$ мм, второго $-f_2 = f'_2 = 70$ мм; расстояние между компонентами $d = 25$ мм и расстояние от первого компонента до предмета $a_1 = -100$ мм.

Решение. Графическое построение изображения предмета AB первым компонентом и всей системой показано на рис. 2.38. Изображение $A_1'B_1'$, даваемое первым компонентом, является мнимым и для второго компонента оно является предметом A_2B_2 . Изображение $A_2'B_2'$ предмета A_2B_2 (это изображение предмета A_1B_1 , создаваемое системой) является действительным, обратным и уменьшенным.

Положение и величину изображения $A_2'B_2'$ аналитическим путем определим по формуле Гаусса.

Для первого компонента формула Гаусса имеет вид

$$1/a_1' - 1/a_1 = 1/f_1',$$

откуда

$$a_1' = a_1 f_1' / (a_1 + f_1') = 100,00.$$

Расстояние a_2 от второго компонента до предмета A_2B_2 будет равно $a_2 = a_1' - d = 75,00$; от второго компонента до изображения —

$$a_2' = a_2 f_2' / (a_2 + f_2') = 36,21.$$

Линейное увеличение системы может быть определено по формуле $\beta = a_1' a_2' / a_1 a_2 = -0,4828$. Величина изображения $y' = \beta y = -12,07$.

Обычно расчет хода лучей производится по видоизмененной формуле Гаусса. Для первого компонента эта формула имеет вид:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = h_1 / f_1' = h_1 \Phi_1.$$

Высота h_1 может принимать, если специально не оговорено, любое значение. Примем $h_1 = 25,0$, тогда

$$\alpha_1 = h_1 / a_1 = -0,25; \quad \alpha_2 = \alpha_1 + h_1 / f_1' = 0,25.$$

Высота падения луча на второй компонент согласно рис. 2.38 равна $h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 18,75$.

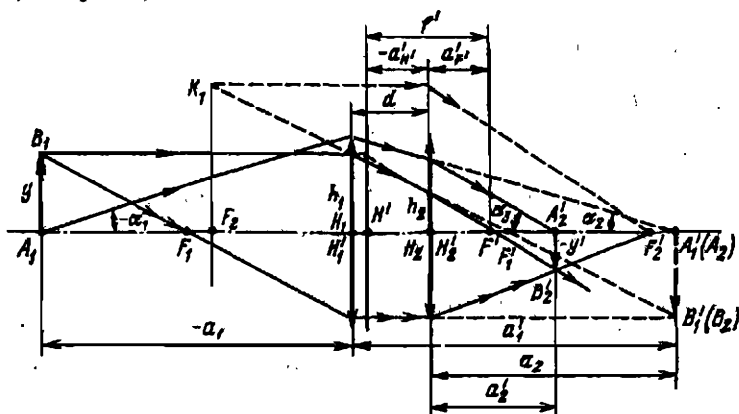


Рис. 2.38. Построение изображения предмета A_1B_1 системой из двух компонентов

Для второго компонента

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2/f_2' = 0,51786.$$

Расстояние от второго компонента до изображения $A_2'B_2'$ равно $a_2' = h_2/\alpha_3 = 36,21$.

Линейное увеличение системы, если известны углы α , определяется по формуле

$$\beta = n_1\alpha_1/n_K\alpha_K.$$

Согласно условию задачи $-f_1 = f_1'$ и $-f_2 = f_2'$, следовательно система находится в однородной среде, т. е. $n_1 = n_2 = n_3$, поэтому $\beta = \alpha_1/\alpha_3 = -0,48276$. Величина изображения $y' = \beta y = -12,069 \approx -12,07$. Инвариант Лагранжа — Гельмгольца

$$I = n_1 y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = n_2 y_1' \operatorname{tg} \alpha_2 = n_3 y_2' \operatorname{tg} \alpha_3.$$

Если $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, то

$$I = y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = y_1' \operatorname{tg} \alpha_2 = y_2' \operatorname{tg} \alpha_3.$$

Линейное увеличение первого компонента $\beta_1 = \alpha_1/\alpha_2 = -1$; величина изображения, создаваемого первым компонентом, $y_1' = y_2 = \beta_1 y_1 = -25,0$. Линейное увеличение второго компонента $\beta_2 = \alpha_2/\alpha_3 = 0,48276$; величина изображения $y_2' = y' = \beta_2 y_2 = -12,07$. Инвариант Лагранжа — Гельмгольца $I = 6,25 = \text{const}$.

Задача 2.27. Определить фокусное расстояние системы, а также отрезки a_F, a_F', a_H, a_H' , определяющие положение фокусов и главных точек относительно первого и второго компонентов, по данным задачи 2.26.

Решение. Определение положения заднего фокуса и задней главной плоскости эквивалентной системы показано на рис. 2.38. Величины f', a_F', a_H' , а также a_F и a_H могут быть определены по формулам различного вида.

1. Для первого компонента $a_1 = -\infty$, поэтому, исходя из формулы Гаусса $1/a_1' = 1/f_1'$, получим $a_1' = f_1' = 50,0$. Для второго компонента

$$a_2 = a_1' - d = 25,0; \quad a_2' = a_F' = a_2 f_2' / (a_2 + f_2') = 18,42.$$

Если отрезки a известны, то фокусное расстояние системы определяется по формуле $-f = f' = a_1' a_2' / a_2 = 36,84$. Расстояние от второго компонента до задней главной точки системы $a_H' = a_F' - f' = -18,42$.

2. Оптическая сила системы из двух компонентов в однородной среде характеризуется выражением

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = -1/f = 1/f'.$$

Переходя от оптических сил к фокусным расстояниям, найдем

$$-f = f' = f_1' f_2' / (f_1' + f_2' - d) = -f_1' f_2' / \Delta = 36,84.$$

Расстояния от компонентов до главных точек определяются по формулам

$$a_F = -(1 - d\Phi_2)/\Phi = f(1 - d/f'_2) = -23,68;$$

$$a'_{F'} = (1 - d\Phi_1)/\Phi = f'(1 - d/f'_1) = 18,42.$$

Расстояния от компонентов до главных точек:

$$a_H = a_F - f = -fd/f'_2 = 13,16;$$

$$a'_{H'} = a'_{F'} - f' = -f'd/f'_1 = 18,42.$$

3. Положение кардинальных точек системы обычно определяется расчетом хода лучей в прямом и обратном направлениях.

Если $a_1 = -\infty$, то $\alpha_1 = 0$ и, принимая $h_1 = 25,0$, получим

$$\alpha_2 = \alpha_1 + h_1/f'_1 = h_1/f'_1 = 0,5; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 12,5;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2/f'_2 = 0,6785; \quad a'_{F'} = h_2/\alpha_3 = 18,42;$$

$$f' = h_1/\alpha_3 = 36,84; \quad a'_{H'} = a'_{F'} - f' = 18,42.$$

Для определения a_F , a_H , а также для проверки правильности вычисления f' рассчитывают ход луча в обратном направлении, для этого систему поворачивают на 180° . Тогда $-f_1 = f'_1 = 70,0$; $-f_2 = f'_2 = 50,0$; $d = 25,0$. При $a_1 = -\infty$, $\alpha_1 = 0$, принимая $h_1 = 25,0$, вычислим

$$\alpha_2 = h_1/f'_1 = 0,3571; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 16,07;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2/f'_2 = 0,6786; \quad a'_{F'} = h_2/\alpha_3 = 23,68;$$

$$f' = h_1/\alpha_3 = 36,84; \quad a'_{H'} = a'_{F'} - f' = -13,16.$$

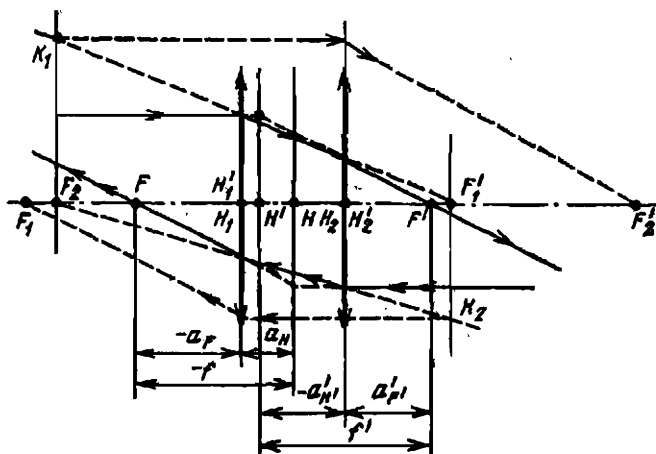


Рис. 2.39. Расположение кардинальных точек в системе из двух тонких компонентов

Так как расчет был выполнен для хода луча в обратном направлении, то

$$f = -f' = -36,84; \quad a_F = -a'_F = -23,68; \quad a_H = -a'_H = 13,26.$$

Расположение кардинальных точек системы показано на рис. 2.39.

Задача 2.28. Оптическая система состоит из двух тонких компонентов, расположенных в воздухе: $f'_1 = 139,78$ мм, $f'_2 = -222,10$ мм, $d = 72,2$ мм. Определить фокусное расстояние системы, координаты a_F , a'_F , a_H , a'_H , а также a'_2 , y' , если $a_1 = -400$ мм и $y = 25,0$ мм.

Решение. Для определения заднего фокусного расстояния и координаты a'_F , рассчитаем ход луча, параллельного оптической оси, т. е. при $\alpha_1 = 0$ ($a_1 = -\infty$). Примем $h_1 = 50,0$, тогда

$$\alpha_2 = h_1/f'_1 = 0,35770; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 24,174;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2\Phi_2 = 0,24886; \quad a'_F = h_2/\alpha_3 = 97,139 \approx 97,14;$$

$$f' = h_1/\alpha_3 = 200,916 \approx 200,92; \quad a'_H = a'_F - f' = -103,78.$$

Так как $|a'_H| > d$, то задняя главная точка располагается перед системой на расстоянии 31,58 мм.

Для определения a_F и a_H рассчитывается ход луча в обратном направлении. В этом случае $f'_1 = -222,1$; $f'_2 = 139,78$; $d = 72,2$. Принимая $h_1 = 50,0$, получим

$$\alpha_2 = h_1\Phi_1 = -0,22512; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 66,254;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2\Phi_2 = 0,24886; \quad a'_F = h_2/\alpha_3 = 266,23;$$

$$f' = h_1/\alpha_3 = 200,916 \approx 200,92; \quad a'_H = a'_F - f' = 65,31.$$

При возвращении системы в исходное положение

$$f = -f' = -200,92; \quad a_F = -a'_F = -266,23; \quad a_H = -a'_H = -65,31.$$

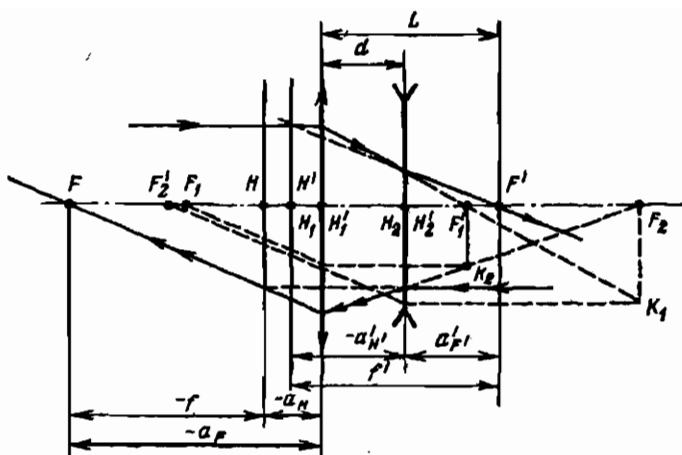
Длина системы

$$L = d + a'_F = 169,34.$$

Расстояние между главными плоскостями

$$\Delta_H = -a_H - (-a'_H - d) = 33,73.$$

Рассматриваемая система носит название *телеобъектива*. Его обычно характеризуют коэффициентом укорочения $T = f'/L = 1,1865 \approx 1,2$, который показывает, во сколько раз фокусное расстояние больше длины объектива. Расположение кардинальных точек телеобъектива показано на рис. 2.40. Если не требуется знание углов α и высот h , то фокусное расстояние телеобъектива и координаты a_F и a'_F могут быть определены по формулам



Р и с . 2.40. Расположение кардинальных точек в оптической системе телеобъектива, состоящего из двух компонентов

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = -1/f = 1/f';$$

$$a_F = -(1 - d\Phi_2)/\Phi = f(1 - d/f_2');$$

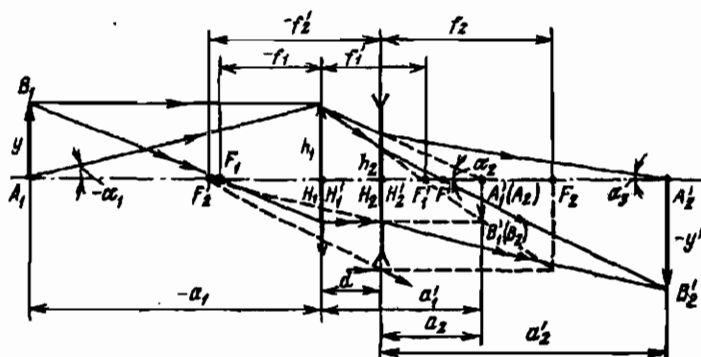
$$a_{F'} = (1 - d\Phi_1)/\Phi = f'(1 - d/f_1').$$

Так как $\Phi_1 = 1/f'_1 = 0,007\,154\,109$; $\Phi_2 = 1/f'_2 = -0,004\,502\,47$; $d = 72,2$, то

$$\Phi = 0,497\,72 \cdot 10^{-2}; \quad a_F = -266,23; \quad a_{F'} = 97,14.$$

Фокусное расстояние системы $f' = 1/\Phi = 200,92$.

Для определения расстояния a'_2 от второго компонента до изображения рассчитывается ход луча из осевой точки предмета (рис. 2.41). Примем $h_1 = 25,0$, тогда при $a_1 = -400,0$



Р и с . 2.41. Построение изображения предмета оптической системы телеобъектива

$$\alpha_1 = h_1/a_1 = -0,0625; \alpha_2 = \alpha_1 + h_1\Phi_1 = 0,11635;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 16,599; \alpha_3 = \alpha_2 + h_2\Phi_2 = 0,041614;$$

$$a'_2 = h_2/\alpha_3 = 398,92; \beta = y'/y = \alpha_1/\alpha_3 = -1,5020;$$

$$y' = \beta y = -37,55.$$

Изображение получается действительным, перевернутым и увеличенным. Инвариант Лагранжа — Гельмгольца

$$I = y \operatorname{tg} \alpha_1 = y' \alpha_3 = -1,5625 = \text{const.}$$

Задача 2.29. Оптическая система состоит из трех тонких линз в воздухе. Фокусные расстояния линз: $f'_1 = 8,91$, $f'_2 = 24,47$ и $f'_3 = 25,25$ мм. Расстояния между линзами: $d_1 = 1,7$; $d_2 = 4,0$ мм. Определить f' , a_F , a'_F , a_H , a'_H , а также расстояние от первой тонкой линзы до предмета a_1 , если $z' = 160,0$ мм, линейное увеличение и величину изображения, если $y = 0,65$ мм (рис. 2.42).

Решение. Фокусное расстояние и координаты, определяющие положение кардинальных точек, определим по известным формулам, которые представим в виде

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + h_i \Phi_i; h_{i+1} = h_i - d_i \alpha_{i+1};$$

$$a'_F = h_p / \alpha'_p; f' = h_1 / \alpha'_p,$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, p$.

Расчет хода лучей, параллельных оптической оси, в прямом и обратном направлениях при произвольном значении высоты h_1 дал следующие результаты:

$$-f = f' = 6,48; a_F = -4,64; a_H = 1,84; a'_F = 1,48; a'_H = -5,00.$$

Исходя из формулы Ньютона для системы в однородной среде $zz' = -f'^2$, расстояние от переднего фокуса компонента до предмета будет равно $z = -f'^2/z' = -0,2624$. Расстояние от первой тонкой линзы до предмета (рис. 2.43) $a_1 = z + a_F = -4,90$. Линейное увеличение ком-

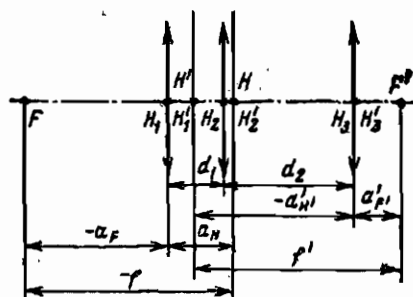
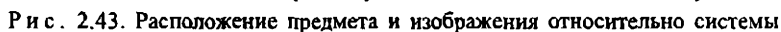
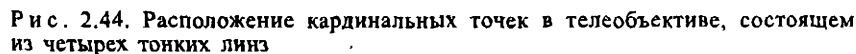


Рис. 2.42. Расположение кардинальных точек в системе из трех тонких линз



Задача 2.30. Оптическая система состоит из двух компонентов в воздухе, причем каждый компонент составлен из двух тонких линз. Фокусные расстояния линз: $f_1' = 224,37$; $f_2' = -350,51$; $f_3' = -294,33$; $f_4' = 543,56$ мм. Расстояния между линзами: $d_1 = 15$; $d_2 = 310,0$; $d_3 = 26,0$ мм. Определить фокусные расстояния компонентов и всей системы, а также координаты, определяющие положение кардинальных точек (рис. 2.44).

$$a'_{H'} = -63,31;$$


для системы в целом (см. рис. 2.44).

$$-f = f' = 845,25; a_F = -1238,21; a_H = -392,96; a'_F = 307,18; a'_H = -538,07.$$

Длина системы $L = d_1 + d_2 + d_3 + a'_F = 658,19$. Рассмотренная система представляет собой длиннофокусный телеобъектив с коэффициентом укорочения $T = 1,284$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.31. На рис. 2.45 показана оптическая система, состоящая из четырех линз, расположенных в воздухе, и падающий луч. Построить ход этого луча через линзы, используя разные способы построения.

Задача 2.32. На рис. 2.46 показан ход луча через оптическую систему, состоящую из четырех тонких линз, расположенных в воздухе. Графически найти положение фокусов каждой линзы и заднее эквивалентное фокусное расстояние системы.

Задача 2.33. Построением найти фокусные расстояния линз, для которых (рис. 2.47) заданы положения главных плоскостей, положения и размеры предметов AB и их изображений $A'B'$:

- действительный предмет, действительное изображение;
- действительный предмет, мнимое изображение;
- мнимый предмет, мнимое изображение;
- мнимый предмет, действительное изображение.

Задача 2.34. Построением найти ход произвольного луча l через линзу, если заданы:

- положение главных плоскостей и фокусов линзы (рис. 2.48, а);
- положение главных плоскостей и ход другого произвольного луча 2 (рис. 2.48, б).

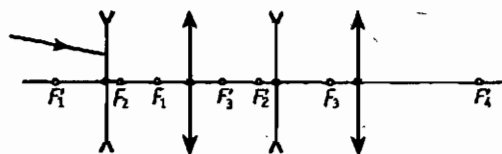


Рис. 2.45. Условие задачи 2.31

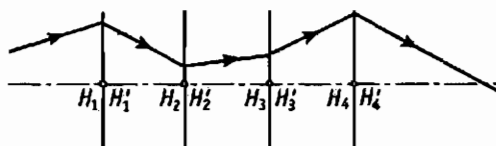


Рис. 2.46. Условие задачи 2.32

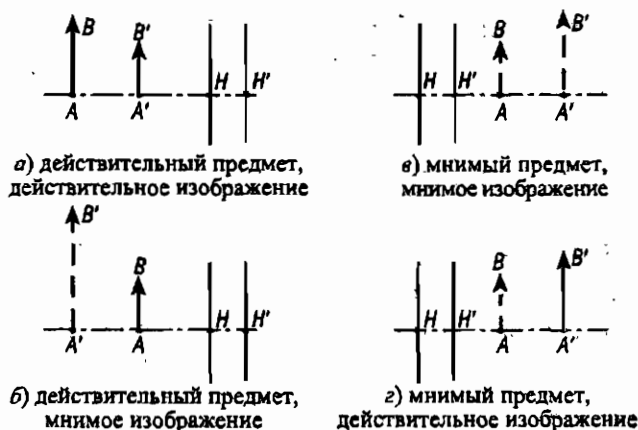


Рис. 2.47. Условие задачи 2.33

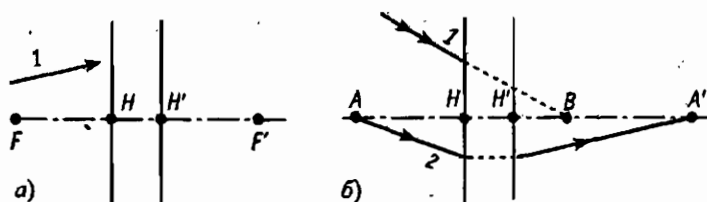


Рис. 2.48. Условие задачи 2.34

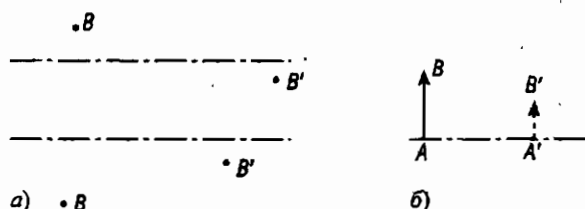


Рис. 2.49. Условие задачи 2.35

Задача 2.35. Построением найти положение тонких линз и их фокусные расстояния, если заданы:

а) положение оптической оси, положения источника света (точка B) и его изображения (точка B') (рис. 2.49, а);

б) положение оптической оси, взаимное положение действительного предмета AB и его мнимого изображения (рис. 2.49, б).

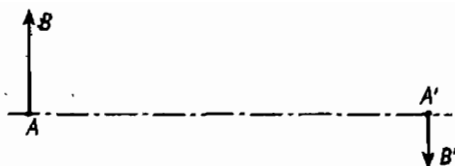


Рис. 2.50. Условие задачи 2.36

Задача 2.36. Графически найти фокусное расстояние сферического зеркала, радиус его кривизны и положение зеркала, если известны положение и размер предмета AB и его изображения $A'B'$ (рис. 2.50).

Задача 2.37. Найти графически эквивалентное фокусное расстояние оптической системы из трех линз, если $f_1' = 100$ мм, $f_2' = -40$ мм, $f_3' = 50$ мм, $d_1 = 70$ мм, $d_2 = 20$ мм.

Задача 2.38. Определить высоту изображения, образованного объективом на экране, если предмет имеет высоту $y = 30$ мм и расположен перед объективом на расстоянии $a = -110$ мм. Фокусное расстояние объектива, расположенного в воздухе, равно 100 мм. Каким должно быть расстояние от объектива до экрана?

Ответ: $y' = -300$ мм, $a' = 1100$ мм, ($z = -10$ мм, $\beta = -10$).

Задача 2.39. Тонкий проекционный объектив образует на экране, расположенном справа от объектива на расстоянии 1,8 м, действительное изображение высотой 100 мм. Вычислить фокусное расстояние объектива, если высота предмета 20 мм.

Ответ: так как изображение действительное, то оно перевернутое, т.е. $\beta = -5$, $f' = 300$ мм.

Задача 2.40. Определить взаимное расположение тонкой линзы с фокусным расстоянием 100 мм, предмета и экрана, на который проецируется действительное изображение предмета с пятикратным увеличением.

Ответ: $a = -120$ мм, $a' = 600$ мм.

Задача 2.41. Известно расстояние между осевой предметной точкой A и ее изображением A' , находящимися друг от друга на расстоянии L , а также положение z' точки изображения от задней точки фокуса. Вывести формулу для определения фокусного расстояния такой линзы.

Ответ: $f' = \pm z \pm \sqrt{z'L}$; $a' = f'(1 - \beta)$; $a = a' - L$.

Задача 2.42. Найти фокусное расстояние тонкой линзы в воздухе, если расстояние между действительным предметом и действительным изображением $L = 240$ мм, линейное увеличение системы $\beta = -2$.

Ответ: $f' = 53,33$ мм.

Задача 2.43. Тонкая линза в воздухе имеет $-f=f'=120$ мм. Определить величину изображения предмета $AB=y=30$ мм, если отрезок z' : а) равен $z'=60$ мм; б) равен $z'=-60$ мм. Решение задачи сопровождать рисунками.

Ответ: а) $A'B'=y'=-15$ мм; б) $A'B'=y'=15$ мм.

Задача 2.44. Определить фокусное расстояние тонкой линзы, расположенной в воздухе, если $a'=-100$ мм, линейное увеличение $\beta=2$.

Ответ: $f'=-100$ мм.

Задача 2.45. Определить величину изображения, создаваемую тонкой линзой в воздухе, если $AB=y=30$ мм, $-f=f'=50$ мм, расстояние между предметом и изображением $L=300$ мм.

Ответ: а) $A'B'=y'=-8,04$ мм; б) $A'B'=y'=-111,96$ мм.

Задача 2.46. Для линзы, расположенной в воздухе, найти положение предмета $AB=y=10$ мм, если величина изображения $A'B'=y'=-20$ мм, а отрезок $z'=80$ мм.

Ответ: $a'=120$ мм; $\beta=-2$.

Задача 2.47. Перед двухлинзовой оптической системой из тонких линз в воздухе на расстоянии $a_1=-170$ мм от первой линзы с $f'_1=50$ мм расположен предмет $AB=y=10$ мм. Вторая линза с фокусным расстоянием $f'_2=60$ мм расположена на расстоянии $d=25$ мм от первой линзы. Найти:

1. Положение изображения предмета относительно второй линзы (a_2');
2. Вычислить величину изображения. Задачу решать двумя способами:

- по формулам Гаусса в отрезках;
- по формулам произвольных тангенсов.

Ответ: $a_2'=26$ мм; $y'=-2,4$ мм.

Задача 2.48. Предмет находится на расстоянии 0,5 м от вершины вогнутого зеркала. Его изображение в три раза меньше самого предмета и является перевернутым. Определить положение изображения, радиус кривизны и фокусное расстояние зеркала.

Ответ: $a' = 167$ мм, $r = -250$ мм, $f' = -125$ мм.

Задача 2.49. Светящаяся точка находится на оптической оси на расстоянии 150 мм от вершины сферического вогнутого зеркала. Изображение точки получилось на расстоянии 300 мм от зеркала. Определить на сколько и в каком направлении сместится изображение, если светящаяся точка приблизится к зеркалу на 10 мм.

Ответ: удалится от зеркала на 50 мм.

Задача 2.50. Требуется сфотографировать чертеж размерами 50×75 см² с помощью объектива, фокусное расстояние которого равно

150 мм. На каком расстоянии от объектива следует поместить чертеж, чтобы изображение на пластинке имело размеры 10×15 см?

Ответ: 0,9 м.

Задача 2.51. Доказать, что наименьшее расстояние между точками, сопряженными относительно положительной тонкой линзы с фокусным расстоянием f' равно $4f'$.

Задача 2.52. Для определения фокусного расстояния линзы получены увеличенное и уменьшенное изображения предмета на экране, причем расстояние между предметом и экраном остается неизменным и равным 200 мм, а измеряется смещение линзы при переходе от увеличенного к уменьшенному изображению. Вычислить фокусное расстояние линзы, если указанное смещение равно 80 мм.

Ответ: 42 мм.

Задача 2.53. Линза дает на экране изображение предмета, уменьшенное в 4 раза. Не изменяя расстояния между предметом и линзой, их погружают в воду, после чего для получения четкого изображения экран приходится отодвинуть на 187,5 мм. Определить фокусное расстояние линзы в воздухе и в воде, а также увеличение изображения для случая, когда линза находится в воде. Показатель преломления стекла $n_g = 1,5$. Показатель преломления воды $n_w = 1,333$.

Ответ: $f' = 10$ мм; $f' = 40$ мм; $\beta = -4$.

Задача 2.54. При фотографировании обратной стороны Луны межпланетной станцией третьей космической ракеты, запущенной в СССР в 1959 г., были применены два объектива с фокусными расстояниями 200 мм и 500 мм. Какого размера должно получиться изображение Луны на фотопленке для каждого объектива? Угловой диаметр Луны при наблюдении с Земли равен $31'$. Расстояние от Земли до Луны 380000 км. Расстояние от центра Луны до межпланетной станции при фотографировании принять 67000 км.

Ответ: около 100 мм и около 25 мм.

Задача 2.55. Определить взаимное расположение тонкой линзы с фокусным расстоянием 130 мм, расположенной в воздухе, предмета и экрана, на который проецируется с помощью этой линзы действительное изображение предмета с пятикратным увеличением. Как изменятся эти расстояния, если: а) вторая среда — вода ($n_w = 1,333$); б) первая среда — вода?

Ответ: а) $a = -156$ мм, $a' = 780$ мм и при $n = n' = 1$, $-f = f' = 130$ мм, а) $a = -156$ мм, $a' = 1039,74$ мм, $f' = 173,29$ мм при $n = 1$, $n' = 1,333$; б) $a = -207,95$ мм, $a' = 780$ мм, когда $n = 1,333$, $n' = 1$.

Задача 2.56. Оптическая система состоит из двух расположенных в воздухе тонких компонентов с фокусными расстояниями $f_1' = 100$ мм и $f_2' = -50$ мм. Изображение бесконечно удаленного

предмета должно получиться на расстоянии 200 мм от задней главной плоскости второго компонента. Определить эквивалентное фокусное расстояние системы и расстояние, на котором должны находиться друг от друга главные плоскости компонентов. Ответ: $f'_s = 500$ мм, $d = 60$ мм.

Задача 2.57. Телеобъектив состоит из положительного тонкого компонента с фокусным расстоянием $f'_1 = 300$ мм и отрицательного компонента с $f'_2 = -100$ мм, расстояние между компонентами $d = 275$ мм. Определить положение плоскости пленки относительно второго компонента, если предмет расположен перед первым компонентом на расстоянии 10 м.

Ответ: 52,16 мм.

Задача 2.58. При проецировании фильма с кадром 24×36 мм на весь экран, имеющий размер 1200×1800 мм с помощью объектива с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм длина зала должна быть не менее 5,1 м. Длина имеющегося зала не может быть более 3,5 м. В этом случае изображение займет лишь часть экрана. Определить:

а) размер изображения на экране;

б) какую оптическую силу в диоптриях должна иметь насадка, устанавливаемая вплотную к объективу, чтобы в имеющихся условиях изображение кадра занимало бы всю площадь экрана?

Ответ: при $a' = 5,1$ м, $\beta = -50^\circ$; а) при $a' = 3,5$ м и $f' = 100$ мм $\beta = -34^\circ$, размер изображения 816×1224 мм; б) при $a' = 3,5$ м и $\beta = -50^\circ$ нужен объектив с $f'_{\text{тр}} = 68,63$ мм, т. е. должна быть насадка с $f'_{\text{нас}} = 218,75$ мм, $\Phi_{\text{нас}} = 4,57$ дптр.

Задача 2.59. Идеальная оптическая система состоит из двух тонких компонентов, расположенных в воздухе на расстоянии 20 мм и имеющих фокусные расстояния, равные $f'_1 = 100$ мм и $f'_2 = -100$ мм. Определить эквивалентное фокусное расстояние и расстояния, определяющие положения переднего и заднего фокусов. При каком промежутке между компонентами фокусное расстояние второго компонента не влияет на значение эквивалентного фокусного расстояния? Как расположены в этом случае передний и задний эквивалентные фокусы?

Ответ: $f'_s = 500$ мм; $a'_{F'} = 400$ мм, $a_F = -600$ мм. При $d = f'_1 = 100$ мм, $a'_{F'} = 0$, $a_F = -200$ мм.

Задача 2.60. Определить эквивалентное фокусное расстояние системы из двух тонких линз с $f'_1 = 20$ мм, $f'_2 = -40$ мм, если расстояние между ними равно фокусному расстоянию такой линзы, для которой при линейном увеличении $\beta = -1$ расстояние от переднего фокуса до предмета равно -5 мм.

Ответ: 32 мм.

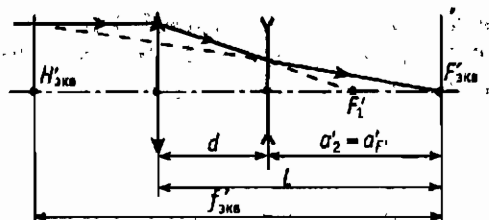


Рис. 2.51. Условие задачи 2.61

Задача 2.61. Определить фокусные расстояния первого компонента и фокусирующей линзы телеобъектива, если расстояние от объектива до сетки (до плоскости изображения) $L = 150$ мм, расстояние между первым компонентом и фокусирующей линзой $d = 60$ мм, эквивалентное фокусное расстояние $f'_3 = 250$ мм (рис. 2.51).

Ответ: $f'_1 = 93,75$ мм, $f'_2 = -54$ мм.

Задача 2.62. Определить расстояние между двумя тонкими линзами телеобъектива ($f'_1 = 100$ мм, $f'_2 = -50$ мм) при условии, что оптическая длина L телеобъектива в 1,5 раза меньше фокусного расстояния телеобъектива.

Ответ: $d = 78,86$ мм.

Задача 2.63. Найти эквивалентное фокусное расстояние системы из пяти тонких соприкасающихся линз: $f'_1 = 100$ мм, $f'_2 = -50$ мм, $f'_3 = 50$ мм, $f'_4 = 100$ мм, $f'_5 = 200$ мм.

Ответ: $f'_5 = 40$ мм.

Задача 2.64. Найти расстояние между предметом и изображением, которое дает система, состоящая из двух тонких соприкасающихся линз, если $f'_1 = 100$ мм, $f'_2 = 50$ мм, $\beta = -0,1$.

Ответ: 403,29 мм.

Задача 2.65. Найти положение и величину изображения предмета величиной $y = 10$ мм, находящегося на расстоянии -100 мм перед первой линзой оптической системы, состоящей из двух линз с фокусными расстояниями $f'_1 = 200$ мм, $f'_2 = 50$ мм, расстояние между линзами $d = 50$ мм. Выполнить также графические построения.

Ответ: $a'_2 = 62,5$ мм, $y' = 5,4$ мм.

Задача 2.66. Оптическая система состоит из собирающей тонкой линзы с фокусным расстоянием $f'_1 = 200$ мм и вогнутого сферического зеркала с $f'_2 = -100$ мм, удаленного от линзы на 300 мм. Предмет, имеющий размер $2y = 10$ мм, расположен перед линзой на расстоянии $a_1 = -400$ мм. Определить увеличение системы, размер и положение изображения.

Ответ: $\beta = 2^x$, $a' = -1000$ мм, $2y' = 20$ мм.

Условие апланатизма для сферической преломляющей поверхности

$$\bar{s} = \frac{r(n+n')}{n} = s, \quad \bar{s}' = \frac{r(n+n')}{n'} = s'; \quad n\bar{s} = n'\bar{s}' = r(n+n').$$

Уравнения для бесконечно узких наклонных пучков в меридиональной и сагиттальной плоскостях соответственно

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'_m} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{t_m} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r},$$

$$\frac{n'}{t'_s} - \frac{n}{t_s} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r}.$$

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца для действительной области

$$\tilde{I} = n y \sin \sigma = n' y' \sin \sigma'.$$

Фокусное расстояние в области действительных лучей

$$\tilde{f}' = m / \sin \sigma',$$

где m — координата на входном зрачке.

Условие (инвариант) Гершеля

$$n_1 \Delta z \sin^2 (\sigma_1/2) = n'_k \Delta z' \sin^2 (\sigma'_k/2).$$

Формулы расчета хода действительного луча через сферическую преломляющую поверхность

$$\sin \epsilon_v = \frac{(r_v - \bar{s}_v)}{r_v} \sin \sigma_v; \quad \text{если } s_1 = -\infty, \quad \text{то } \sin \epsilon_1 = -h_1/r_1;$$

$$\sin \epsilon'_v = \frac{n_v}{n'_v} \sin \epsilon'_v; \quad \sigma_{v+1} = \sigma'_v = \sigma_v - \epsilon_v + \epsilon'_v;$$

$$\bar{s}'_v = r_v - r_v \frac{\sin \epsilon'_v}{\sin \sigma'_v} = r_v - (r_v - \bar{s}_v) \frac{n_v}{n'_v} \frac{\sin \sigma_v}{\sin \sigma'_v};$$

$$\bar{s}_{v+1} = \bar{s}'_v - d_v.$$

Задачи с решениями

Задача 3.1. Вывести уравнение профиля, или кривой меридионального сечения анаберрационной преломляющей поверхности, разделяющей среды с показателями преломления n и n' , для точки A на оптической оси (рис. 3.1).

Решение. Согласно условию образования точечного изображения предметная точка изображается стигматически (идеально) преломляющей или отражающей поверхностью, если оптическая длина хода

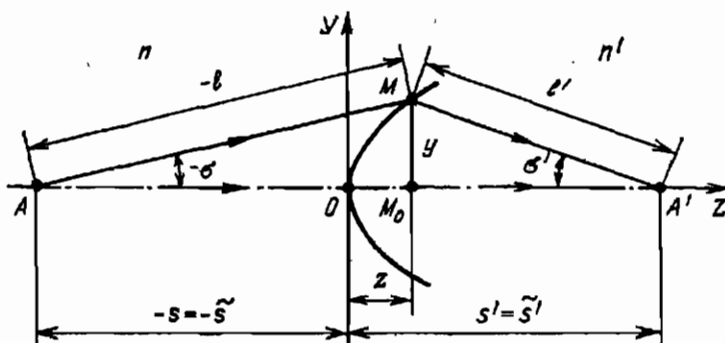


Рис. 3.1. Анаберрационная преломляющая поверхность — овал Декарта

любого из лучей пучка, идущего из точки предмета и проходящего в точку изображения, является величиной постоянной, т. е. $\sum_{v=1}^{v=k} n_v l_v = \text{const.}$

Поверхность, для которой выполняется условие образования точечного изображения, называется *анаберрационной*.

Пусть поверхность вращения произвольной формы разделяет две среды с показателями преломления n и n' (рис. 3.1). Найдём уравнение профиля поверхности, образующей стигматическое изображение точки A , расположенной на оптической оси.

Возьмём два луча, выходящих из точки A и являющихся крайними лучами плоского пучка: луч AO , идущий вдоль оптической оси, и луч AM , образующий с оптической осью конечный угол σ . Этот луч называется *действительным*. Луч AO при переходе из первой среды во вторую не будет испытывать преломления, так как совпадает с нормалью к преломляющей поверхности — оптической осью. Луч AM претерпит преломление в точке M и, если $n' > n$, то пересечёт оптическую ось в точке A' , являющейся изображением точки A . Координатами точки M являются z и y .

Согласно условию образования точечного изображения оптическая длина пути от точки A до точки A' для любого значения y должна быть постоянной, поэтому можно написать

$$n \cdot AM + n' \cdot MA' = n \cdot AO + n' \cdot OA'.$$

Так как $AM = -l$, $MA' = l'$, $AO = -\tilde{s}$, то $-nl + n'l' = -n\tilde{s} + n'\tilde{s}'$. Из треугольников AMM_0 и $A'MM_0$:

$$l = \sqrt{y^2 + (\tilde{s} - z)^2}; \quad l' = \sqrt{y^2 + (\tilde{s}' - z)^2},$$

тогда

$$n[y^2 + (\tilde{s} - z)^2]^{1/2} - n[y^2 + (\tilde{s}' - z)^2]^{1/2} = n'\tilde{s}' - n\tilde{s}.$$

После исключения корней получим

$$\left\{ n'^2 [y^2 + (\tilde{s}' - z)^2] - n^2 [y^2 + (\tilde{s} - z)^2] - (n' \tilde{s}' - n \tilde{s})^2 \right\}^2 = \\ = 4n^2 (n' \tilde{s}' - n \tilde{s})^2 [y^2 + (\tilde{s} - z)^2].$$

Для удобства преобразований введем обозначения

$$a = (\tilde{s} - z); \quad b = (\tilde{s}' - z); \quad c = n' \tilde{s}' - n \tilde{s}.$$

Возведем в квадрат правую часть уравнения, тогда

$$n'^4 (y^2 + b^2) + n^4 (y^2 + a^2) - 2n'^2 (y^2 + b^2) c^2 - 2n^2 (y^2 + a^2) c^2 - \\ - 2n^2 n'^2 (y^2 + a^2) (y^2 + b^2) + c^4 = 0.$$

Выполнив преобразования, найдем

$$(n'^2 - n^2)^2 y^4 + 2[b^2 n'^2 (n'^2 - n^2) - a^2 n^2 (n'^2 - n^2) - c^2 (n'^2 + n^2)] y^2 + \\ + (n'^2 b^2 - n^2 a^2)^2 - 2c^2 (n'^2 b^2 + n^2 a^2) + c^4 = 0.$$

Это выражение является уравнением профиля анаберрационной преломляющей поверхности, называемой *картезианским овалом*, или *овалом Декарта*.

Задача 3.2. Используя уравнение, полученное в задаче 3.1, определить координаты анаберрационной преломляющей поверхности — овала Декарта, если $\tilde{s} = -100,0$ мм, $\tilde{s}' = 100,0$ мм, $n = 1,0$, $n' = 1,51829$.

Решение. Определим координаты y для следующих значений z : 1; 2,5; 5,0; 7,5; 10,0; 15; 20,0 мм.

Напишем уравнение профиля анаберрационной преломляющей поверхности в виде

$$Ay^4 + 2By^2 + C = 0.$$

При $z = 1,0$ мм:

$$a = \tilde{s} - z = -100 - 1 = -101; \quad a^2 = 102,01 \cdot 10^2; \quad b = \tilde{s}' - z = 100 - 1 = 99,0;$$

$$b^2 = 98,01 \cdot 10^2; \quad c = n' \tilde{s}' - n \tilde{s} = 1,51829 \cdot 100 + 100 = 251,829;$$

$$c^2 = 634,17845 \cdot 10^2;$$

$$n^2 = 2,3052045; \quad A = (n'^2 - n^2)^2 = (2,3052045 - 1)^2 = 1,7035587;$$

$$B = b^2 n'^2 (n'^2 - n^2) - a^2 n^2 (n'^2 - n^2) - c^2 (n'^2 + n^2) = 10^2 (98,01 \times \\ \times 2,3052045 \cdot 1,3052045 - 102,01 \cdot 1,3052045 - 634,17845 \times \\ \times 3,3052045) = -1934,3445 \cdot 10^2;$$

$$C = (n'^2 b^2 - n^2 a^2)^2 - 2c^2 (n'^2 b^2 + n^2 a^2) + c^4 = (2,3052045 \cdot 98,01 \cdot 10^2 - \\ - 102,01 \cdot 10^2)^2 - 2 \cdot 634,17845 \cdot 10^2 \cdot (2,3052045 \cdot 98,01 \cdot 10^2 + \\ + 102,01 \cdot 10^2) + (634,17845 \cdot 10^2)^2 = 1590,350 \cdot 10^4.$$

Таблица 3.1. Координаты y , l , l' и оптический путь анаберрационной преломляющей поверхности — овала Декарта

z	y	l	l'	$-nl+n'l'$
1,0	6,4133	-101,2034	99,2075	251,829
2,5	10,1287	-102,9992	98,0247	251,829
5,0	14,2927	-105,9683	96,0691	251,829
7,5	17,4568	-108,9082	94,1328	251,829
10,0	20,0908	-111,8209	92,2152	251,829
15,0	24,4039	-117,5608	88,7339	251,829
20,0	27,8869	-123,1977	84,7212	251,829

Тогда $1,703\,5587\,y^4 - 3\,868,689 \cdot 10^2 y^2 + 1590,350 \cdot 10^4 = 0$ или $y^4 - 2\,270,9455 \cdot 10^2 y^2 + 933,545\,75 \cdot 10^4 = 0$, откуда

$$y^2 = 1\,135,4727 \cdot 10^2 \pm 1\,135,0614 \cdot 10^2.$$

Координата y имеет два значения, но первое не имеет физического смысла, поэтому

$$y^2 = 0,4113 \cdot 10^2 = 41,13; \quad y = 6,413\,27 \text{ мм.}$$

Аналогичным путем вычисляют координаты и для других значений z . Координаты y , l , l' и оптические пути для каждого значения y приведены в табл. 3.1.

Оптический путь осевого луча

$$-n\tilde{s} + n'\tilde{s}' = -(-100) + 1,518\,29 \cdot 100 = 251,829.$$

Из вычислений видно, что разность оптических путей осевого и любого луча, образующего конечный угол σ с оптической осью, равна нулю. Следовательно, овал Декарта дает стигматическое изображение точки A . Форма дуги овала показана на рис. 3.1.

Задача 3.3. Вывести уравнение профиля для анаберрационной преломляющей поверхности при $s_1 = -\infty$.

Решение. Для предмета в бесконечности ($s_1 = -\infty$, $\sigma = 0$) оптический путь от точек M_1 и O до точки A' должен быть постоянным (рис. 3.2), т. е.

$$nM_1M_2 + n'M_2A' = n'OA' \quad \text{или} \quad nz + n'l' = n'f',$$

откуда

$$n'l' = n'f' - nz.$$

Подставим значение координаты l' :

$$n'[y^2 + (f' - z)^2]^{1/2} = n'f' - nz.$$

После возведения в квадрат обеих частей уравнения получим

$$n'^2 y^2 + n'^2 (f' - z)^2 = (n'f' - nz)^2,$$

откуда после преобразования

$$y^2 = 2f'(1 - n/n')z + [(n/n')^2 - 1]z^2.$$

Это выражение представляет собой общее уравнение кривых второго порядка с началом координат в вершине поверхности

$$y^2 = Az + Bz^2,$$

где

$$A = 2f'(1 - n/n') = 2r_0; \quad B = (n/n')^2 - 1 = e^2 - 1.$$

Поверхность эллипсоидная, если $B = (n/n')^2 - 1 < 0$, а это будет в случае, когда $n' > n$.

Если $B = (n/n')^2 - 1 > 0$, т. е. при $n' < n$, поверхность будет гиперболоидной. Для параболоидной поверхности $B = (n/n')^2 - 1 = 0$, поэтому необходимо, чтобы $n = n'$, т. е. показатели преломления пространства предметов и пространства изображений должны быть равны и преломление происходить не будет. Отсюда следует, что анаберрационной преломляющей поверхности параболоидной формы не существует.

Задача 3.4. Определить координаты эллипсоидной преломляющей поверхности, если $n = 1$; $n' = 1,518\ 29$; $\bar{s} = f' = 100$ мм (рис. 3.2):

Решение. Для эллипсоидной преломляющей поверхности

$$r_0 = f'(1 - n/n') = 34,136\ 43; \quad B = (n/n')^2 - 1 = -0,566\ 199;$$

уравнение профиля эллипсоидной поверхности

$$y^2 = 68,272\ 86z - 0,566\ 199z^2.$$

Координаты y и оптические пути от плоскости M_1O до точки A' для различных значений z приведены в табл. 3.2.

Оптическая длина пути вдоль оси OA' эллипсоидной преломляющей поверхности равна $n'OA' = nf' = 151,829$.

Постоянство оптических путей для всех лучей выражается формулой

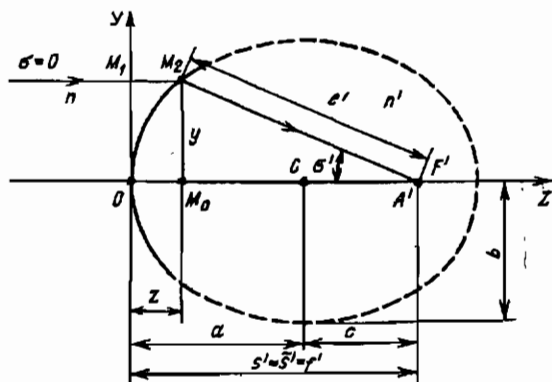


Рис. 3.2. Анаберрационная эллипсоидная преломляющая поверхность при $s =$

Таблица 3.2. Координаты и оптический путь лучей для эллипсоидной преломляющей поверхности.

z	y	l'	L
1,0	8,2284	99,3414	151,829
2,5	12,9284	98,3534	151,829
5,0	18,0889	96,7068	151,829
7,5	21,9134	95,0602	151,829
10,0	25,0222	93,4137	151,829
15,0	29,9449	90,1205	151,829
20,0	33,7487	86,8273	151,829

$$L = n'f' = nz + n'l',$$

что подтверждает сказанное выше: эллипсоидная преломляющая поверхность является анаберрационной для осевой точки предмета, расположенного в бесконечности.

Параметры r_0 и B связаны с полуосями эллипса следующими равенствами:

$$r_0 = b^2/a; \quad B = -b^2/a^2.$$

Из этих равенств можно определить большую и малую полуоси:

$$a = -r_0/B = n'f'/(n' + n) = 60,2905;$$

$$b = \sqrt{r_0^2/B} = f' \sqrt{(n' - n)/(n' + n)} = 45,3663.$$

Эксцентриситет эллипса равен

$$e = \sqrt{1 - b^2/a^2} = n/n' = 0,658.636 < 1,$$

он обратно пропорционален показателю преломления в пространстве изображений.

Расстояние между геометрическими фокусами эллипса $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 2ae = 79,4190$.

Контроль осуществляется по формуле

$$f' = \tilde{s}' = a + c = 100,0000.$$

Изображение (точка A') бесконечно удаленной точки, находящейся на продолжении оптической оси OA' , располагается во втором геометрическом фокусе эллипса, т. е. точка A' является задним фокусом эллипсоидной преломляющей поверхности. Если преломляющая поверхность вогнутая, то $f' = \tilde{s}' = -100$ и уравнение ее при $n = 1$ и $n' = 1,51829$ имеет вид

$$y^2 = -68,27286z - 0,566199z^2.$$

Так как в этом случае $z < 0$, то координаты y будут иметь те же значения, что и для выпуклой эллипсоидной поверхности.

Из вычислений видно, что оптические пути для принятых значений z равны между собой. Малая полуось гиперболы равна

$$a = n'f'/(n' + n) = 39,7095.$$

Большая полуось b — мнимая, однако можно найти величину b^2 , необходимую для расчета эксцентриситета e

$$b^2 = [f' \sqrt{(n' - n)/(n' + n)}]^2 = -2058,1029.$$

Эксцентриситет гиперболы равен

$$e = \sqrt{1 - b^2/a^2} = n/n' = 1,518\,29 > 1, \text{ т. е. } e = n;$$

расстояние между фокусами

$$2c = 2ae = 2f' [n/(n' + n)] = 120,581.$$

Изображение (точка A') бесконечно удаленной точки располагается в первом фокусе гиперболы.

Для выпуклой гиперболоидной преломляющей поверхности (в начале координат) в вершине второй ветви гиперболы при $n' = 1$ и $n = 1,518\,29$ уравнение имеет вид $y^2 = -1,03685z^2 + 1,3052z^2$.

В этом случае изображение бесконечно удаленной точки будет мнимым и $f' < 0$. Поэтому, если $f' = -100$, то $y^2 = 103,658z + 1,30520z^2$, где $z > 0$ и координаты y для принятых значений z имеют те же значения, что и для вогнутой гиперболоидной поверхности.

Задача 3.6. Показать, какого типа преломляющие поверхности надо добавить к эллипсоиду и гиперболоиду вращения, чтобы получить анаберрационные линзы, т. е. линзы, дающие стигматическое изображение осевой точки предмета.

Решение. Одна анаберрационная преломляющая поверхность не имеет практического значения. Если же к выпуклой эллипсоидной поверхности добавить сферическую с центром в точке A' , то получим положительную анаберрационную линзу (рис. 3.4). Сферическая поверхность в этом случае не будет изменять направление лучей, прошедших через эллипсоидную поверхность, так как они пройдут через нее без преломления.

Если принять толщину линзы вдоль оптической оси $d = 20,0$ мм, то радиус кривизны сферической поверхности будет равен

$$r_2 = s_2' = f_1' - d = 100,0 - 20,0 = 80,0.$$

Оптическая длина пути вдоль лучей, падающих на линзу на высотах $h_1 = y$, равна

$$L = n_1 z + n_2(l' - r_2) + n_3 r_2.$$

При $n_1 = 1$; $n_2 = 1,518\,29$; $n_3 = 1$

$$L = z + n_2(l' - r_2) + r_2 = 110,366.$$

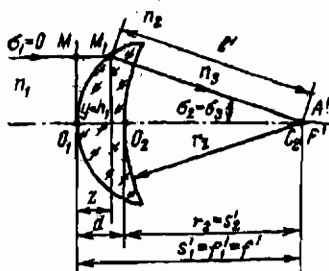


Рис. 3.4. Анаберрационная положительная линза с эллипсоидной поверхностью

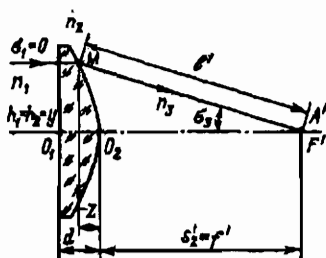


Рис. 3.5. Анаберрационная линза с гиперболической поверхностью

Оптическая длина пути луча, идущего вдоль оптической оси, равна

$$L = n_2 d + n_3 r_2 = n_2 d + r_2 = 110,366.$$

Равенство оптических путей говорит о том, что линза является анаберрационной.

Чтобы получить анаберрационную линзу с гиперболической преломляющей поверхностью, впереди нее нужно расположить плоскую поверхность, так как $n > 1$ (рис. 3.5). Оптическая длина пути для луча, падающего на высоте $h_1 = y$, составит

$$L = n_2(d + z) + n_3 l'.$$

При $n_2 = 1,518\,29$; $n_3 = 1$; $z = -10$; $l' = 115,1829$ и $d = 15,0$ оптический путь будет равен

$$L = n_2(d + z) + l' = 122,7744.$$

Оптический путь вдоль оптической оси равен

$$L = n_2 d + s_1' = 122,7744.$$

Линза является анаберрационной положительной.

Задача 3.7. Определить координаты $\tilde{s}'$ и длины оптических путей для лучей, образующих с оптической осью углы σ : 0 ; $-0,125^\circ$ ($7,5'$); $-0,25^\circ$ ($15'$); $-0,5$; -1 ; -2 ; -4 ; -6 ; -8° . Радиус сферической поверхности $r = 50,0$ мм, расстояние от осевой точки предмета A до вершины преломляющей поверхности $\tilde{s} = -300,0$ мм. Показатели преломления $n = 1$; $n' = 1,518\,29$ (рис. 3.6).

Решение. Координаты $\tilde{s}'$ для различных значений σ в простых системах могут быть определены по формулам

$$\sin \epsilon_v = \frac{r_v - \tilde{s}_v}{r_v} \sin \sigma_v; \quad \sin \epsilon'_v = \frac{n_v}{n_{v+1}} \sin \epsilon_v;$$

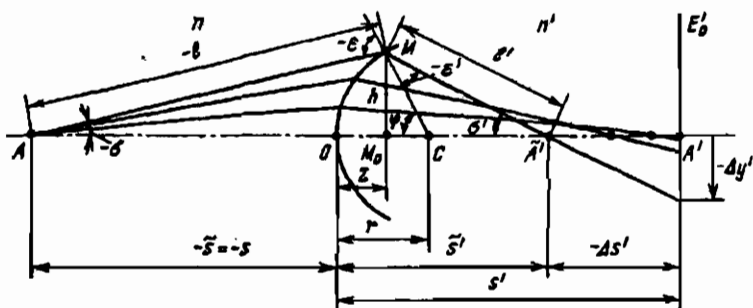


Рис. 3.6. Схема преломления лучей сферической поверхностью при $\bar{s} \neq -\infty$

$$\begin{aligned}\sigma_{v+1} &= \sigma'_v = \sigma_v - \epsilon_v + \epsilon'_v; \quad \tilde{s}'_v = r_v - r_v \frac{\sin \epsilon'_v}{\sin \sigma_{v+1}} = \\ &= r_v - (r_v - \tilde{s}_v) \frac{n_v}{n_{v+1}} \frac{\sin \sigma_v}{\sin \sigma_{v+1}},\end{aligned}$$

где $v = 1, 2, 3, \dots, k$.

Так, например, для $\sigma = -0,25^\circ$ и $\bar{s} = -300,0$ получим

$$\sin \epsilon = [(r - \bar{s})/r] \sin \sigma = -0,030\,5434; \quad \epsilon = -1,750\,280^\circ;$$

$$\sin \epsilon' = (n/n') \sin \epsilon = -0,020\,1170; \quad \epsilon' = -1,152\,70^\circ;$$

$$\sigma' = \sigma - \epsilon + \epsilon' = 0,347\,580^\circ; \quad \sin \sigma' = 0,006\,066\,43;$$

$$\tilde{s}' = r - r (\sin \epsilon' / \sin \sigma') = 215,8059 \approx 215,81,$$

Аналогично вычисляем координаты $\tilde{s}'$ и для других значений σ .

За плоскость изображения принимается плоскость E'_0 , перпендикулярная к оптической оси и проведенная через точку A' , соответствующую $\sigma = 0$ и заданному значению $\bar{s}$. Для определения координаты s' при $\sigma = 0$ преобразуем формулу для $\tilde{s}'$. Если угол σ мал, то также будут малы и углы ϵ , ϵ' и σ' . В этом случае

$$\sigma = h/s; \quad \sigma' = h/s',$$

тогда

$$s' = r - (r - s) \frac{n}{n'} \frac{\sigma}{\sigma'} = r - (r - s) \frac{n}{n'} \frac{s'}{s},$$

откуда

$$s' = \frac{n'rs}{s(n' - n) + nr} = \frac{n'}{(n' - n)/r + n/s}.$$

(При малых σ и σ' координаты s и s' обозначаются без тильд).

Формула для s' может быть получена также из уравнения действительного луча для сферической преломляющей поверхности

$$n'/\tilde{s}' - n/\tilde{s} = \frac{n' - n}{r} + n(r - \tilde{s})/(r\tilde{s}) \times \\ \times \left[\left(\cos \frac{\sigma + \varepsilon}{2} - \cos \frac{\sigma' + \varepsilon'}{2} \right) / \cos \frac{\sigma' + \varepsilon'}{2} \right].$$

При $\sigma \rightarrow 0$ углы $\varepsilon, \varepsilon', \sigma' \rightarrow 0$, поэтому $\cos [(\sigma + \varepsilon)/2] \rightarrow 1$; $\cos [(\sigma' + \varepsilon')/2] \rightarrow 1$ и уравнение действительного луча преобразуется в уравнение

$$n'/s' - n/s = (n' - n)/r,$$

откуда получим приведенную выше формулу для s' . Подставляя значения n, n', r и s для s' , найдем

$$s' = n'/[(n' - n)/r + n/s] = 215,8972.$$

Из табл. 3.4 видно, что в зависимости от изменения угла σ изменяется координата s' (при увеличении σ координата уменьшается). Следовательно, гомоцентрический пучок лучей, выходящий из осевой точки A пространства предметов, после преломления перестает быть гомоцентрическим. Нарушение этого свойства характеризуется величиной $\Delta s' = \tilde{s}' - s'$, называемой *продольной сферической аберрацией*. В плоскости изображения E_0' величина $\Delta y' = \Delta s' \operatorname{tg} \sigma'$ представляет собой *поперечную сферическую аберрацию*, а $2\Delta y'$ — диаметр кружка рассеяния.

Из табл. 3.4 видно, что диаметр кружка рассеяния с изменением угла σ изменяется довольно сильно и имеет малые размеры для σ , не превышающего 1° .

Длина оптического пути от точки A до точки A' при $\sigma = 0$ равна $L = n's' - ns = 627,7946$. Длина оптического пути от точки A до точки A' для различных значений угла σ и разность оптических путей определяются соответственно по формулам

$$L_1 = n'l' - nl = nl' - l; \quad \Delta L_1 = L_1 - L_0.$$

Таблица 3.4. Продольная ($\Delta s'$) и поперечная ($\Delta y'$) сферические аберрации преломляющей поверхности, мм

σ , угл. градус	$\tilde{s}'$	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$2 \Delta y' $
0	215,8972	0	0	0
-0,25	215,8058	-0,0914	-0,0005	0,001
-0,50	215,5314	-0,3658	-0,0044	0,009
-1,00	214,4360	-1,4612	-0,0357	0,071
-4,00	192,7413	-23,1559	-2,6252	5,250
-8,00	116,0825	-99,8147	-55,4295	110,859

Таблица 3.5. Оптические пути L_1 , L_2 и их разности, мм

σ , угл. градус	L_1	L_2	ΔL_1	ΔL_2
0,0	$L_0=627,7946$			
-0,125	627,7594	627,7594	-0,0352	0
-0,25	627,6534	627,6534	-0,1412	0
-0,5	627,2296	627,2296	-0,5650	0
-1,0	625,5776	625,5753	-2,2170	-0,0023
-2,0	618,9462	618,9407	-8,8484	-0,0055
-4,0	592,7377	592,6369	-35,0569	-0,1008
-6,0	549,4745	548,7861	-78,3201	-0,6884
-8,0	481,2529	476,2469	-146,5417	-5,0060

Длина оптического пути от точки A до точек A' вдоль оптической оси и разность оптических путей составляет $L_2 = n's' - n\bar{s}$; $\Delta L_2 = L_2 - L_1$.

Значения L_1 , L_2 , ΔL_1 , ΔL_2 приведены в табл. 3.5. Разность оптических путей ΔL_1 , как и продольная сферическая абберация, сильно растет для углов σ , превышающих 1° , и примерно равна $\Delta L_1 \approx \Delta s_1' n'$.

Для углов, превышающих 1° , благодаря наличию большой сферической абберации существует разность оптических путей ΔL_2 от точки A до точки A' , взятых вдоль оптической оси и вдоль действительного луча.

Из вышесказанного следует, что сферическая преломляющая поверхность в общем случае не может быть анаберрационной преломляющей поверхностью.

Задача 3.8. Определить фокусные расстояния $\tilde{f}$ и $\tilde{f}'$ преломляющей поверхности с $r = 50,0$ мм, разделяющей среды с $n = 1$, $n' = 1,51829$, для высот $h = 5$; 10; 20; 30 мм (рис. 3.7).

Решение. Переднее и заднее фокусные расстояния преломляющей поверхности определяются по формулам

$$\tilde{f} = h / \sin \sigma; \quad \tilde{f}' = h / \sin \sigma'.$$

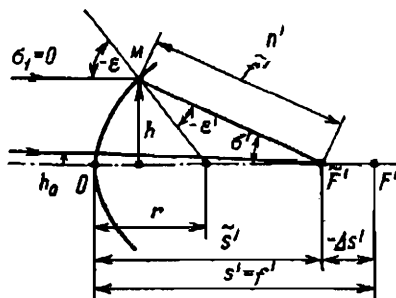


Рис. 3.7. Схема прохождения лучей при определении фокусных расстояний $\tilde{f}$ и $\tilde{f}'$ преломляющей поверхности

Таблица 3.6. Результаты расчета хода действительных лучей, мм
 $f = -96,471$; $f' = s' = 146,471$

h	$\bar{f}$	$\bar{s}$	$\bar{f}'$	Δf	$\Delta s'$	$\Delta f'$
5,0	-95,736	146,152	145,988	-0,735	-0,319	-0,483
10,0	-93,488	145,190	144,526	-2,983	-1,281	-1,945
20,0	-83,742	141,218	138,445	-12,729	-5,253	-7,976
30,0	-62,331	134,075	127,651	-34,140	-12,396	-18,820

Для определения σ и σ' необходимо рассчитать прямой и обратный ход действительного луча, параллельного оптической оси. Расчет производится по формулам

$$\sin \varepsilon = -h/r; \quad \sin \varepsilon' = n \sin \varepsilon / n';$$

$$\sigma = \varepsilon' - \varepsilon; \quad \bar{s}' = r - r \sin \varepsilon' / \sin \sigma';$$

$$\bar{f}' = h / \sin \sigma'.$$

Для сравнения найдем величины f и f' преломляющей поверхности при бесконечно малой высоте h_0 . В задаче 3.7 для координаты s' была найдена формула $s' = n' / [(n' - n)/r + (n/s)]$. Представим ее в виде

$$n'/s' - n/s = (n' - n)/r.$$

Если $s = -\infty$, $s' = f'$, то $f' = r n' / (n' - n)$.

Если же $s' = \infty$, то $s = f$ и $f = -r n / (n' - n)$.

Подставляя значения n , n' и r , получим $f = -r n / (n' - n) = -96,4711 = -96,47$; $f' = r n' / (n' - n) = 146,4711 \approx 146,47$.

Для области вблизи оптической оси, т. е. при $h \rightarrow 0$, имеет место равенство $f/f' = -n/n' = -0,658\,636$.

Результаты расчета хода действительных лучей, выполненного по приведенным выше формулам для высот $h = 5$; 10; 20; 30 мм, сведены в табл. 3.6. Разности $\Delta f = \bar{f} - f$ и $\Delta f' = \bar{f}' - f'$, характеризующие изменение фокусных расстояний в пространстве предметов и пространстве изображений, изменяются в зависимости от высоты падения луча h в довольно больших пределах, причем величины $\Delta f'$ больше сферической аберрации $\Delta s'$ на 50%.

Падающие и преломленные лучи пересекаются на преломляющей поверхности, потому что передние и задние главные точки для различных высот h располагаются на самой преломляющей поверхности. Отсюда следует, что преломляющая поверхность не имеет главных плоскостей, а сама является главной поверхностью.

Задача 3.9. По данным задачи 3.7 определить, сохраняет ли постоянство инвариант Лагранжа — Гельмгольца при изменении угла σ .

Таблица 3.7. Линейное увеличение сферической преломляющей поверхности для разных углов σ
 $s = -300$; $r = 50$; $n' = 1,51829$

σ , угл. градус	σ' , угл. градус	$n \sin \sigma$	$n' \sin \sigma'$	β	$\Delta\beta$
0	0	—	—	-0,4740	0
-0,125	0,173723	-0,002182	0,004603	-0,4739	0,0001
-0,25	0,347583	-0,004363	0,009210	-0,4737	0,0003
-0,5	0,696330	-0,008727	0,018452	-0,4730	0,0010
-1,0	1,401960	-0,017452	0,037146	-0,4698	0,0042
-2,0	2,880975	-0,034899	0,076311	-0,4573	0,0167
-4,0	6,468360	-0,069756	0,171041	-0,4078	0,0662
-6,0	12,217940	-0,104528	0,321317	-0,3253	0,1487
-8,0	29,044710	-0,139173	0,737118	-0,1888	0,2852

Решение. Постоянство инварианта Лагранжа — Гельмгольца для предмета на конечном расстоянии можно характеризовать постоянством линейного увеличения, т. е.

$$\beta = \Delta y' / \Delta y = n_1 \sin \sigma_1 / n'_k \sin \sigma'_k = \text{const.}$$

При бесконечно малых углах σ , когда $\sigma \rightarrow 0$, можно принять

$$\sin \sigma = \alpha; \sin \sigma' = \alpha',$$

тогда для линейного увеличения

$$\beta = n \alpha / n' \alpha'.$$

Учитывая, что $\alpha = h_0/s$ и $\alpha' = h_0/s'$, получим $\beta = ns'/n's$.

При $\sigma \rightarrow 0$ и $s = -300,0$ $s' = 215,8972$, тогда $\beta = ns'/n's = -0,4740$.

Значения линейного увеличения для различных углов σ приведены в табл. 3.7. Изменение линейного увеличения в связи с изменением угла σ характеризуется разностью $\Delta\beta = \beta - \beta$, называемой отступлением от условия синусов для предмета на конечном расстоянии.

Отступление от условия синусов при изменении угла σ от 0 до 1° не превышает 1%, а при $\sigma = -8^\circ$ достигает 60%. Это говорит о том, что внеосевые точки предмета в плоскости изображения при $\sigma \rightarrow 0$ будут изображаться так же, как и осевые — в виде кружков рассеяния, отсюда следует, что инвариант Лагранжа — Гельмгольца для преломляющей поверхности не постоянен.

Задача 3.10. Доказать, что для преломляющей сферической поверхности задачи 3.7 при изменении угла σ изменяется инвариант Гершеля.

Решение. Для того чтобы элементарные отрезки Δz , расположенные вдоль оптической оси, изображались в виде идеальных отрезков $\Delta z'$, необходимо выполнение условия, или инварианта Гершеля:

$$n_1 \Delta z \sin^2(\sigma_1/2) = n'_k \Delta z' \sin^2(\sigma'_k/2),$$

отсюда, для продольного увеличения:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\Delta z'}{\Delta z} = \frac{n_1 \sin^2(\sigma_1/2)}{n'_k \sin^2(\sigma'_k/2)}.$$

Для преломляющей поверхности задачи 3.7:

σ , угл. градус	-0,125	-0,5	-2,0	-4,0	-8,0
$\tilde{\alpha}$	0,3410	0,3396	0,3174	0,2520	0,0510

При $\sigma \rightarrow 0$ продольное увеличение будет равно

$$\alpha = (n/n')(s'/s)^2 = 0,3411.$$

Из вычислений видно, что продольное увеличение $\tilde{\alpha}$ изменяется в большей степени по сравнению с линейным и при $\sigma = -8^\circ$ уменьшается по сравнению с $\tilde{\beta}$ в 6,7 раза. Это объясняется равенством $\tilde{\alpha} \equiv n'_k \tilde{\beta}^2 / n_1$. Отсюда следует, что оптическая система не может создать изображение, подобное предмету, имеющему протяженность по глубине, если даже выполняется условие $\tilde{\beta} = \text{const}$.

Задача 3.11. Определить координаты s и s' апланатических точек преломляющей поверхности, если $r = -50,0$ мм; $n = 1$ и $n' = 1,51829$. Показать, что $\tilde{s}'$ и $\tilde{\beta}$ для этих точек не зависят от величины углов σ .

Решение. Апланатическими называются сопряженные точки, для которых сферическая преломляющая поверхность является анаберрационной и $\tilde{\beta} = \text{const}$, т. е. исправлена кома.

Для координат $\tilde{s}$ и $\tilde{s}'$ преломляющей поверхности, исходя из формул, приведенных в задаче 3.7, имеем

$$\tilde{s} = r \frac{\sin \sigma - \sin \epsilon}{\sin \sigma}; \quad \tilde{s}' = r \frac{\sin \sigma' - \sin \epsilon'}{\sin \sigma'}.$$

Допустим, что $\sigma = \epsilon$, тогда $\sigma' = \epsilon'$ и координаты $\tilde{s}$ и $\tilde{s}' = 0$. Это значит, что предмет и изображение располагаются в вершине преломляющей поверхности. В данном случае

$$\tilde{\beta} = n \sin \sigma / n' \sin \sigma' = n \sin \epsilon / n' \sin \epsilon' = 1 = \text{const},$$

т. е. изображение равно предмету.

При $\epsilon = \epsilon' = 0$ луч проходит по нормали к сферической поверхности, т. е. $\sigma' = \sigma$. В этом случае $\tilde{s} = \tilde{s}' = r = -50,0$. Линейное увеличение, равное $\tilde{\beta} = n/n' = 0,6586$, является постоянной величиной.

Если изображение совпадает с предметом или меньше его в $\tilde{\beta}$ раз, то координаты $\tilde{s}$ и $\tilde{s}'$ при $\epsilon = \sigma'$, $\epsilon' = -\sigma$ будут равны

$$\tilde{s} = r(n+n')/n = -125,914; \quad \tilde{s}' = r(n+n')/n' = -82,932.$$

Таблица 3.8. Сферическая абберация и отступление от условия синусов, мм
 $s_1 = -\infty$

σ_1 , угл. градус	σ_2 , угл. градус	$\tilde{s}_2'$	$\Delta s'$	$\tilde{\beta}$	$\Delta\beta$
0	0	102,135	0	-0,3752	0
-1	2,6886	101,387	-0,748	-0,3723	0,0029
-3	8,6209	95,298	-6,837	-0,3491	0,0261
-6	23,0770	72,143	-29,992	-0,2667	0,1085

Отсюда следует, что координаты $\tilde{s}$ и $\tilde{s}'$ не зависят от углов σ , т. е. для любых значений σ координаты одинаковы, а следовательно, величина изображения изменяться не будет, так как

$$\tilde{\beta} = ns'/n's = (n/n')^2 = 0,4338 = \text{const.}$$

Задача 3.12. Определить координаты $\tilde{s}_2'$ для системы, состоящей из двух преломляющих поверхностей — линзы с радиусами кривизны $r_1 = 50,0$; $r_2 = -254,0$ мм, расстоянием между поверхностями $d = 20,0$ мм, показателями преломления сред $n_1 = n_3 = 1,0$; $n_2 = n = 1,518$ 29. Предмет ($y = 10,0$ мм) расположен на расстоянии $\tilde{s}_1 = -300,0$ мм от первой поверхности. Доказать, справедливо ли равенство $n_1 y \sin \sigma_1 = n_3 y' \sin \sigma_3$ при $\sigma_1 = -1,0$; $-3,0$ и $-6,0^\circ$.

Решение. Координату s_2' при $\sigma_1 = 0$ определим по формулам

$$s_v' = n_{v+1} r_v / [(n_{v+1} - n_v) + (n_v r_v' / s_v)]; \quad s_{v+1} = s_v' - d_v,$$

где $v = 1, 2$. В результате расчета получим $s_2' = 102,135$ мм.

Действительные лучи при $\sigma_1 = -1,0$; $-3,0$; $-6,0^\circ$ рассчитаем по приведенным в задаче 3.7 формулам, учитывая формулу перехода от первой ко второй поверхности $\tilde{s}_2 = \tilde{s}_1' - d$.

Продольную сферическую абберацию и отступление от условия синусов, характеризующие нарушение гомоцентричности пучков лучей, определим по формулам

$$\Delta s' = \tilde{s}_2' - s_2'; \quad \Delta\beta = \tilde{\beta} - \beta = n_1 \sin \sigma_1 / (n_3 \sin \sigma_3) - s_1' s_2' / (s_1 s_2)$$

и величины их приведем в табл. 3.8. Так как $\Delta\beta \neq 0$, то в системе не соблюдается инвариант Лагранжа — Гельмгольца.

Величина изображения $\tilde{y}' = \tilde{\beta} y$ и инвариант Лагранжа — Гельмгольца $I = y \sin \sigma_1 = \tilde{y}' \sin \sigma_3$ имеют следующие значения:

σ , угл. градус	-1	-3	-6
$\tilde{y}'$	-3,723	-3,419	-3
I	-0,1745	-0,5234	-1,0453

Таблица 3.9. Сферическая абберация и отступление от условия синусов, мм
 $s_1 = -\infty$

h	σ_1 , угл. градус	$\bar{f}'$	$\Delta f'$	$\Delta \sigma'$
0	0	82,456	0	0
5,0	3,4882	82,179	-0,277	-0,290
15,0	10,8180	79,919	-2,537	-2,684
30,0	24,8177	71,474	-10,982	-12,290

Очевидно, что инвариант Лагранжа — Гельмгольца является функцией угла σ .

Задача 3.13. По данным задачи 3.12 вычислить фокусные расстояния линзы для высот $h_1 = 5,0; 15,0; 30,0$ мм. Определить отступление от условия синусов и сферическую абберацию.

Решение. Фокусное расстояние линзы при $h \rightarrow 0$ вычислено по формуле

$$f' = s_1' s_2' / s_2 = 146,471 \cdot 71,197 / 126,471 = 82,456.$$

Расчет хода действительных лучей произведен по формулам, аналогично использованным при решении задачи 3.8. Результаты расчетов приведены в табл. 3.9.

Из приведенных в табл. 3.9 данных видно, что при $s_1 = -\infty$ сферическая абберация и отступление от условия синусов имеют практически одинаковые величины.

Задача 3.14. Определить координаты $\bar{s}'$ для плоской преломляющей поверхности, если $\bar{s} = -100,0$ мм; $\sigma_1 = 0; -1,0; -10,0; -20,0^\circ$; $n_1 = 1$; $n'_1 = 1,51829$. Определить, какие размеры имеют кружки рассеяния в плоскости изображения при $\sigma_1 \rightarrow 0$ (рис. 3.8).

Решение. Для плоской поверхности $\varepsilon = \sigma$, $\varepsilon' = \sigma'$ и уравнение действительного луча имеет вид

$$n' / \bar{s}' - n / \bar{s} = n (\cos \sigma - \cos \sigma') / (\bar{s} \cos \sigma'),$$

отсюда

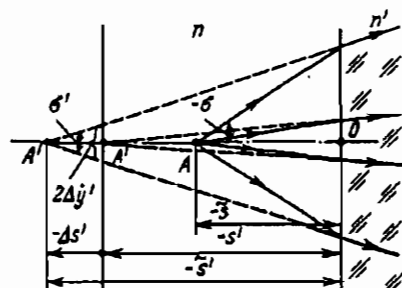


Рис. 3.8. Схема преломления лучей плоской поверхностью

$$\tilde{s}' = \tilde{s}(n'/n)(\cos \sigma' / \cos \sigma) \text{ или } \tilde{s}' = \tilde{s} \operatorname{tg} \sigma / \operatorname{tg} \sigma'.$$

Если $\sigma \rightarrow 0$; то $s' = n's/n = -151,829$.

Углы σ' в соответствии с законом преломления $\sin \sigma' = \sin \sigma / n'$ будут равны: $-0,6586$; $-6,5673$; $-13,0185^\circ$.

Величины сферической aberrации и кружков рассеяния в плоскости изображения при $s' = -151,829$ приведены в табл. 3.10. Из приведенных данных видно, что плоская преломляющая поверхность, как и сферическая, нарушает гомоцентричность пучков лучей.

Задача 3.15. Вывести формулы для анаберрационных отражающих поверхностей. Установить типы анаберрационных поверхностей (рис. 3.9).

Решение. Уравнение анаберрационной преломляющей поверхности

$$n'[y^2 + (\tilde{s}' - z)^2]^{1/2} - n[y^2 + (\tilde{s} - z)^2]^{1/2} = n'\tilde{s}' - n\tilde{s}.$$

Таблица 3.10. Сферическая aberrация плоской преломляющей поверхности, мм

σ , угл. градус	$\tilde{s}'$	$\Delta s'$	$2\Delta y'$
0	-151,829	0	0
-1	-151,846	-0,017	0,0002
-10	-153,160	-1,331	0,153
-20	-157,420	-5,591	1,293

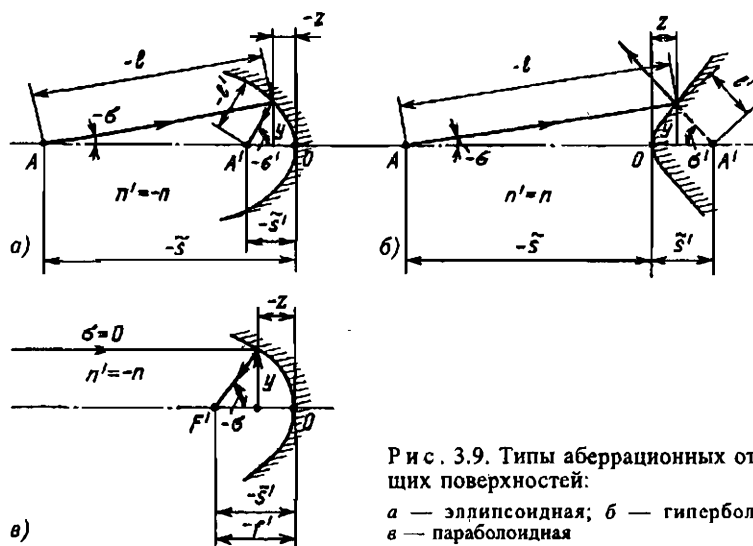


Рис. 3.9. Типы aberrационных отражающих поверхностей:

а — эллипсоидная; б — гиперболическая; в — параболическая

Перейдем к отражающей поверхности, учитывая, что $n' = -n$:

$$[y^2 + (\tilde{s}' - z)^2]^{1/2} + [y^2 + (\tilde{s} - z)^2]^{1/2} = \tilde{s}' + \tilde{s}.$$

После несложных преобразований получим уравнение связи между координатами y и z :

$$y^2 = 4 [\tilde{s} \tilde{s}' / (\tilde{s} + \tilde{s}')] z - 4 [\tilde{s} \tilde{s}' / (\tilde{s} + \tilde{s}')^2] z^2.$$

Это выражение представляет собой уравнение кривых второго порядка вида $y^2 = Az + Bz^2$, где $A = 4 \tilde{s} \tilde{s}' / (\tilde{s} + \tilde{s}') = 2r_0$; $B = -4 \tilde{s} \tilde{s}' / (\tilde{s} + \tilde{s}')^2 = -(1 - e^2)$, причем $\tilde{s} = s$, $\tilde{s}' = s'$.

Если $B < 0$ — координаты $\tilde{s}$ и $\tilde{s}'$ имеют одинаковые знаки, то отражающая анаберрационная поверхность в сечении представляет собой эллипс (рис. 3.9, а). Если координаты $\tilde{s}$ и $\tilde{s}'$ имеют различные знаки, то $B > 0$ и анаберрационная отражающая поверхность будет гиперboloидной (рис. 3.9, б).

Допустим, что $\tilde{s} = -100,0$, а $\tilde{s}' = -40,0$, тогда уравнение эллипса примет вид

$$y^2 = -114,286z - 0,8163z^2.$$

Для различных значений z получим:

z	-1,0	-2,5	-5,0	-10,0
y	10,652	16,752	23,474	32,577

Оптический путь вдоль оптической оси равен $L_1 = \tilde{s} + \tilde{s}' = -100,0 - 40,0 = -140,0$; вдоль действительного луча — $L_2 = l + l'$, где

$$l = -\sqrt{y^2 + (\tilde{s} - z)^2}; \quad l' = -\sqrt{y^2 + (\tilde{s}' - z)^2}.$$

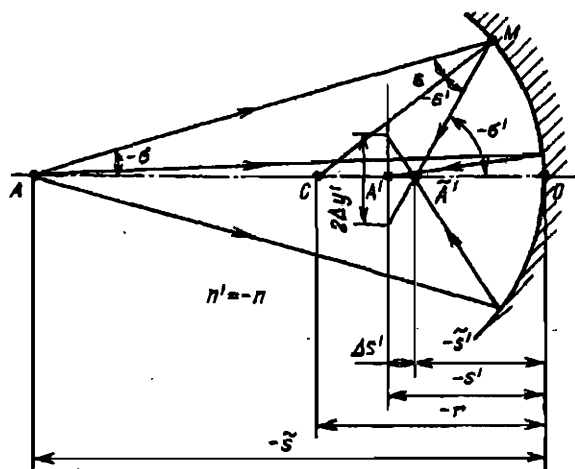


Рис. 3.10. Схема отражения лучей от сферического вогнутого зеркала

Если $z = -10,0$ и $y = 32,577$, то $l = -95,714$, $l' = -44,286$ и $L_2 = l + l' = -95,714 - 44,289 = -140,0$. Разность оптических путей равна $\Delta L = L_2 - L_1 = 0$.

Аналогично можно доказать, что разность оптических путей и для других значений z и y будет равна нулю.

Если принять $\tilde{s} = -100,0$, а $\tilde{s}' = 40,0$, то для гиперболы получим $y^2 = 266,6667z + 4,4444z^2$. Ниже приведены величины y для различных значений z :

z	1,0	2,5	5,0	10,0
y	16,465	26,352	38,006	55,777

Оптический путь вдоль оптической оси равен $L_1 = \tilde{s} + \tilde{s}' = -100,0 + 40,0 = -60,0$, вдоль действительного луча при $z = 10,0$ и $y = 55,777$, $-L_2 = l + l' = -123,333 + 63,333 = -60,0$. Разность оптических путей $\Delta L = 0$.

Если $B = 0$ при $\tilde{s}_1 = -\infty$, то анаберрационной отражающей поверхностью является параболическая поверхность (рис. 3.9, в), уравнение которой имеет вид $y^2 = 2r_0 z = 4s'z$. Так как $s' = f'$, то $y^2 = 4f'z$.

Задача 3.16. Определить координаты $\tilde{s}'$ лучей, отраженных вогнутой сферической поверхностью, если $r = -100,0$ мм; $\tilde{s} = -300,0$ мм для углов $\sigma = -1,0$; $-5,0$; $-10,0^\circ$ (рис. 3.10).

Решение. Уравнение действительного луча для сферической отражающей поверхности имеет вид

$$\frac{1}{\tilde{s}'} + \frac{1}{\tilde{s}} = \frac{2}{r} - \frac{r - \tilde{s}}{r\tilde{s}} \frac{\cos[(\sigma + \epsilon)/2] - \cos[(\sigma' - \epsilon)/2]}{\cos[(\sigma' - \epsilon)/2]}.$$

При $\sigma \rightarrow 0$, $\epsilon \rightarrow 0$ получим $1/s' + 1/s = 2/r$, откуда $s' = rs/(2s - r) = -60,00$.

Расчет хода действительных лучей выполним по формулам

$$\sin \epsilon = [(r - \tilde{s})/r] \sin \sigma; \quad \epsilon' = -\epsilon;$$

$$\sigma' = \sigma - \epsilon + \epsilon' = \sigma - 2\epsilon; \quad \tilde{s}' = r + (r - \tilde{s})(\sin \sigma / \sin \sigma')$$

Выполненный расчет дал следующие результаты:

σ , угл. градус	-1	-5	-10
$\tilde{s}'$	-59,956	-58,873	-55,084
$\Delta s'$	0,044	1,127	4,916

По полученным результатам видно, что сферическая отражающая поверхность нарушает гомоцентричность пучков лучей. В плоскости изображения, расположенной на расстоянии $-60,0$ мм, при $\sigma = -10^\circ$ вместо точки образуется кружок рассеяния диаметром $2\Delta y' = 2|\Delta s' \operatorname{tg} \sigma'| = 11,988 \approx 12,0$, тогда как $2\Delta y' \approx 0,008$ при $\sigma = -1^\circ$.

Отсюда следует, что для получения удовлетворительного качества изображения одиночные сферические зеркала можно применять только при малых углах σ .

ГЛАВА 4. ОПТИКА ПАРАКСИАЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ

Основные формулы для решения задач

В главе 3 было показано, что сферические и плоские преломляющие, а также сферические отражающие поверхности, за исключением частных случаев, не дают стигматических изображений, т. е. не удовлетворяют основным положениям идеальной оптической системы. Вместо точечных изображений системы, состоящие из такого рода поверхностей, дают кружки рассеяния различных размеров, а для внеосевых точек — фигуры рассеяния различного вида.

Однако в реальной системе есть область идеального изображения — параксиальная область. Эту область нельзя определить однозначно, так как все зависит от величины отрезка s' и от погрешности, с какой эта величина должна быть определена.

Лучи, образующие малые углы σ и σ' с оптической осью и малые углы ϵ и ϵ' с нормалью к преломляющей (отражающей) поверхности, называют параксиальными лучами. Углы σ и σ' для параксиальной области обозначают α и α' , как и для идеальной системы. Таким образом, для параксиальной области имеем $\sin \sigma = \sigma = \alpha$; $\cos \sigma = \cos \alpha = 1$, $\sin \alpha = \alpha$, $\alpha = \alpha$.

При решении ряда задач прикладной оптики возникает необходимость расчета хода лучей через оптическую систему, состоящую из преломляющих и отражающих поверхностей при конечных значениях углов и размеров предметов. Формулы, полученные для расчета хода лучей через идеальную систему, непригодны, так как идеальная система задается главными плоскостями, т. е. радиусы кривизны в этих формулах отсутствуют. Непригодны для этих целей и формулы параксиальных лучей вследствие малости углов и высот, образованных этими лучами. Поэтому вводят понятие фиктивных (нулевых) первого и второго параксиальных лучей.

Первым и вторым параксиальными лучами называют фиктивные лучи, ход которых рассчитывается по формулам параксиальных лучей при конечных значениях углов и высот. Эти лучи не существуют в реальных оптических системах, потому что преломляются не на поверхностях, а в точках M_1 и M_2 , лежащих на фиктивных главных плоскостях (рис. 4.1).

Таким образом, замена преломляющей поверхности фиктивной главной плоскостью дает возможность оптическую систему, заданную преломляющими или отражающими поверхностями, превратить как бы в идеальную, состоящую из такого же числа поверхностей.

Луч A_1M_1 , выходящий из точки A_1 предмета на оси и образующий с оптической осью конечные углы α_1 , отсекающий на фиктивных

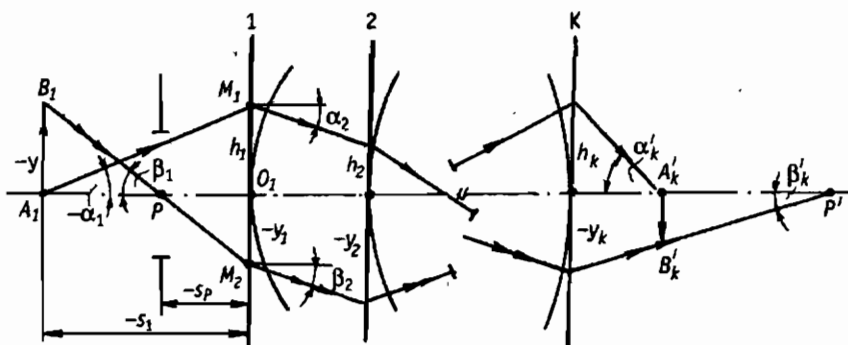


Рис. 4.1. Ход первого и второго параксиальных лучей через систему из преломляющих поверхностей

главных плоскостях высоты h_v , называют *первым параксиальным* (нулевым) лучом.

Луч B_1M_2 , идущий из точки B_1 предмета вне оси, проходящий через центр входного зрачка (т. P), образующий с оптической осью конечные углы β_v и отсекающий на фиктивных главных плоскостях высоты y_v , называют *вторым параксиальным* (нулевым) лучом.

Формулы параксиальной оптики позволяют определять значения кардинальных элементов оптических систем, положение и размер изображения предмета в параксиальной области. По формулам параксиальной оптики рассчитывают ход вспомогательных лучей Зейделя при абберационном анализе оптических систем в области аббераций первого и третьего порядков (области Зейделя), выполняют коррекцию аббераций оптических систем. По формулам параксиальной оптики вычисляют также радиусы кривизны поверхностей оптических компонентов.

Приведем основные формулы параксиальной оптики.

Уравнения параксиальных лучей:

– сферическая преломляющая поверхность

$$n'/s' - n/s = (n' - n)/r;$$

– плоская преломляющая поверхность

$$n'/s' - n/s = 0;$$

– отражающая сферическая поверхность

$$1/s' + 1/s = 2/r.$$

Фокусные расстояния сферической преломляющей поверхности

$$f = -r \frac{n_1}{n_2 - n_1}; \quad f' = r \frac{n_2}{n_2 - n_1}.$$

Оптические силы преломляющей (отражающей) поверхности и системы из преломляющих (отражающих) поверхностей

$$\Phi = (n' - n)/r; \quad \Phi = -n_1/f = n_2/f'; \quad \Phi = -n_1/f = n'_k/f'.$$

Фокусное расстояние и линейное увеличение системы из преломляющих поверхностей в воздухе

$$f' = \frac{s'_1 \cdot s'_2 \cdot \dots \cdot s'_k}{s_2 \cdot \dots \cdot s_k}; \quad \beta = \frac{s'_1 \cdot s'_2 \cdot \dots \cdot s'_k}{s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \cdot s_k}.$$

Формулы для расчета хода первого параксиального луча

$$n_{v+1}\alpha_{v+1} - n_v\alpha_v = h_v(n_{v+1} - n_v)/r_v,$$

$$h_{v+1} = h_v - d_v\alpha_{v+1}.$$

Формулы для расчета хода второго параксиального луча

$$n_{v+1}\beta_{v+1} - n_v\beta_v = y_v(n_{v+1} - n_v)/r_v,$$

$$y_{v+1} = y_v - d_v\beta_{v+1}.$$

где $v = 1, 2, 3, \dots, k$.

Фокусные расстояния и фокальные отрезки можно определить после расчета хода лучей по следующим формулам:

$$\text{при } \alpha_1 = 0, f' = h_1/\alpha'_x, s'_F = h_1/\alpha'_x;$$

$$\text{при } \alpha'_x = 0, f = h_x/\alpha_1, s_F = h_1/\alpha_1.$$

Линейное увеличение

$$\beta = \frac{dy'}{dy} = \frac{y'}{y} = \frac{n_1\alpha_1}{n'_x\alpha'_x}.$$

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца

$$I = n_1 y \alpha_1 = n'_x y' \alpha'_x.$$

Нулевой инвариант Аббе

$$Q = n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right).$$

Формула линзы, расположенной в воздухе ($n_1 = n_3 = 1$), $n_2 = n$: оптическая сила

$$\Phi = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} d \frac{1}{r_1} \frac{1}{r_2};$$

Для линзы, расположенной в воздухе:
— фокальные отрезки

$$s'_F = f' \left(1 - \frac{n-1}{nr_1} d \right); \quad s_F = -f' \left(1 + \frac{n-1}{nr_2} d \right).$$

– отрезки, определяющие положение главных плоскостей

$$s'_H = -f' \frac{n-1}{nr_1} d; \quad s_H = -f' \frac{n-1}{nr_2} d.$$

– расстояние между главными точками

$$\Delta_{HH'} = \left[1 - \frac{f'}{n} (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right] d.$$

Для бесконечно тонкой линзы ($d=0$) главные плоскости совпадают между собой и с поверхностями линзы. В этом случае:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad s'_{F'} = -s_F = f'; \quad s'_{H'} = s_H = 0.$$

Задачи с решениями

Задача 4.1. Сферическая поверхность радиуса $r = 50$ мм разделяет две среды с показателями преломления $n_1 = 1,0$ и $n_2 = 1,813767$ (стекло марки ТФ10).

Определить переднее и заднее фокусные расстояния преломляющей поверхности и размер изображения, если $y = 20$ мм и $s = -200$ мм, а также оптическую силу поверхности в обоих пространствах.

Решение. Из уравнения параксиального луча для сферической поверхности

$$n_2/s' - n_1/s = (n_2 - n_1)/r,$$

полагая $s' = \infty$, найдем переднее фокусное расстояние сферической поверхности

$$f = -n_1 r / (n_2 - n_1);$$

полагая $s = -\infty$, найдем заднее фокусное расстояние

$$f' = n_2 r / (n_2 - n_1).$$

Подставляя значения n_1 , n_2 и r , получим

$$f = -n_1 r / (n_2 - n_1) = -64,4426 \approx -64,44;$$

$$f' = n_2 r / (n_2 - n_1) = 111,4426 = 111,44.$$

Отношение фокусных расстояний $f/f' = -n_1/n_2 = -0,5513$.

Расстояние от поверхности до изображения

$$s' = n_2 / \left(\frac{n_2 - n_1}{r} + \frac{n_1}{s} \right) = 160,8614 \approx 160,86.$$

Линейное увеличение

$$\beta = y'/y = n_1 \alpha_1 / n_2 \alpha_2 = -f a' / f' a = n_1 s' / n_2 s = -0,443 \ 45.$$

Величина изображения $y' = \beta y = -8,8680 \approx -8,87$. Оптическая сила в пространстве предметов равна $\Phi = -n_1/f = -1/f = 0,01628$; в пространстве изображений — $\Phi = n_2/f' = 0,01628$, т. е. оптическая сила поверхностей в обоих пространствах одинакова. Это положение вытекает из приведенных выше формул для фокусных расстояний, а именно

$$-n_1/f' = n_2/f' = (n_2 - n_1)/r_1.$$

Задача 4.2. Вывести формулу инварианта Лагранжа — Гельмгольца для первого параксиального луча (рис. 4.2).

Решение. Из рис. 4.2 $y = -\varepsilon_1 s$, $y' = -\varepsilon_1' s'$. Тогда $y'/y = \varepsilon_1' s' / \varepsilon_1 s$. Так как $h = \alpha_1 s = \alpha_2 s'$, то $s'/s = \alpha_1 / \alpha_2$ и $y'/y = \varepsilon_1' \alpha_1 / \varepsilon_1 \alpha_2$.

Для параксиальной области и, следовательно, для первого параксиального луча закон преломления имеет вид

$$n_1 \varepsilon_1 = n_2 \varepsilon_1'.$$

Отсюда $\varepsilon_1' / \varepsilon_1 = n_1 / n_2$, следовательно,

$$y'/y = n_1 \alpha_1 / n_2 \alpha_2; \quad n_1 y \alpha_1 = n_2 y' \alpha_2 = I.$$

Таким образом, мы получили инвариант Лагранжа — Гельмгольца для первого параксиального луча. Используя данные задачи 4.1 и принимая $h_1 = 10,0$, получим

$$\alpha_1 = h/s = -0,05; \quad \alpha_2 = h/s' = 0,06217; \quad I = -1 = \text{const.}$$

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца в пространствах предметов и изображений имеет одно и то же значение.

Задача 4.3. Радиусы кривизны преломляющих поверхностей $r_1 = 30$; $r_2 = -50$ мм, расстояние между поверхностями $d = 20$ мм; $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = n = 1,518 \ 29$ (стекло марки К8).

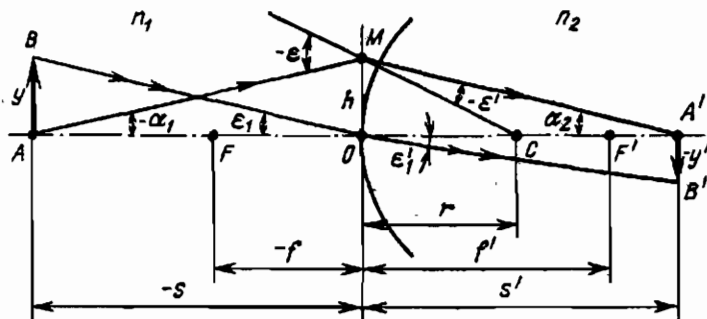


Рис. 4.2. Ход лучей в преломляющей поверхности, разделяющей среды с n_1 и n_2

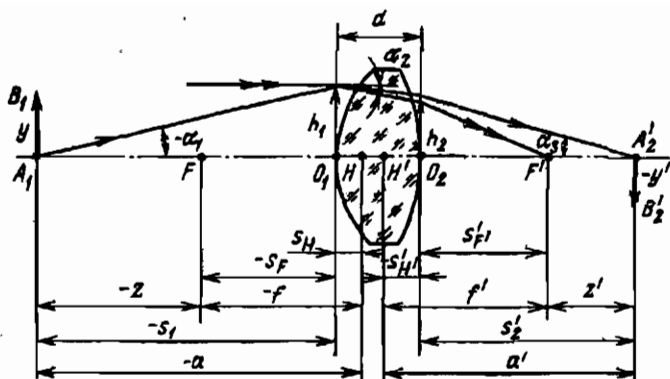


Рис. 4.3. Ход первых параксиальных лучей через линзу при $s_1 = -\infty$, $s_1 \neq -\infty$

Определить координату s_2' , величину изображения y' , фокусное расстояние системы, фокальные отрезки s_F и s_F' и инвариант Лагранжа — Гельмгольца, если $y = 20$ мм, $s_1 = -100$ мм (рис. 4.3).

Решение. Система, состоящая из двух преломляющих поверхностей, представляет собой линзу. Определим f' , s_F' , а также s_2' расчетом хода первого параксиального луча с помощью формул

$$n_{v+1}\alpha_{v+1} - n_v\alpha_v = \frac{h_v}{r_v}(n_{v+1} - n_v); \quad h_{v+1} = h_v - d_v\alpha_{v+1},$$

где $v = 1, 2$. Примем $h_1 = 10,0$, тогда при $\alpha_1 = 0$

$$\alpha_2 = \frac{n_1\alpha_1 + h_1(n_2 - n_1)/r_1}{n_2} = h_1(n - 1)/r_1n = 0,113\,788;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 7,724\,239;$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2\alpha_2 + h_2(n_3 - n_2)/r_2}{n_3} = n\alpha_2 + h_2(1 - n)/r_2 = 0,252\,831.$$

Задний фокальный отрезок равен $s_F' = h_2/\alpha_3 = 30,5510 = 30,55$; заднее фокусное расстояние — $f' = h_1/\alpha_3 = 39,5521 = 39,55$. Определение переднего фокального отрезка и проверка правильности вычисления $f' = -f$ производится расчетом хода луча в обратном направлении. Для этого линза поворачивается на 180° . Исходными данными для расчета являются: $r_1 = 50,0$; $r_2 = -30,0$; $d = 20,0$; $n = 1,518\,29$.

При $\alpha_1 = 0$ примем $h_1 = 10,0$, тогда

$$\alpha_2 = (h_1/r_1)[(n - 1)/n] = 0,068\,2728; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 8,634\,543;$$

$$\alpha_3 = n\alpha_2 + h_2(1 - n)/r_2 = 0,252\,831;$$

$$s_F' = h_2/\alpha_3 = 34,1514 = 34,15; \quad f' = h_1/\alpha_3 = 39,5521 = 39,55.$$

При возвращении линзы в исходное положение

$$s_F = -s_F' = -34,15; \quad f = -f' = 39,55.$$

Координаты, определяющие положение главных точек линзы относительно ее поверхностей:

$$s_H = s_F - f = 5,40; \quad s'_H = s'_F - f' = -9,00.$$

Фокальные отрезки линзы конечной толщины (в воздухе) и фокусные расстояния могут быть вычислены по следующим формулам. Так как

$$\Phi = 1/f' = (n-1) (1/r_1 - 1/r_2) + (n-1)^2 d / nr_1 r_2 = 0,025 \, 283,$$

то

$$f' = 1/\Phi = 39,5522 \approx 39,55;$$

$$s_F = -f' \left(1 + \frac{n-1}{n} \frac{d}{r_2} \right) = -34,1514 \approx -34,15;$$

$$s'_F = f' \left(1 - \frac{n-1}{n} \frac{d}{r_1} \right) = 30,5510 \approx 30,55.$$

Полученные величины полностью совпадают с найденными ранее f' , s_F и s'_F .

Если известен фокальный отрезок s'_F , то s_F может быть вычислен по простой формуле

$$s_F s'_F = -f' (f' - d/n),$$

откуда

$$s_F = -(f'/s'_F) (f' - d/n) = -34,1514 = -34,15.$$

Координата $s_1 = -100,0$, поэтому расстояние от переднего фокуса до предмета $z = s_1 - s_F = -65,85$. Расстояние от заднего фокуса до изображения $z' = -f'^2/z = 23,76$, от второй поверхности линзы до изображения

$$s'_2 = s'_F + z' = 54,31.$$

Линейное увеличение определяют по формуле

$$\beta = n_1 a' / n_2 a = a' / a,$$

где a и a' — расстояния от главных точек соответственно до предмета и изображения:

$$a = s_1 - s_H = -105,40; \quad a' = s'_2 - s'_H = 63,31.$$

Тогда $\beta = a'/a = -0,600653$.

Величина изображения $y' = \beta y = -12,0132 \approx -12,01$.

Определим координату s'_2 и линейное увеличение расчетом хода первого параксиального луча. Примем $h_1 = 10,00$, тогда

$$\alpha_1 = h_1/s_1 = -0,1; \quad \alpha_2 = \frac{\alpha_1 + h_1 (n_2 - 1)/r_1}{n_2} = 0,047 \, 924;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 9,04151; \alpha_3 = n_2\alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = 0,166\,486.$$

Расстояние от второй поверхности до изображения $s'_2 = h_2/\alpha_3 = 54,3079 \approx 54,31$.

Линейное увеличение $\beta = n_1\alpha_1/n_3\alpha_3 = \alpha_1/\alpha_3 = -0,600\,651$. Величины s'_2 и β соответствуют найденным ранее.

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца в пространстве предметов равен $I = n_1y\alpha_1 = -2,00$.

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца в пространстве изображений для первой поверхности и в пространстве предметов для второй поверхности

$$I = n_2y'\alpha_2.$$

В этой формуле неизвестна величина изображения после преломления первой поверхностью $y'_1 = y_2$. Линейное увеличение для первой поверхности

$$\beta_1 = n_1\alpha_1/n_2\alpha_2 = \alpha_1/n_2\alpha_2 = -1,374\,319,$$

тогда

$$y'_1 = y_2 = \beta_1 y = -27,4864 \approx -27,49; I = n_2y'\alpha_2 = -2,00.$$

Инвариант Лагранжа — Гельмгольца в пространстве изображений

$$I = n_3y'\alpha_3 = y'\alpha_3 = -2,00.$$

Из приведенных результатов видно, что инвариант Лагранжа — Гельмгольца для первого параксиального луча является постоянной величиной.

Задача 4.4. По данным задачи 4.3 определить f' , s_F , s'_F и y' , если в пространстве предметов $n_1 = 1,3347$ (вода), $n_2 = 1,518\,29$ и $n_3 = 1$.

Решение. Определим f' и s'_F расчетом хода первого параксиального луча:

$$\alpha_1 = 0,0; h_1 = 10,0; \alpha_2 = [h_1(n_2 - n_1)]/n_2r_1 = 0,040\,3063;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 9,193\,874;$$

$$\alpha_3 = n_2\alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = 0,156\,498.$$

Задний фокальный отрезок равен $s'_F = h_2/\alpha_3 = 58,7475 \approx 58,75$; заднее фокусное расстояние — $f' = h_1/\alpha_3 = 63,8986 \approx 63,90$.

Расчет хода луча в обратном направлении ($\bar{n}_1 = n_3 = 1$, $\bar{n}_2 = n_1$, $\bar{n}_3 = n_2 = 1,3347$, $\bar{r}_1 = -r_2$; $\bar{r}_2 = -r_1$):

$$\bar{\alpha}_1 = 0; \bar{h}_1 = 10,0; \bar{\alpha}_2 = [\bar{h}_1(\bar{n}_2 - 1)]/\bar{n}_2\bar{r}_1 = 0,068\,2728;$$

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_1 - d\bar{\alpha}_2 = 8,634\,543; \bar{\alpha}_3 = \frac{\bar{n}_2\bar{\alpha}_2 + \bar{h}_2(\bar{n}_3 - \bar{n}_2)/\bar{r}_2}{\bar{n}_3} =$$

$$= 0,117\,253.$$

Передний фокальный отрезок равен $\bar{s}_F = -s'_F = -\bar{h}_2/\bar{\alpha}_3 = -73,6403 \approx 73,64$; переднее фокусное расстояние — $f = -f' = \bar{h}_1/\bar{\alpha}_3 = -85,2857 \approx -85,29$. Таким образом, для линзы получим:

$$f = -85,29; \quad f' = 63,90; \quad s_F = -73,64; \\ s'_F = 58,75; \quad s_H = 11,65; \quad s'_H = -5,15.$$

Оптическая сила линзы, расположенной в различных средах, может быть вычислена по формуле

$$\Phi = \frac{n_3}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} - \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)d}{n_2 r_1 r_2} = 0,156499.$$

Так как оптическая сила в пространстве предметов равна $\Phi = -n_1/f$, то

$$f = -n_1/\Phi = -85,2849 \approx -85,29.$$

Оптическая сила в пространстве изображений $\Phi = n_3/f' = 1/f'$, следовательно

$$f' = 1/\Phi = 63,8982 \approx 63,90.$$

Фокальные отрезки:

$$s_F = f \left[1 - \frac{n_3 - n_2}{n_2} \frac{d}{r_2} \right] = -73,6396 \approx -73,64; \\ s'_F = f' \left[1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{d}{r_1} \right] = 58,7472 \approx 58,75.$$

Если $s_1 = -100,0$, то для определения s_2' , β и y' рассчитаем ход первого параксиального луча, принимая $h_1 = 10,0$, тогда

$$\alpha_1 = h_1/s_1 = -0,1; \quad \alpha_2 = \frac{n_1 \alpha_1 + h_1 (n_2 - n_1)/r_1}{n_2} = -0,0476018;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 10,9520; \quad \alpha_3 = n_2 \alpha_2 + h_2 (1 - n_2)/r_2 = 0,041253.$$

Расстояние от второй поверхности линзы до изображения $s_2' = h_2/\alpha_3 = 265,483 \approx 265,48$.

Проверим правильность вычисления координаты s_2' по формуле Ньютона $zz' = ff'$.

Координата z равна $z = s_1 - s_F = -26,36$, поэтому

$$z' = ff'/z = 206,75; \quad s_2' = s'_F + z' = 265,50.$$

Разность в координате s_2' получилась равной 0,02 за счет округления величин f , f' и z . Линейное увеличение $\beta = n_1 \alpha_1 / n_3 \alpha_3 = -3,2354$; величина изображения $y' = \beta y = -64,7078 \approx -64,71$.

Задача 4.5. По данным задачи 4.3 определить f' , s_F , s'_F и y' , если $n_1 = n_3 = 1,3347$; $n_2 = 1,518\,29$.

Решение. Оптическая сила линзы, помещенной в воду, будет равна

$$\Phi = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} - \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)d}{n_2 r_1 r_2} = 0,009\,4955.$$

Фокусные расстояния линзы:

$$-f = f' = -n_1/\Phi = n_3/\Phi = 140,5612 \approx 140,56;$$

фокальные отрезки:

$$s_F = f \left(1 - \frac{n_3 - n_2}{n_2} \frac{d}{r_2} \right) = -133,76;$$

$$s'_F = f' \left(1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{d}{r_1} \right) = -129,23.$$

Из приведенных вычислений видно, что фокусное расстояние линзы, погруженной в воду, в 3,554 раза больше фокусного расстояния линзы в воздухе.

Так как $|s_1| < |f|$, т. е. предмет расположен между передним фокусом и линзой, то изображение будет мнимым. Действительно,

$$z = s_1 - s_F = 33,76; \quad z' = -f'^2/z = -585,22;$$

$$s'_2 = s'_F + z' = -455,99; \quad \beta = -z'/f' = 4,1635;$$

$$y' = \beta y = 83,27.$$

Для одиночной линзы при $\beta > 0$ изображение мнимое.

Задача 4.6. Линза находится в воздухе: $r_1 = 100$ мм, $r_2 = -100$ мм, $n_2 = 1,518\,29$, $d = 15$ мм.

Определить f , s_F , s'_F , s_H , s'_H , а также s'_2 и y' , если $s_1 = -250$ мм и $y = 20$ мм.

Решение. Фокусное расстояние f' линзы и фокальный отрезок s'_F определим расчетом хода первого параксиального луча (рис. 4.4). Примем $\alpha_1 = 0$, $h_1 = 20,0$, тогда

$$\alpha_2 = \frac{n_1 \alpha_1 + h_1 (n_2 - n_1)/r_1}{n_2} = \frac{h_1 (n_2 - 1)}{r_1 n_2} = 0,068\,273;$$

$$h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 18,9759;$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2 \alpha_2 + h_2 (n_3 - n_2)/r_2}{n_3} = n_2 \alpha_2 + \frac{h_2}{r_2} (1 - n_2) = 0,202\,008;$$

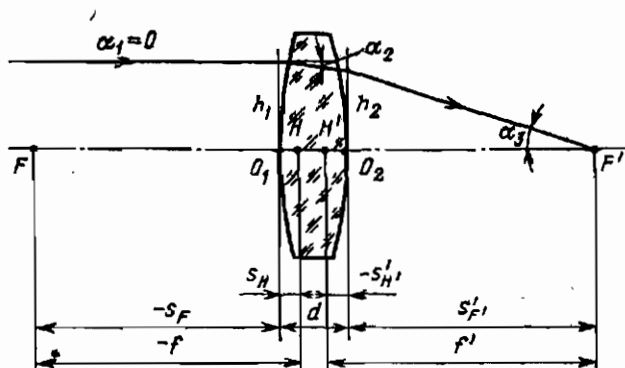


Рис. 4.4. Положительная линза

$$s'_F = h_2/\alpha_3 = 93,9364 \approx 93,94;$$

$$f' = h_1/\alpha_3 = 99,0069 \approx 99,01.$$

Проверим правильность вычисления f' по формуле для оптической силы линзы конечной толщины

$$\Phi = 1/f' = (n_2 - 1)(1/r_1 - 1/r_2) + \frac{(n_2 - 1)^2 d}{n_2 r_1 r_2} = 0,0101004.$$

Фокусные расстояния линзы: $-f = f' = 1/\Phi = 99,0069 \approx 99,01$

передний фокальный отрезок — $s_F = -f' \left(1 + \frac{n_2 - 1}{n_2} \cdot \frac{d}{r_1} \right) = -93,9363 \approx -93,94$. Координаты, определяющие положение главных точек относительно поверхностей:

$$s_H = s_F - f = 5,07; \quad s'_H = s'_F - f' = -5,07.$$

Расстояния от переднего фокуса до предмета и от заднего фокуса до изображения соответственно равны

$$z = s_1 - s_F = -156,06; \quad z' = -f'^2/z = 62,81.$$

Расстояние от второй поверхности линзы до изображения

$$s'_2 = s'_F + z' = 156,75.$$

Расстояния от главных точек до предмета и изображения:

$$a = s_1 - s_H = -255,07; \quad a' = s'_2 - s'_H = 161,82.$$

Линейное увеличение $\beta = -f'a'/f'a = n_1 a'/n_3 a = a'/a = -0,6344$. Величина изображения $y' = \beta y = -12,69$. Правильность определения координаты s'_2 и линейного увеличения β проверим расчетом хода первого параксиального луча при

$$h_1 = 20,0; \quad \alpha_1 = h_1/s_1 = -0,08; \quad \alpha_2 = \frac{1}{n_2} \alpha_1 + \frac{h_1}{r_1} \frac{n_2 - 1}{n_2} = 0,015\,582;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 19,7663; \quad \alpha_3 = n_2\alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = 0,126\,104;$$

$$s_2' = h_2/\alpha_3 = 156,7458 \approx 156,75;$$

$$\beta = n_1\alpha_1/n_3\alpha_3 = \alpha_1/\alpha_3 = -0,6344.$$

Координата s_2' и линейное увеличение совпадают с вычисленными выше значениями

Задача 4.7. Определить f' , s_F , s'_F , s_H , s'_H , s_2' и y' линзы конечной толщины (рис. 4.5), если $r_1 = -100$ мм, $r_2 = 100$ мм, $d = 10$ мм, $s_1 = -250,0$ мм, $y = 20,0$ мм, $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = 1,5200$ (стекло марки КФ7).

Решение. Положение кардинальных точек линзы, а также координату s_2' определим расчетом хода первого параксиального луча при $h_1 = 20,0$; $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_1 \neq 0$.

При $\alpha_1 = 0$:

$$\alpha_2 = h_1(n_2 - 1)/r_1 n_2 = -0,068\,421; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 20,6842;$$

$$\alpha_3 = n_2\alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = -0,211\,558;$$

$$-f = f' = h_1/\alpha_3 = -94,5367 \approx -94,54;$$

$$s'_F = h_2/\alpha_3 = -97,7709 \approx -97,77; \quad s'_H = s'_F - f' = -3,23;$$

$$s_F = -f'(f' - d/n)/s'_F = 97,7708 \approx 97,77; \quad s_H = s_F - f = 3,23.$$

При $\alpha_1 \neq 0$:

$$\alpha_1 = h_1/s_1 = -0,08; \quad \alpha_2 = [\alpha_1 + h_1(n_2 - 1)/r_1]/n_2 = -0,121\,052;$$

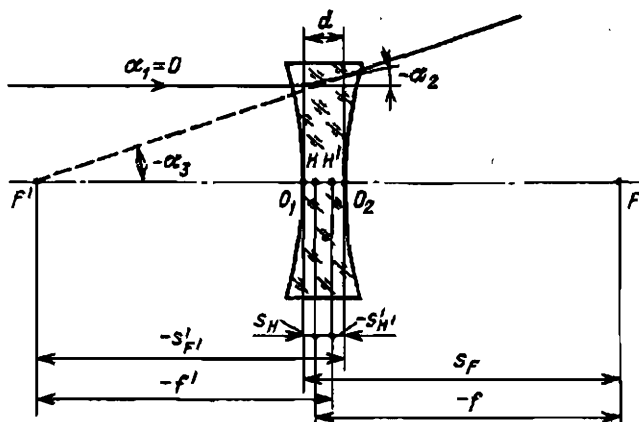


Рис. 4.5. Отрицательная линза

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 21,2105; \quad \alpha_3 = n_2\alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = -0,294\,294;$$

$$s_2' = h_2/\alpha_3 = -72,0726 \approx -72,07; \quad \beta = \alpha_1/\alpha_3 = 0,271\,837;$$

$$y' = \beta y = 5,4367 \approx 5,44.$$

Изображение мнимое, прямое и уменьшенное, так как рассматриваемая линза является отрицательной.

Задача 4.8. Определить фокусные расстояния и координаты s'_F , s'_H , s_F , s_H менисков: положительного (рис. 4.6, а) $r_1 = 50,0$ мм, $r_2 = 150,31$ мм, $d = 10$ мм; $n_2 = 1,518\,29$; отрицательного (рис. 4.6, б) $r_1 = 150,31$ мм, $r_2 = 50,0$ мм, $d = 5$ мм; $n_2 = 1,5200$. Преобразовать эти линзы в телескопические (рис. 4.6).

Решение. Фокусные расстояния и координаты s_F и s'_F определим по формулам

$$-f = f' = n_2 r_1 r_2 / (n_2 - 1) \{ n_2 (r_2 - r_1) + d(n_2 - 1) \};$$

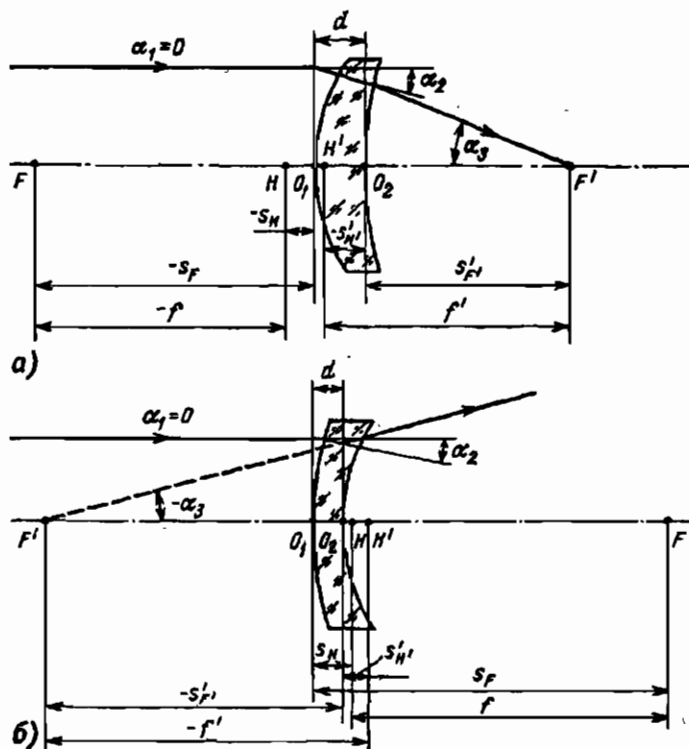


Рис. 4.6. Ход лучей в менисках:
а — положительном; б — отрицательном

$$s_F = f \left[1 + \frac{1-n_2}{n_2} \frac{d}{r_2} \right]; \quad s'_F = f' \left[1 - \frac{n_2-1}{n_2} \frac{d}{r_1} \right].$$

В результате вычислений получим:
для положительного мениска

$$-f = f' = 139,80; \quad s_F = -142,27; \quad s'_F = 130,26;$$

$$s_H = -2,47; \quad s'_H = -9,54;$$

для отрицательного мениска

$$-f = f' = -146,58; \quad s_F = 151,60; \quad s'_F = -144,91;$$

$$s_H = 5,02; \quad s'_H = 1,67.$$

Для положительного мениска толщина телескопической линзы равна $d = -n_2(r_2 - r_1)/(n_2 - 1) = -293,85$.

Положительный мениск не может быть преобразован в телескопическую линзу, так как $d < 0$.

Для телескопической линзы, исходя из конструктивных параметров отрицательного мениска, получим:

$$d = -n_2(r_2 - r_1)/(n_2 - 1) = 293,214;$$

$$f_1 = -n_1 r_1/(n_2 - n_1) = -r_1/(n_2 - 1) = -289,058;$$

$$f'_1 = n_2 r_1/(n_2 - n_1) = n_2 r_1/(n_2 - 1) = 439,368;$$

$$f_2 = -n_2 r_2/(n_3 - n_2) = -n_2 r_2/(1 - n_2) = 146,154;$$

$$f'_2 = n_3 r_2/(n_3 - n_2) = r_2/(1 - n_2) = -96,154.$$

Разность фокусных расстояний f'_1 и f_2 равна толщине телескопической линзы: $f'_1 - f_2 = d = 293,214$. Линза такого вида (рис. 4.7) представляет собой систему Галилея с угловым увеличением $\gamma_c = f'_1/f_2 = 3,0062$.

Из-за большой толщины линза не может иметь практического применения.

Задача 4.9. Определить радиусы кривизны и фокусные расстояния телескопических линз, если их толщины $d = 5,0$ мм; $10,0$ мм и показатели преломления равны $n_2 = 1,51829$ и $n_2 = 1,81376$.

Решение. Определим радиус кривизны r_2 телескопической линзы из формулы $r_2 - r_1 = -d(n_2 - 1)/n_2$, откуда $r_2 = r_1 - d(n_2 - 1)/n_2$.

Примем $r_1 = 100,0$, тогда при $n_2 = 1,51829$ и $d = 5,0$ получим $r_2 = 98,29$, а при $d = 10,0$ — $r_2 = 96,59$.

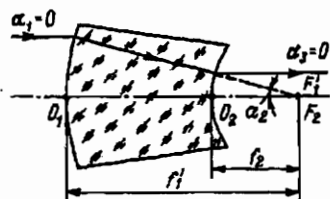


Рис. 4.7. Телескопическая линза

Если $n_2 = 1,81376$ и $d = 5,0$, то $r_2 = 97,76$, если $d = 10,0$, то $r_2 = 95,51$.

Из вычислений видно, что при малых толщинах разность радиусов кривизны ее поверхностей довольно мала. Так при $d = 10,0$ мм и $n_2 = 1,81376$ разность составляет всего 4,5 мм, причем эта разность не зависит от их величины. Телескопические линзы могут быть использованы в качестве различного рода компенсаторов.

Задача 4.10. Дана оптическая система, состоящая из трех преломляющих поверхностей (двухлинзовый склеенный объектив), имеющая следующие конструктивные параметры:

$r_1 = 28,58$	$d_1 = 6,0$	K8	$n_1 = 1,0$
$r_2 = -26,79$	$d_2 = 1,5$	Ф1	$n_2 = 1,51829$
$r_3 = \infty$			$n_3 = 1,61687$
			$n_4 = 1,0$

Определить фокусные расстояния и фокальные отрезки, а также положение и величину изображения, если $s_1 = -100$ мм; $y = 20,0$ мм.

Решение. Заднее фокусное расстояние и задний фокальный отрезок определим расчетом хода первого параксиального луча. Примем $h_1 = 10,0$, тогда при $\alpha_1 = 0$:

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= h_1(n_2 - 1)/r_1 n_2 = 0,119442; \\ h_2 &= h_1 - d_1 \alpha_2 = 9,28335; \\ \alpha_3 &= [n_2 \alpha_2 + h_2(n_3 - n_2)/r_2]/n_3 = 0,0910323; \\ h_3 &= h_2 - d_2 \alpha_3 = 9,14680; \\ \alpha_4 &= n_3 \alpha_3 + h_3(1 - n_3)/r_3 = 0,147187; \\ s'_F &= h_3/\alpha_4 = 62,1435 \approx 62,14; \\ f' &= h_1/\alpha_4 = 67,9408 \approx 67,94.\end{aligned}$$

Для определения s_F и f рассчитаем ход первого параксиального луча в обратном направлении. В этом случае

$r_1 = \infty$	$d_1 = 1,5$	Ф1	$n_1 = 1,0$
$r_2 = 26,79$	$d_2 = 6,0$	K8	$n_2 = 1,61687$
$r_3 = -28,58$			$n_3 = 1,51829$
			$n_4 = 1,0$

Примем $h_1 = 10,0$, тогда при $\alpha_1 = 0$:

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= h_1(n_2 - 1)/r_1 n_2 = 0; \\ h_2 &= h_1 - d_1 \alpha_2 = h_1 = 10,0; \\ \alpha_3 &= h_2(n_3 - n_2)/(r_2 n_3) = 0,024236; \\ h_3 &= h_2 - d_2 \alpha_3 = 10,1454; \\ \alpha_4 &= n_3 \alpha_3 + h_3(1 - n_3)/r_3 = 0,147187; \\ s_F &= -s'_F = -h_3/\alpha_4 = -68,9288 \approx -68,93;\end{aligned}$$

$$f = -\tilde{f}' = -h_1/\alpha_4 = -67,9408 \approx -67,94.$$

Таким образом, для объектива:

$$\begin{aligned} -f = f' &= 67,94; \quad s_F = -68,93; \quad s'_F = 62,14; \\ s_H &= -0,99; \quad s'_H = -5,80. \end{aligned}$$

Для вычисления координаты s'_3 также рассчитаем ход первого параксиального луча. Принимая $h_1 = 10,0$, найдем

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= h_1/s_1 = -0,1; \quad \alpha_2 = [\alpha_1 + h_1(n_2 - 1)/r_1]/n_2 = 0,053\,5781; \\ h_2 &= h_1 - d_1\alpha_2 = 9,678\,58; \\ \alpha_3 &= [n_2\alpha_2 + h_2(n_3 - n_2)/r_2]/n_3 = 0,028\,2847; \\ h_3 &= h_2 - d_2\alpha_3 = 9,636\,10; \quad \alpha_4 = n_3\alpha_3 = 0,045\,7326; \\ s'_3 &= h_3/\alpha_4 = 210,705 \approx 210,70; \quad \beta = \alpha_1/\alpha_4 = -2,1866; \\ y' &= \beta y = -43,732 \approx -43,73. \end{aligned}$$

Координата s'_3 и величина изображения могут быть определены также следующим образом. Расстояние от переднего фокуса до предмета $z_1 = s_1 - s_F = -31,0712$; расстояние от заднего фокуса до изображения $z'_3 = -f'/z_1 = 148,5605$; расстояние от последней поверхности объектива до изображения $s'_3 = s'_F + z'_3 = 210,7040 \approx 210,70$. Линейное увеличение и величина изображения

$$\begin{aligned} \beta &= -f/z_1 = -z'_3/f' = -2,1866; \\ y' &= \beta y = -43,732 \approx -43,73. \end{aligned}$$

В данном способе решения получены те же результаты, но решение несколько короче, однако следует иметь в виду, что всегда нужно выполнять контроль вычислений.

Задача 4.11. По данным задачи 4.10 определить расстояние от последней поверхности системы до точки пересечения с оптической осью второго параксиального луча, принимая $\beta_1 = 1$ и $s_p = -20,0$ мм.

Решение. Для определения координаты s'_p , рассчитаем ход второго параксиального луча через систему. Так как $\beta_1 = 1$ и $s_p = -20,0$, то

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 s_p = -20,0; \quad \beta_2 = [n_1\beta_1 + y_1(n_2 - n_1)/r_1]/n_2 = 0,419\,752; \\ y_2 &= y_1 - d_1\beta_2 = -22,5185; \\ \beta_3 &= [n_2\beta_2 + y_2(n_3 - n_2)/r_2]/n_3 = 0,445\,408; \\ y_3 &= y_2 - d_2\beta_3 = -23,1866; \\ \beta_4 &= n_3\beta_3 = 0,720\,167. \end{aligned}$$

Расстояние от последней поверхности до точки пересечения второго параксиального луча с оптической осью равно $s'_p = y_3/\beta_4 = -32,1962 \approx -32,20$; линейное увеличение для второго параксиального луча — $\beta_p = n_1\beta_1/n_4\beta_4 = \beta_1/\beta_4 = 1,3886$.

Если величина предмета, расположенного на расстоянии $s_p = -20,0$, равна $m_1 = 8,0$, то величина изображения составит $m' = \beta_p \cdot m = 11,1088 \approx 11,1$.

Изображение мнимое, прямое и увеличенное. Проверим правильность расчета хода второго параксиального луча. Расстояние от переднего фокуса до предмета $z_1 = s_p - s_F = 48,93$. Расстояние от заднего фокуса до изображения $z'_3 = -f'/z_1 = -94,3402 \approx -94,34$. Расстояние от последней поверхности системы до точки P' $s'_{p'} = s'_F + z'_3 = -32,1967 \approx -32,20$. Расчет хода второго параксиального луча выполнен правильно.

Задача 4.12. По данным задачи 4.8 определить фокусные расстояния тонких положительного и отрицательного менисков.

Решение. Для положительного мениска $r_1 = 50,0$, $r_2 = 150,31$ мм, $n_2 = 1,51829$, поэтому

$$\Phi = (n_2 - 1) (1/r_1 - 1/r_2) = 0,00691766;$$

$$f' = 1/\Phi = 144,5576 \approx 144,56.$$

Фокусное расстояние тонкого мениска увеличилось по сравнению с мениском конечной толщины на 3,4%. Оптическая сила тонкого мениска, выраженная в диоптриях: $\Phi = 1000/f' = 1000/144,56 = 6,92$ дптр.

Для отрицательного мениска $r_1 = 150,31$, $r_2 = 50$ мм, $n_2 = 1,5200$:

$$\Phi = (n_2 - 1) (1/r_1 - 1/r_2) = -0,0069405;$$

$$f' = 1/\Phi = -144,0818 \approx -144,08.$$

Фокусное расстояние тонкого мениска уменьшилось на 1,70%. Оптическая сила отрицательного мениска в диоптриях: $\Phi = 1000/(-144,08) = -6,94$ дптр.

Задача 4.13. Предмет $y = 50,0$ мм расположен на расстоянии $s_1 = -220,0$ мм от вогнутого зеркала с $f' = -100,0$ мм.

Определить величину изображения y' и координату s' (рис. 4.8)

Решение. Для сферических зеркал $a = s$; $a' = s'$; $f = f'$; $n' = -n$. И формула Гаусса имеет вид $1/s' + 1/s = 1/f'$. Аналогичная формула

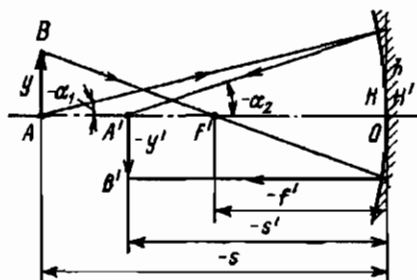


Рис. 4.8. Схема отражения лучей вогнутого зеркала

учитывая, что $f' = r/2$, может быть получена из уравнения действительного луча для сферических зеркал при $n' = -n$. Переходя к углам α для первого параксиального луча, получим $\alpha_2 + \alpha_1 = h/f'$. Примем $h = 10,0$, тогда

$$\alpha_1 = h/s = -0,045\,4545;$$

$$\alpha_2 = -\alpha_1 + h/f' = -0,054\,5455.$$

Расстояние от вершины зеркала до изображения равно $s' = h/\alpha_2 = -183,333 \approx -183,33$; линейное увеличение $\beta = n_1\alpha_1/n_2\alpha_2 = -\alpha_1/\alpha_2 = -0,833\,332$; величина изображения $y' = \beta y = -41,6666 \approx -41,67$. Инвариант Лагранжа — Гельмгольца для сферического зеркала $I = y\alpha_1 = -y'\alpha_2 = -2,272\,72$.

Задача 4.14. Дана оптическая система, состоящая из двух сферических зеркал: вогнутого с $r_1 = -200,9$ мм и выпуклого с $r_2 = -161,81$ мм. Расстояние между зеркалами $d = -60,0$ мм (рис. 4.9).

Определить фокусное расстояние системы и координаты s'_F, s'_H .

Решение. Фокусные расстояния зеркал: $f'_1 = r_1/2 = -100,45$; $f'_2 = r_2/2 = -80,905$. Для определения f' и s'_F рассчитаем ход первого параксиального луча, полагая $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = -1$.

Примем $h_1 = 20,0$, тогда при $\alpha_1 = 0$ из формулы $n_v'\alpha_v' - n_v\alpha_v = h_v(n_v' - n_v)/r_v$, найдем:

$$\alpha_2 = -\alpha_1 + h_1/f'_1 = h_1/f'_1 = -0,199\,104;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 8,053\,76;$$

$$n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2 = h_2(n_3 - 1)/r_2, \text{ тогда}$$

$$\alpha_3 = -\alpha_2 + h_2/f'_2 = 0,099\,5581.$$

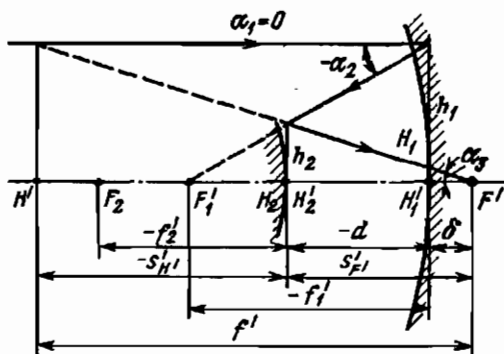


Рис. 4.9. Ход первого параксиального луча и расположение кардинальных точек в системе из двух зеркал

Расстояние от второго зеркала до заднего фокуса системы равно $s'_{\text{Ф}} = h_2/\alpha_3 = 80,8951 \approx 80,90$; фокусное расстояние двухзеркальной системы $f' = h_1/\alpha_3 = 200,8877 \approx 200,89$.

Оптическая сила зеркал

$$\Phi_1 = -n_1/f_1 = n_2/f'_1 = -n_1/f'_1 = -1/f'_1 = 0,009\,9552;$$

$$\Phi_2 = -n_2/f_2 = n_3/f'_2 = 1/f'_2 = -0,012\,3601.$$

Эквивалентная оптическая сила — оптическая сила эквивалентной системы может быть найдена следующим образом: полагая $\alpha_1 = 0$, найдем:

$$\alpha_2 = -\alpha_1 + h_1/f'_1 = h_1/f'_1 = -h_1\Phi_1;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = h_1 + dh_1\Phi_1 = h_1(1 + d\Phi_1);$$

$$\alpha_3 = -\alpha_2 + h_2/f'_1 = -\alpha_2 + h_2\Phi_2 = h_1\Phi_1 + h_1(1 + d\Phi_1)\Phi_2 = h_1(\Phi_1 + \Phi_2 + d\Phi_1\Phi_2);$$

$$\Phi = 1/f' = \alpha_3/h_1 = \Phi_1 + \Phi_2 + d\Phi_1\Phi_2.$$

Задний фокальный отрезок равен

$$s'_{\text{Ф}} = h_2/\alpha_3 = h_1(1 + d\Phi_1)/h_1\Phi = f'(1 + d\Phi_1) = 80,8945 \approx 80,89.$$

Вынос δ плоскости изображения, т. е. расстояние от первого зеркала до заднего фокуса равно $\delta = s'_{\text{Ф}} + d = 20,89$. Коэффициент экранирования по ходу первого параксиального луча $k_s = h_2/h_1 = 0,4027$. Площадь экранированной части входного отверстия составляет 16,2%.

Задача 4.15. Дана тонкая линза (рис. 4.10, а) в воздухе с $r_{1\text{тн}} = 209,78$; $r_{2\text{тн}} = -396,0$ мм, $n_2 = 1,615\,50$, световой диаметр $D_1 = D_{\text{св}} = 138$ мм. Преобразовать эту линзу в линзу конечной толщины (рис. 4.10, б).

Решение. При переходе к линзе конечной толщины необходимо соблюдение условия $f' = \text{const}$, т. е. фокусное расстояние линзы конечной толщины должно быть равно фокусному расстоянию тонкой линзы. Чтобы выполнить это условие, необходимо при переходе сохранить величины углов первого параксиального луча.

Определим углы α_v для тонкой линзы. Примем $h_1 = D_1/2 = 69,0$, тогда при $\alpha_1 = 0$ и $d = 0$:

$$\alpha_2 = (h_1/r_{1\text{тн}})[(n_2 - 1)/n_2] = 0,125\,316;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = h_1 = 69,0;$$

$$\alpha_3 = n_2\alpha_2 + (h_2/r_{2\text{тн}})(1 - n_2) = 0,309\,694.$$

Фокусные расстояния линзы $-f = f' = h_1/\alpha_3 = 222,801 \approx 222,80$. Полный диаметр линзы согласно табл. 4.1 будет равен $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 142$ мм. Толщина положительной линзы равна

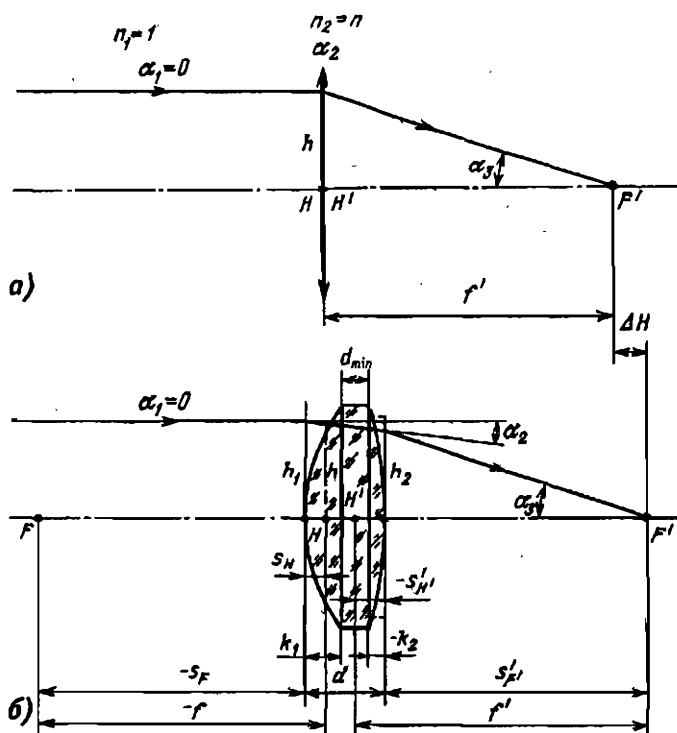


Рис. 4.10. Переход от тонкой линзы (а) к линзе конечной толщины (б)

Таблица 4.1. Величина ΔD в зависимости от способа крепления, мм

Свтовой диаметр лин- зы D_1 , мм	при креплении		Свтовой диаметр лин- зы D_1 , мм	при креплении	
	закаткой	кольцом		закаткой	кольцом
До 6	0,6		80–120	—	3,0
6–10	0,8	1,0	120–180	—	4,0
10–18	1,0	1,5	180–260	—	5,0
18–30	1,2	1,8	260–360	—	6,0
30–50	1,5	2,0	360–500	—	8,0
50–80	2,0	2,5			

(рис. 4.10, б) $d = k_1 + d_{\min} - k_2$, где $d_{\min}$ — толщина линзы по краю; k_1 и k_2 — стрелки прогиба, определяемые по формуле

$$k_v = r_v - (r_v / |r_v|) \sqrt{r_v^2 - D_{\text{пол}}^2 / 4}.$$

Таблица 4.2. Величина $d_{\min}$ в зависимости от диаметра $D_{\text{пол}}$ линзы

Диаметр линзы $D_{\text{пол}}$, мм	Наименьшая толщина по краю $d_{\min}$, мм	Диаметр линзы $D_{\text{пол}}$, мм	Наименьшая толщина по краю $d_{\min}$, мм
До 6	1,0	80–120	3,0
6–10	1,2	120–180	4,0
10–18	1,5	180–260	5,0
18–30	1,8	260–360	6,0
30–50	2,0	360–500	7,0
50–80	2,5		

Тогда

$$k_1 = r_{1\text{тн}} - \sqrt{r_{1\text{тн}}^2 - D_{\text{пол}}^2/4}; \quad k_2 = r_{2\text{тн}} + \sqrt{r_{2\text{тн}}^2 - D_{\text{пол}}^2/4}.$$

Подставляя значения $r_{\text{в тн}}$ и $D_{\text{пол}}$, найдем $k_1 = 12,38$; $k_2 = -6,42$. Примем толщину линзы по краю $d_{\min} = 4,0$ (табл. 4.2), тогда $d = k_1 + d_{\min} - k_2 = 22,8$.

Радиусы кривизны линзы конечной толщины определим по формулам для первого параксиального луча, подставив значения углов α , для тонкой линзы:

$$r_1 = h_1(n_2 - 1)/n_2\alpha_2 = 209,78; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 66,1428;$$

$$r_2 = h_2(1 - n_2)/(\alpha_3 - n_2\alpha_2) = -379,60.$$

Фокусные расстояния линзы и фокальные отрезки:

$$\Phi = 1/f' = (n_2 - 1)(1/r_1 - 1/r_2) + \frac{(n_2 - 1)^2}{n_2} \frac{d}{r_1 r_2} = 0,0044883;$$

$$-f = f' = 1/\Phi = 222,8015 \approx 222,80;$$

$$s_F = f \left(1 + \frac{n_2 - 1}{n_2} \frac{d}{r_2} \right) = -217,701 \approx -217,70;$$

$$s'_F = -f' (f' - d/n)/s_F = 213,574 \approx 213,57.$$

Координаты, определяющие положение главных точек:

$$s_H = s_F - f = 5,10; \quad s'_{H'} = s'_F - f' = -9,25.$$

Из вычислений видно, что при переходе к линзе конечной толщины величина фокусного расстояния осталась прежней, что подтверждает правильность выполненных расчетов.

Линза конечной толщины устанавливается в системе так, чтобы ее передняя главная точка совпала с тонкой линзой.

Задача 4.16. Дана оптическая система объектива отсчетного микроскопа, состоящая из двух тонких линз:

$$r_{1\text{тн}} = 42,95$$

$$r_{2\text{тн}} = 14,289$$

$$r_{3\text{тн}} = -22,49$$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = 0$$

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = 1,652\ 18 \quad \text{ТФ1}$$

$$n_3 = 1,518\ 29 \quad \text{К8}$$

$$n_4 = 1$$

Апертура объектива $A = \sin \sigma_A = 0,1$; расстояние от объектива до предмета $a_1 = -47,2$ мм.

Преобразовать тонкие линзы объектива в линзы конечной толщины, определить фокусные расстояния и линейные увеличения для тонкой системы и системы с линзами конечной толщины.

Решение. Если предмет находится на конечном расстоянии, то при переходе от бесконечно тонких линз (рис. 4.11, а) к линзам конечной толщины (рис. 4.11, б) необходимо выполнение условия

$$\beta = n_1 \alpha_1 / n_4 \alpha_4' = \text{const.}$$

Определим углы α , первого параксиального луча для объектива из тонких линз. Так как $\sin \sigma_A = 0,1$, то световой диаметр линз объектива равен $D_{\text{св}} = 2a_1 \tan \sigma_A = 2a_1 \times \tan 5,7392^\circ = 9,4876 \approx 9,50$. Примем $\alpha_1 = \tan \sigma_A = -0,100504$, тогда

$$h_1 = h_2 = h_3 = h = a_1 \alpha_1 = -47,2 \cdot (-0,100\ 504) = 4,743\ 79;$$

$$\alpha_2 = [\alpha_1 + h_1(n_2 - 1)/r_{1\text{тн}}]/n_2 = -0,017\ 2325;$$

$$\alpha_3 = [n_2 \alpha_2 + h_2(n_3 - n_2)/r_{2\text{тн}}]/n_3 = -0,048\ 0285;$$

$$\alpha_4 = n_3 \alpha_3 + h_3(1 - n_3)/r_{3\text{тн}} = 0,036\ 4011.$$

Расстояние от тонкого объектива до изображения равно $a_1' = h/\alpha_4 = 130,3199 \approx 130,32$; линейное увеличение $\beta = n_1 \alpha_1 / n_4 \alpha_4' = \alpha_1 / \alpha_4 = -2,76102$; фокусное расстояние тонкой системы $f' = a_1 a_1' / (a_1 - a_1') = 34,6502 \approx 34,65$.

Диаметры линз бесконечно тонкого компонента при креплении кольцом (см. табл. 4.1) $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + 1,0 = 10,5$. Толщина отрицательной линзы принимается равной $d_1 = (0,08 - 0,12)D_{\text{пол}}$. Так как диаметр линзы мал, то $d_1 = 0,12D = 1,26 \approx 1,3$.

Толщина положительной линзы

$$d_2 = k_2 + d_{\text{мин}} - k_3,$$

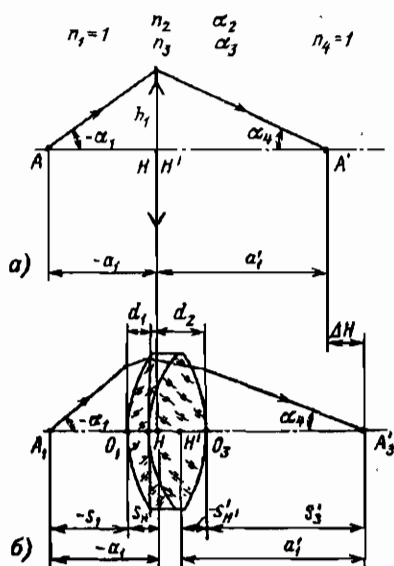


Рис. 4.11. Переход от системы из двух тонких линз (а) к линзам конечной толщины (б)

где

$$d_{\min} = 1,5; \quad k_2 = r_{2\text{тн}} - \sqrt{r_{2\text{тн}}^2 - D_{\text{пол}}^2}/4 = 1,00;$$

$$k_3 = r_{3\text{тн}} + \sqrt{r_{3\text{тн}}^2 - D_{\text{пол}}^2}/4 = -0,62; \quad d_2 = 3,12 \approx 3,1.$$

Таким образом, для перехода к линзам конечной толщины получили:

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = -0,100\,504 & & n_1 = 1 \\ \alpha_2 = -0,017\,2325 & d_1 = 1,30 & n_2 = 1,652\,18 \\ \alpha_3 = -0,048\,0285 & d_2 = 3,10 & n_3 = 1,518\,29 \\ \alpha_4 = +0,036\,401 & & n_4 = 1 \end{array}$$

$$h = 4,74379$$

Прежде чем перейти к линзам конечной толщины, необходимо определить координату $s_1 = a_1 + s_H$. Для определения s_H , т. е. расстояния от первой поверхности до передней главной точки и h_1 при прежнем значении угла α_1 , рассчитаем обратный ход первого параксиального луча, параллельного оптической оси через систему с радиусами кривизны для тонких линз. В результате вычислений получим: $f = -35,19$; $s_F = -33,14$; $s_H = 2,05$. Расстояние $s_1 = a_1 + s_H = -45,15$; высота апертурного луча при $\alpha_1 = \text{tg } \sigma_A = -0,100\,504$ будет равна $h_1 = s_1 \alpha_1 = 4,537\,76$.

Радиусы кривизны поверхностей линз конечной толщины:

$$\begin{aligned} r_1 &= h_1(n_2 - n_1)/(n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) = 41,0841; \\ h_2 &= h_1 - d_1 \alpha_2 = 4,56016; \\ r_2 &= h_2(n_3 - n_2)/(n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2) = 13,7359; \\ h_3 &= h_2 - d_2 \alpha_3 = 4,709\,05; \\ r_3 &= h_3(n_4 - n_3)/(n_4 \alpha_4 - n_3 \alpha_3) = -22,3255. \end{aligned}$$

Радиусы кривизны объектива в соответствии с ГОСТ 1807-75 должны быть равны:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 41,11 & d_1 = 1,3 & \text{ТФ1} \\ r_2 = 13,740 & d_2 = 3,1 & \text{К8} \\ r_3 = -22,34 & & \end{array} \quad \begin{array}{l} n_1 = 1 \\ n_2 = 1,652\,18 \\ n_3 = 1,518\,29 \\ n_4 = 1 \end{array}$$

Величина координаты s_1 была определена при радиусах кривизны для тонкой системы, поэтому, прежде чем вычислить линейное увеличение реальной системы, определим величину s_H . Расчет хода луча в обратном направлении дает следующие результаты, $-f = f' = 34,65$; $s_F = -32,63$; $s_H = 2,02$. Координата s_H изменилась очень мало,

следовательно, $s_1 = a_1 + s_H = -45,18$; $h_1 = s_1 \alpha_1 = 4,54$. Расстояние от переднего фокуса до предмета равно $z = s_1 - s_F = -12,5454 \approx -12,55$; от заднего фокуса до изображения $z' = -f'/z = 95,7276 \approx 95,73$; линейное увеличение $\beta = -f/z = -z'/f' = -2,76270$. Ранее была получена величина $-2,7610$. Расхождение составляет $0,05\%$, что можно считать допустимым.

Найдем координату s_3' и проверим правильность вычисления β расчетом хода первого параксиального луча, принимая $\alpha_1 = -0,100504$, $h_1 = 4,53776$:

$$\alpha_2 = \left[\alpha_1 + h_1 \frac{(n_2 - 1)}{r_1} \right] / n_2 = -0,0172320;$$

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 4,56016;$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2 \alpha_2 + h_2 (n_3 - n_2) / r_2}{n_3} = -0,048029;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 4,70905;$$

$$\alpha_4 = n_3 \alpha_3 + h_3 (1 - n_3) / r_3 = 0,036399.$$

Расстояние от последней поверхности объектива до изображения равно $s_3' = h_3 / \alpha_4 = 129,373 \approx 129,37$; линейное увеличение $\beta = \alpha_1 / \alpha_4 = -2,76117$. Величина β совпадает с ранее вычисленным значением, следовательно, f' и s_3' вычислены правильно.

Далее необходимо определить фокальные отрезки и кардинальные отрезки s_H , s'_H для каждой линзы и системы в целом. Расчет хода первого параксиального луча в прямом и обратном направлениях дал следующие результаты:

1-я линза—отрицательная:

$$-f = f' = -32,25; s_F = 33,45; s_H = 1,20; s'_F = -31,65; s'_H = 0,40;$$

2-я линза положительная:

$$-f = f' = 16,91; s_F = -16,11; s_H = 0,80; s'_F = 15,61; s'_H = 1,30;$$

объектив (1+2):

$$-f = f' = 34,65; s_F = -32,63; s_H = 2,02; s'_F = 33,78; s'_H = -0,87.$$

Объектив в системе устанавливается так, чтобы его передняя главная точка совпала с тонким объективом.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.17. Какой радиус кривизны должна иметь преломляющая поверхность, разделяющая среды с показателями преломления $n = 1$ и $n' = 1,5$, чтобы осевая точка предмета, расположенная перед

поверхностью на расстоянии $s = -200$ мм, изображалась бы за поверхностью на расстоянии $s' = 100$ мм? Какое значение будет иметь показатель преломления первой (последней) среды, если линейное увеличение $\beta = -0,5$?

Ответ: $r = 25$ мм; $n = 1,5$ или $n' = 1$.

Задача 4.18. Используя данные задачи 4.17, определить положение изображения для случая, когда поверхность повернули так, что знак у радиуса кривизны стал обратным. С каким увеличением теперь действует эта поверхность?

Ответ: $s' = -100$ мм; $\beta = 0,333$.

Задача 4.19. Используя данные задачи 4.17, определить радиус кривизны поверхности для случая, когда среды поменяли местами ($n = 1,5$, $n' = 1$).

Ответ: $r = -28,57$ мм.

Задача 4.20. Определить линейное увеличение оптической отражающей поверхности, находящейся в среде с показателем преломления $n = -n'$, если радиус кривизны равен r , а предмет находится на расстоянии s от поверхности, для следующих вариантов: а) $r = 50$ мм, $s = -200$ мм; б) $r = -50$ мм, $s = -100$ мм; в) $r = -50$ мм, $s = -37$ мм.

Определить в каждом из вариантов положение точки изображения.

Ответ: а) $\beta = 0,111$, $s' = 22,2$ мм; б) $\beta = -0,333$, $s' = -33,3$ мм; в) $\beta = -2,08(3)$, $s' = -77,08(3)$ мм.

Задача 4.21. Вычислить углы первого параксиального луча с оптической осью для оптической системы, имеющей следующие конструктивные параметры:

$r_1 = 44,96$	$d_1 = 1$	$n_1 = 1$
$r_2 = 14,25$	$d_1 = 2$	$n_2 = 1,6422$
$r_3 = -21,88$		$n_3 = 1,5183$
		$n_4 = 1$

Проходящее излучение имеет длину волны λ . Предмет расположен на расстоянии $s_1 = -47$ мм. При расчете принять $h_1 = r_1$.

Ответ: $\alpha_1 = -0,957$, $\alpha_2 = -0,184$, $\alpha_3 = -0,480$, $\alpha_4 = 0,3635$.

Задача 4.22. Сферическая поверхность радиусом $r = -100$ мм разделяет две среды с показателями преломления $n_1 = 1,51829$ и $n_2 = 1$. Определить переднее и заднее фокусные расстояния преломляющей поверхности и размер изображения, если $y = 50$ мм, $s = -500$ мм.

Ответ: $f = -292,94$ мм, $f' = 192,94$ мм, $y' = -70,74$ мм.

Задача 4.23. Радиусы кривизны преломляющих поверхностей $r_1 = -50$ мм и $r_2 = -100$ мм, расстояние между поверхностями $d = 10$ мм, $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = n = 1,67438$.

Определить фокусные расстояния, фокальные отрезки и размер изображения, если $y = 50$ мм и $s_1 = -300$ мм.

Ответ: $f = 161,28$ мм, $f' = -161,28$ мм, $s_F = 154,78$ мм, $s'_F = -174,27$ мм, $y' = 17,73$ мм.

Задача 4.24. Перед выпуклым зеркалом радиусом $r = 200$ мм расположен предмет $y = 25$ мм на расстоянии $s = -50$ мм. Определить положение и размер изображения.

Ответ: $s' = 33,33$ мм, $y' = 16,67$ мм.

Задача 4.25. Система, состоящая из зеркал в воздухе, имеет следующие конструктивные параметры: $r_1 = -400$ мм; $d = -120$ мм; $r_2 = -320$ мм.

Определить f' , s'_F , а также положение и размер изображения, если предмет расположен на расстоянии 1000 мм от первого зеркала и его размер $y = 25$ мм.

Ответ: $f' = 400$ мм, $s'_F = 160$ мм, $s'_2 = 693,33$ мм, $y' = -33,33$ мм.

ГЛАВА 5. ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В реальных оптических системах ограничение пучков лучей осуществляется оправками оптических деталей и специальными деталями — диафрагмами. *Диафрагмы* представляют собой светонепроницаемые детали с отверстиями, центрированные относительно оптической оси. Форма диафрагм зависит от назначения системы, но чаще всего диафрагмы бывают круглыми.

Диафрагмы, устанавливаемые в оптических системах, или оправы оптических деталей предназначены: для ограничения пучков лучей, выходящих из осевых точек предмета, а также из точек предмета, расположенных вне оптической оси; для ограничения изображаемого оптической системой пространства; для уменьшения количества рассеянного света; для специальных целей.

Материальная диафрагма, ограничивающая пучок лучей, выходящих из осевой точки предмета, называется *апертурной диафрагмой*.

Изображение апертурной диафрагмы через впереди или сзади стоящую оптическую систему называется соответственно *входным* или *выходным* зрачком. *Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачки являются сопряженными элементами.*

Диафрагма, расположенная в плоскости предмета или действительного изображения и ограничивающая размер линейного поля оптической системы, называется *полевой диафрагмой*.

Любая диафрагма, кроме апертурной и полевой, которая ограничивает пучки лучей, выходящих из точки предмета, лежащей вне оси, называется *виньетирующей*.

Основные формулы для решения задач

Формула Гаусса для зрачков

$$\frac{n'}{a'_p} - \frac{n}{a_p} = \frac{n'}{f'},$$

где a'_p — расстояние от компонента (тонкой линзы) до выходного зрачка, a_p — расстояние от компонента (тонкой линзы) до входного зрачка. Формула Гаусса для зрачков для тонкого компонента, расположенного в однородной среде (воздухе)

$$\frac{1}{a'_p} - \frac{1}{a_p} = \frac{1}{f'}.$$

Формулы для расчета хода второго параксиального (фиктивного) луча

$$n'_v \beta'_v - n_v \beta_v = \frac{y_v (n'_v - n_v)}{r_v},$$

$$y_{v+1} = y_v - d_v \beta'_v,$$

где $v = 1, 2, \dots, k$.

Расстояние от последней поверхности системы до плоскости выходного зрачка, получаемое из расчета хода второго параксиального луча,

$$s'_P = y_k / \beta'_k.$$

Линейное увеличение в зрачках

$$\beta_P = \frac{D'}{D} = \frac{n_1 \beta_1}{n'_k \beta'_k}.$$

Линейное увеличение в зрачках для тонкого компонента в воздухе

$$\beta_P = \frac{a'_{P'}}{a_P} = \frac{D'}{D}.$$

Угловое увеличение в зрачках для системы в воздухе

$$\gamma_P = \frac{\text{tg } \omega'}{\text{tg } \omega} = \frac{1}{\beta_P}.$$

Размер изображения

$$y' = -p' \text{tg } \omega' \text{ или } y' = y \cdot \beta \text{ при } s_1 \neq -\infty,$$

где p' — расстояние от плоскости выходного зрачка до плоскости изображения;

$$y' = -f' \text{tg } \omega \text{ при } s_1 = -\infty.$$

Диаметр полевой диафрагмы

$$D_{\text{пд}} = 2 |y'| \text{ при } s_1 \neq -\infty,$$

$$\text{или } D_{\text{пд}} = 2 |f' \text{tg } \omega| \text{ при } s_1 = -\infty.$$

Коэффициент линейного виньетирования

$$k_\omega = 2m_\omega / 2h,$$

где $2m_\omega$ — ширина наклонного пучка лучей в меридиональной плоскости, $2h$ — ширина осевого пучка лучей в том же сечении.

Чаще всего

$$k_{\omega} = D_{\omega}/D,$$

где D_{ω} — диаметр наклонного пучка в плоскости входного зрачка, D — диаметр входного зрачка.

Коэффициент геометрического виньетирования

$$k_A = A_{\omega}/A_P,$$

где A_{ω} — площадь сечения наклонного пучка лучей, перпендикулярного оптической оси, A_P — площадь осевого пучка лучей в том же сечении.

Задачи с решениями

Задача 5.1. Впереди тонкого компонента (рис. 5.1) на расстоянии $a_{AD} = -50,0$ мм расположена вещественная диафрагма диаметром $D_{AD} = 25,0$ мм.

Определить положение и диаметры зрачков, а также положение изображения, если $-f = f' = 100$ мм, $a = -500$ мм и световой диаметр компонента $D_{\omega} = 35$ мм.

Решение. Материальная диафрагма, ограничивающая пучок лучей, выходящих из осевой точки предмета, называется *апертурной*. Рассмотрим, какая из диафрагм будет ограничивать пучок лучей, выходящих из точки A . Очевидно, что ограничивать осевой пучок будет та диафрагма, которая видна из точки A под наименьшим углом. Из рис. 5.1:

$$\operatorname{tg} \sigma_A = P_1 P_2 / 2(a - a_{AD}) = -0,0278; \operatorname{tg} \sigma_2 = D_{\omega} / 2a = -0,0350.$$

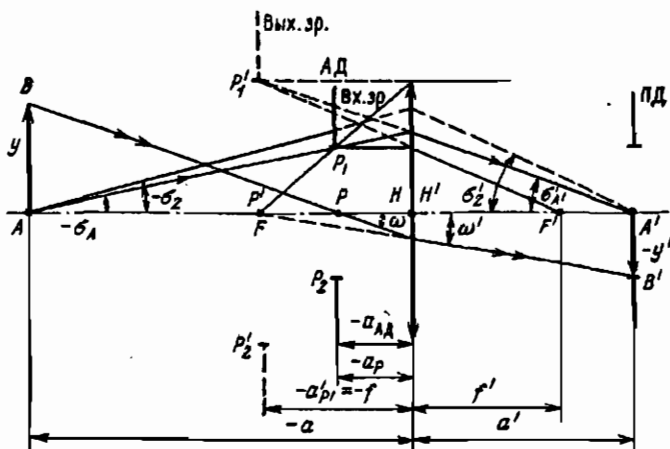


Рис. 5.1. Расположение зрачков при положении апертурной диафрагмы $P_1 P_2$ впереди компонента

Так как $2\sigma_A < 2\sigma_2$, то апертурной будет являться диафрагма P_1P_2 .

Апертурная диафрагма P_1P_2 , расположенная в пространстве предметов, непосредственно ограничивает пучок лучей, выходящий из точки A , поэтому одновременно является и входным зрачком компонента. Входной зрачок можно рассматривать как действительный предмет, изображение которого является выходным зрачком. При графическом построении необходимо через крайнюю точку входного зрачка, например P_1 , провести два луча: параллельный оптической оси и проходящий через передний фокус. После выхода этих лучей из компонента пересекаются в точке P_1' только их продолжения. Следовательно, выходной зрачок является мнимым.

Положение выходного зрачка найдем по формуле Гаусса

$$1/a'_p - 1/a_p = 1/f',$$

откуда

$$a'_p = a_p f' / (f' + a_p) = a_{\text{ЛД}} f' / (f' + a_{\text{ЛД}}) = -100,0.$$

Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = a'_p / a_p = 2,0$, но оно также равно $\beta_p = D'/D = D'/D_{\text{ЛД}}$, следовательно, диаметр выходного зрачка будет равен $D' = \beta_p D = 50,0$.

Положение изображения определяется координатой a' , которая согласно формуле Гаусса будет равна $a' = a f' / (f' + a) = 125,0$. Из точки A' световой диаметр компонента и выходной зрачок видны под углами

$$2\sigma'_A = 2 \arctg D' / [2(a' - a'_p)] = 12,6804^\circ; \quad 2\sigma'_2 = 2 \arctg (D_{\text{св}} / 2a') = 15,9392^\circ.$$

Отсюда видно, что $2\sigma'_A < 2\sigma'_2$, т. е. выходной зрачок виден из осевой точки изображения A' под наименьшим углом.

Задача 5.2. По данным задачи 5.1 определить диаметр полевой диафрагмы и угловые поля, если величина предмета равна 50,0 мм.

Решение. Полевая диафрагма ограничивает линейное и угловое поле системы и устанавливается в большинстве случаев в плоскости действительного изображения.

Линейное увеличение компонента, расположенного в однородной среде, $\beta = y'/y = a'/a = -0,25$; величина изображения $y' = \beta y = -12,5$; диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пд}} = |2y'| = 25,0$. Положение и диаметр выходного зрачка, а также величина изображения могут быть вычислены расчетом хода главного луча. Из рис. 5.1 $\tg \omega = y/(a_p - a) = 0,11111$, тогда угловое поле в пространстве предметов равно $2\omega = 12,6804^\circ = 12^\circ 40' 49,4''$.

При рассмотрении ограничения пучков лучей оптическими системами предполагается, что они являются идеальными, поэтому ход апертурного и главного лучей рассчитывается по формулам для

первого и второго параксиальных лучей. Рассчитаем ход главного луча. Примем $\beta_1 = \operatorname{tg} \omega$, тогда $y_1 = \beta_1 a_p = -5,5555$; $\beta_2 = \beta_1 + y_1 \Phi = 0,055555$; $a'_p = y_1 / \beta_2 = -100,0$.

Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = \beta_1 / \beta_2 = 2,0$; величина изображения $y' = y_1 - a'_p \beta_2 = -12,5$; угловое поле в пространстве изображений $2\omega' = 2 \arctg \beta_2 = 6,3596^\circ = 6^\circ 21' 34,6''$, угловое увеличение в зрачках $\gamma_p = \operatorname{tg} \omega' / \operatorname{tg} \omega = \beta_2 / \beta_1 = 1 / \beta_p = 0,5$.

Задача 5.3. Определить положение и диаметры зрачков, если апертурная диафрагма расположена в пространстве изображений компонента, если $-f = f' = 200,0$ мм; $a_{\text{АД}} = 50,0$ мм; $D_{\text{АД}} = 50,0$ мм. Определить также диаметр полевой диаграммы, если $a' = 250,0$ мм; $y = 100,0$ мм (рис. 5.2).

Решение. Апертурная диафрагма, расположенная в пространстве изображений, ограничивает пучок лучей, выходящий из компонента с вершиной в точке A' , поэтому она является выходным зрачком и действительным изображением входного зрачка. В этом случае $a'_p = a_{\text{АД}} = 50,0$; $D' = D_{\text{АД}} = 50,0$. Положение входного зрачка определим по формуле Гаусса

$$a_p = a'_p f' / (f' - a'_p) = 66,6667.$$

Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = a'_p / a_p = 0,75$; диаметр входного зрачка $D = D' / \beta_p = 66,6667 \approx 66,67$; расстояние от компонента до предмета $a = a' f' / (f' - a') = -1000,0$; линейное увеличение $\beta = a' / a = -0,25$;

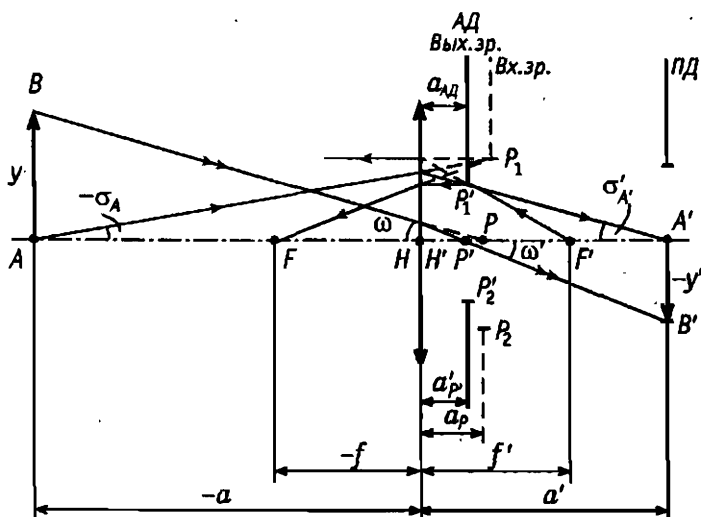


Рис. 5.2. Расположение зрачков при положении апертурной диафрагмы P_1, P_2 позади компонента

величина изображения $y' = \beta y = -25,0$; диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{ПД}} = |2y'| = 50,0$. Угловое поле в пространстве предметов:

$$\text{tg } \omega = y/(a_p - a) = 0,09375; \quad \omega = 5,3558^\circ;$$

$$2\omega = 10,7116^\circ = 10^\circ 42' 42''.$$

Угловое поле в пространстве изображений:

$$\text{tg } \omega' = -y'/(a' - a'_p) = y'/(a'_p - a') = 0,125;$$

$$\omega' = 7,1250^\circ; \quad 2\omega' = 14,25^\circ = 14^\circ 15'$$

или

$$\text{tg } \omega' = \gamma_p \text{tg } \omega = \text{tg } \omega / \beta_p = 0,125;$$

$$2\omega' = 14^\circ 15'.$$

Задача 5.4. Определить положение и диаметр выходного зрачка в системе, состоящей из двух компонентов, если $a_{\text{АД}} = -69,0$ мм; $D_{\text{АД}} = 41,4$ мм; $f'_1 = 126,16$ мм; $f'_2 = 57,43$ мм; расстояние между компонентами $d = 116,15$ мм; угловое поле системы $2\omega = 8^\circ 30'$ (рис. 5.3).

Решение. Апертурная диафрагма расположена впереди компонента, поэтому $a_{p1} = a_p = a_{\text{АД}} = -69,0$; $D = D_{\text{АД}} = 41,4$. Положение выходного зрачка системы можно определить, применяя последовательно к каждому компоненту формулу Гаусса:

Для первого компонента: расстояние до выходного зрачка $a'_{P1} = a_R f'_1 / (a_R + f'_1) = -152,2925$; линейное увеличение в зрачках $\beta_R = a'_{P1} / a_R = 2,2071$. Диаметр выходного зрачка $D'_1 = \beta_R D = 91,3739 \approx 91,37$.

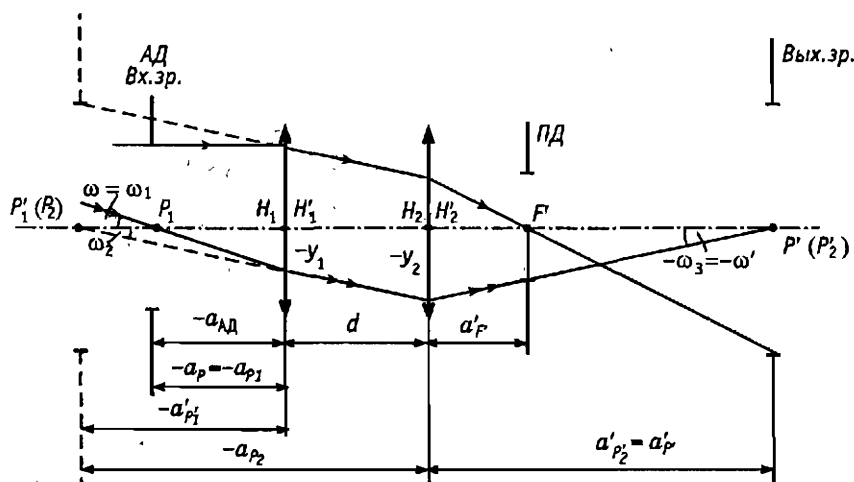


Рис. 5.3. Ход главного луча через систему из двух тонких компонентов

Выходной зрачок для первого компонента является входным зрачком для второго компонента. Расстояние от второго компонента до входного зрачка $a_{P_2} = a'_{P_1} - d = -268,4425$.

Для второго компонента:

$$a'_{P_2} = a_{P_2} f'_2 / (a_{P_2} + f'_2) = 73,0604 \approx 73,06.$$

Выходной зрачок для второго компонента является выходным зрачком для всей системы, т. е. $a'_P = a'_{P_2} = 73,06$; линейное увеличение в зрачках $\beta_{P_1} = a'_{P_1} / a_{P_1} = -0,2722$; диаметр выходного зрачка $D' = D'_2 = \beta_{P_1} D_2 = \beta_{P_1} D'_1 = 24,8720 \approx 24,87$; линейное увеличение в зрачках $\beta_P = \beta_{P_1} \beta_{P_2} = -0,6008$ или $\beta_P = D' / D = D' / D_{\text{ад}} = -0,6008$.

Определим положение и диаметр выходного зрачка системы расчетом хода главного луча. Примем $\beta_1 = \tan \omega = \tan 4^\circ 15' = 0,074\,313$, тогда $y_1 = \beta_1 a_P = -5,127\,60$; $\beta_2 = \beta_1 + y_1 \Phi_1 = 0,033\,669$; $y_2 = y_1 - d \beta_2 = -9,03825$; $\beta_3 = \beta_2 + y_2 \Phi_2 = -0,123\,71$.

Расстояние от второго компонента до плоскости выходного зрачка — осевой точки выходного зрачка $a'_P = y_2 / \beta_3 = 73,06$. Линейное увеличение в зрачках $\beta_P = \beta_1 / \beta_3 = -0,6007$. Диаметр выходного зрачка $D' = \beta_P D = 24,8690 \approx 24,87$. Результаты, полученные из расчета хода главного луча, соответствуют данным, полученным по формулам Гаусса. Так как $\beta_3 = \tan \omega'$, то угловое поле в пространстве изображений $2\omega' = 2 \arctg \omega' = 14,1045^\circ = 14^\circ 06' 16''$.

Для определения линейного поля и соответственно диаметра полевой диафрагмы необходимо знать положение предмета. Допустим, что предмет находится в бесконечности. В этом случае полевая диафрагма будет располагаться в задней фокальной плоскости системы.

Для определения координаты a'_F рассчитаем ход апертурного луча по формулам для первого параксиального луча. Так как $a_1 = -\infty$, то $\alpha_1 = \tan \sigma_1 = \tan \sigma_A = 0$ и высота падения луча на первый компонент $h_1 = D/2 = D_{\text{ад}}/2 = 20,7$, тогда $\alpha_2 = \alpha_1 + h_1 \Phi_1 = 0,164\,077$; $h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 1,642\,46$; $\alpha_3 = \alpha_2 + h_2 \Phi_2 = 0,192\,676$.

Расстояние от второго компонента до заднего фокуса $a'_F = h_2 / \alpha_3 = 8,5244 \approx 8,52$. Заднее фокусное расстояние системы $f' = h_1 / \alpha_3 = 107,4342 \approx 107,43$. Проверим правильность вычисления f' по формуле

$$1/f' = \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2$$

или

$$f' = f'_1 f'_2 / [f'_1 + f'_2 - d] = 107,4342 \approx 107,43.$$

Величина изображения $y' = y_2 - a'_F \beta_3 = -7,9837 \approx -7,98$. Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пд}} = 2 |y'| = 15,96$.

Задача 5.5. Доказать, что для предмета в бесконечности величина изображения не зависит от положения входного зрачка и может быть вычислена по формуле $y' = -f' \operatorname{tg} \omega$.

Решение. Рассмотрим сначала ход главного луча через систему из одного компонента в общем виде. По формулам для второго параксиального луча, заменяя β на $\operatorname{tg} \omega$, получим:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_p \operatorname{tg} \omega = a_p \operatorname{tg} \omega_1; \\ \operatorname{tg} \omega_2 &= \operatorname{tg} \omega_1 + y_1 \Phi_1 = \operatorname{tg} \omega_1 + a_p \operatorname{tg} \omega_1 \Phi_1 = \operatorname{tg} \omega_1 (1 + a_p \Phi_1) = \\ &= \operatorname{tg} \omega_1 [1 + a_p/f_1]; \\ y' &= y_1 - f_1' \operatorname{tg} \omega_2 = a_p \operatorname{tg} \omega_1 - f_1' \operatorname{tg} \omega_1 (1 + a_p/f_1) = \operatorname{tg} \omega_1 (a_p - f_1' - a_p). \end{aligned}$$

Таким образом, $y' = -f_1' \operatorname{tg} \omega_1 = -f_1' \operatorname{tg} \omega$. Если же система состоит из двух компонентов, то

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \omega_1 &= \operatorname{tg} \omega; y_1 = a_p \operatorname{tg} \omega_1; \\ \operatorname{tg} \omega_2 &= \operatorname{tg} \omega_1 + y_1 \Phi_1 = \operatorname{tg} \omega_1 + a_p \operatorname{tg} \omega_1 \Phi_1 = \operatorname{tg} \omega_1 [1 + a_p \Phi_1]; \\ y_2 &= y_1 - d \operatorname{tg} \omega_2 = a_p \operatorname{tg} \omega_1 - d \operatorname{tg} \omega_1 [1 + a_p \Phi_1] = \operatorname{tg} \omega_1 [a_p(1 - d\Phi_1) - d]; \\ \operatorname{tg} \omega_3 &= \operatorname{tg} \omega_2 + y_2 \Phi_2 = \operatorname{tg} \omega_1 [1 + a_p \Phi_1] + \operatorname{tg} \omega_1 [a_p(1 - d\Phi_1) - d] \Phi_2 = \\ &= \operatorname{tg} \omega_1 [a_p(\Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2) + 1 - d\Phi_2] = \operatorname{tg} \omega_1 [a_p/f' + (1 - d\Phi_2)]. \end{aligned}$$

Таким образом, величина изображения

$$\begin{aligned} y' &= y_2 - a'_p \operatorname{tg} \omega_3 = \operatorname{tg} \omega_1 [a_p(1 - d\Phi_1) - d] - \\ &- a'_p \operatorname{tg} \omega_1 [a_p/f' + (1 - d\Phi_2)]. \end{aligned}$$

Учитывая, что $a'_p = f'(1 - d\Phi_1)$, получим

$$\begin{aligned} y' &= \operatorname{tg} \omega_1 \{a_p(1 - d\Phi_1) - d - f'(1 - d\Phi_1) [a_p/f' + (1 - d\Phi_2)]\} = \\ &= \operatorname{tg} \omega_1 [a_p(1 - d\Phi_1) - d - a_p(1 - d\Phi_1) - f'(1 - d\Phi_1)(1 - d\Phi_2)] = \\ &= \operatorname{tg} \omega_1 [-f'(1 - d\Phi_1)(1 - d\Phi_2) - d]. \end{aligned}$$

Так как $(1 - d\Phi_1)(1 - d\Phi_2) = 1 - d(\Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2) = 1 - d/f'$, то

$$y' = \operatorname{tg} \omega_1 [-f'(1 - d/f') - d] = \operatorname{tg} \omega_1 [-f' + d - d].$$

Для системы из двух компонентов и предмета в бесконечности

$$y' = -f' \operatorname{tg} \omega_1 = -f' \operatorname{tg} \omega.$$

Эта формула справедлива для любой системы независимо от расположения апертурной диафрагмы. Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пл}} = 2 |f' \operatorname{tg} \omega|$.

Задача 5.6. Определить положение и диаметры зрачков; а также диаметр полевой диафрагмы, если $-f_1 = f_1' = 200 \text{ мм}$; $-f_2 = f_2' = 130 \text{ мм}$; $d = 70 \text{ мм}$; $a_{\text{ад}} = 35 \text{ мм}$; $D_{\text{ад}} = 30 \text{ мм}$; $2\omega = 20^\circ 00'$ (рис. 5.4).

$= \beta_p D_{\text{ад}} = 41,0520 \approx 41,05$. Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = \beta_p \beta_p = D'/D = 1,128\ 93$.

Для определения диаметра полевой диафрагмы необходимо знать величину изображения y' . Для этого рассчитаем ход первого и второго параксиальных лучей.

1-й параксиальный луч:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \operatorname{tg} \sigma_A = 0; \quad h_1 = D/2 = 18,18; \\ \alpha_2 &= \alpha_1 + h_1 \Phi_1 = 0,0909; \quad h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 11,817; \\ \alpha_3 &= \alpha_2 + h_2 \Phi_2 = 0,1818; \quad a'_F = h_2/\alpha_3 = 65,00; \\ f' &= h_1/\alpha_3 = 100,00.\end{aligned}$$

2-й параксиальный луч:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \operatorname{tg} \omega = 0,176\ 33; \quad y_1 = \beta_1 a_p = 7,4807; \\ \beta_2 &= \beta_1 + y_1 \Phi_1 = 0,213\ 73; \quad y_2 = y_1 - d \beta_2 = -7,4804; \\ \beta_3 &= \beta_2 + y_2 \Phi_2 = 0,156\ 19; \quad a'_p = y_2/\beta_3 = -47,8930 \approx -47,89.\end{aligned}$$

По результатам расчета хода 2-го параксиального луча можно проверить расстояние до апертурной диафрагмы: $a_{\text{ад}} = y_1/\beta_2 = 35,0007 \approx 35,00$. Величина изображения $y' = y_2 - a'_F \beta_3 = -17,6328 \approx -17,63$. Проверим величину изображения по формуле $y' = -f' \operatorname{tg} \omega = -17,6330 \approx -17,63$. Совпадение полное, следовательно, вычисления не содержат ошибок.

Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пд}} = |2y'| = 35,26$. Угловое поле в пространстве изображений:

$$\operatorname{tg} \omega' = \beta_3 = 0,156\ 19; \quad \omega' = 8,8773^\circ; \quad 2\omega' = 17,7546^\circ = 17^\circ 45' 17''.$$

Задача 5.7. По данным задачи 5.6 определить световые диаметры компонентов, а также положение и диаметр виньетирующей диафрагмы, если коэффициент линейного виньетирования $k_\omega = 0,5$ (рис. 5.5).

Решение. Виньетирующая диафрагма ограничивает пучки лучей, выходящие из крайних точек предмета. Если коэффициент линейного виньетирования составляет 0,5, то это значит, что наклонный пучок лучей перекрывает только половину диаметра входного зрачка, равного 36,36 мм. Световые диаметры компонентов определяются ходом верхнего, апертурного и нижнего лучей. Апертурный луч был рассчитан выше, поэтому рассчитаем ход верхнего и нижнего лучей наклонного пучка.

Для предмета в бесконечности углы верхнего и нижнего лучей с оптической осью будут равны $\omega_s = \omega_n = \omega = 10^\circ 00'$.

Для верхнего луча:

$$\beta_1 = \operatorname{tg} \omega_s = \operatorname{tg} \omega = 0,176\ 33; \quad y_1 = D/4 + a_p \beta_1 = 16,5707;$$

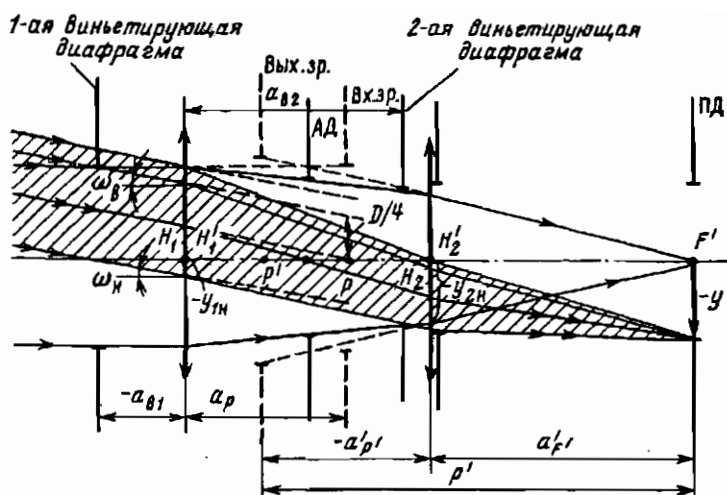


Рис. 5.5. Расположение виньетирующих диафрагм

$$\beta_2 = \beta_1 + y_1 \Phi_1 = 0,259\ 18; \quad y_2 = y_1 - d\beta_2 = -1,5719;$$

$$\beta_3 = \beta_2 + y_2 \Phi_2 = 0,247\ 09.$$

Правильность расчета хода луча проверим по формуле

$$y' = y_2 - a'_F \beta_3 = -17,6328 \approx -17,63.$$

Для нижнего луча:

$$\beta_1 = \tan \omega_n = \tan \omega = 0,176\ 33; \quad y_1 = -D/4 + a_p \beta_1 = -1,6093;$$

$$\beta_2 = \beta_1 + y_1 \Phi_1 = 0,168\ 28; \quad y_2 = y_1 - d\beta_2 = -13,3889;$$

$$\beta_3 = \beta_2 + y_2 \Phi_2 = 0,065\ 29.$$

Контроль: $y' = y_2 - a'_F \beta_3 = -17,6328 = -17,63.$

В результате вычислений получили: высоты падения апертурного луча $h_1 = 18,18$; $h_2 = 11,82$; верхнего луча $y_1 = 16,57$; $y_2 = -1,57$; нижнего — $y_1 = -1,61$; $y_2 = -13,39$. Из результатов видно, что световой диаметр первого компонента определяется ходом апертурного луча и составляет 36,36 мм, второго компонента — ходом нижнего луча и равен 26,78 мм. При отсутствии виньетирования световой диаметр первого компонента был бы равен $2(y_1 + D/2) = 51,32$ мм.

Для того чтобы через систему проходило 50% наклонного пучка, необходимо установить перед системой две виньетирующие диафрагмы: первую — на пересечении апертурного и верхнего лучей; вторую — после первого компонента на пересечении апертурного и нижнего лучей (см. рис. 5.5). Диаметр первой виньетирующей диафрагмы будет равен диаметру входного зрачка $D_{\theta 1} = D = 36,36$ мм,

а расстояние от первого компонента до диафрагмы $a_{s1} = (y_{1n} - D/2)/\tan \omega = -9,1306 \approx -9,13$, где $y_{1n} = 16,57$, $D/2 = 18,18$.

Положение и диаметр второй виньетирующей диафрагмы определим следующим образом. Высота луча в плоскости виньетирующей диафрагмы по ходу нижнего апертурного луча равна $h_{s2} = D_{s2}/2 = h_{1n} - a_{s2}\alpha_{2n}$; высота по ходу нижнего луча $y_{s2} = D_{s2}/2 = y_{1n} - a_{s2}\beta_{2n}$. Приравнявая эти выражения, найдем расстояние от первого компонента до второй виньетирующей диафрагмы $a_{s2} = (h_{1n} - y_{1n})_n / (\alpha_2 - \beta_2)_n$. Учитывая, что $h_{1n} = -18,18$; $y_{1n} = -1,61$; $\alpha_{2n} = -0,0909$; $\beta_{2n} = 0,16828$, для a_{s2} получим

$$a_{s2} = (h_{1n} - y_{1n})_n / (\alpha_2 - \beta_2)_n = 63,9324 \approx 63,93.$$

Диаметр второй виньетирующей диафрагмы

$$y_{s2} = h_{1n} - a_{s2}\alpha_{2n} = -12,3685 \approx -12,37; D_{s2} = 2|y_{s2}| = 24,74.$$

Правильность вычислений проверим по формуле для нижнего луча $y_{s2} = y_{1n} - a_{s2}\beta_{2n} = -12,3685 \approx -12,37$, где $y_{1n} = 1,61$.

Таким образом, для виньетирующих диафрагм: $D_{s1} = 36,36$; $a_{s1} = -9,13$; $D_{s2} = 24,74$; $a_{s2} = 63,93$.

В рассматриваемой системе можно не устанавливать виньетирующие диафрагмы. Их роль могут выполнять оправы первого и второго компонентов. В таком случае $D_{s1} = D_{1ca} = 36,36$; $a_{s1} = 0$, и так как $y_{2n} > h_{2n}$, то $D_{s2} = D_{2ca} = 26,78$; $a_{s1} = d$. Коэффициент линейного виньетирования составит

$$k_\omega = [D/4 + (h_1 - y_{1n})]/(D/2) = 0,5885 \approx 0,59.$$

Задача 5.8. Определить положение и диаметры зрачков в симметричной системе, если $-f_1 = f'_1 = -f_2 = f'_2 = 120,0$ мм; $d = 50$ мм; $a_{\text{Ад}} = d/2 = 25$; $D_{\text{Ад}} = 20,0$ мм; $2\omega = 30^\circ$. Доказать, что в такой системе центры зрачков совпадают с главными точками системы.

Решение. Положение зрачков определим по формуле Гаусса. Для первого компонента:

$$a'_{R1} = a_{\text{Ад}} = d/2 = 25; f'_1 = 120,0;$$

$$a_P = a_{R1} = a'_{R1}f'_1 / (f'_1 - a'_{R1}) = 31,5789 \approx 31,58;$$

$$\beta_{R1} = a'_{R1}/a_{R1} = a_{\text{Ад}}/a_{R1} = 0,79167;$$

$$D = D'/\beta_{R1} = D_{\text{Ад}}/\beta_{R1} = 25,2630 \approx 25,26.$$

Для второго компонента:

$$a_{P2} = a'_{R1} - d = a_{\text{Ад}} - d = -15,0; f'_2 = 120,0;$$

$$a'_{P2} = a'_{R2} = a_{P2}f'_2 / (f'_2 + a_{P2}) = -31,5789 \approx -31,58;$$

$$\beta_{P2} = a'_{R2}/a_{P2} = 1,26316; D' = \beta_{P2}D_{\text{Ад}} = 25,2632 \approx 25,26.$$

В результате для симметричной системы:

$$a_p = 31,58; a'_p = -31,58; D = 25,26; D' = 25,26.$$

Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = \beta_{p1}\beta_{p2} = D'/D = 1,0$.

Известно, что линейное увеличение равно единице также в главных плоскостях и главных точках идеальной системы. Следовательно, можно утверждать, что главные плоскости симметричной системы совпадают с плоскостями зрачков и главные точки совпадают с осевыми точками зрачков. Чтобы подтвердить сказанное выше, определим фокусные расстояния системы и координаты a_H и a'_H .

Оптическая сила системы равна

$$\Phi = 1/f' = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = 0,0131944;$$

фокусные расстояния $-f = f' = 1/\Phi = 75,7897 \approx 75,79$. Далее вычислим

$$a_F = f(1 - d\Phi_2) = -44,21; a'_F = f'(1 - d\Phi_1) = 44,21;$$

$$a_H = a_F - f = 31,58; a'_H = a'_F - f' = -31,58.$$

Сопоставляя результаты вычислений, получим $a_p = a_H$; $a'_p = a'_H$. Это значит, что главные точки совпадают с осевыми точками зрачков.

Задача 5.9. Определить положение и диаметр зрачков в телеобъективе, если

$$\begin{array}{ll} f'_1 = 224,37 & d_{02} = 15,0 \\ f'_2 = -350,51 & d_{04} = 310,0 \\ f'_3 = -294,33 & d_{06} = 26,0 \\ f'_4 = 543,56 & \\ d_{01} = d_{03} = d_{05} = 0 \end{array}$$

Апертурная диафрагма диаметром 98,7 мм расположена позади второй тонкой линзы на расстоянии 166,1 мм. Определить диаметр полевой диафрагмы, а также положение и диаметры виньетирующих диафрагм, учитывая, что $2\omega = 24^\circ 00'$; $k_w = 0,5$, а предмет находится в бесконечности (рис. 5.6).

Решение. Определим положение и диаметр входного зрачка системы. Для этого повернем первую часть системы — первый компонент совместно с апертурной диафрагмой на 180° . В этом случае исходными данными для расчета хода второго парахсимального луча являются:

$$\begin{array}{lll} \bar{f}'_1 = -350,51 & \bar{d}_{02} = 15,0 & \bar{a}_p = -166,1 \\ \bar{f}'_2 = 224,37 & & \end{array}$$

Если $\beta_1 = 1,0$, то $y_1 = \beta_1 \bar{a}_p = -166,1$. В результате выполненных расчетов по известным формулам

$$\beta_{v+1} = \beta_v + y_v \Phi_v; y_{v+1} = y_v - d_v \beta_{v+1}$$

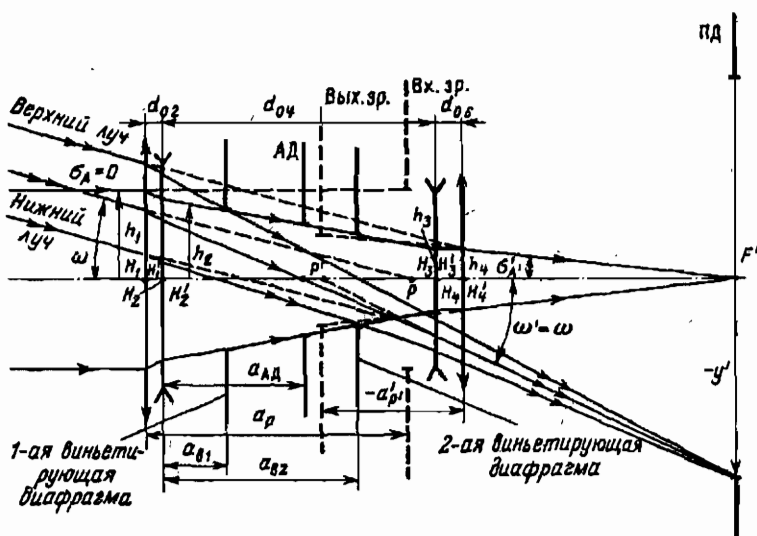


Рис. 5.6. Расположение зрачков и виньетирующих диафрагм в телескопическом объективе

получено: расстояние от первой тонкой линзы до плоскости входного зрачка $a_p = 296,3667 \approx 296,37$ мм; диаметр входного зрачка $D = 155,4205 = 155,42$ мм.

Для определения положения и диаметра полевой диафрагмы системы, а также положения и диаметра выходного зрачка необходимо рассчитать ход апертурного и главного лучей. Расчет хода лучей, выполненный по формулам

$$\alpha_{v+1} = \alpha_v + h_v \Phi_v; \quad h_{v+1} = h_v - d_v \alpha_{v+1},$$

дал следующие результаты:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \tan \sigma_A = 0 & h_1 &= D/2 = 77,71 \\ \alpha_2 &= 0,346348 & h_2 &= 72,5148 \\ \alpha_3 &= 0,139464 & h_3 &= 29,2810 \\ \alpha_4 &= 0,039980 & h_4 &= 28,2415 \\ \alpha_5 &= 0,091937 \end{aligned}$$

Расстояние от четвертой тонкой линзы до заднего фокуса

$$a'_{F'} = h_4 / \alpha_5 = 307,1832 \approx 307,18.$$

Заднее фокусное расстояние системы $f' = h_1 / \alpha_5 = 845,253 \approx 845,25$. Расстояние от последней тонкой линзы системы до задней главной точки $a'_{H'} = a'_{F'} - f' = -538,07$. Относительное отверстие системы $D/f' = 1:5,4$. Длина объектива $L = d_{02} + d_{04} + d_{06} + a'_{F'} = 658,18$.

Коэффициент укорочения объектива $T = f'/L = 1,28$. Величина изображения и диаметр полевой диафрагмы:

$$y' = -f' \operatorname{tg} \omega = -845,253 \operatorname{tg} 12^\circ = -179,664;$$

$$D_{\text{пд}} = 2 |y'| = 359,33.$$

Из расчета хода главного луча:

$$\beta_1 = \operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} 12^\circ = 0,212557 \quad y_1 = \beta_1 a_p = 62,9955$$

$$\beta_2 = 0,493 \ 323 \quad y_2 = 55,5956$$

$$\beta_3 = 0,334 \ 710 \quad y_3 = -48,1645$$

$$\beta_4 = 0,498 \ 351 \quad y_4 = -61,1216$$

$$\beta_5 = 0,385 \ 904$$

$$a'_p = y_4/\beta_5 = -158,386; \quad \beta_p = \beta_1/\beta_5 = 0,550 \ 802;$$

$$D' = \beta_p D = 85,61; \quad \operatorname{tg} \omega' = \beta_5 = 0,385 \ 904;$$

$$\omega' = 21,1018^\circ; \quad 2\omega' = 42,2036^\circ = 42^\circ 12' 13''.$$

Проверим правильность расчета хода апертурного и главного лучей. Апертурный луч должен пройти через край апертурной диафрагмы и после выхода из системы его продолжение должно пройти через край выходного зрачка. Высота падения луча в плоскости апертурной диафрагмы

$$h_{\text{ад}} = h_2 - a_{\text{ад}} \alpha_3 = 49,3498$$

и диаметр апертурной диафрагмы

$$D_{\text{ад}} = 2h_{\text{ад}} = 98,6997 = 98,70.$$

Диаметр выходного зрачка

$$D'/2 = (a'_F - a'_p) \alpha_5 = 42,8027 = 42,80; \quad D' = 85,60.$$

Величина изображения по результатам расчета хода главного луча равна $y' = y_4 - a'_F \beta_5 = 179,664$. Величины D , D' и $D_{\text{пд}} = 359,33$ совпадают с найденными ранее.

Для определения положения и диаметров виньетирующих диафрагм необходимо знать световые диаметры линз компонентов. Расчет хода верхнего и нижнего лучей (при $k_\omega = 0,5$) дал следующие результаты. Для верхнего луча:

$$\beta_1 = \operatorname{tg} \omega = 0,212 \ 557 \quad y_1 = 101,851$$

$$\beta_2 = 0,666 \ 497 \quad y_2 = 91,8530$$

$$\beta_3 = 0,404 \ 442 \quad y_3 = -33,5240$$

$$\beta_4 = 0,518 \ 341 \quad y_4 = -47,0008$$

$$\beta_5 = 0,431 \ 872$$

Для нижнего луча:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \operatorname{tg} \omega = 0,212\,557 & y_1 &= 24,1404 \\ \beta_2 &= 0,320\,149 & y_2 &= 19,3383 \\ \beta_3 &= 0,264\,978 & y_3 &= -62,8049 \\ \beta_4 &= 0,478\,360 & y_4 &= -75,2423 \\ \beta_5 &= 0,339\,935\end{aligned}$$

Проверим правильность вычисления β и y . Величина изображения должна быть равной 179,6636. Из расчета хода верхнего луча $y' = y_4 - \alpha'_F \beta_5 = -179,6632$; из расчета хода нижнего луча $y' = y_4 - \alpha'_F \beta_5 = -179,6635$.

Сопоставляя высоты падения лучей, видим, что световые диаметры первой и второй тонких линз, равные 203,70 и 183,70 мм, определяются ходом верхнего луча, а световые диаметры третьей и четвертой линз, равные 125,6 и 150,48 мм, — ходом нижнего луча. Первая виньетирующая диафрагма должна быть установлена после первого компонента на пересечении верхнего и апертурного лучей на расстоянии

$$a_{s1} = (h_2 - y_2)_n / (\alpha_3 - \beta_3)_n = 72,9804 \approx 72,98;$$

диаметр диафрагмы

$$D_{s1} = 2 |(h_2 - a_{s1} \alpha_3)| = 124,6734 \approx 124,67.$$

Вторая виньетирующая диафрагма устанавливается на пересечении нижнего апертурного луча и нижнего луча наклонного пучка на расстоянии

$$a_{s2} = (h_2 - y_2)_n / (\alpha_3 - \beta_3)_n = 227,1107 \approx 227,11;$$

диаметр этой диафрагмы

$$D_{s2} = 2 |(h_2 - a_{s2} \alpha_3)_n| = 81,6823 \approx 81,68.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}a_F &= 296,37 & D &= 155,42 \\ a'_F &= -158,39 & D' &= 85,61 \\ a_{s1} &= 72,98 & D_{s1} &= 124,67 \\ a_{s2} &= 227,11 & D_{s2} &= 81,68\end{aligned}$$

Определим глубину изображаемого пространства и глубину резкости в плоскости изображения. Расстояния от входного зрачка до переднего p_1 и заднего p_2 планов определяются по формулам

$$p_1 = pD/(D + 2\Delta y); \quad p_2 = pD/(D - 2\Delta y),$$

где p — расстояние от входного зрачка до плоскости наведения; $2\Delta y$ — диаметр кружка рассеяния в плоскости наведения. Угловая

величина кружка рассеяния в пространстве предметов $\Psi = -2\Delta y/p$, отсюда $2\Delta y = -p\Psi$ и

$$p_1 = pD/(D - p\Psi); \quad p_2 = pD/(D + p\Psi).$$

Если плоскость наведения находится в бесконечности, а угловая величина кружка рассеяния $\Psi = 1'$, то расстояние до переднего плана $p_1 = D/(D/p - \Psi) = -D/\Psi = -534$ м. Отсюда следует, что все предметы на расстоянии более 534 м будут изображаться резко.

Глубина резкости в пространстве изображений определяется по формуле $\Delta' = 2p'(2\Delta y)/D'$.

Если изображение рассматривается глазом, то диаметр кружка рассеяния будет равен $2\Delta y' = 0,073$, тогда

$$\Delta' = 0,146 p'/D' = 0,146 (a_f - a'_f)/D' = 0,796 \approx 0,8.$$

Задача 5.10. Предмет $y = 100,0$ мм расположен на расстоянии $s = -450$ мм от вогнутого зеркала с $r = -200$ мм.

Определить y' , s' , β , $D_{\text{пл}}$, а также a'_p и D' , если апертурная диафрагма расположена впереди зеркала на расстоянии 70 мм и $D_{\text{ад}} = 50$ мм (рис. 5.7).

Решение. Фокусное расстояние сферического зеркала $f' = r/2 = -100,0$. Расстояние от вершины зеркала до изображения в соответствии с формулой Гаусса равно $s' = sf'/(s - f') = -128,57$. Линейное увеличение $\beta = -s'/s = -0,2857$; величина изображения $y' = \beta y = -28,57$.

Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пл}} = |2y'| = 57,14$.

Апертурная диафрагма, расположенная в пространстве предметов, является входным зрачком, поэтому $s_p = s_{\text{ад}} = -70,0$; $D = D_{\text{ад}} = 50,0$. Расстояние от вершины зеркала до плоскости выходного зрачка равно

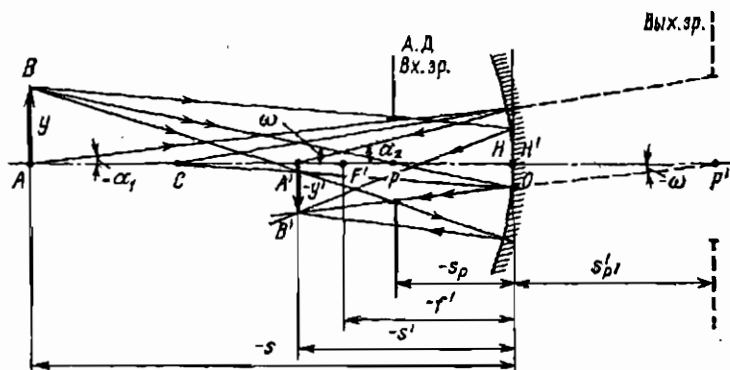


Рис. 5.7. Ход первого и второго параксиальных лучей и положение зрачков в вогнутом зеркале

$s'_p = s_p f' / (s_p - f') = 233,33$. Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = D'/D = -s'_p/s_p = 3,33$; диаметр выходного зрачка $D' = \beta_p D = 166,65$. Выходной зрачок мнимый и расположен за зеркалом.

Задача 5.11. Оптическая система состоит из двух сферических зеркал в воздухе $r_1 = -250$ мм; $r_2 = -200$ мм. Расстояние между зеркалами $d = -75$ мм.

Определить f' , s'_F , s'_H , а также положение и диаметр выходного зрачка, если $a_{\text{Ад}} = -100$ мм; $D_{\text{Ад}} = 50$ мм; $2\omega = 10^\circ$ (рис. 5.8).

Решение. Фокусные расстояния зеркал: $f'_1 = r_1/2 = -125$ мм; $f'_2 = r_2/2 = -100$ мм. Для определения f' и s'_F рассчитаем ход апертурного луча, принимая $\alpha_1 = \tan \sigma_A = 0$; $h_1 = D_{\text{Ад}}/2 = D/2 = 25,0$. Тогда, так как $n_2 \alpha_2 = n_1 \alpha_1 + h_1 \Phi_1 = n_1 \alpha_1 + (h_1 n_2)/f'_1$, где $n_1 = 1$, $n_2 = -1$, то получим для α_2 :

$$\alpha_2 = -\alpha_1 + h_1/f'_1 = -0,2; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 10,0;$$

по аналогии с α_2 для α_3 запишем:

$$\alpha_3 = -\alpha_2 + h_2/f'_2 = 0,1.$$

Задний фокальный отрезок $s'_F = h_2/\alpha_3 = 100,0$; заднее фокусное расстояние $f' = h_1/\alpha_3 = 250,0$.

Для определения положения и диаметра выходного зрачка рассчитаем ход главного луча. Примем $\beta_1 = \tan \omega = \tan 5^\circ = 0,087489$, тогда

$$y_1 = \beta_1 s_p = -8,7489; \quad \beta_2 = -\beta_1 + y_1/f'_1 = -0,017498;$$

$$y_2 = y_1 - d\beta_2 = -10,0612; \quad \beta_3 = -\beta_2 + y_2/f'_2 = 0,11811.$$

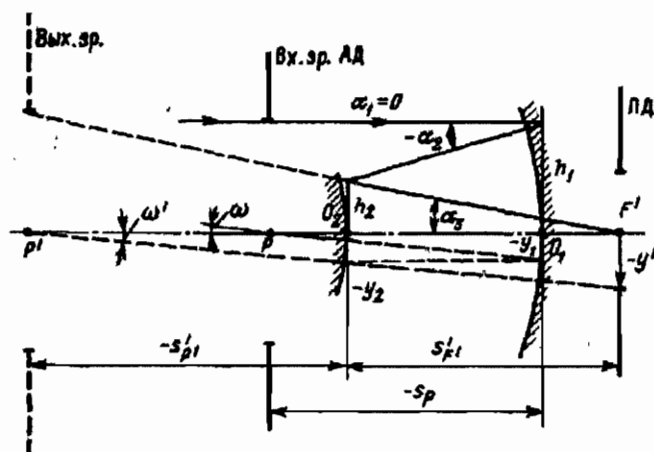


Рис. 5.8. Расположение зрачков в оптической системе из двух сферических зеркал

Расстояние от второго зеркала до плоскости выходного зрачка $s'_p = y_2/\beta_3 = -85,185$. Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = \beta_1/\beta_3 = 0,740\,742$. Диаметр выходного зрачка $D' = \beta_p D = 37,037$. Величина изображения $y' = y_2 - s'_p \beta_3 = 21,8722$. Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пл}} = 43,74$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 5.12. Позади лупы с фокусным расстоянием $f' = 50$ мм на расстоянии $a' = 25$ мм расположен глаз наблюдателя, диаметр зрачка которого равен 3 мм. Определить положение и диаметры зрачков.

Ответ: $a_p = 50$ мм, $a'_p = 25$ мм, $D = 6$ мм, $D' = 3$ мм.

Задача 5.13. Перед тонкой линзой на расстоянии 60 мм установлена диафрагма диаметром 20 мм. Диаметр оправы линзы 22 мм, фокусное расстояние линзы $f' = 100$ мм. В задней фокальной плоскости линзы установлена полевая диафрагма диаметром $D_{\text{пл}} = 10$ мм. Найти угловое поле линзы в пространстве предметов, если предметная плоскость расположена в бесконечности. Определить коэффициент виньетирования наклонного пучка для края поля. Виньетирование несимметрично относительно главного луча.

Ответ: $2\omega = 5^\circ 40'$; $k_\omega = 0,9$.

Задача 5.14. Тонкий компонент с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм используется в качестве объектива зрительной трубы. Предметная плоскость находится в бесконечности. Перед объективом на расстоянии 20 мм расположена апертурная диафрагма диаметром 15 мм. Определить диаметр выходного зрачка и его расстояние от объектива. Найти световой диаметр объектива для углового поля $2\omega = 12^\circ$ при отсутствии виньетирования.

Ответ: $D' = 18,8$ мм, $a'_p = -25$ мм, $D_{\text{св}} = 19$ мм.

Задача 5.15. Телеобъектив состоит из двух тонких компонентов, расположенных на расстоянии $d = 120$ мм друг от друга. Фокусное расстояние первого компонента $f'_1 = 200$ мм, второго — $f'_2 = -100$ мм. Посередине между компонентами установлена апертурная диафрагма диаметром 70 мм. Определить положение входного зрачка телеобъектива относительно первого компонента и выходного зрачка — относительно второго компонента. Найти относительное отверстие телеобъектива и линейное увеличение в зрачках.

Ответ: $a_p = 86$ мм, $a'_p = -37,5$ мм, $D/f' = 1:10$, $\beta_p = 0,437$.

Задача 5.16. Позади объектива отсчетного микроскопа с $f' = 20$ мм в его задней фокальной плоскости установлена апертурная диафрагма диаметром 7,5 мм, $z_{\text{оо}}' = 160$ мм. Определить положение зрачков, положение предмета величиной $y = 2$ мм, положение и диаметр полевой диафрагмы.

Ответ: $a_p = -\infty$; $a'_p = f' = 20$ мм; $a = -22,5$ мм; $a' = a_{\text{пд}} = 180$ мм; $D_{\text{пд}} = 32$ мм.

Задача 5.17. Дана оптическая система объектива типа триплет, фокусные расстояния тонких линз которого $f'_1 = 36,59$ мм, $f'_2 = -21,57$ мм, $f'_3 = 33,45$ мм. Расстояния между линзами $d_1 = 6,4$ мм, $d_2 = 7,6$ мм. Определить положение и диаметры зрачков, если апертурная диафрагма расположена после второй линзы на расстоянии $a_{\text{Ад}} = 5,4$ мм, $D_{\text{Ад}} = 21$ мм.

Ответ: $a_p = 12,24$ мм; $D = 19,17$ мм; $a'_p = -2,35$ мм; $D' = 22,48$ мм.

Задача 5.18. Обратный (реверсивный) телеобъектив состоит из двух компонентов, расположенных на расстоянии $d = 100$ мм друг от друга. Первый компонент отрицательный и имеет фокусное расстояние $f'_1 = -50$ мм; второй компонент положительный и имеет фокусное расстояние $f'_2 = 50$ мм. Апертурной диафрагмой является оправа второго компонента. Найти диаметр этой оправы, если относительное отверстие объектива $D/f' = 1:2$.

Ответ: $D_2 = D' = 62,5$ мм.

Задача 5.19. В задней фокальной плоскости объектива следящей системы установлена полевая диафрагма диаметром $D_{\text{пд}} = 2$ мм. Диаметр входного зрачка объектива $D = 80$ мм. Найти угловое поле объектива в пространстве предметов, если относительное отверстие объектива имеет предельное значение, соответствующее выполнению условия синусов ($D/f' \leq 1:0,5$). Предметная плоскость расположена в бесконечности.

Ответ: $2\omega = 2^\circ 50'$.

Задача 5.20. Дана оптическая система, состоящая из двух линз, причем

$r_1 = -32,57$	$d_1 = 6,0$	n_g	марка стекла
$r_2 = -15,77$	$d_2 = 0,6$	1,61519	TK16
$r_3 = 43,95$	$d_3 = 5,8$	1,61519	TK16
$r_4 = -43,95$			

Конструктивные параметры r и d указаны в миллиметрах. Система расположена в воздухе.

Определить положение и диаметр выходного зрачка, диаметр полевой диафрагмы, если $s_{\text{Ад}} = -15$ мм, $D_{\text{Ад}} = 4,6$ мм, $2\omega = 10^\circ$.

Ответ: $s'_p = 340,45$ мм; $D' = 74,91$ мм; $f' = 19,79$ мм; $D_{\text{пд}} = 3,46$ мм.

Задача 5.21. В панкратическом объективе «Метеор-4» фокусное расстояние изменяется от $f'_{\text{мин}} = 9$ мм до $f'_{\text{макс}} = 36$ мм. Определить минимальное и максимальное угловое поле в пространстве предметов, соответствующее диагонали кадра для пленки «Супер», имеющей формат $5,69 \times 4,12$ мм. Предметная плоскость расположена в бесконечности.

Ответ: $2\omega_{\max} = 42^\circ 40'$, $2\omega_{\min} = 11^\circ 10'$.

Задача 5.22. Объектив типа дублета Петцваля состоит из тонких компонентов, расстояние между которыми $d = 100$ мм. Фокусное расстояние первого компонента $f_1' = 150$ мм, второго — $f_2' = 120$ мм. Между компонентами объектива на расстоянии 60 мм от первого компонента установлена апертурная диафрагма. Найти угловое поле объектива в пространстве предметов и в пространстве изображений, если полевая диафрагма диаметром $D_{\text{пд}} = 20$ мм установлена в задней фокальной плоскости.

Ответ: $2\omega = 10^\circ 50'$; $2\omega' = 12^\circ$.

Задача 5.23. В двухзеркальном объективе типа Кассегрена апертурной диафрагмой является оправа второго зеркала, имеющего радиус кривизны $r_2 = -200$ мм. Первое зеркало имеет радиус кривизны $r_1 = -400$ мм. Расстояние между вершинами зеркал $d = -120$ мм. Найти относительное отверстие объектива и расстояние от вершины первого зеркала до входного зрачка. Диаметр апертурной диафрагмы $D_{\text{ад}} = 40$ мм.

Ответ: $D/f' = 1:10$; $s_p = 300$ мм.

Задача 5.24. Объектив типа дублета Петцваля состоит из двух тонких компонентов, расположенных на расстоянии $d = 80$ мм друг от друга. Фокусное расстояние первого компонента $f_1' = 120$ мм, второго — $f_2' = 100$ мм. Апертурной диафрагмой объектива является оправа первого компонента. Найти диаметр этой оправы, если относительное отверстие объектива $D/f' = 1:2$. Определить диаметр второго компонента, если коэффициент виньетирования наклонного пучка для края поля должен быть $k_\omega = 0,8$. Виньетирование несимметрично относительно главного луча. Угловое поле объектива в пространстве предметов $2\omega = 15^\circ$.

Ответ: $D_{\text{ад}} = D = 44$ мм; $D_{\text{св2}} = 29,88$ мм.

ГЛАВА 6. ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКИЕ СРЕДЫ

Основные формулы для решения задач

Для оценки оптической системы как передатчика энергии излучения или световой энергии и ее действия на приемники излучения, к которым относятся фотоэлектрические устройства, тепловые и фотохимические приемники, а также глаз, используются энергетические или световые величины. Эти величины и единицы их измерения приведены в табл. 6.1.

При различных фотометрических расчетах применяют следующие основные формулы:

1. Для энергетических расчетов

Энергетическая освещенность от точечного источника

$$E_e = I_e \cos \varepsilon / r^2,$$

где r — расстояние от источника до облучаемой поверхности, м;
 ε — угол падения лучей на поверхность.

Таблица 6.1. Энергетические и световые величины

Энергетические величины			Световые величины		
Название величины	Аналитическая зависимость	Единица измерения	Название величины	Аналитическая зависимость	Единица измерения
Поток излучения	Φ_e	ватт [Вт]	Световой поток	$\Phi_v = I_v \cdot \Omega$	люмен [лм]
Энергетическая светимость	$M_e = \frac{\Phi_e}{A_1}$	[Вт·м ⁻²]	Светимость	$M_v = \frac{\Phi_v}{A_1}$	[лм·м ⁻²]
Энергетическая освещенность	$E_e = \frac{\Phi_e}{A_2}$	[Вт·м ⁻²]	Освещенность	$E_v = \frac{\Phi_v}{A_2}$	люкс [лк]
Сила излучения	$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}$	ватт на стерадиан [Вт·ср ⁻¹]	Сила света	I_v	кандела [кд]
Энергетическая яркость	$L_e = \frac{I_e}{A_1 \cos \varepsilon}$	[Вт·ср ⁻¹ ·м ⁻²]	Яркость	$L_v = \frac{I_v}{A_1 \cos \varepsilon}$	[кд·м ⁻²]

Примечание: A_1 — площадь первичного источника; A_2 — площадь вторичного источника или облучаемой (освещаемой) поверхности; Ω — телесный угол, в котором распространяется излучение; ε — угол между нормалью к поверхности и направлением распространения излучения.

Энергетическая освещенность от источника, имеющего форму круглого диска или сферы

$$E_e = \pi L_e \sin^2 \omega,$$

где 2ω — угловой размер источника из точки, в которой определяется энергетическая освещенность.

Энергетическая яркость вторичного источника

$$L_e = \rho E_e / \pi,$$

где ρ — коэффициент диффузного отражения вторичного источника.

Энергетическая светимость абсолютно черного тела (закон Стефана-Больцмана)

$$M_e^0 = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,66971 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ — постоянная Стефана-Больцмана; T — температура по абсолютной шкале, К.

Энергетическая светимость любых тепловых излучателей

$$M_e = \epsilon M_e^0 = \epsilon \sigma T^4,$$

где ϵ — коэффициент теплового излучения реального тела.

Закон Голицына-Вина (закон смещения)

$$\lambda_{\max} = b/T \quad \text{или} \quad \lambda_{\max} T = b,$$

где $\lambda_{\max}$ — длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела, мкм; $b \cong 2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}$; T — температура по абсолютной шкале, К.

На практике закон Голицына-Вина чаще используют в виде

$$\lambda_{\max} = 3000/T \quad (\text{мкм}).$$

Спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела (закон Планка)

$$M_{e,\lambda} = M_e(\lambda, T) = C_1 \lambda^{-5} [\exp(C_2/\lambda T) - 1]^{-1},$$

где $C_1 = 3,7415 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$; $C_2 = 1,43879 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$.

При $\lambda T < 3000 \text{ мкм} \cdot \text{К}$ для практических вычислений последнюю формулу можно представить в виде

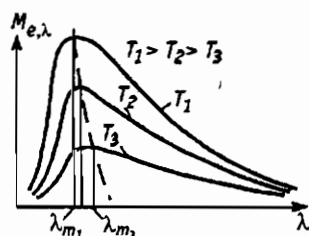
$$M_{e,\lambda} = C_1 \lambda^{-5} \exp(-C_2/\lambda T).$$

Спектральная плотность энергетической светимости реального тела

$$M_{e,\lambda}(\lambda) = \epsilon(\lambda) M_{e,\lambda}^0(\lambda),$$

где $\epsilon(\lambda)$ — спектральный коэффициент теплового излучения реального тела; $M_{e,\lambda}^0(\lambda)$ — спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела для произвольной длины волны λ .

Рис. 6.1. Излучение черного тела в зависимости от длины волны, температуры (штриховая линия — смещение λ_{max})



Формулу Планка можно представить графически в виде так называемых кривых Планка (рис. 6.1). Для упрощения расчетов, связанных с использованием кривых Планка, удобно использовать единую изотермическую кривую, получающуюся заменой в формуле Планка переменных λ , $M_{e,\lambda}^0$ новыми переменными:

$$x = \lambda / \lambda_{\text{max}}, \quad y = M_{e,\lambda}^0 / M_{e,\lambda_{\text{max}}}^0.$$

При этом формула Планка принимает вид

$$y = 142,32 x^{-5} [\exp(4,9651/x) - 1]^{-1}.$$

Единая изотермическая кривая представлена на рис. 6.2. Чтобы от нее перейти к кривой Планка для данной температуры T , необходимо: 1) определить $\lambda_{\text{max}} = 2898/T$ (мкм); 2) определить

$$M_{e,\lambda_{\text{max}}}^0 = 1,2864 \cdot 10^{-11} \cdot T^5 \quad (\text{Вт} \cdot \text{см}^{-3});$$

3) для выбранных значений λ определить $x = \lambda / \lambda_{\text{max}}$; 4) по единой изотермической кривой найти y ; 5) определить соответствующие каждому значению λ значения $M_{e,\lambda}^0(\lambda) = M_{e,\lambda_{\text{max}}}^0 \cdot y$.

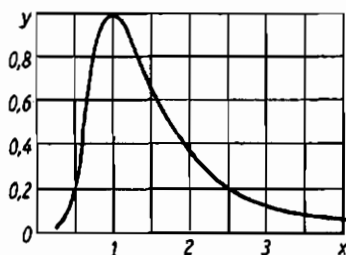


Рис. 6.2. Единая изотермическая кривая

При определении эффективности работы ОЭП по величине наблюдаемого контраста между исследуемым объектом и фоном следует определять также длину волны λ_c , при которой скорость изменения функции Планка при изменениях температуры максимальна

$$\lambda_c = 2411/T \quad (\text{мкм}).$$

В большинстве практических задач следует учитывать пропускание среды и спектральные коэффициенты излучения объекта и фона.

Для практических расчетов интересно знать температуру, при которой наиболее эффективно используется мощность излучателя

$$\lambda_{\text{эф}} \cdot T_{\text{эф}} = 3625 \quad (\text{мкм} \cdot \text{К}),$$

т. е. для данной длины волны $\lambda_{\text{эф}}$ существует определенная температура $T_{\text{эф}}$, обеспечивающая наибольшее отношение $M_e(\lambda_{\text{эф}}, T_{\text{эф}})$ к M_e .

II. Для светотехнических расчетов

Для световых величин сохраняются те же формулы, что и для энергетических. Переход от энергетических величин к световым и наоборот выполняется через световую эффективность излучения K

$$K = \frac{\Phi_v}{\Phi_e} = \frac{K_m \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda) \Phi_{e,\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{e,\lambda}(\lambda) d\lambda},$$

где Φ_v — световой поток сложного излучения

$$\Phi_v = K_m \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda) \Phi_{e,\lambda}(\lambda) d\lambda,$$

K_m — коэффициент, характеризующий максимальное значение спектральной световой эффективности; ($K_m = 680 \text{ лм} \cdot \text{Вт}^{-1}$ для $\lambda = 555 \text{ нм}$); $V(\lambda) = K_\lambda / K_m$ — относительная спектральная световая эффективность; $\Phi_{e,\lambda}(\lambda) d\lambda$ — поток излучения в спектральном интервале $\lambda, \lambda + d\lambda$; $K_\lambda = \Phi_{v,\lambda} / \Phi_{e,\lambda}$ — спектральная световая эффективность.

Световой поток монохроматического излучения с длиной волны λ

$$\Phi_{v,\lambda} = K_m \Phi_{e,\lambda} V(\lambda).$$

При $\lambda = 555 \text{ нм}$ $K_m \approx 680 \text{ лм/Вт}$ и

$$\Phi_{v,\lambda} = 680 \Phi_{e,\lambda} V(\lambda).$$

Световой поток, испускаемый изотропным источником света в пределах телесного угла, в вершине которого находится источник,

$$\Phi_v = I_v \cdot \Omega,$$

где I_v — сила света; $\Omega = A/r^2$ — телесный угол; A — площадь поверхности, заключенной внутри конуса угла с вершиной в центре сферы; r — радиус этой сферы (расстояние от источника до освещаемой поверхности).

Если световой поток ограничен боковой поверхностью кругового конуса, то телесный угол конуса можно определить по формуле

$$\Omega = \int_0^{\sigma_A} 2\pi \sin \sigma d\sigma = 2\pi (1 - \cos \sigma_A) = 4\pi \sin^2 (\sigma_A/2) \approx \pi \sin^2 \sigma_A,$$

где σ_A — плоский угол, соответствующий телесному углу Ω .

Полный световой поток от точечного источника

$$\Phi_{\nu \text{ пол}} = 4\pi I_{\nu}.$$

Световая отдача

$$\eta_{\text{св}} = \Phi_{\nu} / P,$$

где Φ_{ν} — световой поток, лм; P — мощность, потребляемая источником света, Вт.

Коэффициент полезного действия источника — отношение мощности светового излучения для длины волны $\lambda = 555$ нм к мощности, потребляемой источником света,

$$\eta = \Phi_{\nu} / (680 \cdot P).$$

Сила света при равномерном распределении светового потока внутри телесного угла

$$I_{\nu} = \Phi_{\nu} / \Omega.$$

Для светящейся точки

$$I_{\nu} = \Phi_{\nu} / (4\pi).$$

Освещенность при равномерном распределении светового потока

$$E_{\nu} = \Phi_{\nu} / A_2,$$

где A_2 — площадь освещаемого участка поверхности.

Освещенность, создаваемая изотропным точечным источником света, расположенным на расстоянии r от площадки,

$$E_{\nu} = \frac{\Phi_{\nu} \cos \varepsilon}{A_2} = \frac{\Phi_{\nu} \cos \varepsilon}{\Omega r^2} = \frac{I_{\nu} \cdot \cos \varepsilon}{r^2},$$

где ε — угол падения лучей.

При вычислении освещенности источник можно принимать за бесконечно тонкий, если расстояние r от источника до освещаемой поверхности значительно превышает наибольший размер a источника, видимого с этой поверхности. Если отношение $(r/a) > 10$, то ошибка при вычислении освещенности по приведенной выше формуле меньше 1%.

Светимость поверхности равномерного источника конечных размеров

$$M_{\nu} = \Phi_{\nu} / A_1,$$

где A_1 — площадь светящейся поверхности.

Яркость светящейся поверхности для постоянного потока излучения и силы света

$$L_v = \Phi_v / (\Omega A \cos \epsilon) = I_v / (A_1 \cos \epsilon) = E_v / (\Omega \cos \epsilon),$$

где ϵ — угол между рассматриваемым направлением и нормалью к поверхности.

Коэффициенты отражения ρ , поглощения α и пропускания τ оптической системы:

а) коэффициент отражения (формула Френеля)

$$\rho = \Phi_p / \Phi = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\epsilon - \epsilon')}{\sin^2(\epsilon + \epsilon')} + \frac{\text{tg}^2(\epsilon - \epsilon')}{\text{tg}^2(\epsilon + \epsilon')} \right],$$

где ϵ и ϵ' — углы падения и преломления. Для малых углов падения (до 30°) с достаточной точностью можно вычислить значение ρ по упрощенной формуле

$$\rho = (n' - n)^2 / (n' + n)^2,$$

где n и n' — показатели преломления сред до и после преломления;

б) коэффициент поглощения $\alpha = \Phi_a / \Phi$;

в) коэффициент пропускания $\tau = \Phi_t / \Phi$.

Все три коэффициента связаны равенством

$$\rho + \alpha + \tau = 1.$$

Коэффициент пропускания среды толщиной l (в сантиметрах) при учете потерь только на поглощение

$$\tau_a = (1 - \alpha)^l.$$

Приближенная формула для упрощения вычисления коэффициента пропускания оптической системы

$$\tau = 0,96^k \cdot 0,95^f \cdot 0,98^{m_1} \cdot 0,99^{m_2} \cdot 0,995^{m_3} \cdot 0,99^d \cdot 0,94^{s_1} \cdot 0,85^{s_2} \cdot 0,98^{s_3},$$

где k — число непросветленных поверхностей «воздух-крон»; f — число непросветленных поверхностей «воздух-флинт»; m_1 — число однослойно просветленных поверхностей; m_2 — число двухслойно просветленных поверхностей; m_3 — число трехслойных и более просветленных поверхностей; $l = d$ — суммарная длина хода осевого луча в стекле оптических деталей, см; s_1 — число серебряных отражающих покрытий; s_2 — число алюминированных отражающих покрытий; s_3 — число серебряных или алюминированных просветленных отражающих покрытий.

Поверхности склеса и отражающие поверхности призм с полным внутренним отражением при этом расчете не учитывают.

Рис. 6.3. Распределение силы света, подчиняющееся закону Ламберта

Если в системе есть светофильтр, то приближенное значение его коэффициента пропускания определяют через его кратность K :

$$\tau_{\text{св}} = 1/K.$$

Закон Ламберта

$$I = I_{\text{max}} \cos \epsilon,$$

где I_{max} — сила света в направлении нормали к поверхности; ϵ — угол между рассматриваемым направлением и нормалью.

Согласно этому закону плоская поверхность, имеющая одинаковую яркость по всем направлениям, излучает свет, сила которого изменяется по закону косинуса. В этом случае кривая распределения силы света имеет вид окружности (рис. 6.3). Поверхности, подчиняющиеся закону Ламберта, называются диффузно рассеивающими или диффузно пропускающими, а источники света — равнояркими излучателями.

Для диффузно отражающей поверхности освещенность E_v и светимость M_v определяют по формулам

$$E_v = \Phi_v / A_2, \quad M_v = \rho E_v.$$

Яркость диффузно пропускающей и диффузно отражающей поверхностей, подчиняющихся закону Ламберта

$$L_v = \tau E_v / \pi, \quad L_v = \rho E_v / \pi.$$

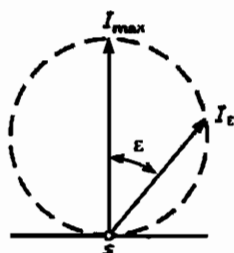
Освещенность в плоскости изображения, даваемого оптической системой, от источника света яркостью L_v , расположенного на оптической оси,

$$E'_v = \pi \tau_{\text{ос}} L_v \sin^2 \sigma'_A.$$

где $\tau_{\text{ос}}$ — коэффициент пропускания оптических сред, расположенных между предметом и его изображением; σ'_A — апертурный угол в пространстве изображений,

$$\text{или } E'_v = \frac{\pi \tau_{\text{ос}} L_v}{4} \left(\frac{D}{f'} \right)^2 \frac{\beta_p^2}{(\beta_p - \beta)^2},$$

где D/f' — относительное отверстие оптической системы; β_p — линейное увеличение в зрачках; β — линейное увеличение в сопряженных точках.



Если предметная плоскость расположена в бесконечности, то $\beta \rightarrow 0$ и $E'_v = (\pi \tau_{oc} L_v) / 4 (D/f')^2$.

Освещенность изображения предмета, расположенного вне оптической оси,

$$E'_{v,\omega} = E'_v \cdot k_\omega \cos^4 \omega',$$

где k_ω — коэффициент геометрического виньетирования наклонного пучка; ω' — половина углового поля в пространстве изображений.

Задачи с решениями

Задача 6.1. Тепловой источник в форме шарика диаметром $d = 20$ мм, имеющий температуру $t = 1727^\circ\text{C}$, облучает термоэлемент с площадью светочувствительной поверхности $A_\pi = 100$ мм² с расстояния $r = 560$ мм.

Определить коэффициент теплового излучения источника, если на светочувствительную поверхность термоэлемента поступает поток излучения $\Phi_e = 0,01$ Вт.

Решение. Найдём энергетическую освещённость на светочувствительной поверхности термоэлемента:

$$E_e = \Phi_e / A_\pi = 0,01 / 100 \cdot 10^{-6} = 100 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Вычислим энергетическую освещённость от источника, имеющего форму круглого плоского диска, используя формулу

$$E_e = \pi L_e \sin^2 \omega = M_e \sin^2 \omega,$$

где $\sin \omega = d / (2r) = 20 / (2 \cdot 560) = 0,0178$,
тогда энергетическая светимость теплового источника

$$M_e = E_e / \sin^2 \omega = 100 / 0,0178^2 = 3,16 \cdot 10^5 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Определим коэффициент теплового излучения источника, используя закон Стефана-Больцмана

$$\varepsilon = M_e / (\sigma \cdot T^4) = 3,16 \cdot 10^5 / [5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2000^4)] = 0,348.$$

Задача 6.2. Тепловой источник диаметром $d = 1$ м имеет температуру $t = 1000^\circ\text{C}$ и тепловой коэффициент излучения $\varepsilon = 0,4$. На расстоянии $r = 1$ км от источника расположена оптическая система, регистрирующая излучение. Определить диаметр входного зрачка оптической системы, при котором в систему будет попадать поток излучения $\Phi_e = 6,3 \cdot 10^{-4}$ Вт. Коэффициент пропускания атмосферы принять равным $\tau_\pi = 0,6$.

Решение. Энергетическая освещённость в плоскости входного зрачка от теплового источника определяется по формуле

$$E_e = \Phi_e / A_{\text{вх. зр}},$$

где $A_{\text{вх. зр}} = \pi D^2/4$ — площадь входного зрачка приемной оптической системы.

В то же время энергетическую освещенность от источника, имеющего форму круглого плоского диска, можно вычислить по формуле

$$E_e = \pi L_e \sin^2 \omega = M_e \sin^2 \omega,$$

где $\sin \omega = d/(2r) = 1/(2 \cdot 1000) = 5 \cdot 10^{-4}$; $M_e = \epsilon \sigma T^4 = 0,4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \times (1000 + 273)^4 = 5,956 \cdot 10^4 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

Тогда

$$E_e = M_e \sin^2 \omega = 5,956 \cdot 10^4 (5 \cdot 10^{-4})^2 = 0,0149 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Так как излучение проходит через атмосферу, то с учетом коэффициента пропускания атмосферы найдем энергетическую освещенность в плоскости входного зрачка приемной оптической системы

$$E_e = \tau_{\text{ат}} \cdot E_e = 0,6 \cdot 0,0149 = 0,00894 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Определим площадь входного зрачка

$$A_{\text{вх. зр}} = \Phi_e / E_e = 6,3 \cdot 10^{-4} / 0,00894 = 0,07047 \text{ м}^2.$$

Вычислим диаметр входного зрачка

$$D = \sqrt{(4 A_{\text{вх. зр}}) / \pi} = \sqrt{(4 \cdot 0,07047) / 3,14} = 0,2996 \approx 0,3 \text{ м}.$$

Задача 6.3. Солнце имеет температуру $T = 6000 \text{ К}$ и излучает, как абсолютно черное тело. Определить энергетическую освещенность, создаваемую Солнцем на поверхности Земли, если угловой размер Солнца для земного наблюдателя $2\omega = 0,009$, а коэффициент пропускания атмосферы $\tau_{\text{ат}} = 0,75$. Найти освещенность от Солнца на поверхности Земли, если световая эффективность излучения Солнца $K = 84 \text{ лм} \cdot \text{Вт}^{-1}$.

Решение. Определим энергетическую освещенность от источника излучения Солнца на поверхности Земли. Известно, что

$$E_e = \pi L_e \tau_{\text{ат}} \sin^2 \omega = M_e^0 \tau_{\text{ат}} \sin^2 \omega,$$

где M_e^0 — энергетическая светимость Солнца как абсолютно черного тела согласно закону Стефана-Больцмана равна

$$M_e^0 = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} (6000)^4 = 7,35 \cdot 10^7 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Тогда

$$E_e = \tau_{\text{ат}} M_e^0 \sin^2 \omega = 0,75 \cdot 7,35 \cdot 10^7 (0,0045)^2 = 1116,3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Чтобы найти освещенность от Солнца на поверхности Земли, необходимо перейти от энергетических величин к световым, используя световую эффективность излучения Солнца

$$K = \Phi_v / \Phi_e = E_v / E_e,$$

тогда освещенность от Солнца на поверхности Земли

$$E_v = E_e \cdot K = 1116,3 \cdot 84 = 93769,2 \text{ лк.}$$

Задача 6.4. В задней фокальной плоскости объектива с относительным отверстием $D/f' = 1:1$ установлен приемник с диаметром светочувствительной поверхности $d_{\text{пр}} = 20 \text{ мм}$. Определить световой поток, поступающий на приемник от ночного неба яркостью $L_v = 10^{-4} \text{ кд} \cdot \text{м}^{-2}$, если коэффициенты пропускания: атмосферы $\tau_{\text{ат}} = 0,8$; оптической системы — $\tau_{\text{ос}} = 0,9$.

Решение. Определим освещенность в плоскости светочувствительной площадки приемника от ночного неба с яркостью L_v

$$E'_v = \frac{\pi \tau_{\text{ат}} \tau_{\text{ос}} L_v}{4} \left(\frac{D}{f'} \right)^2 = 3,14 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 10^{-4} \cdot (1/1)^2 / 4 = 0,5652 \cdot 10^{-4} \text{ лк.}$$

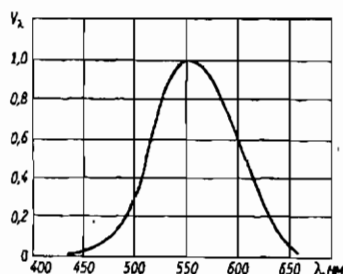
Тогда световой поток, поступающий на приемник

$$\Phi_v = E'_v \cdot A_{\text{пр}} = 0,5652 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2 / 4 = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ лм.}$$

Задача 6.5. С помощью кривой относительной спектральной световой эффективности монохроматического излучения $V(\lambda)$, представленной на рис. 6.4, найти:

1) поток энергии, соответствующий монохроматическому световому потоку в 10 лм с длинами волн $\lambda_1 = 520 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 650 \text{ нм}$;

2) световой поток, приходящийся на интервал длин волн 580...630 нм, если соответствующий поток энергии, равномерно распределенный по всем длинам волн этого интервала, равен $5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$. Считать, что в заданном спектральном интервале функция $V(\lambda)$ линейно зависит от длины волны λ .



Решение. Для определения энергетического потока излучения по заданному световому потоку и длинам волн воспользуемся соотношением $\Phi_{v,\lambda} = 680 V(\lambda) \Phi_{e,\lambda}$, тогда

Рис. 6.4. Кривая относительной спектральной эффективности

$$\Phi_{e,\lambda} = \Phi_{v,\lambda} / 680V(\lambda).$$

По графику, представленному на рис. 6.4, для заданных длин волн $\lambda_1 = 520$ нм и $\lambda_2 = 650$ нм, найдем значения $V_{\lambda=520} = 0,7$, $V_{\lambda=650} = 0,1$, тогда

$$\Phi_{e,\lambda_1} = \frac{10}{680 \cdot 0,7} = 0,021 \text{ Вт}; \quad \Phi_{e,\lambda_2} = \frac{10}{680 \cdot 0,1} = 0,147 \text{ Вт},$$

Вычислим световой поток, приходящийся на заданный интервал длин волн от $\lambda_1 = 580$ нм до $\lambda_2 = 630$ нм; $V_{\lambda_1} = 0,85$, $V_{\lambda_2} = 0,25$;

$$\Phi_{v,\lambda} = \Phi_e \cdot 680 \frac{V_{\lambda_1} + V_{\lambda_2}}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 680 \frac{0,25 + 0,85}{2} = 1,87 \text{ лм}.$$

Задача 6.6. Источник дает пучок лучей света в виде конуса с углом $\sigma_A = 60^\circ$. Световой поток распределен внутри конуса равномерно и равен 10 000 лм. Определить силу света источника.

Решение. Сила света изотропного источника равна отношению светового потока Φ_v к телесному углу Ω , в пределах которого распространяется световой поток, т. е. $I_v = \Phi_v / \Omega$. Выразим телесный угол через соответствующий ему плоский угол

$$\begin{aligned} \Omega &= 2\pi(1 - \cos \sigma_A) = \\ &= 4\pi \sin^2(\sigma_A/2). \end{aligned}$$

Тогда силу света источника определим по формуле

$$I_v = \frac{\Phi_v}{4\pi \sin^2(\sigma_A/2)} = \frac{10\,000}{4 \cdot 3,14 \cdot (1/2)^2} = 3,18 \cdot 10^3 \text{ кд}.$$

Задача 6.7. Определить телесный угол для конденсора со световым диаметром 30 мм, если точечный источник света помещен на оптической оси конденсора на расстоянии 650 мм.

Решение. Телесный угол для конденсора определяется как отношение площади светового отверстия конденсора к квадрату расстояния от источника света до конденсора, т. е. $\Omega = A/r^2$, а так как $A = \pi D^2/4$, то

$$\Omega = \frac{\pi D^2}{4r^2} = \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4 \cdot 0,65^2} = 0,00167 \text{ ср}.$$

Задача 6.8. Вычислить световой поток, поступающий в конденсор от точечного источника силой света 100 кд, если световой диаметр конденсора равен 60 мм, а расстояние от конденсора до источника света, расположенного на оптической оси, $r = 90$ мм.

Решение. Световой поток, поступающий в конденсор диаметром $D = 60$ мм, распространяется в телесном угле $\Omega = A/r^2$ и равен

$$\Phi_v = I_v \Omega = I_v \frac{A}{r^2} = 100 \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{0,09^2} = 34,9 \text{ лм.}$$

Задача 6.9. Источник силой света 500 кд расположен на высоте 3 м от освещаемой поверхности. Определить освещенность под источником света и в точке поверхности, удаленной на расстояние 5 м от источника света.

Решение. Освещенность, создаваемая источником света, определяется по формуле

$$E_v = \Phi_v / A_2 = (I_v \cos \epsilon) / r^2.$$

Освещенность под источником света, когда $\epsilon = 0$,

$$E_v = I_v / r^2 = 500 / 9 = 55,5 \text{ лк.}$$

Для точки, удаленной от источника света на расстояние 5 м, $\cos \epsilon = 3/5$ и

$$E_v = \frac{I_v \cos \epsilon}{r^2} = \frac{500 \cdot 3}{5 \cdot 25} = 12 \text{ лк.}$$

Задача 6.10. На какой высоте над центром стола надо повесить лампу, дающую полный световой поток 1300 лм, чтобы освещенность середины стола была 26 лк?

Решение. Воспользуемся соотношением для вычисления освещенности при нормальном падении лучей на поверхность ($\epsilon = 0$):

$$E_v = I_v / r^2, \text{ а так как } I_v = \Phi_v / 4\pi, \text{ то } E_v = \Phi_v / (4\pi r^2), \text{ тогда}$$

$$r = \sqrt{\frac{\Phi_v}{4\pi E_v}} = \sqrt{\frac{1300}{4 \cdot 3,14 \cdot 26}} = 1,995 \text{ м} \approx 2 \text{ м.}$$

Задача 6.11. Две лампы силой света 15 кд и 60 кд расположены на расстоянии 180 см друг от друга. На каком расстоянии от лампы силой света 15 кд надо поместить между лампами непрозрачный экран, чтобы освещенность его с обеих сторон была одинаковой?

Решение. Пусть лампа силой света $I_{v1} = 15$ кд расположена на расстоянии r_1 от экрана, расстояние между лампами $r = 1,8$ м, тогда расстояние второй лампы от экрана $r_2 = r - r_1$. По условию задачи освещенность экрана с обеих сторон одинаковая, т. е. $E_{v1} = E_{v2}$ или $I_{v1} / r_1^2 = I_{v2} / (r - r_1)^2$, тогда

$$I_{v_1}(r-r_1)^2 = I_{v_2}r_1^2.$$

После преобразований получим

$$(I_{v_1} - I_{v_2})r_1^2 - 2r_1 r I_{v_1} + I_{v_1}r^2 = 0.$$

Подставив численные значения величин, находим

$$(15 - 60)r_1^2 - 2 \cdot 1,8 \cdot 15r_1 + 15 \cdot 1,8^2 = 0;$$

$$r_1^2 + 1,2r_1 - 1,08 = 0; \quad r_1 = 0,6 \text{ м.}$$

Задача 6.12. Софиты расположены в вершинах равностороннего треугольника ABC (рис. 6.5). Длина стороны равностороннего треугольника равна 7 м. На расстоянии $OD = 1$ м от основания треугольника установлен объект съемки D . Определить освещенность объекта от трех и двух ближайших ламп, если известно, что ближайшие к объекту лампы (в точках A и C) имеют силу света по 150 кд, третья (в точке B) — 300 кд.

Решение. По условию задачи и в соответствии с рис. 6.5 $AB = BC = AC = 7$ м; $OD = r = 1$ м. Найдем освещенность в точке D от трех источников света $E_{vD} = E_{vB} + E_{vA} + E_{vC}$. Так как источники в точках A и C имеют одинаковую силу света $I_{vA} = I_{vC}$ и расположены на одинаковом расстоянии ($AD = CD$) от точки D освещаемого объекта, то $E_{vD} = E_{vB} + 2E_{vA}$. Выразим освещенность через силу света и расстояние до освещаемой точки:

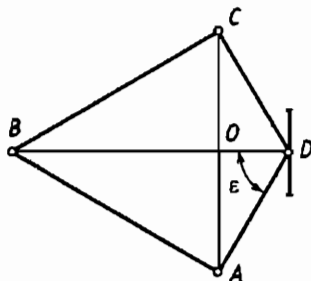


Рис. 6.5. Расположение софитов при освещении объекта, расположенного в точке D

$$E_{vD} = \frac{I_{vB}}{BD^2} + \frac{2I_{vA} \cos \epsilon}{AD^2}.$$

Найдем отрезки $BD = OB + OD = BC \sin 60^\circ + OD = 7 \cdot \sqrt{3}/2 + 1 = 7,06$ м;

$$AD = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{3,5^2 + 1^2} = 3,64 \text{ м;}$$

$\cos \epsilon = OD/AD = 1/3,64$.

Тогда освещенность от трех источников света в точке D объекта будет

$$E_{vD} = \frac{I_{vB}}{BD^2} + \frac{I_{vA} \cos \varepsilon}{AD^2} = \frac{300}{7,06^2} + \frac{2 \cdot 150 \cdot 1}{3,64^3} =$$

$$= 6,02 + 6,22 = 12,24 \text{ лк.}$$

Освещенность от двух источников света, расположенных в точках А и С, составит 6,22 лк.

Задача 6.13. Определить освещенность элементарной площадки, расположенной на расстоянии 200 см от точечного источника света, причем прямая, соединяющая источник света и площадку, образует с нормалью угол 30° . Мощность, потребляемая источником света, 100 Вт, коэффициент светотдачи $\eta_{cs}=20 \text{ лм/Вт}$.

Решение. Зная мощность, потребляемую источником излучения, и коэффициент светотдачи, найдем световой поток, испускаемый источником $\Phi_v = \eta_{cs} P = 100 \cdot 20 = 2000 \text{ лм}$. Освещенность элементарной площадки вычислим по формуле $E_v = I_v / r^2$, где $I_v = \Phi_v / 4\pi$:

$$E_v = \frac{I_v \cos \varepsilon}{4\pi r^2} = \frac{2000 \cdot \sqrt{3}}{3,14 \cdot 4 \cdot 0,2^2 \cdot 2} = 3,45 \cdot 10^3 \text{ лк.}$$

Задача 6.14. Найти яркость площадки, удовлетворяющей закону Ламберта, с коэффициентом отражения $\rho = 0,7$, освещаемой источником света силой 2000 кд с расстояния 2 м, причем лучи от источника света падают на площадку перпендикулярно.

Решение. Для диффузно отражающей площадки, удовлетворяющей закону Ламберта, можно записать

$$L_v = \frac{\rho E_v}{\pi} = \frac{\rho I_v}{\pi r^2} = \frac{0,7 \cdot 2000}{2^2 \cdot 3,14} = 111,5 \text{ кд/м}^2.$$

Задача 6.15. Определить световой поток, поступающий в объектив, диаметр входного зрачка которого $D = 50 \text{ мм}$, от плоского источника света площадью 100 мм^2 и поверхностной яркостью $10\,000 \text{ кд/м}^2$, стоящего на расстоянии $r = 7500 \text{ мм}$ от объектива.

Решение. Определим силу света плоского источника, имеющего одинаковую яркость во всех направлениях: $I_v = L_v A_1$, где A_1 — площадь поверхности плоского источника ($A_1 = 0,0001 \text{ м}^2$). Световой поток, поступающий в объектив, $\Phi_v = I_v \Omega$, где $\Omega = A_2 / r^2$, а $A_2 = \pi D^2 / 4$ — площадь входного зрачка. Тогда

$$\Phi_v = \frac{L_v A_1 \pi D^2}{4r^2} = \frac{10\,000 \cdot 0,0001 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2}{4 \cdot 7,5^2} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ лм.}$$

Задача 6.16. Длина раскаленной добела металлической нити $l = 50$ см, диаметр $d = 1$ мм. Определить яркость нити, если сила света в направлении, перпендикулярном ее длине, равна 50 кд.

Решение. Для вычисления яркости применим формулу $L_v = I_v / (A_1 \cos \epsilon)$, где A_1 — площадь проекции протяженного источника света на плоскость, перпендикулярную к направлению наблюдения.

В случае цилиндрической нити проекция имеет форму прямоугольника длиной l и шириной d . Следовательно, $L_v = I_v / (ld)$. Подставив числовые значения, получим

$$L_v = \frac{I_v}{ld} = \frac{50}{0,5 \cdot 0,001} = 1 \cdot 10^5 \text{ кд/м}^2.$$

Задача 6.17. Определить освещенность E_v , светимость M_v и яркость L_v киноэкрана, равномерно рассеивающего свет во всех направлениях, если размер экрана $5 \times 4,5$ м, световой поток, падающий на экран из объектива киноаппарата без киноленты, равен 2000 лм, коэффициент отражения экрана $\rho = 0,75$.

Решение. Найдем освещенность экрана $E_v = \Phi_v / A_2 = 2000 / (5 \cdot 4,5) = 88,89$ лк, тогда яркость диффузно отражающего экрана

$$L_v = \rho E_v / \pi = 0,75 \cdot 88,89 / 3,14 = 21,23 \text{ кд/м}^2,$$

светимость можно определить, используя формулу

$$M_v = \rho E_v = 88,89 \cdot 0,75 = 66,7 \text{ лк}.$$

Задача 6.18. Лист белой бумаги с коэффициентом отражения $\rho = 0,7$ и размером 5×5 см² освещается источником силой света $I_v = 150$ кд с расстояния 1 м. На расстоянии $0,5$ м от поверхности бумаги расположен фотозлемент, диаметр рабочей поверхности которого $d = 50$ мм. Найти световой поток, попадающий на рабочую поверхность фотозлемента, при засветке его излучением, отраженным от бумаги. При решении считать, что на поверхность бумаги и рабочую поверхность фотозлемента световой поток падает нормально.

Решение. Найдем яркость диффузно отражающей поверхности бумаги:

$$L_v = \rho \frac{E_v}{\pi} = \frac{\rho I_v \Omega}{A_1 \pi} = \frac{\rho I_v}{r^2 \pi} = \frac{0,7 \cdot 150}{1^2 \cdot 3,14} = 33,44 \text{ кд/м}^2.$$

Так как расстояние между листом бумаги и фотозлементом значительно больше поперечного размера листа бумаги, то по отношению к фотозэлементу его можно считать точечным источником, тогда освещенность от бумаги на фотозэлементе будет $E_v = L_v A_2 / r^2$, а так как $\Phi_v = E_v A_1$, то

$$\Phi_v = \frac{33,44 \cdot 3,14 \cdot 0,025^2 \cdot 0,05^2}{0,5^2} = 0,656 \cdot 10^{-3} \text{ лм},$$

где $A_1 = \pi d^2/4$, $A_1 = 0,05^2 \text{ м}^2$.

Задача 6.19. Освещенность поверхности, покрытой слоем сажи, $E_v = 200 \text{ лк}$, яркость поверхности одинакова по всем направлениям и составляет $L_v = 1 \text{ кд/м}^2$. Найти коэффициент поглощения сажи.

Решение. Так как освещенность поверхности имеет одинаковую яркость по всем направлениям, то она подчиняется закону Ламберта, т. е. яркость $L_v = \rho E_v/\pi$, тогда $\rho = L_v \pi/E_v = 1 \cdot 3,14/200 = 0,02$ и коэффициент поглощения $\alpha = 1 - \rho = 1 - 0,02 = 0,98$.

Задача 6.20. Определить коэффициент пропускания оптической системы объектива типа «Индустар». Линзы системы изготовлены из стекол марок:

ТК2	$n_2 = 1,57486$	$d_1 = 11,5 \text{ мм}$
ЛФ5	$n_4 = 1,57832$	$d_3 = 4,6 \text{ мм}$
ОФ1	$n_6 = 1,53192$	$d_5 = 4,6 \text{ мм}$
ТК8	$n_7 = 1,61675$	$d_6 = 14,7 \text{ мм}$

Коэффициенты пропускания системы определить для непросветленных и просветленных поверхностей.

Решение. Коэффициент пропускания системы, состоящей из преломляющих поверхностей, определяется по формуле

$$\tau = \tau_p \tau_\alpha,$$

где τ_p , τ_α — коэффициенты пропускания системы, учитывающие потери соответственно на отражение и на внутреннее поглощение (с учетом коэффициента рассеяния). Для рассматриваемой системы

$$\tau_p = (1 - \rho_2)^2 (1 - \rho_4)^2 (1 - \rho_6) (1 - \rho_7);$$

$$\tau_\alpha = (1 - \alpha_2)^4 (1 - \alpha_3)^3 (1 - \alpha_5)^2 (1 - \alpha_6)^4 = \tau_{\alpha_2} \tau_{\alpha_3} \tau_{\alpha_5} \tau_{\alpha_6}.$$

Коэффициенты отражения ρ на границе раздела «воздух—стекло» и «стекло — воздух» определим по формуле Френеля:

$$\rho_2 = (n_2 - 1)^2 / (n_2 + 1)^2 = 0,0498; \quad \rho_4 = (n_4 - 1)^2 / (n_4 + 1)^2 = 0,0503;$$

$$\rho_6 = (n_6 - 1)^2 / (n_6 + 1)^2 = 0,0441; \quad \rho_7 = (n_7 - 1)^2 / (n_7 + 1)^2 = 0,0556.$$

Отсюда $\tau_p = 0,950^2 \cdot 0,950^2 \cdot 0,956 \cdot 0,944 = 0,735$. (Поверхность склейки между третьей и четвертой линзами не принимается во внимание, так как ρ на этой поверхности составляет $\sim 0,0007$).

Коэффициенты τ_α для приведенных выше марок стекол, длины волны $\lambda = 540 \text{ нм}$ и длины хода луча в стекле $10,0 \text{ мм}$ составляют: $\tau_{\alpha 2} = 0,995$, $\tau_{\alpha 4} = 0,995$, $\tau_{\alpha 6} = 0,995$, $\tau_{\alpha 7} = 0,996$.

Длина хода луча, выраженная в см в первых трех линзах: $l = d_1 + d_3 + d_5 = 1,15 + 0,46 + 0,46 = 2,07$ и в четвертой линзе $d_6 = 1,47$, поэтому, учитывая, что $\tau_{a2} = \tau_{a4} = \tau_{a6}$, $\tau_a = \tau_{a2}^l \tau_{a4}^{d_6} = 0,995^{2,07} \cdot 0,996^{1,47} = 0,984$.

Коэффициент пропускания системы $\tau = \tau_p \tau_a = 0,735 \cdot 0,984 = 0,723$. Потери световой энергии составляют 28%.

Для уменьшения потери на отражение поверхности линз просветляют. Если, например, поверхности покрыты способом нанесения криолита испарением, то при $n_1 < 1,55$, $\rho = 0,7\%$; при $n = 1,55 - 1,6$, $\rho = 0,5\%$; при $n > 1,6$, $\rho = 0,4\%$. Для марок стекол ТК2, ЛФ5 и ОФ1 можно принять $\rho = 0,5\%$, а для ТК8 — $\rho = 0,4\%$, тогда $\tau_p = 0,995 \times 0,996 = 0,991$. Коэффициент τ_a остается прежним, поэтому $\tau = \tau_p \tau_a = 0,991 \cdot 0,984 = 0,975$. Потери составляют 2,5%, т. е. уменьшились в 11,2 раза.

Задача 6.21. Определить коэффициент пропускания τ шестикратного призмленного бинокля с непросветленными поверхностями. Необходимые данные для решения задачи представлены в табл. 6.2. Найти коэффициент пропускания τ , полагая, что оптические поверхности, граничащие с воздухом, просветлены.

Ответ: $\tau_1 = 0,532$; $\tau_2 = 0,704$.

Задача 6.22. Определить световой поток, излучаемый вольфрамовым цилиндром, в интервале длин волн от $\lambda_1 = 525$ нм до $\lambda_2 = 575$ нм. Площадь поверхности излучателя $A = 0,5$ см², а его температура $T = 3000$ К.

Решение. Световой поток источника со сплошным спектром определяется по формуле

$$\Phi_v = K_m \int_0^\infty \Phi_{e,\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda,$$

где $K_m = 680$ лм/Вт.

Таблица 6.2

Наименование детали	Длина пути, см	Марка стекла
Объектив склеенный:		
1-я линза	0,66	БК4
2-я линза	0,28	ТФ1
Призмы (2 шт.)	8,60	БФ6
Сетка	0,20	К8
Окуляр:		
1-я линза	0,45	КФ1
2-я линза	0,46	ЛФ5
3-я линза	0,10	ТК14

Поскольку функция $V(\lambda)$ стремится к нулю при $\lambda < 380$ нм и $\lambda > 780$ нм, то световой поток

$$\Phi_v = 680 \int_{\lambda=380 \text{ нм}}^{\lambda=780 \text{ нм}} \Phi_{e,\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda.$$

Интегрирование можно осуществить по формуле

$$\Phi_v = \Delta\lambda \cdot 680 \sum_{i=1}^n \Phi_{e,\lambda}(\lambda)_i V(\lambda)_i,$$

где $\Delta\lambda$ — ширина спектрального интервала; n — число участков, на которые разбивается видимая область спектра; $\Phi_{e,\lambda}$ — спектральная плотность потока излучения для середины i -го спектрального интервала, причем $M_{e,\lambda} A = \Phi_{e,\lambda}$; $V(\lambda)$ — относительная спектральная световая эффективность глаза для середины i -го спектрального интервала.

Заданный спектральный диапазон от $\lambda_1 = 525$ нм до $\lambda_2 = 575$ нм разобьем на пять участков (525–535 нм, 535–545 нм, 545–555 нм и т. д.), в пределах каждого из которых за спектральную плотность энергетической светимости примем ее значение для середины данного участка спектра.

Используя кривые, представленные на рис. 6.2, 6.4, найдем $M_{e,\lambda}$ и $V(\lambda)$.

Спектральную энергетическую светимость $M_{e,\lambda}$ определим, воспользовавшись единой изотермической кривой (рис. 6.2) или специальными таблицами. Для этого найдем: 1) $\lambda_{\max} = 2898/T$; 2) $M_{e,\lambda \max} = 1,2864 \cdot 10^{-11} T^5$; 3) для средних значений λ_i вычислим $x = \lambda_i / \lambda_{\max}$; 4) по единой изотермической кривой (рис. 6.2) определим y и $M_{e,\lambda} = M_{e,\lambda \max} y$. Результаты вычислений сведем в табл. 6.3. Тогда

$$\Phi_v = 680 \Delta\lambda \sum_{i=1}^5 M_{e,\lambda} V(\lambda) = 680 \cdot 0,5 \cdot 0,01 \cdot 536,16 = 1822,9 \text{ лм}.$$

Таблица 6.3

λ_i	$\lambda_{\max}$	$M_{e,\lambda \max}$ Вт/см^2	x	y	$M_{e,\lambda} \cdot 10^4$	$V(\lambda)$	$M_{e,\lambda} V(\lambda) \cdot 10^4$ Вт/см^2
нм							
530	0,966	3,13 · 10 ⁶	0,549	0,3	93,9	0,86	80,75
540			0,559	0,35	109,6	0,95	104,12
550			0,569	0,37	115,8	0,99	114,64
560			0,579	0,38	118,9	0,99	117,71
570			0,590	0,4	125,2	0,95	118,91

Задача 6.23. Определить освещенность изображения элементарных площадок, расположенных на оптической оси и на краю поля, создаваемого оптической системой (задача 6.19), у которой $f' = 301,60$, $D/f' = 1:4,65$, $\beta_p = 0,932$, если яркость предмета $L_v = 10\,000$ кд/м² и $s_1 = -\infty$; $s_1' = -2f'$.

Решение. Освещенность изображения элементарной площадки, расположенной на оптической оси, при $s_1 \neq -\infty$ определяется по формуле

$$E'_v = \pi \tau_{oc} L_v \sin^2 \sigma'_{A'} = \frac{1}{4} \pi \tau_{oc} L_v (D/f')^2 [\beta_p / (\beta_p - \beta)]^2.$$

Так как $s_1 = -2f'$, то $\beta = -1$ и

$$E'_v = 0,25 \cdot 3,14 \cdot 10\,000 \cdot 0,2151^2 [0,932 / (0,932 + 1)]^2 \tau_{oc} = 84,5 \tau_{oc}.$$

Для объектива с непросветленными поверхностями $\tau_{oc} = 0,735$; $E'_v = 62,1$ лк; для просветленных поверхностей $\tau_{oc} = 0,955$ и $E'_v = 80,7$ лк.

Для предмета в бесконечности

$$\beta \rightarrow 0; \quad E'_v{}^\infty = \frac{1}{4} \pi \tau_{oc} L_v (D/f')^2 = 363,2 \tau_{oc}.$$

Соответственно получим для непросветленного объектива $E'_v{}^\infty = 266,9$ лк; для просветленного — $E'_v{}^\infty = 346,8$ лк.

Определим освещенность на краю поля при $2\omega = 53^\circ$ по формуле

$$E'_\omega = E'_0 \cos^4 \omega',$$

тогда $E'_\omega = 0,64 E'_0$. Для непросветленного объектива $E'_\omega \approx 171$ лк, для просветленного — $E'_\omega = 222$ лк.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 6.24. Найти полный световой поток, испускаемый источником силой света $I_v = 25$ кд.

Ответ: $\Phi_{\text{пол}} = 314$ лм.

Задача 6.25. Определить силу света источника, дающего световой поток $\Phi_v = 1000$ лм на площадку $A_2 = 5$ м², расположенную на расстоянии $r = 20,0$ см от источника света.

Ответ: $I_v = 8$ кд.

Задача 6.26. Найти поверхностную яркость источника света, если сила света его в направлении под углом 60° к нормали равна 60 кд и плоская поверхность светящейся площадки источника составляет 20 мм².

Ответ: $L_v = 6 \cdot 10^6$ кд/м².

Задача 6.27. Лампа, мощность потребления которой 50 Вт , имеет коэффициент полезного действия $\eta = 0,4 \%$. Вычислить световой поток этой лампы.

Ответ: $\Phi_v = 1360 \text{ лм}$.

Задача 6.28. Коэффициент полезного действия люминесцентной лампы равен $6,4 \%$, световой поток $\Phi_v = 1,5 \cdot 10^4 \text{ лм}$. Определить мощность, потребляемую этой лампой.

Ответ: $P = 344 \text{ Вт}$.

Задача 6.29. Определить световую отдачу (в %) некоторых источников света, если: а) лампа накаливания мощностью 100 Вт при напряжении 110 В имеет световой поток $\Phi_v = 20000 \text{ лм}$; б) лампа накаливания мощностью 15 Вт при напряжении 220 В имеет световую отдачу $\eta_{\text{св}} = 80 \text{ лм} \cdot \text{Вт}$; в) опытные образцы натриевых ламп имеют световую отдачу $\eta_{\text{св}} = 150 \text{ лм} \cdot \text{Вт}$; г) кварцевая трубчатая галогенная лампа КГ-220-1000 мощностью 1000 Вт имеет световой поток $\Phi_v = 22000 \text{ лм}$.

Ответ: а) $\eta = 2,94 \%$; б) $\eta = 1,03 \%$; в) $\eta = 22 \%$; г) $\eta = 3,2 \%$.

Задача 6.30. Определить значение светового потока, падающего на стены, потолок и пол комнаты от лампы, сила света которой 150 кд . Лампа укреплена на потолке комнаты.

Ответ: $\Phi_v = 1884 \text{ лм}$.

Задача 6.31. Найти угол, в котором распространяется световой поток, если источник силой света 200 кд , помещенный в его вершине, создает световой поток в 1000 лм .

Ответ: $\Omega = 5 \text{ ср}$.

Задача 6.32. Перегоревшую лампу, сила света которой 100 кд , заменили лампой силой света 25 кд и приблизили ее к освещаемой поверхности, уменьшив расстояние в 4 раза. Изменилась ли освещенность поверхности?

Ответ: освещенность увеличилась в 4 раза.

Задача 6.33. Лампу силой света $I_v = 150 \text{ кд}$, находящуюся над освещаемой поверхностью на высоте $r = 1,5 \text{ м}$, опустили и получили освещенность поверхности $E_v = 150 \text{ лк}$. На какую высоту опустили лампу?

Ответ: $\Delta r = 0,5 \text{ м}$.

Задача 6.34. На экран размером $5 \times 3,6 \text{ м}$ из объектива киноаппарата падает световой поток $1,8 \cdot 10^3 \text{ лм}$. Определить освещенность и светимость экрана, если коэффициент отражения экрана $\rho = 0,8$.

Ответ: $E_v = 100 \text{ лк}$, $M_v = 80 \text{ лм/м}^2$.

Задача 6.35. Светильник имеет форму шара с $R = 10$ см и находится на расстоянии $r = 1$ м от стола. Светимость светильника $M_v = 4 \cdot 10^3$ лм/м². Найти освещенность стола под светильником.

Ответ: $E_v = \frac{M_v R^2}{4r^2} = 10$ лк.

Задача 6.36. На каком расстоянии от листа бумаги нужно расположить источник света силой $I_v = 200$ кд, чтобы при освещении листа получить яркость $L_v = 40$ кд/м². Коэффициент отражения бумаги $\rho = 0,63$.

Ответ: $r = \sqrt{I_v \rho / (\pi L_v)} = 1$ м.

Задача 6.37. Освещенность поверхности, покрытой черным сукном, $E_v = 200$ лк, светимость одинакова во всех направлениях и составляет $M_v = 8,0$ лм/м². Найти коэффициент поглощения сукна.

Ответ: $\alpha = (1 - M_v)/E_v = 0,96$.

Задача 6.38. Люминесцентная цилиндрическая лампа диаметром 2,5 см и длиной 40 см создает на расстоянии 5 м в направлении, перпендикулярном к оси лампы, освещенность 1 лк. Считая лампу равноярким излучателем, определить силу света в данном направлении, яркость и светимость.

Ответ: $I_v = E_v r^2 = 25$ кд, $L_v = I_v / (ld) = 2,5 \cdot 10^3$ кд/м²,
 $M_v = \pi L_v = 7,9 \cdot 10^3$ лм/м².

Задача 6.39. Люминесцентная лампа, мощность потребления которой 30 Вт, имеет световой поток $\Phi_v = 1450$ лм. Светящая часть лампы — цилиндр диаметром $d = 2,5$ см и длиной $l = 88$ см.

Принимая поверхность лампы равнояркой в продольных плоскостях, определить поверхностную плотность светового потока, яркость и силу света, излучаемую лампой в направлении, перпендикулярном оси лампы.

Ответ: $M_v = 2,1 \cdot 10$ лм/м², $L_v = 0,668 \cdot 10^4$ кд/м², $I_v = 147$ кд.

Задача 6.40. Тепловой источник в форме круглого плоского диска диаметром $d_n = 20$ мм имеет коэффициент теплового излучения $\epsilon = 0,55$ и световую эффективность излучения $K = 0,02$ лм·Вт⁻¹. Температура источника $t = 727^\circ\text{C}$. На расстоянии $r = 1000$ мм от источника расположен приемник с диаметром светочувствительной поверхности $d_{\text{пр}} = 10$ мм. Поверхности источника и приемника параллельны друг другу. Найти световой поток, поступающий от источника на приемник.

Ответ: $\Phi_v = 1,43 \cdot 10^{-4}$ лм.

Задача 6.41. Абсолютно черное тело нагрето до температуры $T = 3000$ К. Определить световой поток, излучаемый поверхностью

этого тела площадью $A_1 = 10 \text{ см}^2$, если световая эффективность излучения $K = 19 \text{ лм} \cdot \text{Вт}^{-1}$.

Ответ: $\Phi_v = 87261 \text{ лм}$.

Задача 6.42. Длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела составляет $\lambda_{\text{max}} = 3 \text{ мкм}$. Определить поток излучения, испускаемый этим телом, если его площадь $A_1 = 100 \text{ мм}^2$. Во сколько раз изменится поток излучения, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, уменьшится в 1,5 раза?

Ответ: $\Phi_v = 4,92 \text{ Вт}$; увеличится в 5,06 раза.

Задача 6.43. Тепловой источник с температурой $T = 2800 \text{ К}$ излучает поток излучения $\Phi_v = 122 \text{ Вт}$ с площади $A_1 = 100 \text{ мм}^2$. Определить коэффициент теплового излучения источника.

Ответ: $\epsilon = 0,35$.

Задача 6.44. Определить относительное отверстие объектива, применяемого для фотосъемки в масштабе 2:1, позволяющее получить такую же освещенность в плоскости изображения, какая была при съемке в масштабе 1:2 при относительном отверстии $D/f' = 1:22$. Линейное увеличение в зрчках объектива $\beta_r = 1$.

Ответ: $D/f' = 1:11$.

Задача 6.45. Тонкий компонент диаметром $D = 40 \text{ мм}$ с фокусным расстоянием $f' = 200 \text{ мм}$ проецирует отверстие абсолютно черного тела площадью $A_1 = 20 \text{ мм}^2$ на светочувствительную поверхность приемника. Температура источника $T = 1500 \text{ К}$. Определить поток излучения, поступающий на приемник, если изображение отверстия абсолютно черного тела меньше светочувствительной поверхности приемника. Коэффициент пропускания оптической системы $\tau_{\text{oc}} = 0,9$.

Ответ: $\Phi_v' = 0,0129 \text{ Вт}$.

Задача 6.46. Круглый плоский диск яркостью $L_v = 1000 \text{ кд} \cdot \text{м}^{-2}$ проецируется тонким компонентом на экран, расположенный от диска на расстоянии $r = 216 \text{ мм}$. Фокусное расстояние компонента $f' = 30 \text{ мм}$. Найти освещенность в центре изображения диска, если диаметр компонента $D = 10 \text{ мм}$, коэффициент пропускания $\tau_{\text{oc}} = 0,9$. Задача имеет два решения.

Ответ: два значения величины линейного увеличения: $\beta_1 = -5$, $\beta_2 = -0,2$, тогда $E'_{v,1} = 2,18 \text{ лк}$; $E'_{v,2} = 54,5 \text{ лк}$.

Задача 6.47. Изображение бесконечно удаленного источника, имеющего угловой размер $2\omega = 0,02$ и яркость $L_v = 10^3 \text{ кд} \cdot \text{м}^{-2}$, получено на светочувствительной поверхности приемника, установленной в задней фокальной плоскости объектива. Фокусное расстояние объектива $f' = 200 \text{ мм}$, коэффициент пропускания — $\tau_{\text{oc}} = 0,8$. Найти

диаметр входного зрачка объектива, при котором на светочувствительную поверхность приемника диаметром $d_{\text{пр}} = 5$ мм будет поступать световой поток $\Phi_v' = 4 \cdot 10^{-5}$ лм. Коэффициент пропускания атмосферы $\tau_{\text{ат}} = 0,8$.

Ответ: $D = 50$ мм.

Задача 6.48. В задней фокальной плоскости объектива с относительным отверстием $D/f' = 1:2$ и диаметром входного зрачка $D = 200$ мм установлен приемник, имеющий диаметр светочувствительной поверхности $d_{\text{пр}} = 4$ мм. Определить световой поток, поступающий на приемник от Луны яркостью $L_v = 2500$ кд·м⁻², если угловой размер Луны $2\omega = 0,009$. Коэффициенты пропускания оптической системы $\tau_{\text{ос}} = 0,7$, атмосферы $\tau_{\text{ат}} = 0,5$.

Ответ: $\Phi_v' = 1,7 \cdot 10^{-3}$ лм.

Задача 6.49. Излучение бесконечно удаленного источника, имеющего угловой размер $2\omega = 0,01$, регистрируется приемником, установленным в задней фокальной плоскости объектива. Фокусное расстояние объектива $f' = 200$ мм, диаметр входного зрачка $D = 100$ мм, коэффициент пропускания $\tau_{\text{ос}} = 0,8$. Определить яркость источника, если на светочувствительную поверхность приемника диаметром $d_{\text{пр}} = 3$ мм поступает световой поток $\Phi_v' = 5 \cdot 10^{-4}$ лм. Коэффициент пропускания атмосферы $\tau_{\text{ат}} = 0,5$.

Ответ: $L_v = 637$ кд·м⁻².

Задача 6.50. Солнце имеет угловой размер $2\omega = 0,01$ и создает на поверхности Земли освещенность $E_v = 10^5$ лк. Определить освещенность изображения Солнца, создаваемого оптической системой с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм, диаметром входного зрачка $D = 50$ мм и коэффициентом пропускания $\tau_{\text{ос}} = 0,8$. Найти световой поток, поступающий на площадку приемника диаметром $d_{\text{пр}} = 0,5$ мм, расположенную в плоскости изображения Солнца.

Ответ: $E_v' = 2,46 \cdot 10^9$ лк; $\Phi_v' = 48,3$ лм.

Часть II

ТЕОРИЯ АБЕРРАЦИЙ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Глава 7. ХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ

Аберрация (от лат. *aberratio* < *aberrare* — отклоняться) — погрешность (искажение) изображений в оптических системах. Аберрации бывают монохроматическими (от греч. *μονο* — один) и хроматическими (от греч. *chrōme*, *chrōmatos*) — цвет).

В оптических системах, содержащих оптические детали с преломляющими поверхностями, возникают хроматические аберрации. Они появляются при прохождении через систему света сложного спектрального состава вследствие дисперсии света в оптических средах (материалах). Причиной этого является зависимость показателя преломления оптических сред от длины волны света. Поэтому лучи разных длин волн дают изображения одного и того же предмета, не совпадающие ни по положению, ни по величине. В результате образуются цветные кружки рассеяния, появляется цветная кайма в изображении, что снижает его качество.

Хроматические аберрации, в отличие от монохроматических, возникают уже в параксиальной области. *Хроматические аберрации разделяют на аберрации первого, третьего и высших порядков. В области первого порядка (параксиальной) различают хроматизм положения $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$, хроматизм увеличения $\Delta u'_{\lambda_1 \lambda_2}$ и вторичный спектр $\Delta s'_{\infty}$, который часто относят к остаточному хроматизму положения. Эти же аберрации появляются в области действительных лучей, т. е. при конечных апертурах и линейных (угловых) полях. Тогда их называют хроматическими аберрациями высших порядков. К ним относятся также хроматические разности монохроматических аберраций. Среди них можно выделить сферохроматическую аберрацию $\Delta \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$, или хроматическую разность сферических аберраций $\Delta \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = \Delta s'_{\lambda_1} - \Delta s'_{\lambda_2}$, снижающую качество изображения. Остальные хроматические разности монохроматических аберраций (комы, кривизны поля и т.д.) могут оказывать влияние лишь в широкоугольных объективах.*

В области аберраций третьего порядка пяти монохроматическим аберрациям соответствуют пять хроматических. Из них лишь одна имеет практическое значение — сферохроматическая аберрация,

Помимо этого хроматические аберрации разделяют на два вида: *аберрации точки на оси (осевые) — хроматизм положения, вторичный спектр и сферохроматическая аберрация, и аберрации точки вне*

оси — (полевые) — хроматизм увеличения и хроматические разности полевых монохроматических аберраций третьего и высших порядков.

Основные формулы для решения задач

Точное вычисление хроматических аберраций

Хроматические аберрации первого порядка (в параксиальной области)

Хроматизм положения

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = s'_{\lambda_1} - s'_{\lambda_2},$$

где s'_{λ_1} и s'_{λ_2} определяют из расчета хода первого параксиального луча для длин волн λ_1 и λ_2 .

Хроматизм увеличения

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = y'_{\lambda_1} - y'_{\lambda_2},$$

где y'_{λ_1} и y'_{λ_2} — величины изображений предмета для λ_1 и λ_2 вычисляют в плоскости Гаусса из расчета хода второго параксиального луча.

Вторичный спектр

Рассчитывают в том случае, если исправлен хроматизм положения, т. е. $s'_{\lambda_1} = s'_{\lambda_2}$. $\Delta s'_{\text{вс}} = s'_{\lambda_1} - s'_{\lambda_0}$ или $\Delta s'_{\text{вс}} = s'_{\lambda_2} - s'_{\lambda_0}$, где s'_{λ_1} (s'_{λ_2}), s'_{λ_0} определяют из расчета первого параксиального луча.

Хроматические аберрации высших порядков (в действительной области)

Хроматизм положения

$$\Delta \tilde{s}'_{\lambda_1 \lambda_2} = \tilde{s}'_{\lambda_1} - \tilde{s}'_{\lambda_2},$$

где $\tilde{s}'_{\lambda_1}$ и $\tilde{s}'_{\lambda_2}$ определяют из расчета хода действительных лучей, идущих из точки предмета на оси, для разных высот m на входном зрачке.

Хроматизм увеличения

$$\Delta \tilde{y}'_{\lambda_1 \lambda_2} = \tilde{y}'_{\lambda_1} - \tilde{y}'_{\lambda_2},$$

где $\tilde{y}'_{\lambda_1}$ и $\tilde{y}'_{\lambda_2}$ — величины изображений предмета для λ_1 и λ_2 вычисляют в плоскости Гаусса из расчета хода действительных главных лучей.

Вторичный спектр

Вычисляется на высотах m на входном зрачке, на которых исправлен хроматизм положения $\Delta \tilde{s}'_{\lambda_1 \lambda_2}$

$$\Delta \tilde{s}'_{\text{вс}} = \tilde{s}'_{\lambda_1} - \tilde{s}'_{\lambda_0} = \tilde{s}'_{\lambda_2} - \tilde{s}'_{\lambda_0}.$$

Сферохроматическая aberrация, или сферохроматизм

$$\Delta \Delta \bar{s}'_{\lambda_1 \lambda_2} = \Delta s'_{\lambda_1} - \Delta s'_{\lambda_2} = \Delta \bar{s}'_{\lambda_1 \lambda_2} - \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}.$$

Хроматические разности

$$\Delta \bar{s}'_{\lambda_1 \lambda_0} = \bar{s}'_{\lambda_1} - s'_{\lambda_0}; \quad \Delta \bar{s}'_{\lambda_2 \lambda_0} = \bar{s}'_{\lambda_2} - s'_{\lambda_0},$$

где $\bar{s}'_{\lambda_1}, \bar{s}'_{\lambda_2}$ вычисляются из расчета хода действительного луча, идущего из точки предмета на оси, s'_{λ_0} — из расчета хода первого параксиального луча.

Приближенное вычисление хроматических aberrаций

Хроматические aberrации первого порядка

Хроматизм положения

Общие формулы

без учета нормировки первого и второго вспомогательных лучей

для $s_1 \neq -\infty$ и $s_1 = -\infty$

$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = S_{1xp} / (n'_k \alpha'_k)^2$, если $n'_k \neq 1$; $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = S_{1xp} / \alpha'^2_k$ для системы в воздухе; S_{1xp} — первая хроматическая сумма.

Ниже приводятся формулы для $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$ с учетом нормировки первого и второго вспомогательных лучей для бесконечно тонких компонентов или линзы:

Первый вспомогательный луч, $s_1 \neq -\infty$: $\alpha_1 = \beta$, $h_1 = \beta a_1$, $\alpha' = 1$, $s_1 = -\infty$: $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = 1$, $\alpha' = 1$.

Второй вспомогательный луч, $s_1 \neq -\infty$: $\beta_1 = 1$, $y_1 = a_p$, $I = \beta(a_p - a_1)$, $s_1 = -\infty$: $\beta_1 = 1$, $y_1 = \bar{a}_p = a_p f'$, $I = -h_1$.

Система из p бесконечно тонких компонентов в воздухе

$s_1 \neq -\infty$	$s_1 = -\infty$
$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = S_{1xp} = \sum_{i=1}^p h_i C_i =$ $= \Phi_p \sum_{i=1}^p h_i^2 \phi_i \bar{C}_i;$	$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = f' S_{1xp}^\infty = f' \sum_{i=1}^p h_i C_i =$ $= f' \sum_{i=1}^p h_i^2 \phi_i \bar{C}_i,$

где Φ_p — оптическая сила системы из p тонких компонентов; ϕ_i — приведенная оптическая сила отдельного компонента, $\phi_i = \Phi_i / \Phi_p$; $\bar{C}_i$ — неосновной хроматический параметр компонента; C_i — основной хроматический параметр компонента; h_i — высота первого вспомогательного луча на i -том компоненте.

Бесконечно тонкий компонент в воздухе

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = S_{1xp} = h_i C_i = \beta a_1 (1 - \beta) \bar{C}_i; \quad \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = f' S_{1xp}^\infty = f' h_i C_i = f' \bar{C}_i,$$

где β — линейное увеличение компонента, a_1 — расстояние до предмета.

Бесконечно тонкая линза в воздухе

$$\left. \begin{aligned} \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} &= S_{I \text{ xp}} = \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_v = \\ &= h C_\mu = \Phi_\mu h_\mu^2 \bar{C}_\mu = \\ &= -a'^2 / (f'_\mu v_\mu) = -(1-\beta)^2 f'_\mu / v_\mu; \end{aligned} \right| \begin{aligned} \Delta s'^{\infty}_{\lambda_1 \lambda_2} &= f' S_{I \text{ xp}}^{\infty} = f' \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_v = \\ &= f' \bar{C}_\mu = -f' / v_\mu, \end{aligned}$$

где $\bar{C}_\mu = -1/v_\mu$ — основной хроматический параметр бесконечно тонкой линзы, a' — положение изображения относительно бесконечно тонкой линзы.

Линза конечной толщины в воздухе

Нормировка вспомогательных лучей такая же, как приведена выше, с тем лишь отличием, что $h_1 = s_1 \beta$, $I = \beta(s_p - s_1)$

$$\left. \begin{aligned} \Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} &= S_{I \text{ xp}} = h_1 C_1 + h_2 C_2 = \\ &= -1/v_\mu [s_1 \beta (1-\beta) - d\alpha_2 (1-\alpha_2)]; \end{aligned} \right| \begin{aligned} \Delta s'^{\infty} &= f' S_{I \text{ xp}}^{\infty} = f' \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_v = \\ &= -f' / v_\mu [1 - d\alpha_2 (1-\alpha_2)]. \end{aligned}$$

Хроматизм увеличения

Общие формулы

без учета нормировки первого и второго вспомогательных лучей, для $s_1 \neq -\infty$ и $s_1 = -\infty$

$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = (y'/I) S_{II \text{ xp}}$ — абсолютный хроматизм увеличения;

$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} / y_{\lambda_0} = S_{II \text{ xp}}^{\infty} / I$ — относительный хроматизм увеличения, вычисляется в процентах;

$S_{II \text{ xp}}$ — вторая хроматическая сумма.

Далее приводятся формулы с учетом нормировки вспомогательных лучей, приведенной выше.

Система из p бесконечно тонких компонентов в воздухе

$$\left. \begin{aligned} s_1 \neq -\infty \\ \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} &= (y'/I) S_{II \text{ xp}} = \\ &= (y'/I) \sum_{i=1}^p h_i C_i = \frac{y' \Phi_p}{\beta(a_p - a_1)} \times \\ &\times \sum_{i=1}^p h_i y_i \varphi_i \bar{C}_i; \end{aligned} \right| \begin{aligned} s_1 = -\infty \\ \Delta y'^{\infty}_{\lambda_1 \lambda_2} &= -y' S_{II \text{ xp}}^{\infty} = -y' \sum_{i=1}^p y_i C_i = \\ &= -y' \sum_{i=1}^p h_i y_i \varphi_i \bar{C}_i. \end{aligned}$$

Бесконечно тонкий компонент в воздухе

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = (y'/I) S_{\Pi \text{ xp}} = \left| \begin{array}{l} \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = -y' S_{\Pi \text{ xp}}^{\infty} = -y' \bar{a}_p \bar{C}_i \\ = \frac{y'}{\beta(a_p - a_1)} h_i y_i \Phi_i \bar{C}_i; \end{array} \right.$$

Бесконечно тонкая линза в воздухе

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = (y'/I) S_{\Pi \text{ xp}} = \left| \begin{array}{l} \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = -y' S_{\Pi \text{ xp}} = y' a_p \frac{\Phi_{\mu}}{v_{\mu}} \\ = -y' \frac{a_1 a_p}{a_p - a_1} \frac{\Phi_{\mu}}{v_{\mu}}; \end{array} \right.$$

Линза конечной толщины в воздухе

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{y'}{I} S_{\Pi \text{ xp}} = \frac{y'}{I} \sum_{v=1}^{v=2} y_v C_v = \left| \begin{array}{l} \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = -y' S_{\Pi \text{ xp}} = \\ = -\frac{y'}{\beta(s_p - s_1) v_{\mu}} \times \\ \times [s_p (1 - \beta) - d \beta_2 (1 - \alpha_2)]; \end{array} \right. \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = -y' S_{\Pi \text{ xp}} = \frac{y'}{v_{\mu}} [s_p - d \beta_2 (1 - \alpha_2)].$$

Вторичный спектр

Общая формула

без учета нормировки первого и второго вспомогательных лучей,
для $s_1 \neq -\infty$ и $s_1 = -\infty$

$\Delta s'_{\text{вс}} = S_{1 \text{ вс}} / (n' \alpha_k'^2)$, где $S_{1 \text{ вс}}$ — первая хроматическая сумма для вторичного спектра.

Система из p тонких компонентов

$$\Delta s'_{\text{вс}} = S_{1 \text{ вс}} = \Phi_p \sum_{i=1}^p h_i^2 \Phi_i \bar{C}_{i \text{ вс}}; \quad \left| \quad \Delta s'_{\text{вс}}^{\infty} = f' S_{1 \text{ вс}}^{\infty} = f' \sum_{i=1}^{i=p} h_i^2 \Phi_i \bar{C}_{i \text{ вс}}, \right.$$

где $\bar{C}_{\text{вс}}$ — основной хроматический параметр для вторичного спектра для тонкого компонента.

Бесконечно тонкий компонент в воздухе

$$\Delta s'_{\text{вс}} = S_{1 \text{ вс}} = h_i^2 \Phi_i \bar{C}_{i \text{ вс}}; \quad \left| \quad \Delta s'_{\text{вс}}^{\infty} = f' S_{1 \text{ вс}}^{\infty} = f' \bar{C}_{i \text{ вс}} \right.$$

Бесконечно тонкая линза в воздухе

$$s_1 \neq -\infty \quad \left| \quad s_1 = -\infty \right.$$

$$\Delta s'_{\text{вс}} = S_{1 \text{ вс}} = \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_{v \text{ вс}} = \left| \begin{array}{l} \Delta s'_{\text{вс}}^{\infty} = f' S_{1 \text{ вс}}^{\infty} = -f' \gamma_{\mu} / v_{\mu}, \\ = -a'^2 \gamma_{\mu} / (f'_{\mu} v_{\mu}) = \\ = -(1 - \beta)^2 f'_{\mu} \gamma_{\mu} / v_{\mu}; \end{array} \right.$$

где γ_μ — частная относительная дисперсия, $\gamma_\mu = (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_0}) / (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}) = \Delta \tilde{n} / \Delta n$.

Линза конечной толщины в воздухе

$$\Delta s'_{\text{вс}} = S_{\text{I вс}} = \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_{v \text{ вс}} = \left| \begin{array}{l} \Delta s'_{\text{вс}} = f' S_{\text{I вс}} = - (f' \gamma_\mu / v_\mu) \times \\ \times [1 - d\alpha_2 (1 - \alpha_2)]. \end{array} \right.$$

$$= - \frac{\gamma_\mu}{v_\mu} [s_1 \beta (1 - \beta) - d\alpha_2 (1 - \alpha_2)];$$

Хроматические суммы

Для системы из k поверхностей

$$S_{\text{I xp}} = \sum_{v=1}^k h_v C_v, \quad \left| \quad S_{\text{II xp}} = \sum_{v=1}^{v=k} y_v C_v. \right.$$

Для системы из p бесконечно тонких компонентов

$$S_{\text{I xp}} = \sum_{i=1}^{i=p} h_i C_i = \Phi_p \sum_{i=1}^p h_i^2 \Phi_i \bar{C}_i, \quad \left| \quad S_{\text{II xp}} = \sum_{i=1}^{i=p} y_i C_i = \Phi_p \sum_{i=1}^p h_i y_i \Phi_i \bar{C}_i, \right.$$

$$S_{\text{I xp}}^\infty = \sum_{i=1}^p h_i^2 \Phi_i \bar{C}_i; \quad \left| \quad S_{\text{II xp}}^\infty = \sum_{i=1}^p h_i y_i \Phi_i \bar{C}_i. \right.$$

Зависимость между неосновным C_i и основным $\bar{C}_i$ хроматическими параметрами бесконечно тонкого компонента

$$C_i = (\alpha'_i - \alpha_i) \bar{C}_i = h_i \Phi_i \bar{C}_i.$$

Хроматический поверхностный параметр C_v

$$C_v = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\Delta n'_v}{n'_v} - \frac{\Delta n_v}{n_v} \right) = \frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \delta \left(\frac{\Delta n_v}{n_v} \right).$$

Первая хроматическая сумма вторичного спектра

$S_{\text{I вс}} = \sum_{v=1}^{v=k} h_v C_{v \text{ вс}}$, где $C_{v \text{ вс}}$ — поверхностный хроматический параметр для вторичного спектра:

$$C_{v \text{ вс}} = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\Delta n'_v}{n'_v} - \frac{\Delta n_v}{n_v} \right),$$

где $\Delta n'_v = \gamma \Delta n$.

Основной хроматический параметр $\bar{C}_\mu$ и основной хроматический параметр для вторичного спектра $\bar{C}_{\text{вс} \mu}$ бесконечно тонкой линзы

$$\bar{C}_\mu = -1/v_\mu; \quad \bar{C}_{\text{вс} \mu} = -\gamma_\mu/v_\mu.$$

Основной хроматический параметр тонкого компонента, состоящего из l линз

$\bar{C}_l = -\sum_{\mu=1}^{l} \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}}$, где φ_{μ} — приведенная оптическая сила линзы, входящей в компонент, v_{μ} — коэффициент дисперсии материала линзы.

Основной хроматический параметр для вторичного спектра для бесконечно тонкого компонента, состоящего из l линз

$$\bar{C}_{\text{вс}} = -\sum_{\mu=1}^{v=l} \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}} \gamma_{\mu}.$$

Хроматические aberrации и хроматические суммы плоскопараллельной пластинки

Хроматизм положения $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{d(n-1)}{n^2 v}$

Хроматизм увеличения $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{d \operatorname{tg} \omega (n-1)}{n^2 v}$

Первая хроматическая сумма $S_{\text{Ixp}} = \frac{\alpha_1^2 (n-1) d}{n^2 v}$

Вторая хроматическая сумма $S_{\text{IIxp}} = \frac{\alpha_1 \beta_1 (n-1) d}{n^2 v}$

где d — толщина ППП; n , v — показатель преломления и коэффициент дисперсии стекла, из которого изготовлена ППП; α_1 — угол первого параксиального луча; β_1 — угол второго параксиального луча; ω — угол поля.

Задачи с решениями

Задача 7.1. Вывести формулу для хроматизма положения первого порядка бесконечно тонкой линзы в воздухе, исходя из формул Гаусса и оптической силы.

Решение. Из формул

$$1/a' - 1/a = 1/f'; \quad \Phi = 1/f' = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2)$$

следует:

$$1/a' - 1/a = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2).$$

Дифференцируя это выражение по переменным a' и n , считая $a = \text{const}$ и $da' = ds'$, получим

$$-ds'_{\lambda_1 \lambda_2} / a'^2 = dn (1/r_1 - 1/r_2),$$

откуда

$$ds'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 dn (1/r_1 - 1/r_2).$$

Заменим дифференциалы приращениями:

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 \Delta n (1/r_1 - 1/r_2).$$

Умножим и разделим это выражение на $(n-1)$; введем оптическую силу линзы:

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 [\Delta n / (n-1)] \Phi.$$

Так как $\Delta n / (n-1) = 1/v$, то

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 \Phi / v.$$

Для предмета в бесконечности

$$a' = f' \text{ и } \Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -f' / v.$$

Задача 7.2. Вычислить хроматизм положения и увеличения тонкой линзы в воздухе, если $f' = 100$ мм; $v = v_e = 25,17$ (стекло марки ТФ10) при $a_1 = -\infty$, $a_1 = 2f$ и $a_1 = 1,5f$, если $y' = 18$ мм; $a_p = -50$ мм.

Решение. Линза из стекла марки ТФ10 будет обладать наибольшим хроматизмом, так как из всех марок стекол ГОСТ 3514-76 она имеет наименьшее значение коэффициента дисперсии — $v_e = 25,17$, тогда

$$a_1 = -\infty; y' = 18,0; \Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -f' / v = -3,97;$$

$$\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = y' a_p \Phi / v = -0,36;$$

Если $a_1 = 2f = -2f'$, то $a' = 2f' = 200$; $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 / (v \cdot f') = -4 f' / v = -15,89$;

$$\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = -y' \frac{a_1 a_p}{a_p - a_1} \frac{\Phi}{v} = y' \frac{2f' a_p}{a_p + 2f'} \frac{\Phi}{v} = y' \frac{2a_p}{a_p + 2f'} \frac{1}{v} = -0,48.$$

Из полученных результатов расчета видно, что как хроматизм положения, так и хроматизм увеличения изменяются с изменением положения предмета. Минимальная величина $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2}$ имеет место для предмета в бесконечности. При уменьшении координаты a_1 хроматизм положения увеличивается и при $a_1 = -2f'$ хроматизм положения увеличивается в 4 раза. А так, например, при $a_1 = 1,5f = -1,5f'$, когда $a' = 3f'$, имеем $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -a'^2 / (f' \cdot v) = -9f' / v$, т. е. хроматизм положения увеличивается в 9 раз. При перемещении предмета из бесконечности по направлению к передней фокальной плоскости

хроматизм увеличения также возрастает, но в меньшей степени. Если $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$ при $a_1 = -2f'$ увеличивается в четыре раза, то хроматизм увеличения — только на 33%.

Отрицательная линза имеет хроматизм обратного знака. Это обстоятельство позволяет получить систему практически свободную от хроматических аберраций.

Задача 7.3. Вычислить хроматизм положения линзы в воздухе для линий спектра F' и C' при $s_1 = -\infty$, если конструктивные параметры линзы следующие: $r_1 = 105,44$ мм; $r_2 = -141,58$ мм и $d = 25,0$ мм. Для марки стекла линзы ТК14: $n_e = 1,615$ 50; $n_{F'} = 1,620$ 69; $n_{C'} = 1,610$ 49; $v_e = 60,34$.

Вычисления выполнить:

1) методом расчета хода первого параксиального луча для линий e , F' , C' ;

2) по формуле для линзы конечной толщины;

3) по формуле для тонкой линзы.

Решение. Определим хроматизм положения и фокусное расстояние линзы расчетом хода первого параксиального луча при $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 10,0$.

Для линии e

$$\alpha_2 = \frac{n_1 \alpha_1 + h_1 (n_2 - n_1) / r_1}{n_2} = h_1 (n - 1) / r_1 n_2 = 0,036 \ 134 ;$$

$$h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 9,0966 ;$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2 \alpha_2 + h_2 (n_3 - n_2) / r_2}{n_3} = n \alpha_2 + h_2 (1 - n_2) / r_2 = 0,097 \ 921 ;$$

$$s'_{F'} = s'_{2e} = h_2 / \alpha_3 = 92,90 ; \quad f' = h_1 / \alpha_3 = 102,12 .$$

Расчет хода луча по приведенным выше формулам для линий F' и C' дал следующие результаты:

для линии F'

$$s'_{F'} = s'_{2F'} = 92,09 ; \quad f'_{F'} = 101,29 ;$$

для линии C'

$$s'_{F'} = s'_{2C'} = 93,69 ; \quad f'_{C'} = 102,94 .$$

Хроматизм положения $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = s'_{2F'} - s'_{2C'} = -1,60$; хроматизм фокусных расстояний $\Delta f' = f'_{F'} - f'_{C'} = -1,65$.

Определим диаметры кружков рассеяния в плоскости параксиального изображения (в задней фокальной плоскости) для линии e спектра.

Хроматические разности относительно линии e будут равны:

$$\Delta s'_{F'e} = s'_{2F'} - s'_{2e} = -0,81 ; \quad \Delta s'_{C'e} = s'_{2C'} - s'_{2e} = 0,79 .$$

Если принять $D = 20,0$, то относительное отверстие линзы будет равно 1 : 5. Диаметры кружков рассеяния для линий спектра F' и C' , учитывая, что $\alpha'_F = 0,098\,726$, $\alpha'_C = 0,097\,143$, составят

$$2\Delta y'_F = 2\Delta s'_F \cdot \alpha'_F = 0,160; \quad 2\Delta y'_C = 2\Delta s'_C \cdot \alpha'_C = 0,153.$$

Хроматизм положения для линзы конечной толщины определим по формуле

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = S_{1\text{кр}}^{\infty} / \alpha_3^2,$$

где

$$S_{1\text{кр}}^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=2} h_v C_v = -(1/v) [h_1 \alpha_3 - d \alpha_2 (\alpha_3 - \alpha_2)].$$

В этой формуле углы α берут для линии e спектра. Учитывая, что $h_1 = 10,0$; $\alpha_2 = 0,036\,134$; $\alpha_3 = 0,097\,921$; $v_e = 60,34$ и $d = 25,0$, получим

$$S_{1\text{кр}} = -0,015\,30; \quad \Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -1,5957 \approx -1,60.$$

Хроматизм положения тонкой линзы $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -f'/v = -1,6924$.

Таким образом, для хроматизма положения:

- 1) из расчета хода первого параксиального луча для линий спектра

$$F' \text{ и } C' \quad \Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -1,60;$$

- 2) по формуле для линзы конечной толщины

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -1,60;$$

- 3) по формуле для тонкой линзы

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = -1,69.$$

Приведенные данные показывают, что все методы вычисления хроматизма положения первого порядка дают идентичные результаты. Отсюда следует, что хроматизм положения одиночной линзы, если толщина линзы сравнительно мала по сравнению с ее фокусным расстоянием, целесообразно вычислять по формуле для тонкой линзы.

Задача 7.4. По данным задачи 7.3 определить хроматизм увеличения, если $s_p = -50,0$ мм; $\omega = 10^\circ$; $D = 20,0$ мм.

Решение. Хроматизм увеличения определим указанными выше способами.

Расчет хода второго параксиального луча для линии e : принимая $\beta_1 = \tan \omega = 0,176\,33$, найдем $y_1 = s_p \beta_1 = -8,8165$, тогда

$$\beta_2 = \frac{n_1 \beta_1 + y_1 (n_2 - n_1) / r_1}{n_2} = \frac{\beta_1 + y_1 (n - 1) / r_1}{n} = 0,077\,291;$$

$$y_2 = y_1 - d \beta_2 = -10,749;$$

$$\beta_3 = \frac{n_2 \beta_2 + y_2 (n_3 - n_2) / r_2}{n_3} = n \beta_2 + y_2 (1 - n) / r_2 = 0,078134.$$

Расстояние от второй поверхности линзы до осевой точки выходного зрачка $s'_{p'} = y_2 / \beta_3 = -137,57$. Величина изображения, учитывая, что $s'_2 = s'_{p'} = 92,90$, равна

$$y' = (s'_{p'} - s'_2) \beta_3 = -18,007.$$

Проверим величину изображения по формуле $y' = -f' \beta_1 = -18,007$.

Линейное увеличение в зрачках $\beta_p = n_1 \beta_1 / n_3 \beta_3 = \beta_1 / \beta_3 = 2,2567$; диаметр выходного зрачка $D' = \beta_p D = 45,13$. Расчет хода второго параксиального луча для линий спектра F' и C' дал следующие результаты:

для линии F'

$$s'_{p'} = -138,77; y' = -17,92;$$

для линии C'

$$s'_{p'} = -136,42; y' = -18,09.$$

Хроматизм увеличения в плоскости параксиального изображения для линии спектра e

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = y'_{F'} - y'_{C'} = 0,17.$$

Хроматизм положения в выходном зрачке $\Delta s'_{p'F'C'} = \Delta s'_{p'F'} - \Delta s'_{p'C'} = -138,77 + 136,42 = -2,35$.

Хроматизм увеличения для линзы конечной толщины вычисляют по формуле

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = (y' / I) S''_{\Pi \text{ xp}},$$

где

$$S_{\Pi \text{ xp}} = \sum_{v=1}^{v=2} y_v C_v = -\frac{1}{v} [y_1 \alpha_3 - d \beta_2 (\alpha_3 - \alpha_2)].$$

Так как для линии e : $y_1 = -8,8165$; $\beta_2 = 0,077291$; $\alpha_2 = 0,036134$; $\alpha_3 = 0,097921$; $d = 25,0$; $v_e = 60,34$, то вторая хроматическая сумма будет равна $S''_{\Pi \text{ xp}} = 0,016286$.

Инвариант Лагранжа—Гельмгольца

$$\begin{aligned} I &= n_y \alpha_1 = n_1 (s_p - s_1) \beta_1 \alpha_1 = n_1 (s_p - s_1) \beta_1 (h_1 / s_1) = \\ &= n_1 [(s_p / s_1) - 1] \beta_1 h_1 = -n_1 \beta_1 h_1. \end{aligned}$$

Для линзы в воздухе $I = -\beta_1 h_1 = -1,7633$.

Хроматизм увеличения $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = (y' / I) S''_{\Pi \text{ xp}} = 0,17$; хроматизм увеличения тонкой линзы $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = y' s_p (\Phi / v) = 0,15$. Для хроматизма увеличения:

1) из расчета хода второго параксиального луча для длин волн F' и C' $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = 0,17$;

2) по формуле для линзы конечной толщины $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = 0,17$;

3) по формуле для тонкой линзы $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = 0,15$.

Сходимость результатов хорошая, поэтому хроматизм увеличения можно вычислять по формулам для тонкой линзы.

Задача 7.5. Вычислить хроматизм положения и увеличения плоскопараллельной пластинки в воздухе, если $s_1 = -100$ мм; $d = 100$ мм; $s_p = -50$ мм; $\omega = 10^\circ$. Пластика изготовлена из стекла марки К8, для которой $n_e = 1,51829$; $n_F = 1,52238$; $n_C = 1,51430$; $v_e = 63,83$. Вычисления выполнить расчетом хода параксиальных лучей и по формулам хроматизма первого порядка.

Решение. Для определения хроматизма положения рассчитаем ход первого параксиального луча для линий спектра e , F' и C' по формулам

$$\alpha_2 = n_1 \alpha_1 / n_2; \quad h_2 = h_1 - d \alpha_2; \quad \alpha_3 = n_2 \alpha_2 / n_3; \quad s_2' = h_2 / \alpha_3.$$

Так как $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = n$; $\alpha_2 = \alpha_1 / n$; $h_2 = h_1 - d \alpha_2$, то

$$\alpha_3 = n \alpha_2; \quad s_2' = h_2 / \alpha_3.$$

Примем $h_1 = 10,0$, тогда $\alpha_1 = h_1 / s_1 = -0,1$. Расчет хода луча дал следующие результаты.

для линии e : $\alpha_2 = \alpha_1 / n = -0,065864$; $h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 16,586$; $\alpha_3 = n \alpha_2 = -0,1$; $s_2' = h_2 / \alpha_3 = -165,86$;

для линии F' : $\alpha_1 = -0,1$; $\alpha_2 = -0,065687$; $h_2 = 16,569$; $\alpha_3 = -0,1$; $s_2' = -165,69$;

для линии C' : $\alpha_1 = -0,1$; $\alpha_2 = -0,066037$; $h_2 = 16,604$; $\alpha_3 = -0,1$; $s_2' = -166,04$.

Хроматизм положения равен

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = s'_{2F'} - s'_{2C'} = 0,35.$$

По формуле для хроматизма первого порядка

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{1}{\alpha_3^2} S_{1xp} = \frac{1}{\alpha_3^2} \left[\alpha_1^2 \frac{n_e - 1}{n_e^2} \right] = \frac{n_e - 1}{n_e^2} \frac{d}{v_e} = 0,35.$$

Второй параксиальный луч рассчитывают по аналогичным формулам:

$$\beta_2 = \beta_1 / n; \quad y_2 = y_1 - d \beta_2; \quad \beta_3 = n \alpha_2; \quad s'_p = y_2 / \beta_3.$$

Высота падения второго параксиального луча на первую поверхность

$$y_1 = s_p \beta_1 = s_p \tan \omega = -50,0 \tan 10^\circ = -8,8165.$$

В результате расчета получим

для линии F' : $\beta_1 = 0,176\ 33$; $\beta_2 = 0,115\ 83$; $y_2 = 20,400$; $\beta_3 = \beta_1$;
 $s'_{F'} = -115,69$;

для линии C' : $\beta_1 = 0,176\ 33$; $\beta_2 = 0,116\ 44$; $y_2 = 20,461$; $\beta_3 = \beta_1$;
 $s'_{C'} = -116,04$.

Величины изображений

$$y'_{F'} = (s'_{F'} - s'_2)\beta_3 = 8,846 ; \quad y'_{C'} = (s'_{C'} - s'_2)\beta_3 = 8,784 .$$

Хроматизм увеличения $\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = y'_{F'} - y'_{C'} = 0,062$. Хроматизм увеличения определяется также по формуле

$$\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{1}{\alpha_1} S_{\parallel \text{xp}} = \frac{1}{\alpha_1} \left[\alpha_1 \beta_1 \frac{n_e - 1}{n_e^2} \frac{d}{v_e} \right] = \beta_1 \frac{n_e - 1}{n_e^2} \frac{d}{v_e} = \\ = \Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} \beta_1 = 0,062 .$$

Из приведенного выше видно, что результаты вычислений хроматизма первого порядка плоскопараллельной пластинки расчетом хода параксиальных лучей и по формулам теории хроматизма совершенно идентичны, а поэтому нет смысла производить расчет хода параксиальных лучей.

Задача 7.6. Определить фокусные расстояния линз двухлинзового тонкого объектива с $f' = 400$ мм, ахроматизованного для линий спектра F' и C' . Марка стекла первой линзы К8 ($v_1 = 63,83$), второй — Ф1 ($v_2 = 36,70$).

Решение. Хроматизм положения и увеличения тонкого компонента при $s_1 = -\infty$ характеризуется уравнениями

$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = f' S_{\parallel \text{xp}}^{\infty}$; $\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = (y'/I) S_{\parallel \text{xp}}^{\infty} = -y' S_{\parallel \text{xp}}^{\infty}$, если по нормировке $I = -1$,
 где

$$S_{\parallel \text{xp}}^{\infty} = \bar{C}_i = -\sum_{\mu=1}^2 \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}}; \quad S_{\parallel \text{xp}}^{\infty} = -a_p \sum_{\mu=1}^2 \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}}.$$

Чтобы в компоненте отсутствовали хроматические aberrации положения и увеличения, необходимо выполнение условия

$$\bar{C}_i = -\sum_{\mu=1}^2 \varphi_{\mu}/v_{\mu} = -(\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2) = 0.$$

Кроме того, необходимо выполнить условие масштаба или заданного фокусного расстояния $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$. При соблюдении этих условий:

$$\varphi_1 = v_1/(v_1 - v_2) = 2,352\ 75, \quad \varphi_2 = v_2/(v_2 - v_1) = -1,352\ 75.$$

Фокусные расстояния линз объектива при $f' = 400,0$:

$$f'_1 = f'/\varphi_1 = 170,014; f'_2 = f'/\varphi_2 = -295,694.$$

Задача 7.7. Определить вторичный спектр положения и увеличения для линий спектра F' и e объектива задачи 7.6.

Решение. Вторичный спектр положения и увеличения определяется при $s_1 = -\infty$ по формулам

$$\Delta s'_{\text{вс}} = f' S'_{\text{I вc}}; \Delta y'_{\text{вс}} = -y' S'_{\text{II вc}} \text{ при } I = -1,$$

где

$$S'_{\text{I вc}} = \bar{C}'_{\text{I вc}} = -\sum_{\mu=1}^2 \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}} \gamma_{\mu};$$

$$S'_{\text{II вc}} = y_i \bar{C}'_{\text{I вc}} = -a_p \sum_{\mu=1}^2 \frac{\varphi_{\mu}}{v_{\mu}} \gamma_{\mu}, \text{ т. к. } y_i = a_p, \text{ если для второго па-}$$

раксимального луча $\beta_1 = 1$.

Относительная частная дисперсия для заданных линий спектра и марок стекол будет равна

$$\gamma_1 = \left(\frac{n_{F'} - n_e}{n_{F'} - n_{C'}} \right)_1 = 0,5062; \gamma_2 = \left(\frac{n_{F'} - n_e}{n_{F'} - n_{C'}} \right)_2 = 0,5220.$$

При этих значениях γ определим основной хроматический параметр вторичного спектра

$$\bar{C}'_{\text{I вc}} = -[(\varphi_1/v_1) \gamma_1 + (\varphi_2/v_2) \gamma_2] = 0,000 582.$$

Хроматические суммы для вторичного спектра

$$S'_{\text{I вc}} = \bar{C}'_{\text{I вc}} = 0,000 582; S'_{\text{II вc}} = y_i \bar{C}'_{\text{I вc}} = 0,000 582 y_i.$$

Если входным зрачком является оправа объектива, то $y_i = a_p = 0$, $S'_{\text{II вc}} = 0$.

Вторичный спектр положения и увеличения

$$\Delta s'_{\text{вс}} = f' S'_{\text{I вc}} = 0,233; \Delta y'_{\text{вс}} = -y' S'_{\text{II вc}} = 0, \text{ если } I = -1.$$

Вторичный спектр положения и увеличения может быть вычислен также по формулам

$$\Delta s'_{\text{вс}} = -f' [(\gamma_2 - \gamma_1)/(v_2 - v_1)] = 0,233;$$

$$\Delta y'_{\text{вс}} = y' a_p [(\gamma_2 - \gamma_1)/(v_2 - v_1)] = 0.$$

Допустим, что $a_p = -50,0$; $\omega = 5^\circ$ и

$$y_i = a_p \operatorname{tg} \omega / f' = -0,010 94; y' = -f' \operatorname{tg} \omega = -34,996.$$

Тогда

$$S_{\text{лвс}}^{\infty} = y_i \bar{C}_{\text{лвс}} = -6,37 \cdot 10^{-6}; \Delta y_{\text{лвс}}^{\infty} = 0,00022.$$

Вторичный спектр увеличения, если даже $a_p = -50,0$, практически равен нулю.

Задача 7.8. Определить фокусные расстояния линз двухлинзового склеенного объектива, если $f' = 160$ мм, а за объективом расположены прямоугольные призмы из стекла К8, причем толщина эквивалентной им плоскопараллельной пластинки (ППП) составляет 100 мм (рис. 7.1).

Решение. Оптическая система в целом должна быть свободна от хроматизма положения, т. е. должно выполняться условие

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} + \Delta s'_{\text{ппп}} = 0.$$

Хроматизм положения плоскопараллельной пластинки является постоянной величиной, поэтому хроматизм положения объектива должен быть равен

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = -\Delta s'_{\text{ппп}}.$$

Учитывая, что

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = f' \bar{C}_i; \Delta s'_{\text{ппп}} = (n-1)d/n^2 v,$$

найдем

$$\bar{C}_i = -\frac{n-1}{n^2} \frac{d}{v f'} = -\Delta s'_{\text{ппп}} / f'.$$

Так как $C_i = -(\phi_1/v_1 + \phi_2/v_2)$, то, исходя из уравнений

$$\phi_1 + \phi_2 = 1; \phi_1/v_1 + \phi_2/v_2 = \Delta s'_{\text{ппп}} / f',$$

найдем

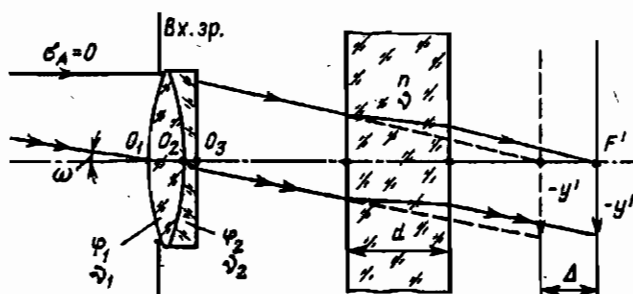


Рис. 7.1. Ход апертурного и главного лучей в системе, состоящей из двухлинзового склеенного объектива и прямоугольных призм, замененных эквивалентной им плоскопараллельной пластинкой

$$\varphi_1 = \frac{v_1}{v_1 - v_2} (1 - \Delta s'_{\text{пп}} v_2 / f');$$

$$\varphi_2 = \frac{v_2}{v_2 - v_1} (1 - \Delta s'_{\text{пп}} v_2 / f').$$

Хроматизм положения плоскопараллельной пластинки

$$\Delta s'_{\text{пп}} / f' = [(n-1)/n^2] (d/vf') = 0,002\,201.$$

Принимая для объектива комбинацию марок стекол К8 — ТФ5, для которых соответственно $v_2 = 63,83$, $v_3 = 27,32$, оптические силы линз объектива будут равны $\varphi_1 = 1,6432$; $\varphi_2 = -0,6432$. Фокусные расстояния линз $f'_1 = f'/\varphi_1 = 97,37$; $f'_2 = f'/\varphi_2 = -248,76$.

При установке плоскопараллельной пластинки в сходящихся пучках лучей плоскость изображения (в данном случае задняя фокальная) смещается на величину $\Delta = d(n-1)/n = 34,14$ мм.

Задача 7.9. Рассчитать ахроматический объектив, склеенный из двух линз, если $f' = 200$ мм. Стекла объектива имеют следующие характеристики. Первая линза из К8: $n_2 = 1,5183$; $v_1 = 63,83$; $n_F - n_C = 0,008\,12$; вторая линза из ТФ1: $n_3 = 1,6522$; $v_2 = 33,62$; $n_F - n_C = 0,010\,40$. Предмет удален в бесконечность, последняя поверхность объектива плоская.

Решение. На примере данной задачи покажем, каким образом могут быть вычислены конструктивные элементы тонкого объектива и объектива с линзами конечной толщины, исходя из условий устранения хроматизма положения и хроматизма увеличения.

Хроматизм положения и увеличения при $s_1 = -\infty$ для системы в воздухе определяются уравнениями:

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{1}{\alpha_4^2} S_{\text{I xp}}^{\infty} = \frac{1}{\alpha_4^2} \sum_{v=1}^3 h_v C_v;$$

$$\Delta y'_{\lambda_0} = k S_{\text{II xp}}^{\infty} = k \sum_{v=1}^3 y_v C_v = k \sum_{v=1}^3 h_v C_v + \sum_{v=1}^k S_s h_v C_v,$$

где $k = y_1/h_1 I$, $S_s = \sum_{v=1}^k \frac{d_{v-1}}{n_v h_{v-1} h_v}$.

Для тонкого компонента при $f' = 1,0$

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{1}{\alpha_4^2} \sum_{v=1}^3 C_v = \bar{C}_i = -(\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2);$$

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = -y'_a \sum_{v=1}^3 C_v = -y'_a \bar{C}_i = -y'_a (\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2).$$

Для устранения хроматических aberrаций тонкого объектива можно воспользоваться условием

$$\sum_{v=1}^3 C_v = C_1 + C_2 + C_3 = 0,$$

где C_v определяется по формуле

$$C_v = \frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \delta \left(\frac{\Delta n_v}{n_v} \right).$$

Формула условия в развернутом виде:

$$\frac{\alpha_2}{v_1} + \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{n_3 - n_2} \left(n_2 \frac{n_3 - 1}{v_2} - n_3 \frac{n_2 - 1}{v_1} \right) + \frac{1 - \alpha_3}{v_2} = 0.$$

В этом уравнении два неизвестных α_2 и α_3 . В связи с тем, что $r_3 = \infty$, угол α_3 может быть найден из уравнения первого параксиального луча для третьей поверхности

$$n_4 \alpha_4 - n_3 \alpha_3 = (n_4 - n_3)/r_3 = 0.$$

Так как $n_4 = 1$ и по условиям нормировки $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = 1$, $\alpha_4 = 1$, то

$$1 - n_3 \alpha_3 = 0; \quad \alpha_3 = 1/n_3 = 1/1,6522 = 0,60525.$$

Подставим в развернутую формулу условия устранения хроматических aberrаций величины α_3 , n_2 , n_3 , v_1 и v_2 , тогда $\alpha_2 = 0,8105$. Таким образом, для углов α при $d_1 = d_2 = 0$ получим следующие значения:

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = 0,81050; \quad \alpha_3 = 0,60525; \quad \alpha_4 = 1,0.$$

Радиусы кривизны тонкой системы вычислим по формуле

$$r_{v \text{ тн}} = h_1 (n_{v+1} - n_v) / (n_{v+1} \alpha_{v+1} - n_v \alpha_v) = h_1 [(\delta n / \delta (n \alpha))_v],$$

их величины приведены в табл. 7.1.

Чтобы избежать грубых ошибок в вычислениях, необходимо провести контроль. Им может явиться расчет хода первого параксиального луча через систему или вычисление $\Delta s_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty}$. Порядок вычис-

Таблица 7.1. Порядок вычисления радиусов кривизны тонких линз, мм

α	n	δn	$n \alpha$	$\delta (n \alpha)$	$\frac{\delta n}{\delta (n \alpha)}$	$r_{v \text{ тн}}$ при $h_1 = f' = 200$
1,0	0,0		0,0			
0,81050	1,5183	0,5183	1,23058	1,23058	0,42118	84,24
0,60525	1,6522	0,1339	0,99999	-0,23058	-0,58071	-116,14
1,0	1,0	-0,6522	1,0	0	∞	∞

Таблица 7.2. Порядок вычисления $\delta(\Delta n/n)$

n	$1/n$	$\delta(1/n)$	Δn	$\Delta n/n$	$\delta(\Delta n/n)$
1,0	1,0		0	0,0	
1,5183	0,65863	-0,034137	0,00811	0,0053415	0,0053415
1,6522	0,60525	-0,05338	0,01940	0,011742	0,0064004
1,0	1,0	0,39475	0,0	0,0	-0,011742

Таблица 7.3. Порядок вычисления $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$, мм

α	$\delta\alpha$	$\frac{\delta n}{\delta(n\delta)}$	C
0	0,81050	-2,37426	-0,012528
0,81050	2,20525	3,84507	0,024610
0,60525	0,39475	1,0	-0,011724
1,0			$\sum_{v=1}^3 C_v = 0,000186$

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = f' \sum_{v=1}^3 C_v = 0,0372.$$

лений $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$ показан в табл. 7.2, 7.3. Из табл. 7.3 видно, что хроматизм положения при $f' = 200,0$ равен

$$\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = f' \sum_{v=1}^3 C_v = 0,0372,$$

Исследуем, сохранится ли величина хроматизма положения при переходе к линзам конечной толщины. Пусть объектив имеет относительное отверстие 1:4, тогда световой диаметр его, если входным зрачком является оправка объектива, будет равен 50 мм, а полный — 53,0 мм.

Толщина положительной линзы может быть вычислена по формуле $d_1 = k_1 + d_{\min} - k_2 = 9,9 = 10,0$, где толщина линзы по краю $d_{\min} = 2,5$ и стрелки прогиба $k_1 = 4,2$; $k_2 = -3,2$. Толщину отрицательной линзы примем равной $0,12D$, т. е. $d_2 = 6,3$ мм. Приведенные толщины линз: $d'_1 = 0,05$; $d'_2 = 0,0315$.

Радиусы кривизны линз конечной толщины определяются по формулам

$$r_1 = h_1 \frac{n_2 - n_1}{n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1}; \quad r_2 = h_2 \frac{n_3 - n_2}{n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2}; \quad r_3 = h_3 \frac{n_4 - n_3}{n_4 \alpha_4 - n_3 \alpha_3},$$

где $h_1 = f' = 200,0$; $h_2 = h_1 - d_1 \alpha_1$; $h_3 = h_2 - d_2 \alpha_2$.

Порядок вычисления r приведен в табл. 7.4.

Вследствие неравенства толщины линз нулю $h_1 \neq h_2 \neq h_3$ хроматизм положения изменяется. Определим его величину:

Таблица 7.4. Порядок вычисления радиусов r линз конечной толщины, мм

α	$\frac{\delta n}{\delta n \alpha}$	d	$d\alpha$	h	r
0,0	0,42118	10,0	8,1050	200,0	84,24
0,81050	-0,58071	6,3	3,8131	191,895	-111,43
0,60525				188,082	∞
1,0					

$$S_{I_{xp}}^{\infty} = \sum_{v=1}^3 h_v C_v = h_1 C_1 + h_2 C_2 + h_3 C_3.$$

Так как хроматические параметры C_1 , C_2 и C_3 остаются прежними, то $h_1 C_1 = -0,012\ 628$; $h_2 C_2 = 0,023\ 613$; $h_3 C_3 = -0,011\ 025$ и

$$S_{I_{xp}}^{\infty} = \sum_{v=1}^3 h_v C_v = -0,000\ 057.$$

Хроматизм положения равен

$$\Delta S_{\lambda_1 \lambda_2}^{\infty} = f' \sum_{v=1}^3 C_v = -0,0114.$$

Хроматизм положения при переходе к линзам конечной толщины изменил свою величину и знак, хотя и остался малой величиной.

Исследуем хроматизм увеличения. Для тонких линз при $a_p = 0$ он будет равен нулю. Хроматизм увеличения для объектива с линзами конечной толщины может быть вычислен по формуле (при $I = -1$)

$$\begin{aligned} \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} &= -y' S_{I_{xp}}^{\infty} = y' \left[\sum_{v=1}^3 h_v C_v + \sum_{v=1}^3 S_s h_v C_v \right] = \\ &= y' \left[S_{I_{xp}}^{\infty} + \sum_{v=1}^3 S_s h_v C_v \right]. \end{aligned}$$

Будем считать, что $S_{I_{xp}}^{\infty} = 0$, тогда

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = y' \sum_{v=1}^3 S_s h_v C_v = S_2 h_2 C_2 + S_3 h_3 C_3.$$

В этой формуле $h_2 C_2$ и $h_3 C_3$ известны, тогда найдем

$$S_2 = d_1/n_2 h_2 = 0,034\ 322; \quad S_3 = S_2 + d_2/n_3 h_2 h_3 = 0,055\ 452;$$

$$S_2 h_2 C_2 + S_3 h_3 C_3 = 0,000\ 198.$$

Таким образом, относительный хроматизм увеличения

$$\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} / y' = 0,000\ 198 = 0,02\ %.$$

Если объектив имеет угловое поле $2\omega = 10^\circ$, то

$$y' = -f' \operatorname{tg} \omega = -17,5; \Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2} = -y' S''_{\text{IIxp}} = 0,0035,$$

т. е. $\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}$ практически равен нулю.

В том случае, если в двухлинзовом склеенном объективе хроматизм увеличения должен быть строго равен нулю, то толщина отрицательной линзы определяется по формуле $d_2 = d_1 n_2 C_2 / n_1 C_1$ и примерно будет равна $1,2 d_1$.

В рассматриваемом примере система, свободная от основных хроматических aberrаций, имеет (ГОСТ 1807-75) следующие конструктивные параметры:

		n_r	v_r	
$r_1 = 84,33$	$d_1 = 10,0$	1,5183	63,83	K8
$r_2 = -111,43$	$d_2 = 6,3$	1,6522	33,62	ТФ1
$r_3 = \infty$				

Окончательная проверка хроматизма производится расчетом хода первого и второго параксиальных лучей для линий спектра F' , e и C' .

Задача 7.10. Определить оптические силы компонента (рис. 7.2) с $f' = 240,0$ мм, состоящего из трех тонких линз, расстояния между которыми равны нулю, ахроматизованного для линий спектра F' и C' . Марки стекла линз объектива: ТК16 ($v_1 = 58,09$), ТФ5 ($v_2 = 27,32$), ТК16 ($v_3 = v_1 = 58,09$).

Решение. Для компонента, состоящего из трех линз, уравнения масштаба и ахроматизации имеют вид

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 1;$$

$$\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2 + \varphi_3/v_3 = -\bar{C}_i.$$

В этих уравнениях три неизвестных, поэтому примем $\varphi_3 = k$; $v_3 = v_1$, тогда

$$\varphi_1 + \varphi_2 + k = 1, \quad \varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2 + k/v_1 = -\bar{C}_i.$$

Решая эти уравнения относительно φ_1 и φ_2 , найдем

$$\varphi_1 = \frac{v_1}{v_1 - v_2} (1 + v_2 \bar{C}_i) - k;$$

$$\varphi_2 = \frac{v_2}{v_2 - v_1} (1 + v_2 \bar{C}_i).$$

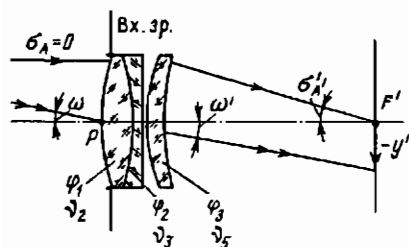


Рис. 7.2. Трехлинзовый объектив

При $C = 0$

$$\varphi_1 = \frac{v_1}{v_1 - v_2} - k; \quad \varphi_2 = \frac{v_2}{v_2 - v_1}.$$

Допустим, что $k = \varphi_3 = 0,5$, тогда для указанных выше марок стекол получим $\varphi_1 = 1,387\,88$; $\varphi_2 = -0,887\,88$; $\varphi_3 = 0,5$ и $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 1$. Фокусные расстояния линз компонента равны

$$f'_1 = f'/\varphi_1 = 172,93; \quad f'_2 = f'/\varphi_2 = -270,31; \quad f'_3 = f'/\varphi_3 = 480,0.$$

Если же принять $\varphi_3 = \varphi_1$, то

$$\varphi_1 = 0,943\,94; \quad \varphi_2 = -0,887\,88; \quad \varphi_3 = 0,943\,94 \text{ и}$$

$$f'_1 = f'_3 = 254,25; \quad f'_2 = -270,31.$$

При $f'_1 = f'_2$ относительное отверстие первой линзы будет меньше в полтора раза, следовательно, радиусы кривизны ее будут больше, что благоприятно влияет на исправление монохроматических аберраций.

Если линзы будут изготовлены из стекол марок БК8 ($v_1 = 62,58$), СТФ2 ($v_2 = 20,26$) и БК8 ($v_3 = 62,58$), то при $\varphi_3 = \varphi_1$ для оптических сил и фокусных расстояний линз получим

$$\varphi_1 = 0,739\,37; \quad \varphi_2 = -0,478\,74; \quad \varphi_3 = 0,739\,37;$$

$$f'_1 = 324,60; \quad f'_2 = 501,32; \quad f'_3 = 324,60.$$

Сочетание этих марок стекол более благоприятно, так как фокусные расстояния первой и третьей линз увеличились в 1,3; второй — в 1,85 раза.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 7.11. Вычислить хроматизм положения первого порядка для линий спектра F' и C' тонкой линзы и линзы толщиной 5 мм, если $s_1 = -\infty$, $r_1 = 100,0$ мм, $r_2 = \infty$. Линза изготовлена из стекла марки К8, для которой $n_d = 1,51829$, $n_{F'} = 1,52238$, $n_{C'} = 1,51430$.

Ответ: $d = 0$, $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = -3,022$ мм; $d = 5$ мм, $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = -3,007$ мм.

Задача 7.12. Вычислить хроматизм положения, вносимый плоскопараллельной пластинкой толщиной 100 мм, если расстояние от первой поверхности пластинки до осевой точки предмета 120 мм, $n_{F'} = 1,52238$, $n_{C'} = 1,51430$ (К8). Вычисления выполнить расчетом хода параксиальных лучей и по формулам хроматизма первого порядка

Ответ: $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = 0,404$ мм.

Задача 7.13. Во сколько раз изменились хроматические aberrации первого порядка пентапризмы, расположенной в сходящемся пучке лучей, при замене марки стекла К8 маркой ТФ1, если $\sin \sigma_A = 0,1$, $2\omega = 12^\circ$, диаметр входной грани призмы 20 мм.

Ответ: хроматические aberrации увеличатся в 2 раза.

Задача 7.14. Определить числовое значение показателя преломления стекла плоскопараллельной пластинки, при котором хроматические aberrации первого порядка достигают экстремального значения.

Ответ: при $n = 2$.

Задача 7.15. Вычислить хроматизм увеличения тонкой линзы, если $a_1 = -100$ мм, $\beta = -1$, $a_p = 0$; -50 ; 50 , линза выполнена из стекла К8. Спектральный диапазон видимый.

Ответ: $\frac{\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}}{y'_{\lambda_0}} = 0\%$; $-3,12\%$; $-1,04\%$.

Задача 7.16. Показать, что хроматические aberrации первого порядка не зависят от формы линзы и остаются постоянными при ее оборачивании на 180° .

Задача 7.17. Вычислить хроматизм увеличения тонкой линзы, если $f' = 100$ мм, $a_p = 0$; -50 ; -100 мм, линза выполнена из стекла К8, спектральный диапазон $F' \dots C'$, $a_1 = -\infty$.

Ответ: $\frac{\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}}{y'_{\lambda_0}} = 0\%$; $-0,78\%$; $-1,56\%$.

Задача 7.18. Вычислить хроматические aberrации первого порядка для тонкой гиперхроматической линзы при условии $r_1 = \infty$, $r_2 = -10$, $r_3 = \infty$, $a_1 = -20$ мм, $a_p = -10$ мм для комбинации марок стекол ТК16/Ф1. Диапазон спектра — видимый.

Ответ: $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2} = 0,24$ мм, $\frac{\Delta y'_{\lambda_1 \lambda_2}}{y'_{\lambda_0}} = 1,21\%$.

Задача 7.19. Доказать, что хроматизм положения первого порядка отсутствует в линзе с равными радиусами кривизны, если $\alpha_1 = \alpha_3 = 1$, $\alpha_2 = 0$. Для доказательства рекомендуется использовать формулу для первой хроматической суммы.

Задача 7.20. В табл. 7.5 приведены aberrации точки на оси трехлинзового $o = -$ бъектива. Используя таблицу, вычислить хроматизм положения для зоны $m = 0,707 (D/2)$ по известным значениям хроматических разностей, определить сферохроматизм и для края зрачка.

Ответ: $\Delta s'_{F'C'_m=35,35} = -0,020$; $\Delta(\Delta s'_{F'C'}) = 0,347$.

Таблица 7.5. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,073	0	0,260	0	-0,187
25,00	-0,032	-0,002	0,01	0,085	0,007	0,190	0,016	-0,105
35,35	-0,040	-0,005	0,02	0,122	0,014	0,142	0,017	-0,020
43,30	-0,024	-0,003	0,02	0,186	0,027	0,117	0,017	0,069
50,00	0,020	0,003	0,03	0,278	0,046	0,118	0,020	0,160

Задача 7.21. Во сколько раз изменится хроматизм положения первого порядка тонкой линзы при перемещении предмета из бесконечности на расстояние $a_1 = 2,5f$?

Ответ: в 2,78 раз.

Задача 7.22. Рассчитать радиусы кривизны тонких линз двухлинзового склеенного объектива из условия исправления хроматизма положения, если $f' = 100$ мм, $r_1 = 100$ мм, в объективе используются марки стекол БФ12 и КФ4 (комбинация «флинт впереди»). Стекла имеют следующие оптические постоянные: БФ12: $n_e = 1,6298$, $v_e = 38,83$, КФ4: $n_e = 1,5203$, $v_e = 58,72$.

Ответ: $r_2 = 24,3916$ мм, $r_3 = -63,5188$ мм.

Задача 7.23. Определить радиусы кривизны линз двухлинзового склеенного объектива-ахромата с фокусным расстоянием 200 мм, в котором используется комбинация марок стекол «флинт впереди» ТФ1 ($n_e = 1,6522$, $v_e = 33,62$) и К8 ($n_e = 1,5183$, $v_e = 63,83$). Линзы считать бесконечно тонкими и принять $r_3 = \infty$.

Ответ: $r_1 = 84,3813$ мм, $r_2 = 49,0612$ мм, $r_3 = \infty$.

Задача 7.24. Доказать, что двухлинзовый афокальный бесконечно тонкий компонент из линз, выполненных из одной марки стекла, является не только ахроматом, но и аполхроматом.

Задача 7.25. Доказать, что при $s_1 = -\infty$ имеются 2 вида линз конечной толщины, в которых исправлен хроматизм положения первого порядка. Для отрицательной линзы вывести формулу зависимости между углами α_2 и α_3 первого вспомогательного луча. Как называется эта линза?

Ответ: $d > 4f'$ при $f' > 0$; при $f' < 0$ $\alpha_3 = \frac{h_2 - h_1}{h_2} \alpha_2$.

Задача 7.26. В каком случае можно исправить хроматизм увеличения в тонкой линзе, если предмет находится в бесконечности?

Глава 8. МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ

Основные формулы для решения задач

Монохроматические aberrации (моно... от греч. *monos* — один) возникают вследствие нарушения гомоцентричности пучков лучей одного цвета (одной длины волны), прошедших оптическую систему, приводящие к снижению качества изображения.

Различают aberrации точки на оси — сферическая aberrация, и точки вне оси — меридиональная кома, астигматизм, кривизна поля, дисторсия. Из них сферическая aberrация и меридиональная кома — aberrации широкого пучка лучей, астигматизм и кривизна поля — aberrации элементарных наклонных пучков лучей, дисторсия — aberrация главного луча.

Геометрическая интерпретация монохроматических aberrаций представлена на рис. 8.1:

BQ — внемеридиональный (косой) луч — это луч, который выходит из точки B предмета вне оси, не лежит в меридиональной плоскости и пересекает ее под различными углами. Для таких лучей оптическая ось не является осью симметрии:

m, M — координаты внемеридионального луча в плоскости входного зрачка;

$A'_k B'_k$ — гауссово изображение предмета $AB = y$.

Реальная система нарушает гомоцентричность лучей и поэтому внемеридиональный луч BQ после оптической системы не приходит в точку B'_k , а пересекает плоскость идеального изображения (плоскость Гаусса) в точке B'_k .

$B'_k B'_k$ — геометрическая (поперечная) aberrация (погрешность) изображения.

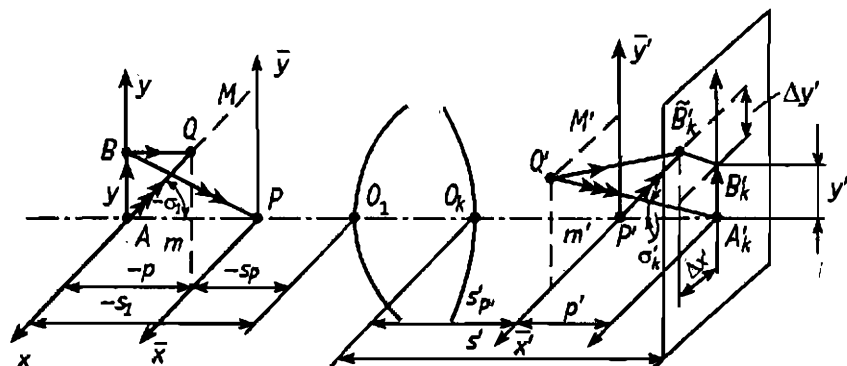


Рис. 8.1. Геометрическая интерпретация монохроматических aberrаций.

Обычно находят:

$\Delta y'$ — проекцию геометрической aberrации на меридиональную плоскость (меридиональная составляющая поперечной aberrации внемеридионального луча);

$\Delta x'$ — проекцию геометрической aberrации на сагиттальную плоскость (сагиттальная составляющая поперечной aberrации внемеридионального луча).

Составляющие $\Delta y'$ и $\Delta x'$ поперечной aberrации внемеридионального луча являются функциями:

y, m, M — координат луча в плоскости предмета и входного зрачка, в также зависят от:

s_1, s_p — положения предметной плоскости и входного зрачка,

r, d, n — конструктивных параметров оптической системы.

Теория aberrаций устанавливает связь между меридиональной $\Delta y'$ и сагиттальной $\Delta x'$ составляющими поперечной aberrации внемеридионального луча и координатами луча y, m, M :

$$\Delta y' = F_1(y, m, M); \quad \Delta x' = F_2(y, m, M).$$

Вследствие симметрии оптической системы относительно оптической оси функции не содержат членов четных порядков, тогда

составляющие aberrаций

$$\Delta y' = \Delta y'_{III} + \Delta y'_{V} + \Delta y'_{VII} + \dots$$

$$\Delta x' = \Delta x'_{III} + \Delta x'_{V} + \Delta x'_{VII} + \dots$$

третьего пятого седьмого и т. д.
порядка порядка порядка

составляющие aberrаций высшего порядка

Координаты точки $\tilde{B}'_k$: $y' + \Delta y'$, $\Delta x'$ — эти координаты могут быть вычислены как из расчета хода лучей (точное вычисление aberrаций), так и приближенным способом (по третьим порядкам).

При расчете aberrаций точным способом их значения получают как разность координат идентичных точек реального и идеального изображений. Координаты реального изображения определяют из расчета хода лучей через реальную систему (обычно по формулам Федера), а координаты идеального изображения — по формулам оптики параксиальных лучей.

Вычисление монохроматических aberrаций точным путем

Сферическая aberrация — aberrация широкого осевого пучка лучей, наиболее важная из aberrаций. Она, как и хроматизм поло-

жения, снижает резкость изображения не только на краю поля, но и в центре. Проявляется только в области действительных лучей, так как в параксиальной области она равна нулю:

продольная сферическая aberrация: $\Delta s'_{\lambda_0} = \tilde{s}'_{\lambda_0} - s'_{\lambda_0}$;

поперечная сферическая aberrация: $2\Delta y'_{\lambda_0} = 2|\Delta s'_{\lambda_0}| \operatorname{tg} \sigma'_A$.

При наличии в оптической системе сферической aberrации точка предмета на оси изображается в виде кружка рассеяния диаметром $2\Delta y'_{\lambda_0}$.

Меридиональная кома — aberrация широкого наклонного пучка лучей. Проявляется в том, что симметричный относительно главного луча пучок, входящий в оптическую систему, становится ассиметричным по выходу из нее. Мерой меридиональной комы является величина K , которую вычисляют следующим образом

$$K = (\tilde{y}'_b + \tilde{y}'_n) / 2 - \tilde{y}'_{гн} \quad \text{или} \quad K = (\Delta y'_b + \Delta y'_n) / 2, \quad \text{где}$$

$$\Delta y'_b = \tilde{y}'_b - \tilde{y}'_{гн}; \quad \Delta y'_n = \tilde{y}'_n - \tilde{y}'_{гн},$$

где $\tilde{y}'_b, \tilde{y}'_{гн}, \tilde{y}'_n$ — координаты пересечения верхнего полевого, главного и нижнего полевого лучей с плоскостью Гаусса.

При наличии меридиональной комы точка предмета вне оси изображается в виде пятна, ядро которого смещено к оптической оси (внешняя, отрицательная кома) или от оптической оси (внутренняя, положительная кома).

Если угловое поле системы $2\omega < 6^\circ \dots 10^\circ$, то для вычисления меридиональной комы не требуется расчета хода действительных лучей. Кому можно вычислить через коэффициент изопланатизма η .

Если $s_1 = -\infty$, то $y' = -f' \operatorname{tg} \omega$; $\eta = \Delta f' / f' + \Delta s'_{\lambda_0} / (s'_{p'} - s'_{\lambda_0})$.

Если $s_1 \neq -\infty$, то $y' = y\beta$; $\eta = \Delta\beta / \beta + \Delta s'_{\lambda_0} / (s'_{p'} - s'_{\lambda_0})$,

где $\Delta f' = \tilde{f}' - f'$ — отступление от условия синусов, если $s_1 = -\infty$; $\Delta\beta = \tilde{\beta} - \beta$ — отступление от условия синусов, если $s_1 \neq -\infty$; $s'_{p'} - s'_{\lambda_0}$ — положение выходного зрачка относительно плоскости Гаусса. Обычно $s'_{p'} - s'_{\lambda_0}$ обозначают через p' .

Астигматизм — aberrация элементарных наклонных пучков лучей. Эти пучки называют также бесконечно узкими и астигматическими. Осью пучка является главный луч. Aberrация проявляется в том, что лучи одного и того же пучка, идущие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (меридиональной и сагиттальной) от точки предмета вне оси, после прохождения оптической системы не собираются в одной точке, а имеют различные точки сходимости B''_m, B'_s на главном луче.

Положение этих точек относительно плоскости идеального изображения характеризуют отрезками z_m' и z_s' . Тогда $z_s' - z_m'$ — астигматическая разность (астигматизм); $(z_s' + z_m')/2$ — кривизна поля изображения.

Каждой точке предмета $AB = y$ будут соответствовать меридиональные и сагиттальные изображения точек B_m' и B_s' , соединяя которые получают меридиональные и сагиттальные изображения предмета y_m' , y_s' , y'_{cp} (промежуточная средняя кривизна), которая характеризует кривизну изображения. При вращении кривых y_m' , y_s' , y'_{cp} вокруг оптической оси получают астигматические поверхности вращения и поверхность кривизны изображения. Все поверхности касательны к плоскости идеального изображения. В плоскости изображения получается пятно в форме эллипса, причем чем больше 2ω , тем больше аберрации.

Дисторсия — абберация точки вне оси (абберация главного луча). Она не зависит от координаты луча (m , M) на входном зрачке. Проявляется в том, что нарушает ортоскопичность (постоянство линейного увеличения по всему полю независимо от величины и формы предмета), что приводит к нарушению подобия предмета его изображению.

В реальных оптических системах линейное увеличение, определяемое по формуле $\beta = y'/y = (s' - s'_p) \operatorname{tg} \omega' / (s - s_p) \operatorname{tg} \omega$, не является постоянным для различных y по следующим причинам:

- а) имеет место сферическая абберация в зрачках;
- б) не сохраняется постоянным угловое увеличение в зрачках.

Поэтому весь пучок смещается в плоскости Гаусса на величину $\Delta y'_a$, но гомоцентричность пучка не нарушается, изображение остается резким для различных значений y (или ω).

$\Delta y'_a = \tilde{y}' - y'$ — абсолютная дисторсия;

$(\Delta y'_a / y') 100\%$ — относительная дисторсия в процентах,

где $\tilde{y}'$ — координата точки пересечения главного луча с плоскостью Гаусса в пространстве изображений; y' — координата точки пересечения второго параксиального луча с плоскостью Гаусса.

В чистом виде отдельные абберации не встречаются и поэтому фигуры рассеяния в плоскости Гаусса имеют сложную форму.

Формулы для вычисления монохроматических аббераций третьего порядка

Теория аббераций третьего порядка впервые была разработана Л. Зейделем (1856 г.), поэтому носит название зейделевой теории изображения, а область, в пределах которой она может быть применена — областью Зейделя. Согласно этой теории меридиональную $\Delta y'_{III}$ и сагиттальную $\Delta x'_{III}$ составляющие поперечной абберации монохроматического луча можно вычислить, не прибегая к расчету хода внемеридиональных лучей, достаточно лишь выполнить расчет 204

хода двух вспомогательных лучей — первого и второго параксиальных лучей при принятых условиях нормировки:

- для первого вспомогательного луча

$$\left. \begin{array}{l} \text{если } s_1 = -\infty: \\ \alpha_1 = 0, \alpha'_1 = 1, h_1 = f' = 1; \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{если } s_1 \neq -\infty: \\ \alpha_1 = \beta, \alpha'_1 = 1, h_1 = s_1 \alpha_1; \end{array}$$

- для второго вспомогательного луча:

$$\beta_1 = 1, y_1 = s_p, I = n_1(s_p - s_1) \beta_1 \alpha_1.$$

Выражения для меридиональной $\Delta y'_{III}$ и сагиттальной $\Delta x'_{III}$ составляющих поперечной аберрации третьего порядка монохроматического луча, которые являются функциями координат m , M луча на входном зрачке, положения s_1 предмета; положения входного зрачка s_p , величины предмета y и конструктивных параметров оптической системы — r , d , n , замененных координатами первого и второго вспомогательных лучей:

- для предмета, расположенного на конечном расстоянии, и оптической системы в воздухе :

$$\begin{aligned} 2\Delta y'_{III} &= \frac{m_1(m_1^2 + M_1^2)}{(s_p - s_1)^3 \beta^3} S_I - \frac{3m_1^2 + M_1^2}{(s_p - s_1)^3 \beta^2} y S_{II} + \\ &+ \frac{m_1 y^2}{(s_p - s_1)^3 \beta} [3S_{III} + I^2 S_{IV}] - \frac{y^3}{(s_p - s_1)^3} S_V; \\ 2\Delta x'_{III} &= \frac{M_1(m_1^2 + M_1^2)}{(s_p - s_1)^3 \beta^3} S_I - \frac{2m_1 M_1}{(s_p - s_1)^3 \beta^2} y S_{II} + \\ &+ \frac{M_1 y^2}{(s_p - s_1)^3 \beta} [S_{III} + I^2 S_{IV}]; \end{aligned}$$

- для предмета, расположенного в бесконечности, и оптической системы в воздухе:

$$\begin{aligned} -2\Delta y'_{III} &= \frac{m_1(m_1^2 + M_1^2)}{f'^2} S_I^{\infty} + \frac{3m_1^2 + M_1^2}{f'} \operatorname{tg} \omega S_{II}^{\infty} + \\ &+ m_1 \operatorname{tg}^2 \omega (3S_{III}^{\infty} + S_{IV}^{\infty}) + f' \operatorname{tg}^3 \omega S_V^{\infty}; \\ -2\Delta x'_{III} &= \frac{M_1(m_1^2 + M_1^2)}{f'^2} S_I^{\infty} + \frac{2m_1 \cdot M_1}{f'} \operatorname{tg} \omega S_{II}^{\infty} + \\ &+ M_1 \operatorname{tg}^2 \omega (S_{III}^{\infty} + S_{IV}^{\infty}), \end{aligned}$$

где S_I , S_{II} , S_{III} , S_{IV} , S_V — коэффициенты аберраций третьего порядка, или суммы Зейделя. Каждый из коэффициентов определяет одну из аберраций третьего порядка.

Коэффициенты aberrаций третьего порядка для предмета в бесконечности $S_1^\infty, \dots, S_V^\infty$ вычисляются при $h_1 = m = f' = 1$, поэтому все исходные данные должны быть приведены к $f' = 1$ (т. е. должны быть разделены на f').

Формулы для вычисления aberrаций третьего порядка

для $s_1 \neq -\infty$:

для $s_1 = -\infty$:

Сферическая aberrация

$$\Delta S_{III}' = -0,5 \left(\frac{h_k}{s_k'} \right)^2 S_I = -0,5 (\sigma_k')^2 S_I; \quad \Delta S_{III}^\infty = -0,5 \frac{m^2}{f'} S_I^\infty.$$

Меридиональная кома

$$K_{III} = -1,5 (\sigma_k')^2 \operatorname{tg} \omega S_{II}; \quad K_{III}^\infty = -1,5 \frac{m^2}{f'} \operatorname{tg} \omega S_{II}^\infty.$$

Кривизна поля изображения

$$z'_{cp} = (z'_m + z'_s)/2;$$

$$z'_{cp} = -0,5 \operatorname{tg}^2 \omega (2S_{III} + I^2 S_{IV}); \quad z'_{cp}^\infty = -0,5 f' \operatorname{tg}^2 \omega (2S_{III}^\infty + S_{IV}).$$

Астигматизм

$$z'_s - z'_m$$

$$\begin{aligned} z'_m &= -0,5 \operatorname{tg}^2 \omega (3S_{III} + I^2 S_{IV}); & z'_m^\infty &= -0,5 f' \operatorname{tg}^2 \omega (3S_{III}^\infty + S_{IV}); \\ z'_s &= -0,5 \operatorname{tg}^2 \omega (S_{III} + I^2 S_{IV}); & z'_s^\infty &= -0,5 f' \operatorname{tg}^2 \omega (S_{III}^\infty + S_{IV}); \\ z'_s - z'_m &= \operatorname{tg}^2 \omega S_{III}; & z'_s - z'_m &= f' \operatorname{tg}^2 \omega S_{III}^\infty. \end{aligned}$$

Дисторсия

$$\Delta y'_{III_d} = -0,5 \operatorname{tg}^3 \omega S_V; \quad \Delta y'_{III_d}^\infty = -0,5 f' \operatorname{tg}^3 \omega S_V^\infty.$$

Коэффициенты aberrаций (суммы Зейделя)

а) для оптических систем из «к» поверхностей:

$$\begin{aligned} S_I &= \sum_{v=1}^{v=k} h_v (P_v + B_v); \\ S_{II} &= \sum_{v=1}^{v=k} y_v (P_v + B_v) - I \sum_{v=1}^{v=k} W_v; \end{aligned}$$

б) для оптических систем из «р» тонких компонентов

$$\begin{aligned} S_I &= \sum_{i=1}^{i=p} h_i (P_i + B_i); \\ S_{II} &= \sum_{i=1}^{i=p} y_i (P_i + B_i) - I \sum_{i=1}^{i=p} W_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{III} &= \sum_{v=1}^{v=k} \frac{y_v^2}{h_v} (P_v + B_v) - \\
&- 2I \sum_{v=1}^{v=k} \frac{y_v}{h_v} W_v + I^2 \sum_{v=1}^{v=k} \frac{1}{h_v} \delta \left(\frac{\alpha}{n} \right)_v; \\
S_{IV} &= \sum_{v=1}^{v=k} \frac{1}{h_v} \Pi_v = - \sum_{v=1}^{v=k} \frac{1}{r_v} \delta \left(\frac{1}{n_v} \right); \\
S_V &= \sum_{v=1}^k y_v^3 (P_v + B_v) / h_v^2 - \\
&- 3I \sum_{v=1}^k y_v^2 W_v / h_v^2 + \\
&+ I^2 \sum_{v=1}^k \left(\frac{y_v}{h_v^2} \right) \left[3\delta \left(\frac{\alpha_v}{n_v} \right) + \Pi_v \right] - \\
&- I^3 \sum_{v=1}^k \frac{1}{h_v^2} \delta \left(\frac{1}{n_v^2} \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{III} &= \sum_{i=1}^{i=p} y_i^2 (P_i + B_i) / h_i - \\
&- 2I \sum_{i=1}^p y_i W_i / h_i + I^2 \sum_{i=1}^p \Phi_i; \\
S_{IV} &= \sum_{i=1}^{i=p} \Phi_i \pi_i; \\
S_V &= \sum_{i=1}^p y_i^3 (P_i + B_i) / h_i^2 - \\
&- 3I \sum_{i=1}^p y_i^2 W_i / h_i^2 + \\
&+ I^2 \sum_{i=1}^p \left(\frac{y_i}{h_i} \right) \Phi_i (3 + \pi_i).
\end{aligned}$$

где P_v, W_v, Π_v, B_v — абберационные поверхностные параметры оптической системы; $P_i, W_i, \Pi_i, B_i, \pi_i$ — абберационные параметры бесконечно тонких компонентов оптической системы:

$$\begin{aligned}
P_i &= \sum_{v=1}^{v=k} P_v; \quad P_v = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right) = \left[\frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \right]^2 \delta \left(\frac{\alpha_v}{n_v} \right); \\
W_i &= \sum_{v=1}^{v=k} W_v; \quad W_v = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right) = \left[\frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \right] \delta \left(\frac{\alpha_v}{n_v} \right); \\
\Pi_i &= \sum_{v=1}^{v=k} \Pi_v; \quad \Pi_v = \frac{\alpha'_v n'_v - \alpha_v n_v}{n'_v n_v} = \frac{\delta(\alpha_v n_v)}{n'_v n_v}; \\
B_i &= \sum_{v=1}^{v=k} B_v; \quad B_v = \frac{b_v (\alpha'_v n'_v - \alpha_v n_v)^3}{(n'_v - n_v)^2} = \frac{b_v [\delta(\alpha_v n_v)]^3}{(\delta n_v)^2};
\end{aligned}$$

$$I = n_1 y \alpha_1 = n'_k y' \alpha'_k = n_1 (s_p - s_l) \beta_1 \alpha_1 = \dots,$$

b_v — коэффициент деформации поверхности: $b_v = -e_v^2$, где e_v — эксцентриситет поверхности.

Условия исправления aberrаций третьего порядка:

- сферической $S_I = 0$;
- меридиональной комы $S_{II} = 0$;
- астигматизма $S_{III} = 0$;
- кривизны поля изображения $S_{IV} = 0$;
- дисторсии $S_V = 0$.

Монохроматические aberrации плоскопараллельной пластины (ППП) третьего порядка:

Коэффициенты aberrаций:

$$\begin{aligned} S_I &= -(n^2 - 1)d\alpha_1^4/n^3; \\ S_{II} &= -(n^2 - 1)d\alpha_1^3\beta_1/n^3; \\ S_{III} &= -(n^2 - 1)d\alpha_1^2\beta_1^2/n^3; \\ S_{IV} &= 0; \\ S_V &= -(n^2 - 1)d\alpha_1\beta_1^3/n^3; \end{aligned}$$

Aberrации:

$$\begin{aligned} \Delta s'_{III} &= 0,5(n^2 - 1)d\sigma_1^2/n^3; \\ K_{III} &= 1,5(n^2 - 1)d\sigma_1^2 \operatorname{tg} \omega/n^3; \\ z'_{m_{III}} &= 1,5(n^2 - 1)d \operatorname{tg}^2 \omega/n^3; \\ z'_{s_{III}} &= 0,5(n^2 - 1)d \operatorname{tg}^2 \omega/n^3; \\ \Delta y'_a &= 0,5(n^2 - 1)d \operatorname{tg}^3 \omega/n^3. \end{aligned}$$

Основные параметры тонкого компонента. Формулы перехода от неосновных к основным параметрам и наоборот:

$P_i^\infty, W_i^\infty, \pi_i$ — основные параметры бесконечно тонкого компонента.

P_i, W_i, Π_i — неосновные параметры бесконечно тонкого компонента.

$$P_i = \psi_1(P_i^\infty, W_i^\infty, \pi_i); \quad W_i = \psi_2(W_i^\infty, \pi_i);$$

$$\begin{aligned} P_i &= (\alpha'_i - \alpha_i)^3 P_i^\infty + 4\alpha_i (\alpha'_i - \alpha_i)^2 W_i^\infty + \alpha_i (\alpha'_i - \alpha_i) \times \\ &\times [2\alpha_i (2 + \pi_i) - \alpha'_i]; \end{aligned}$$

$$W_i = (\alpha'_i - \alpha_i)^2 W_i^\infty + \alpha_i (\alpha'_i - \alpha_i) (2 + \pi_i);$$

$$\begin{aligned} P_i^\infty &= [1/(\alpha'_i - \alpha_i)]^3 \{P_i - 4\alpha_i W_i + \alpha_i (\alpha'_i - \alpha_i) \times \\ &\times [2\alpha_i (2 + \pi_i) + \alpha'_i]\}; \end{aligned}$$

$$W_i^\infty = [1/(\alpha'_i - \alpha_i)]^2 [W_i - \alpha_i (\alpha'_i - \alpha_i) (2 + \pi_i)];$$

$$\Pi_i = (\alpha'_i - \alpha_i) \pi_i.$$

Суммирование аберраций

Суммирование аберраций выполняется по ходу одного луча, проходящего через всю систему. Если суммирование аберраций выполняется в области аберраций третьего порядка, то суммарную продольную аберрацию определяют по ходу первого параксиального луча, а поперечную — по ходу второго параксиального луча. При обращении системы на 180° продольная аберрация в изображении обратится в предметную аберрацию Δs , при этом ее знак изменится на обратный, т. е. $\Delta s'_1 = -\Delta s_1$.

Суммирование продольных аберраций (сферической, хроматизма положения, астигматизма, кривизны поля изображения).

При суммировании продольные аберрации переносятся из пространства предметов в пространство изображений посредством умножения их на продольное увеличение ($\alpha = \beta^2$).

Для системы из « p » тонких компонентов:

$$\sum_{i=1}^{i=p} \Delta s'_i = \Delta s'_1 \prod_2^p \beta^2 + \Delta s'_2 \prod_3^p \beta^2 + \dots + \Delta s'_{p-1} \beta_p^2 + \Delta s'_p.$$

Так для системы из трех компонентов:

$$\sum_{i=1}^3 \Delta s'_i = (\Delta s'_1 \beta_2^2 + \Delta s'_2) \beta_3^2 + \Delta s'_3.$$

Суммирование поперечных аберраций (хроматизма увеличения, меридиональной комы, дисторсии).

При суммировании поперечные аберрации переносятся из пространства предметов в пространство изображений посредством умножения на линейное увеличение (β). Для системы из « p » компонентов:

$$\sum_{i=1}^p \Delta y'_i = \Delta y'_1 \prod_2^p \beta + \Delta y'_2 \prod_3^p \beta + \dots + \Delta y'_{p-1} \beta_p + \Delta y'_p.$$

Если первая система работает в обратном ходе, вторая — в прямом, то суммарная аберрация:

$$\Delta s' = \overleftarrow{\Delta s'_1} \cdot \overrightarrow{\beta_2^2} + \overrightarrow{\Delta s'_2} = \overrightarrow{\Delta s'_1} \cdot \overrightarrow{\beta_2^2} / \overrightarrow{\beta_1^2} + \overrightarrow{\Delta s'_2} = \overrightarrow{\Delta s'_1} \cdot \overrightarrow{\beta_2^2} \cdot \overleftarrow{\beta_1^2} + \overrightarrow{\Delta s'_2}.$$

Суммирование аберраций в системах с параллельным ходом лучей:

$$\Delta s' = (f'_2 / f'_1)^2 \overrightarrow{\Delta s'_1} + \overrightarrow{\Delta s'_2}; \quad \Delta y' = -(f'_2 / f'_1) \overrightarrow{\Delta y'_1} + \overrightarrow{\Delta y'_2}.$$

Задачи с решениями

Задача 8.1. Для одиночной бесконечно тонкой линзы, выполненной из стекол различных марок, найти пределы изменения линейного увеличения β , при которых сферическая aberrация третьего порядка будет равна нулю.

Решение. Чтобы в тонкой линзе отсутствовала сферическая aberrация, необходимо выполнение условия

$$S_1 = \sum_{v=1}^2 h_v P_v = h_i P_i = 0 \quad \text{или} \quad P_i = 0.$$

Так как в одиночной тонкой линзе

$$P_i = \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 (\alpha_3 - \alpha_1) \left[\alpha_3^2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_1^2 - \frac{2n+1}{n} (\alpha_3 + \alpha_1) \alpha_2 + \frac{n+2}{n} \alpha_2^2 \right],$$

то, полагая $P_i = 0$, после соответствующих преобразований найдем

$$\alpha_2^2 - \frac{2n+1}{n+2} (\alpha_3 + \alpha_1) \alpha_2 + \frac{n}{n+2} (\alpha_3^2 + \alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_3) = 0,$$

тогда

$$\alpha_2 = \frac{1}{2(n+2)} [(2n+1)(\alpha_3 + \alpha_1) \pm \sqrt{2(2n^2+1)\alpha_1\alpha_3 - (4n-1)(\alpha_3^2 + \alpha_1^2)}].$$

Данное уравнение будет иметь вещественные корни, если

$$2(2n^2+1)\alpha_1\alpha_3 - (4n-1)(\alpha_3^2 + \alpha_1^2) \geq 0.$$

Если $\alpha_1 = 0$ (предмет в бесконечности) или $\alpha_3 = 0$ (изображение в бесконечности), подкоренное выражение становится отрицательным и уравнение не имеет решения. При $\alpha_1 < 0$ и $\alpha_3 > 0$ (предмет на конечном расстоянии, изображение действительное) уравнение также не имеет решения. Следовательно, для указанных выше случаев в бесконечно тонкой линзе нельзя устранить сферическую aberrацию.

Вещественные корни уравнения для α_2 имеет тогда, когда α_1 и α_3 имеют один знак, т. е. когда предмет или его изображение мнимые.

Учитывая условия нормировки для предмета на конечном расстоянии ($\alpha_1 = \beta$, $\alpha_3 = 1$) и полагая подкоренное выражение уравнения

Таблица 8.1. Пределы изменения β в зависимости от n

Материал	λ , нм	n	Линия спектра	Пределы изменения β
LiF	6000	1,2974	—	0,7486—1,3359
K8	546	1,5183	e	0,6336—1,5782
ТФ10	546	1,8138	e	0,5274—1,8961
KRS6	6000	2,1900	—	0,4359—2,2940
ИКС22	6000	2,5130	—	0,3800—2,6316
Кремний	6000	3,4202	—	0,2803—3,5673
Германий	6000	4,0920	—	0,2351—4,2533

равным нулю или больше нуля, получим

$$2(2n^2 + 1)\beta - (4n - 1)(1 + \beta^2) \geq 0,$$

тогда

$$\beta = \frac{1}{4n - 1} \left[(2n^2 + 1) \pm 2(n - 1)\sqrt{n(n + 2)} \right].$$

Из последней формулы видно, что линейное увеличение является функцией показателя преломления. Записав выражение в виде

$$\frac{(2n^2 + 1) - 2(n - 1)\sqrt{n(n + 2)}}{4n - 1} \leq \beta \leq \frac{(2n^2 + 1) + 2(n - 1)\sqrt{n(n + 2)}}{4n - 1},$$

найдем пределы изменения β для различных значений показателей преломления материала, из которого сделана линза. Для линзы выбраны следующие марки стекол: К8, ТФ10, ИКС22; кристаллы КРС6, LiF, кремний и германий, показатели преломления которых принимают значения от 1,3 до 4,0.

Результаты вычисления пределов изменения линейного увеличения для линз из различных материалов приведены в табл. 8.1. Из таблицы видно, что с увеличением показателя преломления пределы изменения увеличиваются. Если значения β лежат вне пределов, определяемых уравнением для β , то в бесконечно тонкой линзе невозможно исправить сферическую aberrацию даже при условии, что углы α_1 и α_2 имеют одинаковые знаки, т. е., когда предмет или его изображение мнимые.

Задача 8.2. Для одиночной бесконечно тонкой линзы, выполненной из различных материалов, найти экстремальное значение параметра $P_{\text{лс}}$ и W_{10} , соответствующее экстремальному значению $P_{\text{лс}}$, если предмет расположен на конечном расстоянии, а увеличения изменяются от -5 до $+5$. Графически показать зависимость $P_{\text{лс}}$ и W_{10} от β и n .

Таблица 8.2. Зависимость параметра $P_{\text{лн}}$ от величины линейного увеличения β и показателя преломления n

β	LiF $n=1,2974$	K8 1,5183	ТФ10 1,8138	KRS6 2,1900	ИКС22 2,5130	Кремний 3,4202	Германий 4,092
5,0	-290,330	-121,768	-62,356	-35,374	-24,094	-9,238	-3,841
4,0	-121,081	-49,834	-24,612	-13,061	-8,181	-1,649	0,772
3,0	-34,914	-13,711	-6,130	-2,592	-1,063	1,054	1,871
2,0	-3,872	-1,175	-0,172	0,329	0,563	0,920	1,073
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	0,484	0,147	0,021	-0,041	-0,070	-0,115	-0,134
0,0	4,660	2,037	1,123	0,716	0,550	0,342	0,270
-0,5	16,021	7,200	4,147	2,809	2,275	1,626	1,415
-1,0	38,062	17,163	9,935	6,774	5,517	3,994	3,503
-3,0	302,924	135,574	77,578	52,099	41,912	29,430	25,336
-5,0	1018,236	453,033	256,831	170,346	135,61	92,700	78,457

Таблица 8.3. Зависимость параметра $P_{\text{лн}}$ от линейного увеличения β и показателя преломления n

β	K8	ТФ10	Германий	β	K8	ТФ10	Германий
	n				n		
	1,5183	1,8138	4,092		1,5183	1,8138	4,092
1,6	-0,0258	-0,2140	0,5865	0,2	0,9741	0,4989	0,0307
1,4	0,1113	0,1945	0,3589	0,0	2,0374	1,1230	0,2699
1,2	0,0873	0,1052	0,1590	-0,2	3,6243	2,0547	0,6277
1,0	0,0	0,0	0,0	-0,4	5,8324	3,3478	1,1168
0,8	-0,0527	-0,0671	-0,1053	-0,6	8,7596	5,0563	1,7505
0,6	0,0268	-0,0422	-0,1439	-0,8	12,5038	7,2341	2,5415
0,4	0,3365	0,1284	-0,1029	-1,0	17,1626	9,9351	3,5028

Таблица 8.4. Зависимость параметра $W_{\text{лн}}$ от линейного увеличения β и показателя преломления n

β	LiF	K8	ТФ10	KRS6	ИКС22	Кремний	Германий
	n						
	1,2974	1,5183	1,8138	2,1900	2,5130	3,4202	4,092
5,0	-3,639	-3,411	-3,147	-2,864	-2,659	-2,214	-1,970
4,0	-2,275	-2,132	-1,967	-1,790	-1,662	-1,384	-1,231
3,0	-1,213	-1,137	-1,049	-0,955	-0,886	-0,738	-0,657
2,0	-0,455	-0,426	-0,393	-0,358	-0,332	-0,277	-0,246
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	0,114	0,107	0,098	0,090	0,083	0,069	0,062
0,0	0,152	0,142	0,131	0,119	0,111	0,092	0,082
-0,5	0,114	0,107	0,098	0,090	0,083	0,069	0,062
-1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
-2,0	-0,455	-0,426	-0,393	-0,358	-0,332	-0,277	-0,246
-3,0	-1,213	-1,137	-1,049	-0,955	-0,886	-0,738	-0,657
-5,0	-3,639	-3,411	-3,147	-2,864	-2,659	-2,214	-1,970

Решение. Для бесконечно тонкой линзы при условии, что $\alpha_1 = \beta$ и $\alpha_3 = 1$, параметры P_i и W_i можно представить в следующем виде:

$$P_i = \frac{n}{(n-1)^2} \left[(n+2)(1-\beta)\alpha_2^2 - (2n+1)(1-\beta^2)\alpha_2 + n(1-\beta^3) \right]; \quad (8.1)$$

$$W_i = -\frac{1}{n-1} \left[(n+1)(1-\beta)\alpha_2 - n(1-\beta^2) \right]. \quad (8.2)$$

Определим значение угла α_2 , при котором функция P_i будет минимальной. Для этого найдем $\partial P_i / \partial \alpha_2 = 0$; $\partial^2 P_i / \partial \alpha_2^2 > 0$.

Так как $\frac{\partial P_i}{\partial \alpha_2} = \frac{n}{(n-1)^2} (1-\beta) [2(n+2)\alpha_2 - (2n+1)(1+\beta)] = 0$, то

$$\alpha_{2ex} = \frac{(2n+1)(1+\beta)}{2(n+2)}. \quad (8.3)$$

Найдем вторую производную $F''_\alpha = \partial^2 P_i / \partial \alpha_2^2 = 2n(1-\beta)(n+2)/(n-1)^2 = 0$, тогда $P_{i\min}$ при $\beta < 1$, $F''_\alpha > 0$ и $P_{i\max}$ при $\beta > 1$, $F''_\alpha < 0$. С учетом формулы (8.3) выражения (8.1) и (8.2) примут вид

$$P_{iex} = \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \left[(1-\beta^3) - \frac{(2n+1)^2}{4n(n+2)} (1-\beta^2)(1+\beta) \right];$$

$$W_{i0} = \frac{1-\beta^2}{2(n+2)}.$$

Определим значения параметров P_{iex} и W_{i0} при изменении линейного увеличения β от -5 до $+5$ для различных показателей преломления материалов, из которых выполнена тонкая линза. Результаты вычисления параметров P_{iex} и W_{i0} в зависимости от β и n представлены в табл. 8.2, 8.3, 8.4.

На рис. 8.2, 8.3, 8.4 представлены графики зависимости P_{iex} , W_{i0} от β . Из приведенных в таблицах величин видно, что параметр P_{iex} уменьшается с увеличением показателя преломления и очень сильно изменяется с изменением линейного увеличения, особенно для $\beta < 0$, т. е. действительных изображений. Наименьшие значения параметр P_{iex} принимает для линейных увеличений β , изменяющихся от нуля до 2,0, поэтому в табл. 8.3 и на рис. 8.3 приведены значения P_{iex} при изменении β от -1 до $+1,6$.

Параметр W_{i0} уменьшается при увеличении показателя преломления стекла линзы, но в меньшей степени, чем P_{iex} и принимает наименьшие значения при изменении β от -1 до $+1$.

Рис. 8.2. Графики зависимости P_{ex} от β для К8, ТФ10 и германия

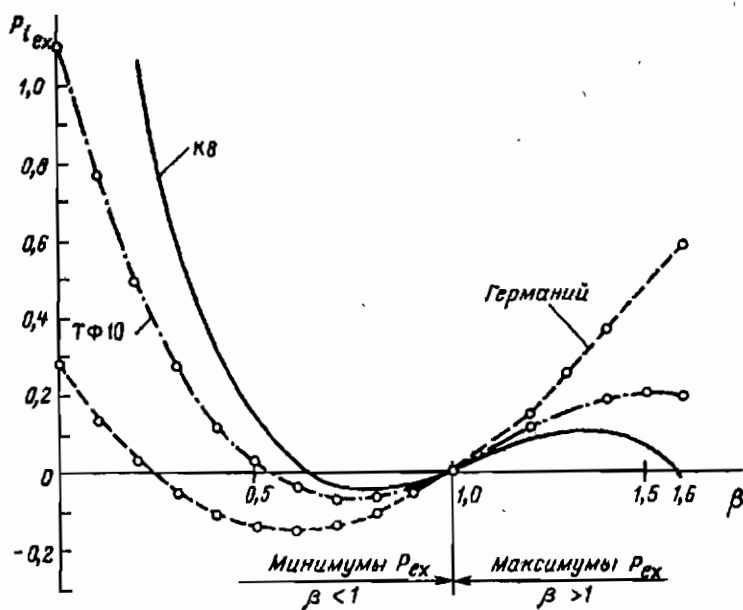
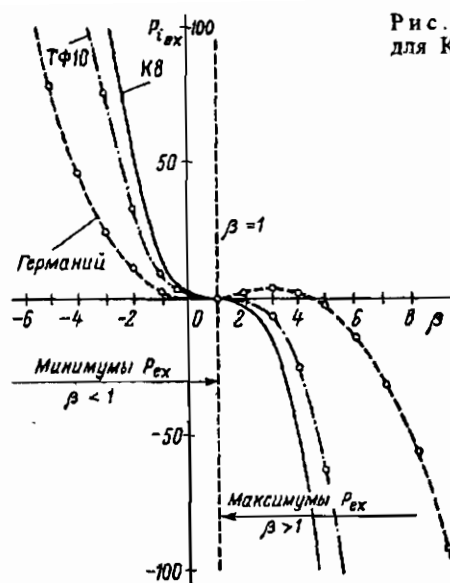


Рис. 8.3. Графики зависимости P_{ex} от β для К8, ТФ10 и германия

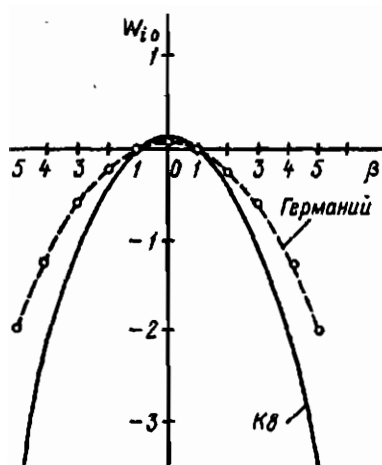


Рис. 8.4. Графики зависимости W_{i0} от β и n

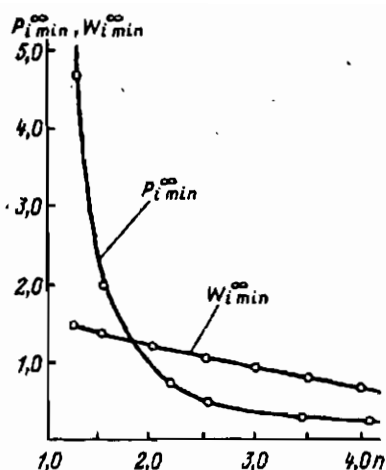


Рис. 8.5. Графики зависимости P_{imin}^{∞} и W_{imin}^{∞} от n

Задача 8.3. Найти значения параметров P_{imin}^{∞} , W_{i0}^{∞} и α_{2min}^{∞} для одиночной бесконечно тонкой линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, если предмет расположен в бесконечности и линза выполнена из различных материалов: К8, ТФ10, ИКС22, LiF, KRS6, кремния, германия. Построить график зависимости P_{imin}^{∞} и W_{i0}^{∞} от значения показателя преломления.

Решение. Для предмета в бесконечности $\beta \rightarrow 0$, поэтому

$$\alpha_{2min}^{\infty} = (2n+1)/2(n+2); P_{imin}^{\infty} = n(4n-1)/[4(n+2)(n-1)^2];$$

$$W_{i0}^{\infty} = 1/[2(n+2)].$$

Из формул видно, что значения α_{2min}^{∞} , P_{imin}^{∞} и W_{i0}^{∞} зависят только от показателя преломления. Параметр P_{imin}^{∞} , как это следует из табл. 8.5 и рис. 8.5, изменяется в довольно широких пределах:

Таблица 8.5. Зависимость основных параметров P_{imin}^{∞} и W_{i0}^{∞} от величины показателя преломления n

Материал	n	P_{imin}^{∞}	W_{i0}^{∞}	π_j
LiF	1,2974	4,6593	0,1516	0,7708
К8	1,5183	2,0375	0,1421	0,6586
ТФ10	1,8138	1,1230	0,1311	0,5513
KRS6	2,1900	0,7160	0,1193	0,4566
ИКС22	2,5130	0,5505	0,1108	0,3979
Кремний	3,4202	0,3415	0,0922	0,2924
Германий	4,0920	0,2699	0,0821	0,2444

при увеличении показателя преломления в 3,15 раза, параметр $P_{i \min}^{\infty}$ уменьшается в 17,3 раза. Параметр W_{i0}^{∞} уменьшается всего лишь в 1,8 раза и для оптических стекол с $n = 1,5 \dots 1,8$ его можно считать практически постоянной величиной, равной $\approx 0,134$. Параметр $\pi = 1/n$ для оптических стекол можно принять равным 0,62.

Задача 8.4. Определить, как изменяется форма бесконечно тонкой линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, для предмета в бесконечности в зависимости от показателя преломления стекла, из которого она изготовлена.

Решение. При принятых условиях нормировки для первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h = f' = 1$, если $d = 0$, радиусы кривизны тонкой линзы следует вычислять по следующим формулам:

$$r_{1 \text{тн}} \min = (n-1)/(\alpha_2^{\infty} \min) = 2(n-1)(n+2)/[n(2n+1)];$$

$$r_{2 \text{тн}} \min = (n-1)/(\alpha_2^{\infty} \min - 1) = 2(n-1)(n+2)/[n(2n-1)-4],$$

тогда

$$(r_{1 \text{тн}}/r_{2 \text{тн}})_{\min} = [n(2n-1)-4]/[n(2n+1)].$$

При изменении показателя преломления от 1,3 до 4,0 (табл. 8.6 и рис. 8.6) радиус кривизны $r_{1 \text{тн}}$ изменяется от 0,420 до 1,002,

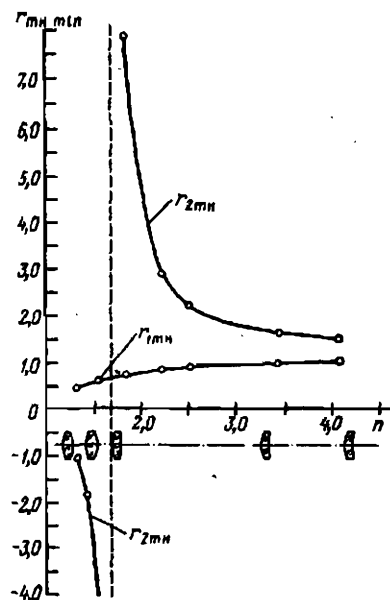


Рис. 8.6. График зависимости формы линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, от n для $s_1 = -\infty$

Таблица 8.6. Зависимость $r_{1 \text{тн}}$ и $r_{2 \text{тн}}$ от показателя преломления оптической среды ($s_1 = -\infty$)

Материал	n	$\alpha_2^{\infty} \min$	$r_{1 \text{тн}}$	$r_{2 \text{тн}}$	$\left(\frac{r_{1 \text{тн}}}{r_{2 \text{тн}}}\right)_{\min}$
LiF	1,2974	0,5451	0,4205	-1,0157	1/(-2,45)
K8	1,5183	0,5737	0,5951	-4,0175	1/(-6,751)
ТФ10	1,8138	0,6067	0,7395	8,1004	1/1,488
KRS6	2,1900	0,6420	0,8464	2,9312	1/3,463
ИКС22	2,5130	0,6676	0,9018	2,2324	1/2,475
Кремний	3,4202	0,7233	0,9784	1,6423	1/1,676
Германий	4,0920	0,7538	1,0024	1,4834	1/1,480

а $r_{2\text{тн}}$ — от $-1,016$ до ∞ и от ∞ до $1,483$. При $r_{2\text{тн}} = \infty$ показатели преломления определяют из формулы

$$\alpha_{2\text{мин}}^{\infty} = (2n+1)/[2(n+2)] \approx 1/n,$$

тогда $n^2 - 0,5n - 2 = 0$ и $n = 1,68614$. Близкие значения показателей преломления для $\lambda = 0,546$ мкм имеют стекла СТК7 ($n_s = 1,6901$) и ТФ8 ($n_s = 1,6947$).

Задача 8.5. Найти величины основных параметров бесконечно тонкой линзы, выполненной из различных материалов, в зависимости от ее формы и показателя преломления оптической среды.

Решение. Основные параметры P_i^{∞} и W_i^{∞} бесконечно тонкой линзы при принятых условиях нормировки $\alpha_1 = 0$, $\alpha_3 = 1$ можно определить по формулам

$$P_i^{\infty} = [n/(n-1)^2] \{[(n+2)\alpha_2^2 - (2n+1)\alpha_2 + n]\};$$

$$W_i^{\infty} = -[1/(n-1)] \{[(n+1)\alpha_2 - n]\}.$$

В табл. 8.7 приведены значения основных параметров для различных значений $r_{1\text{тн}}$ при $f' = 1,0$, при этом угол $\alpha_{2\text{мин}}^{\infty}$ определялся по формуле $\alpha_{2\text{мин}}^{\infty} = (n-1)/(nr_{1\text{тн}})$, так как $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = 1$.

Из табл. 8.7 и рис. 8.7 видно, что минимальные значения параметр P_i^{∞} принимает для стекла марки К8 при $f'/r_{1\text{тн}} = 1,6804$, для стекла ТФ10 при $f'/r_{1\text{тн}} = 1,3523$, для линзы из германия при $f'/r_{1\text{тн}} = 0,9976$, причем параметр P_i^{∞} всегда больше нуля. Параметр W_i^{∞} принимает нулевые значения примерно при этих же значениях $f'/r_{1\text{тн}}$ и его изменение носит линейный характер. Наибольшими значениями основных параметров обладают мениски.

Таблица 8.7. Зависимость основных параметров P_i^{∞} и W_i^{∞} от формы тонкой линзы

$r_{1\text{тн}}, \text{мм}$	$f'/r_{1\text{тн}}$	К8 $n = 1,5183$		ТФ10 $n = 1,8138$		Германий $n = 4,092$	
		P_i^{∞}	W_i^{∞}	P_i^{∞}	W_i^{∞}	P_i^{∞}	W_i^{∞}
0,25	4,0	14,50	-3,71	15,86	-3,98	13,69	-3,65
0,50	2,0	2,27	-0,39	2,01	-0,87	1,77	-1,17
0,5951	1,6804	2,04	0,14	—	—	—	—
0,7395	1,3523	—	—	1,12	0,13	—	—
1,0	1,0	3,11	1,27	1,38	0,68	0,27	0,08
1,0024	0,9976	—	—	—	—	0,27	0,08
∞	0	8,58	2,93	4,97	2,23	1,75	1,32
-1,0	-1,0	18,69	4,59	12,76	3,78	6,21	2,57
-0,5	-2,0	33,43	6,25	24,75	5,33	13,65	3,81
-0,25	-4,0	76,97	9,56	61,36	8,43	37,45	6,30

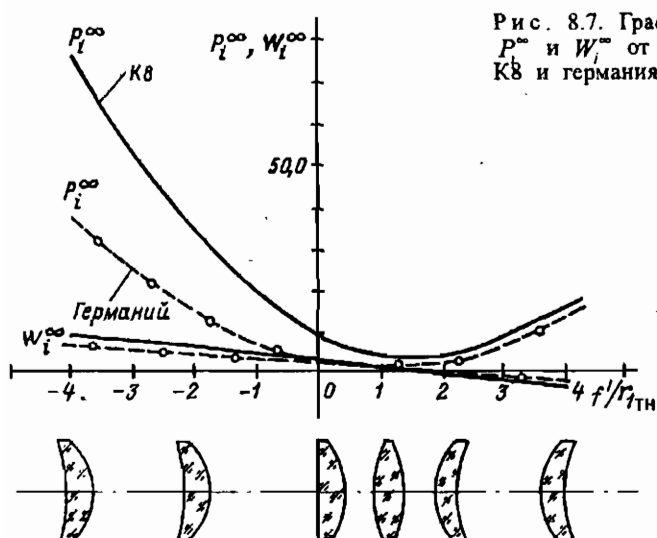


Рис. 8.7. Графики зависимости P_i^∞ и W_i^∞ от формы линзы для К8 и германия

Задача 8.6. Сравнить величину сферической aberrации третьего порядка $\Delta s'_{III}$ тонкой линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, со сферической aberrацией, вносимой линзой конечной толщины, при различных значениях относительного отверстия $D/f' = 1:2; 1:4; 1:10; 1:20$. Линза выполнена из стекла марки К8 ($n_e = 1,51829$); $f' = 100,0$ мм; предмет расположен в бесконечности.

Решение. Величину сферической aberrации третьего порядка для линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, при $s_1 = -\infty$ можно вычислить по формуле

$$\Delta s'_{III \min} = -\frac{1}{2} \frac{m^2}{f'} P_{i \min}^\infty,$$

где

$$P_{i \min}^\infty = n(4n-1)/[4(n+2)(n-1)^2].$$

Для тонкой линзы в воздухе из стекла марки К8, рассчитанной на минимум сферической aberrации,

$$\alpha_{2 \min}^\infty = (2n+1)/[2(n+2)] = 0,57366.$$

При $f' = 100,0$ и $d = 0$

$$r_{1 \text{ TH } \min} = f'(n-1)/(n\alpha_{2 \min}^\infty) = 59,51;$$

$$r_{2 \text{ TH } \min} = f'(n-1)/(n\alpha_{2 \min}^\infty - 1) = -401,74.$$

Таблица 8.8. Величины $\Delta s'_{III}$ и $\Delta s'_e$ для одиночной линзы
с $f'=100,0$ мм

D/f'	m	$\Delta s'_{III \min}$	$\Delta s'_e$	D/f'	m	$\Delta s'_{III \min}$	$\Delta s'_e$
1:20	1,77	-0,032	-0,031	1:4	8,84	-0,796	-0,782
	2,50	-0,064	-0,062		12,50	-1,592	-1,577
1:10	3,54	-0,128	-0,124	1:2	17,68	-3,184	-3,211
	5,0	-0,255	-0,249		25,00	-6,367	-6,676

Линза конечной толщины из стекла марки К8 в соответствии с ГОСТ 1807-75 имеет следующие конструктивные параметры: $r_1 = 59,57$; $r_2 = -401,80$; $d_1 = 7,5$; $n = 1,5183$.

Величины сферической aberrации, вычисленные по формуле aberrаций третьего порядка для тонкой линзы, и сферической aberrации линзы конечной толщины, вычисленной точным путем, приведены в табл. 8.8.

Сопоставляя величины сферической aberrации (табл. 8.8), приходим к выводу, что для относительных отверстий 1:20 и 1:10 они совпадают; для относительного отверстия 1:4 разность составляет 0,45%, для 1:2 — 4,6%. Следовательно, сферическая aberrация для линзы с $P'_{I \min}$ при относительных отверстиях до 1:2, вычисленная по формуле третьего порядка, имеет практически такие же величины, как и сферическая aberrация, вычисленная по точным формулам.

Меридиональная кома третьего порядка при $s_p = 0$; $s_1 = -\infty$ определяется по формуле

$$K_{III} = -\frac{3}{2} (m^2/f') \operatorname{tg} \omega W'_{I \min}.$$

При относительном отверстии 1:2 и $W'_{I \min} = 0,1421$ (для стекла К8) меридиональная кома ($f'=100,0$) будет равна — 1,332 tg ω . Чтобы значение комы не превышало, допустим, 0,1 мм, необходимо, чтобы угловое поле 2ω было не более $8,6^\circ$ ($\omega = 4,3^\circ$).

Задача 8.7. В двухлинзовом несклеенном объективе с конструктивными параметрами:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 349,9 & d_1 = 6,4 & n_2 \\ r_2 = -198,61 & d_2 = 0,1 & 1,4799 \text{ ЛКС} \\ r_3 = -203,2 & d_3 = 6,3 & 1,6169 \text{ Ф1} \\ r_4 = -669,9 & & \end{array}$$

определить сферическую aberrацию и меридиональную кому высших порядков, если $s_1 = -\infty$; $f'_{\text{об}} = 599,089$ мм; $D/f'_{\text{об}} = 1:10$; $2\omega = 4^\circ$; $s_p = 0$.

Решение. Монохроматические aberrации третьего порядка для $s_1 = -\infty$ можно вычислить по следующим формулам:

$$\Delta S_{III}^{\infty} = -\left(\frac{1}{2}\right)(m^2/f')S_I^{\infty};$$

$$K_{III}^{\infty} = -\left(\frac{3}{2}\right)(m^2/f')\operatorname{tg} \omega S_{II}^{\infty}.$$

где S_I^{∞} и S_{II}^{∞} — коэффициенты aberrаций третьего порядка, причем

$$S_I^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=4} h_v P_v; \quad S_{II}^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=4} h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v;$$

$$P_v = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right);$$

$$\delta\alpha_v = \alpha'_v - \alpha_v; \quad \delta\beta_v = \beta'_v - \beta_v.$$

Найдем значения углов первого и второго вспомогательных лучей в системе с заданными параметрами. Так как все коэффициенты aberrаций вычисляются при $f'=1,0$, то определим приведенные значения радиусов кривизны, толщины линз и воздушного промежутка: $r\sqrt{f'} = r_{vnp}$; $d_v/f' = d_{vnp}$, тогда

$$\begin{array}{ll} r_{1np} = 0,584\,053 & d_{1np} = 0,010\,68 \\ r_{2np} = -0,331\,520 & d_{2np} = 0,000\,17 \\ r_{3np} = -0,339\,182 & d_{3np} = 0,010\,52 \\ r_{4np} = -1,118\,20 & \end{array}$$

Рассчитаем первый и второй вспомогательные лучи по формулам

$$n'_v \alpha'_v - n_v \alpha_v = h_v (n'_v - n_v)/r_{vnp};$$

$$n'_v \beta'_v - n_v \beta_v = y_v (n'_v - n_v)/r_{vnp},$$

полагая $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 1,0$ и $y_1 = 0$, так как $s_p = 0$. После вычислений получим

$$\begin{array}{ll} \alpha_2 = 0,555\,221 & h_2 = 0,994\,070 \\ \alpha_3 = 0,260\,660 & h_3 = 0,993\,686 \\ \alpha_4 = 0,280\,426 & h_4 = 0,990\,736 \\ \alpha_5 = 0,999\,998 & \\ \beta_2 = 0,675\,721 & y_2 = -0,007\,217 \\ \beta_3 = 0,989\,555 & y_3 = -0,007\,385 \\ \beta_4 = 0,620\,321 & y_4 = -0,013\,911 \\ \beta_5 = 0,995\,310 & \end{array}$$

Результаты вычислений параметров P_v , коэффициентов aberrаций S_I^{∞} и S_{II}^{∞} , а также aberrаций третьего порядка приведены в табл. 8.9. Aberrации точки на оси, вычисленные точным путем, приведены в табл. 8.10.

Меридиональную кому вычислим через коэффициент изопланатизма:

Таблица 8.9. Коэффициенты aberrаций S_1'' , S_2'' и aberrации третьего порядка двухлинзового объектива
 $f' = 599,089$, $D/f' = 1:10$; $2\omega = 4^\circ$

Номера по- верхностей	P_v	$h_v P_v$	$\left(\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}\right)_v$	$h_v P_v \left(\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}\right)_v$	m	$\Delta s_{III}''$	K_{III}''
1	1,09984	1,09984	0,584054	-0,642366	15	0,0037	0,00005
2	52,1505	51,8412	0,184018	9,53973	21	0,0073	0,00011
3	-56,2285	-55,8735	0,186458	-10,4182	26	0,0110	0,00016
4	2,94023	2,91299	0,521128	1,51804	30	0,0146	0,00022
Σ	-0,03793	$S_1'' =$ -0,01947	—	$S_2'' =$ -0,002793			

Таблица 8.10. Aberrации точки на оси двухлинзового объектива
 $f' = 599,089$; $D/f' = 1:10$; $2\omega = 4^\circ$

m	$\Delta s_e''$	$\Delta y'$	η , %	m	$\Delta s_e''$	$\Delta y'$	η , %
0,0	0,0	0,0	0,0	26	0,0211	0,00092	-0,00
15	0,0064	0,00016	-0,00	30	0,0310	0,00156	-0,00
21	0,0134	0,00047	-0,00				

Таблица 8.11. Определение aberrаций высшего порядка, мм

m	$\Delta s_e''$	$\Delta s_{III}''$	$\Delta s'_{\text{в.п.}}$	$K_{\text{в.п.}}$
30	0,0310	0,0146	0,0164	-0,00022
26	0,0211	0,0110	0,0101	-0,00016
21,2	0,0134	0,0073	0,0061	-0,00011
15,0	0,0064	0,0037	0,0027	-0,00005

$$K'' = 3y'\eta = -3f'\eta \operatorname{tg} \omega,$$

тогда сферическую aberrацию и меридиональную кому высшего порядка (табл. 8.11) вычислим по формулам

$$\Delta s'_{\text{в.п.}} = \Delta s_e'' - \Delta s_{III}''; K_{\text{в.п.}} = K'' - K_{III}''.$$

Задача 8.8. Точный aberrационный анализ оптической системы телеобъектива показал, что продольная сферическая aberrация всего объектива, соответствующая краю входного зрачка, составляет $\Delta s_{\text{об.}}' = 0,57$ мм, при этом первый компонент телеобъектива вносит сферическую aberrацию, равную $(\Delta s_e')_1 = 0,15$ мм.

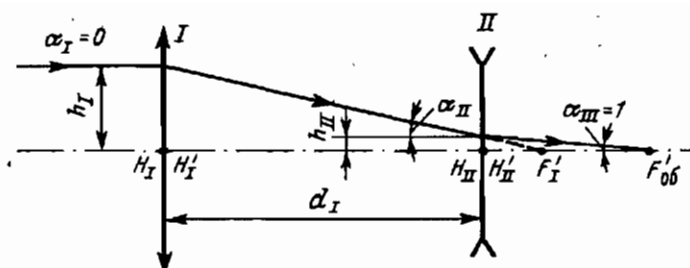


Рис. 8.8. Оптическая схема телеобъектива в тонких компонентах

Оптическая схема телеобъектива в тонких компонентах представлена на рис. 8.8.

Используя правило сложения aberrаций, определить: 1) величину сферической aberrации, вносимую вторым компонентом телеобъектива; 2) величину сферической aberrации, которую должен вносить первый компонент объектива, при условии, что продольная сферическая aberrация всего объектива должна быть равна $\Delta s'_{e06} = 0,01$ мм. При решении считать, что углы первого вспомогательного луча с оптической осью имеют следующие значения: $\alpha_I = 0$; $\alpha_{II} = 1,41$; $\alpha_{III} = 1$.

Решение. Используя правило сложения aberrаций для двухкомпонентной системы, запишем

$$(\Delta s'_e)_{06} = (\Delta s'_e)_I \beta_{II}^2 + (\Delta s'_e)_{II},$$

где $(\Delta s'_e)_I$ — aberrация, вносимая первым компонентом; $(\Delta s'_e)_{II}$ — aberrация, вносимая вторым компонентом; $\beta_{II} = \alpha_{II}/\alpha_{III}$ — линейное увеличение второго компонента. Зная величину $\Delta s'_{e06}$, найдем

$$(\Delta s'_e)_{II} = (\Delta s'_{e06}) - (\Delta s'_e)_I \beta_{II}^2 = 0,57 - 0,15 \cdot 1,41^2 = 0,27.$$

Найдем величину сферической aberrации, которую должен вносить первый компонент при найденном выше значении $\Delta s'_{eII}$, если по условию $\Delta s'_{e06} = 0,01$ мм:

$$(\Delta s'_e)_I = [(\Delta s'_{e06}) - (\Delta s'_e)_{II}] / \beta_{II}^2 = (0,01 - 0,27) / 1,41^2 = -0,13.$$

Задача 8.9. Определить основные параметры первого компонента телеобъектива P_1^{∞} и W_1^{∞} , $\bar{C}_1$, исходя из условия исправления в объективе сферической aberrации ($S_1^{\infty} = 0$), меридиональной комы ($S_2^{\infty} = 0$), хроматизма положения ($S_1^{\infty}_{xp} = 0$), если известно, что углы первого вспомогательного луча в системе из тонких компонентов имеют следующие значения: $\alpha_I = 0$; $\alpha_{II} = 1,46032$; $\alpha_{III} = 1,0$; расстояние между первым и вторым компонентами $d_1 = 0,608277$ (при $f' = 1$); $P_{II} =$

$= -3,217$; $W_{II} = -1,505$, $C_{II} = 0,007\ 203$. Входной зрачок совпадает с первым компонентом.

Решение. Запишем условия исправления хроматической аберрации положения, сферической аберрации и меридиональной комы в системе, состоящей из двух компонентов:

$$S_{I, xp} = \sum_{i=1}^{II} h_i C_i = h_I C_I + h_{II} C_{II} = 0,$$

тогда $C_I = -h_{II} C_{II}$ и основной хроматический параметр определим как

$$\bar{C}_I = C_I / \varphi_I = -h_{II} C_{II} / \varphi_I,$$

где $h_{II} = h_I - d_I \alpha_{II} = 1 - 0,608\ 277 \cdot 1,460\ 32 = 0,111\ 721$.

Так как

$$S_I = \sum_{i=1}^{i=II} h_i P_i = h_I P_I + h_{II} P_{II} = P_I + h_{II} P_{II} = 0,$$

то

$$P_I = -h_{II} P_{II}; \quad P_I^{\infty} = P_I / \varphi_I^3 = -(h_{II} P_{II}) / \varphi_I^3;$$

Так как $a_p = 0$, $y_I = a_p = 0$ и $I = -1$, то

$$S_{II} = y_{II} P_{II} + W_I + W_{II} = 0,$$

тогда

$$W_I = -W_{II} - y_{II} P_{II}; \quad W_I^{\infty} = W_I / \varphi_I^2,$$

где $y_{II} = y_I - d_I \beta_{II} = 0 - 0,608\ 277 \cdot 1 = -0,608\ 277$. Найдем значения основных параметров:

$$\begin{aligned} \bar{C}_I &= -h_{II} C_{II} / \varphi_I = -0,000\ 55; \quad P_I^{\infty} = -h_{II} P_{II} / \varphi_I^3 = 0,12; \\ W_I^{\infty} &= -(W_{II} + y_{II} P_{II}) / \varphi_I^2 = -0,21. \end{aligned}$$

Задача 8.10. В двухзеркальном объективе с концентрическими зеркалами, конструктивные параметры которого при $f_{\infty}' = 100,0$ мм; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 20^\circ$; $\kappa_s = 0,35$ имеют следующие значения:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -96,2963 & d_1 = -31,3 & \begin{array}{l} n_1 = 1 \\ n_2 = -1 \\ n_3 = 1 \end{array} \\ r_2 = -65,0 & & \end{array}$$

(входной зрачок совпадает с оправой главного зеркала). Определить все пять коэффициентов аберраций и монохроматические аберрации третьего порядка, если $s_1 = -\infty$.

Решение. Коэффициенты монохроматических аберраций можно определить по следующим формулам:

$$S_I = \sum_{v=1}^2 h_v P_v; \quad S_{II} = \sum_{v=1}^2 h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v;$$

$$S_{III} = \sum_{v=1}^2 h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v^2; \quad \delta\beta = \beta' - \beta;$$

$$S_{IV} = \sum_{v=1}^2 \frac{1}{h_v} \Pi_v = \sum_{v=1}^2 \left(\frac{\delta(n\alpha)}{h n n'} \right)_v; \quad \delta(n\alpha) = n'\alpha' - n\alpha;$$

$$S_v = \sum_{v=1}^2 \left[h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v^2 + I^2 \frac{1}{h_v} \Pi_v \right] (\delta\beta/\delta\alpha)_v,$$

где

$$P_v = \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right); \quad \Pi_v = \delta(n\alpha)_v / n_v n'_v.$$

Чтобы найти числовые значения коэффициентов, необходимо определить значения углов и высот первого и второго вспомогательных лучей. Найдем их, рассчитав ход лучей по формулам:

для первого вспомогательного луча

$$n'_v \alpha'_v - n_v \alpha_v = [h_v (n'_v - n_v)] / r_v; \quad h_{v+1} = h_v - d_v \alpha'_v;$$

для второго вспомогательного луча

$$n'_v \beta'_v - n_v \beta_v = [y_v (n'_v - n_v)] / r_v; \quad y_{v+1} = y_v - d_v \beta'_v.$$

Из расчета хода лучей для первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = -2,076\,92$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = 1$; $h_2 = 0,35$; для второго вспомогательного луча $\beta_1 = 1$; $\beta_2 = -1$; $\beta_3 = 1,962963$; $y_1 = s_p = 0$; $y_2 = -0,312\,963$. Тогда

$$P_1 = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1/n_2 - 1/n_1} \right)^2 \left(\frac{\alpha_2}{n_2} - \frac{\alpha_1}{n_1} \right) = 2,239\,76;$$

$$P_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1/n_3 - 1/n_2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_3}{n_3} - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = -2,548\,93.$$

По известным значениям коэффициентов монохроматических аберраций найдем аберрации третьего порядка

$$\Delta s''' = -\frac{1}{2} \frac{m^2}{f'} S_I''; \quad K''' = -\frac{3}{2} \frac{m^2}{f'} \operatorname{tg} \omega S_{II}'';$$

$$z''' = -\frac{1}{2} f' \operatorname{tg}^2 \omega [3S_{III}'' + S_{IV}'']; \quad z_s''' = -\frac{1}{2} f' \operatorname{tg}^2 \omega [S_{III}'' + S_{IV}''];$$

$$\Delta y'''_{III\,d} = -\frac{1}{2} f' \operatorname{tg}^3 \omega S_V''; \quad (z'_s - z'_m)''' = f' \operatorname{tg}^2 \omega S_{III}''.$$

Результаты вычисления aberrаций третьего порядка и коэффициентов aberrаций представлены в табл. 8.12.

В зеркальном объективе с заданными конструктивными параметрами вычислим точным путем сферическую aberrацию, меридиональную кому, астигматизм и дисторсию. Aberrации точки на оси приведены в табл. 8.13.

Задача 8.11. Вывести точную формулу для определения продольной сферической aberrации, вносимой одиночным вогнутым зеркалом, для предмета, расположенного в бесконечности. Определить величину продольной сферической aberrации одиночного вогнутого

Таблица 8.12. Коэффициенты aberrаций третьего порядка и aberrации третьего порядка двухзеркального концентрического объектива
 $f_{os}' = 100,0$; $D/f' = 1:2$; $\omega = 10^\circ$

Коэффициенты aberrаций	m	$\Delta s_m''$	K_m''		
			$\omega = 10^\circ$	$\omega = 7^\circ$	$\omega = 5^\circ$
$S_I = 1,348$	12,5	-1,043	0,475	0,371	0,261
$S_{II} = 1,298$	17,5	-2,066	1,050	0,628	0,512
$S_{III} = 1,250$	25,0	-4,211	2,145	1,476	1,039
$S_{IV} = 1,0$					
$S_V = 2,086$	ω , градус	z_m''	z_m''	$(z_I' - z_m'')''$	$\Delta y_{m,d}''$
	10	-7,383	-3,497	3,885	-0,572
	7	-3,580	-1,696	1,884	-0,193
	5	-1,808	-0,857	0,952	-0,070

Таблица 8.13. Aberrации точки на оси и вне оси двухзеркального концентрического объектива, мм
 $f_{os}' = 100,0$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 20^\circ$

А. Aberrации широких пучков

m	$\Delta s_m''$	$\Delta y_m''$	η , %	K''		
				$\omega = 10^\circ$	$\omega = 7^\circ$	$\omega = 5^\circ$
12,5	-1,058	-0,135	1,05	0,7069	0,437	0,295
17,5	-2,130	-0,391	2,17	1,477	0,919	0,606
25,0	-4,312	-1,167	4,60	3,462	2,077	1,385

Б. Aberrации бесконечно узких пучков

ω , градус	z_m''	z_I''	$(z_I' - z_m'')''$	$\Delta y_{m,d}''$
10	-6,826	-3,394	3,432	-0,624
7	-3,445	-1,671	1,774	-0,205
5	-1,782	-0,854	0,928	-0,073

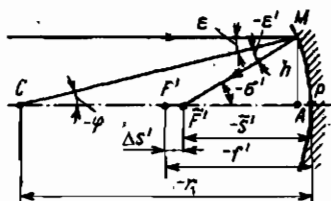


Рис. 8.9. Оптическая схема одиночного сферического зеркала в воздухе

зеркала с фокусным расстоянием $f' = -100,0$ мм и относительным отверстием $D/f' = 1:2$ (см. рис. 8.9).

Решение. Сферическая абберация вычисляется по формуле

$$\Delta s' = \tilde{s}' - s'$$

Для предмета в бесконечности $s' = f'$ и тогда $\Delta s' = \tilde{s}' - f'$. Так как для одиночного зеркала в воздухе $f' = r_1/2$, где r_1 — радиус кривизны зеркала, то $\Delta s' = \tilde{s}' - r_1/2$. Определим значение отрезка $\tilde{s}'$. Для этого в соответствии с рис. 8.9 из $\triangle CMF'$ по теореме синусов запишем

$$r_1 / \sin \sigma' = (\tilde{s}' - r_1) / \sin \epsilon.$$

Представим σ' как $\epsilon' - \varphi = -2\epsilon$, так как $\varphi = -\epsilon'$, $\epsilon' = -\epsilon$. Тогда $\sin \sigma' = -\sin 2\epsilon = -2\sin \epsilon \cos \epsilon$ и

$$r_1 / (-2\sin \epsilon \cos \epsilon) = (\tilde{s}' - r_1) / \sin \epsilon \quad \text{или}$$

$$r_1 / (2\cos \epsilon) = r_1 - \tilde{s}'.$$

Найдем значение угла падения ϵ . Так как $\epsilon = \varphi$ и $\sin \varphi = -h/r_1$, то $\sin \epsilon = -h/r_1$. Так как

$$\cos \epsilon = \sqrt{1 - \sin^2 \epsilon} = \sqrt{1 - (h/r_1)^2},$$

то

$$r_1 / \left(2\sqrt{1 - (h/r_1)^2} \right) = r_1 - \tilde{s}';$$

$$\tilde{s}' = r_1 - r_1 / \left(2\sqrt{1 - (h/r_1)^2} \right).$$

Подставим значение $\tilde{s}'$ в формулу для вычисления $\Delta s'$ и после преобразований получим

$$\Delta s' = (r_1/2) \left(1 - 1/\sqrt{1 - (h/r_1)^2} \right).$$

Разложив в ряд подкоренное выражение, раскроем скобки и, ограничившись третьим членом, запишем

$$\Delta s' = -\frac{1}{4} \frac{h^2}{r_1} - \frac{3}{16} \frac{h^4}{r_1^3} - \frac{5}{32} \frac{h^6}{r_1^5} \dots$$

Таким образом, зная радиус кривизны зеркала, его относительное отверстие, полагая $h = m$, можно вычислить точное значение продольной сферической абберации.

Найдем величину продольной сферической aberrации, вносимую одиночным вогнутым зеркалом с фокусным расстоянием $f'_1 = -100,0$ мм и относительным отверстием $D/f' = 1:2$. Так как $f'_1 = -100$, то $r_1 = -200,0$, тогда для $\Delta s'$, принимая $h = m$, получим:

m	12,5	17,7	21,6	25,0
$\Delta s'_m$, вычисленная по формуле	0,196	0,394	0,591	0,790
$\Delta s'_m$ из расчета хода лучей на ПЭВМ	0,196	0,393	0,591	0,790

Сравним значения aberrаций, полученных расчетом хода лучей и по формуле. Совершенно очевидно, что формулу для $\Delta s'$ можно использовать при определении aberrаций одиночного зеркала с точностью 0,01 мм, если в формуле ограничиться только двумя первыми членами.

Задача 8.12. Сравнить величину отступления от условия синусов в трех системах, имеющих $S_{II} = 1/2$ при $s_p = 0$: зеркальном параболоиде; двухлинзовом несдвоенном объективе-отражателе; отдельном сферическом зеркале, если $s_1 = -\infty$; $f' = -200,0$ мм; $D/f' = 1:2$.

Решение. Радиус кривизны в вершине для отражающего параболоида $r_0 = 2f' = -400,0$; уравнение профиля поверхности $y^2 = 4f'z = -800z$. Известно, что для параболоида $\Delta f' = z$. Из решения уравнения получим для различных зон зрачка следующие значения величин отступления от условия синусов: $\Delta f'_{m=0} = 0$; $\Delta f'_{m=25} = -0,781$; $\Delta f'_{m=35} = -1,562$; $\Delta f'_{m=43,3} = -2,343$; $\Delta f'_{m=50} = -3,125$.

Для отдельного сферического зеркала $r = -400,0$; $\tilde{f}' = h/\sin \sigma'$; $\Delta f' = \tilde{f}' - f'$. Из рис. 8.9 видно, что $\sigma' = 2\epsilon'$; $\sin \sigma' = 2 \sin \epsilon' \cos \epsilon'$. Но $\epsilon' = -\epsilon$; $\sin \epsilon' = -\sin \epsilon$; а $\sin \epsilon = -h/r$, поэтому

$$\sin \sigma' = 2 (h/r) \sqrt{1 - (h/r)^2}; \quad \tilde{f}' = r / \left[2 \sqrt{1 - (h/r)^2} \right];$$

$$\Delta f' = r / \left[2 \sqrt{1 - (h/r)^2} \right] - f',$$

но $f' = r/2$, поэтому

$$\Delta f' = (r/2) \left[\left(1 / \sqrt{1 - (h/r)^2} \right) - 1 \right].$$

Так как

$$\Delta s'^m = (r/2) \left[1 - \left(1 / \sqrt{1 - (h/r)^2} \right) \right],$$

то величины $\Delta s'^m$ и $\Delta f'$ одинаковы по абсолютной величине и противоположны по знаку. Для вогнутого зеркала $\Delta f' < 0$; $\Delta s'^m > 0$, т. е. $\Delta s'^m = -\Delta f'$.

Найдем значение $\Delta f'$ для сферического зеркала при $f' = -200,0$; $\Delta f'_{m=25} = -0,392$; $\Delta f'_{m=35} = -0,770$; $\Delta f'_{m=50} = -1,581$.

При расчете исходного варианта двухлинзового объектива-отражателя, эквивалентного параболоидному зеркалу, был получен вариант системы со следующими конструктивными параметрами:

		n_r		D_{ca}	D_{non}
$r_1 = \infty$		1			
$r_2 = 1247,02$	$d_1 = 10,4$	1,5489	БК8	100,0	105,0
$r_3 = -599,198$	$d_2 = 3,6$	1			
$r_4 = -408,626$	$d_3 = 10,4$	1,5489	БК8		
$r_5 = -599,198$	$d_4 = -10,4$	-1,5489			
$r_6 = 1247,02$	$d_5 = -3,6$	-1			
$r_7 = \infty$	$d_6 = -10,4$	-1,5489			
		-1			

$$f_1 = -200,012; s'_p = -183,07.$$

Расчет точным путем на ПЭВМ величины отступления от условия синусов дал следующие результаты: $\Delta f'_{m=0} = 0$; $\Delta f'_{m=25} = -0,766$; $\Delta f'_{m=35} = -1,517$; $\Delta f'_{m=43,3} = -2,286$; $\Delta f'_{m=50} = -3,071$.

Сравнивая результаты вычислений, можно сказать, что величина отступления от условия синусов для объектива-отражателя незначительно отличается от величины $\Delta f'$ для параболоида.

Задача 8.13. Доказать, что система Кассегрена свободна от сферической аберрации третьего порядка и имеет кому третьего порядка, равную коме зеркального параболоида при условии, что $s_p = 0$, т. е. центр входного зрачка совпадает с вершиной параболоида.

Решение. Система Кассегрена состоит из двух зеркал, имеющих форму анаберрационных поверхностей — параболоида и гиперboloида.

Примем следующую нормировку первого и второго вспомогательных лучей: $h_1 = f' = 1$; $\alpha_3 = 1$; $\beta_1 = 1$; $y_1 = s_p$. По условию задачи: $\alpha_1 = 0$; $y_1 = s_p = 0$. Вычислим $\beta_2 = -\beta_1 = -1$; $y_2 = y_1 - d\beta_2 = d$; $h_2 = h_1 - d\alpha_2$. Так как $k_3 = h_2/h_1$, то $d = (1 - k_3)/\alpha_2$.

Коэффициент деформации первой поверхности $b_1 = -e_1^2$, где e_1 — эксцентриситет, но для параболоида $e_1 = 1$, поэтому $b_1 = -1$.

Определим эксцентриситет второй поверхности — гиперboloида вращения.

Известно, что эксцентриситет анаберрационной отражающей поверхности при $s_1 \neq \infty$ равен

$$e = (s' - s)/(s' + s),$$

поэтому

$$e_2 = (s'_2 - s_2)/(s'_2 + s_2).$$

Однако $s_2 = h_2/\alpha_2 = \kappa/\alpha_2$; $s_2' = h_2 = \kappa$, тогда

$$e_2 = \frac{\kappa_2 - \kappa_3/\alpha_2}{\kappa_3 + \kappa_3/\alpha_2} = \frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1}; \quad b_2 = -e_2^2 = -\left(\frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1}\right)^2.$$

Для решения задачи воспользуемся записью коэффициентов аббераций третьего порядка (сумм Зейделя) в общем случае, когда система состоит из сферических и асферических поверхностей:

$$S_I = \sum_{v=1}^k h_v (P_v + B_v); \quad S_{II} = \sum_{v=1}^k y_v (P_v + B_v) - I \sum_{v=1}^k W_v;$$

$$S_{III} = \sum_{v=1}^k (y_v^2/h_v)(P_v + B_v) - 2I \sum_{v=1}^k (y_v/h_v)W_v +$$

$$+ I^2 \sum_{v=1}^k (1/h_v) \delta(\alpha_v/n_v); \quad S_{IV} = \sum_{v=1}^k \Pi_v/h_v;$$

$$S_V = \sum_{v=1}^k (y_v^3/h_v^2)(P_v + B_v) - 3I \sum_{v=1}^k (y_v^2/h_v^2)W_v +$$

$$+ I^2 \sum_{v=1}^k (y_v/h_v^2) [3\delta(\alpha/n)_v + \Pi_v] - I^3 \sum_{v=1}^k (1/h_v^2) \delta(1/n_v^2),$$

где

$$B_v = b_v [\delta(n_v \alpha_v)]^3 / (\delta n_v)^2;$$

b_v — коэффициент деформации, равный $-e_v^2$.

Определим параметры:

$$P_1 = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1/n_2 - 1/n_1} \right)^2 \left(\frac{\alpha_2}{n_2} - \frac{\alpha_1}{n_1} \right) = -\alpha_2^3/4; \quad W_1 = \alpha_2^2/2;$$

$$P_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1/n_3 - 1/n_2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_3}{n_3} - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = \frac{1}{4} (1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2);$$

$$W_2 = \frac{1}{2} (1 - \alpha_2^2);$$

$$B_1 = \frac{b_1 (\alpha_2 n_2 - \alpha_1 n_1)^3}{(n_2 - n_1)^2} = \frac{b_1 (-\alpha_2)^3}{(-1-1)^2} = -\alpha_2^3 b_1 / 4 = \alpha_2^3 / 4;$$

$$B_2 = \frac{b_2 (\alpha_3 n_3 - \alpha_2 n_2)^3}{(n_3 - n_2)^2} = \frac{b_2 (1 + \alpha_2)^3}{(1+1)^2} = \frac{1}{4} b_2 (1 + \alpha_2)^3 =$$

$$= -\frac{1}{4} (1 + \alpha_2) (\alpha_2 - 1)^2.$$

Так как обе поверхности должны быть анаберрационными, то $P_1 + B_1 = 0$, $P_2 + B_2 = 0$. Кроме того, $W_1 + W_2 = 0,5$.

Вычислим инвариант Лагранжа — Гельмгольца $I = n'(s'_{p'} - s')\beta'\alpha'$ для второй среды (после первой поверхности), учитывая, что

$$n_1' = n_2 = -1; s'_{p'} = 0; s_1' = f_1' = 1/\alpha_2;$$

$$\beta_1' = \beta_2 = -1; \alpha_1' = \alpha_2.$$

В результате получим $I = -1$.

Так как

$$S_I^{\infty} = h_1(P_1 + B_1) + h_2(P_2 + B_2), \text{ то } S_I^{\infty} = 0;$$

$$S_{II}^{\infty} = y_1(P_1 + B_1) + y_2(P_2 + B_2) + W_1 + W_2, \text{ то } S_{II}^{\infty} = 0,5.$$

Для отражающего параболоида примем $h_1 = 1$; $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = -1$, тогда $f' = h_1/\alpha_2 = -1$, коэффициент деформации $b_1 = -e_1^2 = -1$; и так как

$$s_p = 0; s'_{p'} = 0; \beta_1 = 1; \beta_1' = -1, \text{ то}$$

$$I = n'(s'_{p'} - s')\alpha'\beta' = -1.$$

При принятых условиях нормировки получим

$$P_1 = 1/4; W_1 = 1/2; B_1 = b/4 = -1/4 \text{ и тогда}$$

$$P_1 + B_1 = 0; S_{II}^{\infty} = y_1(P_1 + B_1) + W_1 = 0,5,$$

т. е. те же значения, что и в системе Кассегрена.

Предлагается самостоятельно доказать, что при $s_p = 0$ для зеркального параболоида

$$S_{III}^{\infty} = 1; S_{IV} = -1; S_V^{\infty} = 0, \text{ а при } s_p \neq 0, S_{III}^{\infty} = y + 1;$$

$$S_{IV} = -1; S_V = 3/2y^2 + 2y.$$

Задача 8.14. Доказать, что классическая система Мерсенна по схеме Галилея свободна от сферической аберрации, комы и астигматизма третьего порядка и имеет только кривизну поля и дисторсию.

Решение. Аберрации третьего порядка характеризуются суммами Зейделя $S_I, \dots, S_V$, поэтому достаточно доказать, что $S_I^{\infty} = S_{II}^{\infty} = S_{III}^{\infty} = 0$, а $S_{IV} \neq 0$, $S_V^{\infty} \neq 0$. Формулы для определения сумм Зейделя приведены в задаче 8.13.

Классическая система Мерсенна состоит из двух отражающих параболоидов, для которых коэффициент деформации $b = -e^2 = -1$. Примем нормировку для первого и второго вспомогательных лучей: $h_1 = -1$; $\alpha_2 = 1$; $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$; $\beta_1 = 1$, тогда $f_1' = -1$. Так как $s_p = 0$, то $y_1 = 0$, тогда $\beta_2 = \beta_1' = -1$.

Вычислим инвариант Лагранжа — Гельмгольца для второй среды (после первой поверхности) $I = n_1'(s'_{p'} - s_1')\beta_1'\alpha_1'$, учитывая, что

$n_1' = -1$; $s_1' = 0$; $s_1' = f_1' = -1$; $\beta_1' = -1$; $\alpha_1' = \alpha_2 = 1$, получим, что $I = 1$. Расстояние между зеркалами d можно определить как $d = f_1' - f_2'$, а $\Gamma = f_1'/f_2'$, тогда $f_2' = f_1'/\Gamma$. Если $f_1' = -1$, то $f_2' = -1/\Gamma$ и $d = -1 + 1/\Gamma = (1 - \Gamma)/\Gamma$.

Определим высоты первого и второго вспомогательных лучей на второй поверхности параболоида:

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = -1 - d = -1 + (\Gamma - 1)/\Gamma = -1/\Gamma;$$

$$y_1 = 0; y_2 = y_1 - d\beta_2 = d = (1 - \Gamma)/\Gamma.$$

Вычислим коэффициенты B_1 и B_2 , входящие во все суммы Зейделя, кроме S_{IV} , по формулам задачи 8.13:

$$B_1 = b_1(-1)^3/(-1-1)^2 = -b_1/4 = 1/4;$$

$$B_2 = b_2 \cdot 1^3/(1+1)^2 = -1/4,$$

а также поверхностные аберрационные параметры:

$$P_1 = [(1-0)/(-1-1)]^2(-1-0) = -1/4;$$

$$W_1 = 1/2;$$

$$P_2 = [(0-1)/(1+1)]^2[0-1/(-1)] = 1/4;$$

$$W_2 = -1/2, \text{ тогда}$$

$$P_1 + B_1 = 0; P_2 + B_2 = 0; W_1 + W_2 = 0.$$

Вычислим суммы $S_I^{\sim}$, ..., $S_V^{\sim}$:

$$S_I^{\sim} = h_1(P_1 + B_1) + h_2(P_2 + B_2) = 0;$$

$$S_{II}^{\sim} = y_1(P_1 + B_1) + y_2(P_2 + B_2) - W_1 - W_2 = -(W_1 + W_2) = 0;$$

$$S_{III}^{\sim} = (y_1^2/h_1)(P_1 + B_1) + (y_2^2/h_2)(P_2 + B_2) - (2y_1/h_1)W_1 - \\ - (2y_2/h_2)W_2 + (1/h_1)(\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1) + (1/h_2)(\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2).$$

Учитывая нормировку первого и второго вспомогательных лучей, значения величин h_2 , y_2 , выраженных через Γ , а также значения параметров P_v , W_v , получим

$$S_{III}^{\sim} = -\frac{2(1-\Gamma)\Gamma}{\Gamma(-1)}\left(-\frac{1}{2}\right) + (-1)1/(-1) - \Gamma[0-1/(-1)] = 0;$$

$$S_{IV} = \frac{1}{h_1} \frac{\alpha_2 n_2 - \alpha_1 n_1}{n_2 n_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\alpha_3 n_3 - \alpha_2 n_2}{n_3 n_2} =$$

$$= (-1)\frac{(-1)}{(-1)} + (-\Gamma)\frac{0+1}{(-1)} = \Gamma - 1.$$

При вычислении S_V^- надо учесть, что первое слагаемое равно нулю, а последнее — $\left[I^3 \sum_{v=1}^k \frac{1}{h_v^2} \delta \frac{1}{n_v^2} \right]$ — равно нулю лишь для систем, расположенных в воздухе, поэтому

$$S_V^- = (3y_1^2/h_1^2) W_1 - (3y_2^2/h_2^2) W_2 + (y_1/h_1^2) [3(\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1) + (\alpha_2 n_2 - \alpha_1 n_1)/n_2 n_1] + (y_2/h_2^2) [3(\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2) + (\alpha_3 n_3 - \alpha_2 n_2)/n_3 n_2],$$

но $y_1 = 0$; $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$; $n_2 = -1$; $n_1 = 1$; $n_3 = 1$, тогда после преобразований получим $S_V^- = (1 - \Gamma)(3 + \Gamma)/2$. В результате $S_I^- = S_{II}^- = S_{III}^- = 0$; $S_{IV}^- = \Gamma - 1$; $S_V^- = (1/2)(1 - \Gamma)(3 + \Gamma)$.

Задача 8.15. Написать уравнения профилей поверхностей классической системы Кассегрена и формулы для определения радиусов кривизны в их вершинах, если известны вынос плоскости изображения δ и коэффициент экранирования $\kappa_s = h_2/h_1$.

Решение. Классическая система Кассегрена, свободная от сферической аберрации, состоит из главного зеркала — параболоида вращения и малого зеркала — гиперболоида вращения. Обе поверхности являются анаберрационными. Уравнение профиля асферической поверхности второго порядка можно записать в общем виде

$$y^2 = 2r_0 z - (1 - e^2) z^2,$$

где r_0 — радиус кривизны в вершине (вершинный радиус); e — эксцентриситет поверхности. Для параболоида $e = 1$, поэтому уравнение параболы имеет вид $y^2 = 2r_0 z$.

Найдем значения радиусов кривизны (r_{0v}) в вершине и величину эксцентриситета второй поверхности. Для этого выполним габаритный расчет системы. Принимая $f' = 1$ и нормировку первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = f' = 1$, получим: $d = \delta - \kappa_s$, где $\kappa_s = h_2$;

$$\alpha_2 = (1 - \kappa_s)/d = (1 - \kappa_s)/(\delta - \kappa_s),$$

$$r_{01} = 1/\alpha_2 = 2(\delta - \kappa_s)/(1 - \kappa_s);$$

$$r_{02} = 2\kappa_s/(1 + \alpha_2) = 2\kappa_s(\delta - \kappa_s)/(1 + \delta - 2\kappa_s).$$

Уравнение профиля поверхности главного зеркала имеет вид

$$y_1^2 = 2r_{01}z_1 = \frac{4(\delta - \kappa_s)}{1 - \kappa_s} z_1. \quad (8.4)$$

При записи уравнения профиля поверхности при заданном фокусном расстоянии системы надо помнить, что здесь все величины вычислены при $f' = 1$. Определим эксцентриситет второй поверхности $e_2 = (s_2' - s_2)/(s_2' + s_2)$. При принятой нормировке $s_2' = h_2 = \kappa_s$. Так как $h_2/h_1 = s_2/f_1' = \kappa_s$, то

$$s_2 = \kappa, (r_{01}/2) = \kappa, (\delta - \kappa_2)/(1 - \kappa_2) \text{ и}$$

$$e_2 = \frac{\kappa_2 - [\kappa_2 (\delta - \kappa_2)/(1 - \kappa_2)]}{\kappa_2 + [\kappa_2 (\delta - \kappa_2)/(1 - \kappa_2)]} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta - 2\kappa_2}.$$

Уравнение профиля поверхности второго зеркала—гиперboloида, имеет вид

$$y_2^2 = \frac{4\kappa_2 (\delta - \kappa_2)}{1 + \delta - 2\kappa_2} z_2 - \left[1 - \left(\frac{1 - \delta}{1 + \delta - 2\kappa_2} \right)^2 \right] z_2^2. \quad (8.5)$$

При переходе к заданному фокусному расстоянию в формулах (8.4) и (8.5) следует умножить на f' коэффициенты при z в первой степени, т. е. записать $2r_0 f'$:

$$y_1^2 = \frac{4f'(\delta - \kappa_2)}{1 - \kappa_2} z_1;$$

$$y_2^2 = \frac{4f'\kappa_2 (\delta - \kappa_2)}{1 + \delta - 2\kappa_2} z_2 - \left[1 - \left(\frac{1 - \delta}{1 + \delta - 2\kappa_2} \right)^2 \right] z_2^2.$$

Уравнение профиля сферической поверхности с радиусом, равным радиусу кривой второго порядка в вершине, имеет вид

$$y_0^2 = 2r_0 z - z^2.$$

Подставив значения r_{01} и r_{02} , найденные при габаритном расчете системы, получим

$$y_{01}^2 = \frac{4f'(\delta - \kappa_2)}{1 - \kappa_2} z_{01} - z_{01}^2; \quad (8.6)$$

$$y_{02}^2 = \frac{4f'\kappa_2 (\delta - \kappa_2)}{1 + \delta - 2\kappa_2} z_{02} - z_{02}^2. \quad (8.7)$$

Зная уравнения (8.4)–(8.7), легко определить величину Δz — отступление от вершинной сферы для любой высоты. Найдем разности Δz_1 или Δz_2 для первой или второй поверхности, где

$$\Delta z_1 = z_1 - z_{01}; \quad \Delta z_2 = z_2 - z_{02}.$$

Величины z и z_0 определяются из решения уравнений (8.4), (8.6) или (8.5), (8.7) для определенного значения y .

Задача 8.16. Система Мерсенна имеет увеличение $\Gamma = 20\times$; $d = -100,0$ мм; $s_p = 0$. Определить величины отступления от вершинной сферы профилей большого и малого зеркал, если $D_1 = 150,0$ мм.

Решение. Для определения величин Δz_1 и Δz_2 надо записать уравнения профиля поверхностей и вершинных сфер с радиусом r_0 и определить для высоты y : $\Delta z = z_{\text{асф}} - z_{\text{сф}}$.

В классической системе Мерсенна обе поверхности являются параболоидами, уравнение профиля поверхности которых имеет вид $y^2 = 2r_0 z$. Так как

$$r_{01} = 2d\Gamma/(\Gamma - 1) = -210,526;$$

$$r_{02} = 2d/(\Gamma - 1) = r_{01}/\Gamma = -10,526,$$

то уравнения профилей поверхностей запишем в виде

$$y_1^2 = -421,05 z_1; \quad y_2^2 = -21,05 z_2.$$

Уравнения вершинных сфер представим следующим образом:

$$y_{01}^2 = -421,05 z_1 - z_1^2;$$

$$y_{02}^2 = -21,052 z_2 - z_2^2.$$

Если $y_1 = D_1/2 = 75$, то $z_1 = -13,3594$; $z_{01} = -13,8125$; $\Delta z_1 = 0,4531$. Если $y_2 = y_1/20 = 3,75$, то $z_2 = -0,66797$; $z_{02} = -0,69062$; $\Delta z_2 = 0,02265$.

Задача 8.17. Линза с первой анаберрационной поверхностью, свободная от сферической аберрации, изображает удаленный предмет. Фокусное расстояние $f' = 200,0$ мм, стекло марки К8 ($n_e = 1,5183$).

Определить конструктивные параметры линзы, предельно возможное относительное отверстие, величину отступления от условия синусов, записать уравнение профиля поверхности анаберрационной линзы. Определить, при каких условиях линза может обеспечить угловое поле $2\omega = 1^\circ$ при допустимой коме 0,1 мм.

Решение. Для того чтобы линза была свободна от сферической аберрации, ее вторая поверхность должна быть апланатической, т. е. концентричной относительно точки заднего фокуса линзы (рис. 8.10). При этом условии $f'_1 = f' = 200,0$. Определим радиус кривизны в вершине первой поверхности

$$r_{01} = [(n_2 - 1)/n_2]f'_1 = 68,2728.$$

Эксцентриситет преломляющий анаберрационной поверхности $e = n/n' = 0,658\,636$. Так как $e < 1$, следовательно, поверхность является эллипсоидом. Уравнение профиля поверхности имеет вид

$$y_1^2 = 136,546 z_1 - 0,566\,199 z_1^2.$$

Как известно, эллипс ограничен малой осью b , величина которой $b = f'_1 \sqrt{(n' - n)/(n' + n)} = 90,7326$. Геометрически $D = 2b$.

Возьмем $D = 1,6$ $b = 145,17$, тогда $D/f' = 1:1,38$. Примем $D_{\text{сн}} = 145$, $D_{\text{пол}} = 150$ мм.

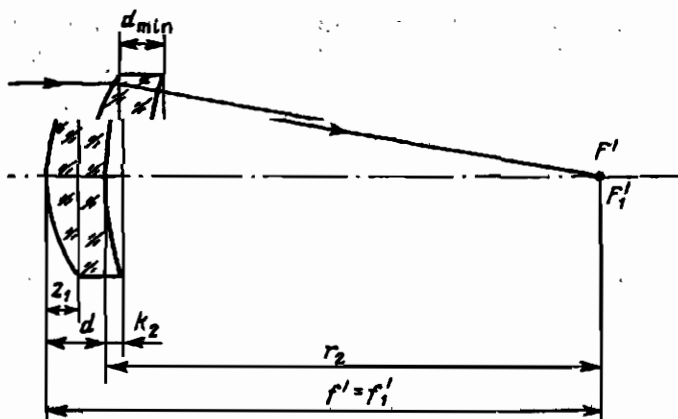


Рис. 8.10. Линза с первой анаберрационной поверхностью

Определим радиус кривизны второй поверхности. Из рис. 8.10 $z_1 + d_{\min} + r_2 - k_2 = f'$. Приблизительно можно принять, что

$$k_2 = D_n^2 / 8r_2 = 2812,5 / r_2; \quad d_{\min} = 4.$$

Определим z_1 для $y = D_n/2 = 75$: $75^2 = 136,546 z_1 - 0,566199 z_1^2$; $z_1 = 52,7201$. Подставим в уравнение для f' значения $d_{\min}$, k_2 , z_1 :

$$52,7201 + 4 + r_2 - 2812,5 / r_2 = 200; \quad r_2 = 160,733.$$

Из рис. 8.10: $d = f'_1 - r_2 = 200 - 160,733 = 39,23$. Таким образом, имеем линзу со следующими конструктивными параметрами:

$$\begin{array}{llll} r_{01} = 68,27 & d = 39,2 & 1,5183 & \text{К8} \\ r_{02} = 160,77 & & & \end{array}$$

Уравнение профиля первой поверхности имеет вид: $y_1^2 = 136,54 z_1 - 0,566199 z_1^2$. Поскольку вторая поверхность является апланатической, то отступление от условия синусов вносит только первая анаберрационная поверхность. Для нее $\Delta f' = -ez = -0,658636 \times (-52,720) = -34,72$. При допустимой величине комы 0,1 мм определим приблизительно угловое поле линзы:

$$K = 3y'\Delta f'/f' = 3f'\text{tg } \omega (\Delta f'/f') = 3\Delta f'\text{tg } \omega,$$

откуда

$$\text{tg } \omega = K/3\Delta f' = 0,1/3 \cdot 34,72 = 0,000960;$$

$$\omega = 3,3'.$$

Для того чтобы при таких условиях обеспечить $2\omega = 1^\circ$, надо относительное отверстие линзы снизить до 1:3,6 ($D_n = 55,6$), тогда $\Delta f' = 3,82$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 8.18. Определить, во сколько раз изменится минимальная сферическая aberrация третьего порядка тонкой линзы при изменении показателя преломления тонкой линзы с $n = 1,5$ до $n = 2,0$, если $s_1 = -\infty$.

Ответ: в 2,45 раза.

Задача 8.19. Определить, во сколько раз изменятся монохроматические aberrации третьего порядка тонкой плосковыпуклой линзы при ее обращении (поворот на 180°) при условии, что $s_1 = -\infty$, а $n = 1,5$.

Ответ: в 3,88 раза.

Задача 8.20. Показать, что невозможно исправить сферическую aberrацию третьего порядка в тонкой линзе при бесконечно удаленном предмете.

Ответ: если $P^\infty = 0$, то $n = 0,25$, что нереально.

Задача 8.21. Определить положения входного зрачка для бесконечно тонкой плосковыпуклой линзы, при которых дисторсия третьего порядка равна нулю, если $n = 1,5$ и предмет находится в бесконечности.

Ответ: $a_p = 0$.

Задача 8.22. Определить, при каком положении входного зрачка в плосковыпуклой линзе отсутствует астигматизм третьего порядка, если линза выполнена из оптического стекла с показателем преломления $n = 1,5; 1,75; 2,0$. Вычислить меридиональную кому третьего порядка для этого положения зрачка.

Ответ: а) $a_p = -0,33$; $K_{III} = 0$; б) $a_p = -0,43$; $K_{III} = 0$; в) $a_p = -0,5$; $K_{III} = 0$.

Задача 8.23. Определить сферическую aberrацию и кому третьего порядка в системе, состоящей из двух одинаковых тонких плосковыпуклых линз, расположенных выпуклыми поверхностями друг к другу, при $n = 1,5$, $a_p = 0$, $f' = 100$ мм, $D/f' = 1:5$, $2\omega = 12^\circ$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = -0,86$ мм, $K_{III} = -0,20$ мм.

Задача 8.24. Вычислить радиусы кривизны тонкой линзы и монохроматические aberrации третьего порядка с заданным значением основного параметра $W^\infty = 0$, если $n = 1,5$, $f' = 100$ мм, $a_p = 0$, $D/f' = 1:5$, $s_1 = -\infty$, $2\omega = 12^\circ$.

Ответ: $r_{1\text{тн}} = 55,55$ мм; $r_{2\text{тн}} = -500$ мм; $\Delta s'_{III} = -1,62$ мм; $K_{III} = 0$; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = 1$ мм; $\Delta y'_{dIII} = 0$.

Задача 8.25. Вычислить монохроматические aberrации третьего порядка тонкой линзы с заданным значением основного параметра $P^\infty = P^\infty_{\text{мин}}$, если $n = 1,5$; $s_1 = -\infty$; $f' = 100$ мм; $a_p = 0$; $D/f' = 1:5$; $2\omega = 12^\circ$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = -1,07$ мм; $K_{III} = -0,22$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = 1$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0$.

Задача 8.26. Сравнить монохроматические aberrации третьего порядка лупы в виде: а) плосковыпуклой линзы, обращенной плоской поверхностью к глазу; б) выпуклоплоской линзы, обращенной выпуклой поверхностью к глазу; в) симметричной двояковыпуклой линзой при условии: $f' = 100$ мм; $D_{\text{тн}} = 5$ мм; $a_p = 0$; $2\omega = 40^\circ$; $n = 1,5$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = -0,27$ мм; $K_{III} = -0,10$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = 13,2$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0$; 2) $\Delta s'_{III} = -0,07$ мм; $K_{III} = -0,01$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = 13,2$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0$; 3) $\Delta s'_{III} = -0,10$ мм; $K_{III} = 0,04$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = 13,2$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0$.

Задача 8.27. Вычислить монохроматические aberrации третьего порядка плоскопараллельной пластины, толщина которой $d=20$ мм, $n=1,65$, расположенной за объективом с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм, $D/f' = 1,5$, $2\omega = 12^\circ$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = 0,04$ мм; $K_{III} = 0,01$ мм; $z'_{m_{III}} = 0,11$ мм; $z'_{s_{III}} = 0,04$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = -0,07$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0,004$ мм.

Задача 8.28. Вычислить монохроматические aberrации третьего порядка плоскопараллельной пластины при условии: толщина пластины 20 мм; $n=1,5$; $\sigma_A = 30^\circ$; $2\omega = 12^\circ$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = 0,95$ мм; $K_{III} = 0,3$ мм; $z'_{m_{III}} = 0,13$ мм; $z'_{s_{III}} = 0,04$ мм; $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = -0,09$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = 0,0044$ мм.

Задача 8.29. Вычислить астигматизм плоскопараллельной пластины при условии, что $d = 30$ мм, $\omega = 30^\circ$; $n = 1,5$; $1,75$; $2,0$.

Ответ: $z'_{s_{III}} - z'_{m_{III}} = -3,8$ мм при всех значениях n .

Задача 8.30. Определить числовое значение показателя преломления стекла плоскопараллельной пластины, при котором сферическая aberrация третьего порядка достигает экстремального значения.

Ответ: при $n = \sqrt{3}$.

Задача 8.31. Вычислить суммы aberrаций третьего порядка сферического зеркала при условии: $s_1 = -\infty$, $r = -50$ мм, $s_p = 0$, $h_1 = f' = 1$.

Ответ: $S_I = -0,25$; $S_{II} = 0,5$; $S_{III} = -1$; $S_{IV} = 1$; $S_V = 0$.

Задача 8.32. Вычислить aberrации третьего порядка сферического зеркала при условии: $s_1 = -\infty$, $r = -50$ мм, $s_p = -25$ мм, $D/f' = 1,5$, $2\omega = 6^\circ$.

Ответ: $\Delta s'_{III} = 0,031$ мм; $\eta = 0,125\%$; $z'_{m_{III}} = 0,009$ мм; $z'_{s_{III}} = -0,026$ мм; $\Delta y'_{a_{III}} = -0,1\%$.

Задача 8.33. Вычислить коэффициенты aberrаций третьего порядка и aberrации сферического зеркала при условии: $s_1 = -\infty$, $s_p = -50$ мм, $r = -50$ мм, $D/f' = 1:5$, $2\omega = 6^\circ$. Принять $h_1 = f' = 1$, $\beta_1 = 1$.

Ответ: $S_I'' = -0,25$; $S_{II}'' = 0$; $S_{III}'' = 0$; $S_{IV}'' = 1$; $S_V'' = 0$; $\Delta s_{III}'' = 0,031$ мм; $\eta = 0\%$; $z_{m_{III}}' = 0,034$ мм; $\Delta y_{d_{III}}'' = 0\%$; $z_{s_{III}}' = -0,034$ мм.

Задача 8.34. Вычислить aberrации третьего порядка тонкого компонента, основные параметры которого $P'' = 0$, $W'' = 0$, $\bar{C} = 0$ при условии, что $s_1 = -\infty$, $f' = 100$ мм; $D/f' = 1:5$, $2\omega = 12^\circ$, $a_p = -50$ мм.

Ответ: $\Delta s_{III}'' = 0$, $K_{III}'' = 0$, $z_{s_{III}}' - z_{m_{III}}' = 1,0$ мм, $\Delta y_{d_{III}}'' = -0,1$ мм.

Задача 8.35. Определить основные параметры компонента, состоящего из двух одинаковых тонких близко расположенных компонентов, если $P_{V/2}'' = 0$, $W_{V/2}'' = 0$, $\bar{C}_{V/2}'' = 0$.

Ответ: $W'' = 0,68$; $P'' = 0,42$; $\bar{C} = 0$.

Задача 8.36. Вычислить суммы aberrаций третьего порядка тонкого компонента, имеющего основные параметры $P'' = 0$, $W'' = 0$, $\bar{C} = 0$ при условии: $\beta = -1$, $s_1 = -100$ мм, $a_p = 0$.

Ответ: $S_I'' = 1280$; $S_{II}'' = -540$; $S_{III}'' = 200$; $S_{IV}'' = 0,014$; $S_V'' = 0$.

Часть III ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ГАБАРИТНЫЙ РАСЧЕТ

ГЛАВА 9. ОПТИЧЕСКИЕ ДЕТАЛИ

Основные формулы для решения задач

Формулы для расчета кардинальных элементов линзы и рисунки приведены в главе 4.

Переднее и заднее фокусные расстояния линзы связаны зависимостью $f = -(n_1/n_3) f'$.

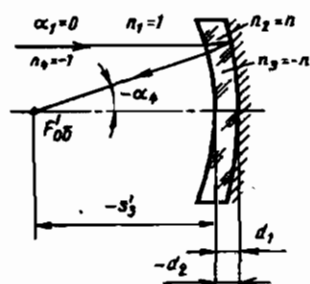


Рис. 9.1. Линза Манжэна

Линза (зеркало) Манжэна (рис.9.1)

$$r_1 = r_3, \quad n_1 = 1, \quad n_3 = -n_2 = -n,$$

$$n_4 = -n_1 = -1, \quad d_2 = -d_1.$$

Бесконечно тонкая линза Манжэна $d_2 = -d_1 = 0$. Оптическая сила Φ и фокусное расстояние f'

$$\begin{aligned} \Phi &= n_4 / f' = \sum_{v=1}^{v=3} (n'_v - n_v) / r_v = \\ &= 2(n-1)(\rho_1 - \rho_2) - 2\rho_2 > 0; \\ f' &= a'_F = a'_3 < 0. \end{aligned}$$

Линза Манжэна конечной толщины — кардинальные элементы определяют из расчета хода первого параксиального луча при $\alpha_1 = 0$.

Размеры линзы

Световой диаметр линзы

а) при $s_1 = -\infty$ (рис. 9.2, а): $D_{ca} = D + 2a_p \tan \omega$.

б) при $s_1 \neq -\infty$ (рис. 9.2, б): $D_{ca} = D + [a_p(D + 2y)/(a_1 - a_p)]$.

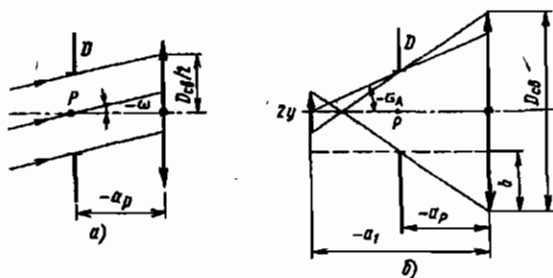


Рис. 9.2. Ход полевых лучей для определения светового диаметра линзы (компонента)

Рис. 9.3. К определению толщины положительной линзы

Полный диаметр $D_{\text{пол}}$ линзы: $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D$, где ΔD — припуск на закрепление линзы в оправе.

Толщина положительной линзы (рис. 9.3)

$$d = k_1 + d_{\min} - k_2 \geq 0,1 D_{\text{пол}},$$

где $d_{\min}$ определяется из нормативно-технической документации, $k_v = r_v - [r_v / r_v] \sqrt{r_v^2 - D_{\text{пол}}^2 / 4}$ — стрелка прогиба для сферической поверхности; для асферической поверхности $z_v = k_v$ определяется из уравнения профиля поверхности при $y = D_{\text{пол}}/2$.

Толщина отрицательной линзы $d = (0,08 \dots 0,15) D_{\text{пол}}$ в зависимости от диаметра и точности обработки, чаще всего принимают $d = 0,1 D_{\text{пол}}$.

К расчету очковых линз

Аметропия глаза $A = \pm 1000/s_d$, где s_d — удаление дальней точки глаза, выраженное в метрах.

Фокусное расстояние очковой линзы для исправления аметропии A : $f_n' = s_d + d$, где $d = -f_m = 17,1$ мм (для редуцированного глаза).

Оптическая сила очковой линзы для исправления аметропии A

$$\Phi_d = A / (1 + Ad/1000).$$

Плоские зеркала

Световые размеры плоских зеркал

Световые размеры плоских зеркал, расположенных в коническом пучке лучей, опирающемся на диафрагмы с диаметрами D_1 и D_2 (рис. 9.4), рассчитываются по следующим формулам

$$l_1 = \frac{D_1 + 2z \operatorname{tg} \sigma}{2 \cos \gamma (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \sigma)}; \quad l_2 = \frac{D_1 + 2z \operatorname{tg} \sigma}{2 \cos \gamma (\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \sigma)};$$

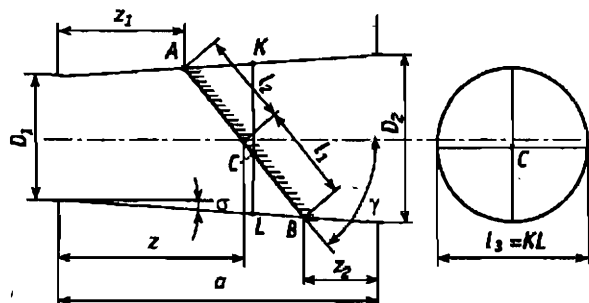


Рис. 9.4. Наклонное плоское зеркало в расходящемся пучке лучей

$$l_3 = \frac{D_1 + 2z \operatorname{tg} \sigma}{\sqrt{1 - (\operatorname{tg} \sigma / \operatorname{tg} \gamma)^2}},$$

где $\operatorname{tg} \sigma = (D_2 - D_1)/2a$. Расстояния z_1 и z_2 — между краями световых зон зеркал и плоскостями диафрагм: $z_1 = z - l_2 \cos \gamma$, $z_2 = a - z - l_1 \cos \gamma$.

Если зеркало расположено в параллельном пучке лучей, то $\sigma = \omega$, где ω — полевой угол.

Определение размеров плоского зеркала для различных пучков лучей представлено в табл. 9.1.

Толщины плоских зеркал

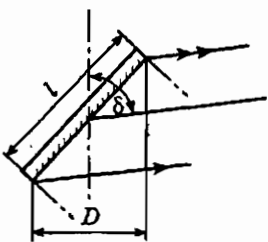
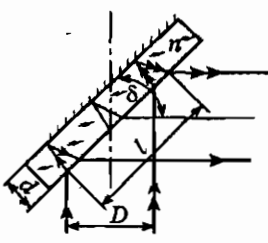
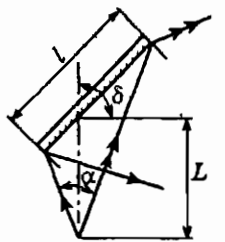
Особо точные зеркала $d \geq (1/5 \dots 1/7) l_{\max}$.

Точные зеркала $d \geq (1/8 \dots 1/10) l_{\max}$.

Грубые зеркала $d \geq (1/15 \dots 1/25) l_{\max}$.

где $l_{\max}$ — наибольший размер зеркала или его диаметр.

Таблица 9.1. Определение размеров плоского зеркала

Схема работы зеркала	Вид пучка	Длина зеркала (l)	Ширина зеркала (b)
	Параллельный пучок	$l = \frac{D}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$ D — диаметр цилиндрического пучка лучей	$b = D$ δ — угол отклонения лучей зеркалом
	Параллельный пучок	$l = \frac{1}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \times \left(D + \frac{2d \cos \frac{\delta}{2}}{n} \right)$	$b = D$ n — показатель преломления
	Расходящийся пучок	$l = L \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \times \left(\frac{1}{\sin \frac{\delta + \alpha}{2}} + \frac{1}{\sin \frac{\delta - \alpha}{2}} \right)$	$b = \frac{L \sin \frac{\delta - \alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{L \sin \frac{\delta - \alpha}{2}}{L \sin \frac{-\alpha}{2}}}}$

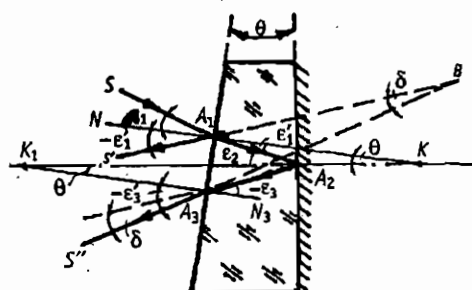


Рис. 9.5. Зеркало с внутренним покрытием: θ — угол клиновидности, δ — угол двоения

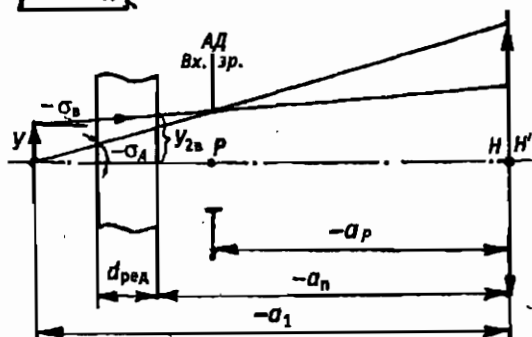


Рис. 9.6. К определению светового диаметра ППП

Угол δ двоения зеркала с внутренним покрытием (рис. 9.5)

$$\delta = 2\theta \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}.$$

Плоскопараллельные пластины

Световой диаметр плоскопараллельной пластины (рис. 9.6)
 $D_{\text{св. ппп}} = 2y_{2a}$; $y_{2a} = y - (a_n - a_1) \operatorname{tg} \sigma_s$, где $\operatorname{tg} \sigma_s = (D/2 - y)/(a_1 - a_p)$,
 $D = 2(a_1 - a_p) \operatorname{tg} \sigma_A$.

Смещение луча ППП (рис. 9.7)

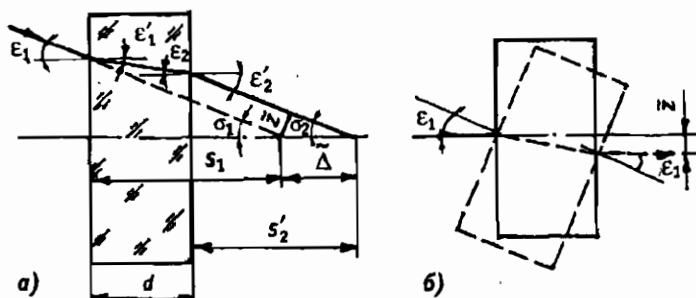


Рис. 9.7. Преломление луча плоскопараллельной пластиной

a — ППП установлена перпендикулярно оптической оси; b — ППП наклонена к оптической оси под углом ϵ_1

Продольное смещение Δ луча: $\Delta = d(n-1)/n$ — в параксиальной области, при малых углах падения; $\tilde{\Delta} = d(1 - \cos \epsilon_1 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon_1})$ — в области действительных лучей (точная формула).

Поперечное смещение z луча: $z = \Delta \cdot \epsilon = [d \cdot \epsilon (n-1)]/n$ — в параксиальной области, $\tilde{z} = d \sin \epsilon (1 - \cos \epsilon_1 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon_1}) = \tilde{\Delta} \sin \epsilon$ — в области действительных лучей (точная формула).

Толщина редуцированной ППП $d_{ред} = d/n$.

Отражательные призмы

Коэффициент отражательной призмы $k = l/D_{св пр}$, где l — геометрическая длина хода луча в призме, $D_{св пр}$ — световой диаметр призмы.

Толщина эквивалентной ППП, заменяющей призму

$$d_{ппп} = l = k D_{св пр}.$$

Толщина редуцированной ППП, заменяющей призму

$$d_{ред} = d_{ппп}/n = k D_{св пр}/n.$$

Размеры отражательных призм, расположенных в коническом пучке лучей, опирающемся на диафрагмы диаметрами D_1 и D_2 (рис. 9.8)

при $D_1 > D_2$: $D_{св пр} = D_1 - (z/a)(D_1 - D_2)$;

при $D_1 < D_2$: $D_{св пр} = 2[z + aD_1/(D_2 - D_1)] \operatorname{tg} \sigma \operatorname{tg} \gamma / (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \sigma)$,

где $\operatorname{tg} \gamma = D_{св пр}/2d_{ред} = n/2k$, k — коэффициент призмы.

Световой диаметр призмы, расположенной в параллельном пучке лучей с расходимостью ω на расстоянии z перед диафрагмой диаметром D_1

$$D_{св пр} = [2z + D_1/\operatorname{tg} \omega] \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \gamma / (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \omega).$$

Световой диаметр призмы, расположенной в сходящемся пучке лучей при $\omega < 0$ (рис. 9.9)

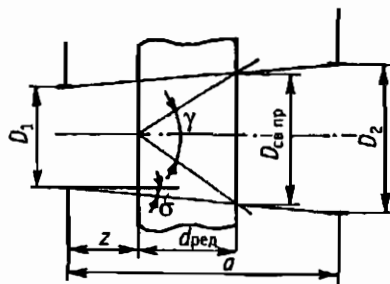


Рис. 9.8. Определение размеров призмы

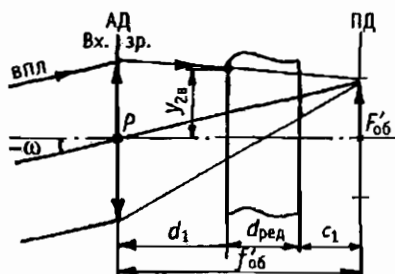


Рис. 9.9. Определение светового диаметра призмы, расположенной за объективом

$$D_{\text{пл}} < D, \quad D_{\text{св пр}} = 2y_{2 \text{ в пл}}$$

Если известно d_1 , то

$$D_{\text{св пр}} = Dk_{\omega}(1 - d_1/f'_{\text{об}}) - 2d_1 \text{tg} \omega;$$

если известно c_1 , то

$$D_{\text{св пр}} = \frac{Dk_{\omega} - 2(f'_{\text{об}} - c_1)\beta_{2 \text{ в пл}}}{1 - 2k\beta_{2 \text{ в пл}}/n},$$

где $\beta_{2 \text{ в пл}} = \text{tg} \omega + Dk_{\omega}/(2f'_{\text{об}})$; k_{ω} — коэффициент виньетирования; k — коэффициент призмы; c_1 — расстояние от выходной грани призмы до полевой диафрагмы (фокальной плоскости объектива); n — показатель преломления стекла призмы.

Максимальный угол падения $\epsilon_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}$ лучей на входную грань призмы, при котором происходит полное внутреннее отражение от отражающей грани

$$\sin \sigma_{\text{max}} \leq n \sin [\epsilon - \arcsin (1/n)],$$

где ϵ — угол падения луча, идущего вдоль оптической оси, на отражающую грань.

Оптический клин

Угол δ отклонения луча в клине (рис. 9.10) $\delta = \theta(n-1)$ — в параксиальной области и при малых углах падения луча; $\tilde{\delta} = \theta(n \cos \epsilon'_1 / \cos \epsilon_1 - 1)$ — в области действительных лучей.

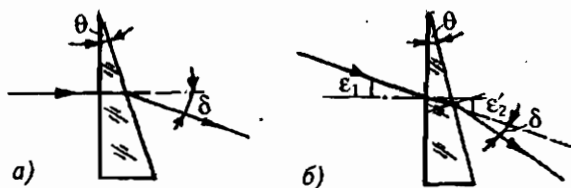


Рис. 9.10. Преломление луча в клине
а — при $\epsilon_1 = 0$; б — при $\epsilon_1 \neq 0$

Поперечное смещение изображения при поступательном перемещении клина (рис. 9.11)

$$\Delta y' = y'_1 - y'_2 = d \cdot \theta (n-1).$$

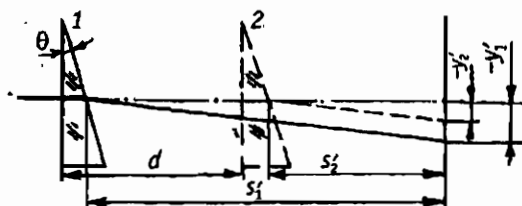


Рис. 9.11. Поступательное перемещение клина

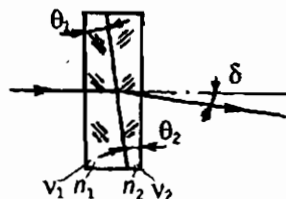


Рис. 9.12. Ахроматический клин

Преломляющие углы ахроматического клина (рис. 9.12)

$$\theta_1 = \frac{\delta \cdot v_1}{(n_1 - 1)(v_1 - v_2)};$$

$$\theta_2 = \frac{\delta \cdot v_2}{(n_2 - 1)(v_2 - v_1)}.$$

Формулы для расчета линзы Френеля с первой плоской поверхностью (рис. 9.13)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \sigma_3 - \sin \sigma_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma_1} - \cos \sigma_3},$$

где $\sin \sigma_1 = \sin [\operatorname{arctg} (h_1 - k \Delta h) / s_1]$; $\sin \sigma_3 = \sin [\operatorname{arctg} (h_2 - k \Delta h) / s'_2]$; $h_2 = s_1 \operatorname{tg} \sigma_1 - d \operatorname{tg} [\operatorname{arcsin} (\sin \sigma_1 / n)]$, Δh — расстояние между соседними ступеньками профиля, k — порядковый номер ступеньки, начиная с края линзы, причем для края $k = 0$.

Формула для угла наклона справедлива, если на ступенчатой поверхности отсутствует полное внутреннее отражение, чему соответствует условие

$$\sin \sigma_{3 \text{ пред}} = [\sin \sigma_1 \pm \sqrt{(n^2 - 1)(n^2 - \sin^2 \sigma_1)}] / n^2 > \sin \sigma_3.$$

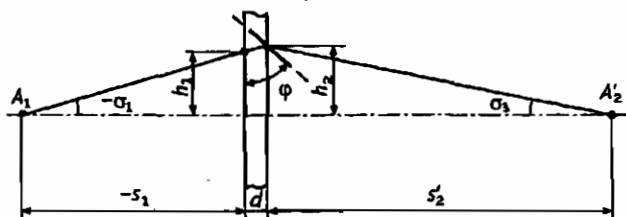


Рис. 9.13. Преломление луча элементом профиля линзы Френеля

Перед расчетом значений ϕ определяют оптимальную ориентацию плоской стороны линзы Френеля, которой соответствует меньшее значение угла ϕ для края светового диаметра.

Задачи с решениями

Задача 9.1. Линза имеет следующие конструктивные параметры: $r_1 = 120$ мм, $r_2 = 100$ мм, $d = 20$ мм, $n_s = 1,5183$ (стекло К8). Определить тип линзы, ее фокусное расстояние f' и фокальные отрезки s_F, s'_F . Определить положение s_H, s'_H главных точек, не пользуясь формулами.

Решение. Для данной линзы $r_1 - r_2 = d$, т. е. линза является концентрической, поэтому главные точки совпадают друг с другом и с центром кривизны поверхностей линзы, $s_H = r_1, s'_H = r_2$.

Для определения фокусного расстояния преобразуем формулу оптической силы линзы в воздухе, подставив условие концентричности $r_1 - r_2 = d$:

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2} = (n-1) \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2} + \\ &+ \frac{(n-1)^2 (r_1 - r_2)}{n r_1 r_2} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \left(1 - \frac{n-1}{n} \right) = \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \\ &= -\frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}.\end{aligned}$$

В результате получаем $f' = 1/\Phi = n r_1 r_2 / [(r_2 - r_1)(n-1)] = 1,5183 \cdot 100 \times 120 / (100 - 120) (1,5183 - 1) = -1757,63$, $f = -f' = 1757,63$.

Так как $s_H = r_1 = 120$, то $s_F = s_H + f = r_1 + f = 120 + 1757,63 = 1877,63$. Учитывая, что $s'_H = r_2 = 100$, можно записать $s'_F = s'_H + f' = r_2 + f' = 100 - 1757,63 = -1657,63$.

Задача 9.2. В линзе-шаре задний фокус совпадает с вершиной второй поверхности. Определить показатель преломления стекла и найти стекло со значением n_s , близким к вычисленному.

Решение. В соответствии с условиями задачи $s'_F = 0$. Используя формулу оптической силы линзы, выведем соотношения для f' , а затем для s'_F линзы шара, учитывая, что $r_1 = -r_2 = r$, $d = r_1 - r_2 = 2r_1 = -2r_2$.

Для f' имеем $f' = n r_1 / [2(n-1)]$. Линза-шар является концентрической, у которой $s_H = r_1, s'_H = r_2$. Действительно, учтя, что $d = 2r_1$ и полученную формулу для фокусного расстояния f' , из уравнений для s_H и s'_H имеем записанные выше равенства:

$$s_H = -f' (n-1) d / (n r_2) = 2 f' (n-1) / n = r_1,$$

$$s'_{H'} = -f'(n-1)d/(nr_1) = 2f'(n-1)/(nr_2) = r_2.$$

Поэтому $s'_{F'} = f' + s'_{H'} = nr_1/[2(n-1)] + r_2 = nr_1/[2(n-1)] - r_1 = r_1(2-n)/[2(n-1)]$, тогда получаем, что $n=2$, если $s'_{F'} = 0$. Близкое значение n_e имеет стекло СТФ2 ($n_e = 1,9554$). Для линзы-шара из этого стекла получим $s'_{F'} = 0,223$. Если $n=2$, то $f' = r_1$, и так как линза находится в воздухе, то $f = -f'$, следовательно $f = r_2$.

Задача 9.3. Симметричная двояковыпуклая линза, сделанная из стекла К8 ($n_e = 1,5183$), имеет фокусное расстояние 100 мм, толщину 5 мм. Определить радиусы кривизны линзы, расположенной в воздухе.

Решение. В симметричной линзе $r_2 = -r_1$. Это условие подставим в формулу фокусного расстояния линзы и преобразуем ее.

$$\begin{aligned} f' &= nr_1r_2/\{(n-1)[n(r_2-r_1)+d(n-1)]\} = \\ &= -nr_1^2/[-(n-1)n2r_1+d(n-1)^2], \end{aligned}$$

откуда

$$nr_1^2 - 2f'(n-1)nr_1 + f'd(n-1)^2 = 0$$

или

$$r_1^2 - 2f'(n-1)r_1 + f'd(n-1)^2/n = 0.$$

Подставив численные значения, имеем: $r_1^2 - 103,66r_1 + 88,4657 = 0$, откуда $r_1 = 51,83 \pm 50,9694$, $r_1 = 102,799 \approx 102,8$.

В результате получаем $r_1 = 102,8$, $r_2 = -102,8$.

Задача 9.4. Найти фокусное расстояние и задний, фокальный отрезок тонкой линзы Манжена, образованной линзой, для которой $r_1 = -100$ мм, $r_2 = -200$ мм, $d = 0$, а вторая поверхность покрыта отражающим слоем. Линза выполнена из стекла К8 ($n_e = 1,5183$).

Решение. Запишем конструктивные параметры линзы Манжена, учитывая, что по ходу луча для расчета линза имеет 3 радиуса кривизны и 2 толщины, причем после отражения от второй поверхности меняются знаки на противоположные у показателей преломления сред, т. е. $n_3 = -n_2 = -n$, $n_4 = -1$, но $r_3 = r_1$:

$r_1 = -100$	$d_1 = 0$	1
$r_2 = -200$	$d_2 = 0$	1,5183
$r_3 = -100$		-1,5183
		-1

Фокусное расстояние и задний фокальный отрезок ($f' = a'_{F'}$) можно определить для бесконечно тонкой линзы Манжена двумя способами: используя формулу для оптической силы тонкой линзы Манжена, предварительно выведя ее, а затем переходя к фокусному расстоянию, или расчетом хода параксиального луча.

Первый способ. Оптическую силу тонкой линзы Манжена можно получить суммированием оптических сил отдельных поверхностей по ходу луча, т. е.

$$\Phi = n_4/f' = \sum_{v=1}^{v=3} (n'_v - n_v)/r_v = \sum_{v=1}^{v=3} (n'_v - n_v) \rho_v.$$

Из этой формулы получаем

$$\Phi = (n_2 - n_1) \rho_1 + (n_3 - n_2) \rho_2 + (n_4 - n_3) \rho_3 = (n - 1) \rho_1 - 2n \rho_2 + (n - 1) \rho_1 = 2(n - 1) \rho_1 - 2n \rho_2 = 2(n - 1)(\rho_1 - \rho_2) - 2\rho_2.$$

Подставим числовые значения в полученную формулу: $\Phi = 2(n - 1)(\rho_1 - \rho_2) - 2\rho_2 = 2(1,5183 - 1)[1/(-100) - 1/(-200)] - 2/(-200) = 0,04817$, в результате имеем $f' = 1/\Phi = -207,598$, т. е. $f' \approx 207,6$ мм.

Второй способ. Рассчитаем ход первого параксиального луча, для которого $\alpha_1 = 0$; примем $h = 10$, причем $h_1 = h_2 = h_3 = h$, т. к. линза тонкая.

$$\alpha_2 = h_1(n - 1)/nr_1 = 10(1,5183 - 1)/[(1,5183)(-100)] = -0,0341369;$$

$$\alpha_3 = n_2\alpha_2/n_3 + h_2(n_3 - n_2)/n_3r_2 = n\alpha_2/(-n) + h(-n - n)/(-nr_2) = -\alpha_2 + 2h/r_2 = 0,0341369 + 2 \cdot 10/(-200) = 0,0658631;$$

$$\alpha_4 = n_3\alpha_3/n_4 + h(n_4 - n_3)/n_4r_3 = n\alpha_3 - h(n - 1)/r_3 = 1,5183 \times 0,0658631 - 10 \cdot 1,5183 - 1/(-200) = -0,04817;$$

$$f' = h_1/\alpha_4 = -10/0,04817 = -207,598;$$

$$s'_F = h_3/\alpha_4 = h_1/\alpha_4 = -207,598, \text{ т. е. } f' = s'_F = -207,6.$$

Задача 9.5. Найти фокусное расстояние и задний фокальный отрезок линзы Манжена конечной толщины (рис. 9.1), для которой $d = 10$ мм, взяв остальные данные из задачи 9.4. Сравнить значения фокусных расстояний линзы конечной толщины и тонкой линзы из задачи 9.4.

Решение. Запишем конструктивные параметры линзы, учитывая, что $n_4 = -n_1 = -1$, $n_3 = -n_2 = -n$, $r_1 = r_3$, $d_2 = -d_1$.

$r_1 = -100$	$d_1 = 10$	1,5183
$r_2 = -200$	$d_2 = -10$	-1,5183
$r_3 = -100$		-1

Задачу можно решить расчетом хода первого параксиального луча из бесконечности, когда $\alpha_1 = 0$. Примем $h_1 = 10$, тогда $\alpha_2 = h_1(n - 1)/(nr_1) = -0,0341369$, такое же значение, как и для тонкой линзы;

$$h_2 = h_1 - d_1\alpha_2 = 10 - 10(-0,0341369) = 10,3414;$$

$$\alpha_3 = -\alpha_2 + 2h_2/r_2 = 0,0341369 + 2 \cdot 10,3414/(-200) = -0,0692771;$$

$$h_3 = h_2 - d_2\alpha_3 = h_2 + d_1\alpha_3 = 10,3414 + 10(-0,0692771) = 9,6486;$$

$$\alpha_4 = n\alpha_3 - h_3(n-1)/r_3 = 1,5183(-0,069\,2771) - 9,6486(1,5183 - 1)/(-100) = -0,055\,1746;$$

$$f' = h_1/\alpha_4 = 10/(-0,055\,1746) = -181,243;$$

$$s'_{F'} = h_3/\alpha_4 = 9,6486/(-0,055\,1746) = -174,87.$$

По сравнению с тонкой линзой Манжана, для которой $f' = -207,6$ мм, в линзе Манжана конечной толщины фокусное расстояние уменьшилось. Чтобы сохранить f' таким же, как в тонкой линзе, можно выполнить масштабирование. Коэффициент масштабирования представляет собой отношение заданного (требуемого) фокусного расстояния к полученному, т.е. $k_m = f'_{\text{треб}}/f'_{\text{пол}} = -207,6/(-181,243) = 1,145\,424$. Умножив радиусы кривизны поверхностей и толщину линзы на этот коэффициент, имеем: $r_1 = r_3 = 114,542$, $r_2 = -229,085$, $d_1 = -d_2 = 11,5$.

Рассчитав ход первого параксиального луча через пересчитанную линзу так же, как было сделано выше, получим при $\alpha_1 = 0$, $h_1 = 10$: $\alpha_2 = -0,029\,8029$; $h_2 = 10,3427$; $\alpha_3 = -0,060\,4928$; $h_3 = 9,647\,00$; $\alpha_4 = -0,048\,193$, $f' = h_1/\alpha_4 = -207,495$, $s'_{F'} = h_3/\alpha_4 = -200,17$.

Если требуется более высокая точность для f' , то можно выполнить повторное масштабирование, при котором $k_m = 1,000\,0496$ относительно конструктивных параметров, полученных после первого масштабирования. После повторного масштабирования имеем $r_1 = r_3 = -114,6$, $r_2 = -229,2$, $d_1 = -d_2 = 11,5$. Из расчета первого параксиального луча получаем $f' = -207,608$, $s'_{F'} = -200,286$.

Задача 9.6. Плосковыпуклая линза со второй асферической поверхностью с вершинным радиусом кривизны $r_{02} = -51,83$ имеет полный диаметр $D_{\text{пол}} = 80$ мм. Экцентриситет второй поверхности $e_2 = 1,5183$; линза выполнена из стекла К8 ($n_e = 1,5183$). Определить фокусное расстояние и задний фокальный отрезок, толщину асферической линзы и сравнить ее с толщиной плосковыпуклой линзы без асферики с теми же конструктивными параметрами.

Решение. Толщина плосковыпуклой линзы $d = d_{\min} - k_2$. Для определения стрелки прогиба асферической поверхности надо записать уравнение ее профиля. Экцентриситет $e_2 = 1,5183 > 1$, следовательно поверхность является гиперболоидом, поверхностью второго порядка, уравнение профиля которой имеет вид $y_2^2 = 2r_{02}z_2 - (1 - e_2^2)z_2^2$. Подставив значения r_{02} и e_2 , имеем $y_2^2 = -103,66z_2 + 1,305\,235z_2^2$. Для асферической поверхности стрелка прогиба $k_2 = z_2$, которую найдем из уравнения профиля при $y_2 = D_{\text{пол}}/2 = 40$.

Уравнение профиля запишем в виде $1,305\,235z_2^2 - 103,66z_2 - 1600 = 0$, откуда $z_{2(1)} = -13,23$, $z_{2(2)} = 83,11$. Выбираем $z_{2(1)} < 0$, т.к. $r_{02} < 0$.

Тогда толщина асферической линзы $d = d_{\min} - z_2 = 2,5 + 13,23 = 15,7$.

Для линзы без асферической поверхности стрелка прогиба второй поверхности $k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - D_{\text{пол}}^2}/4 = -51,83 + \sqrt{51,83^2 - 80^2}/4 = 13,64$. Толщина линзы $d = 2,5 + 13,64 = 16,1$.

Разница в толщинах линз составляет 0,4 мм.

Фокусное расстояние линз одинаковое; оно определяется из формулы оптической силы линзы, которая для плосковыпуклой линзы упрощается и имеет вид $\Phi = 1/f' = (n-1)(-1/r_2)$. Отсюда $f' = (-r_2)/(n-1) = -51,83/(1-1,5183) = 100$ мм.

Определим положение задней главной точки $s'_H = -f'[(n-1)/n] \times (d/r_1) = 0$, т. к. $r_1 = \infty$, поэтому $f' = s'_F = 100$ мм.

Задача 9.7. Переднее фокусное расстояние глаза равно -17,1 мм. Найти заднее фокусное расстояние глаза, если показатель преломления влаги внутренней камеры $n = 1,336$.

Решение. Фокусные расстояния системы связаны уравнением $f/f' = -n/n'$. В данном случае $n = 1$, поэтому $f' = -f/n' = +17,1 \times 1,336 = 22,85$ мм.

Задача 9.8. Дальняя точка миопического близорукого глаза находится на расстоянии 0,5 м. Определить аметропию глаза по величине и знаку. Какие очки нужны для исправления этой аметропии?

Решение. Дальняя точка расположена перед глазом, $s_d = -0,5$ м. Аметропия $A = 1000/s_d = -2$ дптр. Для исправления такой аметропии нужны отрицательные линзы с фокусным расстоянием $f'_a = s_d + d$. Для редуцированного глаза $d = -f_m = 17,1$ мм, т. е. линзу надо установить так, чтобы ее задняя главная точка совпадала с передним фокусом глаза.

Задача 9.9. Определить параметра очковых линз (бифокальные очки) для пациента, у которого аметропия составляет для дальних предметов $A_d = -4$ дптр и возрастная дальнозоркость 3 дптр.

Решение. Очки расположены на расстоянии $d = -f_m = 17,1$ мм от глаза, тогда оптическая сила очковой линзы $\Phi_a = A/(1 + Ad/1000)$, где $A = 1/s_d$, s_d — расстояние до дальней точки.

Очки для «дали», т. е. для рассматривания далеких предметов, должны иметь оптическую силу $\Phi_{da} = -4/[1 + (-4) \cdot 17,1/1000] = -4,29 \approx -4,3$ дптр; очки для работы на близком расстоянии — $\Phi_{nb} = 3/[1 + 3 \cdot 17,1/1000] = 2,85 \approx 2,9$ дптр.

Задача 9.10. Перед бесконечно тонким объективом на расстоянии 60 мм установлена плоскопараллельная пластинка (ППП) толщиной 10 мм из стекла K8 ($n_g = 1,5183$) (рис. 9.6). Предмет величиной $2y = 10$ мм расположен на расстоянии 80 мм перед объективом, апертурная диафрагма находится на расстоянии 50 мм также перед объективом. Апертура $A = 0,4$. Определить световой диаметр плос-

копараллельной пластинки и положение предмета относительно объектива с учетом действия ППП.

Решение. Для определения светового диаметра ППП надо рассчитать ход апертурного, верхнего и нижнего полевого лучей. Вначале найдем диаметр апертурной диафрагмы, одновременно являющейся и входным зрачком. При выполнении габаритного расчета редуцируем ППП, чтобы она не изменяла хода лучей, причем $d_p = d/n = 10/1,5183 = 6,5863$ мм. Как видно из рис. 9.6, $D = D_{ад} = 2(a_1 - a_p) \operatorname{tg} \sigma_A$. По условию задачи $A = \sin \sigma_A = 0,4$, тогда $\operatorname{tg} \sigma_A = 0,4364$. Найдем D : $D = D_{ад} = 2(-80 + 50)(-0,4364) = 26,18 > 2y$, поэтому световой диаметр надо определять по второй поверхности ППП, диаметр которой больше, чем первой поверхности, что видно из рис. 9.6.

Рассчитаем ход верхнего полевого луча. Для этого вначале найдем $\operatorname{tg} \sigma_s$: $\operatorname{tg} \sigma_s = (D/2 - y)/(a_p - a_1) = (13,09 - 5)/(-50 + 80) = 0,2697$. Высота на второй поверхности ППП $y_2 = y - (-a_1 + a_n) \operatorname{tg} \sigma_s = 5 + (80 - 60) 0,2697 = 10,394$. Для контроля правильности расчета y_2 найдем высоту на апертурной диафрагме по верхнему полемому лучу $D/2 = y_2 + (-a_n + a_p) \operatorname{tg} \sigma_s = 10,394 + (60 - 50) 0,2697 = 13,09$, что совпадает с полученным выше результатом.

Для расчета нижнего полевого луча найдем $\operatorname{tg} \sigma_n = (D/2 + y) \times (-a_1 + a_p) = (13,09 + 5)/(80 - 50) = 0,603$. Из рис. 9.6 видно, что $y - y_n = (-a_1 + a_n) \operatorname{tg} \sigma_n = 20 \cdot 0,603 = 12,06$, поэтому $-y_n = 12,06 - y = 7,06$.

Контроль расчета нижнего луча: $-D/2 = -y_2 + (-a_n - a_p) \operatorname{tg} \sigma_n = -7,06 + (60 - 50) 0,603 = 13,09$.

Из расчета апертурного луча определим высоту h_2 на второй поверхности пластинки $h_{2,н} = (a_n - a_1) \operatorname{tg} \sigma_A = (-60 + 80)(-0,4364) = -8,728 = 8,73$. Максимальную высоту на поверхности пластинки дает верхний полевой луч, $y_2 = 10,39$, поэтому световой диаметр пластинки $D_{с.п.} = 2y_2 = 20,8$. Плоскопараллельная пластинка дает продольное смещение Δ луча: $\Delta = d(n - 1)/n = 10(1,5183 - 1)/1,5183 = 3,414$ мм. Поэтому предметом для объектива является изображение, даваемое ППП, которое находится на расстоянии $-\bar{a}_1$ от объектива: $-\bar{a}_1 = -a_1 - \Delta = +80 - 3,41 = 76,59 \approx 76,6$ мм.

Задача 9.11. Плоскопараллельная пластина толщиной $d = 10$ мм установлена перпендикулярно оптической оси. На какой угол ε_1 надо наклонить ППП, чтобы луч, идущий вдоль оптической оси, сместился параллельно самому себе (рис. 9.7, б) на 2 мм? Пластина изготовлена из стекла К8 ($n_s = 1,5183$).

Решение. Определим поперечное смещение луча z , используя приближенную формулу $z = [d(n - 1)/n] \operatorname{tg} \varepsilon_1$, откуда $\operatorname{tg} \varepsilon_1 = zn/[d(n - 1)] = 2 \cdot 1,5183/(10 \cdot 10,5183) = 0,585877$, $\varepsilon_1 = 30,365^\circ$. Для уточнения результата используем точную формулу $\bar{z} = \Delta \cdot \sin \varepsilon_1 = d \sin \varepsilon_1 (1 - \cos \varepsilon_1 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1})$. Непосредственное решение уравнения затруднительно, поэтому сделаем вычисления для нескольких значений углов,

Таблица 9.2. Значения поперечного смещения z для разных углов наклона ϵ_1 ППП

№№ п/п	ϵ_1 , угл. град.	$\tilde{\Delta}$	$\tilde{z}$
1	30	3,95912	1,97956
2	30,3	4,231759	2,13504
3	30,270	3,969617	2,00098
4	30,258	3,969152	2,000036

близких к полученному из приближенной формулы. Результаты расчета представлены в табл. 9.2.

В табл. 9.2 вначале для вычислений выбраны значения $\epsilon_1 = 30^\circ$ и $\epsilon_1 = 30,3^\circ$, с малым отличием от приближенного значения $\epsilon = 30,365^\circ$. Затем интерполяцией получено третье значение $\epsilon_1 = 30,27^\circ$. При необходимости получения более точного значения $\tilde{z}$ выполнен расчет для $\epsilon_1 = 30,258^\circ$.

Задача 9.12. Найти преломляющие углы двух клиньев, составляющих ахроматический клин (рис. 9.12), если полный угол отклонения δ должен быть $\delta = 24'$. Клинья выполнены из стекла марок К8 ($n_1 = n_e = 1,5183$, $v_1 = v_e = 63,83$), Ф1 ($n_2 = n_e = 1,6169$, $v_2 = v_e = 36,70$). Определить линейное смещение, даваемое ахроматическим клином в плоскости, расположенной на расстоянии 100 мм от клина.

Решение. Для того, чтобы клин был ахроматическим, необходимо получить одинаковые угловые отклонения $\delta_{\lambda 1}$ и $\delta_{\lambda 2}$. В данной задаче это δ_F и δ_C . Для этого решим два уравнения: уравнение ахроматизации $\delta_1/v_1 + \delta_2/v_2 = 0$ и уравнение получения заданного значения угла отклонения $\delta = \delta_1 + \delta_2$.

Из этих уравнений имеем $\delta_1 = \delta \cdot v_1 / (v_1 - v_2)$, $\delta_2 = \delta \cdot v_2 / (v_2 - v_1)$: $\delta_1 = 24' \cdot 63,83 / (63,83 - 36,70) = 56,466'$; $\delta_2 = 24' \cdot 36,70 / (36,7 - 63,83) = -32,466'$ или $\delta_2 = \delta - \delta_1 = 24' - 56,466' = -32,466'$.

Определим преломляющие углы клиньев θ_1 и θ_2 :

$$\theta_1 = \delta_1 / (n_1 - 1) = 56,466' / 0,5183 = 1^\circ 48,944';$$

$$\theta_2 = \delta_2 / (n_2 - 1) = -32,466' / 0,6169 = -52,628'.$$

Углы клиньев имеют разные знаки, так как клинья обращены вершинами в противоположные стороны. Эти клинья склеиваются и образуют одну оптическую деталь. Следует помнить, что приведенные формулы расчета справедливы при $\delta < 2 \dots 3^\circ$.

Линейное смещение, образуемое клином на расстоянии 100 мм, $y' = \alpha' \cdot \delta = 24' \cdot 100 / 3438' = 0,698 \approx 0,7$ мм.

Задача 9.13. В оптическом компенсаторе используется перемещающийся вдоль оптической оси клин (рис. 9.11) с преломляющим углом $\theta = 2^\circ$. Плоскость изображения находится на расстоянии 50 мм

за клином. Определить, на сколько изменится линейное смещение луча клином в плоскости изображения при перемещении клина на 20 мм.

Решение. Угловое смещение луча клином $\delta = \theta (n - 1) = 2^\circ (1,5183 - 1) = 1,0366^\circ$. Линейное смещение y_1' луча клином в его первоначальном положении на расстоянии $s_1' = 50$ мм: $y_1' = \delta \cdot s_1' = 50 \cdot 1,0366^\circ \pi / 180^\circ = 0,904$ мм.

При смещении клина на 20 мм линейное смещение в плоскости изображения $y_2' = \delta \cdot s_2' = 1,0366^\circ (50 - 20) \pi / 180^\circ = 0,542$ мм.

В результате линейное смещение луча уменьшится на величину $y_1' - y_2' = 0,904 - 0,542 = 0,362$ мм.

Задача 9.14. Доказать, что угол двоения δ зеркала с внутренним покрытием (рис. 9.5) зависит от угла клиновидности θ зеркала, показателя преломления n и угла падения ϵ луча и определяется по формуле

$$\delta = 2\theta \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}.$$

Решение (доказательство). При установке плоского зеркала с внутренним покрытием перед телескопической системой (на пути параллельного пучка) клиновидность зеркала, происходящая от непараллельности его плоскостей, вносит двоение изображения вследствие частичного отражения лучей от передней плоскости без покрытия. Обозначим углы падения и преломления на передней (первой) поверхности через ϵ_1 и ϵ_1' , углы падения и отражения на задней (второй) поверхности через ϵ_2 и ϵ_2' ; углы падения и преломления при вторичном преломлении на передней поверхности через ϵ_3 и ϵ_3' (рис. 9.5). В доказательстве не учитывалось правило знаков, так как углы θ и δ не имеют знака.

Применяя формулу закона преломления к первой поверхности, найдем $n \sin \epsilon_1' = \sin \epsilon_1$. Из треугольника $A_1 A_2 K$ устанавливаем $\epsilon_2 = \epsilon_1' + \theta$ или $\epsilon_1' = \epsilon_2 - \theta$. Аналогично этому из треугольника $A_2 A_3 K_1$ имеем $\epsilon_2' = \epsilon_3 - \theta$.

Так как $|\epsilon_2| = |\epsilon_2'|$, то $\epsilon_1' + \theta = \epsilon_3 - \theta$. Поэтому $\epsilon_3 = \epsilon_1' + 2\theta$ и $\sin \epsilon_3 = \sin(\epsilon_1' + 2\theta)$. Но по закону преломления для точки A_3

$$\sin \epsilon_3' = n \sin \epsilon_3 = n \sin(\epsilon_1' + 2\theta).$$

Если клиновидность зеркала незначительна, то угол ϵ_3' должен отличаться на малую величину от угла отражения ϵ_1' .

Положим, что $\epsilon_3' = \epsilon_1 + \delta$, где угол двоения $\delta = \angle S'BS''$. Подставив это значение в предыдущую формулу, найдем

$$\sin(\epsilon_1 + \delta) = n \sin(\epsilon_1' + 2\theta).$$

Разлагая синусы в ряд Маклорена и ограничиваясь первыми членами разложения, получим $\sin \epsilon_1 - \delta \cos \epsilon_1 = n \sin \epsilon_1' - 2n \theta \cos \epsilon_1'$.

Преобразуем полученное выражение с учетом закона преломления: $\delta = 2n\theta \cos \epsilon_1' / \cos \epsilon_1$. Так как $\cos \epsilon_1' = \sqrt{1 - \sin^2 \epsilon_1 / n^2}$ и $\cos \epsilon_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \epsilon_1}$, то

$$\begin{aligned}\delta &= 2\theta \sqrt{(n^2 - \sin^2 \epsilon_1) / (1 - \sin^2 \epsilon_1)} = \\ &= 2\theta \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \sin^2 \epsilon_1 / (1 - \sin^2 \epsilon_1)}.\end{aligned}$$

Учитывая, что $\sin^2 \epsilon_1 / (1 - \sin^2 \epsilon_1) = \operatorname{tg}^2 \epsilon_1$, получаем окончательную формулу для угловой величины двоения $\delta = 2\theta \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}$.

Задача 9.15. Вывести формулу для хроматизма в угловой мере $\delta_{F'-C'}$ для плоского зеркала с внутренним покрытием, если угол клиновидности зеркала θ .

Решение. Найдем, например, разность углов δ для лучей линий F' и C' . Дифференцируя формулу угла δ двоения зеркала, полученную в задаче 9.14, $\Delta \delta_{F'-C'} = 2\theta (2n + 2n \operatorname{tg}^2 \epsilon_1) \Delta n / [2 \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}]$, где $\Delta n = n_{F'} - n_{C'}$, находим

$$\Delta \delta_{F'-C'} = 2\theta n (1 + \operatorname{tg}^2 \epsilon_1) (n_{F'} - n_{C'}) / \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}.$$

Последнее выражение может быть преобразовано так

$$\begin{aligned}\Delta \delta_{F'-C'} &= 2n\theta (n_{F'} - n_{C'}) / [\cos^2 \epsilon_1 \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \epsilon_1}] = \\ &= 2n\theta (n_{F'} - n_{C'}) \cos \epsilon_1 / [\cos^2 \epsilon_1 \sqrt{n^2 \cos^2 \epsilon_1 + n^2 \sin^2 \epsilon_1 - \sin^2 \epsilon_1}] = \\ &= 2n\theta (n_{F'} - n_{C'}) / [\cos \epsilon_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon_1}].\end{aligned}$$

Если $\epsilon_1 = 0^\circ$, то $\cos \epsilon_1 = 1$, $\sin \epsilon_1 = 0$, и формула принимает вид

$$\Delta \delta_{F'-C'} = 2n\theta (n_{F'} - n_{C'}) / n = 2\theta (n_{F'} - n_{C'}).$$

Если $\epsilon_1 = 45^\circ$, то $\cos \epsilon_1 = 1/\sqrt{2}$, $\sin \epsilon_1 = 1/\sqrt{2}$ и формула имеет вид

$$\Delta \delta_{F'-C'} = 4n\theta (n_{F'} - n_{C'}) / \sqrt{2n^2 - 1}.$$

Задача 9.16. За объективом с фокусным расстоянием $f' = 120$ мм, относительным отверстием 1:4, угловым полем $2\omega = 12^\circ$ установлена призма БКУ-45° на расстоянии $d_1 = 30$ мм. Входной зрачок совпадает с оправой объектива, принимаемого бесконечно тонким. Найти длину хода луча в призме.

Решение. Диаметр входного зрачка $D = f'/K = 120/4 = 30$ мм. Диаметр полевой диафрагмы, установленной в плоскости действительного изображения, $D_{\text{пд}} = 2f_{\text{об}}' \operatorname{tg} \omega = 2 \cdot 120 \operatorname{tg} 6^\circ = 240 \cdot 0,105 = 25,2$ мм.

Длина хода луча в призме $l = kD_{\text{св пр}}$, так как $k = l/D_{\text{св пр}}$, поэтому надо определить световой диаметр призмы. Поскольку $D_{\text{пл}} < D$, то $D_{\text{св}}$ призмы надо определить на передней грани по ходу верхнего полевого луча при $\omega < 0$ (рис. 9.9).

Рассчитаем ход верхнего полевого луча по формулам произвольных тангенсов.

$$y_{1\text{в}} = D/2 = 15, \quad \beta_1 = \text{tg } \omega = \text{tg } (-6^\circ) = -0,105;$$

$$\beta_{2\text{в}} = \beta_{1\text{в}} + y_{1\text{в}}/f_{\text{ос}}' = \beta_{1\text{в}} + D/2f_{\text{ос}}' = -0,105 + 30/(2 \cdot 120) = 0,02;$$

$$y_{2\text{в}} = y_{1\text{в}} - d, \beta_{2\text{в}} = 15 - 30 \cdot 0,02 = 14,4;$$

$$D_{\text{св пр}} = 2y_{2\text{в}} = 2 \cdot 14,4 = 28,8.$$

Длина хода луча в призме БКУ-45° $l = kD_{\text{св пр}} = 2,111D_{\text{св пр}} = 2,111 \cdot 28,8 = 60,8$ мм.

Задача 9.17. Рассчитать линзу Френеля (рис. 9.17) с фокусным расстоянием 200 мм; толщиной $d = 10$ мм и диафрагменным числом $K = 1$, проецирующую изображение точечного источника в бесконечность. Материал линзы — полиметилметакрилат ($n_s = 1,49$). Расстояние между соседними ступеньками $\Delta h = 0,2$ мм. Найти оптимальную ориентацию плоской поверхности. Для трех крайних зон вычислить угол профиля φ .

Решение. Вначале проверим, не происходит ли полного внутреннего отражения на ступеньках поверхности для двух ориентаций.

1. Первая поверхность — плоская.

Так как $K = 1$, то $\text{tg } \sigma_1 = \text{tg } \sigma_i = -0,5$, $\sin \sigma_1 = -0,4472$, $\sin \sigma_3 = 0$. Найдем предельное значение $\sin \sigma_3$, т. е. $\sin \sigma_{3 \text{ пред}}$

$$\sin \sigma_{3 \text{ пред}} = [\sin \sigma_1 \pm \sqrt{(n^2 - 1)(n^2 - \sin^2 \sigma_1)}] / n^2;$$

$$\sin \sigma_{3 \text{ пред}} = [-0,4472 \pm \sqrt{(1,49^2 - 1)(1,49^2 - 0,4472^2)}] / 1,49^2 =$$

$= 0,5057$, $\sin \sigma_3 < 0,506$ — полного внутреннего отражения не происходит.

2. Вторая поверхность — плоская, тогда $\sin \sigma_1 = 0$, $\sin \sigma_3 = 0,4472$, $\sin \sigma_{3 \text{ пред}} = \sqrt{(n^2 - 1)/n^2} = \sqrt{1,49^2 - 1}/1,49^2 = 0,4975$, $\sin \sigma_3 < \sin \sigma_{3 \text{ пред}}$, также отсутствует полное внутреннее отражение.

Формула для угла φ наклона профиля справедлива, если на ступенчатой поверхности не происходит полного внутреннего отражения.

Теперь найдем оптимальную ориентацию плоской поверхности, т. е. для которой угол φ меньше по величине,

$$\text{tg } \varphi = (\sin \sigma_3 - \sin \sigma_1) / \sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma_1} - \cos \sigma_3.$$

Если первая поверхность плоская, то $\sigma_1 = 0$, $\sin \sigma_1 = -0,4472$, $\text{tg } \varphi = (0 + 0,4472) / \sqrt{1,49^2 - 0,4472^2} - 1 = 1,0615$, $\varphi = 46,708^\circ$.

Если плоская поверхность — вторая, то $\sin \sigma_1 = 0$, $\sin \sigma_2 = 0,4472$. В этом случае $\operatorname{tg} \varphi = 0,4472/\sqrt{1,49^2 - 0,89443} = 0,7509$, $\varphi = 36,903^\circ$.

Следовательно, плоская поверхность должна быть второй по ходу луча света. При такой ориентации толщина линзы не влияет на результаты расчета.

Определим углы φ для первых трех зон от края. Для первой от края зоны $\operatorname{tg} \sigma_1 = (100 - 0,2)/200 = 0,499$; $\sin \sigma_1 = 0,4465$; $\cos \sigma_1 = 0,8948$; $\operatorname{tg} \varphi = 0,4465/\sqrt{1,49^2 - 0,8948} = 0,7501$.

Для второй от края зоны $\operatorname{tg} \sigma_2 = (99,8 - 0,2)/200 = 0,498$; $\sin \sigma_2 = 0,4458$; $\cos \sigma_2 = 0,8951$; $\operatorname{tg} \varphi = 0,4458/\sqrt{1,49^2 - 0,8951} = 0,7494$; $\varphi = 36,848^\circ$.

Для третьей от края зоны $\operatorname{tg} \sigma_3 = (99,6 - 0,2)/200 = 0,497$; $\sin \sigma_3 = 0,44506$; $\cos \sigma_3 = 0,8955$; $\operatorname{tg} \varphi = 0,4451/\sqrt{1,49^2 - 0,8955} = 0,7487$; $\varphi = 36,822^\circ$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 9.18. Найти кардинальные отрезки симметричной двояковыпуклой линзы из стекла БК10 ($n_e = 1,5713$), у которой $r_1 = 27,3$ мм, толщина линзы $d = 6$ мм.

Ответ: $f' = -f = 24,89$; $s'_H = -s_H = -1,99$; $s'_F = -s_F = 22,9$.

Задача 9.19. При какой толщине линза в задаче 9.18 станет телескопической? Найти видимое увеличение этой линзы.

Ответ: $d = 150,17$ мм, $\Gamma_s = -1$.

Задача 9.20. При каких условиях двояковыпуклая линза бывает отрицательной, и, наоборот, двояковогнутая — положительной?

Задача 9.21. Оптическая сила положительной линзы 5 дптр, отрицательной линзы — 3 дптр. Найти фокусное расстояние системы, которая получится, если линзы расположены вплотную.

Ответ: $f' = 500$ мм.

Задача 9.22. Тонкая линза с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм сделана из стекла с показателем преломления $n = 1,5$. Найти фокусное расстояние f' линзы, помещенной в воду ($n_e = 1,333$).

Ответ: 399,1 мм.

Задача 9.23. Определить переднее и заднее фокусные расстояния линзы с конструктивными параметрами $r_1 = 100$ мм, $r_2 = 282,94$ мм, $d = 10$ мм, стекло К8 ($n_e = 1,5183$), если первая среда — воздух, а последняя среда: а) воздух, б) вода. Используя формулы для расчета первого параксиального луча, объясните полученную закономерность.

Ответ: а) $f' = 292,94$ мм, $f = -292,94$ мм; б) $f' = 292,94$ мм, $f = -219,76$ мм.

Задача 9.24. Определить оптическую силу и фокусное расстояние тонкой линзы Манжена, если $r_1 = -50$, $r_2 = -70$, $n_e = 1,5183$ (К8).

Ответ: $\Phi = 0,022648 \text{ мм}^{-1} = 22,65 \text{ дптр}$, $f' = -44,15 \text{ мм}$.

Задача 9.25. Определить фокусное расстояние и положение главных точек линзы с $r_1 = r_2 = 100 \text{ мм}$, $d = 50 \text{ мм}$, $n = 1,5$.

Ответ: $f' = 1200 \text{ мм}$, $s_H = s'_H = -200 \text{ мм}$.

Задача 9.26. Найти толщину линзы с конструктивными параметрами $r_1 = 40 \text{ мм}$, $r_2 = -30 \text{ мм}$, $n_D = 1,5163$, при которой она станет афокальной (телескопической). При расчете не использовать формулу оптической силы линзы.

Ответ: $d = 205,6 \text{ мм}$.

Задача 9.27. Концентрическая линза с радиусами кривизны поверхностей $r_1 = 180 \text{ мм}$, $r_2 = 165 \text{ мм}$ выполнена из стекла К8 ($n_e = 1,5183$). Определить фокусное расстояние линзы по преобразованной формуле фокусного расстояния, в которую не входит толщина линзы; толщину линзы и фокальные отрезки, не используя формулы для s_H и s'_H . Где может использоваться такая линза? Привести рисунок, на котором показать все кардинальные отрезки концентрической линзы.

Ответ: $f' = -5800,18 \text{ мм}$, $s'_F = -5635,18 \text{ мм}$; $f = 5800,18 \text{ мм}$, $s_F = 5980,18 \text{ мм}$.

Задача 9.28. Где расположено изображение предмета, удаленного от глаза миопы (близорукого человека) на расстояние $a = -250 \text{ мм}$, если миоп пользуется очками — 5 диоптрий. Как называется эта точка?

Ответ: $a' = -111 \text{ мм}$ ($A' = 9 \text{ дптр}$).

Задача 9.29. Какие очки нужны близорукому человеку (миопу), для которого расстояние наилучшего видения равно 10 см ? Выразить оптическую силу очков в диоптриях.

Ответ: -6 дптр .

Задача 9.30. Перед плоскопараллельной пластинкой на расстоянии $s_1 = -100 \text{ мм}$ помещен предмет. Определить положение его изображения и величину продольного смещения луча, если толщина пластинки $d = 60 \text{ мм}$, показатель преломления стекла $n = 1,5$.

Ответ: $s_2' = -140 \text{ мм}$, $\Delta = 20 \text{ мм}$.

Задача 9.31. Как изменяется взаимное положение двух параллельных между собой лучей, преломленных клином? В каких оптических системах и с какой целью используется это изменение?

Задача 9.32. Определить угол δ отклонения луча двумя клиньями с преломляющими углами $\theta_1 = 5^\circ$ и $\theta_2 = 6^\circ$, если оба клина расположены так, что их преломляющие грани параллельны, а прелом-

ляющие углы направлены в одну сторону. Показатели преломления стекол $n_1 = 1,64$ и $n_2 = 1,58$.

Ответ: $\delta = 6,68^\circ$.

Задача 9.33. Перед объективом зрительной трубы со световым диаметром 50 мм под углом 45° к оптической оси установлено плоское зеркало. Угловое поле зрительной трубы равно $2\omega = 10^\circ$. Входной зрачок совпадает с оправой объектива. Расстояние от зеркала до объектива $d = 45$ мм. Определить световые размеры зеркала при условии, что оно поворачивается на угол $\pm 15^\circ$ вокруг оси, проходящей через точку пересечения отражающей плоскости зеркала с оптической осью.

Ответ: $l_1 = 68,6$ мм, $l_2 = 50,5$ мм, $l_3 = 58,6$ мм.

Задача 9.34. Призма БС- 0° (ромб) установлена в параллельном пучке лучей перед объективом зрительной трубы с угловым полем $2\omega = 30^\circ$. Определить марку стекла, из которого следует выполнить призму, чтобы обеспечить полное внутреннее отражение. Определить размеры призмы при условии, что входной зрачок зрительной трубы совпадает со второй по ходу луча преломляющей гранью призмы, а его диаметр равен 20 мм.

Ответ: $n \geq 1,693$ (стекло СТК12 $n_e = 1,695$), $D_{\text{вх}} = 54,5$ мм.

Задача 9.35. Призма Ак- 0° (призма Аббе с крышей), выполненная из стекла К8, установлена между диафрагмами $D_1 = 30$ мм и $D_2 = 50$ мм, расстояние между которыми $a = 150$ мм. Расстояние между первой дифракмой и первой гранью призмы $z = 40$ мм (рис. 9.8). Определить размеры призмы.

Указание: сравнить длину хода луча в призме и расстояние между диафрагмами.

Задача 9.36. Рассчитать линзу Френеля, создающую изображение точки, если $s_1 = -100$ мм, $s_1' = 300$ мм, $d = 5$ мм, $A = 0,5$; расстояние между соседними ступеньками $\Delta h = 0,2$ мм, материал линзы — полиметилметакрилат ($n_e = 1,49$). Определить оптимальную ориентацию плоской поверхности. Угол наклона профиля вычислить для трех крайних зон.

Ответ: Плоская поверхность должна быть второй по ходу луча. $h_1 = 57,7$ мм, $\varphi = 48,29^\circ$; $h_1 = 57,5$ мм, $\varphi = 46,24^\circ$; $h_1 = 57,3$ мм, $\varphi = 48,19^\circ$.

ГЛАВА 10. ЛУПА И МИКРОСКОП

Основные формулы для решения задач

Для расширения возможностей глаза при наблюдении с конечного расстояния мелких структур используют лупы и микроскопы.

Лупа — самый простой оптический прибор. Обычно это либо положительная линза или система линз, предназначенная для наблюдения предмета, расположенного либо в передней фокальной плоскости, либо вблизи нее (перед плоскостью).

Основными оптическими характеристиками лупы являются:

$\bar{\Gamma}_л$ — видимое увеличение; $2y$ — линейное поле; иногда D_n — диаметр лупы.

Видимое увеличение лупы

$$\bar{\Gamma}_л = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega},$$

где ω — угол, под которым виден предмет без лупы; ω' — угол, под которым рассматривается изображение после лупы;

В зависимости от положения глаза наблюдателя и положения предмета видимое увеличение лупы рассчитывается по формулам, приведенным в таблице 10.1.

Линейное поле лупы $2y$

Величина линейного поля лупы зависит от диаметра оправы лупы и расположения глаза наблюдателя (рис. 10.1).

Формулы для определения углов ω'_1 , ω' , ω'_2 для трех зон виньетирования 0%, 50%, 100%, определяемых лучами $1'$, 0 , $2'$ (рис. 10.1), имеют вид

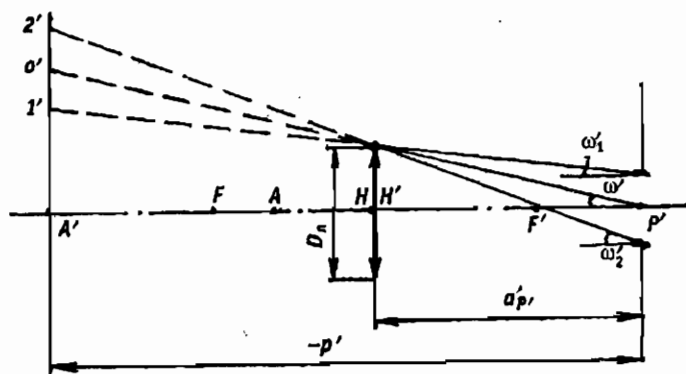


Рис. 10.1. Углы поля в пространстве изображения для трех зон виньетирования

Таблица 10.1. Видимое увеличение лупы в зависимости от положения глаза наблюдателя

Различные варианты расположения зрачка глаза наблюдателя	Оптическая схема	Формула видимого увеличения
Общий случай		$\bar{\Gamma}_n = \frac{250}{f'} \left(1 + \frac{z'_p}{p'} \right),$ где $p' = a' - (f' + z'_p) = a' - a'_{p'};$ $z'_{p'} = z'_{гн}.$
$z'_{p'} = 0$		$\bar{\Gamma}_{n_0} = \frac{250}{f'}.$
$z = 0$ $p' = a' - a'_{p'} = \infty$ $z'_{p'}$ — любое		$\bar{\Gamma}_{n_0} = \frac{250}{f'}.$
$-p' = 250,$ $-z'_{p'} = f'$		$\bar{\Gamma}_n = \bar{\Gamma}_{n_0} + 1.$

$$\operatorname{tg} \omega'_1 = \frac{D_n - D'}{2a'_{\rho}}; \quad \operatorname{tg} \omega' = \frac{D_n}{2a'_{\rho}}; \quad \operatorname{tg} \omega'_2 = \frac{D_n + D'}{2a'_{\rho}}.$$

Тогда линейное поле лупы можно определить как

$$2y = 2f' \operatorname{tg} \omega'.$$

Если предмет расположен в передней фокальной плоскости лупы, то линейное поле лупы

$$2y = 2f' \operatorname{tg} \omega' = \frac{500 \operatorname{tg} \omega'}{\bar{\Gamma}_n}.$$

Разрешающая способность системы «лупа + глаз»

$$\delta = 250 \psi_{\text{гл}} / \bar{\Gamma}_n,$$

где $\psi_{\text{гл}}$ — разрешающая способность глаза ($\psi_{\text{гл}} = 1'$ при хороших условиях освещения и достаточной контрастности, $\psi_{\text{гл}} = 2' \dots 4'$ — «угол удобного видения»), $L = 250$ мм — расстояние наилучшего видения.

Глубина резко изображаемого пространства

$$\Delta z = \Delta z_{\text{ак}} + \Delta z_{\text{в}},$$

где $\Delta z_{\text{ак}} = 250 / \bar{\Gamma}_n^2$ — аккомодационная глубина изображаемого пространства; $\Delta z_{\text{в}} = \lambda / (2A^2)$ — волновая глубина изображаемого пространства;

Телескопические лупы. Их применяют в том случае, когда расстояние от предмета до лупы велико. Они представляют собой зрительную трубу с насадкой. Предмет располагают в передней фокальной плоскости насадки, после насадки формируется параллельный пучок лучей, поступающий в зрительную трубу. Увеличение телескопической лупы, формирующей изображение предмета в фокальной плоскости окуляра зрительной трубы, можно определить по формуле:

$$\bar{\Gamma}_n = \beta_{\text{н.об}} \cdot \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -\frac{250}{f'_{\text{ок}}} \cdot \frac{f'_{\text{об}}}{f'_n},$$

где $\beta_{\text{н.об}}$ — линейное увеличение системы «насадка + объектив зрительной трубы»; $\bar{\Gamma}_{\text{ок}}$ — видимое увеличение окуляра. Такие лупы обычно имеют видимое увеличение от $2\times$ до $4\times$, большое линейное поле, хорошее качество изображения. Чаще всего их делают бинокулярными и называют бинокулярными лупами.

Бинокулярные призматические лупы. В отличие от телескопических в этих лупах оптическая ось насадки составляет небольшой угол α с осью лупы, а оптические оси насадок двух ветвей сходятся в центре предметной плоскости.

Основные оптические характеристики призматической бинокулярной лупы:

Видимое увеличение

$$\bar{\Gamma}_л = \bar{\Gamma}_н \cdot \Gamma_т = \beta_{обс} \cdot \bar{\Gamma}_{ок} = -\frac{250}{f'_н} \cdot \frac{f'_{об}}{f'_{ок}},$$

где $\bar{\Gamma}_н = 250/f'_н$ — окулярное увеличение насадки; $\beta_{обс} = -f'_{об}/f'_н$ — линейное увеличение оборачивающей системы, образованной насадкой и объективом зрительной трубы; $\Gamma_т = -f'_{об}/f'_{ок}$ — видимое увеличение зрительной трубы.

Относительное отверстие окуляра

$$\frac{D'}{f'_{ок}} = \frac{D' \bar{\Gamma}_л}{250 \beta_{обс}},$$

где D' — диаметр выходного зрачка бинокулярной лупы.

Диаметр полевой диафрагмы

$$D_{пл} = 2y' = 2y \cdot \beta_{обс} = 2f'_{ок} \tan \omega'_{ок},$$

где $2y$ — линейное поле лупы.

Микроскоп

Для получения большого увеличения применяют микроскоп. Оптические схемы микроскопов с ходом лучей представлены на рис. 10.2.

Видимое увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma}_м = \beta_{об} \cdot \bar{\Gamma}_{ок} = -\frac{\Delta}{f'_{об}} \cdot \frac{250}{f'_м},$$

где $\beta_{об} = -\Delta/f'_{об}$ — линейное увеличение объектива: Δ — оптический интервал, или оптическая длина тубуса; $\bar{\Gamma}_{ок} = 250/f'_м$ — видимое увеличение окуляра.

Механическая длина тубуса микроскопа — расстояние от нижнего до верхнего срезов тубуса (нижний срез тубуса — опорная плоскость объектива; верхний срез тубуса — опорная плоскость окуляра). Она равна 160 мм для микроскопов, работающих в проходящем свете, и 190 мм для микроскопов, работающих в отраженном свете.

Для микроскопов, работающих в отраженном свете, вводится понятие *длины тубуса* — *бесконечность*. В этом случае из объектива микроскопа выходит параллельный пучок лучей, поэтому за объективом устанавливается тубусная линза. Видимое увеличение такого микроскопа

$$\bar{\Gamma}_м = -\frac{f'_{тл}}{f'_{об}} \cdot \bar{\Gamma}_{ок},$$

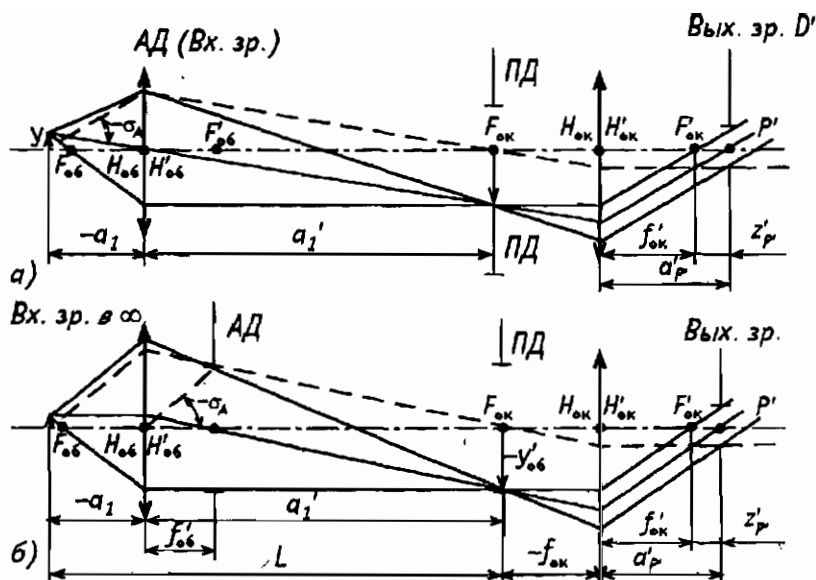


Рис. 10.2. Оптические схемы визирного (а) и отсчетного (б) микроскопов

где $f'_{тп}$ — фокусное расстояние тубусной линзы.

Диаметр полевой диафрагмы

$$D_{пд} = 2y'_{об} = 2y \beta_{об} = 2f'_{ок} \operatorname{tg} \omega'.$$

Линейное поле микроскопа

$$2y = 500 \operatorname{tg} \omega' / \bar{\Gamma}_m = D_{пд} / \beta_{об}.$$

Диаметр выходного зрачка

$$D' = -500 A / \bar{\Gamma}_m.$$

Нормальное увеличение микроскопа — увеличение, при котором субъективная яркость изображения будет максимальной. В этом случае диаметр выходного зрачка микроскопа должен быть равен диаметру зрачка глаза.

Линейный предел разрешения микроскопа:

для прямого освещения $\delta = \lambda / A$;

для косого освещения $\delta = \lambda / (2A)$,

где $A = n_1 |\sin \sigma_A|$ — числовая апертура, σ_A — апертурный угол в пространстве предметов, n_1 — показатель преломления среды, в которой расположен предмет, λ — длина волны света, в которой выполняются наблюдения (измерения).

Полезное увеличение микроскопа — увеличение, при котором глаз полностью использует разрешающую способность микроскопа ($\psi_{\text{гл}} = 2' \dots 4'$)

$$500A < \bar{\Gamma}_{\text{м.п.}} < 1000A.$$

Световой поток, проходящий через поверхность предмета и попадающий в объектив микроскопа

$$\Phi_v = I_v \pi \sin^2 \sigma_A.$$

Субъективная яркость изображения при наблюдении в микроскоп

$$E'_v = \frac{\pi n_1 \tau L_v D'^2}{4 f_{\text{м}}'^2},$$

где τ — коэффициент пропускания оптической системы микроскопа; D' — диаметр выходного зрачка; L_v — яркость наблюдаемого объекта; $f_{\text{м}}'$ — эквивалентное фокусное расстояние микроскопа.

Относительная субъективная яркость при наблюдении в микроскоп

$$E'_v/E_v = \tau \cdot (D'/D_{\text{гл}})^2.$$

Глубина резко изображаемого пространства

$$\Delta z = \Delta z_{\text{ак}} + \Delta z_r + \Delta z_{\text{в}},$$

где $\Delta z_{\text{ак}} = 250/\bar{\Gamma}_{\text{м}}^2$ — аккомодационная глубина (если в микроскопе используется окуляр с сеткой, то $\Delta z_{\text{ак}} = 0$); $\Delta z_r = (250 \cdot n_1 \cdot \psi_{\text{гл}})/(\bar{\Gamma}_{\text{м}} \cdot A)$ — геометрическая глубина; $\Delta z_{\text{в}} = \lambda/(2A^2)$ — волновая глубина (ее можно не учитывать при наблюдении грубых объектов).

Микрофотография — фиксирование на фотослое изображения микропредмета или микропроцесса. Увеличение системы:

$$\beta_{\text{м}} = \beta_{\text{об}} \cdot \beta_{\text{ок}},$$

где $\beta_{\text{об}} = -z'_{\text{об}}/f_{\text{об}}' = f_{\text{об}}'/z_{\text{об}}$ — линейное увеличение объектива; $\beta_{\text{ок}} = -z'_{\text{ок}}/f_{\text{ок}}' = -a_2' \bar{\Gamma}_{\text{ок}}/250$ — линейное увеличение окуляра; a_2' — положение экрана или фотослоя.

Размер изображения на экране (фотослое)

$$2y''_{\text{эк}} = D_{\text{пд}} \cdot \beta_{\text{ок}} = 2y \cdot \beta_{\text{м}}.$$

Линейное поле

$$2y = 2y''_{\text{эк}}/\beta_{\text{м}} = D_{\text{пд}}/\beta_{\text{об}}.$$

Освещенность на экране

$$E'_v = \tau \pi L_v \frac{\sin^2 \sigma_A}{\beta_{\text{м}}^2},$$

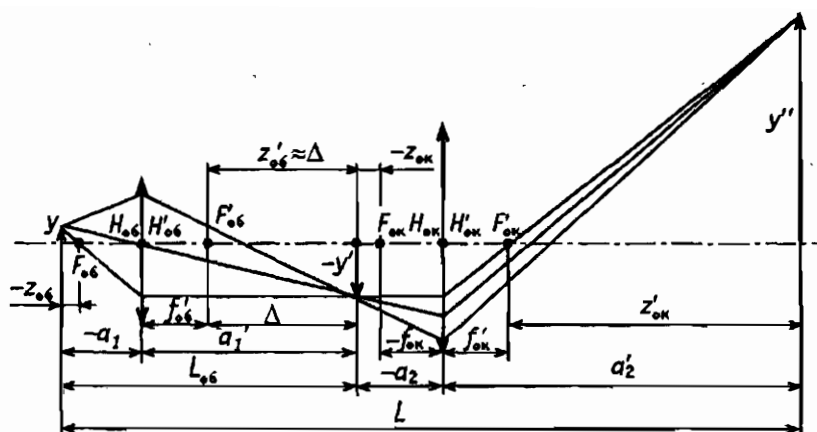


Рис. 10.3. Оптическая схема микропроектора

где L_v — яркость источника, τ — коэффициент пропускания оптической системы.

Линейный предел разрешения на экране

$$\delta' = \delta_{об} \cdot \beta_m = \frac{\lambda}{2A} \beta_m.$$

Разрешающая способность на экране в мм⁻¹

$$R = \frac{1}{\delta'} = \frac{2A}{\lambda \beta_m}.$$

Задачи с решениями

Задача 10.1. Определить в диоптриях оптическую силу лупы, имеющей видимое увеличение $10\times$.

Решение. Определим фокусное расстояние лупы. Так как $\bar{\Gamma}_n = 250/f'_n$, то $f'_n = 250/10 = 25$ мм, тогда оптическая сила лупы в диоптриях

$$\Phi = 1000/f'_n = 1000/25 = 4 \text{ дптр}.$$

Задача 10.2. Определить фокусное расстояние и видимое увеличение лупы, состоящей из двух бесконечно тонких линз с фокусными расстояниями $f'_1 = 100$ мм и $f'_2 = 150$ мм. Расстояние между тонкими линзами принять равным нулю.

Решение. Определим фокусное расстояние лупы, состоящей из двух бесконечно тонких линз. Так как

$$\begin{aligned} \Phi_n &= \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_2 = 1/f'_1 + 1/f'_2 = \\ &= 1/100 + 1/150 = 0,0166667, \end{aligned}$$

то фокусное расстояние лупы $f'_n = 1/\Phi_n = 1/0,016\ 6667 = 60$ мм и видимое увеличение

$$\bar{\Gamma}_n = 250/60 = 4,2.$$

Задача 10.3. Определить видимое увеличение лупы и линейную разрешающую способность системы «лупа + глаз», если фокусное расстояние лупы $f'_n = 50$ мм. Разрешающую способность глаза принять равной $1'$.

Решение. Видимое увеличение лупы определим по формуле $\bar{\Gamma}_n = 250/50 = 5\times$. Найдем линейную разрешающую способность δ

$$\delta = 250 \cdot \psi_{гн} / \bar{\Gamma}_n = 250 \cdot 1' \cdot 0,000\ 291/5 = 0,0146 \text{ мм.}$$

Задача 10.4. Для наблюдения объекта используется лупа с фокусным расстоянием 25 мм. Найти видимое увеличение лупы в случаях, когда зрачок глаза расположен: а) в задней фокальной плоскости; б) вблизи лупы.

Решение. Определим видимое увеличение лупы в зависимости от положения глаза наблюдателя, воспользовавшись табл. 10.1.

Если глаз наблюдателя расположен в задней фокальной плоскости лупы, то ее видимое увеличение

$$\bar{\Gamma}_n = 250/f'_n = 250/25 = 10\times.$$

Если глаз расположен рядом с лупой, то

$$\bar{\Gamma}_n = 250/f'_n + 1 = 250/25 + 1 = 11\times.$$

Задача 10.5. В биологическом микроскопе используется ахроматический иммерсионный объектив $100\times 1,25$ (масляная иммерсия). Определить полезное увеличение микроскопа и подобрать окуляр из имеющегося набора: $\bar{\Gamma}_{ок} = 4\times; 6,3\times; 10\times; 16\times; 20\times; 25\times$.

Решение. Иммерсионный объектив $100\times 1,25$ имеет линейное увеличение $\beta_{об} = -100$ и числовую апертуру $A = n_1 \sin \sigma_A = 1,25$.

Известно, что полезное увеличение микроскопа связано с его числовой апертурой и лежит в пределах $500A < \bar{\Gamma}_{мп} < 1000A$, тогда полезное увеличение биологического микроскопа лежит в пределах $625 < \bar{\Gamma}_{мп} < 1250$, поэтому для обеспечения такого увеличения из имеющегося набора необходимо взять окуляры с увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3\times$ и $\bar{\Gamma}_{ок} = 10\times$.

Задача 10.6. В биологическом микроскопе используются объектив $40\times 0,65$ и окуляры: $6,3\times$, $2y' = 22$ мм; $10\times$, $2y' = 18$ мм. Определить диаметр выходного зрачка микроскопа и линейное поле.

Решение. В биологическом микроскопе линейное увеличение объектива $\beta_{об} = -40$, числовая апертура $A = n_1 \sin \sigma_A = 0,65$. В том случае, когда в микроскопе используется окуляр с видимым увели-

чением $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3^*$ и линейным полем $2y' = 22$ мм, диаметр выходного зрачка микроскопа будет равен

$$D' = 500A/\bar{\Gamma}_м = 500A/(\beta_{об} \cdot \bar{\Gamma}_{ок}) = 500 \cdot 0,65 / |40 \cdot 6,3| = 1,29 \text{ мм.}$$

Линейное поле этого микроскопа составит $2y = 2y' / |\beta_{об}| = 22/40 = 0,55$ мм.

Аналогично для микроскопа с окуляром $\bar{\Gamma}_{ок} = 10^*$ и линейным полем $2y' = 18$ мм будем иметь $D' = 0,81$ мм и $2y = 0,45$ мм.

Задача 10.7. В биологических микроскопах используют ахроматические объективы : $4 \times 0,12$; $6,3 \times 0,17$; $10 \times 0,25$; $16 \times 0,40$; $40 \times 0,65$; $60 \times 0,85$; $100 \times 1,25$ и набор окуляров с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 4^*$; $6,3^*$; 10^* ; 16^* ; 20^* ; 25^* .

Из набора объективов и окуляров подобрать объективы и окуляры для микроскопов, предназначенных для исследования объектов, наименьшая структура которых не превышает $0,0002$ мм; $0,0005$ мм, если исследования проводятся в свете с длиной волны $\lambda = 0,0005$ мм.

Решение. Линейный дифракционный предел разрешения микроскопа равен $\delta = \lambda/(2A)$, тогда $A = \lambda/(2\delta)$, и в случае, когда $\delta = 0,0002$ мм, числовая апертура микроскопа должна быть равна

$$A = 0,0005/(2 \cdot 0,0002) = 1,25.$$

Для такой апертуры полезное увеличение должно лежать в пределах $500A < \bar{\Gamma}_{мп} < 1000A$ или $625 < \bar{\Gamma}_{мп} < 1250$, поэтому из набора объективов выбираем объектив $100 \times 1,25$. У этого объектива линейное увеличение $\beta_{об} = -100$ и чтобы обеспечить требуемое полезное увеличение из набора окуляров необходимо взять окуляры с $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3^*$, и $\bar{\Gamma}_{ок} = 10^*$.

В том случае, когда необходимо наблюдать структуру $0,0005$ мм, числовая апертура микроскопа должна быть $A = 0,5$, объектив $25 \times 0,5$ и окуляры с $\bar{\Gamma}_{ок} = 10^*$ и $\bar{\Gamma}_{ок} = 20^*$.

Задача 10.8. Определить дифракционный предел разрешения ультрафиолетового микроскопа при использовании суперапохромата $6,3 \times 0,75$ ВГИ (водно-глицериновая иммерсия) в ультрафиолетовом излучении с длиной волны $\lambda = 0,00028$ мм.

Решение. Известно, что линейный дифракционный предел разрешения микроскопа равен

$$\delta = \lambda/(2A) = 0,00028/(2 \cdot 0,75) = 0,00019 \text{ мм.}$$

Задача 10.9. В микроскопе используется окуляр с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 10^*$ и угловым полем $2\omega' = 30^\circ$. Определить видимое увеличение микроскопа и его линейное поле при работе с объективами: $10 \times 0,30$; $40 \times 0,65$.

Решение. При работе с объективом $10 \times 0,30$ видимое увеличение микроскопа $\bar{\Gamma}_m = \beta_{об} \bar{\Gamma}_{ок} = -10 \cdot 10 = -100$, числовая апертура $A = 0,3$.

Чтобы определить линейное поле микроскопа, необходимо найти диаметр полевой диафрагмы

$$D_{пд} = 2f'_{ок} \cdot \operatorname{tg} \omega' = 2 \cdot 25 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = 13,4,$$

так как фокусное расстояние окуляра $f'_{ок} = 250 / \bar{\Gamma}_{ок} = 250 / 10 = 25$ мм.

Тогда линейное поле микроскопа будет равно

$$2y = 2y' / |\beta_{об}| = 13,4 / 10 = 1,34 \text{ мм.}$$

При работе с объективом $40 \times 0,65$ видимое увеличение микроскопа — $\bar{\Gamma}_m = -400$, линейное поле $2y = 0,34$ мм.

Задача 10.10. Микроскоп имеет объектив с линейным увеличением $\beta_{об} = -40$ и окуляр с фокусным расстоянием $f'_{ок} = 25$ мм. При какой длине волны λ возможно раздельное наблюдение двух точек, находящихся на расстоянии $\delta = 0,0005$ мм, если диаметр выходного зрачка микроскопа $D' = 0,8$ мм?

Решение. Определим видимое увеличение окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 250 / f'_{ок} = 250 / 25 = 10$. Тогда видимое увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma}_m = \beta_{об} \cdot \bar{\Gamma}_{ок} = (-40) \cdot 10 = -400.$$

Определим числовую апертуру микроскопа по известной величине выходного зрачка микроскопа. Так как $D' = 500A / \bar{\Gamma}_m$, то $A = D' / |\bar{\Gamma}_m| = 0,8 \cdot 400 / 500 = 0,64$. Найдем длину волны света, при которой возможно наблюдение двух точек, расположенных на расстоянии $\delta = 0,0005$ мм,

$$\lambda = \delta \cdot 2A = 0,0005 \cdot 2 \cdot 0,64 = 0,00064 \text{ мм.}$$

Задача 10.11. В металлографическом микроскопе используются: объектив планапохромат с фокусным расстоянием $f'_{об} = 16$ мм и числовой апертурой $A = 0,30$; тубусная линза с фокусным расстоянием $f'_{тл} = 250$ мм; окуляр с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 10 \times$ и линейным полем $2y_{ок} = 18$ мм. Найти диаметр выходного зрачка микроскопа и его линейное поле.

Решение. Так как в схеме микроскопа за объективом, из которого выходит параллельный пучок лучей, установлена тубусная линза с $f'_{тл} = 250$ мм, то видимое увеличение микроскопа определяется по формуле

$$\bar{\Gamma}_m = -(f'_{тл} / f'_{об}) \cdot \bar{\Gamma}_{ок} = -(250 / 16) \cdot 10 = -156,25.$$

Найдем диаметр выходного зрачка микроскопа

$$D' = 500A / |\bar{\Gamma}_m| = 500 \cdot 0,3 / 156,25 = 0,96 \text{ мм.}$$

Вычислим линейное поле микроскопа

$$2y = D_{\text{пд}} / |\beta_{\text{об+тл}}| = 18/15,6 = 1,15 \text{ мм},$$

так как линейное увеличение системы «объектив+тубусная линза» равно

$$\beta_{\text{об+тл}} \approx \bar{\Gamma}_m / \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -156,25/10 = -15,6.$$

Задача 10.12. В микроскопе с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_m = -150$ используется объектив с фокусным расстоянием $f'_{\text{об}} = 10 \text{ мм}$ и окуляр с фокусным расстоянием $f'_{\text{ок}} = 25 \text{ мм}$. Каково будет видимое увеличение микроскопа, если оптическую длину тубуса Δ увеличить (уменьшить) на 30 мм?

Решение. Так как видимое увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma}_m = \beta_{\text{об}} \cdot \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -(\Delta/f'_{\text{об}})(250/f'_{\text{ок}}),$$

то оптическая длина тубуса

$$\Delta = -\bar{\Gamma}_m f'_{\text{об}} / \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 150 \cdot 10/10 = 150 \text{ мм}.$$

Если оптический интервал в микроскопе уменьшить на 30 мм, т. е. сделать его равным 120 мм, то видимое увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma}_m = -(\Delta/f'_{\text{об}}) \cdot \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -(120/10) \cdot 10 = -120.$$

Если оптический интервал в микроскопе увеличить на 30 мм, то видимое увеличение микроскопа станет равным $\bar{\Gamma}_m = -180$.

Задача 10.13. Отсчетный микроскоп (рис. 10.2, б) имеет видимое увеличение $\bar{\Gamma}_m = -200$, фокусное расстояние окуляра 25 мм. Апертурная диафрагма расположена в задней фокальной плоскости объектива и ее диаметр равен 7 мм. Расстояние между предметом и его изображением после микрообъектива $L = 192 \text{ мм}$. Объектив считать бесконечно тонким компонентом. Найти положение и диаметр выходного зрачка микроскопа.

Решение. В соответствии с рис. 10.2, б запишем два уравнения, из решения которых определим отрезки a_1 , a_1' , и по формуле Гаусса найдем фокусное расстояние объектива микроскопа:

$$\begin{cases} -a_1 + a_1' = L \\ a_1'/a_1 = \beta_{\text{об}} \end{cases}, \text{ тогда } a_1 = -L/(1-\beta_{\text{об}}) = -192/(1+20) = -9,143.$$

Отрезок, определяющий положение изображения после микрообъектива, $a_1' = 182,86$.

Найдем фокусное расстояние объектива: $1/f'_{\text{об}} \approx 1/a_1' - 1/a_1$, $f'_{\text{об}} = a_1 a_1' / (a_1 - a_1') = a_1' / (1 - \beta_{\text{об}}) = 182,86 / (1 + 20) = 8,708 \text{ мм}$. Вычислим числовую апертуру микроскопа, определив предварительно апертурный угол в пространстве предметов. В соответствии с рис. 10.2, б

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \sigma_A &= -D_{\text{ЛД}}/(2f'_{\text{об}}) = -7/(2 \cdot 8,708) = -0,402, \\ \sigma_A &= -21,9^\circ, \sin \sigma_A = -0,373.\end{aligned}$$

Диаметр выходного зрачка микроскопа вычислим по формуле

$$D' = 500 A / \bar{\Gamma}_m = 500 \cdot (-0,373) / (-200) = 0,93 \text{ мм.}$$

Используя формулу Ньютона, найдем положение выходного зрачка $z'_P \cdot z_P = -f_{\text{ок}}'^2$, где $z_P = a'_1 - f_{\text{об}}' = 182,86 - 8,708 = 174,152$, тогда $z'_P = -f_{\text{ок}}'^2 / z_P = -(25)^2 / (-174,152) = 3,59 \text{ мм}$ — положение выходного зрачка относительно заднего фокуса окуляра микроскопа.

Найдем $a'_P = f_{\text{ок}}' + z'_P = 25 + 3,59 = 28,59 \text{ мм.}$

Задача 10.14. Отсчетный микроскоп имеет видимое увеличение $\bar{\Gamma}_m = -200$. Видимое увеличение окуляра $\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 10^\times$. Расстояние между предметом и изображением после микрообъектива $L = 192 \text{ мм}$. Каким должен быть диаметр апертурной диафрагмы, установленный в задней фокальной плоскости микрообъектива, если диаметр выходного зрачка микроскопа $D' = 1 \text{ мм}$? Объектив и окуляр считать бесконечно тонкими компонентами.

Решение. Из совместного решения уравнений $L = -a_1 + a'_1$ и $\beta_{\text{об}} = a'_1 / a_1$ найдем, что

$$a_1 = -L / (1 - \beta_{\text{об}}) = -192 / (1 + 20) = -9,143$$

и фокусное расстояние микрообъектива

$$f_{\text{об}}' = a'_1 / (1 - \beta_{\text{об}}) = (-9,143) \cdot (-20) / (1 + 20) = 8,708 \text{ мм.}$$

Определим апертурный угол в пространстве предметов из формулы $D' = 500 A / \bar{\Gamma}_m$, тогда $A = D' \bar{\Gamma}_m / 500 = 1,0 \cdot (-200) / 500 = -0,4$.

Вычислим диаметр апертурной диафрагмы. В соответствии с рис. 10.2, б $D_{\text{ЛД}} = 2f_{\text{об}}' \operatorname{tg} \sigma_A = 2 \cdot 8,708 \cdot 0,436 = 7,6 \text{ мм.}$

Задача 10.15. Найти видимое увеличение микроскопа, если оптическая длина тубуса $\Delta = 140 \text{ мм}$, видимое увеличение окуляра $\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 10^\times$ и фокусное расстояние объектива $f_{\text{об}}' = 16 \text{ мм}$.

Решение. Известно, что видимое увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma}_m = \beta_{\text{об}} \cdot \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -(\Delta / f_{\text{об}}') (250 / f_{\text{ок}}') = (-140 / 16) \cdot 10 = -87,5.$$

Задача 10.16. Выполнить габаритный расчет микроскопа, работающего без иммерсин, видимое увеличение которого $\bar{\Gamma}_m = -200$, линейное поле окуляра с сеткой $D_{\text{пд}} = 14 \text{ мм}$.

Решение. Выберем окуляр типа Гюйгенса, для которого $2y_{\text{ок}} = 14 \text{ мм}$, фокусное расстояние $f_{\text{ок}}' = 24,8 \text{ мм}$, $s_F = 10,2 \text{ мм}$, $s'_F = 5,6 \text{ мм}$.

Найдем видимое увеличение окуляра: $\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 250 / f_{\text{ок}}' = 250 / 24,8 = 10^\times$. Определим линейное увеличение объектива: $\beta_{\text{об}} = \bar{\Gamma}_m / \bar{\Gamma}_{\text{ок}} = -20$. Выберем объектив ОМ-27, у которого: линейное увеличение $\beta_{\text{об}} =$

$= -20$, числовая апертура $A = 0,40$, фокусное расстояние $f_{\text{об}}' = 8,4$ мм, рабочее расстояние $s_1 = -1,70$ мм.

По формуле $500A < \bar{\Gamma}_{\text{мп}} < 1000A$ проверим, является ли увеличение микроскопа полезным. Получаем $200 < \bar{\Gamma}_{\text{мп}} < 400$. Таким образом увеличение микроскопа находится на пределе полезного.

Рассчитаем линейное поле микроскопа: $2y = D_{\text{пл}} / |\beta_{\text{об}}| = 14/20 = 0,7$ мм. Определим диаметр выходного зрачка: $D' = 500A / \bar{\Gamma}_{\text{м}} = 500 \times 0,4/200 = 1$ мм. Вычислим оптическую длину тубуса: $\Delta = -\beta_{\text{об}} f_{\text{об}}' = 168$ мм. Выполним контроль вычислений. Для этого найдем видимое увеличение микроскопа по формуле

$$\bar{\Gamma}_{\text{м}} = (-250 \cdot \Delta) / (f_{\text{об}}' \cdot f_{\text{ок}}') = (-250) \cdot 168 / (8,4 \cdot 24,8) = -201,6$$

и принимаем его как допустимое. Найдем положение выходного зрачка, используя формулу Ньютона

$$z_{\text{р}}' = f_{\text{ок}}'^2 / \Delta = 3,7 \text{ мм.}$$

Рассчитаем апертурный угол в пространстве предметов по формуле $\sin \sigma_A = A/n_1 = A = 0,4$, тогда $\sigma_A = \arcsin 0,4 = 23,6^\circ$. Определим диаметр входного зрачка объектива микроскопа: увеличение в зрачках $\beta_{\text{р}} = D'/D = z_{\text{р}}'/f_{\text{ок}}'$, откуда $D = D' f_{\text{ок}}' / z_{\text{р}}' = 1 \cdot 24,8/3,7 = 6,7$ мм. Найдем световой диаметр фронтальной линзы объектива

$$D_{\text{св}} = 2s_1 \tan \sigma_A = 2(-1,70) \tan \sigma_A = 1,48 \text{ мм.}$$

Вычислим глубину резко изображаемого пространства

$$\Delta z = 250 / \bar{\Gamma}_{\text{м}}^2 + 250 n_1 \psi_{\text{гп}} / \bar{\Gamma}_{\text{м}} A + \lambda / (2A^2) = 8,4 \text{ мкм.}$$

Определим разрешающую способность системы микроскопа для $\lambda = 0,546$ мкм

$$\delta = \lambda / (2A) = 0,68 \text{ мкм.}$$

Задача 10.17. Выполнить габаритный расчет микропроеекционной системы с положительным окуляром и общим увеличением $\beta = 80\times$ (рис. 10.3).

Решение. Выбираем объектив М-42, у которого линейное увеличение $\beta_{\text{об}} = -8$, числовая апертура $A = 0,20$, фокусное расстояние $f_{\text{об}}' = 18,10$ мм, рабочее расстояние $s_1 = -8,6$ мм.

Определим оптическую длину тубуса $\Delta = -\beta_{\text{об}} f_{\text{об}}' = 144,8$ мм. Найдем увеличение окуляра при микропроеекции $\beta_{\text{ок}} = \beta / |\beta_{\text{об}}| = -10$. Выберем окуляр АМ-14Ф, у которого $\beta_{\text{ок}} = -10$, линейное поле $2y_{\text{ок}} = 15$ мм, фокусное расстояние окуляра $f_{\text{ок}}' = 25$ мм.

Вычислим $z_{\text{ок}}' = -\beta_{\text{ок}} f_{\text{ок}}' = 10 \cdot 25 = 250$ мм. Рассчитаем расстояние от объектива до окуляра $L = f_{\text{об}}' + \Delta - z_{\text{ок}} - f_{\text{ок}}'$, где по формуле Ньютона $z_{\text{ок}} = -f_{\text{ок}}'^2 / z_{\text{ок}}' = -25^2 / 250 = -2,5$ мм. С учетом этого находим $L = 190,4$ мм.

Определим расстояние до экрана:

$$a_2' = f_{ок}' + z_{ок}' = 25 + 250 = 275 \text{ мм.}$$

Вычислим размер экрана по диагонали: размер полевой диафрагмы окуляра $D_{пд} = 13 \text{ мм}$, тогда $2y'' = D_{пд} \cdot |\beta_{ок}| = 15 \cdot 10 = 150 \text{ мм}$, т. е. формат кадра $9 \times 12 \text{ см}$.

Определим линейное поле в пространстве предметов

$$2y = 2y'' / |\beta| = 150/80 = 1,875 \text{ мм.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 10.17. Для рассматривания мелких организмов применяется лупу Стэнхопа, которая представляет собой положительную concentрическую линзу с $r_2 = -(1/3) d$.

1. Определить положение фокусов и главных плоскостей лупы Стэнхопа из стекла с показателем преломления $n = 1,5$. Где должен располагаться предмет, рассматриваемый через такую лупу?

2. Вычислить радиусы кривизны, толщину, фокусные расстояния и фокальные отрезки лупы Стэнхопа, у которой видимое увеличение $\Gamma_n = 25$ мм. Показатель преломления принять равным $n = 1,5$.

Ответ: 1. $f' = -f = (2/3) d$; $d = -3r_2$; $r_1 = -2r_2$; $s_F' = (1/3)/d$; $s_F = 0$. Предмет располагается непосредственно у первой сферической поверхности лупы. 2. $f' = -f = 10 \text{ мм}$; $r_1 = 10 \text{ мм}$; $r_2 = -5 \text{ мм}$; $d = 15 \text{ мм}$; $s_F' = 5 \text{ мм}$; $s_F = 0$; $s_H' = -5 \text{ мм}$; $s_H = 10 \text{ мм}$.

Задача 10.18. При каком увеличении наблюдатель видит шкалу, удаленную от глаза на расстояние $s = -2 \text{ м}$, если между глазом и шкалой расположена лупа с фокусным расстоянием 100 мм так, что шкала находится в фокальной плоскости лупы?

Ответ: видимое увеличение лупы должно быть $20\times$.

Задача 10.19. Определить конструктивные параметры однолинзовой лупы в виде симметричной двояковыпуклой линзы с видимым увеличением $\Gamma_n = 4$, линейным полем $2y = 45 \text{ мм}$, диаметром выходного зрачка $D' = 4 \text{ мм}$, удалением выходного зрачка $a'_p = 35 \text{ мм}$, считая что лупа изготовлена из стекла марки К2. Для этого следует определить:

1. Фокусное расстояние лупы ($f_n' = 62,5 \text{ мм}$);
2. Световой диаметр лупы ($D_{\text{св}} = 29,2 \text{ мм}$);
3. Полный диаметр лупы, приняв припуск на закрепление $\Delta D = 2 \text{ мм}$; $D_{\text{пол}} = 31,2 \text{ мм}$;
4. Радиусы кривизны поверхностей бесконечно тонкой лупы ($r_1 = -r_2 = 62,5 \text{ мм}$);
5. Толщину лупы, если толщина по краю должна быть 2 мм ($d = 6 \text{ мм}$);

6. Положение предмета относительно передней поверхности лупы ($s_F = -60,5$ мм).

Ответ: ответы приведены в скобках в каждом пункте.

Задача 10.20. Предмет расположен на расстоянии 1,55 мм перед точкой переднего фокуса объектива микроскопа с фокусным расстоянием 15,5 мм. Изображение после объектива рассматривается через окуляр с фокусным расстоянием 20 мм. Найти видимое увеличение микроскопа и оптическую длину тубуса (оптический интервал).

Ответ: $\bar{\Gamma}_m = -125$; $\Delta = 155$ мм.

Задача 10.21. Какой наибольшей величины объект можно рассмотреть в микроскоп, у которого видимое увеличение — 400, видимое увеличение окуляра $10\times$, линейное поле окуляра 14 мм?

Ответ: линейное поле микроскопа $2y = 0,35$ мм.

Задача 10.22. При длине механического тубуса $\Delta_{m_1} = 130$ мм видимое увеличение отсчетного микроскопа МИР-2 $\bar{\Gamma}_{m_1} = -19$. Как изменится увеличение этого микроскопа, если длина механического тубуса станет $\Delta_{m_2} = 160$ мм и $\Delta_{m_3} = 190$ мм? Фокусное расстояние объектива микроскопа 33,1 мм, а видимое увеличение окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 7\times$.

Ответ: $\bar{\Gamma}_{m_2} = -25,3$, $\bar{\Gamma}_{m_3} = -31,7$.

Задача 10.23. Наибольшая апертура оптического микроскопа $A = 1,6$. Какова разрешающая способность микроскопа в видимой области спектра?

Ответ: $\delta = 0,17$ мкм при $\lambda = 0,55$ мкм.

Задача 10.24. Определить геометрическую глубину резко изображаемого пространства микроскопа, состоящего из объектива $90\times 1,25$ и окуляра с фокусным расстоянием 25 мм.

Ответ: $\Delta z_r = 0,3$ мкм.

Задача 10.25. В металлографическом микроскопе, длина тубуса которого принята равной бесконечности, используется объектив с фокусным расстоянием $f_{об}' = 40$ мм и числовой апертурой $A = 0,10$. Фокусное расстояние тубусной линзы $f_{т}' = 250$ мм. Найти полезное увеличение микроскопа и подобрать окуляр из имеющегося набора: $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3\times$; $10\times$; $12,5\times$; $16\times$; $20\times$; $25\times$.

Ответ: $50 < \bar{\Gamma}_{мп} < 100$; $\bar{\Gamma}_{ок} = 10\times$ и $\bar{\Gamma}_{ок} = 16\times$.

Задача 10.26. Определить глубину резко изображаемого пространства биологического микроскопа, укомплектованного ахроматическими объективами: $4\times 0,12$; $10\times 0,30$; $40\times 0,65$ и окулярами с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3\times$, $\bar{\Gamma}_{ок} = 10\times$: а) при наблюдении препарата; б) при использовании окуляров с сеткой. Наблюдения выполняются в свете с длиной волны $\lambda = 0,0005$ мм.

Ответ: а) для объектива $4\times 0,12$ и окуляра с $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3$, $\Delta z_1 = 0,394$ мм, $\Delta z_2 = 0,017$ мм; для окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 10$, $\Delta z_1 = 0,156$ мм, $\Delta z_2 = 0,017$ мм; б) для объектива $10\times 0,30$ и окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3$, $\Delta z_1 = 0,063$ мм, $\Delta z_2 = 0,03$ мм; для окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 10$, $\Delta z_1 = 0,025$ мм, $\Delta z_2 = 0,003$ мм; в) для объектива $40\times 0,65$ и окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 6,3$, $\Delta z_1 = 0,004$ мм, $\Delta z_2 = 0,001$ мм; для окуляра $\bar{\Gamma}_{ок} = 10$, $\Delta z_1 = 0,002$ мм, $\Delta z_2 = 0,001$ мм.

Задача 10.27. Определить дифракционный предел разрешения металлографического микроскопа, укомплектованного планахроматом с фокусным расстоянием $f_{об}' = 6,3$ мм, числовой апертурой $A = 0,65$, тубусной линзой с фокусным расстоянием $f_{тл}' = 250$ мм и окуляром с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 10\times$, если $\lambda = 0,0005$ мм.

Ответ: $\delta = 0,00038$ мм.

Задача 10.28. Определить фокусное расстояние объектива микроскопа с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_м = -400$. Фокусное расстояние окуляра $f_{ок}' = 25$ мм. Расстояние между предметом и его изображением после объектива $L = 180$ мм. Компоненты микроскопа считать бесконечно тонкими.

Ответ: $f_{об}' = 4,28$ мм.

Задача 10.29. В визирном микроскопе используется объектив $10\times 0,15$ и окуляр с видимым увеличением $\bar{\Gamma}_{ок} = 10\times$. Линейное поле микроскопа $2u = 1,0$ мм. Оптическая длина тубуса $\Delta = 160$ мм. Определить видимое и полезное увеличения микроскопа; диаметр и положение выходного зрачка; диаметр полевой диафрагмы; световой диаметр окуляра. Компоненты микроскопа считать бесконечно тонкими.

Ответ: $\bar{\Gamma}_м = -100$, $75 < \bar{\Gamma}_{мл} < 150$; $D' = 0,75$ мм, $d'_р = 28,55$ мм; $D_{пл} = 10$ мм; $D_{св.ок} = 12,17$ мм.

Задача 10.30. В визирном микроскопе фокусное расстояние объектива $f_{об}' = 30$ мм, фокусное расстояние окуляра $f_{ок}' = 20$ мм, расстояние между бесконечно тонкими компонентами объектива и окуляра $d = 110$ мм. Диаметр апертурной диафрагмы $D_{ад} = 10$ мм. Найти размер выходного зрачка, если предметная плоскость расположена на расстоянии $a_1 = -45$ мм.

Ответ: $D' = 2,2$ мм.

Задача 10.31. Для микропроекции применяется объектив с увеличением $8\times$ и фокусным расстоянием 18 мм. Определить взаимное расположение предмета, объектива, окуляра и экрана при увеличении на экране $100\times$, если увеличение объектива соответствует значению, указанному в условии, а угловое увеличение окуляра $5\times$.

Ответ: $z_{об} = -2,25$ мм; $z_{об}' = 144$ мм; $z_{ок} = -4$ мм; $z_{ок}' = 625$ мм; L — длина системы от предмета до экрана; $L = 911,25$ мм; $\beta_{ок} = -12,5$; $f_{ок}' = 50$ мм.

Глава 11. ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Основные формулы для решения задач

Телескопическими называются оптические системы, преобразующие входящие в них от предметных точек пучки параллельных лучей между собой лучей также в пучки взаимно параллельных лучей, но с другими диаметрами и углами наклона к оптической оси. В телескопических системах оптический интервал $\Delta = 0$, в них оптическая сила $\Phi = 0$, $f' = \infty$, поэтому они называются *афокальными*.

На рис. 11.1 и 11.2 показаны простые телескопические системы Кеплера и Галилея.

Основные оптические характеристики телескопической системы Γ_r — видимое увеличение, 2ω — угловое поле, D' — диаметр выходного зрачка.

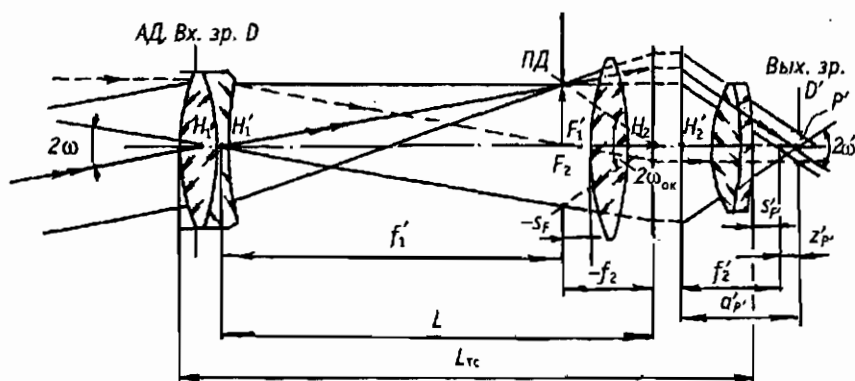


Рис. 11.1. Телескопическая система Кеплера

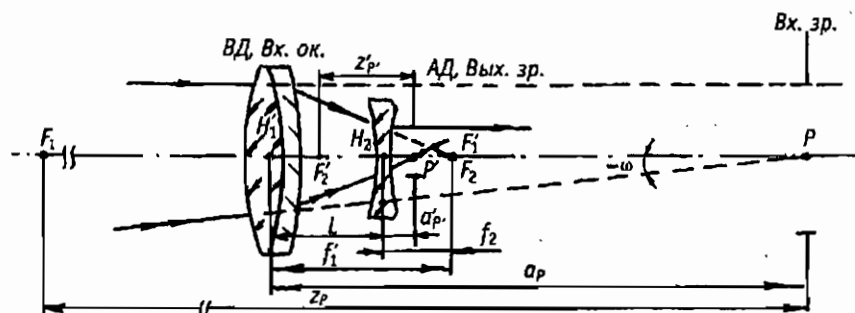


Рис. 11.2. Телескопическая система Галилея

Остальные характеристики a_p (s_p), z_p — положение входного зрачка; a'_p (s'_p), z'_p — удаление выходного зрачка, D — диаметр входного зрачка; L — длина системы; $\beta_{\text{о.с.}}$ ($\beta_{\text{пр.с.}}$) — линейное увеличение линзовой (призмной) оборачивающей системы; ψ — угловой предел разрешения; k_ω — коэффициент виньетирования.

Видимое увеличение телескопической системы

$$\Gamma_\tau = \text{tg } \omega' / \text{tg } \omega = -f_1' / f_2' = -f_{\text{об}}' / f_{\text{ок}}'; \quad \Gamma_\tau = D / D',$$

где $f_1' = f_{\text{об}}'$ — фокусное расстояние объектива, $f_2' = f_{\text{ок}}'$ — фокусное расстояние окуляра. Применяя отношение D/D' , надо учитывать знак Γ_τ .

Связь линейного β , углового γ , продольного α , видимого Γ_τ увеличений с линейным β_p , угловым γ_p увеличениями в зрачках $\Gamma_\tau = \gamma = \gamma_p = 1/\beta = 1/\beta_p$, $\alpha = 1/\Gamma_\tau^2$.

Видимое увеличение телескопической системы с оборачивающей системой (рис. 11.9, 11.10)

$$\Gamma_\tau = -f_{\text{об}}' \beta_{\text{о.с.}} / f_{\text{ок}}'.$$

Нормальное увеличение $\Gamma_{\text{н}}$ имеет телескопическая система при условии $D' = D_{\text{г}}$, где $D_{\text{г}}$ — диаметр зрачка глаза наблюдателя.

Полезное увеличение

$$\Gamma_{\text{п}} = 0,5D, \text{ если } \psi_{\text{г}} = 60'',$$

где $\psi_{\text{г}}$ — угловой предел разрешения глаза. В общем случае $0,25D \leq \Gamma_{\text{п}} \leq 0,75D$, если $30'' \leq \psi_{\text{г}} \leq 90''$.

Угловой предел разрешения, определяемый дифракцией

$\psi = 140''/D$, если $\lambda = 0,000556$ мм, а контраст между дифракционными изображениями двух светящихся точек $K = 26\%$;

или $\psi = 120''/D$, при $K = 5\%$; по этой формуле определяют разрешающую способность объективов астрономических и геодезических приборов и часто называют астрономическим критерием.

Угловой предел разрешения телескопической системы при наблюдении глазом

$$\psi_\tau = \psi_{\text{г}} / \Gamma_\tau$$

Чаще всего используется формула $\psi_\tau = 60''/\Gamma_\tau$.

Угловые пределы разрешения в пространстве изображений ψ и в пространстве предметов ψ' связаны соотношением $\psi' = \psi \Gamma_\tau$.

Диаметр полевой диафрагмы

$$D_{\text{пд}} = 2 |y_{\text{об}}'| = 2 |f_{\text{об}}' \text{tg } \omega| = 2 |f_{\text{ок}}' \text{tg } \omega'|.$$

При выполнении габаритного расчета компоненты телескопической системы принимаются бесконечно тонкими. Для простой телескопической системы Кеплера чаще всего входной зрачок и апертурная диафрагма совпадают с оправой объектива (рис. 11.3).

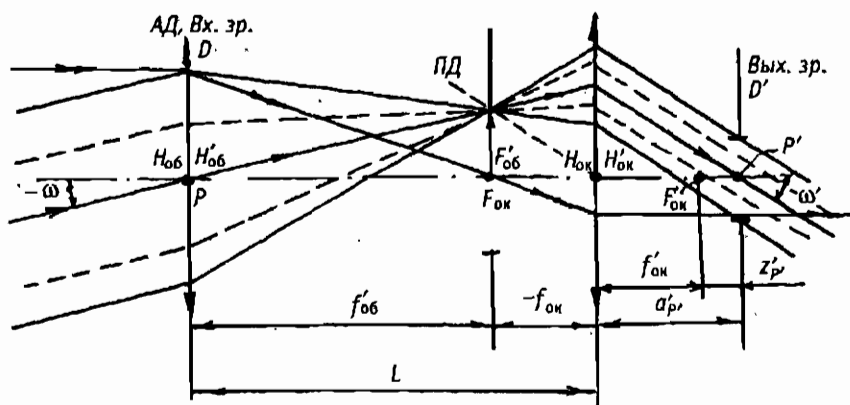


Рис. 11.3. Оптическая схема трубы Кеплера

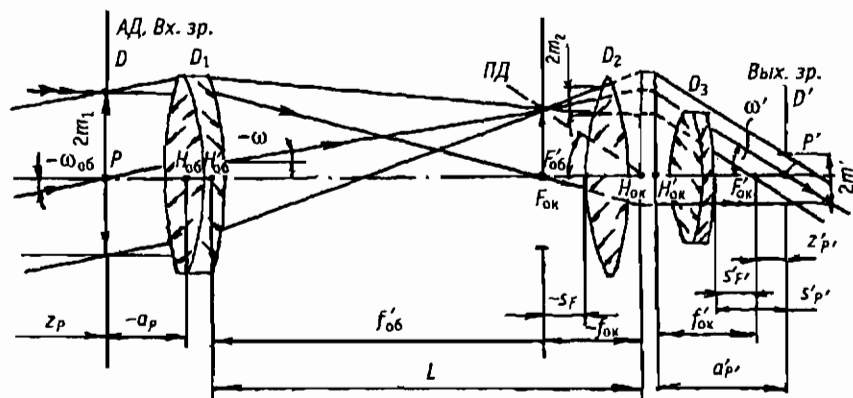


Рис. 11.4. К габаритному расчету трубы Кеплера

В общем случае возможна схема, показанная на рис. 11.4, с вынесенным входным зрачком.

Положение входного зрачка относительно переднего фокуса

$$z_p = a_p + f'_1 = s_p - s_{F_{об}}; f'_1 = f'_{об}.$$

Положение входного зрачка в простой системе Кеплера с учетом сферической аберрации в зрачках $\Delta s'_{р'}$:

$$a_p = (s'_{р'} - s'_{F'_{ок}} + \Delta s'_{р'}) \Gamma_{\tau}^2 - f'_1.$$

Удаление выходного зрачка (рис. 11.4). Удаление выходного зрачка $a'_{р'}$ ($z'_{р'}$) определяют расчетом хода главного луча

$$a'_{р'} = z'_{р'} + f'_{ок}; s'_{р'} = s'_{F'_{ок}} + z'_{р'}, \text{ если } \Delta s'_{р'} = 0.$$

Удаление выходного зрачка с учетом сферической аберрации в зрачках

$$z'_{p'} = a'_{p'} - f'_{ок} + \Delta s'_{p'} = s'_{p'} - s'_{F'_{ок}} + \Delta s'_{p'}.$$

Простая телескопическая система (рис. 11.3, 11.4).

Длина $L = f'_{об} - f'_{ок} = f'_{об'} + f'_{ок'}$; при заданных значениях L и Γ_T фокусные расстояния объектива и окуляра определяются из уравнений: $f'_{об'} = L\Gamma_T/(\Gamma_T - 1)$, $f'_{ок'} = -L/(\Gamma_T - 1)$, или $f'_{ок'} = -f'_{об'}/\Gamma_T$, или $f'_{ок'} = L - f'_{об'}$. Удаление $z'_{p'}$ выходного зрачка $z'_{p'} = z_{p'}/\Gamma_T^2$.

Телескопическая система Кеплера с коллективом в задней фокальной плоскости объектива (рис. 11.5).

Фокусное расстояние коллектива, уменьшающего или увеличивающего $s'_{p'}$ ($z'_{p'}$)

$$f'_k = f'_{ок} / \Delta s'_{p'} = f'^2_{ок} / \Delta z'_{p'},$$

где $\Delta s'_{p'} = s'_{p'_0} - s'_{p'} = s'_{F'} + z'_{p'_0} - (s'_{F'} + z'_{p'}) = z'_{p'_0} - z'_{p'} = \Delta z'_{p'}$, $s'_{p'_0}$ ($z'_{p'_0}$) — удаление выходного зрачка в системе без коллектива, а $s'_{p'}$ ($z'_{p'}$) — удаление выходного зрачка в системе с коллективом.

Оптическая сила коллектива

$$\Phi_2 = \Phi_{кол} = \Phi_1 (1 + a_p \Phi_1) + \Phi_3 (1 - a'_{p'} \Phi_3),$$

где Φ_1 — оптическая сила объектива, Φ_3 — оптическая сила окуляра в простой схеме или оптическая сила первой линзы оборачивающей системы в сложной схеме; $a'_{p'}$ — удаление выходного зрачка в простой схеме или определенная часть расстояния d_3 в сложной схеме (рис. 11.10).

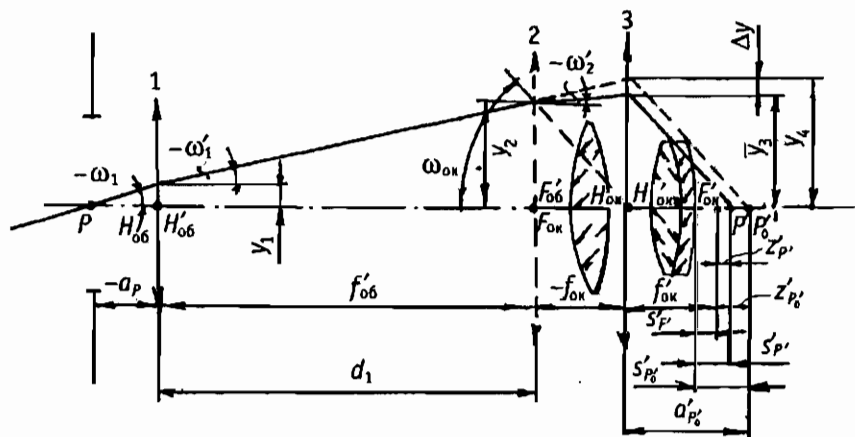


Рис. 11.5. Телескопическая система Кеплера с линзой-коллективом в задней фокальной плоскости объектива

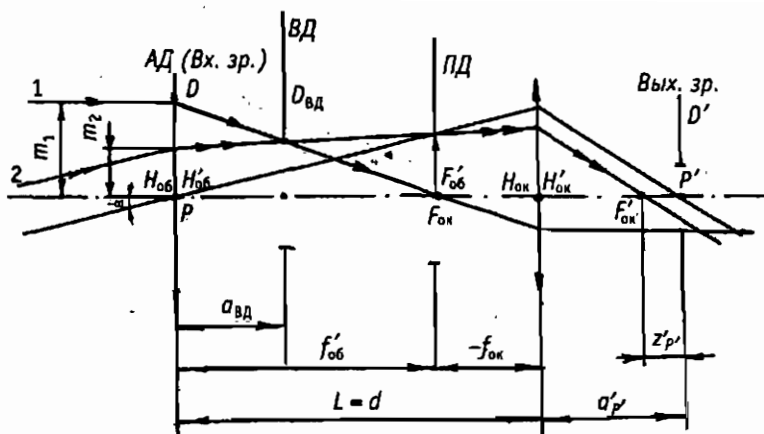


Рис. 11.6. К определению положения $a_{вд}$ и диаметра $D_{вд}$ виньетирующей диафрагмы при 50% виньетировании

Удаление выходного зрачка

$$s'_{p'} = s'_{F'_{ок}} + (a_p + f'_{об}) / \Gamma_T^2 - f'_{ок} / f'_{кол}.$$

Положение $a_{вд}$ и диаметр $D_{вд}$ виньетирующей диафрагмы при $k_{\omega} = 0,5$ (рис. 11.6) получены из расчета апертурного луча 1 и верхнего полевого луча 2 при $k_{\omega} = 0,5$, $a_p = 0$, $\omega < 0$. Диафрагма дает несимметричное виньетирование, нижняя часть лучка проходит полностью

$$a_{вд} = D \cdot f'_{об} / [2(D - 2f'_{об}A)];$$

$$D_{вд} = \frac{D(D - 4f'_{об}A)}{2(D - 2f'_{об}A)} = (D - 4a_{вд}A) / 2,$$

где $A = \tan \omega + D / (4f'_{об})$ при $\omega < 0$.

Двухкомпонентный телеобъектив, используемый в трубах с внутренней фокусировкой (рис. 11.7).

Фокусное расстояние телеобъектива

$$f'_{то} = f'_{об} = f'_1 f'_2 / (f'_1 + f'_2 - d_0) \quad \text{или} \quad f'_{об} = a'_1 a'_2 / a_2 = f'_1 \beta_2,$$

где $\beta_2 = 1,5 \dots 2,2$ — увеличение фокусирующего компонента 2, причем $\beta_2 = f'_2 / (f'_1 + f'_2 - d_0)$; $f'_2 = \beta_2 (f'_1 - d_0) / (1 - \beta_2)$.

Оптическая сила телеобъектива

$$\Phi_{то} = \Phi_{об} = \Phi_1 + \Phi_2 - d_0 \Phi_1 \Phi_2.$$

Оптическая длина телеобъектива

$$L_{об} = d_0 + a'_2 = d_0 + a'_{F'} = f'_{об} (1 - d_0 \Phi_1) + d_0.$$

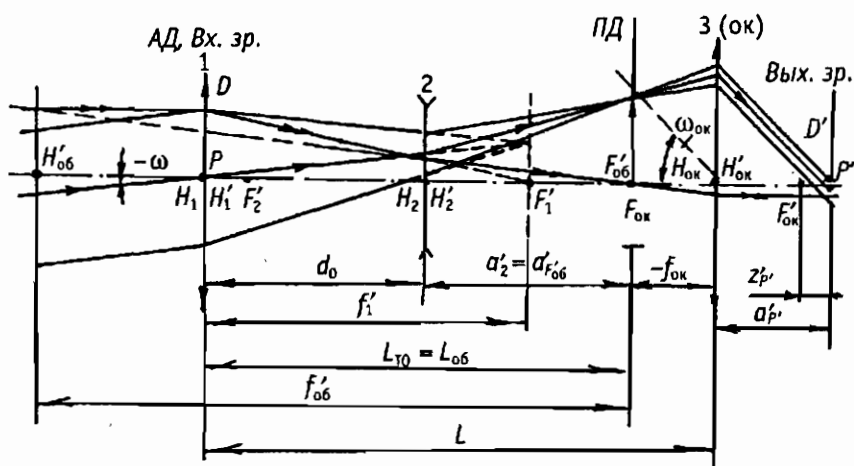


Рис. 11.7. Оптическая схема трубы с внутренней фокусировкой: 1+2 — тлеобъектив

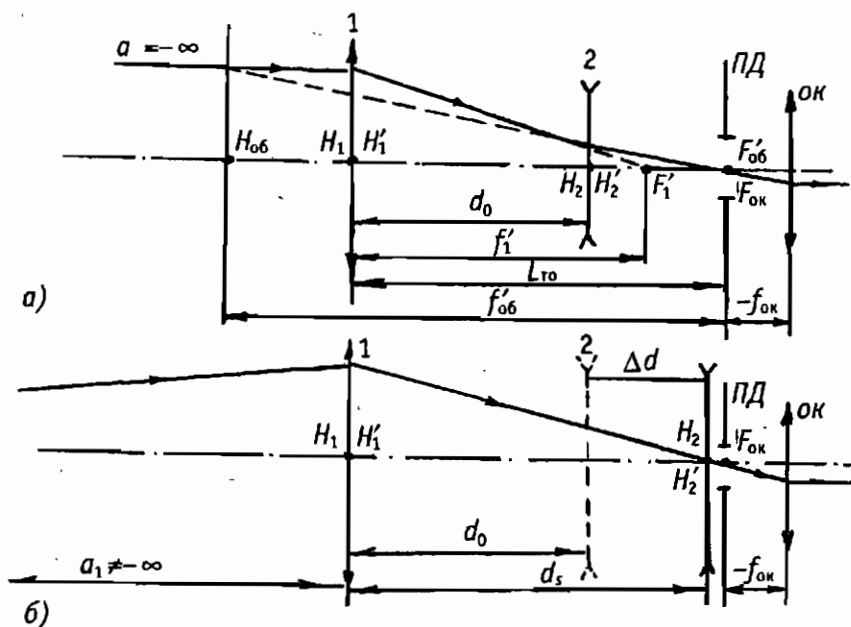


Рис. 11.8. К определению перемещения второго компонента при перефокусировке:

a — предмет расположен в бесконечности; *b* — предмет расположен на конечном расстоянии

Из совместного решения уравнений для Φ_{06} и L_{06} можно найти d_0 и f_2' : $d_0 = (L_{06} - f_{06}')/(1 - f_{06}'\Phi_1)$; $f_2' = (1 - d_0\Phi_1)/(\Phi_{06} - \Phi_1)$.

Коэффициент телесокращения телеобъектива $m = L_{06}/f_{06}'$; в линзовых телеобъективах $m = 0,6 \dots 0,8$.

Фокусное расстояние f_1' первого компонента телеобъектива при заданном расстоянии $a_{1\min}$ ближнего визирования

$$f_1' = a_{1\min} \bar{L} / (a_{1\min} - \bar{L}),$$

где $\bar{L} = a_1' = L_{06} - (10 \dots 15)$ мм.

Оптическая сила первого компонента телеобъектива аналлитической зрительной трубы дальномера

$$\Phi_1^2 \delta L_{06} + \Phi_1 [L_{06} (\delta + 1) - \delta] + L_{06} - \delta - 2 = 0,$$

где $\delta = 0,5 L_{06} + (15 \dots 20)$ мм — расстояние от первого компонента до проекции оси вращения прибора на оптическую ось.

Перемещение фокусирующей линзы телеобъектива

$$\Delta d = d_s - d_0,$$

где $d_s = 0,5 [(L_{\text{то}} + a_1') \pm \sqrt{(a_1' - L_{\text{то}})(a_1' - L_{\text{то}} + 4f_2')}]$, а отрезок $a_1' = a_1 f_1' / (a_1 + f_1')$.

В зрительной трубе с однокомпонентной оборачивающей системой (рис. 11.9) обычно линейное увеличение оборачивающей системы $\beta_{06} = -1$.

Оптическая длина системы

$$L = f_1' + L_{06} + f_4' = f_1' - a_3 + a_3' + f_4'.$$

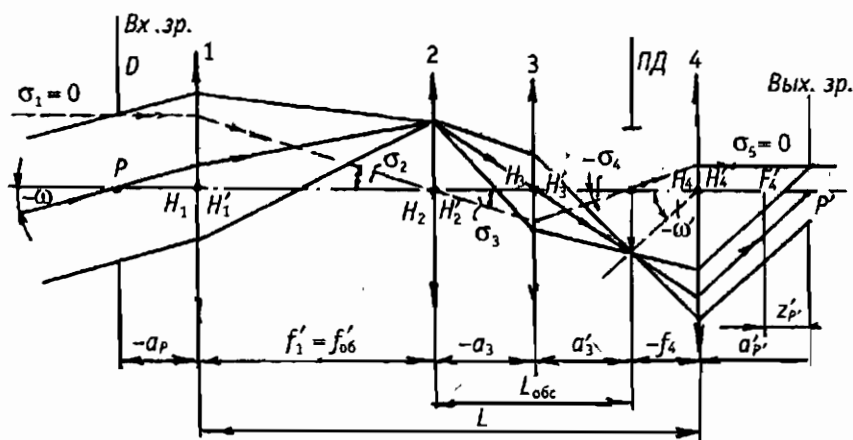


Рис. 11.9. Оптическая схема зрительной трубы с однокомпонентной оборачивающей системой

Иногда в оптическую длину системы включают положение a_p входного зрачка и удаление a'_p выходного зрачка, что специально оговаривается. В этом случае $L = -a_p + f'_1 + L_{обс} + f'_4 + a'_p$.

При $\beta_{обс} = -1$, $a_3 = -2f'_3$, $L_{обс} = 4f'_3$.

Если $L = f'_1 + L_{обс} + f'_4$, то $L_{обс} = L - (f'_1 + f'_4)$. Так как $\beta_{обс} = a'_3/a_3$, $L_{обс} = -a_3 + a'_3$, то $a_3 = L_{обс}/(\beta_{обс} - 1)$; $a'_3 = \beta_{обс} L_{обс}/(\beta_{обс} - 1)$.

Фокусное расстояние компонента 3 оборачивающей системы

$$f'_3 = a_3 a'_3 / (a_3 - a'_3) = -L_{обс} \beta_{обс} / (1 - \beta_{обс})^2.$$

Фокусное расстояние коллектива 2

$$f'_2 = f_1'^2 f_3' / [f_3' (f_1' + a_p) + f_1'^2].$$

Зрительная труба с двухкомпонентной симметричной оборачивающей системой с линейным увеличением $\beta_{обс} = -1$ (рис. 11.10, 11.11)

Оптическая длина трубы

$$L = f'_1 + L_{обс} + f'_5 = f_{об}' + L_{обс} + f_{ок}' \quad (\text{рис. 11.10}),$$

$$\text{или } L = -a_p + f'_1 + L_{обс} + f'_5.$$

Видимое увеличение

$$\Gamma_T = -f'_1 \beta_{обс} / f'_5 = f'_1 / f'_5, \text{ т. к. } \beta_{обс} = -1.$$

Оптическая длина оборачивающей системы

$$L_{обс} = -f_3 + d_3 + f'_4 = 2f'_3 + d_3.$$

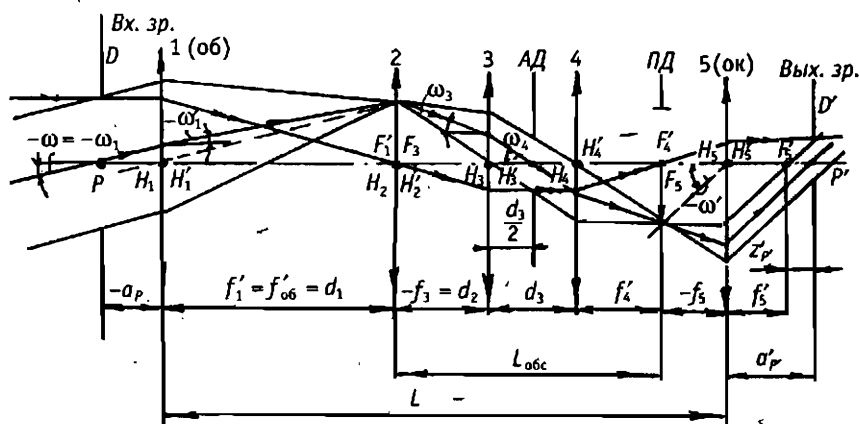


Рис. 11.10. Оптическая схема зрительной трубы с двухкомпонентной симметричной оборачивающей системой ($\beta_{обс} = -1$)

Расстояние от коллектива до плоскости апертурной диффракзмы

$$L_{\text{обс}}/2 = f_3' + d_3/2.$$

Уравнение связи f_1' , $f_{\text{кол}}'$, f_3' с a_p и a_{p_3}'

$$f_3'^2 \left[\frac{1}{f_3'} - \frac{1}{f_{\text{кол}}'} + \frac{a_p + f_1'}{f_1'^2} \right] = a_{p_3}' = \frac{d_3}{2}.$$

Удаление выходного зрчка

$$z_{p'}' = f_{\text{кол}}'^2 (2f_3' - d_3) / (2f_3'^2), \quad z_{p'}' = f_{\text{ок}}'^2 / f_{\text{кол}}' - z_p / \Gamma_{\tau}^2.$$

Фокусное расстояние коллектива

$$f_{\text{кол}}' = f_{\text{ок}}'^2 \Gamma_{\tau}^2 / (\Gamma_{\tau}^2 z_{p'}' + z_p).$$

Габаритный расчет зрительной трубы с двухкомпонентной симметричной оборачивающей системой при дополнительном условии равенства световых диаметров $D_1 = D_2 = D_3 = D_4$ (рис. 11.11).

Фокусное расстояние объектива

$$f_1 = f_{\text{об}} = a_{1\text{нпл}} = a_p + m_1 / \text{tg } \omega = a_p + k_{\omega} D / (2 \text{tg } \omega),$$

где $\omega < 0$, а $k_{\omega} = 1$ или $k_{\omega} = 0,5$.

Фокусное расстояние коллектива

$$f_2' = f_{\text{кол}}' = f_{\text{об}}' - a_{1\text{нпл}}' = f_{\text{об}}'^2 / (a_{1\text{нпл}} + f_{\text{об}}'),$$

где $a_{1\text{нпл}} = a_p + m_1 / \text{tg } \omega = a_p - k_{\omega} D / (2 \text{tg } \omega)$.

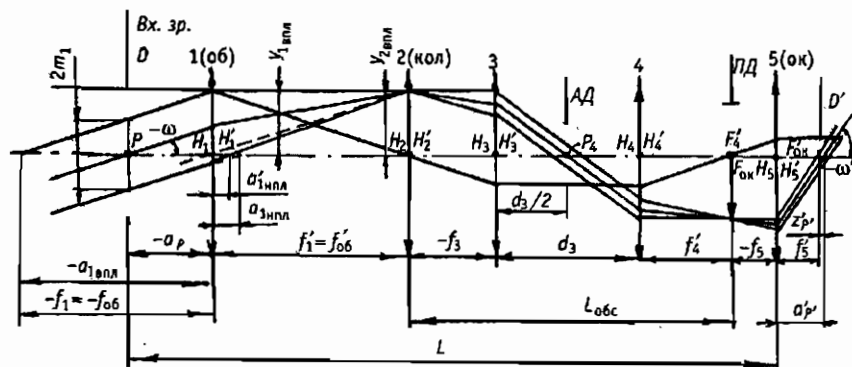


Рис. 11.11. Ход лучей в зрительной трубе с двухкомпонентной симметричной оборачивающей системой при условии равенства световых диаметров компонентов 1, 2, 3, 4

Фокусное расстояние $f_3' = f_4'$ компонента оборачивающей системы находят из уравнения

$$f_3'^2 - 2f_3'a'_{F_2} + L_{\text{обс}}/(2 \cdot a_{2r}') = 0,$$

где a'_{F_2} можно определить при известных a_p , f_1' и f_2' .

Фокусное расстояние окуляра

$$f_{\text{ок}}' = f_{\text{об}}'/\Gamma_r.$$

Световой диаметр компонентов

$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 2 |f_{\text{об}}' \tan \omega|.$$

Расчет внефокального коллектива (рис. 11.12).

В начале расчета коллектив располагают в фокальной плоскости объектива или окуляра (рис. 11.12, а), где находится изображение. Чтобы наблюдатель не смог увидеть возможные дефекты стекла или поверхности коллектива, его смещают из фокальной плоскости на величину $a_2' = \Delta = \pm(f_{\text{ок}}'^2/1000)A$, превышающую глубину аккомодации глаза $A = 10 \dots 20$ дптр.

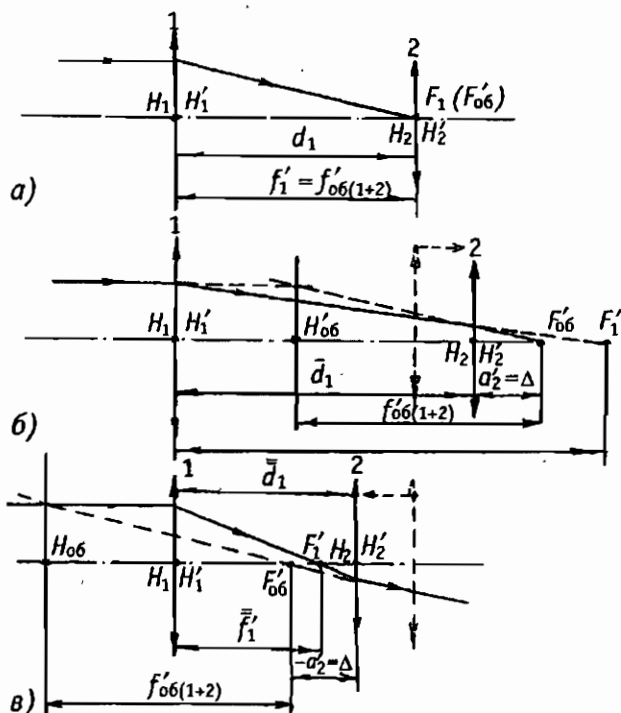


Рис. 11.12. К расчету системы с внефокальным коллективом

На рис. 11.12, б, в показаны два случая смещения коллектива относительно точки $F'_{об}$, но при этом фокусное расстояние системы «объектив + коллектив» сохраняется равным расчетному фокусному расстоянию объектива.

Фокусные расстояния $\bar{f}'_1 = \bar{f}'_{об}$, $\bar{f}'_2 = \bar{f}'_{кол}$ и расстояние $\bar{d}_1$ между ними

$$\bar{f}'_1 = 1/\bar{\Phi}_1 = 2f_3'^2 (1 + a_p a_2' \Phi_{1+2}^2) + \\ + a_2' (2f_3' - d_3) / [2(1 - a_2' \Phi_{1+2}) f_3'^2 \Phi_{1+2}],$$

$$\bar{f}'_2 = 1/\bar{\Phi}_2 = a_2' \Phi_{1+2} / (\Phi_{1+2} - \bar{\Phi}_1),$$

$$\bar{d}_1 = (1 - a_2' \Phi_{1+2}) / \bar{\Phi}_1,$$

где $\Phi_{1+2} = 1/f_{об}'$.

После этого расчета надо уточнить значения световых диаметров компонентов, рассчитав ход апертурного и полевых лучей.

Зрительная труба с внутренней фокусировкой с симметричной линзовой оборачивающей системой ($\beta_{обс} = -1$) (рис. 11.13)

Видимое увеличение

$$\Gamma_r = -f_1' \beta_{обс} / f_6' = -f_{об}' \beta_{обс} / f_{ок}' = f_{об}' / f_{ок}', \text{ т. к. } \beta_{обс} = -1.$$

Оптическая длина трубы

$$L = L_{об} + L_{обс} + f_{ок}'.$$

Оптическая длина оборачивающей системы

$$L_{обс} = -f_4 + d_4 + f_5' = 2f_4' + d_4.$$

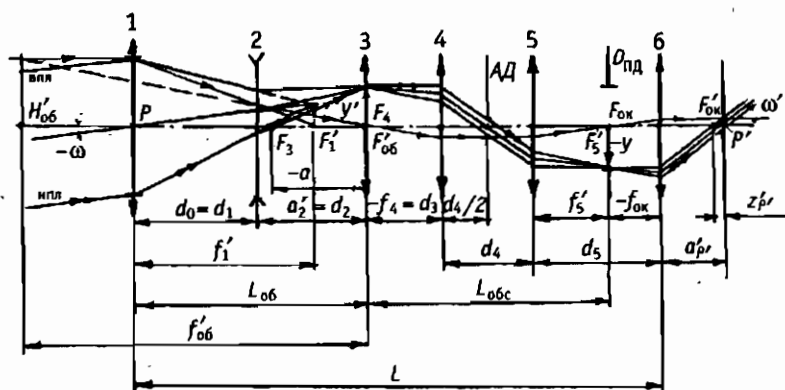


Рис. 11.13. Оптическая схема зрительной трубы с внутренней фокусировкой с симметричной линзовой оборачивающей системой ($\beta_{обс} = -1$)

Оптическая длина телеобъектива

$$L_{об} = d_0 + a_2' = d_1 + a_1'.$$

Фокусное расстояние коллектива

$$f_k' = f_3' = -a_{3\text{пл}} \quad \text{при условии} \quad D_{св3} = D_{св4} = D_{св5}.$$

Расстояние от коллектива до плоскости апертурной диафрагмы

$$L_{обс} = f_4' + d_4/2.$$

Уравнение для определения фокусного расстояния $f_4' = f_5'$ компонента оборачивающей системы (при известных f_1' , f_2' , f_3')

$$f_4'^2 - 2f_4'a_{1'}' + 0,5 L_{обс} a_{1'}' = 0.$$

Удаление выходного зрачка

$$z_{\text{р}}' = f_{ок}^{\prime 2} (2f_4' - d_4) / (2f_4'^2).$$

Телескопические системы с призмёнными оборачивающими системами

При габаритном расчете призмы заменяют редуцированными ППП (см. гл. 4) толщиной $d_{ред} = d_{ППП}/n = kD_{св пр}/n$.

Расстояние c_1 от задней грани призмы до фокальной плоскости объектива (рис. 11.14) $c_1 = f_{ок}^{\prime 2} A / 1000$, где $A = 10 \dots 20$ дптр превышает объем аккомодации глаза наблюдателя.

Расстояние d_1 от главной плоскости объектива до первой входной грани призмы

$$d_1 = f_{об}' - c_1 - d_{ред} = f_{об}' - c_1 - kD_{св пр}/n.$$

Диаметр светового отверстия на грани призмы, или световой диаметр $D_{св пр}$ призмы.

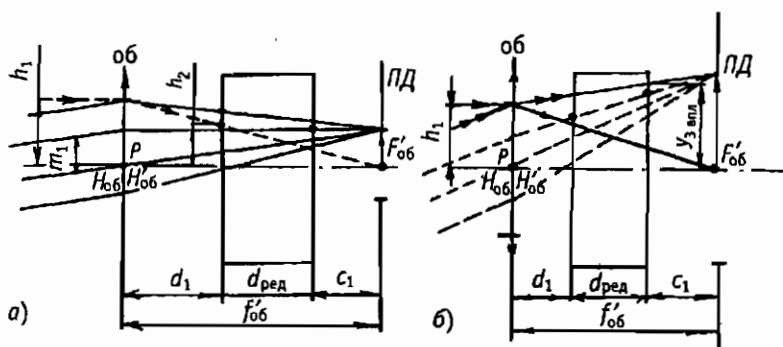


Рис. 11.14. К определению светового диаметра призмы, если
а — $D > D_{пл}$, б — $D < D_{пл}$

Если $D > D_{\text{пл}}$ (рис. 11.14, а), то при $k_{\omega} = 1$ $D_{\text{св пр}} = 2y_{2 \text{ вкл}}$; при $= 0,5$ $D_{\text{св пр}} = 2h_2$.

Если $D < D_{\text{пл}}$ (рис. 11.14, б), то при $k_{\omega} = 1$ $D_{\text{св пр}} = 2y_{3 \text{ вкл}}$; при $= 0,5$ $D_{\text{св пр}} = 2y_{3 \text{ вкл}}$ луча, идущего на высоте y_1 $y_{1 \text{ вкл}} = k_{\omega}(D/2) = D/4$.

Ход апертурного луча рассчитывается по формулам первого параксиального луча, а ход верхнего полевого луча — по формулам второго параксиального луча (см. гл. 4).

Обычно в призмённых монокулярах и биноклях вводят 50% виньетирование для уменьшения размеров призм.

Призмённые бинокли

Оптическая схема бинокля с часто встречающейся призмённой системой Малафеева–Порро I-го рода показана на рис. 11.15. Оптическая схема одной ветви бинокля представлена на рис. 11.16, где призмённая система показана в виде двух одинаковых редуцированных ППП.

Определение оптических характеристик объектива и окуляра выполняется по тем же формулам, что и расчет простой зрительной трубы (см. выше). При проведении габаритного расчета надо взять $k_{\omega} < 0$, т.к. призмы заменены редуцированными ППП, и они не являются оборачивающей системой.

Световой диаметр призмы (рис. 11.16, 11.17).

1. Когда $D > D_{\text{пл}}$ (рис. 11.16), то при $k_{\omega} = 1$ $D_{\text{св пр}} = |2y_{2 \text{ вкл}}|$; при $= 0,5$ $D_{\text{св пр}} = |2h_2|$.

Расстояние от главной плоскости объектива до входной грани первой призмы $d_1 = f'_{\text{об}} - (c_1 + c_2) - 2d_{\text{ред}}$, где $d_{\text{ред}} = kD_{\text{св пр}}/n$. Высота апертурного луча на первой грани призмы

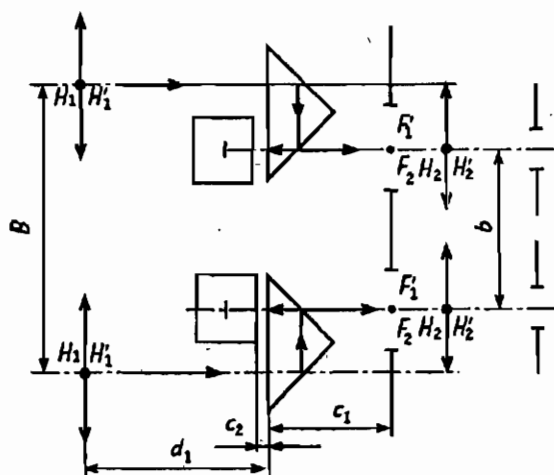


рис. 11.15. Оптическая схема призмённого бинокля

$$2h_2 = Dn(c_1 + c_2)/(nf_{об}' - 2kD).$$

Высота нижнего полевого луча на первой грани призмы (рис. 11.16)

$$2y_{2\text{нпл}} = \{Dk_{\omega} + 2[f_{об}' - (c_1 + c_2)]\beta_{2\text{нпл}}\}/(1 + 4k\beta_{2\text{нпл}}/n),$$

где $c_1 = f_{об}'^2 A/1000$, $A = 10 \dots 20 \text{ днтр}$, c_2 — расстояние между призмами задается из конструктивных соображений, k — коэффициент призмы, n — показатель преломления стекла призмы.

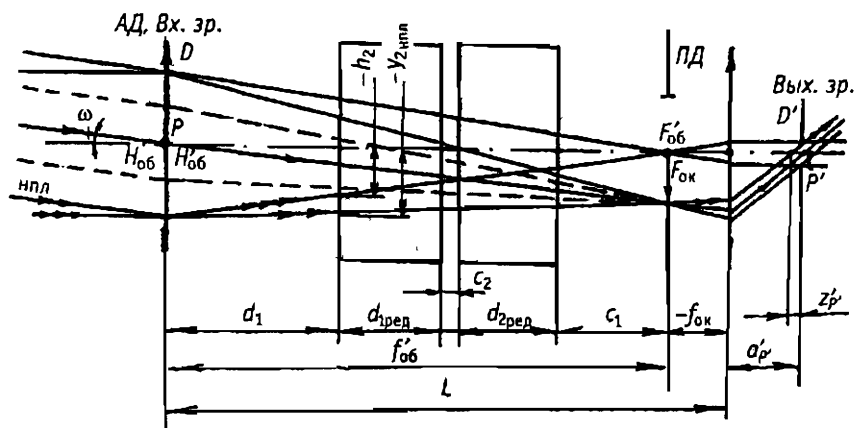


Рис. 11.16. Оптическая схема одной ветви бинокля с призмами, развернутыми в эквивалентные ППП

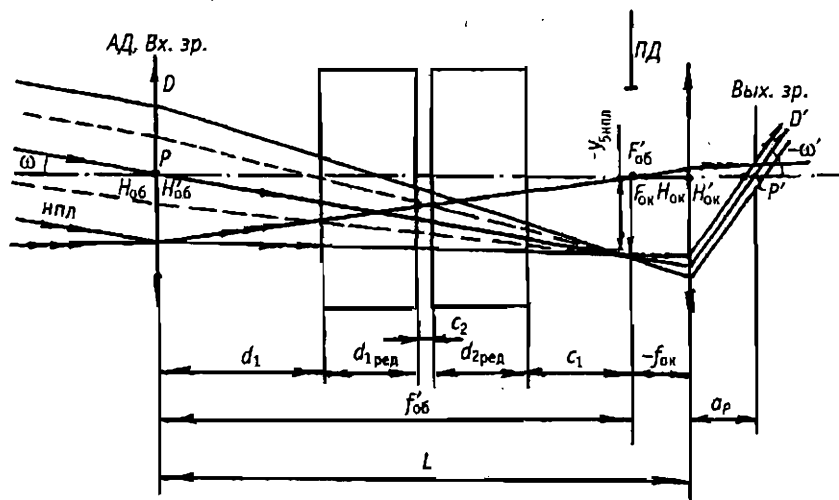


Рис. 11.17. К определению размеров призм (случай $D < D_{пд}$)

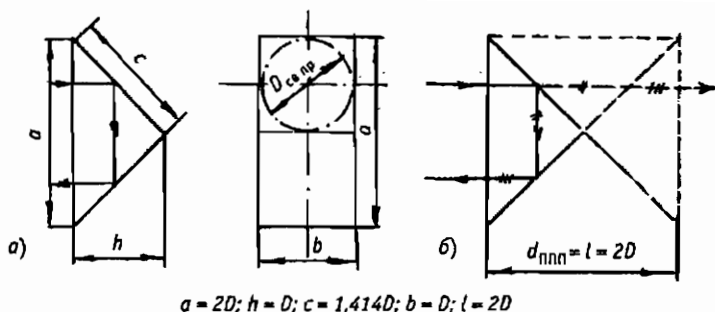


Рис. 11.18. К определению размеров призмы БР-180°

2. Когда $D < D_{\text{ПД}}$ (рис. 11.17), то $D_{\text{св пр}} = 2y_{\text{с нпл}}$.

Высота нижнего полевого луча на выходной грани второй призмы

$$2y_{\text{с нпл}} = Dk_{\omega} + 2(f'_{\text{об}} - c_1) \beta_{2 \text{ нпл}}.$$

В зависимости от исходных данных по одной из приведенных формул или графически определяют $D_{\text{св пр}}$, а затем находят размеры призмы. На рис. 11.18 приведены размеры призмы БР-180°.

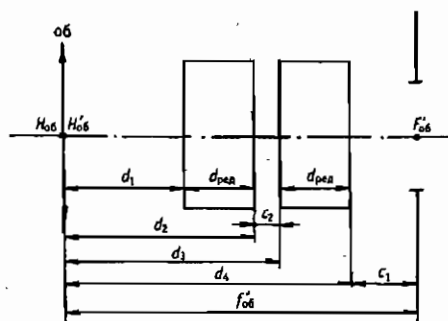
Диаметр призмы

$$D_{\text{пр}} = D_{\text{св пр}} + \Delta D,$$

где ΔD — припуск на закрепление.

Геометрическая длина хода луча в призме $l = d_{\text{ППП}} = kD_{\text{пр}}/n$.
Толщина редуцированной ППП $d_{\text{ред}} = d_{\text{ППП}}/n$ ($d_{1 \text{ ред}} = d_{2 \text{ ред}} = d_{\text{ред}}$).

Расстояния от бесконечно тонкого объектива до поверхностей редуцированных пластин (рис. 11.19)



$$d_1 = f'_{\text{об}} - (c_1 + c_2) - 2d_{\text{ред}};$$

$$d_2 = f'_{\text{об}} - (c_1 + c_2) - d_{\text{ред}};$$

$$d_3 = f'_{\text{об}} - c_1 - d_{\text{ред}};$$

$$d_4 = f'_{\text{об}} - c_1.$$

Рис. 11.19. К определению расстояний до поверхностей редуцированных ППП

Контроль расчета

$$f_{об}' + 2\Delta = d_1 + (c_1 + c_2) + 2d_{ппп},$$

где $\Delta = d(n-1)/n$.

Перемещение окуляра для исправления недостатков зрения

$$\Delta = f_{ок}'^2 A / 1000,$$

где A — аметропия глаза; $A = \pm 5 \dots 10$ дптр.

Удельная пластика

$$P_0 = B/b,$$

где B — база прибора, расстояние между осями объективов, b — глазной базис (рис. 11.15). При разработке надо предусмотреть изменение b от 52 до 76 мм. Расчет выполняется для $b = 65$ мм.

Полная пластика

$$P = P_0 \Gamma_r,$$

Радиус стереоскопического зрения при наблюдении в бинокль

$$R_c = P_0 \Gamma_r R_0 = P R_0 = B \Gamma_r / \Delta \eta,$$

где R_0 — радиус стереоскопического зрения невооруженным глазом, $R_0 = b / \Delta \eta$, $\Delta \eta$ — острота стереоскопического зрения, в среднем $\Delta \eta = 10''$.

Расхождение осей правой и левой ветвей бинокля в горизонтальной плоскости в пространстве предметов не должно превышать

$$\Theta_r = \Theta' / (\Gamma_r - 1) = 60' / (\Gamma_r - 1).$$

Схождение осей в вертикальной плоскости не более

$$\Theta_s = \Theta' / (\Gamma_r - 1) = 30' / (\Gamma_r - 1).$$

Непараллельность осей в вертикальной плоскости

$$\Theta = \Theta' / (\Gamma_r - 1) = 10' / (\Gamma_r - 1).$$

Если указанные выше требования не соблюдать, то будет иметь место двоение изображения.

Разность увеличений $\Delta \Gamma_r$ в правой и левой ветвях бинокля не должна превышать 1,5 ... 2% от заданного Γ_r .

Глубина резко изображаемого пространства Δ для телескопических систем (рис. 11.20).

$$\Delta = p_2 - p_1,$$

где $p_1 = p_1' \Gamma_r^2$, $p_2 = p_2' \Gamma_r^2$, $p_1' = p' D_m / (D_m - p' \psi)$, $p_2' = p' D_m / (D_m + p' \psi)$, ψ — угловой размер допустимого пятна рассеяния на сетчатке глаза при наблюдении точки B_2' , расположенной не в плоскости наведения (в заднем плане).

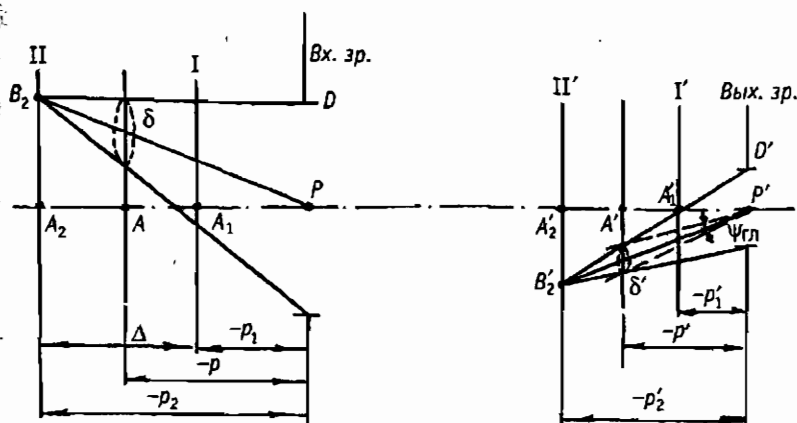


Рис. 11.20. К определению глубины резко изображаемого пространства

Начало бесконечности для телескопической системы

$$p_1^\infty = p_1'^\infty \Gamma_\tau^2 = -D_{\text{гл}} \Gamma_\tau^2 / \psi$$

при аккомодации глаза на бесконечность, когда $p = \infty$.

Эмпирическая формула для расстояния до переднего плана, m

$$p_1 = \Gamma_\tau^2 / A,$$

где $A = 4 \text{ дптр}$.

Задачи с решениями

Задача 11.1. Выполнить габаритный расчет оптической системы зрительной трубы Кеплера (рис. 11.3), если ее основные оптические характеристики имеют следующие значения: $\Gamma_\tau = -6$, $L = d = 140 \text{ мм}$, $D' = 5 \text{ мм}$, $2\omega = 8^\circ 30'$. Определить перемещение окуляра, учитывающее недостатки глаза наблюдателя в пределах $A = \pm 5 \text{ дптр}$.

Решение. Апертурной диафрагмой и входным зрачком в зрительной трубе Кеплера является оправа объектива. Видимое увеличение определяется соотношением $\Gamma_\tau = -f_1'/f_2'$, а оптическая длина системы — $L = f_1' + f_2'$. Из решения этих двух уравнений получаем фокусное расстояние объектива $f_1' = L \Gamma_\tau / (\Gamma_\tau - 1) = 140 (-6) / (-6 - 1) = 120 \text{ мм}$ и фокусное расстояние окуляра $f_2' = -L / (\Gamma_\tau - 1) = L - f_1' = 140 - 120 = 20 \text{ мм}$.

Так как $\Gamma_\tau = D/D'$, то диаметр входного зрачка $D = D' \cdot \Gamma_\tau = 5 \cdot 6 = 30 \text{ мм}$.

Угловое поле в пространстве изображений, т. е. угловое поле окуляра $2\omega' = 2\omega_{\text{ок}} = 2 \arctg [\Gamma_\tau \cdot \tg \omega] = 2 \arctg [(-6) (-0,07431)] = 2 \arctg (0,44588) = 48,06^\circ$.

Диаметр полевой диафрагмы, установленной в плоскости действительного изображения, $D_{\text{пд}} = 2 |y'| = 2 |f_1' \text{tg } \omega| = 2 \cdot 120 \cdot 0,07431 = 17,83 \text{ мм}$.

Удаление выходного зрачка, т.е. расстояние от бесконечно тонкого окуляра до плоскости выходного зрачка $a'_{\text{р}} = f_2' + z'_{\text{р}}$, где $z'_{\text{р}}$ определим по формуле Ньютона $z'_{\text{р}} = z'_{\text{р}2} = -f_2'^2/z_{\text{р}2} = f_2'^2/f_1' = -f_2'/\Gamma_1$, тогда $a'_{\text{р}} = f_2' - f_2'/\Gamma_1 = f_2'(1 - 1/\Gamma_1) = f_2'(\Gamma_1 - 1)/\Gamma_1$, но $f_2' = -L/(\Gamma_1 - 1)$, поэтому $a'_{\text{р}} = -L/\Gamma_1 = -140/(-6) = 23,33 \text{ мм}$.

Световой диаметр окуляра $D_{\text{ок}} = D' + 2a'_{\text{р}} \text{tg } \omega' = 5 + 2 \cdot 23,33 \times 0,44586 = 25,8 \text{ мм}$. Перемещение окуляра, учитывающее недостатки зрения наблюдателя в пределах $\pm 5 \text{ дптр}$, $\Delta = \pm f_2'^2 \cdot A/1000 = \pm 5 \cdot 20^2/1000 = \pm 2 \text{ мм}$. В результате получили:

для объектива $f_1' = 120 \text{ мм}$, $D/f_1' = 1:4$, $2\omega = 8,5^\circ$;

для окуляра $f_2' = 20 \text{ мм}$, $D' = 5 \text{ мм}$, $2\omega' = 48,06^\circ$.

В качестве объектива можно выбрать двухлинзовый склеенный объектив, а в качестве окуляра — окуляр Кельнера (рис. 11.1) или симметричный.

Задача 11.2. Каким должно быть полезное увеличение бинокля, если его объектив имеет угловой предел разрешения $5''$?

Решение. При использовании практического критерия угловой предел разрешения объектива $\psi = 120''/D$, откуда $D = 24 \text{ мм}$, а полезное увеличение $\Gamma_{\text{тн}} = 0,5 D = 12$, если разрешающая способность для нормального глаза $\psi_{\text{тн}} = 60''$.

Задача 11.3. Каким должно быть минимальное увеличение окуляра зрительной трубы, чтобы глаз наблюдателя различал штрихи сетки, стоящей в его фокальной плоскости, если толщина штрихов $\delta = 0,007 \text{ мм}$?

Решение. Угловой предел разрешения глаза в среднем составляет $60''$, поэтому окуляр должен иметь такое фокусное расстояние, чтобы соблюдалось условие $\delta/f_{\text{ок}}' \geq 1'$, откуда при выполнении равенства имеем $f_{\text{ок}}' = \delta/\psi_{\text{тн}}$. Тогда увеличение окуляра $\Gamma_{\text{ок}} = 250/f_{\text{ок}}' = 250 \psi_{\text{тн}}/\delta = 250 \cdot 1'/(0,007 \cdot 3438) = 10,4\times$.

Задача 11.4. Определить яркость изображения L_v' диффузно отражающего экрана, наблюдаемого в бинокль с нормальным увеличением. Освещенность экрана $E_{v_{\text{эк}}} = 100 \text{ лк}$, коэффициент отражения экрана $\rho_{\text{эк}} = 0,8$, коэффициент пропускания оптической системы бинокля $\tau_{\text{ос}} = 0,75$.

Решение. В телескопической системе с нормальным увеличением потери яркости при отсутствии виньетирования происходят только за счет отражения от граничных поверхностей стекло-воздух и поглощения в стекле. Яркость изображения вычисляется по формуле $L_v' = \tau_{\text{ос}} L_{v_{\text{эк}}}$, а входящая в нее яркость предмета (экрана) определяется из выражения $L_{v_{\text{эк}}} = \rho E_{v_{\text{эк}}}/\pi$. Подставляя численные

значения, находим яркость изображения при заданных условиях $L_{\text{взк}} = 25,48 \text{ кд/м}^2$, $L_{\text{в}}' = 19,11 \text{ кд/м}^2$.

Задача 11.5. В зрительной трубе Кеплера с видимым увеличением $\Gamma_{\text{т}} = -8$ диаметр выходного зрачка равен 2 мм, видимое увеличение окуляра — $15\times$, угловое поле окуляра $2\omega_{\text{ок}} = 45,5^\circ$. Входной зрачок расположен перед объективом трубы, $a_{\text{р}} = -20 \text{ мм}$. Определить положение и диаметр виньетирующей диафрагмы, дающей 50 % виньетирование наклонного пучка лучей ($k_{\omega} = 0,5$), и световой диаметр объектива.

Решение. Видимое увеличение окуляра $\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 250/f_{\text{ок}}'$, поэтому фокусное расстояние окуляра $f_{\text{ок}}' = 250/\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = 250/15 = 16,67 \text{ мм}$. Так как $\Gamma_{\text{т}} = -f_{\text{об}}'/f_{\text{ок}}'$, то $f_{\text{об}}' = -f_{\text{ок}}' \cdot \Gamma_{\text{т}} = (-16,67) \cdot (-8) = 133,36 \text{ мм}$.

Диаметр входного зрачка $D = D' \cdot \Gamma_{\text{т}} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ мм}$.

Определим угловое поле трубы. Так как $\Gamma_{\text{т}} = \text{tg } \omega' / \text{tg } \omega$, то $\text{tg } \omega = \text{tg } \omega' / \Gamma_{\text{т}} = 0,41934 / (-8) = -0,05241$, $\omega = -3^\circ$, $2\omega = -6^\circ$.

Для определения положения и диаметра виньетирующей диафрагмы рассчитаем ход апертурного и верхнего полевого лучей при $k_{\omega} = 0,5$, т. е. идущего на высоте $m = 0,5 (D/2)$ (при $\omega < 0$).

Для апертурного луча $h_1 = D/2 = 8$, $\alpha_1 = \sigma_1 = 0$. Тогда $\sigma_1' = \sigma_1 + h_1/f_{\text{об}}' = D/(2f_{\text{об}}') = 16/(2 \cdot 133,36) = 0,06$; $h_2 = h_{\text{вд}} = h_1 - d_{\text{вд}} \sigma_2 = 8 - d_{\text{вд}} 0,06 = D_{\text{вд}}/2$.

Для верхнего полевого луча при условии виньетирования ($k_{\omega} = 0,5$)

$$\beta_1 = \text{tg } \omega = \text{tg } (-3^\circ) = -0,05241;$$

$$y_{1\text{в}} = (D/2) k_{\omega} + a_{\text{р}} \text{tg } \omega = D/4 + a_{\text{р}} \text{tg } \omega = 4 + 20 \cdot 0,05241 = 5,048;$$

$$\beta_{2\text{в}} = \beta_{2\text{в}} + y_{1\text{в}}/f_{\text{об}}' = -0,05241 + 5,048/133,36 = -0,01456;$$

$$y_{2\text{в}} = y_{\text{вд}} = y_{1\text{в}} - d_{\text{вд}} \beta_{2\text{в}} = 5,048 + 0,01456 d_{\text{вд}} = D_{\text{вд}}/2.$$

Так как $h_{\text{вд}} = y_{\text{вд}}$, то $8 - 0,06 d_{\text{вд}} = 5,048 + 0,01456 d_{\text{вд}}$, откуда $2,952 = 0,07456 d_{\text{вд}}$ и $d_{\text{вд}} = 39,59$,

$$D_{\text{вд}} = 2h_{\text{вд}} = 16 - 0,12 d_{\text{вд}} = 16 - 0,12 \cdot 39,59 = 11,25.$$

Для контроля расчета определим диаметр $D_{\text{вд}}$ по верхнему полемому лучу, а также вычислим величину изображения y' из расчета хода этого луча.

$$D_{\text{вд}} = 2y_{\text{вд}} = 10,096 + 0,02912 \cdot d_{\text{вд}} = 11,25 \text{ и } y_{2\text{в}}' = y' = y_{\text{вд}} - (f' - d_{\text{вд}}) \beta_{2\text{в}} = 5,625 - (133,36 - 39,59) \cdot (-0,01456) = 6,99.$$

По общей формуле $y' = -f' \text{tg } \omega = 133,36 \cdot (-0,05241) = 6,99$. Следовательно, расчет верен.

Определим световой диаметр объектива по апертурному лучу $D_{\text{оо}} = D = 16 \text{ мм}$. При $k_{\omega} = 0,5$ по верхнему полемому лучу $D_{\text{оо}} = 2y_{1\text{в}} = 5,048 \cdot 2 = 10,1$. Следовательно, световой диаметр объектива определяется ходом апертурного луча и не имеет смысла вводить виньетирование. Помимо этого, световой диаметр окуляра за счет

виньетирования уменьшится всего лишь на 1 мм. Обычно виньетирование вводится в сложных телескопических системах, содержащих коллектив и оборачивающие системы.

В данном случае без виньетирования световой диаметр объектива $D_{06} = 2y_{1a} = 2(D/2 + a_p \operatorname{tg} \omega) = 18,1$.

Задача 11.6. Используя данные задачи 11.5, определить, является ли полезным видимое увеличение зрительной трубы, а также найти условие, при котором оно будет нормальным.

Решение. Как было показано в задаче 11.2, для полезного увеличения $\Gamma_m = 0,5D$. В задаче 11.5 $\Gamma_r = -8$, $D = 16$, т. е. увеличение является полезным. Нормальным видимое увеличение будет в том случае, если диаметр выходного зрачка зрительной трубы равен диаметру зрачка глаза, т. е. $D' = D_{\text{гл}}$. Следовательно, должно быть, чтобы $D_m = 2$ мм.

Задача 11.7. В телескопической системе Кеплера с видимым увеличением $\Gamma_r = -4$, $f_{06}' = 25$ мм, $s_{F_{06}}' = 17$ мм с вынесенным входным зрачком $a_p = -30$ мм (рис. 11.5) необходимо получить удаление выходного зрачка а) $s_{p'}' = 18$ мм; б) $s_{p'}' = 30$ мм.

Решение. Определим фокусное расстояние объектива: $f_{06}' = -f_{06}' \cdot \Gamma_r = (-25)(-4) = 100$ мм. Найдем удаление выходного зрачка s_{p_0}' в данной системе. Но $s_{p_0}' = s_{p'}' + z_{p_0}'$, поэтому вначале найдем z_{p_0}' из расчета главного луча. Для объектива $z_{p_0}' = -f_{06}'^2 / z_p$, но $z_{p_0}' = z_{p_0}'$, тогда $z_{p_0}' = z_{p_0}' = -f_{06}'^2 / z_{p_0}' = f_{06}'^2 z_p / f_{06}'^2 = z_p / \Gamma_r^2$; а $z_p = -f_{06}' + a_p = -f_{06}' + a_p = 100 - 30 = 70$. Тогда $z_{p_0}' = z_{p_0}' = z_p / \Gamma_r^2 = 70/4^2 = 4,375$, а $s_{p_0}' = s_{p'}' + z_{p_0}' = 17 + 4,375 = 21,375$.

а) Для того чтобы получить $s_{p'}' = 18$ мм, надо установить положительный коллектив в передней фокальной плоскости окуляра. Определим соответствующее значение $z_{p'}'$: $z_{p'}' = s_{p'}' - s_{p_0}' = 18 - 17 = 1$ мм. Найдем $\overline{\Delta z}_{p'}' = z_{p'}' - z_{p_0}' = 4,375 - 1 = 3,375$. Так как $\overline{\Delta z}_{p'}' = f_{06}'^2 / f_{\text{оку}}'$, то $f_{\text{оку}}' = f_{06}'^2 / \overline{\Delta z}_{p'}' = 25^2 / 3,375 = 185,18$ мм.

б) Если необходимо увеличить удаление зрачка, то нужно установить отрицательный коллектив. При $s_{p'}' = 30$ мм, $z_{p'}' = s_{p'}' - s_{p_0}' = 30 - 17 = 13$, а $\overline{\Delta z}_{p'}' = z_{p'}' - z_{p_0}' = 4,375 - 13 = -8,625$ и $f_{\text{оку}}' = f_{06}'^2 / \overline{\Delta z}_{p'}' = 25^2 / (-8,625) = -72,46$ мм.

Задача 11.8. В телескопической системе Кеплера с увеличением $\Gamma_r = 6$ диаметр входного зрачка $D = 20$ мм, $a_p = 0$, $f_{06}' = 90$ мм, угловое поле $2\omega = 7^\circ$, фокусные расстояния компонентов оборачивающей симметричной системы одинаковые, $f_3' = f_4' = 110$ мм. Расстояние между компонентами $d_1 = f_{06}' = 90$ мм, $d_2 = f_3' = 110$ мм. Апертурная диафрагма расположена в середине воздушного промежутка d_3 , равного 110 мм (рис. 11.10). Определить фокусное расстояние линзы-коллектива, установленной в задней фокальной плоскости объектива.

Решение. Фокусное расстояние f'_2 коллектива рассчитывается так, чтобы фиксированные плоскости входного зрачка и апертурной диафрагмы были сопряженными при заданном значении фокусного расстояния f'_3 компонента оборачивающей системы. Поэтому для определения f'_2 надо рассчитать ход главного луча и вначале найти отрезки a_{P_2} и $a'_{P'_2}$ для коллектива.

По условию задачи апертурная диафрагма находится в середине воздушного промежутка d_3 , поэтому $a'_{P'_3} = d_3/2 = 110/2 = 55$, а также известно f'_3 . Следовательно, можно найти a_{P_3} по формуле Гаусса: $a_{P_3} = a'_{P'_3} \cdot f'_3 / (f'_3 - a'_{P'_3}) = 55 \cdot 110 / (110 - 55) = 110$. Но $a_{P_3} = a'_{P'_2} - d_2$, откуда $a_{P_2} = a_{P_3} + d_2 = a_{P_3} + f'_3 = 110 + 110 = 220$.

Теперь найдем a_{P_2} . По условию задачи $a_P = 0$, поэтому $a'_{P'_1} = a_P = 0$ и тогда $a_{P_2} = -d_1 = -f'_1 = -90$, так как коллектив установлен в задней фокальной плоскости объектива. По известным значениям a_{P_3} и $a'_{P'_2}$ найдем f'_2 по формуле Гаусса: $f'_2 = a_{P_2} a'_{P'_2} / (a_{P_2} - a'_{P'_2}) = (-90) \cdot 220 / (-90 - 220) = 63,871$ мм.

Задача 11.9. По данным задачи 11.8 рассчитать внефокальный коллектив (рис. 11.12). Принять величину смещения коллектива относительно задней фокальной плоскости объектива в пределах ± 15 дптр, так чтобы в плоскости полевой диафрагмы не были видны дефекты стекла и обработки поверхностей коллектива

Решение. Фокусное расстояние окуляра $f'_{ок} = -f'_{ок}/\Gamma_r = -90/(-6) = 15$ мм. Величина смещения коллектива $\Delta = a'_2 = \pm f'^2_{ок} A / 1000 = \pm 15^2 \cdot 15 / 1000 = \pm 3,375$ мм. Определим фокусные расстояния объектива, коллектива и расстояние между ними при положительном смещении коллектива (рис. 11.12, б).

$$\bar{f}'_1 = \bar{f}'_{о6} = [2f'^2_3 + a'_2(2f'_3 - d_3)] / [2(1 - a'_2\Phi_{1+2})f'^2_3\Phi_{1+2}] =$$

$$= [2 \cdot 110^2 + 3,375(220 - 110)] / [2(1 - 3,375/90)(110^2/90)] = 94,94;$$

$$\bar{d}_1 = (1 - a'_2\Phi_{1+2}) / \bar{\Phi}_1 = (1 - 3,375/90) \cdot 94,94 = 91,38;$$

$$\bar{f}'_{кол} = \bar{f}'_2 = (a'_2\Phi_{1+2}) / (\Phi_{1+2} - \bar{\Phi}_1) = (3,375/90) / (1/90 - 1/94,94) =$$

$$= 64,86.$$

Для контроля правильности расчета определим фокусное расстояние $\bar{f}'_{1+2}$ системы «объектив+коллектив» и рассчитаем ход главного луча:

$$\bar{f}'_{1+2} = \bar{f}'_1 \cdot \bar{f}'_2 / (\bar{f}'_1 + \bar{f}'_2 - \bar{d}_1) =$$

$$= 94,94 \cdot 64,86 / (94,94 + 64,86 - 91,38) = 90,000.$$

$$\text{Определим } \bar{d}_2: \bar{d}_2 = \Delta + f'_3 = 3,375 + 110 = 113,38.$$

Рассчитаем ход главного луча. Так как $a_p = 0$, то $a'_R = a_p = 0$, $a_p = -\bar{d}_1 = -91,38$, из формулы Гаусса определим $a'_R = a_p f'_2 / (a_p + f'_2) = -91,38 \cdot 64,86 / (-91,38 + 64,86) = 223,49$; $a_p = a'_R - d_2 = 223,49 - 113,38 = 110,11$; $a'_R = a_p f'_3 / (a_p + f'_3) = 110,11 \cdot 110 / (110,11 + 110) = 55,03 \approx 55$, т. е. главный луч пересек оптическую ось в середине воздушного промежутка между компонентами оборачивающей системы, как и должно быть по условию задачи 11.8.

Оптическая длина системы от объектива до первого компонента оборачивающей системы $\bar{L} = \bar{d}_1 + a'_2 - f_3 = \bar{d}_1 + a'_2 + f'_3 = 91,38 + 3,375 + 110 = 204,755$ мм, в то время как в исходной системе без коллектива $L = d_1 + d_2 = f'_1 + f'_3 = 90 + 110 = 200$ мм, т. е. длина увеличилась.

Определим фокусные расстояния объектива, коллектива и расстояние между ними при отрицательном смещении коллектива, когда $a'_2 = -3,375$. Для расчета используем те же самые формулы для $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$ и $\bar{d}_1$.

$$\bar{f}_1 = [2 \cdot 110^2 - 3,375 (220 - 110)] / [2 (1 + 3,375/90) (110^2/90)] = 85,42; \quad \bar{d}_1 = (1 + 3,375/90) 85,42 = 88,62;$$

$$\bar{f}_2 = (-3,375/90) / (1/90 - 1/85,42) = 62,95.$$

Контроль вычислений, аналогичный проведенному выше, подтвердил правильность расчета.

Длина системы от объектива до оборачивающей системы $\bar{L} = \bar{d}_1 + a'_2 + f'_3 = 88,62 - 3,375 + 110 = 195,245$, т. е. длина системы сократилась. Поэтому целесообразней предусматривать отрицательное смещение коллектива.

Задача 11.10. Зрительная труба прямого изображения с коллективом и симметричной оборачивающей системой ($\beta_{\text{о.с.}} = -1$) имеет видимое увеличение $\Gamma_r = 5$, угловое поле $2\omega = 9,148^\circ$. Входной зрачок расположен на расстоянии $a_p = -75$ мм, а апертурная диафрагма находится в середине воздушного промежутка d_1 между компонентами оборачивающей системы (рис. 11.11). Диаметр выходного зрачка $D' = 3,2$ мм.

Допускается виньетирование 50% наклонного пучка лучей в меридиональной плоскости. Световые диаметры объектива, коллектива и компонентов оборачивающей системы должны быть одинаковыми. Расстояние между входным зрачком и окуляром $L = 450$ мм.

Определить фокусные расстояния компонентов зрительной трубы и их световые диаметры.

Решение. Видимое увеличение зрительной трубы $\Gamma_r = D/D'$, откуда диаметр входного зрачка $D = D' \cdot \Gamma_r = 3,2 \cdot 5 = 16$ мм. Размер входного зрачка в меридиональной плоскости при $k_\omega = 0,5$ $2m = k_\omega \cdot D = 0,5 \cdot 16 = 8$ мм.

Фокусное расстояние объектива определим из условия равенства световых диаметров объектива и коллектива, которое может быть при условии, что верхний полевой луч (при $\omega < 0$) после объектива идет параллельно оптической оси (рис. 11.11). Поэтому $-f_1 = -f_{об} = -a_{1н} = f_{об}'$. Найдем $a_{1н} = a_p + m/\operatorname{tg} \omega = -75 + 4/\operatorname{tg} (-4,574^\circ) = -75 + 4/0,080 = -125$ мм и $f_{об}' = 125$ мм.

Тогда фокусное расстояние окуляра $f_{ок}' = f_{об}'/\Gamma_T = 125/5 = 25$ мм. Определим высоты верхнего полевого луча при $k_\omega = 0,5$: $y_{1н} = y_{2н} = a_{1н} \operatorname{tg} \omega = (-125) \operatorname{tg} (-4,574^\circ) = 10$ мм. Следовательно, световые диаметры объектива, коллектива и компонентов оборачивающей системы должны быть равны $D_{св} = 2y_{1н} = 20$ мм.

По условию $D_{св2} = D_{св3}$, поэтому нижний полевой луч ($k_\omega = 0,5$) должен выходить из коллектива параллельно оптической оси. Для определения фокусного расстояния f_2' коллектива надо определить координату $a_{2н} = f_2 = f_x$: $a_{2н} = a_{1н}' - d_1 = a_{1н}' - f_{об}$. Вначале найдем $a_{1н}'$ из рис. 11.11:

$$a_{1н}' = a_p + m/\operatorname{tg} \omega = -75 + (-4)/\operatorname{tg} (-4,574^\circ) = -75 + 50 = -25.$$

По формуле Гаусса найдем

$$a_{1н}' = a_{1н} f_1' / (a_{1н} + f_1') = -25 \cdot 125 / (-25 + 125) = -31,25;$$

$$f_{ок}' = f_1' - a_{1н}' = 125 + 31,25 = 156,25 \text{ мм.}$$

Длина оборачивающей системы, т. е. расстояние от коллектива до сетки $L_{ос} = -f_3 + d_3 + f_4' = 2f_3' + d_3 = L + a_p - f_1' - f_5' = 450 - 75 - 125 - 25 = 225$. Расстояние от коллектива до апертурной диафрагмы, расположенной на расстоянии d_3 от третьего компонента является половиной длины оборачивающей системы: $f_3' + d_3/2 = L_{ос}/2 = 112,5$.

Для определения фокусного расстояния f_3' необходимо рассчитать главный луч, учитывая, что входной зрачок и апертурная диафрагма расположены в сопряженных плоскостях. Для этого используем формулу Гаусса и формулу перехода для отрезков и запишем последовательно уравнения для $a_{Р1}'$, $a_{Р2}$, $a_{Р3}'$, $a_{Р3}$ и $a_{Р3}'$. Подставляя каждое последующее уравнение в предыдущее, после преобразований получим следующее соотношение, из которого можно получить f_3' :

$$f_3'^2 \left(\frac{1}{f_3'} - \frac{1}{f_2'} + \frac{a_p + f_1'}{f_1'^2} \right) = \frac{d_3}{2}.$$

В учебной практике для лучшего понимания сущности расчета при первом расчете подобной системы лучше записать перечисленные выше формулы и последовательно делать числовые подстановки, что показано ниже.

$$a_{Р1}' = -75; \quad a_{Р1}' = a_p f_1' / (a_p + f_1') = -75 \cdot 125 / (-75 + 125) = -187,5;$$

$$a_{Р2} = a_{Р1}' - d_1 = -187,5 - 125 = -312,5;$$

$$a'_{P_2} = a_{P_2} \cdot f'_2 / (a_{P_2} + f'_2) = -312,5 \cdot 156,25 / (-312,5 + 156,25) = 312,5;$$

$$a_{P_3} = a'_{P_2} - d_2 = a'_{P_2} - f'_3 = 312,5 - f'_3; \quad a'_{P_3} = d_3/2 = 112,5 - f'_3.$$

Теперь запишем формулу Гаусса для третьего компонента, учитывая полученные уравнения для a_{P_3} и a'_{P_3} :

$$1/(112,5 - f'_3) - 1/(312,5 - f'_3) = 1/f'_3.$$

После приведения к общему знаменателю получаем: $f_3'^2 - 625f'_3 + 35156,25 = 0$, откуда получаем $f'_3 = 312,5 \pm 250$, выбираем меньшее значение f'_3 для получения системы заданной длины, $f'_3 = 62,5$ мм. Такое же значение получим, решая приведенное выше уравнение для f'_3 , полученное в результате подстановки формул.

Значение d_3 получим из уравнения $d_3/2 = 112,5 - f'_3 = 112,5 - 62,5 = 50$; $d_3 = 100$ мм.

Для определения диаметра апертурной диафрагмы надо вначале найти увеличение в зрачках $\beta_P = a'_{P_1} \cdot a'_{P_2} \cdot a'_{P_3} / a_P \cdot a_{P_2} \cdot a_{P_3}$. Все координаты a_P , a'_{P_1} известны, кроме a_{P_3} и a'_{P_3} , которые определим:

$$a_{P_3} = 312,5 - f'_3 = 312,5 - 62,5 = 250, \quad a'_{P_3} = d_3/2 = 50.$$

Тогда $\beta_P = (-187,5) \cdot 312,5 \cdot 50 / (-75)(-312,5) \cdot 250 = 0,5$, следовательно $D_{\text{ад}} = 0,5D = 8$ мм, так как $\beta_P = D_{\text{ад}}/D$.

Проверим оптическую длину оптической системы зрительной трубы: $L = -a_P + f'_1 + f'_3 + d_3 + f'_4 + f'_5 = -a_P + f'_1 + 2f'_3 + d_3 + f'_5 = 75 + 125 + 125 + 100 + 25 = 450$, что совпадает с исходными данными.

В результате расчета получено:

$$f'_1 = f_{06}' = 125 \text{ мм}, \quad f'_2 = f_{\kappa}' = 156,25 \text{ мм}, \quad f'_3 = f_4' = 62,5 \text{ мм},$$

$$d_1 = f_1' = 125 \text{ мм}, \quad d_2 = f_3' = 62,5 \text{ мм}, \quad d_3 = 100 \text{ мм},$$

$$f_5' = f_{\text{ок}}' = 25 \text{ мм}.$$

Задача 11.11. Используя исходные данные и результаты расчета задачи 11.10, определить диаметр полевой диафрагмы, удаление выходного зрачка и оптические характеристики компонентов оптической системы зрительной трубы.

Решение. Диаметр полевой диафрагмы $D_{\text{пд}} = 2f'_1 \tan \omega = 2 \cdot 125 \times \tan 4,574^\circ = 20$ мм. Угловое поле окуляра $\tan \omega_{\text{ок}} = \tan \omega \cdot \Gamma_T = \tan (-4,574^\circ) \times 5 = -0,400$, $\omega_{\text{ок}} = -21,80^\circ$, $2\omega_{\text{ок}} = 43,60^\circ$.

Удаление выходного зрачка можно определить расчетом хода главного луча или используя уравнение, полученное в результате последовательной подстановки формул, применяемых при расчете главного луча:

$$z'_{P'} = f_{\text{ок}}'^2 / f_{\kappa}' - z_P / \Gamma_T^2,$$

где $z_P = -f_{06} + a_P = f_{06}' + a_P = 125 - 75 = 50$ и $z'_{P'} = 25^2 / 156,25 - 50/5^2 = 2$. Тогда $a'_{P'} = f_{\text{ок}}' + z'_{P'} = 25 + 2 = 27$.

Таблица 11.1. Оптические характеристики компонентов.

№ комп.	$D_{\text{ок}}$	D_i	f_i'	D/f_i'	$2\omega_i$
1	20	16	125	1:7,8	9,148°
2	20	—	156,25	—	—
3	20	8	62,5	1:7,8	18,18°
4	20	8	62,5	1:7,8	18,18°
5	21,6	3,2	25	1:7,8	43,60°

Световые диаметры четырех компонентов равны 20 мм. Найдем световой диаметр окуляра при $k_{\omega} = 0,5$: $D_{\text{ок}} = D'k_{\omega} + 2a'_p \cdot \text{tg } \omega' = 3,2 \cdot 0,5 + 2 \cdot 27 \cdot \text{tg } 21,80^\circ = 23,2$ мм. При определении светового диаметра окуляра по главному лучу получаем $D_{\text{ок}} = 2a'_p \cdot \text{tg } \omega' = 21,6$ мм.

При определении оптических характеристик отдельных компонентов системы надо найти угловое поле компонентов оборачивающей системы, работающих в параллельном пучке, причем третий компонент — в обратном ходе лучей, а четвертый — в прямом ходе лучей. Компоненты 1+2+3 образуют телескопическую систему, увеличение которой $\Gamma_{11} = -f_1'/f_3' = -125/62,5 = -2$, поэтому угловое поле на выходе этой системы определим через тангенс угла поля: $\text{tg } \omega_3' = \text{tg } \omega \cdot \Gamma_{11} = \text{tg } (-4,574^\circ) \cdot (-2) = 0,16$, $\omega_3' = 9,09^\circ$, $2\omega_3' = 18,18^\circ$.

Оптические характеристики компонентов приведены в табл. 11.1.

Задача 11.12. В зрительной трубе Кеплера с полезным увеличением $\Gamma_r = -20\times$, угловым полем $2\omega = 4^\circ$ окуляр имеет фокусное расстояние $f_{\text{ок}}' = 20$ мм. Входной зрачок совпадает с оправой первого компонента, оптическая длина трубы $L = 300$ мм. Определить фокусные расстояния компонентов, диаметры диафрагм, удаление выходного зрачка, угловое и линейное поле окуляра.

Решение. Так как зрительная труба имеет полезное увеличение, то диаметр входного зрачка $D = 2 \cdot |\Gamma_m| = 2 \cdot 20 = 40$ мм. Тогда диаметр выходного зрачка $D' = D/|\Gamma_m| = 40/20 = 2$ мм.

Фокусное расстояние объектива найдем из формулы видимого увеличения $\Gamma_r = -f_{\text{ок}}'/f_{\text{ок}}'$, откуда $f_{\text{об}}' = -f_{\text{ок}}' \Gamma_r = (-20) \cdot (-20) = 400$ мм. Поскольку $L < f_{\text{об}}'$, то данный объектив является телеобъективом. Его оптическая длина $L_{\text{об}} = L - f_{\text{ок}}' = 300 - 20 = 280$ мм, поэтому коэффициент телесокращения телеобъектива $m = L_{\text{об}}/f_{\text{об}}' = 280/400 = 0,70$.

Рассчитаем телеобъектив, принимая линейное увеличение второго компонента $\beta_2 = 1,5$, поскольку не задано других дополнительных условий. Из расчета надо определить фокусные расстояния f_1' , f_2' компонентов телеобъектива и расстояние d_1 между ними.

Учитывая, что $f_{\text{об}}' = a_1' \cdot a_2'/a_2 = f_1' \cdot \beta_2$, получим $f_1' = f_{\text{об}}'/\beta_2 = 400/1,5 = 266,67$ мм.

Расстояние между компонентами найдем из уравнения оптической длины объектива $L_{об} = f_{об}'(1 - d_1\Phi_1) + d_1$, откуда $d_1 = (L_{об} - f_{об}') / (1 - f_{об}'\Phi_1) = (280 - 400) / (1 - 400/266,67) = 240,0$ мм.

Фокусное расстояние второго — фокусирующего — компонента определим из уравнения оптической силы двухкомпонентной системы $\Phi_{об} = \Phi_1 + \Phi_2 - d_1\Phi_1\Phi_2$, откуда $f_2' = (1 - d_1\Phi_1) / (\Phi_{об} - \Phi_1) = (1 - 240/266,67) / (1/400 - 1/266,67) = -80,00$ мм. Для определения оптической длины объектива надо найти отрезок $a_2' = a_2'_{Ф}$: $a_2' = a_2\beta_2$, где $a_2 = a_1' - d_1 = f_1' - d_1$; $a_2' = (266,67 - 240) \cdot 1,5 = 40,00$ мм.

Проверим значение $L_{об}$: $L_{об} = d_1 + a_2' = 240 + 40 = 280$ мм. Диаметр полевой диафрагмы $D_{пд} = 2f_{об}' |\operatorname{tg} \omega| = 2 \cdot 400 \cdot \operatorname{tg} 2^\circ = 27,94$ мм. Удаление выходного зрачка найдем, рассчитав ход главного луча:

$$\begin{aligned} y_{1\text{ гл}} &= 0, \quad \beta_{1\text{ гл}} = \beta_{1\text{ гл}}' = \operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} (-2^\circ) = -0,03492; \\ y_{2\text{ гл}} &= y_{1\text{ гл}} - d_1\beta_{1\text{ гл}} = -d_1 \operatorname{tg} \omega = -240 (-0,03492) = 8,381; \\ \beta_{2\text{ гл}}' &= \beta_{2\text{ гл}} + y_{2\text{ гл}}/f_2' = -0,03492 + 8,381/(-80) = -0,1397; \\ y_{3\text{ гл}} &= y_{2\text{ гл}} - d_2\beta_{2\text{ гл}} = y_{2\text{ гл}} - (a_2' + f_{ок}')\beta_{2\text{ гл}} = -8,381 - (40 + 20) \times \\ &\times (-0,1397) = 16,763; \quad \beta_{4\text{ гл}} = \beta_{3\text{ гл}} + y_{3\text{ гл}}/f_3' = -0,1397 + 16,763/20 = \\ &= 0,6984; \quad a_{р'} = y_{3\text{ гл}}/\beta_{4\text{ гл}} = 16,763/0,6984 = 24,000; \\ z_{р'} &= a_{р'} - f_{ок}' = 24 - 20 = 4 \text{ мм}; \quad \beta_{4\text{ гл}} = \operatorname{tg} \omega' = 0,6984; \\ \omega' &= 34,93^\circ; \quad 2\omega' = 69,86^\circ. \end{aligned}$$

Линейное поле окуляра определяется диаметром полевой диафрагмы: $2y_{ок} = D_{пд} = 27,94$ мм.

Задача 11.13. Зрительная труба прямого изображения с внутренней фокусировкой (рис. 11.13) имеет $\Gamma_r = 14$, $2\omega = 4^\circ$, $D' = 3$ мм, $a_p = 0$; минимальное расстояние визирования $a_{1\text{ мин}} = -3$ м, длина оптической системы $L = 237$ мм. В задней фокальной плоскости объектива установлен коллектив, а для получения прямого изображения используется симметричная линзовая оборачивающая система с увеличением $\beta_{обс} = -1$. Выполнить габаритный расчет объектива зрительной трубы и определить фокусное расстояние коллектива при условии равенства световых диаметров коллектива и компонентов оборачивающей системы.

Решение. Диаметр входного зрачка $D = D'\Gamma_r = 3 \cdot 14 = 42$ мм. Выберем окуляр с $f_{ок}' = 15$ мм, тогда $f_{об}' = f_{ок}'\Gamma_r = 15 \cdot 14 = 210$ мм. В зрительной трубе с внутренней фокусировкой используется телеобъектив. Определим оптическую длину $L_{об}$ телеобъектива $L_{об} = mf_{об}'$, задавшись коэффициентом телесокращения m . Пусть $m = 0,7$, тогда $L_{об} = mf_{об}' = 0,7 \cdot 210 = 147$ мм. В результате для телеобъектива получены следующие оптические характеристики: $f_{об}' = 210$ мм, $D/f_{об}' = 1:5$, $2\omega = 4^\circ$, $m = 0,7$.

Длина оборачивающей системы $L_{обс} = L - L_{об} - f_{ок}' = 237 - 147 - 15 = 75$ мм. Рассчитаем телеобъектив. При заданной величине $a_{1\min} = -3$ м найдем $a_1' = a_{1\min}' = L_{об} - 10 = 137$ мм. Габаритный расчет вначале выполним при $f_{ок}' = 1$, поэтому найдем приведенные значения $a_{1\min\text{ пр}}$ и $a_{1\min\text{ пр}}'$:

$$a_{1\min\text{ пр}} = -3000/210 = -14,2857; \quad a_{1\min\text{ пр}}' = 137/210 = 0,652\ 380.$$

Приведенное фокусное расстояние первого компонента телеобъектива найдем по формуле Гаусса $f_1'_{\text{пр}} = a_{1\min\text{ пр}} \cdot a_{1\min\text{ пр}}' / (a_{1\min\text{ пр}} - a_{1\min\text{ пр}}') = -14,2857 \cdot 0,652\ 38 / (-14,2857 - 0,652\ 38) = 0,623\ 889$. Тогда $\phi_1 = \beta_2 = 1/f_{1\text{ пр}} = 1/0,623\ 889 = 1,602\ 849$.

Оптическая длина телеобъектива при $f' = 1$: $L_{об\text{ пр}} = d_{0\text{ пр}} + h_2 = d_{0\text{ пр}} + 1 - d_{0\text{ пр}} \phi_1 = d_{0\text{ пр}} (1 - \phi_1) + 1$, откуда $d_{0\text{ пр}} = (L_{об\text{ пр}} - 1) / (1 - \phi_1) = (0,7 - 1) / (1 - 1,602\ 849) = 0,497\ 637$.

Из уравнения масштаба $\phi_1 + \phi_2 - d_{0\text{ пр}} \phi_1 \phi_2 = 1$ определим ϕ_2 :

$$\phi_2 = (1 - \phi_1) / (1 - d_{0\text{ пр}} \phi_1) = (1 - 1,602\ 849) / (1 - 0,497\ 637 \cdot 1,602\ 849) = -2,979\ 046.$$

Тогда $f_2'_{\text{пр}} = 1/\phi_2 = -0,335\ 678$.

Определим f_1' , f_2' и d_0 при реальном значении $f_{ок}' = 210$ мм. $f_1' = f_1'_{\text{пр}} f_{ок}' = 0,623\ 889 \cdot 210 = 131,016$, $f_2' = f_2'_{\text{пр}} f_{ок}' = -0,335\ 678 \cdot 210 = -70,4924$, $d_0 = d_{0\text{ пр}} f_{ок}' = 0,497637 \cdot 210 = 104,5$. Найдем $a_2' = L - d_0 = 147 - 104,5 = 42,5$.

Для контроля вычислений определим $f' = f_1' f_2' / (f_1' + f_2' - d_0) = 131,016 (-70,4924) / (131,016 - 70,4924 - 104,5) = 210,013$, что приемлемо при округленном значении d_0 .

Для определения $f_3' = f_{\text{кол}}'$ надо выполнить заданное условие равенства световых диаметров $D_3 = D_4$ (рис. 11.13) для этого необходимо, чтобы нижний полевой луч (при $\omega < 0$) после коллектива шел параллельно оптической оси. Поэтому рассчитаем нижний полевой луч.

$$a_{1\text{ нпл}} = -m/\text{tg } \omega = -21/\text{tg } (-2^\circ) = 21/0,034\ 92 = 601,374;$$

$$a_{1\text{ нпл}}' = a_{1\text{ нпл}} f_1' / (a_{1\text{ нпл}} + f_1') = 601,374 \cdot 131,016 / (601,374 + 131,016) = 107,578; \quad a_{2\text{ нпл}} = a_{1\text{ нпл}}' - d_0 = 107,578 - 104,5 = 3,0578;$$

$$a_{2\text{ нпл}}' = a_{2\text{ нпл}} f_2' / (a_{2\text{ нпл}} + f_2') = 3,0578 (-70,4924) / (3,0578 - 70,4924) = 3,2185;$$

$$a_{3\text{ нпл}} = a_{2\text{ нпл}}' - d_2 = 3,2185 - 42,5 = -39,2815 = f_3 = f_{\text{кол}}.$$

Для определения световых диаметров компонентов рассчитаем ход верхнего полевого луча (рис. 11.13).

$$D_{св1} = D = 42; \quad y_{1\text{ нпл}} = D/2 = 21; \quad \beta_1 = \text{tg } \omega = \text{tg } (-2^\circ) = -0,034\ 92;$$

$$\beta_{2\text{ нпл}} = \beta_{1\text{ нпл}} + y_{1\text{ нпл}}/f_1' = -0,034\ 92 + 21/131,016 = 0,125\ 366;$$

$$y_{2\text{ вкл}} = y_{1\text{ вкл}} - d_1 \beta_{2\text{ вкл}} = 21 - 104,5 \cdot 0,125366 = 7,89925,$$

поэтому $D_{\text{св}2} = 2y_{2\text{ вкл}} = 15,8 \text{ мм.}$

Диаметр коллектива, установленного в задней фокальной плоскости объектива, равен размеру изображения: $D_{\text{св}3} = 2y' = 2 \cdot |f'_{\text{об}} \tan \omega| = 2 \cdot 210 \cdot 0,03492 = 14,66 \approx 14,7.$

Для контроля правильности расчета продолжим расчет верхнего полевого луча до плоскости изображения.

$$\begin{aligned} \beta_{3\text{ вкл}} &= \beta_{2\text{ вкл}} + y_{2\text{ вкл}}/f'_2 = 0,125366 + 7,89925/(-70,4924) = \\ &= 0,0133078; \end{aligned}$$

$$y_{3\text{ вкл}} = y' = y_{2\text{ вкл}} - d_2 \beta_{3\text{ вкл}} = 7,89925 - 42,5 \cdot 0,0133078 = 7,333.$$

В результате расчета получено:

$f'_1 = 131,02$	$d_1 = 104,5$	$D_{\text{св}1} = D = 42$
$f'_2 = -70,49$	$d_2 = 42,5$	$D_{\text{св}2} = 15,8$
$f'_3 = 39,28$		$D_{\text{св}3} = 14,7$

Задача 11.14. Используя исходные данные задачи 11.13 и результаты расчета, определить фокусное расстояние компонентов оборачивающей системы, удаление выходного зрачка, угловое поле и световой диаметр окуляра, диаметр апертурной диафрагмы.

Решение. В задаче 11.13 найдена длина оборачивающей системы $L_{\text{обс}} = 75$, поэтому $L_{\text{обс}}/2 = f'_4 + d_4/2 = 37,5$, откуда $d_4 = L_{\text{обс}} - 2f'_4$. Главный луч пересекает оптическую ось в центре апертурной диафрагмы на расстоянии $d_4/2 = L_{\text{обс}}/2 - f'_4$, в середине воздушного промежутка между компонентами 4 и 5 оборачивающей системы. Для определения f'_4 рассчитаем главный луч:

$$\begin{aligned} a'_{R_1} = a_R = 0, \quad a_{R_2} = a'_{R_1} - d_1 = -d_1 = -104,5; \quad a'_{R_2} = a_{R_1} f'_2 / (a_{R_1} + f'_2) = \\ = -104,5 (-70,4924) / (-104,5 - 70,4924) = -42,0958; \end{aligned}$$

$$a_{R_3} = a'_{R_2} - d_2 = -42,0958 - 42,5 = -84,5958;$$

$$\begin{aligned} a'_{R_3} = a_{R_2} f'_3 / (a_{R_2} + f'_3) = -84,5958 \cdot 39,2815 / (-84,5958 + \\ + 39,2815) = 73,333; \quad a_{R_4} = a'_{R_3} - d_3 = a'_{R_3} - f'_4. \end{aligned}$$

Запишем формулу Гаусса для четвертого компонента $1/a'_{R_4} - 1/a_{R_4} = 1/f'_4$ или $1/(0,5L_{\text{обс}} - f'_4) - 1/(a'_{R_3} - f'_4) = 1/f'_4$, после преобразований получим квадратное уравнение $f'^2_4 - 2f'_4 a'_{R_3} + 0,5L_{\text{обс}} a'_{R_3} = 0$.

Подставив числовые значения, получаем $f'^2_4 - 146,6666f'_4 + 2749,9987 = 0$, откуда $f'_4 = 73,3333 \pm 51,2618$ и $f'_4 = 22,0714$, так как другое решение дает $f'_4 > L_{\text{обс}}$. Для дальнейшего расчета примем $f'_4 = 22,07$.

При выбранном значении f'_4 найдем $d_4 = L_{\text{обс}} - 2f'_4 = 75 - 2 \cdot 22,07 = 30,86 \text{ мм.}$

Удаление выходного зрачка $z'_p = f_{ок}{}'^2(2f'_4 - d_4)/(2f_4{}'^2) = 15^2(2 \cdot 22,07 - 30,857)/(2 \cdot 22,07^2) = 3,068 \approx 3,07$ мм.

Для определения диаметра апертурной диафрагмы надо найти увеличение β_p . Объектив и четвертый компонент образуют телескопическую систему, для которой $\beta_p = f'_4/f_{ок}' = D_{Ад}/D$, откуда $D_{Ад} = f'_4 \cdot D/f_{ок}' = (22,07 \cdot 42)/210 = 4,414 \approx 4,4$ мм.

Аналогичный результат получим, рассчитав $a_{p_4} = a'_{p_3} - f'_4 = 51,2619$ и $a'_{p_4} = 15,4286$ и определив β_p по формуле $\beta_p = a'_{p_4}/a_{p_4} = a'_{p_4}/a_{p_2} \cdot a_{p_3}/a_{p_4}$, тогда $D_{Ад} = D\beta_p$.

Найдем угловое поле окуляра: $\text{tg } \omega' = \text{tg } \omega \cdot \Gamma_r = 0,03492 \cdot 14 = 0,48888$, $\omega' = 26,053^\circ$, $2\omega' = 52,106^\circ$.

Световой диаметр окуляра рассчитаем в обратном ходе по нижнему лучу: $D_{св.ок} = D' + 2a'_p \cdot \text{tg } \omega' = 3 + 2 \cdot 18,07 \cdot 0,48889 = 20,66 \approx 20,7$ мм.

Световой диаметр окуляра по главному лучу $D_{св.ок} = 2a'_p \cdot \text{tg } \omega' = 17,66 \approx 17,7$ мм.

Задача 11.15. Оптическая система призмённого бинокля имеет следующие характеристики: $\Gamma_r = 8$, $D = 30$ мм, $L = 180$ мм, $2\omega = 8^\circ 30'$ (рис. 11.15). В качестве оборачивающей системы используют призмённую систему Малафеева — Порро 1-го рода. Выполнить габаритный расчет системы.

Решение. Расчет выполним для одной ветви бинокля. Призмённую систему Малафеева — Порро 1-го рода, состоящую из двух призм БР-180°, при габаритном расчете представим в виде двух редуцированных плоскопараллельных пластин с толщинами $d_{1\text{ред}}$ и $d_{2\text{ред}}$. Поэтому при расчете не учитываем действие линз и считаем, что $\Gamma_r = -8$.

Определим фокусные расстояния объектива и окуляра

$$f'_1 = L\Gamma_r/(\Gamma_r - 1) = 180(-8)/(-8 - 1) = 160 \text{ мм};$$

$$f'_2 = -L/(\Gamma_r - 1) = (-180)/(-8 - 1) = 20 \text{ мм}.$$

Диаметр выходного зрачка $D' = D/|\Gamma_r| = 30/|(-8)| = 3,75$ мм. Угловое поле в пространстве изображений, или угловое поле окуляра $2\omega' = 2 \arctg |\text{tg } \omega \cdot \Gamma_r| = 2 \arctg |\text{tg } 4,25^\circ \cdot 8| = 61,46^\circ = 61^\circ 28'$.

Удаление выходного зрачка $a'_p = -L\Gamma_r = (-180)/(-8) = 22,5$ мм. Диаметр полевой диафрагмы $D_{пд} = 2|y'| = 2f'_1 |\text{tg } \omega| = 2 \cdot 160 \text{ tg } 4,25^\circ = 23,78$ мм.

Когда в системе отсутствует виньетирование, то $D_{пд} < D$, и световой диаметр призм определяется по входной грани первой призмы высотой нижнего луча (при $\omega > 0$) (рис. 11.16). Следовательно, надо определить $-y_{2н}$, рассчитав ход нижнего полевого луча. Для него $\beta_1 = \text{tg } \omega = \text{tg } 4,25^\circ = 0,07431$, $y_{1н} = -D/2 = -15$, тогда $\beta_2 = \beta_1 + y_{1н}/f'_1 = 0,07431 + (-15)/160 = -0,01944$, $y_{2н} = y_{1н} - d_1\beta_2 = -15 + 0,01944d_1$.

Расстояние от объектива до первой призмы $d_1 = f'_1 - (c_1 + c_2) - 2d_{\text{ред}}$. Примем, что $c_1 = 35$, $c_2 = 2$, а призмы изготовлены из стекла марки К8 ($n_e = 1,5183$). Толщина $d_{\text{ред}}$ редуцированной плоскопараллельной пластины $d_{\text{ред}} = k D_{\text{св пр}} / n = 2 D_{\text{св пр}} / n$, так как коэффициент призмы БР-180° $k = 2$. Тогда для d_1 имеем: $d_1 = f'_1 - (c_1 + c_2) - 4 D_{\text{св пр}} / n = 123 - 2,6345 D_{\text{св пр}}$. Следует заметить, что обе призмы считаем одинаковыми по размерам. В уравнение для $y_{2н}$ подставим полученное выражение для d_1 :

$$y_{2н} = -15 + 0,01944 d_1 = -15 + 0,01944 (123 - 2,6345 D_{\text{св пр}}) = \\ = -12,6089 - 0,05121 D_{\text{св пр}}$$

Учтем, что $-y_{2н} = D_{\text{св пр}}/2$, тогда получим $-12,6089 - 0,05121 D_{\text{св пр}} = -0,5 D_{\text{св пр}}$, откуда имеем $D_{\text{св пр}} = 28,1$ мм.

Вычислим расстояние d_1 : $d_1 = 123 - 2,6345 D_{\text{св пр}} = 48,97$ мм.

При наличии виньетирования ($k_w = 0,5$) размеры призм определяются высотой $y_{5н}$ нижнего луча (при $\omega > 0$) на выходной грани второй призмы. (рис. 11.16). Рассчитаем этот луч. Для него $y_{1н} = -k_w D/2 = -D/4 = -7,5$. Расстояние от объектива до выходной грани второй призмы $d_4 = f'_1 - c_1 = 160 - 35 = 125$. Найдем β_2 : $\beta_2 = \beta_1 + y_{1н} / f'_1 = 0,07431 + (-7,5)/160 = 0,02744$; $y_{5н} = y_{1н} - d_4 \beta_2 = -7,5 - 125 \times 0,02744 = -10,93$. Диаметр выходной грани второй призмы $D_{\text{св пр}} = 2 |y_{5н}| = 21,86 = 22$ мм.

Установив виньетирующую диафрагму, как показано на рис. 11.6, получим несимметричное виньетирование, когда полностью проходит верхняя часть наклонного пучка и коэффициент линейного виньетирования составит 75%. Для обеспечения виньетирования 50% надо установить вторую виньетирующую диафрагму на окуляре. В данном случае в целях уменьшения размеров бинокля примем $D_{\text{св пр}} = 22$ мм для обеих призм БР-180°, тогда размеры призм (рис. 11.18) будут $a = 2 D_{\text{св пр}} = 44$ мм; $c = 1,4142 D_{\text{св пр}} = 31,11$ мм; $h = D_{\text{св пр}} = 22$ мм.

Длина хода луча в призме — толщина эквивалентной плоскопараллельной пластины — $d = 2 D_{\text{св пр}} = 44$ мм.

Толщина редуцированной пластины $d_{\text{ред}} = d/n = 28,98$ мм.

Найдем расстояния от объектива до входных и выходных граней плоскопараллельных пластин, следовательно, призм (рис. 11.19):

$$d_1 = f'_1 - (c_1 + c_2) - 2d_{\text{ред}} = 65,04 \text{ мм};$$

$$d_2 = f'_1 - (c_1 + c_2) - d_{\text{ред}} = 94,02 \text{ мм};$$

$$d_3 = f'_1 - c_1 - d_{\text{ред}} = 96,02 \text{ мм}; \quad d_4 = f'_1 - c_1 = 125 \text{ мм}.$$

При установке призм в сходящихся пучках лучей происходит удлинение их хода на величину, равную смещению плоскости изображения: $\Delta = d(n-1)/n = 15,02$ мм для одной призмы, и расстояние между объективом и изображением будет $f'_1 + 2\Delta = 190,04$ мм.

Удлинение хода луча автоматически учитывается, когда редуцированные пластины заменяются призмами. Действительно, расстояние между объективом и изображением с учетом реального хода осевого луча $f_1' + 2\Delta = d_1 + (c_1 + c_2) + 2d = 190,04$ мм, т. е. расстояния между объективом и призмами остаются такими же, как и расстояния между объективом и редуцированными пластинами.

Задача 11.16. Для призмённого бинокля, одна ветвь которого рассчитана в задаче 11.15, выбрать конструкции объектива и окуляра, определить перемещение окуляра, соответствующее изменению рефракции глаза наблюдателя в пределах ± 5 дптр; удельную и полную пластiku, радиус стереоскопического зрения при наблюдении в бинокль, допускаемый угол непараллельности оптических осей правой и левой ветвей бинокля; разность увеличений в двух ветвях бинокля.

Решение. Из габаритного расчета призмённого бинокля получено для объектива $f_{об}' = 160$ мм, $D = 30$ мм, следовательно, $D/f_{об}' = 1:5,3$ и $2\omega = 8^\circ 30'$, поэтому можно использовать двухлинзовый склеенный объектив; для окуляра $f_{ок}' = 20$ мм, $D' = 3,75$ мм, $2\omega_{ок} = 61^\circ 28'$, и в качестве окуляра можно предложить окуляр Эрфле, для которого $2\omega = 65 \dots 70^\circ$, $s'_F = 0,7f'$.

Перемещение Δ окуляров должно соответствовать изменению рефракции глаз наблюдателя на ± 5 дптр, поэтому $\Delta = \pm f_{ок}'^2/1000 = \pm 2$ мм.

Расстояние между оптическими осями окуляров (окулярная, или глазная база) (рис. 11.15) при расчете принимается $b = 65$ мм, но в конструкции бинокля должна изменяться от 52 до 76 мм. База бинокля — расстояние между осями объективов — $B = b + 2D_{св.пр} = 65 + 44 = 109$ мм. Удельная пластика $P_0 = B/b = 1,68$. Геометрическая светосила $H_r = D'^2 = 14,06$.

Полная пластика, показывающая, во сколько раз изображение, рассматриваемое в бинокль, кажется объемнее, чем предметы, рассматриваемые невооруженным глазом, $P = B \cdot \Gamma_r / b = 109 \cdot 8/65 = 13,42$.

Радиус R_0 стереоскопического зрения невооруженным глазом для глазной базы 65 мм и среднего значения остроты $\Delta\eta$ стереоскопического зрения $\Delta\eta = 10''$, $R_0 = b/\Delta\eta = 65 \cdot 10^{-3} \cdot 206\,265/10'' = 1340,7$ м.

Радиус стереоскопического зрения при наблюдении в бинокль теоретически составит $R = R_0 \Gamma_r = 1340,7 \cdot 8 \approx 10726$ м.

Угол непараллельности оптических осей, не замечаемый наблюдателем, различен в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

В горизонтальной плоскости расхождение осей правой и левой ветвей бинокля в пространстве предметов не должно превышать

$$\Theta = \Theta_r' / (\Gamma_r - 1) = 60' / (8 - 1) = 8,6';$$

схождение осей

$$\Theta_r = \Theta_r' / (\Gamma_r - 1) = 30' / (8 - 1) = 4,3'.$$

Непараллельность осей бинокля в вертикальной плоскости

$$\Theta_s = \Theta_s' / (\Gamma_r - 1) = 10' / (8 - 1) = 1,4'.$$

Если эти требования не выполняются, то будет иметь место двоение изображений.

Оптическая схема бинокля показана на рис. 11.15.

Задача 11.17. Визир (видоискатель) фотоаппарата представляет собой телескопическую систему — зрительную трубу Галилея — (рис. 11.2) с увеличением $\Gamma_r = 1,2^{\times}$, длиной $L = 25$ мм, угловым полем $2\omega = 45^{\circ}$. Зрачок глаза наблюдателя диаметром 3 мм расположен за окуляром на расстоянии 10 мм. Выполнить габаритный расчет визира. Диаметры компонентов рекомендуется определить по главному лучу.

Решение. Целью габаритного расчета является определение фокусных расстояний объектива и окуляра и их диаметров, положения и диаметра входного зрачка.

Длина визира $L = f_{об}' + f_{ок}' = 25$, а видимое увеличение $\Gamma_r = -f_{об}' / f_{ок}' = 1,2$, откуда фокусное расстояние объектива $f_{об}' = L\Gamma_r / (\Gamma_r - 1) = 25 \cdot 1,2 / (1,2 - 1) = 150$. Фокусное расстояние окуляра $f_{ок}' = -f_{об}' / \Gamma_r = -150 / 1,2 = -125$.

Найдем положение выходного зрачка относительно заднего фокуса окуляра $z_p' = a_p' - f_{ок}' = 10 - (-125) = 135$. Для определения положения a_p входного зрачка выполним расчет главного луча в обратном ходе. Тогда $\tilde{z}_p = \tilde{z}_{p_{ок}}' = -z_p' = -135$. По формуле Ньютона найдем $\tilde{z}_{p_{ок}}' = -f_{ок}'^2 / \tilde{z}_{p_{ок}} = -(-125)^2 / (-135) = 115,74$. Но так как точки $F_{ок}$ и $F_{об}'$ совпадают, то $\tilde{z}_{p_{ок}}' = \tilde{z}_{p_{об}}'$, поэтому $\tilde{z}_{p_{об}}' = -f_{об}'^2 / \tilde{z}_{p_{об}}' = -150^2 / 115,74 = -194,40$.

В прямом ходе лучей положение z_p входного зрачка $z_p = z_{p_{об}} = -\tilde{z}_{p_{об}}' = 194,40$. Тогда положение a_p входного зрачка относительно передней главной плоскости объектива (бесконечно тонкого объектива) $a_p = z_p + f_{об} = z_p - f_{об}' = 194,40 - 150 = 44,4$ мм, а относительно окуляра — $a_p - L = a_p - d = 44,4 - 25 = 19,4$ мм. Диаметр входного зрачка $D = D' \cdot \Gamma_r = 3 \cdot 1,2 = 3,6$ мм. Угловое поле окуляра $2\omega' = 2 \arctg |\Gamma_r \tan \omega| = 2 \arctg |1,2 \cdot \tan 22,5^{\circ}| = 52,84^{\circ}$.

Определим диаметры объектива и окуляра по главному лучу, допуская виньетирование наклонных пучков до 50%. Световой диаметр объектива $D_{св.об} = 2a_p \tan \omega = 2 \cdot 44,4 \cdot \tan 22,5^{\circ} = 36,8 \approx 37$ мм. Световой диаметр окуляра $D_{св.ок} = 2a_p' \tan \omega' = 2 \cdot 10 \cdot \tan 26,42^{\circ} = 10$ мм.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 11.18. Луна видна невооруженным глазом под углом $31'$. Под каким углом она видна в телескоп, если фокусное расстояние объектива телескопа равно 2000 мм, видимое увеличение окуляра $2,5\times$.

Ответ: $10^\circ 20'$.

Задача 11.19. Когда Марс находится в положении, наиболее благоприятном для наблюдений («Великое противостояние»), телескоп с увеличением $75\times$ позволяет видеть диск Марса под таким же углом, под каким мы видим Луну невооруженным глазом ($31'$).

Определить угловой размер Марса и вычислить расстояние от Земли до Марса при «Великом противостоянии» Марса. Диаметр Марса 6700 км.

Ответ: $25''$; $5,7 \cdot 10^7$ км.

Задача 11.20. Зрительная труба с фокусным расстоянием объектива $f_{об}' = 500$ мм установлена на бесконечность. На какое расстояние Δd надо передвинуть окуляр трубы, чтобы ясно видеть предметы на расстоянии 50 м?

Ответ: $\Delta d = 5$ мм.

Задача 11.21. Найти фокусные расстояния компонентов видоискателя фотоаппарата, который должен иметь видимое увеличение $\Gamma_\tau = 0,74\times$ и оптическую длину $L = 26$ мм.

Ответ: $f_1' = -74$ мм, $f_2' = 100$ мм.

Задача 11.22. Галилеевский бинокль имеет следующие характеристики: $\Gamma_\tau = 3\times$, световой диаметр объектива $D_{об} = 32$ мм, диаметр выходного зрачка $D' = 4$ мм, оптическую длину $L = 80$ мм, удаление a'_p выходного зрачка относительно задней главной точки окуляра $a'_p = 10$ мм. Расчет и построением в масштабе определить величину и положение входного зрачка, угловое поле бинокля в пространстве предметов.

Ответ: $D = 12$ мм, $a_p = 330$ мм, входной зрачок мнимый; $2\omega = 5^\circ 33'$.

Задача 11.23. Зрительная труба Кеплера состоит из объектива ($f_{об}' = 100$ мм, $D/f_{об}' = 1:5$, $2\omega = 8^\circ$), сетки и окуляра ($f_{ок}' = 20$ мм).

Определить: 1) видимое увеличение зрительной трубы; 2) диаметры входного и выходного зрачков; 3) угловое поле окуляра; 4) световой диаметр сетки.

Ответ: 1) $\Gamma_\tau = -5$; 2) $D = 20$ мм; $D' = 4$ мм; 3) $2\omega = 38^\circ 32'$; 4) $D_c = 14$ мм.

Задача 11.24. Вычислить угловой предел разрешения зрительной трубы с видимым увеличением $10\times$ и диаметром выходного зрачка 3 мм, определяемый 1) теорией дифракции; 2) возможностями глаза.

Ответ: 1) $\psi = 4,67''$; 2) $\psi = 6''$.

Задача 11.25. Определить основные оптические характеристики зрительной трубы, которая позволяла бы наблюдать пространство предметов в направлении, перпендикулярном к линии визирования, в пределах ± 200 м и удаленных от прибора на расстояние 4 км, если при этом необходимо различать детали предметов размером 0,4 м.

Ответ: $\Gamma_r = 3\times$; $2\omega = 5^\circ 43' 12'' (5,72^\circ)$; $D' = 2,33$ мм.

Задача 11.26. Бинокль имеет видимое увеличение $\Gamma_r = 8\times$, угловое поле $2\omega = 6^\circ$ и диаметр выходного зрачка $D' = 5$ мм. Определить размеры линейного поля и линейный предел разрешения, которые обеспечивает бинокль или система бинокля с глазом, для предметов, удаленных на расстояние 3 км.

Ответ: $2y = 314,4$ м; $\delta_1 = 50,9$ мм; через бинокль глаз сможет различить предметы с угловым предельным размером $\psi = 7,5''$, т. е. $\delta_2 = 109,08$ мм.

Задача 11.27. Определить фокусные расстояния положительного компонента объектива и фокусирующей линзы трубы с внутренней фокусировкой, если расстояние от первого компонента до сетки $L = 150$ мм, расстояние между компонентами объектива $d = 60$ мм, а эквивалентное фокусное расстояние телеобъектива $f' = 250$ мм.

Ответ: $f_1' = 93,75$ мм, $f_2' = -54$ мм.

Задача 11.28. Телеобъектив зрительной трубы с увеличением $\Gamma_r = -20$ состоит из двух тонких компонентов с фокусными расстояниями $f_1' = -f_2' = f' = 200$ мм так, что эквивалентное фокусное расстояние объектива $f_{\text{об}}' = 2f'$. Определить расстояние между компонентами объектива и длину зрительной трубы. Окуляр считать тонким.

Ответ: $d_1 = 100$ мм, $L = 320$ мм.

Задача 11.29. Определить световой диаметр объектива телескопической системы, если ее входной зрачок вынесен вперед на расстояние $a_p = -50$ мм, диаметр входного зрачка $D = 20$ мм, а коэффициент виньетирования $k_\omega = 0,5$. Угловое поле объектива $2\omega = 27^\circ$. Определить также световой диаметр объектива при отсутствии виньетирования.

Ответ: $D_{\text{об}} = 34$ мм при $k_\omega = 0,5$; $D_{\text{об}} = 44$ мм при отсутствии виньетирования.

Задача 11.30. Выполнить габаритный расчет зрительной трубы теодолита с внутренней фокусировкой, состоящей из двухкомпонентного телеобъектива с $f_1' = 100$ мм, $f_2' = -50$ мм, $d_1 = 70$ мм и окуляра с фокусным расстоянием $f_{\text{ок}}' = 10$ мм. Зрительная труба должна иметь следующие характеристики: угловое поле $2\omega = 2^\circ$, диаметр выходного зрачка $D' = 1,6$ мм. Все компоненты считать бесконечно тонкими.

Определить: 1) увеличение теодолита; 2) световой диаметр объектива; 3) предел разрешения, исходя из практического критерия; 4) угловое поле окуляра; 5) световой диаметр сетки; 6) световой диаметр фокусирующей линзы; 7) световой диаметр окуляра; 8) удаление выходного зрачка; 9) оптическую длину системы; 10) в какую сторону и на сколько необходимо переместить фокусирующую линзу для перефокусировки трубы от бесконечности до 1,5 м. На оптической схеме показать ход апертурного и наклонных лучей.

Ответ: 1) $\Gamma = -25^\circ$; 2) $D_{\text{об}} = 40$ мм; 3) $\psi = 3''$; 4) $2\omega = 47^\circ 16'$; 5) $D_c = D_{\text{пл}} = 8,75$ мм; 6) $D_{\text{ф.л.}} = 14,45$ мм; 7) $D_{\text{ок}} = 11,19$ мм; 8) $a'_p = 10,96$ мм; 9) $L = 155$ мм; 10) $\Delta d_1 = 6,6$ мм.

Задача 11.31. Фокусное расстояние объектива зрительной трубы прямого изображения $f'_1 = 150$ мм, а оборачивающей линзы $f'_3 = 50$ мм. Видимое увеличение трубы $\Gamma_r = 6^\times$, а увеличение оборачивающей линзы $\beta = 1$.

Определить фокусное расстояние f'_2 коллектива и длину зрительной трубы.

Ответ: $f'_2 = 60$ мм, $L = 375$ мм.

Задача 11.32. Определить положение входного зрачка в телескопической системе Кеплера длиной 150 мм, если фокусное расстояние объектива $f_{\text{об}}' = 120$ мм, удаление выходного зрачка $s'_{p.} = 35$ мм, задний фокальный отрезок окуляра $s'_{f.} = 30$ мм и сферическая aberrация в зрачках $\Delta s'_{p.} = 2$ мм.

Ответ: $a_p = -8$ мм.

Задача 11.33. В зрительной трубе фокусное расстояние объектива $f_{\text{об}}' = 150$ мм, фокусные расстояния компонентов симметричной оборачивающей системы $f'_3 = f'_4 = 200$ мм, воздушный промежуток между этими компонентами $d_3 = 80$ мм. Определить фокусное расстояние коллектива, принимая во внимание, что апертурная диафрагма находится в середине воздушного промежутка d_3 между компонентами оборачивающей системы, а $a_p = 0$.

Ответ: $f'_2 = 93,75$ мм.

Задача 11.34. Определить размеры призм оборачивающей системы Порро — Малафеева I рода из стекла К8 в призмменном монокуляре, если вторая призма должна отстоять от фокальной плоскости объектива на 10 мм и промежуток между призмами равен 0,10 мм. Призмменный монокуляр имеет следующие оптические характеристики: $\Gamma_r = 6^\times$, $2\omega = 8^\circ$, $D' = 5$ мм, $f_{\text{ок}}' = 25$ мм, $a_p = 0$, коэффициент виньетирования $k_{\text{в}} = 0,5$.

Ответ: $a = 2D_{\text{св.пр}} = 41,2$ мм; $b = 20,6$ мм; $c = 29,1$ мм; $h = 20,6$ мм (рис. 11.18).

Задача 11.35. С помощью бинокля Б8х40 ведется наблюдение за предметами, расположенными на расстоянии 3 км от наблюдателя. Определить глубину изображаемого пространства, если диаметр зрачка глаза равен: а) $D_m = 3$ мм; б) $D_m = 5$ мм, а угловой предел разрешения глаза $\psi = 3'$. Начиная с какого расстояния все предметы будут наблюдаться как расположенные в бесконечности? Чему равен радиус стереоскопического восприятия, если база прибора $B = 125$ мм, а угловой порог $\Delta\eta$ стереоскопического восприятия равен $10''$?

Ответ: если глаз аккомодирован на расстояние $p' = -250$ мм, то а) при $p_1 = -14915,2$ мм, $p_1 - p_2 = 2339,6$ мм, б) при $p_1 = -15\,331,06$ мм, $p_1 - p_2 = 1398,92$ мм; если глаз аккомодирован на бесконечность, то а) $p_{1\infty} = -220\,016$ мм, б) $p_{1\infty} = -366\,693$ мм, $R_c = 20,6$ км.

Задача 11.36. Определить радиус стереоскопического восприятия при наблюдении с помощью шестикратного призмного бинокля, у которого расстояние между центрами входных зрачков $B = 130$ мм, а между центрами выходных зрачков $b = 65$ мм.

Ответ: $s \approx 16,1$ км.

ГЛАВА 12. ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ОСВЕТИТЕЛЬНЫЕ И ПРОЕКЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Основные формулы для решения задач по разделу «Фотографические системы»

Фотографические системы получили широкое применение в различных областях науки и техники, например, в аэрофотосъемке, фотограмметрии, металлографии, репродукционной технике, любительской и профессиональной фотографии и кинематографии, при научных исследованиях, в геологии, археологии, палеонтологии и т. п.

Основным элементом фотографической системы является фотообъектив. Основными оптическими характеристиками фотообъектива являются: $f'_{об}$, $D/f'_{об}$, 2ω .

Масштаб изображения для близко расположенных предметов:

$$\beta = -f'_{об}/z = -z'/f'_{об} = y'/y;$$

для удаленных предметов:

$$|\beta| \approx f'_{об}/a \quad (a \gg f'_{об}) \quad \text{или} \quad |\beta| = f'_{об}/s, \quad \text{или} \quad 1:M \approx f'_{об}/s.$$

Масштаб съемки, равный абсолютному значению линейного увеличения:

$$|\beta| = \left| -\frac{L}{2f'_{об}} \left(1 - \sqrt{1 - (4f'_{об}/L)} \right) + 1 \right|;$$

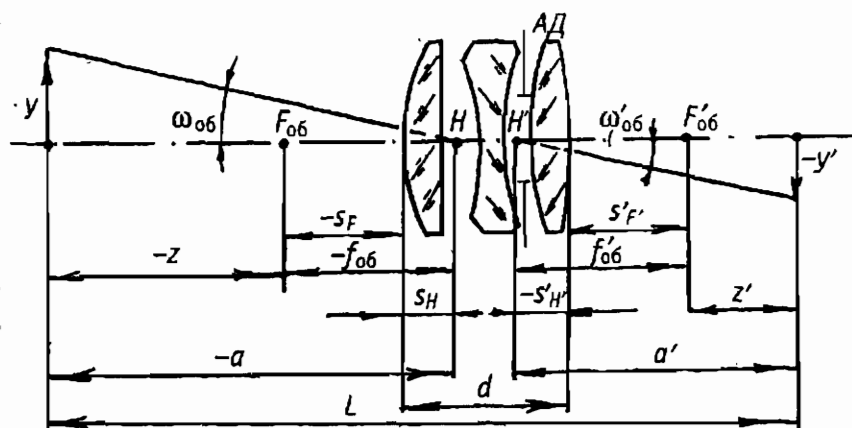


Рис. 12.1. Основные характеристики фотообъектива для близко расположенных объектов

Дистанция съемки L — расстояние от плоскости предмета до плоскости пленки

$$L = f'_{\text{об}} [1 - \beta - 1/\beta + \Delta_{\text{HH}}'/f'_{\text{об}}],$$

где Δ_{HH}' — расстояние между главными точками объектива.

Если $\Delta_{\text{HH}}' \ll L$, то $\Delta_{\text{HH}}' = 0$.

Подвижка объектива для фокусировки на конечные расстояния (фокусирующая подвижка) относительно положения, соответствующего бесконечно удаленному предмету,

$$z' = (L/2) \left(1 - \sqrt{1 - (4f'_{\text{об}}/L)} \right) - f'_{\text{об}}.$$

Освещенность изображения в плоскости пленки для точки на оси:

а) для предмета на конечном расстоянии

$$E'_v = \frac{\tau_{\text{об}} \pi L_{\text{в пр}}}{4} \left(\frac{D}{f'_{\text{об}}} \right)^2 \left(\frac{\beta_p}{\beta_p - \beta} \right)^2;$$

б) для предмета в бесконечности

$$E'_v = \frac{\tau_{\text{об}} \pi L_{\text{в пр}}}{4} \left(\frac{D}{f'_{\text{об}}} \right)^2,$$

где β_p — увеличение в зрачках; β — масштаб изображения; $L_{\text{в пр}}$ — яркость предмета.

Эффективное относительное отверстие

$$K_{\text{эф}} = K / \sqrt{\tau_{\text{об}}}, \quad (K = f'_{\text{об}}/D).$$

Освещенность изображения для точек вне оси

$$E'_{\omega} = k_{\omega} E'_v \cos^4 \omega',$$

где k_{ω} — коэффициент виньетирования; $2\omega'$ — угловое поле объектива в пространстве изображений.

Угловое поле объектива в пространстве изображений, определяемое размерами кадра $b_k \times h_k$:

$$\text{tg } \omega' = \sqrt{\text{tg}^2 \omega'_{\text{гор}} + \text{tg}^2 \omega'_{\text{вер}}},$$

где $\text{tg } \omega'_{\text{гор}} = b_k/(2f'_{\text{об}})$; $\text{tg } \omega'_{\text{вер}} = h_k/(2f'_{\text{об}})$.

Глубина резко изображаемого пространства

$$\Delta = -2pD\delta'\beta/(\dot{D}^2\beta^2 - \delta'^2)$$

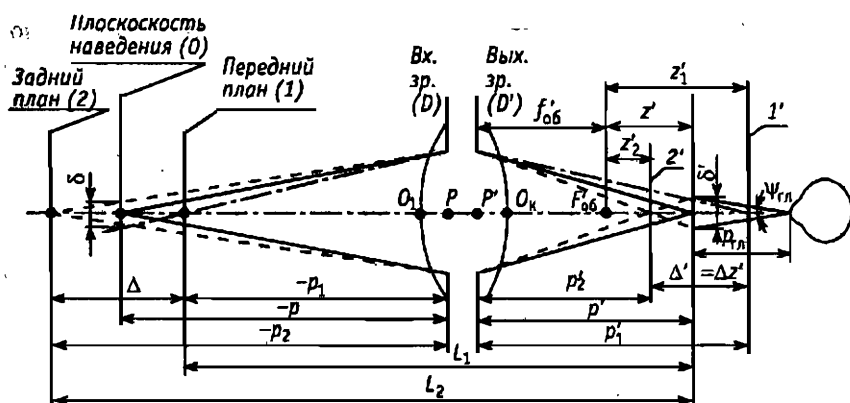


Рис. 12.2. К определению глубины резко изображаемого пространства и глубины резкости

и, если изображение рассматривается глазом, то

$$\Delta = -2p\psi_{гн}p_m/(D\beta), \text{ так как } \beta D^2 \gg \delta'^2,$$

где p — положение плоскости наведения; D — диаметр входного зрачка объектива; δ' — допустимый кружок рассеяния лучей из-за расфокусировки; $\psi_{гн}$ — разрешающая способность глаза.

Глубина резкости в пространстве изображений, если изображение фотографируется

$$\Delta' = \Delta z' = \pm K\delta',$$

где $K = f'_{об}/D$.

Положение переднего плана относительно плоскости пленки

$$L_1 = (z' + \Delta z' + f'_{об})^2 / (z' + \Delta z').$$

Положение заднего плана относительно плоскости пленки:

$$L_2 = (z' - \Delta z' + f'_{об})^2 / (z' - \Delta z').$$

Для предмета в бесконечности: $p = -\infty$; $p_2 = -\infty$; $p_1 = -f'^2/(\delta'K)$.

Для получения максимальной глубины изображаемого пространства принимают только $p_2 = -\infty$, основной план располагают на расстоянии $p = p_1$ и называют гиперфокальным, тогда положение переднего плана $p_1 = -f'^2/(2\delta'K)$ — начало бесконечности.

Сдвиг изображения подвижных предметов за время t экспонирования

$$\delta y' = v |\beta| t,$$

где v — скорость движения объекта в направлении, перпендикулярном к оптической оси.

Фотографическая разрешающая способность

$$1/R_{\phi} = 1/R_{об} + 1/R_c,$$

где $R_{об}$ — визуальная разрешающая способность, R_c — разрешающая способность фотослоя.

Экспозиция

$$H_v = E_v' \cdot t,$$

где E_v' — освещенность поверхности пленки, лк; t — время экспозиции (выдержка), с.

$$E_v' = \tau_{об} \cdot \pi L_{пр} / [4K^2(1 - \beta)^2].$$

По ГОСТ 10691-84 для фотографических чернотелых негативных пленок

$$S = 0,8 / H_{кр},$$

где S — светочувствительность пленки в ед. ГОСТ; $H_{кр}$ — экспозиция, соответствующая оптической плотности обработанного материала, на 0,1 превышающая D_0 вуали:

$$H_{кр} = H_{D_0+0,1}; \quad D_0 = 0,05 \dots 0,15 \text{ (оптическая плотность вуали)}.$$

Коэффициент контрастности γ светочувствительного слоя:

$$\operatorname{tg} \varphi = \gamma = (D_2 - D_1) / (\lg H_2 - \lg H_1),$$

где $\lg H_2 - \lg H_1$ — фотографическая ширина; D_1, D_2 — оптические плотности, соответствующие $\lg H_1, \lg H_2$ по характеристической кривой (рис. 12.3).

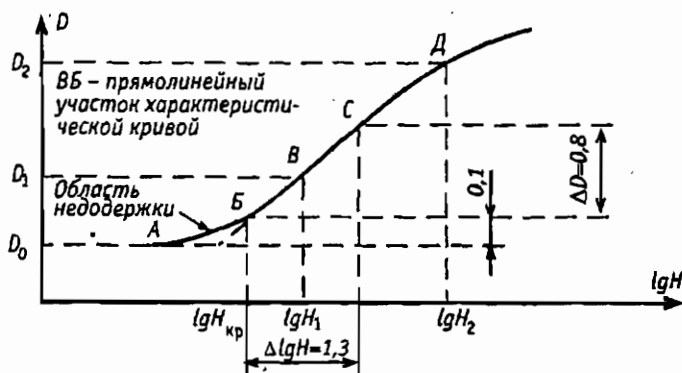


Рис. 12.3 Характеристическая кривая

Формула для определения выдержки при фотографировании

$$t = \frac{63,85 K^2}{k_{\omega} \tau_{\text{об}} \pi L_{\min} \cos^4 \omega' \cdot S} \left(\frac{\beta_p - \beta}{\beta_p} \right)^2,$$

где $L_{\min}$ — яркость фотографируемой поверхности; k_{ω} — коэффициент геометрического виньетирования; S — светочувствительность пленки; $K = f_{\text{об}}'/D$.

Основные формулы для решения задач по теме «Проекционно-осветительные системы»

Эпископические системы (рис. 12.4)

Эпископическая проекция — проекция непрозрачного предмета, образованного лучами, отраженными от предмета (в отраженном свете).

Освещенность плоскости предмета 1 лампами 2 (рис. 12.4)

$$E_v = \sum_{j=1}^m E_j = \sum_{j=1}^m I \cos \epsilon / l^2 = m I \cos \epsilon / l^2 \quad (\text{лк}),$$

где l — расстояние от тела накала до центра предмета (т. К), m ; ϵ — угол падения лучей; I — сила света каждой лампы; m — число источников света.

Яркость диффузно-рассеивающего предмета 1

$$L_{v \text{ пр}} = \rho_{\text{пр}} \cdot E_v / \pi \quad (\text{кд/м}^2),$$

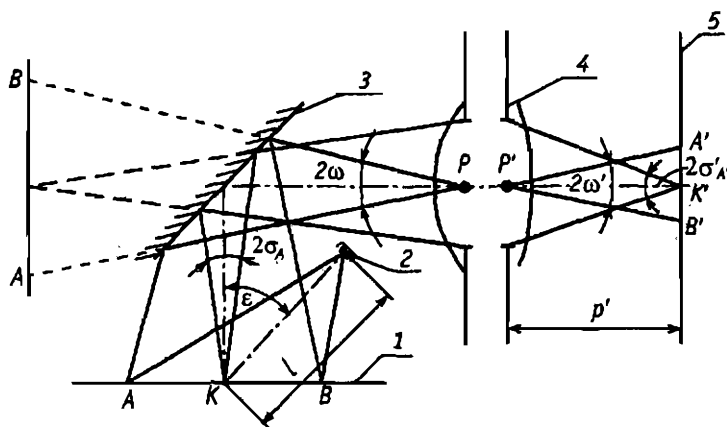


Рис. 12.4. Оптическая схема эпископической системы

где $\rho_{\text{пр}}$ — коэффициент диффузного отражения; $\rho_{\text{пр}} = 0,6-0,8$ — печать на белом фоне.

Освещенность экрана 5

$$E'_{\text{эк}} = \tau_{\text{ос}} L_{\text{пр}} \pi \sin^2 \sigma'_{\text{А}},$$

$$E'_{\text{эк}} = \frac{\pi L_{\text{пр}}}{4} \tau_{\text{ос}} \left(\frac{D}{f'_{\text{об}}} \right)^2 \left(\frac{\beta_{\text{р}}}{\beta_{\text{р}} - \beta_{\text{об}}} \right)^2.$$

где $\beta_{\text{р}}$ — увеличение в зрчках; $\beta_{\text{об}}$ — увеличение проекционного объектива; $\tau_{\text{ос}}$ — коэффициент пропускания оптической системы.

Геометрическая светосила проекционного объектива по требуемой освещенности экрана при $\beta_{\text{р}} \approx 1$:

$$\left(\frac{D}{f'_{\text{об}}} \right)^2 = \frac{4E'_{\text{эк}} (1 - \beta_{\text{об}})^2}{\tau_{\text{ос}} \rho_{\text{пр}} E_{\text{пр}}}.$$

Угловое поле проекционного объектива

$\omega_{\text{об}} = \arctg \left\{ -y \beta_{\text{об}} / [f'_{\text{об}} (1 - \beta_{\text{об}})] \right\}$; $2y = \sqrt{A^2 + B^2}$ — диагональ предмета размерами $A \times B$.

Обычно $D/f'_{\text{об}} = 1:1,5 \dots 1:2,5$, $2\omega_{\text{об}} \leq 45^\circ$.

Диаскопическая проекция — проекция, образованная лучами, проходящими сквозь предмет (проекция в проходящем свете).

1 случай. Проецирование источника излучения 1 во входной зрчок проекционной системы 4 (рис. 12.5).

Проекционное расстояние $p' \approx s'$ при условии, что $\beta_{\text{р}} \approx 1$

$$p' = s' = f'_{\text{об}} (1 - \beta_{\text{об}}).$$

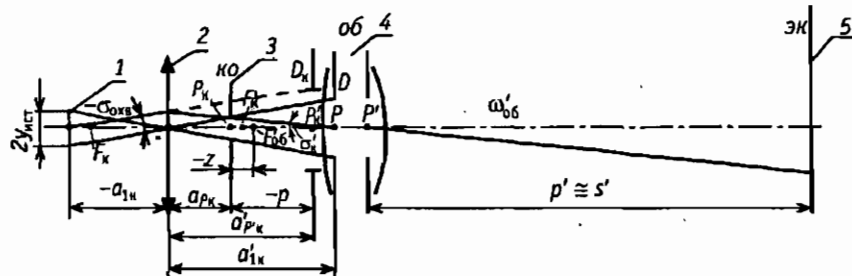


Рис. 12.5. Оптическая схема диаскопической системы

Положение кадрового окна 3 относительно плоскости входного зрачка проекционного объектива 4

$$p = f_{об} + z,$$

где $z = f_{об}' / \beta_{об}$.

Угловое поле объектива

$$\operatorname{tg} \omega_{об} = -y_{ко} / p,$$

где $A \times B$ — размер кадрового окна 3; $2y_{ко} = \sqrt{A^2 + B^2}$; $\omega_{об} \approx \omega_{об}'$.

Осевая яркость источника излучения, кд/м^2

$$L_{v \text{ ист}} = I_v / A_1 = \Phi_v / (4\pi A_1) = \eta P / (4\pi A_1),$$

где η — коэффициент светотдачи лампы; A_1 — площадь источника, м^2 ; Φ_v — световой поток от источника, лм .

Осевая освещенность экрана, работающего на просвет, лк

$$E'_{v \text{ эк}} = \pi L_{v \text{ эк}} / \tau_{эк}.$$

Размер входного зрачка проекционного объектива из условия требуемой освещенности экрана

$$D = 2(1 - \beta_{об})f_{об}' \sqrt{E'_{v \text{ эк}} / (\pi \tau_{ос} L_{v \text{ ист}})}.$$

Увеличение конденсора

$$\beta_k = -D / 2y_{ист}$$

где $2y_{ист}$ — диагональ тела накала: $2y_{ист} = \sqrt{a^2 + b^2}$, где a и b — размеры тела накала.

Угол охвата конденсора

$$\sin \sigma_{охв} = \beta_k \sin \omega_{об} = -\beta_k \beta_{об} D / [2f_{об}'(1 - \beta_{об})].$$

Фокусное расстояние конденсора

$$f_k' = a_{1k}' / (1 - \beta_k); \quad a_{1k}' = a_{1k} \beta_k.$$

Положение входного зрачка конденсора при условии, что его выходной зрачок совпадает с кадровым окном

$$a_{pk} = a'_{pk} f_k' / (a'_{pk} + f_k').$$

Диаметр входного зрачка конденсора

$$D_k = 2y_{ко} / \beta_{pk}.$$

Световой диаметр бесконечно тонкого компонента конденсора (рис. 12.6).

$$D_{свк} = 2(y_{ист} + a_1 \operatorname{tg} \sigma_{1 \text{ вкл}}), \quad \operatorname{tg} \sigma_{1 \text{ вкл}} = \frac{D_k / 2 - y_{ист}}{a_{1k} - a_p}.$$

Рис. 12.6. К определению светового диаметра

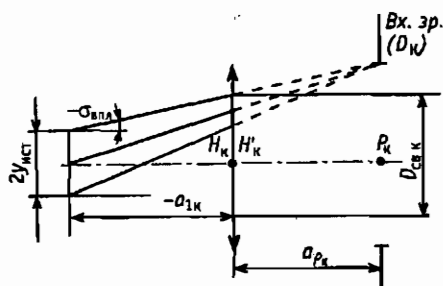
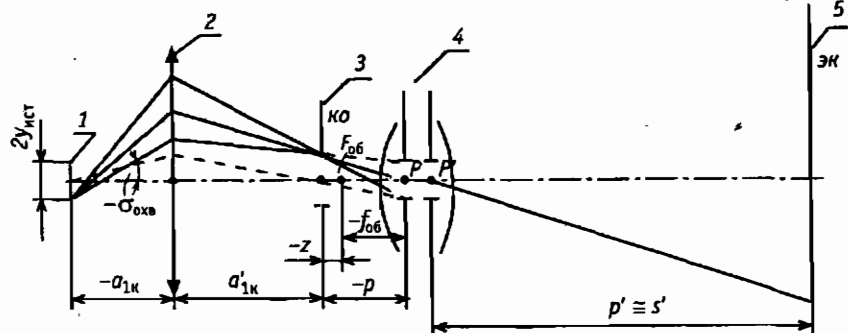


Рис. 12.7. Оптическая схема проекционной системы



Случай 2. Проецирование источника света в плоскость кадрового окна 3 (рис. 12.7).

Увеличение конденсора 2

$$\beta_k = a'_{1к} / a_{1к} = -2 y_{к0} / 2 y_{ист} = \sin \sigma_{охв} / \sin \sigma'_k,$$

где $2\sigma'_k = 2\sigma_A = D/p = D'/p' = D\beta_{об} / [f'_{об}(1 - \beta_{об})]$.

Проекционное расстояние

$$p' = p\beta_{об},$$

где $p = f_{об} + z = f_{об} + f'_{об} / \beta_{об}$.

Угол охвата конденсора

$$\sin \sigma_{охв} = -\beta_k \cdot \beta_{об} \cdot D / [2 f'_{об} (1 - \beta_{об})].$$

Относительное отверстие проекционного объектива 4

$$\frac{D}{f'_{об}} = 2(1 - \beta_{об}) \sqrt{\frac{E'_{вэк}}{\pi \tau_{ос} L_{вист}}},$$

где $L_{вист} \equiv \Phi_v / (4\pi A_1)$; A_1 — площадь проекции светящегося тела на плоскость, перпендикулярную к оптической оси; $L_{вист}$ — яркость источника 1.

Задачи с решениями

Задача 12.1. Фокусировка фотообъектива на разные плоскости осуществляется выдвиганием тубуса объектива из камеры относительно установки на бесконечность. Шкала дистанций одного из фотообъективов имеет градуировку: ∞ ; 20; 10; 7; 5; 4; 3; 2,5; 2; 1,75; 1,5; 1,25 и 1 м. Определить удаление плоскости изображения от последней преломляющей поверхности объектива при установке его на указанные дистанции, если объектив имеет фокусное расстояние $f_{об}' = 50$ мм, задний фокальный отрезок $s_{F'}' = 40,8$ мм.

Решение. Чтобы определить удаление плоскости изображения от последней преломляющей поверхности объектива при установке его на указанные в задаче дистанции, необходимо вычислить величину отрезка $z_{об}'$ (рис. 12.1), воспользовавшись формулой Ньютона

$$z_{об} \cdot z_{об}' = -f_{об}'^2,$$

тогда $z_{об}' = -f_{об}'^2/z_{об}$ и $s' = s_{F'}' + z_{об}'$. Так как расстояния $s \gg s_{F'}$, то можно принять $z_{об} = s$ и тогда для указанных дистанций:

∞ : $z_{об}' = 0$ и $s' = s_{F'}' = 40,8$ мм;

20 м: $z_{об}' = -50^2/(-20000) = 0,125$ мм, $s' = 40,8 + 0,125 = 40,925 \approx 40,9$ мм;

10 м: $z_{об}' = -50^2/(-10000) = 0,25$ мм, $s' = 40,8 + 0,25 = 41,05 \approx 41,1$ мм;

7 м: $z_{об}' = -50^2/(-7000) = 0,357$ мм, $s' = 40,8 + 0,357 = 41,157 \approx 41,2$ мм;

5 м: $z_{об}' = -50^2/(-5000) = 0,5$ мм, $s' = 40,8 + 0,5 = 41,3$ мм;

4 м: $s' = 41,4$ мм; 3 м: $s' = 41,6$ мм; 2,5 м: $s' = 41,8$ мм, 2 м: $s' = 42,0$ мм; 1,75 м: $s' = 42,2$ мм и т. д.

Задача 12.2. Для фотообъективов существует такое минимальное расстояние от объектива до плоскости предметов s_{min} , при котором предметы изображаются еще резко, если объектив сфокусирован на бесконечность. Это расстояние называется началом бесконечности, или гиперфокальным расстоянием и приобретает большой смысл в аэрофотографии, где объективы аэрофотоаппаратов сфокусированы на бесконечность и эта установка не изменяется, хотя съемка производится с разных высот.

Найти величину гиперфокального расстояния при следующих условиях съемки:

1. Фокусное расстояние объектива $f_{об}' = 40$ мм, относительное отверстие объектива $D/f_{об}' = 1:16$;

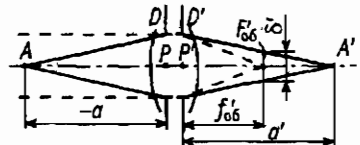
2. Фокусное расстояние объектива $f_{об}' = 40$ мм, относительное отверстие объектива $D/f_{об}' = 1:11$;

3. Фокусное расстояние объектива $f_{об}' = 1$ м, относительное отверстие объектива $D/f_{об}' = 1:16$;

4. Фокусное расстояние объектива $f_{об}' = 1$ м, относительное отверстие объектива $D/f_{об}' = 1:11$.

Во всех случаях считать максимально допустимый кружок нерезкости $\delta_{\max} \approx 0,04$ мм. Остаточными aberrациями и глубиной резкости объектива пренебречь. Конечные результаты сравнить и сделать вывод.

Решение. Лучи из бесконечности собираются в фокальной плоскости объектива на расстоянии $f_{\text{об}}'$ от задней главной точки, где по условию расположена фотопленка, а лучи от предметов с конечного расстояния $a \approx s$ собираются дальше пленки на расстоянии $a' \approx s'$ от задней главной точки, образуя кружок нерезкости δ' .



Из рисунка следует, что $\delta'/(a' - f_{\text{об}}') = D/a'$, тогда $\delta' = D(1 - f_{\text{об}}'/a')$. По формуле Гаусса найдем отрезок a' : $a' = a f_{\text{об}}'/(a + f_{\text{об}}')$.

Подставив значение a' в формулу для δ' , после преобразований найдем искомое значение отрезка

$$a_{\min} = s_{\min} = -(D f_{\text{об}}')/\delta'_{\max}.$$

Численно расстояние $s_{\min}$ равно : 1) -2,5 м; 2) -3,64 м; 3) -1562,5 м; 4) -2272,7 м.

Задача 12.3. На каком расстоянии от объектива фотоаппарата необходимо поместить миллиметровую шкалу, чтобы фотографическим способом получить шкалу с ценой деления 0,1 мм, если объектив фотоаппарата имеет фокусное расстояние $f_{\text{об}}' = 50$ мм?

Решение. Найдем линейное увеличение объектива $\beta_{\text{об}} = -2y'/2y = -0,1/1 = -0,1$. Так как линейное увеличение объектива в соответствии с формулой Ньютона определяется как $\beta_{\text{об}} = -z'/f' = -f/z$, то положение изображения шкалы относительно заднего фокуса объектива $z' = -\beta_{\text{об}} f_{\text{об}}' = -(-0,1) \cdot 50 = 5$ мм, тогда $z = -f_{\text{об}}'/\beta_{\text{об}} = -(-50)/(-0,1) = -500$ мм и положение миллиметровой шкалы относительно объектива $a_1 = f_{\text{об}} + z = -50 - 500 = -550$ мм.

Задача 12.4. При максимально выдвинутом из камеры объективе фотоаппарат дает резкие снимки с расстояния 1,5 м от объектива. С какого наименьшего расстояния можно получить резкие снимки, если применить с тем же объективом насадку с оптической силой $\Phi_{\text{н}} = 2$ дптр?

Решение. В обоих случаях отрезок a' ограничен конструкцией аппарата и $a_1' = a_2'$. Найдем, используя формулу Гаусса,

а) для объектива без насадки: $\Phi_{\text{об}} = 1/a_1' - 1/a_1$, тогда $1/a_1' = \Phi_{\text{об}} + 1/a_1$;

б) для объектива с насадкой: $\Phi_{\text{об}} + \Phi_{\text{н}} = 1/a_2' - 1/a_2$, тогда $1/a_2' = \Phi_{\text{об}} + \Phi_{\text{н}} + 1/a_2$.

Так как $a_1' = a_2'$, то $\Phi_{\infty} + 1/a_1 = \Phi_{\infty} + \Phi_n + 1/a_2$ и наименьшее расстояние, с которого можно получить резкие снимки, если использовать объектив с насадкой,

$$a_{2\min} = a_1/(1 - a_1\Phi_n) = -1500/[1 + 1500 \cdot 2/1000] = 375 \text{ мм.}$$

Задача 12.5. Определить видимый угловой диаметр Солнца и величину его изображения на пленке любительского фотоаппарата с объективом, имеющим фокусное расстояние $f_{\infty}' = 50 \text{ мм}$, если диаметр Солнца $D_{\text{сол}} = 14 \cdot 10^5 \text{ км}$, а среднее расстояние до Солнца $s = 15 \cdot 10^7 \text{ км}$.

Решение. Определим видимый угловой диаметр Солнца

$$\text{tg } \omega = D_{\text{с}}/(2s) = 14 \cdot 10^5/(2 \cdot 15 \cdot 10^7) = 0,466 \cdot 10^{-2},$$

следовательно $2\omega = 0,535^\circ \approx 32''$.

Найдем величину изображения Солнца на пленке $2y' = 2f_{\infty}' \text{tg } \omega = 2 \cdot 50 \cdot 0,466 \cdot 10^{-2} = 0,47 \text{ мм}$.

Задача 12.6. Найти диаметр изображения искусственного спутника Земли, имеющего диаметр 50 см и пролетающего на высоте 500 км , при фотографировании его фотоаппаратом с объективом, у которого фокусное расстояние $f_{\infty}' = 100 \text{ мм}$. Будет ли в действительности его фотографическое изображение равно вычисленному?

Решение. Прежде чем определить диаметр изображения искусственного спутника Земли, найдем его угловой размер

$$\text{tg } \omega = 50/(2 \cdot 5 \cdot 10^7) = 5 \cdot 10^{-7},$$

тогда $2\omega = 0,2''$ и величина изображения в фокальной плоскости объектива будет равна

$$2y' = 2f_{\infty}' \text{tg } \omega = 200 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 10^{-4} \text{ мм.}$$

Задача 12.7. Определить угловое поле фотообъектива «Гидроруссар-8» в пространстве предметов в воде. Угловое поле гидрообъектива в воздухе $2\omega = 72^\circ$. Съёмочный аппарат находится в боксе и защищен иллиминатором. Показатель преломления воды $n_{\text{в}} \approx 1,337$.

Решение. По закону преломления в обратном ходе лучей

$$n \sin \omega = n' \sin \omega',$$

где n — показатель преломления воздуха, равный единице; n' — показатель преломления воды, тогда

$$2\omega' = 2 \arcsin (\sin \omega/n') \approx 52,16^\circ.$$

Задача 12.8. Фотообъектив имеет фокусное расстояние $f_{\infty}' = 5200 \text{ мм}$ и с помощью такого объектива с расстояния $s = 5 \text{ км}$ фотографируется лицо человека со всеми мельчайшими деталями. Определить масштаб изображения.

Решение. Масштаб изображения при съемке удаленных предметов есть отношение фокусного расстояния к расстоянию до предмета съемки, тогда

$$1:M = f_{\text{об}}'/s = 5200/5 \cdot 10^6 = 1:1000.$$

Задача 12.9. Разрешающая способность R аэрофотообъектива с фокусным расстоянием $f_{\text{об}}' = 500$ мм равна 10 мм^{-1} . На каком расстоянии $2y$ такой объектив разрешает детали с высоты $s = 7500$ м?

Решение. По условию задачи минимальное расстояние между двумя разрешаемыми штрихами $0,1$ мм, тогда угловое разрешение для данного объектива $2\omega = 0,1/500 = 2 \cdot 10^{-4}$. Определим расстояние $2y$, на котором разрешает данный объектив

$$\begin{aligned} 2y &= s \cdot 2\omega = s \cdot 0,1/f_{\text{об}}' = s/(f_{\text{об}}' R) = 75 \cdot 10^3 / (500 \cdot 10) = \\ &= 1500 \text{ мм} = 1,5 \text{ м}. \end{aligned}$$

Задача 12.10. Найти глубину резкости при фотографировании фотоаппаратом с объективом, фокусное расстояние которого $f_{\text{об}}' = 100$ мм, диаметр действующего отверстия $D = 20$ мм, если допустимый кружок рассеяния $\delta_{\text{max}} = 0,01$ мм.

Решение. Если изображение фотографируется, то глубина резкости Δ определяется из предела разрешающей способности в линиях на миллиметр, т. е. $2y' = 1/R$, где R — число линий на 1 мм, тогда для предмета в бесконечности

$$\Delta = 2y' f_{\text{об}}' / D = K/R = f_{\text{об}}' \cdot \delta_{\text{max}} / D = 100 \cdot 0,01 / 20 = 0,05 \text{ мм}.$$

Задача 12.11. Какие колебания высоты самолета допустимы при аэрофотосъемке объективом с фокусным расстоянием 600 мм и диаметром входного зрачка 60 мм, если допустимый кружок нерезкости изображения $\delta' = 0,2$ мм, а масштаб съемки $1:5000$? С какой высоты производится съемка? Как изменится допустимое колебание высоты, если при тех же прочих условиях задиафрагмировать объектив до отверстия 6 мм?

Решение. Найдем высоту, с которой производится съемка. Так как $1:M \approx f_{\text{об}}'/s$, то

$$s = f_{\text{об}}' \cdot M = 600 \cdot 5000 = 3 \cdot 10^6 \text{ мм} = 3 \text{ км}.$$

Если $1:M = 1:5000$, то $M = 5000$ и глубина резко изображаемого пространства

$$\Delta = \pm \delta' f_{\text{об}}' \cdot M / D = \pm 0,2 \cdot 600 \cdot 5000 / 60 = \pm 10000 \text{ мм} = \pm 10 \text{ м}.$$

Таким образом при съемке допустимы колебания высоты самолета в пределах ± 10 метров. Если при прочих равных условиях объектив задиафрагмировать до $D = 6$ мм, т. е. уменьшить в 10 раз,

то при кружке нерезкости изображения 0,2 мм допустимые колебания высоты будут в пределах ± 100 метров.

Задача 12.12. Определить наименьшую высоту, с которой возможно аэрофотографирование объективом с $f_{об}' = 50$ см при времени выдержки $t = 1/200$ с и скорости самолета $v = 720$ км/ч, если допустимый сдвиг изображения $\delta y' = 0,2$ мм.

Решение. Известно, что сдвиг изображения подвижных предметов за время экспозиции t составляет $\delta y' = v |\beta| t$, причем масштаб изображения $\beta = f_{об}'/s$, тогда

$$\delta y' = v f_{об}' \cdot t / s.$$

Найдем наименьшую высоту $h = s$, с которой ведется аэрофотографирование объекта

$$\begin{aligned} s &= v f_{об}' \cdot t / \delta y' = 72 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 0,005 / (3600 \cdot 0,2) = \\ &= 0,25 \cdot 10^3 \text{ мм} = 2500 \text{ м}, \end{aligned}$$

Задача 12.13. Время срабатывания затвора фотоаппарата равно $1/25$ с. Какой путь пройдет винтовочная пуля, скорость которой порядка 1000 м/с, при съемке на этой установке механизма затвора? Каким должно быть время действия затвора, чтобы перемещение за время экспозиции составило 2 мм?

Решение. Определим путь, который пройдет пуля за время срабатывания затвора $s = v \cdot t = 1000 \cdot (1/25) = 40$ м.

Если перемещение s пули за время экспозиции t составляет 2 мм, то время действия затвора определим по формуле

$$t = s/v = 2/10^6 = 1/500\,000 \text{ с.}$$

Задача 12.14. Рассчитать шкалу дальности для фотоаппарата, снабженного объективом «Гелиос-89» с фокусным расстоянием 30 мм, для дистанций съемки 1; 1,5; 3; 5 и 10 м.

Решение. Подвижка объектива для фокусировки на конечные дистанции относительно положения, соответствующего бесконечно удаленному предмету, определяется по формуле

$$z' = (L/2) [1 - \sqrt{1 - (4f_{об}'/L)}] - f_{об}',$$

где L — дистанция съемки (расстояние от плоскости предмета до плоскости пленки).

Тогда для $L = 1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$ найдем

$$z' = (1000/2) [1 - \sqrt{1 - (4 \cdot 30/1000)}] - 30 = 0,958 \text{ мм};$$

Для $L = 1,5 \text{ м} = 1500 \text{ мм}$

$$z' = (1500/2) [1 - \sqrt{1 - (4 \cdot 30/1500)}] - 30 = 0,625 \text{ мм};$$

Аналогично для $L = 3 \text{ м}$ — $z' = 0,306 \text{ мм}$; для $L = 5 \text{ м}$ — $z' = 0,182 \text{ мм}$, для $L = 10 \text{ м}$ — $z' = 0,091 \text{ мм}$.

Задача 12.15. Рассчитать удлинительное кольцо для объектива «Гелиос-44», фокусное расстояние которого $f_{06}' = 58 \text{ мм}$, обеспечивающего съемку в диапазоне от 0,55 м до дистанции, обеспечиваемой фокусировкой объектива. Фокусировочная подвижка объектива определяется минимальной дистанцией съемки, равной 0,55 м.

Решение. Определим фокусировочную подвижку объектива для минимальной дистанции съемки

$$\begin{aligned} z' &= (L/2) \left[1 - \sqrt{1 - (4f_{06}'/L)} \right] - f_{06}' = \\ &= (550/2) \left[1 - \sqrt{1 - (4 \cdot 58/550)} \right] - 58 = 7,89 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Чтобы обеспечить съемку с удлинительным кольцом с дистанции 550 мм и ближе, необходимо высоту кольца сделать равной 7,89 мм. Тогда при установке дистанционного кольца объектива на деление, соответствующее бесконечности, объектив будет сфокусирован на дистанцию съемки 550 мм, а при установке дистанционного кольца на деление, соответствующее 550 мм, фокусировочная подвижка составит $z' = 2 \cdot 7,89 = 15,78 \text{ мм}$, тогда дистанция съемки будет равна

$$\begin{aligned} L &= z' + 2f_{06}' + f_{06}'^2/z' = 15,78 + 2 \cdot 58 + 58^2/15,78 = \\ &= 344,96 \text{ мм} \approx 345 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Задача 12.16. Для определения точной траектории движения искусственного спутника Земли ведется его фотографирование с помощью неподвижного телескопа с объективом, имеющим фокусное расстояние 1000 мм. Спутник пролетает в зените над телескопом на высоте 200 км со скоростью 7,8 км/с. Определить максимальную выдержку, при которой сдвиг изображения не превышает 0,02 мм.

Решение. Известно, что сдвиг изображения $\delta y'$ подвижных предметов за время экспонирования определяется по формуле $\delta y' = v |\beta| t$, тогда максимальная выдержка при допустимом сдвиге изображения определится как $t = \delta y' / (v \cdot |\beta|)$.

Найдем масштаб съемки $|\beta| = f_{06}'/s = 1000/20 \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^{-6}$. Вычислим время выдержки $t = 0,02 / (7,8 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 1/2000 \text{ с}$.

Задача 12.17. С какого максимального расстояния и в каком масштабе можно сфотографировать газетный текст (высота букв 1,5 мм) объективом с фокусным расстоянием 58 мм и фотографической разрешающей способностью в пределах кадра не хуже 40 мм⁻¹?

Решение. Установлено, что для удовлетворительного фотографического воспроизведения текста высота изображения букв должна превышать минимальный разрешаемый элемент не менее чем

в 5 раз, т. е. при $R = 40 \text{ мм}^{-1}$ минимальная высота изображения букв должна быть $(1/40) \cdot 5 = 0,125 \text{ мм}$. Тогда масштаб изображения, в котором необходимо фотографировать газетный лист бумаги, составит $|\beta| = 0,125/1,5 = 0,083$.

Найдем дистанцию съемки, обеспечивающую фотографирование газетного листа,

$$L = f_{06}' (2 - \beta - 1/\beta) = 58 (2 + 0,083 + 1/0,083) = 819,609 \text{ мм}.$$

Задача 12.18. Какую фотографическую разрешающую способность должен иметь объектив, который позволил бы сфотографировать на кадр $24 \times 36 \text{ мм}$ машинописную страницу с высотой букв текста $2,2 \text{ мм}$? Определить фокусное расстояние объектива, если расстояние от текста форматом $300 \times 210 \text{ мм}$ до плоскости изображения составляет 600 мм .

Решение. Определим масштаб съемки: $|\beta_1| = 36/300 = 0,12$; $|\beta_2| = 24/210 = 0,114$, следовательно, $|\beta| = 0,114$, тогда высота изображения букв составит $2y' = 2y \cdot |\beta| = 2,2 \cdot 0,114 = 0,25 \text{ мм}$, а необходимая разрешающая способность должна быть не менее $1:(0,25:5) = 20 \text{ мм}^{-1}$. Найдем фокусное расстояние объектива из формулы, определяющей дистанцию съемки $L = f_{06}' [2 - \beta - (1/\beta)]$.

Тогда

$$f_{06}' = L/[2 - \beta - (1/\beta)] = 600/(2 + 0,114 + 8,77) = 55,13 \text{ мм}.$$

Задача 12.19. Объектив «Юпитер-8» с фокусным расстоянием 50 мм установлен на дистанцию съемки $L = 4 \text{ м}$. Найти передний и задний планы относительно плоскости пленки при диафрагменном числе $K = 5,6$ и диаметре пятна рассеяния $\delta' = 0,04 \text{ мм}$.

Решение. В соответствии с рис. 12.2 положение переднего и заднего планов относительно плоскости пленки можно определить по формулам

$$L_1 = (z' + \Delta z' + f_{06}')^2 / (z' + \Delta z'),$$

$$L_2 = (z' - \Delta z' + f_{06}')^2 / (z' - \Delta z'),$$

где $\Delta z'$ — глубина резкости по допустимому диаметру δ' кружка рассеяния, вызванного расфокусировкой, равна $\Delta z' = \pm K \delta'$. Тогда $\Delta z' = \pm 5,6 \cdot 0,04 = \pm 0,224 \text{ мм}$.

Вычислим фокусирующую подвижку относительно плоскости, соответствующей бесконечно удаленному предмету, $z' = (L/2) [1 - \sqrt{1 - (4f_{06}'^2/L)}] - f_{06}' = (4000/2) [1 - \sqrt{1 - (4 \cdot 50^2/4000)}] - 50 = 0,6411 \text{ мм}$, тогда положение переднего плана

$$L_1 = (0,6411 + 0,224 + 50)^2 / (0,6411 + 0,224) = 2990,70 \text{ мм};$$

положение заднего плана

$$L_2 = (0,6411 - 0,224 + 50)^2 / (0,6411 - 0,224) = 6094,18 \text{ мм.}$$

Задача 12.20. Объективом «Индустар-69» с фокусным расстоянием 28 мм необходимо сфотографировать пространство от 3 м до бесконечности. Определить диафрагменное число и дистанцию фокусировки, если допустимый кружок рассеяния $\delta' = 0,03$ мм.

Решение. По условию задачи задний план находится в бесконечности. Следовательно, фокусировка должна быть осуществлена на плоскость, отстоящую от заднего фокуса на расстояние $\Delta z' = K \cdot 0,03$. Передний план будет сфокусирован на плоскость, расположенную от заднего фокуса на расстоянии $2\Delta z' = 2K \cdot 0,03$. Определим значение фокусирующей подвижки при установке объектива на дистанцию съемки $L = 3$ м по формуле $z' = (L/2) [1 - \sqrt{1 - (4f'_{06}/L)}] - f'_{06} = (3000/2) [1 - \sqrt{1 - (4 \cdot 28/3000)}] - 28 = 0,266$ мм. Плоскость пленки должна быть помещена посередине между изображениями заднего и переднего планов, т. е. $\Delta z' = 0,133$ мм. Дистанция фокусировки при этом составляет

$$L = (\Delta z' + f'_{06})^2 / z = (0,133 + 28)^2 / 0,133 = 5950,9 \text{ мм,}$$

а диафрагменное число $K = \Delta z' / \delta' = 0,133 / 0,3 = 4,4$.

Задача 12.21. Источник света дает пучок лучей в виде конуса с углом $2\sigma = 60^\circ$. Световой поток распределен внутри конуса равномерно и равен $\Phi_v = 10000$ лм. Найти силу света источника.

Решение. Определим силу света источника, используя формулу

$$I_v = \Phi_v / \Omega = \Phi_v / (4\pi \sin^2 \sigma) = 10000 / (4 \cdot 3,14 \cdot \sin^2 30^\circ) = 3,18 \cdot 10^3 \text{ кд.}$$

Задача 12.22. Источник силой света 500 кд расположен на высоте 3 м от освещаемой поверхности. Найти освещенность поверхности под источником света и в точке, расположенной на расстоянии 5 м от источника.

Решение. Известно, что освещенность площадки при равномерном распределении светового потока определяется по формуле $E_v = I_v \cos \epsilon / l^2$. Тогда для точки под источником — $l_1 = 3$ м, $\epsilon = 0$ и $E_v = 500/3^2 = 55,6$ лк. Для точки, удаленной на расстояние $l_2 = 5$ м, $\cos \epsilon = l_1/l_2 = 3/5 = 0,6$ и $E_v = 500 \cdot 0,6/5^2 = 12$ лк.

Задача 12.23. Определить освещенность элементарной площадки, расположенной на расстоянии 200 см от точечного источника света, если прямая, соединяющая источник света и площадку, образует с нормалью угол 30° . Мощность, потребляемая источником света $P = 100$ Вт, коэффициент светоотдачи $\eta = 20$ лм/Вт.

Решение. Найдем световой поток, испускаемый источником

$$\Phi_v = \eta_{cs} \cdot P = 100 \cdot 20 = 2000 \text{ лм.}$$

Тогда освещенность элементарной площадки

$$E_v = \Phi_v \cos \varepsilon / (4\pi l^2) = 2000 \cos 30^\circ / (4 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2) \approx 3,45 \cdot 10^3 \text{ лк.}$$

Задача 12.24. Светящееся тело лампы накаливания размером $2,8 \times 2 \text{ мм}$ проецируется на экран линзой со световым диаметром 30 мм . Расстояние от линзы до экрана составляет 5 м . Полный световой поток лампы 250 лм . Определить освещенность изображения. Потерями света в линзе пренебречь. Зависит ли освещенность изображения от фокусного расстояния линзы, т. е. от ее линейного увеличения?

Решение. Освещенность изображения после оптической системы вычисляется по формуле $E_v' = \pi \tau_{\text{ос}} L_{\text{ист}} \sin^2 \sigma'_{\text{л}}$. Найдем апертурный угол $\sigma'_{\text{л}}$ в пространстве изображений: $\text{tg } \sigma'_{\text{л}} = D/(2a') = 30/(2 \cdot 5000) = 0,003$, тогда $\sigma'_{\text{л}} = 0,1719^\circ$ и $\sin \sigma'_{\text{л}} = 0,003$.

Чтобы определить яркость источника, необходимо по известному полному световому потоку определить силу света, а именно $\Phi_v = 4\pi I_v$, и $I_v = \Phi_v/(4\pi) = 250/(4 \cdot 3,14) = 19,904 \text{ кд}$, тогда яркость источника $L_{\text{ист}} = I_v/A = 19,904/(2,8 \cdot 2) \cdot 10^{-6} = 3,554 \cdot 10^6 \text{ кд/м}^2$. Найдем освещенность изображения, пренебрегая коэффициентом пропускания линзы, $E_v' = 3,14 \cdot 3,554 \cdot 10^6 \cdot 0,003^2 = 100,44 \text{ лк}$.

Освещенность, как это следует из формулы, не зависит от линейного увеличения, а зависит только от яркости источника и апертурного угла в пространстве изображений, который в свою очередь определяется диаметром линзы и положением экрана.

Задача 12.25. Изображение Солнца сфокусировано на листе бумаги с помощью линзы с фокусным расстоянием 50 мм и световым диаметром 10 мм . Определить диаметр изображения, пренебрегая aberrациями, и освещенность, полагая яркость Солнца $L_{\text{ист}} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ кд/м}^2$, а его угловой диаметр $2\omega = 30'$. Коэффициент пропускания линзы $\tau_{\text{ос}} = 0,9$.

Решение. Определим диаметр изображения Солнца. Для предмета, расположенного в бесконечности, $2y' = 2f' \text{tg } \omega' = 2 \cdot 50 \text{ tg } 15' = 0,436 \text{ мм}$. Вычислим освещенность изображения в фокальной плоскости линзы, т. е. в плоскости изображения $E_v' = \pi \tau_{\text{ос}} L_{\text{ист}} \sin^2 \sigma'_{\text{л}}$, где $\sigma'_{\text{л}}$ — апертурный угол в пространстве изображений равен $\text{tg } \sigma'_{\text{л}} = D/(2f') = 10/(2 \cdot 50) = 0,1$, тогда $\sigma'_{\text{л}} = 5,71^\circ$ и $\sin \sigma'_{\text{л}} = 0,0995$.

Найдем $E_v' = 3,14 \cdot 0,9 \cdot 1,5 \cdot 10^9 \cdot 0,0995^2 = 41,97 \cdot 10^6 \text{ лк}$.

Задача 12.26. Найти оптические характеристики ($f_{\text{ос}}'$, $D/f_{\text{ос}}'$, 2ω) проекционного объектива для микрофильмирования (эпископическая проекция), если требуемая освещенность фотоматериала $E_v' = 30 \text{ лк}$, размер оригинала $1 \times 1 \text{ м}$, размер кадра $16 \times 16 \text{ мм}$. Оригинал подсвечивается двумя лампами силой света $I_v = 300 \text{ кд}$ каждая, расположенными на расстоянии $l = 1 \text{ м}$ под углом к нормали поверхности $\varepsilon = 45^\circ$. Проекционное расстояние $p' = 46 \text{ мм}$.

Решение. Оптическая схема эпископической системы, применяемой при микрофильмировании, приведена на рис. 12.4.

Определим линейное увеличение проекционного объектива $\beta_{об} = -16/1000 = -0,016$, тогда по формуле Гаусса вычислим фокусное расстояние объектива: $(1/s') - (1/s) = 1/f_{об}'$ или после преобразований $f_{об}' = s'/(1 - \beta_{об}) = p'/(1 - \beta_{об}) = 46/(1 + 0,016) = 45,28$ мм. Найдем относительное отверстие объектива по требуемой величине освещенности в плоскости фотоматериала.

$$E_v' = \pi \tau_{ос} L_{пр} \sin^2 \sigma_A',$$

где $\operatorname{tg} \sigma_A' \approx \sin \sigma_A' = D'/(2p') = D'/[2f_{об}'(1 - \beta_{об})]$. Так как $\beta_p = 1$, то $D' = D$ и $E_v' = \pi \tau_{ос} L_{пр} (D/f_{об}')^2 [1/(4(1 - \beta_{об})^2)]$.

$$\text{Найдем } D/f_{об}' = 2(1 - \beta_{об}) \sqrt{E_v' / (\pi \cdot \tau_{ос} \cdot L_{пр})}.$$

Вычислим яркость предмета, считая его диффузно отражающей поверхностью, $L_{v пр} = \rho \cdot E_{v пр} / \pi$, где освещенность плоскости предмета от двух ламп составит $E_{v пр} = m \cdot I \cos 45^\circ / l^2 = 2 \cdot 300 \cos 45^\circ / l^2 = 424,3$ лк. Тогда $D/f_{об}' = 2(1 + 0,016) \sqrt{30 / (0,7 \cdot 0,7 \cdot 424,3)} = 0,7719$ или $D/f_{об}' = 1:1,3$ (диафрагменное число $K = 1,3$).

Вычислим угловое поле объектива: $\operatorname{tg} \omega_{об} = y_{пр}/p = -y'/p' = -0,2459$, тогда $2\omega_{об} = 27,63^\circ \approx 28^\circ$.

По найденным оптическим характеристикам: $f_{об}' = 45,28$ мм, $D/f_{об}' = 1:1,3$, $2\omega = 28^\circ$ из каталога выбирают тип объектива и пересчитывают его конструктивные параметры на требуемое фокусное расстояние.

Задача 12.28. В диапроекторе используется галогенная лампа КГМ12-200 с размером проекции светящегося тела $4,5 \times 4,5$ мм и полным световым потоком 5000 лм. Найти диаметр входного зрачка объектива, обеспечивающего осевую освещенность экрана 200 лк. Принять коэффициент пропускания оптической системы объектива 0,6, проекционное расстояние $p' = 3$ м.

Решение. Оптическая схема диакопической проекции приведена на рис. 12.5. Определим яркость источника $L_{в ист} = I_{в ист} / A_{ист} = \Phi_v / (4\pi \cdot A_{ист}) = 5000 / [4 \cdot 3,14 (4,5 \times 4,5) \cdot 10^{-6}] = 19,66 \cdot 10^6$ кд/м². Найдем диаметр выходного зрачка проекционного объектива, обеспечивающего на экране освещенность 200 лк: $E_{v эк}' = \pi \cdot \tau_{ос} L_{ист} \sin^2 \sigma_A' = \pi \tau_{ос} L_{ист} [D'/(2p')]^2$, тогда

$$\begin{aligned} D' \approx D &= \sqrt{(E_{v эк}' \cdot 4p'^2) / (\pi \cdot \tau_{ос} \cdot L_{в ист})} = \\ &= \sqrt{(200 \cdot 4 \cdot 3000^2) / (3,14 \cdot 0,6 \cdot 19,66 \cdot 10^6)} = 13,94 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Задача 12.29. В диапроекторе используется лампа К220-100 с размером светящегося тела $a \times b = 8 \times 8$ мм и световым потоком $\Phi_v = 1650$ лм. Объектив проектора имеет фокусное расстояние 80 мм,

диафрагменное число $K = 4$, коэффициент пропускания оптической системы $\tau_{oc} = 0,7$. Оптическая длина осветительной части системы $L = 220$ мм. Выполнить габаритный и светотехнический расчеты оптической схемы проектора. Формат проецируемого на экран кадра 24×36 мм.

Решение. При габаритном расчете проекционной системы необходимо определить оптические характеристики объектива и конденсора. Так как диафрагменное число объектива $K = 4$, то его диаметр входного зрачка $D = f_{об}'/K = 80/4 = 20$ мм. При источнике неравномерной яркости конденсор проецирует изображение источника во входной зрачок проекционного объектива. Тогда, если диагональ источника $2y_{ист} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 11,3$ мм, то линейное увеличение конденсора $\beta_k = -D/(2y_{ист}) = -20/11,3 = -1,77$. Найдем отрезки a_{1k} и a'_{1k} , определяющие положения тела накала и его изображения относительно бесконечно тонкого конденсора, из совместного решения уравнений: $L = -a_{1k} + a'_{1k}$; $\beta_k = a'_{1k}/a_{1k}$. Тогда $a_{1k} = L/(\beta_k - 1) = 220/(-1,77 - 1) = -79,42$ мм, а $a'_{1k} = a_{1k}\beta_k = (-79,42)(-1,77) = 140,6$ мм. Фокусное расстояние конденсора в соответствии с формулой Гаусса $f_k' = a'_{1k}/(1 - \beta_k) = 140,6/(1 + 1,77) = 50,7581$ мм.

Найдем угол охвата $2\sigma_{ох}$ конденсора. Так как $\beta_k = \sin \sigma_{ох}/\sin \sigma'_{1k}$, то $\sin \sigma_{ох} = \beta_k \sin \sigma'_{1k}$. В соответствии с рис. 12.5 $\sin \sigma'_{1k} = \sin \omega_{об}$. Определим угловое поле объектива $\tan \omega_{об} = y_{кз}/a_1$, где $a_1 = f_{об} + z = f_{об} - f_{об}/\beta_{об}$. Вычислим линейное увеличение объектива, проецирующего кадр на экран. Так как $f_{об}' = p'/(1 - \beta_{об})$, то $-\beta_{об} = p'/f_{об}' - 1 = (3000/80) - 1 = 36,5$, т. е. $\beta_{об} = -36,5$. Найдем положение кадра относительно объектива $a_1 = f_{об} - (f_{об}/\beta_{об}) = (-80) - [-80/(-36,5)] = -82,2$ мм. Тогда угловое поле объектива: $\tan \omega_{об} = 43,27/[2(-82,2)] = -0,2632$ и $\omega_{об} = 14,7458^\circ$ тогда $2\omega_{об} = 29,49^\circ$, следовательно, $\sigma'_{1k} = \omega_{об} = 14,75^\circ$.

Найдем угол охвата конденсора $\sin \sigma_{ох} = \beta_k \sin \sigma'_{1k} = -1,77 \times \sin 14,75^\circ = -0,45064$ и $\sigma_{ох} = -26,78^\circ$, а $2\sigma_{ох} = 53,6^\circ$. Выполним контроль вычислений, определив проекционное расстояние $p' = p \cdot \beta_{об} = (-82,2)(-36,5) \approx 3000$ м.

Вычислим освещенность в плоскости экрана по формуле $E_{v'эк} = \pi \tau_{oc} L_{vист} \sin^2 \sigma'_{1об}$. Примем коэффициент пропускания оптической системы $\tau_{oc} = 0,7$. Вычислим яркость источника излучения $L_{vист} = \Phi_v/(4\pi A_{ист}) = 1650/(4 \cdot 3,14 \cdot 64 \cdot 10^{-6}) = 2,05 \cdot 10^6$ кд/м²; определим $\sin \sigma'_{1об} = \tan \sigma'_{1об} = D/(2p') = 20/(2 \cdot 3000) = 0,003$. Тогда

$$E_{v'эк} = 3,14 \cdot 0,7 \cdot 2,05 \cdot 10^6 \cdot 0,003^2 = 40,55 \text{ лк.}$$

Итак оптические характеристики проекционного объектива: $f_{об}' = 80$ мм, $D/f_{об}' = 1:4$, $2\omega_{об} = 29,5^\circ$, линейное увеличение $\beta_{об} = -36,5$; оптические характеристики конденсора: $\beta_k = -1,77$, $2\sigma_{ох} = 53,6^\circ$.

Задача 12.30. Фотоувеличитель предназначен для печати негативов размером 24×36 мм на фотобумагу размером 120×180 мм. В качестве источника излучения используется лампа с яркостью тела накала $L_{\text{ист}} = 2500$ кд/м, размер тела накала $a \times b = 2,9 \times 5,8$ мм, а в качестве проекционного объектива — фотообъектив «Индустар-50» с фокусным расстоянием $f_{\text{об}}' = 52$ мм и диафрагменным числом $K = 3,5$.

Определить световой диаметр конденсора, если выходной зрачок конденсора совпадает с кадровым окном фотоувеличителя, а источник расположен на расстоянии $a_{\text{ик}} = -30$ мм от конденсора. Найти освещенность фотобумаги.

Решение. Фотоувеличитель относится к проекционным системам с диаскопическим видом проекции (рис. 12.5). Линейное увеличение проекционного объектива $\beta_{\text{об}} = -5$, а положение негатива (кадрового окна) относительно объектива $a_1 = f_{\text{об}} + z = f_{\text{об}} + (-f_{\text{об}}/\beta_{\text{об}}) = (-52) - (52/5) = -62,4$ мм. Тогда положение фотобумаги определится отрезком $p' \approx s' = a' = a_1 \cdot \beta_{\text{об}} = (-62,4) \cdot (-5) = 312$ мм, или $p' = f_{\text{об}}'(1 - \beta_{\text{об}}) = 52(1 + 5) = 312$ мм. Так как в проекционном объективе увеличение в зрачках β_p приблизительно равно единице, то $D' = D = f_{\text{об}}'/3,5 = 52/3,5 = 14,9$ мм.

Найдем фокусное расстояние конденсора, предварительно определив его линейное увеличение. Так как источник неравномерной яркости, то конденсор проецирует его изображение в плоскость входного зрачка проекционного объектива и $\beta_k = -D/(2y_{\text{ист}}) = -14,9/6,48 = -2,3$, тогда фокусное расстояние конденсора $f_k' = a'_{\text{ик}}/(1 - \beta_k) = 69/(1 + 2,3) = 20,909$, так как $a'_{\text{ик}} = a_{\text{ик}} \beta_k = 69$ мм.

По условию задачи выходной зрачок конденсора совпадает с кадровым окном. Найдем положение и размер входного зрачка конденсора в обратном ходе лучей. Для обратного хода лучей запишем $\tilde{a}_{p_k} = -(69 - 62,4) = -6,6$, тогда $\tilde{a}_{p_k}' = \tilde{a}_{p_k} f_k' / (\tilde{a}_{p_k} + f_k') = (-6,6)(20,91)/(-6,6 + 20,91) = -9,6440$. Тогда $\tilde{a}_{p_k} = 9,6440$, увеличение в зрачках конденсора $\beta_{p_k} = 9,6440/6,6 = 1,46$ и диаметр входного зрачка конденсора будет равен $D_k = D_k' \cdot \beta_p = 2y_{\text{ко}} \cdot \beta_p = 43,3 \cdot 1,46 = 63,2$ мм. Определим световой диаметр бесконечно тонкого конденсора. В соответствии с рис. 12.6

$$D_{\text{св к}} = 2y_{\text{ист}} + 2a_{\text{ик}} \operatorname{tg} \sigma_{\text{впл}}; \operatorname{tg} \sigma_{\text{впл}} = [(D_k/2) - y_{\text{ист}}]/(a_{\text{ик}} - a_{p_k}) = [(63,2/2) - 3,24]/(-30 - 9,644) = -0,7154.$$

Тогда

$$D_{\text{св к}} = 6,48 + 2 [(-30) \cdot (-0,7154)] = 49,4 \text{ мм.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 12.31. Аэрофотографирование ведется с самолета, летящего на высоте 5000 м со скоростью 450 км/ч, фотоаппаратом с объективом, имеющим фокусное расстояние 300 мм. Допустимый сдвиг изображения за время экспонирования составляет 0,03 мм. Какова максимальная выдержка?

Ответ: выдержка не должна превышать $1/250$ с.

Задача 12.32. Фотографирование выполнено объективом с фокусным расстоянием 58 мм на формат кадра 24×36 мм. Какое увеличение необходимо получить при печати негатива для того, чтобы при рассматривании отпечатка с расстояния 250 мм создалось естественное впечатление? Какой формат бумаги можно использовать при печати: 9×12 ; 9×14 ; 10×15 см?

Ответ: $|\beta| = 4,31$; 10×15 см.

Задача 12.33. С какого максимального расстояния можно сфотографировать машинописный текст с высотой букв 2,2 мм с применением объектива с фокусным расстоянием 1000 мм? Фотографическая разрешающая способность на краю кадра составляет 18 мм^{-1} . Разместится ли вся машинописная страница в кадре 24×36 мм? Принять во внимание, что площадь страницы, заполненная текстом, составляет 180×250 мм.

Ответ: $L = 10$ м. Размер изображения текста машинописной страницы составит $22,7 \times 31,5$ мм и, следовательно, изображение разместится в кадре 24×36 мм.

Задача 12.34. Определить глубину изображаемого пространства и глубину резкости при рассматривании изображения глазом ($L = 250$ мм). Расстояние до предмета $p_1 = 2000$ мм, увеличение $\beta_{\text{об}} = -0,1$; объектив имеет фокусное расстояние 200 мм, диафрагменное число 8, увеличение в зрачках $\beta_p = 1$.

Ответ: глубина резко изображаемого пространства 116 мм; глубина резкости 1,3 мм.

Задача 12.35. Определить выдержку при съемке книжного текста, освещенного с расстояния 450 мм электрической лампой с силой света $I_0 = 60$ кд под углом падения $\varepsilon = 30^\circ$, коэффициент отражения $\rho = 0,6$. Фотографирование осуществляется на пленку со светочувствительностью 64 ед. ГОСТ объективом с угловым полем в плоскости изображения $2\omega' = 47^\circ$ при диафрагменном числе $K = 2$; линейное увеличение $\beta_{\text{об}} = -0,15$, увеличение в зрачках $\beta_p = 1$, коэффициент пропускания объектива $\tau = 0,9$.

Ответ: выдержка составляет $1/20$ с.

Задача 12.36. В любительском кинопроекторе использована лампа К12-90, и объектив с фокусным расстоянием 18 мм и

диафрагменным числом 1,4. Световой поток лампы 2500 лм. Размеры проекции светящегося тела 3,5×4,5 мм. Коэффициент пропускания оптической системы 0,7, а обтюратора 0,5. Формат кадра 4,5×3,3 мм. В осветительной системе кинопроектора установлен контротражатель в виде вогнутого сферического зеркала, увеличивающий полезный световой поток на 30%. Определить полезный световой поток при кинопроекции.

Ответ: $\Phi_v = 10,8$ лм.

Задача 12.37. Определить полезный световой поток в кинопроекторе (см. условие задачи 12.36), если в нем использовать галогенную лампу КГМ12-200 с размером проекции светящегося тела 4,5×4,5 мм и световым потоком 5000 лм.

Ответ: $\Phi_v = 16,8$ лм.

Задача 12.38. Определить угол охвата конденсора кинопроектора, данные которого приведены в задаче 12.37.

Ответ: $2\sigma_{\text{охв}} = 68,4^\circ$.

Задача 12.39. Полезный световой поток диапроектора составляет 50 лм. Формат кадра 24×36 мм. Определить размер экрана, на котором освещенность составляет 100 лк.

Ответ: размер экрана 577×866 мм.

Задача 12.40. Определить фокусные расстояния и световые диаметры объектива и коллектива, установленного в задней фокальной плоскости объектива оптической системы оптико-электронного прибора, а также освещенность, создаваемую системой в плоскости приемника излучения, если объект, яркость которого 5 000 кд/м², расположен на расстоянии $a_1 = -1750$ мм от объектива с диаметром входного зрачка $D = 50$ мм, относительным отверстием $D/f_{\text{об}}' = 1:8$ и угловым полем $2\omega = 2^\circ 30'$. Диаметр приемника излучения 12,5 мм. Объектив и коллектив принять за бесконечно тонкие компоненты.

Ответ: $f_{\text{об}}' = 400$ мм, $f_{\text{к}}' = 103,7$ мм, $D_{\text{св об}} = D = 50$ мм, $D_{\text{св к}} = 22,6$ мм, $E_v' = 76,7$ лк, $\beta_{\text{об}} = -0,2963$, $\beta_{\text{к}} = -0,25$.

Часть IV

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ГЛАВА 13. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ОСВЕТИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Особый класс оптических систем составляют осветительные системы. Они предназначены для того, чтобы световой поток от источника излучения направить в заданном направлении и создать необходимую освещенность в требуемой плоскости. Такой плоскостью может быть плоскость щели, плоскость кадрового окна, входного зрачка и т. д. С помощью оптической осветительной системы решаются задачи наиболее полного использования светового потока, попавшего в систему, и создания равномерной освещенности предмета.

Если освещаемый предмет находится в бесконечности, то осветительную систему называют *прожектором*. Если оптическая система имитирует источник излучения в бесконечности, то ее называют *коллиматором*.

Если освещаемый предмет находится на конечном расстоянии, то в зависимости от источника излучения (равномерной или неравномерной яркости) осветительная система проецирует источник либо во входной зрачок объектива, либо, если источник излучения равномерной яркости и нет опасения нагрева предмета, в плоскость предмета. Такие осветительные системы называются *конденсорами*. В оптико-электронных приборах конденсором называют линзу, которая проецирует плоскость выходного зрачка оптической системы прибора в плоскость приемника излучения (*линза Фабри*).

Осветительные системы могут быть линзовыми, зеркальными или зеркально-линзовыми.

В качестве осветительной системы (конденсора) можно использовать оптический растр — совокупность линзовых или зеркальных элементов (ячеек), имеющих оптическую силу.

Выбор той или иной схемы осветительной системы определяется ее назначением.

Формулы для расчета оптических схем прожекторов дальнего действия (рис. 13.1)

Освещенность изображения

$$E_v' = \pi(n'/n)^2 L_v D^2 / (4p'^2),$$

где $\tau = \tau_{\text{ос}} \cdot \tau_{\text{атм}}$ — коэффициент пропускания оптической системы; коэффициент пропускания атмосферы или другой среды на пути хода

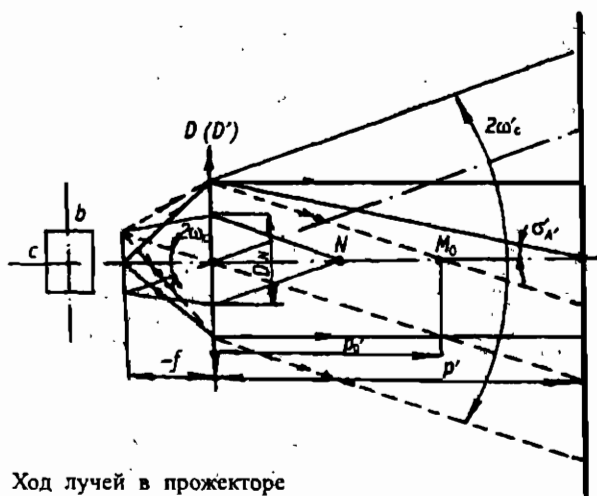


Рис. 13.1. Ход лучей в прожекторе

лучей после прожектора; $(n'/n)^2 L_v = L_v'$ — яркость изображения; $D \approx D'$ — диаметр входного (выходного) зрачка; p' — расстояние до освещаемого предмета.

Коэффициент усиления прожектора $k_{пр}$

$$k_{пр} = I_{v пр} / I_{v ист} = \tau L_{v пр} A_{вх.зр} / (L_{v ист} A_1) = \tau (D/d)^2,$$

где d — диаметр источника (или его диагональ); $A_{вх.зр}$ и A_1 — площади входного зрачка и источника соответственно; $I_{v пр}$ — сила света прожектора. Коэффициент усиления $k_{пр max}$ может достигать 10 000.

Угол рассеяния прожектора $2\omega'$:

— для точечного излучателя $2\omega' \approx \lambda/D$;

— для протяженного источника размером $c \times b$ мм

$$\text{tg } \omega'_c = c/(2f') \text{ или } \text{tg } \omega'_c = c/f', \text{ т. к. } f' \gg c;$$

$$\text{tg } \omega'_b = b/(2f') \text{ или } \text{tg } \omega'_b = b/f', \text{ т. к. } f' \gg b.$$

Диаметр освещаемой поверхности $2y' = D + 2\omega'p'$.

Дистанция оформления светового пучка прожектора, начиная с которого освещенность становится функцией расстояния p' :

$$p'_0 = Df'/c.$$

Освещенность, создаваемая прожектором на расстоянии p' от него

$$E_v' = \tau I_{v пр} / p'^2,$$

где $I_{v пр} = I_{v ист} \cdot \tau_{ос} (D/d)^2$ — сила света прожектора.

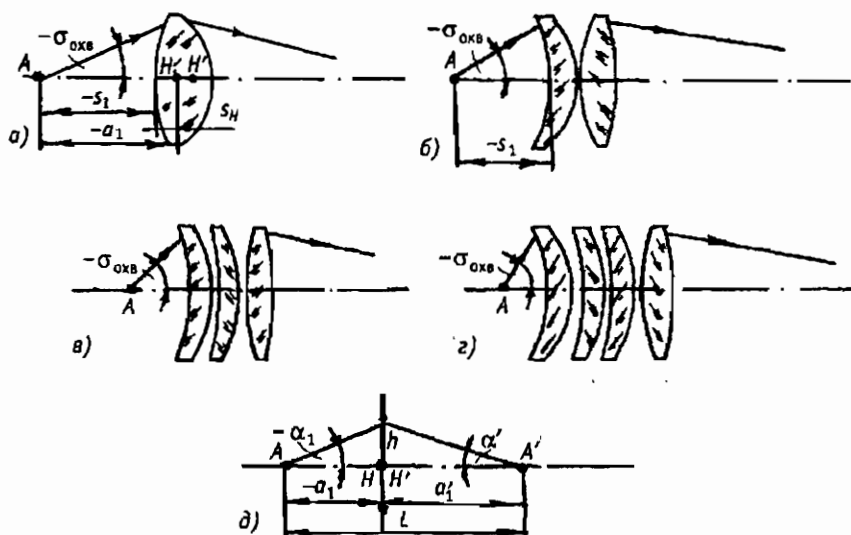


Рис. 13.2. Оптические схемы конденсоров из линз, рассчитанных на минимум сферической аберрации:

a — из одной линзы; *б* — двух линз; *в* — из трех линз; *г* — из четырех линз; *д* — бесконечно тонкий конденсор

Формулы для расчета одно-, двух-, трех-, четырехлинзовых конденсориных систем (рис. 13.2) с минимальной сферической аберрацией третьего порядка

В конденсорах из l линз, рассчитанных на минимум сферической аберрации, неизвестными являются углы $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5 \dots \alpha_{(2l-1)}$ первого параксиального луча с оптической осью, причем четные углы $\alpha_2, \alpha_4, \dots \alpha_{2l}$ относятся к стеклу линзы, нечетные — $\alpha_3, \alpha_5 \dots \alpha_{(2l-1)}$ образованы первым параксиальным лучом с оптической осью в воздухе. Условия минимума сферической аберрации для каждой линзы и «воздушных линз» (воздушные промежутки между поверхностями линз с показателями преломления $n = 1$, окруженные средами с показателями преломления $n \neq 1$), записываются в виде:

$$d(P_1 + P_2)/d\alpha_2 = 0; d(P_2 + P_3)/d\alpha_3 = 0; d(P_3 + P_4)/d\alpha_4 = 0;$$

$$d(P_4 + P_5)/d\alpha_5 = 0 \dots \text{и т. д.}$$

Из этих условий находят значения углов первого вспомогательного луча, соответствующих минимальному значению сферической аберрации третьего порядка, т. е. $\alpha_{2 \min}, \alpha_{3 \min}, \alpha_{4 \min} \dots$ и т. д.

Если к материалу линз конденсоров не предъявляются особые требования, то все линзы могут быть изготовлены из стекла одной марки с показателем преломления n .

Если конденсор проецирует источник в заданную плоскость, то первый α_1 и последний α_k' углы первого вспомогательного луча в соответствии с принятой нормировкой равны: $\alpha_1 = \beta$, $\alpha_k' = 1$. Тогда четные (внутренние) углы первого вспомогательного луча, определяемые из условия минимума сферической аберрации, можно вычислить по эмпирической формуле:

$$\alpha_i = [(2n+1)/(n+2)]\{[2l-(i-1)]\beta + (i-1)\}/(2l),$$

где $i = 2, 4, 6, \dots, 2l$.

Эмпирическая формула для определения нечетных (внешних) углов имеет вид

$$\alpha_i = \{[2l-(i-1)]\beta + (i-1)\}/(2l),$$

где $i = 3, 5, 7, \dots, (2l-1)$.

Если изображение источника проецируется конденсором в бесконечность, то конденсор рассчитывается в обратном ходе лучей при нормировке $\alpha_1^\infty = 0$, $\alpha_k' = 1$. Эмпирические формулы для определения углов первого вспомогательного луча будут иметь вид:

для четных (внутренних) углов

$$\alpha_i^\infty = [(2n+1)/(n+2)](i-1)/(2l),$$

где $i = 2, 4, 6, \dots, 2l$.

для нечетных (внешних) углов

$$\alpha_i^\infty = (i-1)/(2l),$$

где $i = 3, 5, 7, \dots, (2l-1)$.

В приведенных формулах: l — число тонких линз в конденсоре; i — порядковый номер угла первого вспомогательного луча с оптической осью, n — показатель преломления стекла, из которого сделаны линзы, β — линейное увеличение конденсора.

По найденным углам α_i вычисляют радиусы бесконечно тонких линз конденсора по формуле:

$$r_{v\text{тн}} = h \frac{n_v' - n_v}{n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v},$$

причем, если $s_1 \neq -\infty$, то $h = a_1 \alpha_1 = a_1 \beta$; если $s_1 = -\infty$, то $h = f'$.

В конденсорах все линзы положительные, поэтому толщины линз по оптической оси определяются по формуле

$$d_v = k_v + d_{\min} - k_{v+1},$$

где

$$k_v = r_{v\text{тн}} \pm \sqrt{r_{v\text{тн}}^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2},$$

При переходе к радиусам линз конечной толщины сначала вычисляют высоты первого параксиального луча

$$h_{v+1} = h_v - d_v \alpha_{v+1},$$

а затем радиусы линз конечной толщины:

$$r_v = (h_v/h) r_{v \text{ тн.}}$$

Формулы для определения углов первого вспомогательного луча для конденсоров из различного числа линз при различных условиях нормировки первого вспомогательного луча приведены в табл. 13.1, а (для предмета — на конечном расстоянии и $\alpha_1 = \beta$, $\alpha_k' = 1$, $h = a_1 \alpha_1$) и в табл. 13.1, б (для предмета — в бесконечности и $\alpha_1 = 0$, $\alpha_k' = 1$, $h = f' = 1$).

Формулы для определения конструктивных параметров апланатического мениска (рис. 13.3), устанавливаемого в конденсорных системах для увеличения угла охвата.

Так как первая поверхность мениска концентрична предмету, то $r_1 = s_1$.

$n_2 s_2 = n_2' s_2'$ — условие апланатичности для второй поверхности.

Уравнение параксиального луча для второй поверхности

$$\frac{n_2'}{s_2'} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_2' - n_2}{r_2},$$

тогда

$$r_2 = s_2 n_2 / (n_2 + 1) = (r_1 - d_1) n_2 / (n_2 + 1),$$

где $d_1 = k_1 + d_{\min} - k_2$, $k_1 = r_1 + \sqrt{r_1^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2}$; $k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2}$.

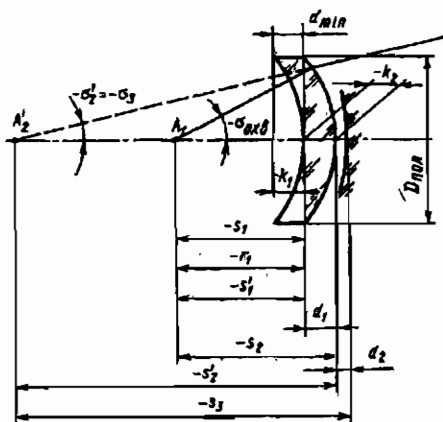
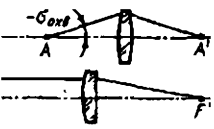
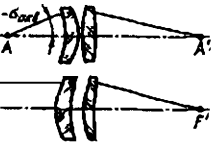
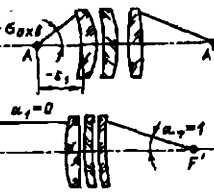
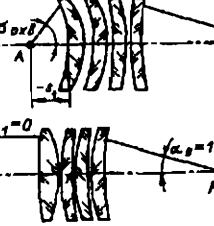


Рис. 13.3. Ход лучей в апланатическом мениске

Таблица 13.1

Схема конденсора	Формулы для расчета углов $\alpha_{v \min}$	
	а) $s_1 \neq -\infty$	б) $s_1 = -\infty$
	$\alpha_1 = \beta;$ $\alpha_2 = (2n+1)(1+\beta)/[2(n+2)];$ $\alpha_3 = 1$	$\alpha_1 = 0;$ $\alpha_2 = (2n+1)/[2(n+2)];$ $\alpha_3 = 1$
	$\alpha_1 = \beta;$ $\alpha_2 = (2n+1)(3\beta+1)/[4(n+2)];$ $\alpha_3 = (\beta+1)/2;$ $\alpha_4 = (2n+1)(\beta+3)/[4(n+2)];$ $\alpha_5 = 1$	$\alpha_1 = 0;$ $\alpha_2 = (2n+1)/[4(n+2)];$ $\alpha_3 = 0,5;$ $\alpha_4 = 3(2n+1)/[4(n+2)];$ $\alpha_5 = 1$
	$\alpha_1 = \beta;$ $\alpha_2 = (2n+1)(5\beta+1)/[6(n+2)];$ $\alpha_3 = (2\beta+1)/3;$ $\alpha_4 = (2n+1)(\beta+1)/[2(n+2)];$ $\alpha_5 = (\beta+2)/3;$ $\alpha_6 = (2n+1)(\beta+5)/[6(n+2)];$ $\alpha_7 = 1$	$\alpha_1 = 0;$ $\alpha_2 = (2n+1)/[6(n+2)];$ $\alpha_3 = 1/3;$ $\alpha_4 = (2n+1)/[2(n+2)];$ $\alpha_5 = 2/3;$ $\alpha_6 = 5(2n+1)/[6(n+2)];$ $\alpha_7 = 1$
	$\alpha_1 = \beta;$ $\alpha_2 = (2n+1)(7\beta+1)/[8(n+2)];$ $\alpha_3 = (3\beta+1)/4;$ $\alpha_4 = (2n+1)(5\beta+3)/[8(n+2)];$ $\alpha_5 = (\beta+1)/2;$ $\alpha_6 = (2n+1)(3\beta+5)/[8(n+2)];$ $\alpha_7 = (\beta+3)/4;$ $\alpha_8 = (2n+1)(\beta+7)/[8(n+2)];$ $\alpha_9 = 1$	$\alpha_1 = 0;$ $\alpha_2 = (2n+1)/[8(n+2)];$ $\alpha_3 = 1/4;$ $\alpha_4 = 3(2n+1)/[8(n+2)];$ $\alpha_5 = 1/2;$ $\alpha_6 = 5(2n+1)/[8(n+2)];$ $\alpha_7 = 3/4;$ $\alpha_8 = 7(2n+1)/[8(n+2)];$ $\alpha_9 = 1$

Уравнение, из которого следует определять радиус кривизны второй поверхности апланатического мениска,

$$r_2^2 (1 - n_2^2) - 2an_2r_2 + n_2^2 [a^2 + (D_{\text{пол}}/2)^2] = 0,$$

где $a = r_1 - k_1 - d_{\text{мин}}$.

После определения толщины d_1 мениска всегда следует уточнить значение радиуса кривизны по формуле

$$r_2 = (r_1 - d_1) n_2 / (n_2 + 1).$$

Значение угла $\sigma'_2 = \sigma_3$ после мениска: $\sin \sigma_3 = \sin \sigma_{\text{охв}} / \beta_m$.

Величина отрезка s'_2 : $s'_2 = r_2(n_2 + 1)$.

Увеличение апланатического мениска: $\beta_m = s'_1 \cdot s'_2 / (s_1 \cdot s_2) = n_2 = n$.

Формулы для вычисления сферической аберрации третьего порядка:

1. В конденсорах из бесконечно тонких линз, рассчитанных на минимум сферической аберрации:

– продольная сферическая аберрация

$$\Delta s'_{\text{III}} = -0,5 \sigma_k'^2 S_1 = -0,5 \sigma_k'^2 a_1 \beta P_{\text{мин}} = -0,5 a_1 \sigma_1'^2 P_{\text{мин}} / \beta,$$

где $P_{\text{мин}} = \sum_{v=1}^{v=k} P_v = \sum_{v=1}^{v=k} [\delta \alpha_v / \delta (1/n)_v]^2 \delta (\alpha/n)_v$; $\sigma' = \sigma_1 / \beta$ в радианах;

– поперечная сферическая аберрация

$$\Delta y'_{\text{III}} = \Delta s'_{\text{III}} \cdot \sigma' = -0,5 a_1 \sigma'^3 \beta \sum_{v=1}^{v=k} P_v,$$

– кружок рассеяния в плоскости наименьшего кружка (ПНК):

$$2\Delta y'_{\text{III ПНК}} = 0,25 a_1 \sigma'^3 \beta \sum_{v=1}^{v=k} P_v,$$

если $s = -\infty$, то

$$\Delta s'_{\text{III}}^{\infty} = -0,5 (m^2 / f') P_{\text{мин}}^{\infty}; \Delta y'_{\text{III}}^{\infty} = -0,5 (m^3 / f'^2) P_{\text{мин}}^{\infty}.$$

2. Конденсор из двух бесконечно тонких плосковыпуклых линз с параллельным ходом лучей между линзами:

– продольная сферическая аберрация (определяется суммированием аберраций):

$$\Delta s'_{\text{III}} = (\Delta s'_{\text{III}})_1 \cdot \beta^2 + (\Delta s'_{\text{III}})_2,$$

или

$$\Delta s'_{\text{III}} = -0,5 (m^2 / f_2') P^{\infty} [1 - \beta^3],$$

где

$$P^{\infty} = \overleftarrow{P}_1^{\infty} = \overrightarrow{P}_2^{\infty} = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 \cdot n}; \quad m = a_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{охв}}.$$

– поперечная сферическая аберрация:

$$2y'_{\text{III}} = 2|\Delta s'_{\text{III}}| \sigma'_4 = m^3 P^{\infty} (1 - \beta^3) / f_2'^2.$$

– кружок рассеяния в ПНК:

$$2y'_{\text{ПНК}} = m^3 P^{\infty} (1 - \beta^3) / (4f_2'^2).$$

Определение эффективного линейного увеличения конденсора в ПНК при $a_p = 0$

$$\beta_{\Phi} = \beta - (3/8)\beta (\sigma_{\text{кр}}'^2 / a_{\text{к}}') (S_1 - S_{\text{II}}).$$

Оптический растр в качестве осветительной системы (рис. 13.4).

Период растра t_1 (расстояние между оптическими осями элементов растра 1).

Период растра 2: $t_2 = t_1(1 - d/s_1)$, где d — расстояние между растрами; s_1 — расстояние от тела накала источника света до элементов растра 1.

Фокусные расстояния элементов растра.

$$f_1' = s_1 d / (s_1 - d); \quad f_2' = (s_1 - d) s_2' / (s_1 - d - s_2'),$$

где s_2' — удаление входного зрачка 3 от растра 2.

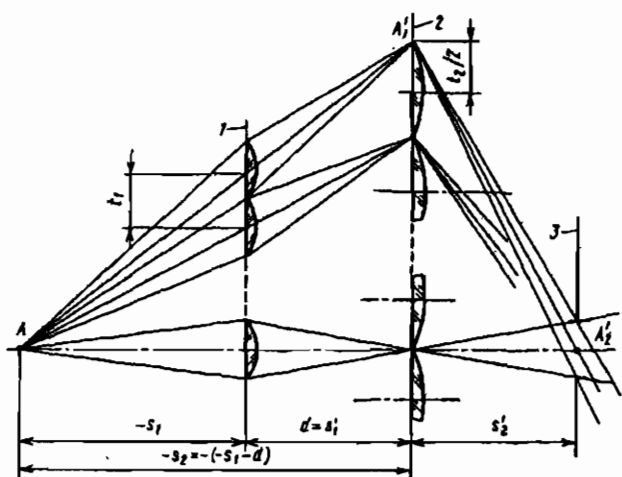


Рис. 13.4. Оптический растр в качестве конденсора

Задачи с решениями

Задача 13.1. Определить конструктивные параметры однолинзовых конденсоров, выполненных из стекла марки К8, рассчитанных на минимум сферической aberrации, для различных углов охвата $2\sigma_{\text{ох}}$, от 10° до 20° при линейном увеличении $\beta = -1$.

Сравнить в aberrационном отношении рассчитанные конденсоры, если a_1 — положение нити накала относительно главной плоскости равно -100 мм. Конденсор работает в видимой области спектра ($n_e = 1,51829$).

Решение. Одиночная линза (рис. 13.5), рассчитанная на минимум сферической aberrации, часто применяется в качестве конденсора. Угол охвата $2\sigma_{\text{ох}}$ такого конденсора тем больше, чем больше допустимый диаметр $2\Delta u'$ кружка рассеяния лучей, размеры которого определяются конкретными условиями применения конденсора.

Для линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, и для предмета, находящегося на конечном расстоянии, поперечную сферическую aberrацию в плоскости Гаусса можно определить по следующей формуле:

$$\Delta u' = -0,5 \sigma_2'^3 a_1 \beta \left\{ \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \times \right. \\ \times (1 - \beta^3) - \frac{(2n+1)^2}{4n(n+2)} \times \\ \times (1 - \beta^2)(1 + \beta) \left. \right\}. \quad (13.1)$$

В плоскости наименьшего кружка рассеяния, смещенной относительно гауссовой плоскости на величину $3/4 \Delta s_{\text{кр}}'$, диаметр кружка рассеяния будет в четыре раза меньше, чем в плоскости Гаусса, тогда $2\Delta u'_{\text{мин}} = 0,5 \Delta u'$. У конденсоров осветительных систем диаметр наименьшего кружка рассеяния составляет несколько процентов χ от величины изображения источника, т. е. $2\Delta u'_{\text{мин}} = \chi \beta D_{\text{ист}}$, причем $\beta D_{\text{ист}} = 2u'$ — при изображении источника в плоскости фильмового окна или щели, где $\beta = \sin \sigma_{\text{ох}} / \sin \sigma_2'$ и $\beta D_{\text{ист}} = D$ — при изображении источника во входном зрачке. У осветителей величина χ находится в пределах от 3 до 10% — для хорошо скорректированных систем и от 20 до 30% и более — для систем с большими aberrациями.

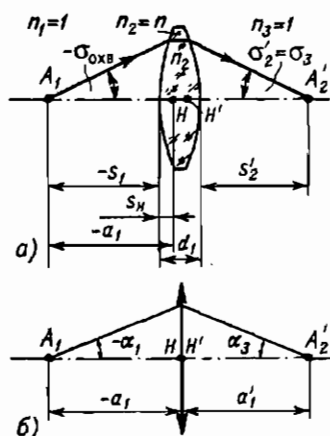


Рис. 13.5. Одиночная конденсорная линза, рассчитанная на минимум сферической aberrации:

а — линза конечной толщины; б — бесконечно тонкая линза

По условию задачи конденсорная линза дает изображение с увеличением $\beta = -1$, тогда

$$\begin{aligned} 2\Delta y'_{\min} &= 0,25 \sigma_2'^3 a_1 (-1) \left[1,518\,29 / (1,518\,29 - 1) \right]^2 (1+1) = \\ &= -4,290\,76 \sigma_2'^3 a_1. \end{aligned} \quad (13.2)$$

Если теперь величину допустимого кружка рассеяния $2\Delta y'_{\min}$ задать равной 0,5% от произведения $\beta D_{\text{ист}}$ или от a_1' , так как $\beta = a_1'/a_1$, то из (13.2) получим:

$$0,005 a_1' = -4,290\,76 \sigma_2'^3 a_1, \text{ отсюда}$$

$$\sigma_2'^3 = 0,005 a_1' / (-4,290\,76 \cdot a_1) = 0,5 / 429,076 = 0,001\,165;$$

$$\sigma_2' = 0,105\,231 \text{ рад}$$

и так как $|\sigma_{\text{оха}}| = |\sigma_2'|$ при $\beta = -1$, то $2\sigma_{\text{оха}} = 12,1^\circ$. При этом диаметр наименьшего кружка рассеяния при $-a_1 = a_1' = -100 \text{ мм}$ будет равен

$$2\Delta y'_{\min} = 0,005 \cdot 100 = 0,5 \text{ мм.}$$

Если задать $\chi = 1\%$, т. е. $2\Delta y'_{\min} = 0,01 \cdot a_1'$, то

$$0,01 a_1' = -4,290\,76 \sigma_2'^3 a_1;$$

тогда

$$\sigma_2'^3 = 0,002\,3306; \sigma_2' = 0,132\,58 \text{ рад}; 2\sigma_{\text{оха}} = 15,2^\circ.$$

Расчеты показывают, что при увеличении угла охвата до 15° кружок рассеяния увеличивается почти вдвое: $2\Delta y'_{\min} = 0,01 \cdot 100 = 1 \text{ мм}$.

Найдем конструктивные параметры конденсора при $\beta = -1$ и углах охвата $2\sigma_{\text{оха}} = 10, 12, 16, 20^\circ$.

В начале расчета полагаем линзу бесконечно тонкой $d_1 = 0$, тогда $h_1 = h_2 = h$. Рассчитаем ее на минимум сферической аберрации. При этом примем следующую нормировку для первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = \beta$; $\alpha_3 = 1$; $h = a_1 \alpha_1 = a_1 \beta$.

Определим фокусное расстояние линзы в воздухе, используя формулу Гаусса $1/f' = 1/a_1' - 1/a_1$, тогда $f' = a_1' a_1 / (a_1 - a_1') = 50,0$. Из условия минимума сферической аберрации для одиночной линзы при $s \neq -\infty$ найдем

$$\alpha_{2\min} = (2n + 1)(1 + \beta) / [2(n + 2)] = 0,$$

тогда радиусы кривизны бесконечно тонкой линзы по известным значениям углов первого вспомогательного луча вычислим по формулам:

$$r_{1\text{тл}} = a_1 \beta (n_2 - n_1) / (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) = 51,829;$$

$$r_{2\text{тл}} = a_1 \beta (n_3 - n_2) / (n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2) = -51,829.$$

Вычислим радиусы кривизны линзы конечной толщины при условии, что $\beta = \text{const}$. Для этого определим световой и полный диаметры линзы для $2\sigma_1 = 10^\circ$ при $a_p = 0$:

$$D_{\text{св}} = 2a_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{св}} = 2(-100) \operatorname{tg} (-5^\circ) = 17,5;$$

$$D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 17,5 + 1,5 = 19,0.$$

Вычислим толщину линзы

$$d_1 = k_1 + d_{\text{min}} - k_2,$$

где

$$k_1 = r_{1\text{тн}} - \sqrt{r_{1\text{тн}}^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = 0,878; \quad k_2 = -0,878; \quad d_1 = 3,6.$$

Определим положение передней главной плоскости $s_H = -f'[(n_2 - 1)/n_2 r_2]$ $d_1 = 1,186$ и величину отрезка $s_1 = a_1 + s_H = -98,814$. Тогда высоты первого вспомогательного луча в линзе конечной толщины будут равны $h_1 = s_1 \beta = 98,814$; $h_2 = h_1$, так как $\alpha_2 = 0$, и соответственно радиусы линз конечной толщины найдем по формуле

$$r_1 = h_1(n_2 - n_1)/(n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) = 51,2146;$$

$$r_2 = -r_1 = -51,2146.$$

Таким образом, получены следующие конструктивные параметры конденсора:

		Марка стекла	n_r	$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = 51,2146$	$d_1 = 3,6$	К8	1,5183	17,5	19,0
$r_2 = -51,2146$					

Контроль определения радиусов кривизны линзы конечной толщины выполняется расчетом хода первого параксиального луча по формуле

$$n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v = h_v(n_v' - n_v)/r_v,$$

приняв $\alpha_1 = \beta = -1,0$; $h_1 = s_1 \beta = 98,8145$, найдем

$$\alpha_2 = n_1 \alpha_1 / n_2 + h_1(n_2 - n_1)/(n_2 r_1) = 0; \quad h_2 = h_1;$$

$$\alpha_3 = n_2 \alpha_2 / n_3 + h_2(n_3 - n_2)/(n_3 r_2) = 1,0;$$

$$\beta = \alpha_1 / \alpha_3 = -1,0,$$

следовательно, радиусы кривизны поверхностей конденсора найдены верно.

Результаты вычисления конструктивных параметров однолинзовых конденсоров для углов охвата $12, 16, 20^\circ$ приведены в табл. 13.2.

Анализ конструктивных параметров однолинзовых конденсоров, полученных при одном линейном увеличении, но при различных углах охвата, показывает, что с увеличением угла охвата увеличи-

Таблица 13.2. Конструктивные параметры однолинзовых конденсоров для различных углов охвата при $\beta = -1^\circ$, мм. Марка стекла К8

$2\sigma_{\text{ома}}$ угл. градус	s_1	r^*	d	ϵ_1 угл. градус	n_e	$D_{\text{а}}$
10	-98,81	51,29 -51,29	3,6	14,84	1,5183	17,5
12	-98,55	51,05 -51,05	4,4	17,87	1,5183	21,0
16	-97,94	50,82 -50,82	6,2	24,07	1,5183	28,1
20	-97,06	50,35 -50,35	8,9	30,52	1,5183	35,3

* Значения радиусов кривизны приведены по ГОСТ 1807-75.

Таблица 13.3. Таблица остаточных aberrаций однолинзовых конденсоров с различными углами охвата, мм. Марка стекла К8

$2\sigma_{\text{ома}}$ угл. градус	r	d	n_e	m	$\Delta s'_e$	$\Delta y'_e$	$\Delta\beta$	$\eta, \%$
10	51,29 -51,29	3,6	1,5183	4,32	-1,620	-0,072	0,016	-0,02
				6,11	-3,237	-0,207	0,032	-0,00
				7,49	-4,850	-0,386	0,048	-0,02
				8,64	-6,461	-0,604	0,064	+0,01
12	51,05 -51,05	4,4	1,5183	5,18	-2,331	-0,125	0,023	-0,02
				7,32	-4,654	-0,363	0,046	-0,02
				8,97	-6,973	-0,682	0,069	0,00
				10,36	-9,288	-1,076	0,092	0,00
16	50,82 -50,82	6,2	1,5183	6,88	-4,136	-0,303	0,041	-0,06
				9,73	-8,253	-0,893	0,081	-0,03
				11,92	-12,364	-1,716	0,121	0,10
				13,76	-16,487	-2,771	0,160	0,36
20	50,35 -50,35	8,9	1,5183	8,56	-6,440	-0,606	0,064	-0,14
				12,01	-12,846	-1,837	0,126	-0,04
				14,82	-19,279	-3,642	0,187	0,37
				17,11	-25,816	-6,116	0,247	1,32

Примечание. Величины кружка рассеяния получены в плоскости Гаусса.

ваются углы падения луча ϵ_1 на первой поверхности линз конденсоров, что в свою очередь приводит к увеличению aberrаций третьего порядка, а при очень больших углах ϵ_1 — и высшего порядка.

Результаты вычисления aberrаций в конденсорах, выполненные точным путем, представлены в табл. 13.3. Графически можно найти положение плоскости наименьшего кружка рассеяния и его величину. Покажем это для случая, когда $2\sigma_{\text{окв}} = 12^\circ$. Для этого (рис. 13.6) по оси абсцисс отложим значения продольной сферической aberrации для края и зоны апертурного угла (точки A_1 и A_2), а по оси ординат отложим значения кружков рассеяния $2\Delta y'$ в плоскости Гаусса (точки B_1 и B_1' , B_2 и B_2'). Точки A_1 , B_1 и A_1 и B_1' , а также точки A_2 , B_2 и A_2 , B_2' соединим прямыми линиями. Найдем точки пересечения прямых (точки C и C'). Через точки C и C' проведем линию. Отрезок $OK = -7,35$ соответствует величине продольной сферической aberrации в плоскости наименьшего кружка, $CC' = 0,48$ мм и соответствует величине кружка наименьшего рассеяния в этой плоскости. Сравним величину наименьшего кружка рассеяния, полученную при графическом построении, с величиной кружка рассеяния, полученной по формуле (13.1):

$$(2\Delta y'_{\text{min}})_{\text{расч}} = 0,5 \text{ мм}; (2\Delta y'_{\text{min}})_{\text{граф}} = 0,48 \text{ мм}.$$

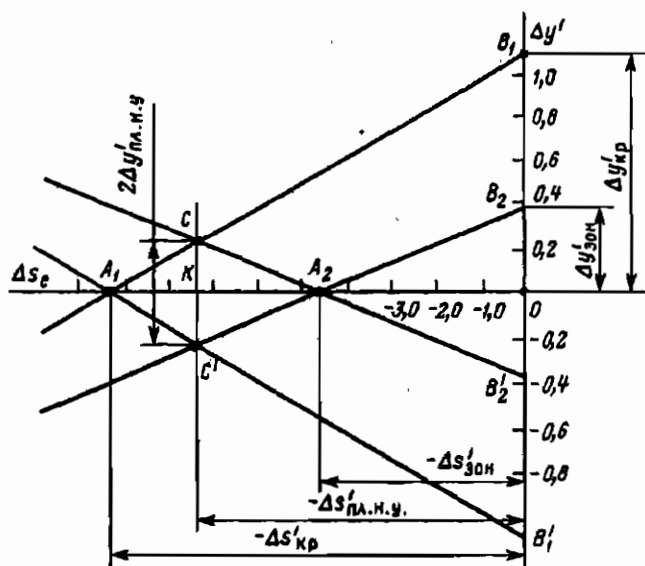


Рис. 13.6. Графический способ определения положения плоскости наилучшей установки

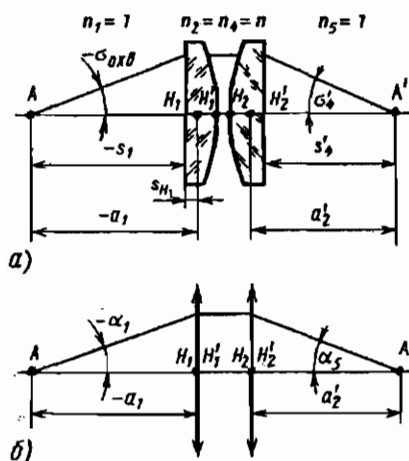


Рис. 13.7. Конденсор из двух плоско-выпуклых линз:

a — линз конечной толщины; b — бесконечно тонких линз

Следовательно, для конденсоров при небольших углах охвата можно определять aberrации, используя формулы теории aberrаций третьего порядка.

Задача 13.2. Рассчитать двухлинзовый конденсор (рис. 13.7), состоящий из двух плосковыпуклых линз с параллельным ходом лучей между ними, если линейное увеличение конденсора $\beta = -1$, угол охвата $2\sigma_{\text{охв}} = 20^\circ$ и $a_1 = -100$ мм. Линзы конденсора выполнены из стекла марки К8 ($n_e = 1,51829$).

Сравнить aberrации однолинзового конденсора, рассчитанного в задаче 13.1, и двухлинзового с тем же углом охвата и линейным увеличением.

Решение. Оптическая схема конденсора с ходом первого параксиального луча представлена на рис. 13.7.

Чтобы между двумя плосковыпуклыми линзами проходил параллельный пучок лучей, необходимо, чтобы $a_1 = f_1$; $a_2' = f_2'$. Так как увеличение в параксиальной области определяется по формуле $\beta = -f_2'/f_1'$, то $f_2' = -\beta f_1'$, если $\beta = -1$, то $f_1' = f_2' = 100$. Оптическая сила линзы равна

$$\Phi_\mu = 1/f_\mu' = (n-1)(1/r_v - 1/r_{v+1}) + [(n-1)^2/n] d_\mu / (r_v r_{v+1}),$$

тогда для плосковыпуклой линзы при $r_1 = \infty$

$$\Phi_1 = 1/f_1' = (n_2 - 1)(0 - 1/r_2) \text{ и } r_2 = -f_1'(n_2 - 1),$$

а при $r_4 = \infty$

$$\Phi_2 = 1/f_2' = (n_4 - 1)(1/r_3 - 0); \quad r_3 = f_2'(n_4 - 1).$$

Определим радиусы кривизны поверхностей линз при $n_2 = n_4 = n$

$$r_2 = -f_1'(n_2 - 1) = -51,829; \quad r_3 = 51,829.$$

Вычислим световой и полный диаметры линз конденсора и их толщину. В соответствии с рис. 13.7, когда $a_P = 0$

$$D_{ca} = 2a_1 \operatorname{tg}(-10^\circ) = 35,3;$$

$$D_{пол} = D_{ca} + \Delta D = 37,3 \approx 38,0.$$

Толщины линз определим по формулам

$$d_1 = k_1 - k_2 + 2; \quad k_1 = 0; \quad k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{пол}/2)^2} = -3,61,$$

тогда $d_1 = 5,6$; $k_4 = 0$; $k_3 = 3,47$ и $d_2 = 5,5$. Примем $d_2 = 0,4$ («касание линз по центру»).

Рассчитанный конденсор имеет следующие конструктивные параметры:

		n_e		D_{ca}	$D_{пол}$
$r_1 = \infty$					
$r_2 = -51,88$	$d_1 = 5,5$	1,5183	K8	35,3	38
	$d_2 = 0,4$				
$r_3 = 51,88$	$d_3 = 5,5$	1,5183	K8	35,3	38
$r_4 = \infty$					

Определим величину отрезка $s_1 = a_1 + s_H$, где $s_H = -f_1'[(n-1)/nr_2]$ $d_1 = d_1/n = 3,69$, тогда $s_1 = -96,31$. Вычислим сферическую aberrацию системы из бесконечно тонких линз в области aberrаций третьего порядка, используя правило сложения aberrаций:

$$\Delta s'_{III} = (\Delta s'_{III})_1 \beta^2 + (\Delta s'_{III})_2,$$

где

$$(\Delta s'_{III})_1 = -0,5(m^2/f_1') \vec{P}_1^{\infty}; \quad (\Delta s'_{III})_2 = -0,5(m^2/f_2') \vec{P}_2^{\infty};$$

$$\vec{P}_1^{\infty} = \vec{P}_2^{\infty} = P^{\infty} = (n^3 - 2n^2 + 2)/[n(n-1)^2] = 2,1811,$$

$$\Delta s'_{III} = -0,5(m^2/f_2') P^{\infty} (1 - \beta^3) = -6,795;$$

$$2\Delta y'_{III} = (m^3/f_2'^2) P^{\infty} (1 - \beta^3) = 2,399.$$

Aberrации конденсора, вычисленные точным путем, представлены в табл. 13.4.

Сравнивая aberrации однолинзового конденсора (табл. 13.3) с aberrациями двухлинзового конденсора (табл. 13.4) при $\beta = -1$ и $2\sigma_{охв} = 20^\circ$, можно отметить, что, несмотря на равенство оптических сил двухлинзовой системы и однолинзового конденсора, aberrации двухлинзовой системы в несколько раз меньше, чем в конденсоре, рассчитанном на минимум сферической aberrации. Объясняется это тем, что выпуклые поверхности линз (рис. 13.7) обращены

Таблица 13.4. Таблица aberrаций двухлинзового конденсора из двух плосковыпуклых линз, мм
 $\beta = -1$; $2\sigma_{\text{окв}} = 20^\circ$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'_e$	$\Delta y'_e$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'_{F'}$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'_{C'}$	
0	0	0	0	-1,546	0	+1,554	0	-3,094
8,5	-1,627	-1,144	-0,04	-3,137	-0,282	-0,109	-0,009	-3,028
12,0	-3,247	-0,414	-0,04	-4,724	-0,612	-1,765	-0,222	-2,959
14,7	-4,862	-0,776	+0,01	-6,306	-1,021	-3,414	-0,536	-2,892
17,0	-6,472	-1,217	+0,13	-7,883	-1,505	-5,057	-0,936	-2,826

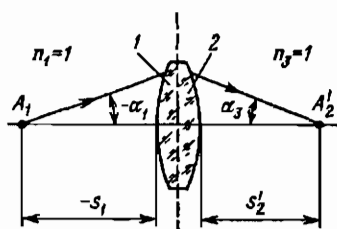


Рис. 13.8. Однолинзовый конденсор

в сторону параллельного пучка лучей, идущего между линзами, в то время как в однолинзовой системе, если ее мысленно рассматривать как комбинацию двух плосковыпуклых линз 1 и 2, соприкасающихся плоскими поверхностями (рис. 13.8), параллельный пучок лучей падает на плоские поверхности.

Конденсор из двух плосковыпуклых линз целесообразно применять в системах с увеличениями β от -1 до -3 при углах охвата до 30° .

Задача 13.3. Рассчитать двухлинзовый конденсор (рис. 13.7), состоящий из двух плосковыпуклых линз с параллельным ходом лучей между ними, если линейное увеличение конденсора $\beta = -3$, угол охвата $2\sigma_{\text{окв}} = 30^\circ$, положение нити накала относительно первой плоской поверхности конденсора $s_1 = -42$ мм. Линзы конденсора выполнены из стекла марки К8, размер тела накала $a \times b = 2,5 \times 5,45$ мм.

Решение. Определим световой и полный диаметры линз конденсора, полагая $s_p = 0$:

$$D_{\text{св}} = 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{окв}} = 2(-42) \operatorname{tg} (-15^\circ) = 22,5 \text{ мм, тогда}$$

$$D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 22,5 + 1,8 = 24,3, D_{\text{пол по шр}} = 25 \text{ мм.}$$

Для того, чтобы между линзами конденсора шел параллельный пучок лучей, необходимо, чтобы нить накала источника находилась в передней фокальной плоскости первой линзы. Так как задан отрезок s_1 , определяющий положение тела накала относительно первой поверхности конденсора, то для определения отрезка $a_1 = f_1$ необходимо определить величину кардинального отрезка s_{H_1} , тогда $a_1 = s_1 - s_{H_1}$.

Зададимся величиной отрезка $s_{H_1} = 2$ мм (можно величину отрезка s_{H_1} первоначально определить как $s_{H_1} = d_1/n$, где $d_1 = 0,1D_{\text{пол}}$).

Окончательное значение отрезка $\bar{s}_{H_1}$ определяется следующим образом:

s_{H_1}	$a_1 = s_1 - s_{H_1}$	$r_2 = f_1(n_2 - 1)$	$k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{нож}}/2)^2}$	$d_1 = d_{\text{мин}} + k_2$	$\bar{s}_{H_1} = d_1/n_2$
2	-44	-22,8052	-3,73	5,5	3,622
3,622	-45,622	-23,6459	-3,57	5,4	3,557
3,557	-45,557	-23,6122	-3,58	5,4	3,557

Вычисление отрезка s_{H_1} выполняется до тех пор, пока значение вновь вычисленного отрезка s_{H_1} не будет равно предшествующему значению отрезка s_{H_1} с точностью 0,001.

Таким образом определили отрезок $a_1 = f_1 = -45,557$ мм. Тогда фокусное расстояние второй линзы конденсора будет равно $f_2' = -\beta f_1' = -45,557 \cdot (-3) = 136,671$ мм. По найденным f_1' и f_2' вычислим радиусы кривизны линз конденсора

$$\begin{aligned} r_1 &= \infty & d_1 &= 0 & \text{K8} \\ r_2 &= -f_1'(n_2 - 1) = -23,6122 & d_2 &= 0 \\ r_3 &= f_2'(n_4 - 1) = 70,8366 & d_3 &= 0 & \text{K8} \\ r_4 &= \infty \end{aligned}$$

Определим толщин линз. Стрелки прогиба на третьей и четвертой поверхностях будут равны: $k_2 = 3,58$, $k_4 = 1,11$, тогда $d_1 = 3,58 + 1,8 = 5,4$, $d_3 = 1,11 + 1,8 = 2,9$. Воздушный промежуток d_2 принимаем равным 0,2, так как линзы «касаются по центру».

Таким образом, конструктивные параметры исходного варианта конденсора имеют следующие значения:

$$\begin{array}{ccccccc} r_1 = \infty & d_1 = 5,4 & \text{K8} & n_s & D_{\text{св}} & D_{\text{нож}} \\ r_2 = -23,6122 & d_2 = 0,2 & & 1,518\ 29 & 22,5 & 25 \\ r_3 = 70,8366 & d_3 = 2,9 & \text{K8} & 1,518\ 29 & 22,5 & 25 \\ r_4 = \infty & & & & & \end{array}$$

$$s_1 = -42, \beta = -3,000, f' = 34,205, s_4' = 134,760.$$

Величины продольной и поперечной сферической аберраций для зрачка с координатой $m = 11,25$, полученные в результате аберрационного анализа на ПЭВМ исходного варианта конденсора, составляют $\Delta s'_{\text{пл}} = -32,64$ мм, $2\Delta y'_{\text{пл}} = 5,8$ мм при допустимом кружке рассеяния $2\Delta y'_{\text{доп}} = 10\%$ от величины $2y'$ — величины изображения нити накала. Так как $2y' = 2y \cdot \beta = \sqrt{(2,5^2 + 5,45^2)}(-3) = 18$, то $2\Delta y'_{\text{доп}} = 18 \cdot 0,1 = 1,8$ мм. Поэтому следует графически найти положение плоскости наименьшего кружка (см. задачу 13.1). Размер кружка рассеяния в этой плоскости составляет $2\Delta y'_{\text{мин}} = 1,45$ мм. Величину эффективного увеличения в этой плоскости определим по формуле

$$\begin{aligned} \beta_{\text{эф}} &= \beta - [(3/8)\beta(\sigma_{\text{эф}}^2/a_2')(S_1 - S_{\text{пл}})] = \\ &= -3 - [(3/8)(-3)(0,0893^2/136,670)(8182,02 - 108,773)] = -2,47. \end{aligned}$$

(значения коэффициентов aberrаций S_I и S_{II} взяты из абберационного анализа конденсора в зейдевой области, значение $\sigma'_{кр}$ вычислено из соотношения $\beta = \text{tg } \sigma_{оа} / \text{tg } \sigma'_k$; $\text{tg } \sigma'_k = 0,0893$; отрезок a'_2 , определяющий положение плоскости Гаусса, соответствует значению f'_2 , т. е. $a'_2 = f'_2 = 136,670$.

Задача 13.4. Определить конструктивные параметры двухлинзового конденсора, состоящего из линз, рассчитанных на минимум сферической aberrации третьего порядка, если увеличение конденсора $\beta = -1$, угол охвата $2\sigma_{оа} = 20^\circ$, положение нити накала $a_1 = -100$ мм. Конденсор работает в видимой области спектра, его линзы выполнены из стекла марки К8 ($n_e = 1,51829$).

Решение. Определим конструктивные параметры конденсора, вычислив предварительно углы первого вспомогательного луча с оптической осью, используя условие минимума сферической aberrации для системы из двух бесконечно тонких линз:

$$\frac{d(P_1 + P_2)}{d\alpha_2} = 0, \text{ тогда } \alpha_{2\min} = \frac{2n+1}{n+2} \frac{\alpha_3 + \alpha_1}{2};$$

$$\frac{d(P_2 + P_3)}{d\alpha_3} = 0, \text{ тогда } \alpha_{3\min} = \frac{n+2}{2n+1} \frac{\alpha_2 + \alpha_4}{2};$$

$$\frac{d(P_3 + P_4)}{d\alpha_4} = 0, \text{ тогда } \alpha_{4\min} = \frac{2n+1}{n+2} \frac{\alpha_5 + \alpha_3}{2}.$$

Полагая $\alpha_1 = \beta$, $\alpha_5 = 1$ при условии, что линзы конденсора выполнены из одной марки стекла ($n_2 = n_4 = n = 1,51829$), для двухлинзового конденсора найдем

$$\alpha_1 = -1; \alpha_{2\min} = \frac{2n+1}{n+2} \frac{3\beta+1}{4} = -0,573656;$$

$$\alpha_{3\min} = (\beta+1)/2 = 0;$$

$$\alpha_{4\min} = \frac{2n+1}{n+2} \frac{\beta+3}{4} = 0,573656; \alpha_5 = 1,0.$$

Принимая при расчете конденсор бесконечно тонким: $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = a_1\alpha_1 \approx a_1\beta = -100(-1) = 100$, найдем радиусы бесконечно тонких линз:

$$r_{1\text{тн}} = h(n_2 - n_1)/(n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1) = 401,701;$$

$$r_{2\text{тн}} = h(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = -59,5068;$$

$$r_{3\text{тн}} = h(n_4 - n_3)/(n_4\alpha_4 - n_3\alpha_3) = 59,5068;$$

$$r_{4\text{тн}} = h(n_5 - n_4)/(n_5\alpha_5 - n_4\alpha_4) = -401,701.$$

Определим толщины линз d_1 и d_3 , а также величину воздушного

промежутка. Так как $D_{\text{св}} = 2a_1 \operatorname{tg} \sigma_1 = 2(-100) \operatorname{tg}(-10^\circ) = 35,3$, то $D_{\text{пол}} = 38,0$. Тогда

$$d_1 = k_1 + d_{\min} - k_2;$$

$d_2 = 0,1$ («касание линз по центру»); $d_3 = k_3 + d_{\min} - k_4$, где

$$k_1 = r_{1\text{тн}} - \sqrt{r_{1\text{тн}}^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = 0,45;$$

$$k_2 = r_{2\text{тн}} + \sqrt{r_{2\text{тн}}^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = -3,11,$$

отсюда $d_1 = 5,6$; $d_3 = d_1$.

Вычислим радиусы кривизны линз конечной толщины. Для этого определим отрезок $s_1 = a_1 + s_{H_1}$. Так как между линзами проходит параллельный пучок лучей ($\alpha_3 = 0$), то

$$s_{H_1} = -f'_1(n-1)d_1/(nr_{2\text{тн}}) = 3,212; \quad s_1 = -96,7875.$$

Высоты первого вспомогательного луча будут равны

$$h_1 = s_1 \alpha_1 = 96,7875;$$

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 100,0;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 100,0;$$

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 96,7875.$$

Тогда

$$r_1 = h_1 r_{1\text{тн}} / h = 388,796;$$

$$r_2 = h_2 r_{2\text{тн}} / h = -59,5068;$$

$$r_3 = h_3 r_{3\text{тн}} / h = 59,5068;$$

$$r_4 = h_4 r_{4\text{тн}} / h = -388,796.$$

Итак, получены следующие конструктивные параметры конденсора:

		n_e		$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = 392,6$	$d_1 = 5,6$	1,5183	K8	35,5	38,0
$r_2 = -59,57$	$d_2 = 0,1$				
$r_3 = 59,57$	$d_3 = 5,6$	1,5183	K8	35,5	38,0
$r_4 = -392,6$					

Результаты абберационного анализа конденсора приведены в табл. 13.5.

Задача 13.5. Определить конструктивные параметры двухлинзового конденсора (рис. 13.9), состоящего из апланатического мениска и линзы, рассчитанной на минимум сферической абберации, если линейное увеличение конденсора $\beta = -1$, $s_1 = s'_1 = -100$ мм, угол охвата $2\sigma_{\text{ош}} = 20^\circ$. Линзы конденсора изготовлены из стекла марки K8 ($n_e = 1,51829$).

Таблица 13.5. Таблица aberrаций двухлинзового конденсора из линз, рассчитанных на минимум сферической aberrации, мм
 $\beta = -1$; $2\sigma_{\text{ош}} = 20^\circ$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'_e$	$\Delta y'_e$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'_{F \rightarrow e}$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'_{C \rightarrow e}$	
0,0	0,000	0,000	0,00	-1,550	0,000	1,558	0,000	-3,108
8,5	-1,518	-0,134	-0,04	-3,040	-0,272	0,0111	0,000	-3,051
12,6	-3,041	-0,386	-0,04	-4,536	-0,585	-1,540	-0,193	-2,996
15,9	-4,571	-0,725	0,00	-6,039	-0,972	-3,097	-0,484	-2,942
18,7	-6,107	-1,140	0,10	-7,550	-1,432	-4,659	-0,857	-2,891

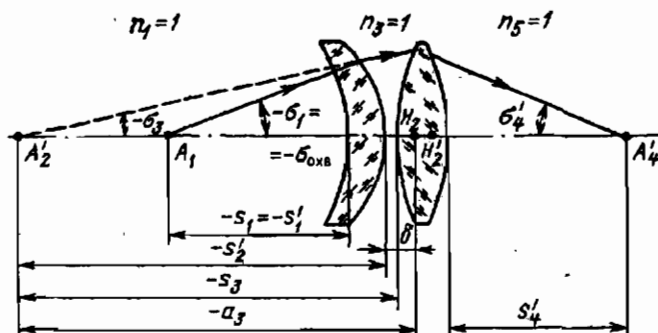


Рис. 13.9. Двухлинзовый конденсор из апланатического мениска и линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации

Сравнить в aberrационном отношении конденсоры из двух линз, рассчитанных на минимум сферической aberrации; апланатического мениска и линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, при одних и тех же условиях работы.

Решение. Первая апланатическая поверхность линзы concentрична предмету, следовательно $s_1 = r_1 = s'_1 = -100$, вторая апланатическая поверхность удовлетворяет условию апланатичности — $n_3 s_2 = n'_2 s'_2$, где

$$s_2 = r_2 (n_2 + n'_2) / n_2;$$

$$s'_2 = r_2 (n_2 + n'_2) / n'_2,$$

откуда

$$r_2 = s_2 n_2 / (n_2 + 1) = (s'_1 - d_1) n_2 / (n_2 + 1). \quad (13.3)$$

Определим световой и полный диаметры мениска и стрелку прогиба k_1 на первой поверхности

$$D_{\text{св}} = 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{опа}} = 35,3; \quad D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 35,3 + 2 = 38,0;$$

$$k_1 = r_1 + \sqrt{r_1^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = -100 + \sqrt{100^2 - (38/2)^2} = -1,82.$$

Тогда толщина мениска будет равна

$$d_1 = -1,82 + 2 - k_2 = 0,18 - k_2. \quad (13.4)$$

где

$$k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} \quad (13.5)$$

Решив совместно уравнения (13.3), (13.4), (13.5), после преобразований получим:

$$r_2^2 (1 - n_2^2) - 2a n_2 r_2 + n_2^2 [a^2 + (D_{\text{пол}}/2)^2] = 0;$$

где $a = r_1 - k_1 - d_{\text{мин}} = -100 + 1,82 - 2 = -100,18$.

Тогда

$$r_2^2 (1 - 1,51829^2) - 2(-100,18)1,51829 r_2 + 1,51829^2 \times \\ \times [(-100,18)^2 + (38/2)^2] = 0;$$

$$-1,30520 r_2^2 + 304,204 r_2 + 23967,3 = 0;$$

$$r_2^2 - 233,071 r_2 - 18362,9 = 0;$$

$$r_{2(1,2)} = +116,536 \pm \sqrt{116,536^2 + 18362,9};$$

$$r_{2(1)} = -62,1916; \quad r_{2(2)} = +295,263.$$

Выбираем $r_2 = -62,1916$, т. к. первая линза имеет форму мениска. Найдем $k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = -62,1916 + \sqrt{(-62,1916)^2 - (38/2)^2} = -2,97$.

Вычислим толщину мениска $d_1 = 0,18 - k_2 = 0,18 + 2,97 = 3,15$. Полагая $d_1 = 3,2$, уточним значение радиуса r_2 линзы конечной толщины

$$r_2 = [n_2/(n_2 + 1)] (s_1' - d_1) = -62,2198.$$

Найдем величину отрезка s_2' : $s_2' = n_2 s_2 = (n_2 + 1) r_2 = -156,688$.

Так как вторая линза рассчитывается на минимум сферической аберрации, то определим для этой линзы увеличение $\beta_2 = \beta/\beta_1 = \beta/n_2 = -0,658636$ и расстояние a_2 от точки A_2' изображения после первой линзы (рис. 13.9) до передней главной точки второй линзы: $a_2 = s_2' - \delta = -161,688$, где $\delta = 5$ — примерная величина расстояния от вершины второй поверхности мениска до передней главной точки второй линзы. Апертурные лучи, образующие с оптической осью

углы σ_1 и σ_2' до и после преломления через апланатический мениск, удовлетворяют условию синусов, поэтому $\sin \sigma_1 / \sin \sigma_2' = \beta_1 = n_2$, откуда

$$\sin \sigma_2' = \sin \sigma_3 = \sin \sigma_1 / n_2 = \sin (-10^\circ) / 1,51829 = -0,114371.$$

Таким образом, для расчета второй линзы получили следующие исходные данные:

$$a_3 = -161,688; \beta_2 = -0,658636; \sin \sigma_3 = -0,114371.$$

Рассчитаем вторую линзу на минимум сферической аберрации, приняв ее за бесконечную тонкую, при следующей нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_3 = \beta_2 = -0,658636$; $\alpha_5 = 1$; $h_3 = a_3 \alpha_3 = -106,493$. Тогда

$$\alpha_{4\min} = (2n_4 + 1)(\beta_2 + 1) / [2(2 + n_4)] = 0,195826.$$

Вычислим радиусы кривизны второй бесконечно тонкой линзы:

$$r_{3\text{тн}} = a_3 \beta_2 (n_4 - n_3) / (n_4 \alpha_4 - n_3 \alpha_3) = 57,7372;$$

$$r_{3\text{тн}} = a_3 \beta_2 (n_3 - n_4) / (n_3 \alpha_3 - n_4 \alpha_4) = -78,5483.$$

Определим световой и полный диаметры второй линзы $D_{\text{св}_2} = 2a_3 \tan \sigma_3 = 37,23$; $D_{\text{пол}} = 40,0$.

Толщина второй линзы равна

$$d_3 = k_3 + d_{\min} - k_4;$$

$$k_3 = r_3 - \sqrt{r_3^2 - (D_{\text{пол}_2} / 2)^2} = 3,57;$$

$$k_4 = r_4 + \sqrt{r_4^2 - (D_{\text{пол}_2} / 2)^2} = -2,59; \quad d_3 = 8,2.$$

Вычислим радиусы кривизны линзы конечной толщины. Для этого найдем фокусное расстояние линзы $f_2' = a_3 \cdot a_3' / (a_3 - a_3') = 64,2056$ и определим положение передней главной плоскости линзы

$$s_{H_2} = -f_2' d_3 (n_4 - n_3) / (n_4 r_4) = 2,288.$$

Тогда

$$d_2 = \delta - s_{H_2} = 2,7; \quad s_3 = a_3 + s_{H_2} = -159,400;$$

$$h_3 = s_3 \alpha_3 = 104,987;$$

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 103,381;$$

$$r_3 = h_3 r_{3\text{тн}} / h = 56,9207; \quad r_4 = h_4 r_{4\text{тн}} / h = -76,2529.$$

Таким образом, мы получили вариант конденсора со следующими конструктивными параметрами:

		n_s	Марка стекла	D_{ca}	D_{con}
$r_1 = -100,0$					
$r_2 = -62,23$	$d_1 = 3,2$	1,5183	K8	35,3	38
$r_3 = 56,89$	$d_2 = 2,7$				
$r_4 = -76,21$	$d_3 = 8,2$	1,5183	K8	37,4	40

Для конденсора из апланатического мениска и линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, продольная сферическая aberrация определяется только второй линзой, так как первая линза — апланатическая. Тогда для бесконечно тонкой второй линзы

$$\Delta s'_{III} = -\frac{1}{2} a_3 \beta_2 \sigma_4'^2 P_{min};$$

$$P_{min} = \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 (1 - \beta_2^3) - \frac{(2n+1)^2}{4n(n+2)} (1 - \beta_2^2)(1 + \beta_2) = 9,77,$$

и $\Delta s'_{III} = -15,988$; $2\Delta y'_{III} = a_3 \beta_2 \sigma_4' P_{min} = 5,575$ (или $2\Delta y'_{III} = 2\Delta s'_{III} \sigma_4' = 5,575$).

Результаты вычислений aberrаций в конденсоре точным путем приведены в табл. 13.6. Сравнивая aberrации двухлинзового конденсора из линз, рассчитанных на минимум сферической aberrации (табл. 13.5), с aberrациями рассчитанного конденсора, можно сказать, что в aberrационном отношении конденсор из двух линз, рассчитанных на минимум сферической aberrации, лучше конденсора из апланатического мениска и линзы на минимум сферической aberrации. Графически можно найти положение плоскости наилучшей установки и величину наименьшего кружка рассеяния (см. задачу 13.1).

Задача 13.6. Сравнить в aberrационном отношении двухлинзовые конденсоры различной конструкции, рассчитанные при одних и тех же начальных условиях: $\beta = -1$; $a_1 = -100$ мм; $2\sigma_{схл} = 20^\circ$.

Таблица 13.6. Таблица aberrаций двухлинзового конденсора из апланатического мениска и линзы, рассчитанной на минимум сферической aberrации, мм
 $\beta = -1,0$; $2\sigma_{схл} = 20^\circ$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta x'_e$	$\Delta y'_e$	$\eta, \%$	$\Delta x'_{F-C}$	$\Delta y'_{F-C}$	$\Delta x'_{C-C}$	$\Delta y'_{C-C}$	
0	0	0	0	-1,621	0	1,629	0	+0,008
8,8	-3,870	-0,351	-0,21	-5,421	-0,499	-2,312	-0,203	-3,109
12,5	-7,815	-1,045	-0,34	-9,299	-1,263	-6,325	-0,834	-2,974
15,3	-11,853	-2,032	-0,36	-13,273	-2,310	-10,429	-1,762	-2,844
17,6	-16,007	-3,327	-0,24	-17,364	-3,663	-14,646	-2,999	-2,718

Таблица 13.7. Конструктивные параметры и остаточные aberrации ($\mu\text{м}$) трех видов двухлинзовых конденсоров, изготовленных из стекла марки К8 с $n = 1,5183$

Вид конденсора	s_1, β	r	d	m	$\Delta s_c'$	$\Delta y_c'$	$\eta, \%$
	-96,378 -1,002	∞ -51,88 51,88 ∞	5,5 0,4 5,5	8,50 12,02 14,72 16,99	-1,627 -3,247 -4,862 -6,472	-0,144 -0,414 -0,776 -1,217	-0,04 -0,04 +0,01 +0,13
	-100,0 -0,9979	-100,0 -62,23 56,89 -76,21	3,2 2,7 8,2	8,82 12,47 15,27 17,63	-3,870 -7,815 -11,853 -16,007	-0,351 -1,045 -2,032 -3,327	-0,21 -0,34 -0,36 -0,24
	-96,788 -1,004	392,6 -59,57 59,57 -392,6	5,6 0,1 5,6	8,5 12,6 15,9 18,7	-1,518 -3,041 -4,571 -6,107	-0,134 -0,386 -0,725 -1,140	-0,04 -0,04 0,00 -0,10

Решение. Конструктивные параметры двухлинзовых конденсоров, работающих при $a_1 = -100$, $\beta = -1$ и $2\sigma_{\text{ок}} = 20^\circ$ и выполненных из стекла марки К8, получены при решении задач 13.2, 13.4, 13.5. Результаты расчета конденсоров приведены в табл. 13.7, из которой видно, что в абберационном отношении лучше всех конденсор, выполненный из линз, рассчитанных на минимум сферической абберации.

Задача 13.7. Рассчитать однолинзовый конденсор, работающий с увеличениями $\beta = -2; -3; -4; -5$ и сравнить качество изображения, если $2\sigma_{\text{ок}} = 20^\circ$; $2y = 5$ мм; $a_1 = -50,0$ мм; конденсор выполнен из стекла марки К8.

Решение. Однолинзовый конденсор рассчитывается на минимум сферической абберации. Формулы и порядок расчета однолинзовых конденсоров приведены в задаче 13.1 и табл. 13.2, 13.3.

Таблица 13.8. Значения конструктивных параметров (мм) и параметров P_v , W_v однолинзовых конденсоров различных увеличений

β	-2	-3	-4	-5
f_1'	33,3333	37,5	40,000	41,6666
α_2	-0,573656	-1,147313	-1,720969	-2,294626
$r_{1\text{тн}}$	45,906	61,797	74,732	85,465
$r_{2\text{тн}}$	-27,702	-28,353	-28,691	-28,897
d_1	4,9	4,6	4,4	4,3
s_1	-47,9	-47,9	-47,9	-47,9
h_1	95,8	143,7	191,6	239,5
h_2	98,61092	148,9776	199,172	249,3667
r_1	43,978	59,202	71,593	81,875
r_2	-27,317	-28,160	-28,572	-28,824
P_1	28,321	66,108	127,767	219,119
P_2	29,281	69,469	135,551	233,926
$\sum_1^2 P_v$	57,602	135,577	263,318	453,045
W_1	-6,778	-12,181	-19,138	-27,648
W_2	6,352	11,044	17,006	24,238
$\sum_1^2 W_v$	-0,426	-1,137	-2,132	-3,410
$2\Delta y'$	3,74	3,94	4,308	4,74
$2y'$	10,0	15,0	20,0	25,0
$2\Delta y'/y'$	0,374	0,263	0,215	0,190

Как видно из табл. 13.8, где приведены результаты расчета конденсоров заданных увеличений, с возрастанием линейного увеличения конденсора значительно возрастают параметры P_v и W_v . Величина кружка рассеяния, пропорциональная значению P_v и обратно пропорциональная увеличению, возрастает незначительно в области аббераций третьего порядка, так как апертурный угол в пространстве изображений уменьшается с ростом увеличения. При этом относительная величина кружка рассеяния даже уменьшается.

Результаты абберационного анализа конденсоров представлены в табл. 13.9.

Задача 13.8. Выполнить расчет конденсора из апланатического мениска и двух плосковыпуклых линз, если нить накала источника расположена на расстоянии $s_1 = -45$ мм от первой поверхности мениска, угол охвата конденсора $2\sigma_{\text{ока}} = 55^\circ$, линейное увеличение $\beta = -3,5$. Конденсор выполнен из стекла марок ЛКЗ–К8–К8. Вычислить величину кружка рассеяния в области аббераций третьего порядка.

Решение. Оптическая схема конденсора приведена на рис. 13.10. Определим световой и полный диаметры апланатического мениска

$$D_{\text{св}} = 2 |s_1 \tan \sigma_{\text{ока}}| = 2 |45 \tan 27,5^\circ| = 46,85 \text{ мм};$$

$$D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 46,8 + 2,0 = 48,8 \text{ мм};$$

$$D_{\text{пол по нр}} = 50 \text{ мм}.$$

Таблица 13.9. Абберации точки на оси (мм) однолинзовых конденсоров различных увеличений, изготовленных из стекла марки К8

r	d	β	m	$\Delta r'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$
43,978 -27,317	4,9	-2,033 13	4,4	-5,2079	-0,2383	-0,11
			6,2	-10,274	-0,7033	-0,18
			7,5	-15,2180	-1,3509	-0,17
			8,8	-20,0579	-2,1809	-0,08
59,202 -28,160	4,6	-3,003 18	4,4	-8,1227	-0,2484	-0,10
			6,2	-15,873	-0,7265	-0,16
			7,5	-23,288	-1,3821	-0,19
			8,8	-30,400	-2,2071	-0,17
71,593 -28,572	4,4	-4,005 03	4,4	-11,758	-0,2709	-0,09
			6,2	-22,794	-0,7892	-0,16
			7,5	-33,186	-1,4951	-0,19
			8,8	-43,002	-2,3765	-0,20
81,875 -28,824	4,3	-5,009 88	4,4	-16,56	-0,3122	-0,09
			6,2	-31,845	-0,9084	-0,16
			7,5	-45,998	-1,7184	-0,20
			8,8	-59,162	-2,727	-0,21

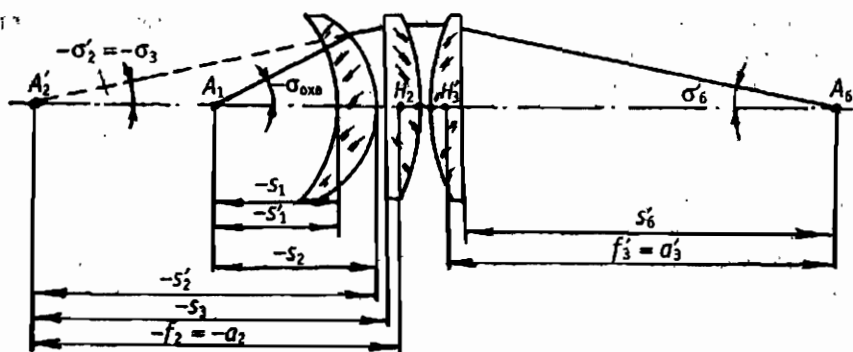


Рис. 13.10. Оптическая схема конденсора из апланатического мениска и двух плосковыпуклых линз

Так как первая поверхность апланатического мениска концентрична предмету, то $r_1 = s_1 = s_1' = -45$. Найдем стрелку прогиба на этой поверхности: $k_1 = r_1 + \sqrt{r_1^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = -45 + \sqrt{45^2 - 25^2} = -7,58$ мм.

Запишем условие апланатичности для второй поверхности мениска $n_2 s_2 = n_2' s_2'$ и так как $n_2' = 1$, то $n_2 s_2 = s_2'$.

Из уравнения $n_2'/s_2' - n_2/s_2 = (n_2' - n_2)/r_2$ и условия апланатичности найдем, что $r_2 = n_2(s_1 - d_1)/(1 + n_2)$.

Чтобы найти радиус кривизны второй поверхности мениска составим и совместно решим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} r_2 = n_2 (s_1 - d_1)/(1 + n_2) \text{ или } r_2 = n_2 (s_1 - k_1 - d_{\text{мин}} + k_2)/(1 + n_2); \\ k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2}. \end{cases}$$

Тогда обозначив через $a = r_1 - k_1 - d_{\text{мин}} = -45 - (-7,58) - 2 = -39,42$, получим

$$r_2^2 (1 - n_2^2) - 2a n_2 r_2 + n_2^2 [a^2 + (D_{\text{пол}}/2)^2] = 0. \quad (13.6)$$

Подставив в формулу (13.6) значение показателя преломления $n_2 = 1,4891$ для стекла марки ЛКЗ, получим

$$-1,21742 r_2^2 + 117,401 r_2 + 4831,62 = 0;$$

$$r_2^2 - 96,4343 r_2 - 3968,73 = 0;$$

$$r_2 = 48,2172 \pm \sqrt{48,2172^2 + 3968,73};$$

$$r_{2(1)} = -31,1152; \quad r_{2(2)} = 127,550.$$

Выбираем значение $r_2 = -31,1152$ мм и определяем $k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - (D_{\text{пол}}/2)^2} = -12,59$. Тогда толщина мениска $d_1 = k_1 + d_{\text{мин}} - k_2 = -7,58 + 2 - (-12,59) = 7$ мм. С учетом толщины $d_1 = 7$ пересчитаем радиус кривизны второй поверхности, используя условие апланатичности, т. е.

$$r_2 = n_2(r_1 - d_1)/(1 + n_2) = 1,4891(-45 - 7)/(1 + 1,4891) = -31,1089 \text{ мм.}$$

Для определения конструктивных параметров линз, стоящих за апланатическим мениском, найдем отрезок $s_3 = s_2' - d_2$. Вычислим

$$s_2' = r_2(n_2 + 1) = -31,1089(1,4891 + 1) = -77,4332.$$

Приняв $d_2 = 0,1$ («касание линз по центру»), найдем отрезок

$$s_3 = -77,5332 \approx -77,53 \text{ мм.}$$

Вычислим угол σ_3 из соотношения

$$\sin \sigma_3 = \sin \sigma_{\text{ока}}/\beta_n = \sin \sigma_{\text{ока}}/n_2.$$

Тогда $\sigma_3 = \sigma_2' = \arcsin(\sin \sigma_{\text{ока}}/n_2) = -18,0647^\circ$.

Линейное увеличение β_2 двух плосковыпуклых линз, стоящих после апланатического мениска, будет равно $\beta_2 = \beta/n_2 = -3,5/1,4891 = -2,35$.

Рассчитаем световой и полный диаметры системы, стоящей за апланатическим мениском: $D_{\text{св}_2} = 2s_3 \tan \sigma_3 = 2(-77,53) \tan(-18,0647^\circ) = 50,5$, $D_{\text{пол}_2} = D_{\text{св}_2} + \Delta D_2 = 50,5 + 2,5 = 53$ мм, $D_{\text{пол}_2} \text{ по ир} = 53$ мм.

Найдем конструктивные параметры плосковыпуклых линз. Чтобы между линзами шел параллельный пучок лучей, надо выполнить условие $a_3 = f_2$. Для этого зададимся отрезком $s_{H_2} = 4,8$ мм и выполним определение отрезка a_3 в последовательности, указанной в табл. 13.10, до тех пор пока последующее значение отрезка $\tilde{s}_{H_2}$ не будет совпадать с предыдущим значением отрезка s_{H_2} с погрешностью 0,001 мм.

Таблица 13.10

s_{H_2}	a_3	r_4	k_4	d_3	$\tilde{s}_{H_2}$
4,8	-82,3332	-42,6733	-9,23	11,7	7,706
7,706	-85,2392	-44,1795	-8,83	11,3	7,442
7,442	-84,9752	-44,0426	-8,86	11,4	7,508
7,508	-85,0412	-44,0768	-8,86	11,4	7,508

По величине $a_3 = f_2 = -85,0412$ мм определим $r_4 = -44,0768$ мм, найдем $f_3' = f_2 \beta_2 = 199,847$ мм и вычислим значение

$$r_5 = f_3' (n_4 - 1) = 199,847 (1,5183 - 1) = 103,581 \text{ мм.}$$

Определим толщины плосковыпуклых линз и величину воздушного промежутка:

$$d_3 = 11,4, \quad d_4 = 0,1, \quad d_5 = k_5 + d_{\min} = 3,45 + 2,5 = 6,0.$$

Конструктивные параметры исходного варианта конденсора

			n_e	D_{co}	$D_{нар}$
$r_1 = -45$	$d_1 = 7$	ЛКЗ	1,4891	46,8	50
$r_2 = -31,1089$	$d_2 = 0,1$				
$r_3 = \infty$	$d_3 = 11,4$	K8	1,5183	50,3	53
$r_4 = -44,0768$	$d_4 = 0,1$				
$r_5 = 103,581$	$d_5 = 6,0$	K8	1,5183	50,3	53
$r_6 = \infty$					

$$\beta = -3,499; \quad s_6' = 195,89 \text{ мм, } f_6' = 44,354 \text{ мм.}$$

Вычислим величину кружка рассеяния в области аббераций третьего порядка. Так как апланатический мениск сферической абберации не вносит, то для бесконечно тонких плосковыпуклых линз запишем

$$2\Delta y_{III}' = m^3 P'' (1 - \beta_2^2) / f_3'^2.$$

где

$$m = a_3 \operatorname{tg} \sigma_3 = (-85,0412) \operatorname{tg} (-18,0647^\circ) = 27,7;$$

$$P'' = (n_4^3 - 2n_4^2 + 2) / [(n_4 - 1)^2 n] = \\ = (1,5183^3 - 2 \cdot 1,5183^2 + 2) / [(1,5183 - 1)^2 \cdot 1,5183] = 2,1811,$$

тогда

$$2\Delta y_{III}' = 25,25^3 \cdot 2,1811 [1 - (-2,35)^2] / 199,847^2 = 12,29 \text{ мм.}$$

Задача 13.9. Рассчитать, исходя из условия минимума сферической абберации и полагая, что плоскость предметов находится в бесконечности, двух-, трех- и четырехлинзовые конденсоры, выполненные из одной марки стекла. Определить значения показателей преломления линз в конденсорах при условии исправления сферической абберации третьего порядка. По ГОСТ 3514-76 выбрать марки стекол и найти конструктивные параметры конденсоров, если фокусное расстояние каждого конденсора $f' = 50,0$ мм и относительное отверстие $D/f' = 1:1$.

Вычислить абберации всех трех видов конденсоров, а для двухлинзового конденсора привести графики зависимости P ; $W = f(n)$

и таблицу значений параметров $P_{\min}^{\infty}$ и W^{∞} в зависимости от показателей преломления.

Решение. Из условия минимума сферической аберрации для системы из l бесконечно тонких линз при условии, что предмет расположен в бесконечности и все линзы конденсора выполнены из одной марки стекла, были получены следующие эмпирические формулы для вычисления углов первого вспомогательного луча α_v : для внутренних углов

$$\alpha_i = [(2n + 1)/(n + 2)] [(i - 1)/2l], \quad i = 2, 4, 6, \dots, 2l;$$

для внешних углов

$$\alpha_i = (i - 1)/2l, \quad i = 1, 3, 5, \dots, (2l - 1),$$

где l — число линз в конденсоре; i — порядковый номер угла.

Тогда для нашего случая:

для двухлинзового конденсора

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = (2n + 1)/[4(n + 2)]; \quad \alpha_3 = 0,5;$$

$$\alpha_4 = (3/4)[(2n + 1)/(n + 2)]; \quad \alpha_5 = 1;$$

для трехлинзового конденсора

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = [(2n + 1)/(n + 2)]/6; \quad \alpha_3 = 1/3; \quad \alpha_4 = [(2n + 1)/(n + 2)]/2;$$

$$\alpha_5 = 2/3; \quad \alpha_6 = 5[(2n + 1)/(n + 2)]/6; \quad \alpha_7 = 1;$$

для четырехлинзового конденсора

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = [(2n + 1)/(n + 2)]/8; \quad \alpha_3 = 1/4; \quad \alpha_4 = 3[(2n + 1)/(n + 2)]/8;$$

$$\alpha_5 = 1/2; \quad \alpha_6 = 5[(2n + 1)/(n + 2)]/8; \quad \alpha_7 = 3/4; \quad \alpha_8 = 7[(2n + 1)/(n + 2)]/8;$$

$$\alpha_9 = 1.$$

Определим значение показателя преломления n для двухлинзового конденсора при условии, что $P_{\min}^{\infty} = 0$. Для этого найдем значение параметра P^{∞} для двухлинзового конденсора

$$P = \sum_{v=1}^4 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right);$$

после раскрытия скобок и преобразований получим

$$P^{\infty} = [n/(n - 1)^2] [(n + 2)\alpha_3\alpha_2^2 - (2n + 1)\alpha_2\alpha_3^2 + \\ + (n + 2)(1 - \alpha_3)\alpha_4^2 - (2n + 1)(1 - \alpha_3^2)\alpha_4 + n].$$

Подставим значения углов $\alpha_{2\min}$, $\alpha_{3\min}$, $\alpha_{4\min}$, найденных из условия минимума сферической аберрации, и вычислим значение $P_{\min}''$:

$$P_{\min}'' = \frac{n}{(n-1)^2} \left[n - \frac{5}{16} \frac{(1+2n)^2}{(2+n)} \right].$$

Полагая $P_{\min}'' = 0$, найдем n , при котором сферическая аберрация будет равна нулю: $n = 5[(1+2n)^2/(2+n)]/16$; $4n^2 - 12n + 5 = 0$; $n = 2,5$.

Из решения уравнения $P_{\min}'' = 0$ найдено, что в двухлинзовом конденсоре линзы должны быть выполнены из материала с показателем преломления $n = 2,5$. В этом случае в конденсоре будет отсутствовать сферическая аберрация третьего порядка.

Найдем значение W'' . Известно, что

$$W = \sum_{v=1}^4 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right).$$

Подставим значения углов $\alpha_{2\min}$, $\alpha_{3\min}$, $\alpha_{4\min}$ в выражение для W'' . После преобразований получим

$$W'' = 1/[2(2+n)] = 0,111.$$

Таким образом, двухлинзовый конденсор, выполненный из одной марки стекла и рассчитанный на минимум сферической аберрации, будет иметь $P_{\min}'' = 0$, если $n = 2,5$, при этом $W'' = 0,111$.

Аналогичным образом определим значение показателя преломления для трехлинзового конденсора. Из условия $P_{\min}'' = 0$ найдем, что $n = 1,75$, при этом $W'' = (27 - 18n)/[45(1 - n)] = 0,133$.

Для четырехлинзового конденсора из условия $P_{\min}'' = 0$ определим, что $n = 1,5$, при этом $W'' = (3n - 4)/[7(n - 1)] = 0,143$. При расчете конденсоров были выбраны следующие марки стекол: К1 — $n_s = 1,50009$; ТФ4 — $n_s = 1,74623$; ИКС22 — $n = 2,5130$. Выполним расчет конструктивных параметров двухлинзового конденсора, выполненного из стекла марки ИКС22. При расчете принимаем конденсор за бесконечно тонкий: $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$. Полагая $\tilde{\alpha}_1 = 0$; $\tilde{\alpha}_5 = 1$, вычислив $\tilde{\alpha}_{2\min} = 0,333813$; $\tilde{\alpha}_{3\min} = 0,5$; $\tilde{\alpha}_{4\min} = 1,00144$, определим радиусы кривизны бесконечно тонких линз конденсора при $h = f' = 50$ по формуле

$$r_{v\text{тн}} = h \frac{n'_v - n_v}{n'_v \alpha'_v - n_v \alpha_v};$$

$$r_{1\text{тн}} = 90,1805; \quad r_{2\text{тн}} = 223,241;$$

$$r_{3\text{тн}} = 37,5133; \quad r_{4\text{тн}} = 49,8807.$$

Найдем радиусы линз конечной толщины, световой и полный диаметры линз конденсора. Так как $D/f' = 1:1$, то $D_{\text{св}} = 50,0$; $D_{\text{пол}} = 51,5$; $D_{\text{пол по вр}} = 53$.

Определим толщины линз и величину воздушного промежутка: $d_1 = 4,8$; $d_2 = 0,2$ («касание по центру»); $d_3 = 5,6$.

Высоты первого паракиального луча равны

$$h_1 = f' = 50,0; \quad h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 48,3977;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 48,2977;$$

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 42,6896,$$

тогда радиусы линз конечной толщины будут иметь значения

$$r_v = (h_v/h) r_{\text{вти}};$$

$$r_1 = 90,1805; \quad r_2 = 216,087; \quad r_3 = 36,2361; \quad r_4 = 42,5877.$$

Для двухлинзового конденсора получили следующие конструктивные параметры:

			n	$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = 90,1805$	$d_1 = 4,8$	ИКС22	2,5130	50,0	53,0
$r_2 = 216,087$	$d_2 = 0,2$				
$r_3 = 36,2361$	$d_3 = 5,6$	ИКС22	2,5130	50,0	53,0
$r_4 = 42,5877$					

Аналогично можно определить конструктивные параметры трех- и четырехлинзовых конденсоров. Для трехлинзового конденсора:

			n_s
$r_1 = 106,831$	$d_1 = 5,5$	ТФ4	1,746 23
$r_2 = 2293,18$	$d_2 = 0,2$		
$r_3 = 51,0087$	$d_3 = 5,8$	ТФ4	1,746 23
$r_4 = 88,8128$	$d_4 = 0,2$		
$r_5 = 31,2576$	$d_5 = 6,9$	ТФ4	1,746 23
$r_6 = 38,3200$			

Для четырехлинзового конденсора:

			n_s
$r_1 = 116,681$	$d_1 = 5,9$	К1	1,500 09
$r_2 = -688,570$	$d_2 = 0,2$		
$r_3 = 62,5051$	$d_3 = 6,0$	К1	1,500 09
$r_4 = 162,860$	$d_4 = 0,2$		
$r_5 = 40,6340$	$d_5 = 6,5$	К1	1,500 09
$r_6 = 65,0098$	$d_6 = 0,2$		
$r_7 = 27,7636$	$d_7 = 7,5$	К1	1,500 09
$r_8 = 34,1428$			

Результаты аберрационного анализа трех видов конденсоров представлены в табл. 13.11.

Найдем зависимость $P_{\text{мин}}^{\text{в}} и W^{\text{в}}$ от показателя преломления. Результаты вычислений приведены в табл. 13.12. На рис. 13.11 представлены графики зависимости $P_{\text{мин}}^{\text{в}}$, $W^{\text{в}} = f(n)$.

Таблица 13.11. Конструктивные параметры и остаточные aberrации двух-, трех-, четырехлинзовых конденсоров, мм
 $f' = 50,0$; $D/f' = 1:1$, $s_1 = -\infty$

r	d	n	m	$\Delta s'_r$	Δy_r	$\eta, \%$	$n_{\text{расч}}$
90,16	4,8	2,5130	12,5	0,002	0,0005	0,034	2,5
216,30	0,2		17,7	0,009	0,0032	0,70	
35,56	5,6		21,6	0,020	0,0090	1,09	
41,69		2,5130	25,0	0,037	0,0210	1,50	2,5
106,91	5,5	1,746 23	12,5	-0,006	-0,0016	0,44	1,75
2291,0	0,2		17,7	-0,009	-0,0033	0,92	
51,05	5,8		21,6	-0,008	-0,0036	1,42	
88,92	0,2	1,746 23	25,0	-0,002	-0,0011	1,94	1,75
31,26	6,9	1,746 23					1,75
38,37							
116,680	5,9	1,50009	12,5	-0,009	-0,0023	0,49	1,5
688,700	0,2		17,7	-0,015	-0,0055	1,01	
62,52	6,0		21,6	-0,017	-0,0080	1,55	
162,93	0,2	1,50009	25,0	-0,016	-0,0088	2,13	1,5
40,64	6,5	1,50009					1,5
65,01	0,2						1,5
27,73	7,5	1,50009					1,5
34,12							

Таблица 13.12. Значения P_{min}^{∞} , W^{∞} в зависимости от показателей преломления n в двухлинзовом конденсоре

n	W^{∞}	P_{min}^{∞}	n	W^{∞}	P_{min}^{∞}	n	W^{∞}	P_{min}^{∞}
1,4	0,147	0,633	1,7	0,135	0,225	2,0	0,125	0,094
1,5	0,143	0,429	1,8	0,132	0,138	2,5	0,111	0,000
1,6	0,139	0,306	1,9	0,128	0,126	3,0	0,100	-0,047

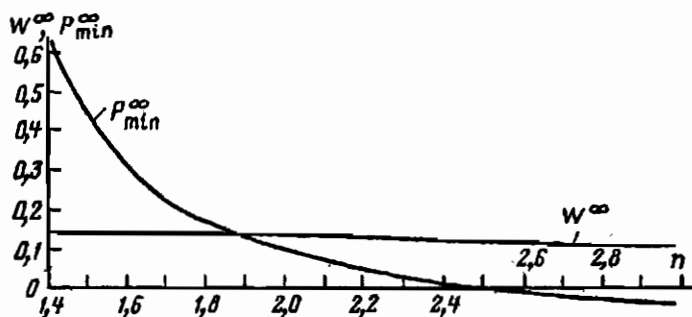


Рис. 13.11. Графики зависимости P_{min}^{∞} и W^{∞} в двухлинзовом конденсоре, рассчитанном на минимум сферической aberrации, от показателя преломления стекла, из которого выполнены линзы

Задача 13.10. Найти конструктивные параметры плосковыпуклых элементов растра 1 и 2 (рис. 13.4), если $s_1 = -50$ мм, расстояние между растрами $d = 25$ мм, период первого растра $t_1 = 15$ мм, угол охвата 100° . Линзы выполнены из стекла марки К8 ($n = 1,51829$).

Решение. По известному периоду t_1 растра 1 найдем период t_2 растра 2: $t_2 = t_1(1 - d/s_1) = 15 [1 - 25/(-50)] = 22,5$ мм. Определим фокусные расстояния элементов растров: $f_1' = s_1 d / (s_1 - d) = [(-50) 25] / (-50 - 25) = 16,6666$ мм; $f_2' = (s_1 - d) s_2' / (s_1 - d - s_2') = (-50 - 25) 150 / (-50 - 25 - 150) = 49,9999$ мм (удаление s_2' входного зрачка приняли равным 150 мм).

Вычислим световой диаметр растра: $D_{св1} = 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{охв}} = 2(-50) \times \operatorname{tg}(-50^\circ) = 119$ мм. Тогда на световом диаметре 119 мм с периодом $t_1 = 15$ мм будет расположено восемь элементов растра диаметром 15 мм.

Найдем конструктивные параметры плосковыпуклых линз растров:

$$\begin{array}{ll} r_1 = \infty & d_1 = d_{\min} - k_2 = 1,5 + 1,7 = 3,2 \quad \text{К8} \\ r_2 = (-16,6666)(1,51829 - 1) = -8,63813 & d_2 = 25 \\ r_3 = \infty & d_3 = d_{\min} - k_4 = 2 + 2,57 = 4,6 \quad \text{К8} \\ r_4 = -49,9999(1,51829 - 1) = -25,9144 & \end{array}$$

Световой диаметр второго растра $D_{св2} = 2(-50 - 25) \operatorname{tg}(-50^\circ) = 178,8$ мм, а число элементов растра — восемь с периодом $t_2 = 22,5$ мм.

ГЛАВА 14. АБЕРРАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При расчете сложных оптических систем из габаритного расчета (гл. 10–12) определяют оптические характеристики бесконечно тонких компонентов, из которых состоит система, и предварительно выбирают их конструкции.

Для вычисления конструктивных параметров (r , d , n) компонентов надо выполнить абберационный расчет оптической системы. При его проведении в процессе разработки систем с небольшим и средним угловым полем успешно применяется теория аббераций первого и третьего порядков.

Абберационный расчет сложных оптических систем разделяют на два этапа. На первом — из условий исправления аббераций (из решения уравнений для коэффициентов аббераций) определяют величины основных параметров $\bar{C}_i$, $\bar{P}_i$, $\bar{W}_i$ бесконечно тонких компонентов и уточняют их конструкции, а на втором этапе выполняют расчет (синтез) компонентов, т. е. определяют их конструктивные параметры методом деления переменных (гл. 15).

В данной главе рассматривается первый этап абберационного расчета. При его выполнении составляют и решают абберационные уравнения — уравнения для коэффициентов аббераций. Основные формулы для решения задач данной главы приведены в гл. 7 и гл. 8.

Задача 14.1. Зрительная труба прямого изображения с линзовой симметричной оборачивающей системой ($\beta_{oc} = -1$) имеет видимое увеличение $\Gamma_v = 5\times$, угловое поле $2\omega = 9^\circ 20'$, диаметр выходного зрачка $D' = 2,5$ мм. Из габаритного расчета получены значения фокусных расстояний всех бесконечно тонких компонентов — объектива $f_{об}$, коллектива $f_{кол}$, компонентов оборачивающей системы $f_{обс}$, окуляра $f_{ок}$ и расстояний d_1 , d_2 , d_3 , d_4 между ними (рис. 14.1): $f_{об}' = f_1' = 90$ мм, $f_{кол}' = f_2' = 57,3387$ мм, $f_{обс}' = f_3' = f_4' = 79$ мм, $f_{ок}' = f_5' = 18$ мм, $d_1 = 90$ мм, $d_2 = 79$ мм, $d_3 = 79$ мм, $d_4 = f_4' - f_{ок}' = 97$ мм.

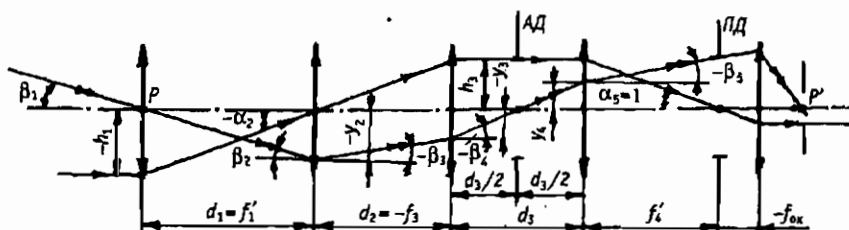


Рис. 14.1. Зрительная труба Кеплера с симметричной оборачивающей системой и коллективом. Ход первого и второго вспомогательных лучей

Для выбранного окуляра выполнен абберационный анализ в обратном ходе лучей и определены значения аббераций: $\Delta \vec{s}'_{\text{ок}} = 0,0525$ мм ($m' = D'/2$), $\vec{K}_{\text{ок}} = 0,0143$ мм, $(\vec{z}'_s - \vec{z}'_m)_{\text{ок}} = -0,4402$ мм, $\Delta \vec{s}'_{F'C'}_{\text{ок}} = 0,0134$ мм ($m' = 0,707D'/2$), $\Delta y'_{F'C'}_{\text{ок}} = -0,0083$ мм.

Выполнить абберационный расчет и определить величины основных параметров $\vec{C}_i$, P_i , W_i каждого компонента.

Решение. Угловое поле трубы $2\omega = 9^\circ 20'$, поэтому надо исправить в оптической системе сферическую абберацию, меридиональную кому, астигматизм, а также хроматизм положения и хроматизм увеличения. Абберационный расчет выполним из условий компенсации аббераций окуляра абберациями системы, расположенной перед окуляром — объективной частью системы (ОС).

Принимая во внимание суммирование аббераций в телескопической системе [1], можно записать:

$$\Delta s'_{\text{ок}} = -\vec{\Delta s}'_{\text{ок}} = -0,0525; \quad K_{\text{ок}} = \vec{K}_{\text{ок}} = 0,0143;$$

$$(z'_s - z'_m)_{\text{ок}} = -(\vec{z}'_s - \vec{z}'_m)_{\text{ок}} = 0,4402;$$

$$\Delta s'_{F'C'}_{\text{ок}} = -\vec{\Delta s}'_{F'C'}_{\text{ок}} = -0,0134;$$

$$\Delta y'_{F'C'}_{\text{ок}} = \vec{\Delta y}'_{F'C'}_{\text{ок}} = -0,0083.$$

Зная абберации объективной части системы, найдем значения соответствующих сумм Зейделя и хроматических сумм, используя формулы, приведенные в гл. 7 и гл. 8. При расчете учтем, что $f'_{\text{ок}} = -90$, т. е. $f'_{\text{ок}} < 0$, $m = 6,25$, $\tan \omega = -0,081629$, $y' = 7,34661$. В результате получаем

$$S_{\text{I OC}}^{\text{II}} = -(2\Delta s'_{\text{ок}} \cdot |f'_{\text{ок}}|)/m^2 = 0,24192;$$

$$S_{\text{II OC}}^{\text{II}} = -2K \cdot |f'_{\text{ок}}|/(3m^2 \tan \omega) = 0,26908;$$

$$S_{\text{III OC}}^{\text{II}} = (z'_s - z'_m)/(|f'_{\text{ок}}| \tan^2 \omega) = 0,73404;$$

$$S_{\text{I xp OC}}^{\text{II}} = \Delta s'_{F'C'}_{\text{ок}}/|f'_{\text{ок}}| = -1,488 \cdot 10^{-4};$$

$$S_{\text{II xp OC}}^{\text{II}} = -\Delta y'_{F'C'}_{\text{ок}}/y' = -1,1298 \cdot 10^{-3}.$$

Теперь надо составить абберационные уравнения для $S_{\text{I OC}}^{\text{II}}$, $S_{\text{II OC}}^{\text{II}}$, $S_{\text{III OC}}^{\text{II}}$, $S_{\text{I xp OC}}^{\text{II}}$, $S_{\text{II xp OC}}^{\text{II}}$. Коэффициенты аббераций для $s_1 = -\infty$ записывают при приведенном фокусном расстоянии, $f'_{\text{ок}} = -1$. Поэтому вначале найдем приведенные значения $f'_{i \text{ np}} = f'_i/|f'_{\text{ок}}|$ и $d_{i \text{ np}} = d_i/|f'_{\text{ок}}|$. В результате имеем: $f'_{1 \text{ np}} = 1$, $f'_{2 \text{ np}} = 0,637097$, $f'_{3 \text{ np}} = f'_{4 \text{ np}} = 0,877778$, $f'_{5 \text{ np}} = 0,2$; $d_{1 \text{ np}} = 1$, $d_{2 \text{ np}} = f'_{3 \text{ np}} = 0,877778$, $d_{3 \text{ np}} = f'_{3 \text{ np}} = 0,877778$, $d_{4 \text{ np}} = 1,077778$.

Рассчитаем ход первого и второго вспомогательных лучей, приняв нормировку. Для первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f'_{oc\text{np}} = -1$, $\alpha_5 = 1$ (рис. 14.1); для второго вспомогательного луча $\beta_1 = y_1/a_{p\text{np}} = 1$, $y_1 = a_{p\text{np}} = 0$, $I = -h_1 = 1$. Расчет хода этих лучей проводится по формулам: для первого вспомогательного луча $\alpha'_i + \alpha_i = h_i/f'_i$; $h_{i+1} = h_i - d_i \alpha'_i$; для второго вспомогательного луча $\beta'_i + \beta_i = y_i/f'_i$; $y_{i+1} = y_i - d_i \beta'_i$.

Результаты расчета приведены в табл. 14.1.

При составлении абберационных уравнений примем во внимание абберационные свойства коллектива и симметричной оборачивающей системы. Коллектив расположен в задней фокальной плоскости объектива — в плоскости изображения, поэтому $h_2 = 0$, $\alpha_2 = \alpha_3$ и следовательно $S_1^{\infty} = S_2^{\infty} = S_3^{\infty} = 0$, $S_{1\text{xp}}^{\infty} = S_{2\text{xp}}^{\infty} = 0$. В симметричной оборачивающей системе с $\beta_{oc} = -1$ и апертурной диафрагмой, расположенной в середине воздушного промежутка d_3 , исправлены кома, дисторсия и хроматизм увеличения, поэтому $S_2^{\infty} = S_3^{\infty} = 0$ и $S_{2\text{xp}}^{\infty} = 0$. Кроме того, вследствие симметрии системы $P_3 = P_4$, $W_3 = -W_4$. Выразим неосновные параметры P_i , W_i компонентов системы через основные P_i^{∞} , W_i^{∞} , используя формулы перехода (гл. 8) и с учетом нормировки первого вспомогательного луча. Для объектива $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -1$, поэтому $P_1 = (\alpha' - \alpha)^3 P_1^{\infty} = (\alpha_2 - \alpha_1)^3 P_1^{\infty} = -P_1^{\infty}$; $W_1 = (\alpha' - \alpha)^2 W_1^{\infty} = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 W_1^{\infty} = W_1^{\infty}$. Для второго компонента оборачивающей системы $\alpha_4 = 0$, $\alpha'_4 = \alpha_5 = 1$, поэтому $P_4 = (\alpha' - \alpha)^3 P_4^{\infty} = (\alpha_5 - \alpha_4)^3 P_4^{\infty} = P_4^{\infty}$; $W_4 = (\alpha' - \alpha)^2 W_4^{\infty} = (\alpha_5 - \alpha_4)^2 W_4^{\infty} = W_4^{\infty}$, и в результате $W_3 = -W_4 = -W_4^{\infty}$.

Вычислим φ_1 , φ_3 , φ_4 : $\varphi_1 = 1/f'_1 = 1$; $\varphi_3 = 1/f'_3 = 1,138\,952$; $\varphi_4 = 1/f'_4 = \varphi_3 = 1,138\,952$.

Составим абберационные уравнения с учетом полученных результатов, используя формулы коэффициентов аббераций для системы из бесконечно тонких компонентов (гл. 8).

$$S_{1oc}^{\infty} = h_1 P_1 + h_3 P_3 + h_4 P_4 = P_1^{\infty} + 2h_4 P_4^{\infty},$$

так как $(S_1)_2 = h_2 P_2 = 0$, $P_3 = P_4 = P_4^{\infty}$, $h_3 = h_4$;

Таблица 14.1. Результаты расчета хода первого и второго вспомогательных лучей

№№ компонентов	Первый вспомогательный луч		Второй вспомогательный луч	
	α_i	h_i	β_i	y_i
1	0	-1	1	0
2	-1	0	1	-1
3	-1	0,877778	-0,569621	-0,5
4	0	0,877778	-1,139241	0,5
5	1	0,2	-0,569620	1,413924
6	0		5	

$$S_{\text{II oc}}^{\infty} = y_1 P_1 + y_3 P_3 + y_4 P_4 - W_1 - W_3 - W_4 = -W_1^{\infty},$$

так как $y_1 = 0$, $(S_{\text{II}})_2 = 0$, $y_3 = -y_4$, $W_3 = -W_4^{\infty}$, $W_1 = W_1^{\infty}$;

$$S_{\text{III oc}}^{\infty} = \frac{y_1^2}{h_1} P_1 + \frac{y_3^2}{h_3} P_3 + \frac{y_4^2}{h_4} P_4 - \frac{2y_1}{h_1} W_1 - \frac{2y_3}{h_3} W_3 - \frac{2y_4}{h_4} W_4 \\ + \varphi_1 + \varphi_3 + \varphi_4 = \frac{2y_4^2}{h_4} P_4^{\infty} - \frac{4y_4}{h_4} W_4^{\infty} + \varphi_1 + \varphi_3 + \varphi_4,$$

так как $y_1 = 0$, $(S_{\text{III}})_2 = 0$, $y_3 = -y_4$, $h_3 = h_4$, $W_3 = -W_4$.

Подставив в составленные уравнения значения высот первого и второго вспомогательных лучей, оптических сил φ_i и приравняв найденным величинам $S_{\text{I oc}}^{\infty}$, $S_{\text{II oc}}^{\infty}$, $S_{\text{III oc}}^{\infty}$, получаем

$$S_{\text{I oc}}^{\infty} = P_1^{\infty} + 1,755\,556 P_4^{\infty} = 0,241\,92;$$

$$S_{\text{II oc}}^{\infty} = -W_1^{\infty} = 0,269\,08;$$

$$S_{\text{III oc}}^{\infty} = 0,569\,620 P_4^{\infty} - 2,278\,48 W_4^{\infty} + 3,2779 = 0,734\,04.$$

Так как из уравнения для $S_{\text{II oc}}^{\infty}$ получаем, что $W_1^{\infty} = -0,269\,08$, то в результате имеем 2 уравнения с тремя неизвестными P_1^{∞} , P_4^{∞} и W_4^{∞} . Поэтому приходится задавать значение одного из неизвестных, например, P_1^{∞} или P_4^{∞} . В данной задаче по значениям оптических характеристик объектив и компоненты оборачивающей системы выбраны двухлинзовыми склеенными, поэтому при решении системы уравнений надо дополнительно вычислить $P_{1\text{ min}}^{\infty}$ и $P_{4\text{ min}}^{\infty}$ по формуле $P_{i\text{ min}}^{\infty} = P_i^{\infty} - 0,85(W_i^{\infty} - 0,15)^2$. Предпочтительней тот вариант, в котором величины $P_{1\text{ min}}^{\infty}$, $P_{4\text{ min}}^{\infty}$ находятся в пределах от 0 до 1, чтобы получить компоненты с достаточно большими радиусами кривизны.

Результаты решений уравнений на ПЭВМ приведены в табл. 14.2 и 14.3, из которых видно, что одновременно не удастся получить положительные значения $P_{1\text{ min}}^{\infty}$ и $P_{4\text{ min}}^{\infty}$. Поэтому выбран вариант 2 (табл. 14.2), где $P_{1\text{ min}}^{\infty} = 0,057\,15$, $P_{4\text{ min}}^{\infty} = -0,7799$.

Составим аберрационные уравнения для хроматических сумм (гл. 7) с учетом нормировки вспомогательных лучей.

$$S_{\text{I xp oc}}^{\infty} = \varphi_1 \bar{C}_1 + h_3^2 \varphi_3 \bar{C}_3 + h_4^2 \varphi_4 \bar{C}_4 = \varphi_1 \bar{C}_1 + 2h_4^2 \varphi_4 \bar{C}_4,$$

так как $\bar{C}_3 = \bar{C}_4$, $h_3 = h_4$, $(S_{\text{I xp}})_2 = 0$;

$$S_{\text{II xp oc}}^{\infty} = y_1 \varphi_1 \bar{C}_1 = 0,$$

так как $y_1 = 0$, $(S_{\text{II xp}})_2 = (S_{\text{II xp обс}}) = 0$.

Таблица 14.2. Результаты решений абберационных уравнений при заданном значении P_1''

№№	P_1	$P_{1\text{mm}}$	P_4	$P_{4\text{mm}}$	W_1	W_4
1	0	-0,149 285	0,137 768	-0,713 774	-0,269 081	1,150 906
2	0,2	0,057 150	0,023 872	-0,779 909	-0,269 081	1,122 433
3	0,4	0,250 715	-0,090 023	-0,847 422	-0,269 081	1,093 959
4	0,6	0,450 715	-0,203 918	-0,916 314	-0,269 081	1,065 485
5	0,8	0,650 715	-0,317 813	-0,986 584	-0,269 081	1,037 011
6	1	0,852 715	-0,431 708	-1,058 232	-0,269 081	1,008 537
7	-0,2	-0,349 285	0,251 663	-0,649 017	-0,269 081	1,179 380
8	-0,4	-0,549 285	0,365 558	-0,585 639	-0,269 081	1,207 854
9	-0,6	-0,749 285	0,479 453	-0,523 639	-0,269 081	1,236 328
10	-0,8	-0,949 285	-0,593 349	-0,463 017	-0,269 081	1,264 802

Таблица 14.3. Результаты решений абберационных уравнений при заданном значении P_4''

№№	P_4	$P_{4\text{mm}}$	P_1	$P_{1\text{mm}}$	W_1	W_4
1	0	-0,793 946	0,241 92	0,092 635	-0,269 081	1,116 464
2	0,2	-0,678 220	-0,109 28	-0,258 565	-0,269 081	1,166 464
3	0,4	-0,566 745	-0,460 48	-0,609 765	-0,269 081	1,216 464
4	0,6	-0,459 519	-0,811 68	-0,960 965	-0,269 081	1,266 464
5	0,8	-0,356 543	-1,162 88	-1,312 165	-0,269 081	1,316 464
6	1	-0,257 818	-1,514 08	-1,663 365	-0,269 081	1,366 464
7	-0,2	-0,913 921	0,593 12	0,443 835	-0,269 081	1,066 464
8	-0,4	-1,038 147	0,944 32	0,795 035	-0,269 081	1,016 464
9	-0,6	-1,166 622	1,295 52	1,146 235	-0,269 081	0,966 464
10	-0,8	-1,299 348	1,646 72	1,497 435	-0,269 081	0,916 464

Следовательно, хроматизм увеличения нельзя скомпенсировать абберациями объективной части. Примем $\bar{C}_1 = 0$ в уравнении $S_{\text{хрос}}$, тогда

$$S_{\text{хрос}}'' = 2n_4^2 \phi_4 \bar{C}_4 = 1,755\,112 \bar{C}_4 = -1,488 \cdot 10^{-4},$$

$$\bar{C}_4 = -8,478 \cdot 10^{-5}.$$

В результате получены следующие значения основных параметров: для объектива $P_1'' = 0,2$, $W_1'' = -0,269\,08$, $\bar{C}_1 = 0$; для компонента оборачивающей системы $P_4'' = 0,023\,87$, $W_4'' = 1,1224$, $\bar{C}_4 = -8,478 \cdot 10^{-5}$.

Третий компонент (первый компонент оборачивающей системы) рассчитывается в обратном ходе, для него $\bar{P}_3'' = P_4'' = 0,023\,87$, $\bar{W}_3 = W_4'' = 1,1224$, $\bar{C}_3 = \bar{C}_4 = -8,478 \cdot 10^{-5}$.

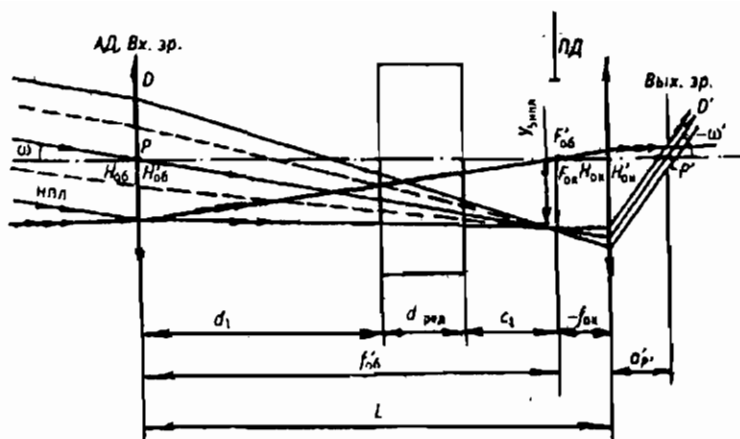


Рис. 14.2. Оптическая схема одной ветви бинокля с призмой, развернутой в эквивалентную ППП

Задача 14.2. В призмном бинокле с видимым увеличением $\Gamma = 5\times$, угловым полем $2\omega = 12^\circ$, диаметром выходного зрачка $D' = 2,5$ мм используется призма Пехана с крышей (Пк-0°) (стекло К8, $n_e = 1,5183$); коэффициент виньетирования $k_\omega = 0,5$.

Из габаритного расчета одной ветви бинокля (рис. 14.2) получено: $f'_{об} = 116,6$ мм, $D/f'_{об} = 1:9,3$, $D = D_{своб} = 12,5$ мм, $D_{свпр} = 20$ мм, $l = d_{ппп} = 95$ мм, $f'_{ок} = 23,3$ мм, $2\omega' = 55,44^\circ$. Из абберационного анализа выбранного окуляра в обратном ходе лучей получено: сферическая абберация для края зрачка $\Delta s'_{ок} = -0,0431$ мм, меридиональная кома $K'_{ок} = 0,0196$ мм, хроматизм положения для зоны $0,707D'/2$ $\Delta s'_{F'C'} = -0,1462$ мм.

Выполнить абберационный расчет, из которого определить значения основных параметров $P'_{об}$, $W'_{об}$, $\bar{C}'_{об}$ объектива при условии исправления хроматизма положения, сферической абберации и меридиональной комы.

Решение. Запишем уравнения исправления аббераций, принимая во внимание особенности суммирования аббераций в телескопической системе [1]:

$$\Delta s'_{F'C'} = \Delta s'_{F'C'_{об}} + \Delta s'_{F'C'_{ппп}} = -\Delta s'_{F'C'_{ок}} = 0,1462;$$

$$\Delta s' = \Delta s'_{об} + \Delta s'_{ппп} = -\Delta s'_{ок} = 0,0431;$$

$$K = K_{об} + K_{ппп} = 0,0196,$$

откуда

$$\Delta s'_{F'C_{\infty}} = -\Delta s'_{F'C_{\infty}} - \Delta s'_{F'C_{\text{ППП}}} = 0,1462 - \Delta s'_{F'C_{\text{ППП}}};$$

$$\Delta s'_{\text{о6}} = -\Delta s'_{\text{ок}} - \Delta s'_{\text{ППП}} = 0,0431 - \Delta s'_{\text{ППП}};$$

$$K_{\text{о6}} = -\bar{K}_{\text{ок}} - K_{\text{ППП}} = 0,0196 - K_{\text{ППП}}.$$

Вычислим aberrации призмы, развернутой в эквивалентную плоскопараллельную пластину толщиной $d_{\text{ППП}} = 95$ мм:

$$\Delta s'_{F'C_{\text{ППП}}} = \frac{n-1}{n^2} \frac{d}{v_e} = \frac{1,5183-1}{1,5183^2} \frac{95}{63,83} = 0,3346;$$

$$\Delta s'_{\text{ППП}} = \frac{n^2-1}{2n^3} d\sigma'^2 = 0,05084,$$

где $\sigma' = m/f_{\text{о6}}' = 0,053574$;

$$K = \frac{3}{2} \frac{n^2-1}{n^3} d\sigma'^2 \operatorname{tg} \omega = 0,0160,$$

где $\operatorname{tg} \omega = 0,1051$.

Подставив в уравнения исправления aberrаций значения aberrаций ППП, имеем

$$\Delta s'_{F'C_{\text{о6}}} = 0,1462 - 0,3346 = -0,1884;$$

$$\Delta s'_{\text{о6}} = 0,0431 - 0,05084 = -0,00774;$$

$$K_{\text{о6}} = 0,0196 - 0,0160 = 0,0036.$$

По значениям оптических характеристик объектива $f_{\text{о6}}' = 116,6$, $D/f_{\text{о6}}' = 1,9, 2\omega = 12^\circ$, определенным из габаритного расчета, выбрана конструкция объектива в виде двухлинзового склеенного компонента. При расчете объектив принимается бесконечно тонким $d_1 = d_2 = 0$, $h_1 = h_2 = h_3 = h$, $y_1 = y_2 = y_3 = y$ и выбирается нормировка вспомогательных лучей. Для первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$, $h = f' = 1$, $\alpha_4 = 1$, для второго вспомогательного луча $\beta_1 = 1$, $y = a_r = 0$, $I = -h = -1$. Тогда с учетом нормировки получаем для коэффициентов aberrаций

$$S_{\text{Ixp}}^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=3} h_v C_v = h \sum_{v=1}^{v=3} C_v = \bar{C}_{\text{о6}};$$

$$S_{\text{Iо6}}^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=3} h_v P_v = h \sum_{v=1}^{v=3} P_v = P_{\text{о6}}^{\infty};$$

$$S_{\parallel 06}^{\infty} = \sum_{v=1}^{v=3} y_v P_v - I \sum_{v=1}^{v=3} W_v = y \sum_{v=1}^{v=3} P_v + \sum_{v=1}^{v=3} W_v = \sum_{v=1}^{v=3} W_v = W_{06}^{\infty}.$$

Используя формулы для хроматизма положения первого порядка (гл. 7) и сферической абберации и меридиональной комы третьего порядка (гл. 8), найдем величины основных параметров:

$$\Delta s'_{F'C_0} = f'_{06} \cdot S_{1xp}^{\infty} = f'_{06} \cdot \bar{C}_{06},$$

$$\text{откуда } \bar{C}_{06} = \Delta s'_{F'C_0} / f'_{06} = -0,1884/116,6 = -0,001616;$$

$$\Delta s'_{06} = -0,5m^2 S_1^{\infty} / f'_{06},$$

$$\text{поэтому } S_{106}^{\infty} = P_{06}^{\infty} = -2 f'_{06} \Delta s'_{06} / m^2 = -2 \cdot 116,6 (-0,00774) / 6,25^2 = 0,0462;$$

$$K^{\infty} = -1,5m^2 S_{11}^{\infty} / f'_{06}, \quad S_{1106}^{\infty} = W_{06}^{\infty} = -f'_{06} \cdot K / (1,5m^2).$$

В системе установлена виньетирующая диафрагма, обеспечивающая коэффициент виньетирования $k_w = 0,5$, поэтому для наклонного луча $m = D/4 = 3,125$, и в результате имеем $W_{06}^{\infty} = -2 \cdot 116,6 \times 0,0036 / (3 \cdot 3,125^2) = 0,02866$.

В результате для объектива получено $\bar{C} = -0,001616$, $P_{06}^{\infty} = 0,0462$, $W_{06}^{\infty} = 0,02866$. Так как объектив двухлинзовый склеенный, то для его расчета (синтеза) надо выбрать комбинацию марок стекол «крон впереди» из таблиц С.В. Трубка [14].

ГЛАВА 15. РАСЧЕТ ИСХОДНЫХ ВАРИАНТОВ СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ЛИНЗОВЫХ КОМПОНЕНТОВ

Основные формулы для решения задач

Расчет исходных вариантов, или синтез отдельных компонентов в данной главе выполняется методом разделения переменных, или алгебраическим методом [1]. Целью синтеза является определение конструктивных параметров компонентов из условий исправления aberrаций оптической системы. Для этого вначале каждый компонент принимается бесконечно тонким и из aberrационного расчета (гл. 14) из условий исправления или получения заданных значений aberrаций всей системы определяют величины основных параметров $\bar{C}_i$, P_i^∞ , W_i^∞ компонентов.

При расчете объективов или компонентов с небольшим угловым или линейным полем из условий исправления хроматизма положения, сферической aberrации и меридиональной комы получают при $s_1 = -\infty$ величины основных параметров $\bar{C}_i = 0$, $P_i^\infty = 0$, $W_i^\infty = 0$, а при $s_1 \neq -\infty$ — значения неосновных параметров $C_i = 0$, $P_i = 0$, $W_i = 0$ и делают переход к основным параметрам.

Затем составляют aberrационные уравнения для параметров C_i , P_i , W_i компонента. Для упрощения их составления используется *модульный принцип*.

Двух-, трех- и четырехлинзовые компоненты (табл. 15.1) представляют собой различные комбинации отдельной линзы и двухлинзового склеенного компонента. Поэтому модулями, т. е. составляющими частями компонентов, считаем отдельную линзу и склеенный компонент.

Для составления уравнений C^θ , P^θ , W^θ модуля в виде отдельной линзы надо взять уравнения C_μ , P_μ , W_μ отдельной линзы в воздухе и изменить индексы членов уравнений, полагая, что перед линзой может быть расположено v поверхностей и μ линз. Тогда в уравнениях C_μ , P_μ , W_μ к индексам при α , n , для которых счет идет по поверхностям (средам), надо прибавить v ; аналогично к индексам при ϕ , v (счет по линзам) надо прибавить μ (рис. 15.1). Таким же образом изменяют индексы в членах уравнений C_μ , P_μ , W_μ отдельного склеенного компонента для получения уравнений C^θ , P^θ , W^θ модуля в виде двухлинзового склеенного компонента (рис. 15.2).

Уравнения C^θ , P^θ , W^θ модуля в виде отдельной линзы в воздухе

$$C^\theta = (\alpha'_{v+1} - \alpha_{v+3}) / v_{\mu+1};$$

$$P^\theta = [\alpha_{v+2}^2 (\alpha_{v+3} - \alpha_{v+1}) (2m_{v+2} + 1) + \alpha_{v+2} (\alpha_{v+1}^2 - \alpha_{v+3}^2) \times \\ \times (m_{v+2} + 2) + \alpha_{v+3}^3 - \alpha_{v+1}^3] / (m_{v+2} - 1)^2;$$

Таблица 15.1

№№	Оптическая схема компонента	Число параметров		Рекомендуемые значения избыточных параметров для видимой области	Общий вид функциональной зависимости абберационных уравнений			Область формулы составления уравнений по модульному принципу
		свобод- ных	избыточ- ных		C	W	P	
1		3	-	-	$\Psi(\varphi_1)$	$F(Q)$	$\Pi(Q^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
2		4	-	-	$\Psi(\varphi_1)$	$\xi(\alpha_2, \alpha_4)$	$F_1(\alpha_2^2, \alpha_4^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
3		4	1	$\alpha_2 = 1, 1, \dots, 1, 3$ (монохромат)	-	$F_1(\alpha_2, \alpha_4)$	$\xi(\alpha_2^2, \alpha_4^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
4		6	2	$\varphi_1 = \varphi_2; \alpha_2 = \alpha_4$	$\xi(\varphi_1)$	$F(\alpha_4, \alpha_4)$	$\Psi(\alpha_4^2, \alpha_4^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
5		6	2	$\varphi_1 = (1, 3, \dots, 1, 4)\varphi_2$ $\alpha_2 = 0, 1, \dots, 0, 2, 5$	$\xi(\varphi_1)$	$F(\alpha_4, \alpha_4)$	$\Psi(\alpha_4^2, \alpha_4^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
6		5	1	$\alpha_2 = 0, 5, \dots, 0, 75$	$\Psi(\varphi_2, \alpha_2)$	$F(\alpha_2, Q)$	$\xi(\alpha_2^2, Q^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
7		5	1	$\alpha_4 = 0, 3, \dots, 0, 5$	$F(\varphi_1, \alpha_4)$	$\Psi(\alpha_2, Q)$	$\Psi(\alpha_2^2, Q^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
8		3	-	-	$\Psi(\varphi_1)$	$F_1(Q)$	$\xi(Q^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
9		4	-	-	$F(\varphi_1)$	$\Psi(\alpha_2, \alpha_4)$	$F_2(\alpha_2^2, \alpha_4^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$
10		6	2	$\alpha_2 = 0, 4, \dots, 0, 5$ $\varphi_3 = 1, \dots, 1, 1$	$\Psi(\varphi_1, \varphi_3, \alpha_4)$	$F_1(Q_1, Q_2)$	$F_2(Q_1^2, Q_2^2)$	$\prod_{\mu, \nu}^{\oplus} = \prod_{\mu, \nu}^{\oplus} + \prod_{\mu, \nu}^{\oplus}$

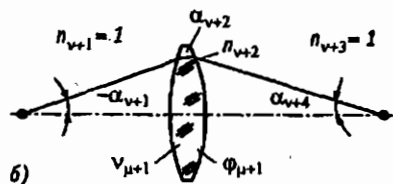
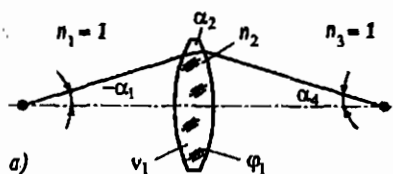


Рис. 15.1. Ход первого вспомогательного луча:

а — в отдельной линзе; б — в модуле

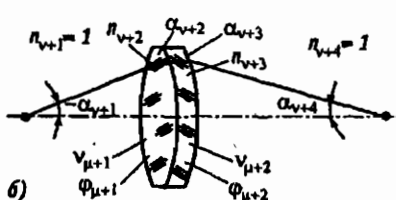
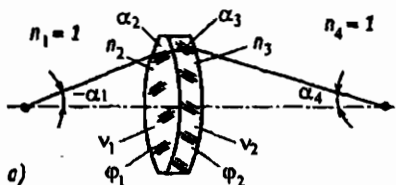


Рис. 15.2. Ход первого вспомогательного луча:

а — в двухлинзовом склеенном компоненте; б — в модуле

$$W^{\Theta} = [\alpha_{v+2} (\alpha_{v+1} - \alpha_{v+3}) (m_{v+2} + 1) + \alpha_{v+3}^2 - \alpha_{v+1}^2] / (1 - m_{v+2}),$$

где $m_{v+2} = 1/n_{v+2}$.

Уравнения C^{Θ} , P^{Θ} , W^{Θ} модуля в виде двухлинзового склеенного компонента

$$C^{\Theta} = \varphi_{\mu+1} (1/v_{\mu+2} - 1/v_{\mu+1}) + (\alpha_{v+1} - \alpha_{v+4})/v_{\mu+2};$$

$$W^{\Theta} = \frac{\alpha_{v+1} - \alpha_{v+4} - \bar{a}}{2} Q + \frac{(\alpha_{v+1} - \alpha_{v+4})(\varphi_{\mu+1} - \alpha_{v+4}) - \bar{b}}{3};$$

$$P^{\Theta} = \bar{a}Q^2 + \bar{b}Q + \bar{c},$$

где

$$\bar{a} = 2\varphi_{\mu+1} (m_{v+2} - m_{v+3}) + (2m_{v+3} + 1)(\alpha_{v+4} - \alpha_{v+1});$$

$$\bar{b} = 3\varphi_{\mu+1}^2 / (n_{v+2} - 1) - 2\alpha_{v+1} \varphi_{\mu+1} - [\beta (\varphi_{\mu+1} + \alpha_{v+1})^2 + \alpha_{v+4}^2 (2n_{v+3} + 1) - 2\alpha_{v+4} (\varphi_{\mu+1} + \alpha_{v+1})(2 + n_{v+3})] / (n_{v+3} - 1);$$

$$\bar{c} = [\varphi_{\mu+1}^3 + \alpha_{v+1} \varphi_{\mu+1}^2 (1 - n_{v+2})] [n_{v+2} / (n_{v+2} - 1)^2] + [\alpha_{v+4}^3 - \alpha_{v+4}^2 (\varphi_{\mu+1} + \alpha_{v+1})(2 + m_{v+3}) - (\varphi_{\mu+1} + \alpha_{v+1})^3 m_{v+3} + \alpha_{v+4} (\varphi_{\mu+1} + \alpha_{v+1})^2 (1 + 2m_{v+3})] / (1 - m_{v+3})^2;$$

$$\alpha_{v+2} = \alpha_{v+1} + \varphi_{\mu+1} + Q(1 - m_{v+2});$$

$$\alpha_{v+3} = \alpha_{v+1} + \varphi_{\mu+1} + Q(1 - m_{v+3}); m = 1/n.$$

Общие формулы для составления абберационных уравнений C_i , P_i , W_i по модульному принципу для компонентов различных конструкций, а также число свободных и коррекционных параметров, рекомендуемые значения избыточных параметров приведены в табл. 15.1. В этой таблице через Π обозначен каждый из параметров C , или P , или W . Нижние индексы в слагаемых общих формул составления абберационных уравнений показывают, чему должны быть равны индексы v и μ в соответствующем уравнении модуля при записи его уравнения для разных компонентов.

Например, запись $C^{\Theta\Theta} = C^{\Theta}_{v=0, \mu=0} + C^{\Theta}_{v=3, \mu=2}$ означает, что для получения уравнения хроматического параметра C_i для трехлинзового объектива данной конструкции вначале надо использовать уравнение C^{Θ} модуля склеенного компонента и записать его, принимая в индексах членов уравнения $v=0$ и $\mu=0$. Это объясняется тем, что перед склеенным компонентом ничего не расположено, т. е. число предшествующих поверхностей и линз равно нулю. Затем к записанной части уравнения надо прибавить вторую, используя для этого уравнение C^{Θ} модуля линзы и принимая в индексах членов уравнения $v=3$ и $\mu=2$ (перед линзой расположено 3 поверхности и 2 линзы). В результате получаем, принимая нормировку для первого вспомогательного луча $\alpha_1=0$, $\alpha_6=1$,

$$\begin{aligned}\bar{C}_i &= C^{\Theta\Theta} = \varphi_1(1/v_2 - 1/v_1) - \alpha_4/v_2 + (\alpha_4 - 1)/v_3 = \\ &= -(\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2 + \varphi_3/v_3).\end{aligned}$$

Задачи с решениями

Задача 15.1. Рассчитать двухлинзовый склеенный объектив, если $f'=200$ мм; $D/f'=1.5$; $2\omega=2^\circ$; входной зрачок совпадает с тонким компонентом ($a_p=0$). Ахроматизовать для линий спектра F' — C' при основной длине волны $\lambda_e=0.5461$ мкм (линия e). Комбинации марок стекол: К8—ТФ1, К8—Ф1, ЛК4—ОФ5.

Решение. Для расчета исходного варианта используем широко применяемую методику [1]. Объектив при заданных марках стекол имеет только два параметра, которые можно использовать для коррекции аббераций, поэтому исходный вариант рассчитывается из условий исправления хроматизма положения и сферической абберации. Принимая объектив бесконечно тонким, т. е. $h_1=h_2=h_3$, и выбирая нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1=0$; $h_1=f'=1$;

$\alpha_4 = 1$, определим оптические силы линз из условий масштаба и ахроматизации, задавая основной хроматический параметр $\bar{C} = 0$ [1]:

$$\varphi_1 = v_1/(v_1 - v_2); \quad \varphi_2 = v_2/(v_2 - v_1) = 1 - \varphi_1. \quad (15.1)$$

Затем определим инвариант Q поверхности склейки из условия исправления сферической аберрации третьего порядка:

$$P = aQ^2 + bQ + c = 0, \quad (15.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 + 2\varphi_1/n_2 + 2(1 - \varphi_1)/n_3; \\ b &= \frac{3}{n_2 - 1}\varphi_1^2 - \frac{3}{n_3 - 1}(1 - \varphi_1)^2 - 2 + 2\varphi_1; \\ c &= \frac{n_2}{(n_2 - 1)^2}\varphi_1^3 + \frac{n_3}{(n_3 - 1)^2}(1 - \varphi_1)^3 + \frac{n_3}{n_3 - 1}(1 - \varphi_1)^2. \end{aligned} \right\} \quad (15.3)$$

Зная инвариант поверхности склейки и оптическую силу первой линзы, определим углы α_2 и α_3 :

$$\alpha_2 = (1 - 1/n_2)Q + \varphi_1; \quad \alpha_3 = (1 - 1/n_3)Q + \varphi_1 \quad (15.4)$$

и кривизну поверхностей бесконечно тонких линз при $h = f' = 1$:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= Q + \frac{n_2}{n_2 - 1}\varphi_1 = \frac{1}{r_1}; \quad \rho_2 = Q + \varphi_1 = \frac{1}{r_2}; \\ \rho_3 &= Q + \frac{n_3}{n_3 - 1}\varphi_1 - \frac{1}{n_3 - 1} = \frac{1}{r_3}. \end{aligned} \quad (15.5)$$

Затем осуществляем переход к линзам конечной толщины. Выполним расчет для комбинации марок стекол К8—ТФ1:

$$\varphi_1 = 63,87/(63,87 - 33,62) = 2,11140; \quad \varphi_2 = 1 - \varphi_1 = -1,11140;$$

$$a = 1 + \frac{2 \cdot 2,11140}{1,518294} + \frac{2 \cdot (1 - 2,11140)}{1,652188} = 2,43591;$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{3 \cdot 2,11140^2}{1,518294 - 1} - \frac{3}{1,652188 - 1}(1 - 2,11140)^2 - 2 + \\ &+ 2 \cdot 2,11140 = 22,3449; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{1,518294}{(1,518294 - 1)^2} 2,11140^3 + \frac{1,652188}{(1,652188 - 1)^2} (1 - 2,11140)^3 + \\ &+ \frac{1,652188}{1,652188 - 1} (1 - 2,11140)^2 = 50,9971. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (15.2) принимает вид $2,43591 Q^2 + 22,3449 Q + 50,9971 = 0$, откуда

$$Q = -4,58656 \pm 0,317792; \quad Q_1 = -4,26876; \quad Q_2 = -4,90436.$$

Выбираем $Q_1 = -4,26876$, при котором кривизна поверхности склейки имеет меньшую величину, следовательно, можно ожидать меньшие аберрации высших порядков, чем при $Q_2 = -4,90436$.

По формулам (15.4) вычислим α_2 и α_3 :

$$\alpha_2 = (1 - 1/1,518\,294) (-4,268\,76) + 2,111\,40 = 0,654\,190;$$

$$\alpha_3 = (1 - 1/1,652\,188) (-4,268\,76) + 2,111\,40 = 0,426\,341.$$

Вычислим $\rho_1, \dots, \rho_3$ при $f' = 1$, а затем радиусы кривизны бесконечно тонкой системы при $f' = 200$; $r_{v\text{тн}} = h/\rho_v = 200/\rho_v$:

$$\rho_1 = 1,916\,389; \quad \rho_2 = -2,157\,360; \quad \rho_3 = -0,453\,250;$$

$$r_{1\text{тн}} = 104,363; \quad r_{2\text{тн}} = -92,706; \quad r_{3\text{тн}} = -441,258.$$

Для контроля вычислений определим P_1 , P_2 и P_3 , используя известные соотношения, и найдем их сумму:

$$P_1 = \left(\frac{\alpha_2}{1/n_2 - 1} \right)^2 \frac{\alpha_2}{n_2} = 1,582\,40;$$

$$P_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1/n_3 - 1/n_2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_3}{n_3} - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = -3,149\,33;$$

$$P_3 = \left(\frac{1 - \alpha_3}{1 - 1/n_3} \right)^2 \left(1 - \frac{\alpha_3}{n_3} \right) = 1,566\,96;$$

$$P'' = \sum_1^3 P_v = 0,000\,03; \quad W'' = \sum_1^3 W_v = -0,486\,23.$$

Поскольку марки стекол были заданы, значение параметра W'' может получиться любым.

Осуществим переход к линзам конечной толщины. Световой диаметр $D_{\text{св}} = D = 40$ мм, полный диаметр $D_{\text{пол}} = 42$ мм с учетом припуска на оправу и ГОСТ 6636-69. Определив стрелки прогиба поверхностей положительной линзы

$$k_v = r_v - (r_v / |r_v|) \sqrt{r_v^2 - D_{\text{пол}}^2 / 4},$$

получим, что $d_1 = k_1 + d_{\text{мин}} - k_2 = 6,6$ мм, где $d_{\text{мин}} = 2$.

Толщина второй — отрицательной линзы — $d_2 = 0,1$ мм, $D_{\text{пол}} = 4,2$ мм.

Определим высоты первого параксиального луча при условии, что $h_1 = f' = 200$:

Таблица 15.2. Аберрации точки на оси объектива, мм

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,096	0	0,124	0	-0,028
10,0	0,002	0,001	-0,06	0,128	0,006	0,100	0,005	0,023
14,14	0,025	0,0018	-0,12	0,184	0,013	0,096	0,007	0,098
17,32	0,072	0,0062	-0,19	0,264	0,023	0,115	0,010	0,149
20,00	0,144	0,0145	-0,26	0,371	0,040	0,158	0,016	0,213

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 195,6823; \quad h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 193,8916,$$

тогда радиусы кривизны линз конечной толщины

$$r_1 = h_1/\rho_1 = 104,363; \quad r_2 = h_2/\rho_2 = -90,7045; \quad r_3 = h_3/\rho_3 = -427,780.$$

Для контроля вычислений следует рассчитать ход первого параксиального луча и определить фокусное расстояние. Для данной системы $f' = 199,999$. После округления значений радиусов кривизны по ГОСТ 1807-75 получим следующий исходный вариант системы:

	n_e	v_e	
$r_1 = 104,23$	$d_1 = 6,6$	1,5183	63,83
$r_2 = -90,78$	$d_2 = 4,2$	1,6522	33,62
$r_3 = -427,6$			

$f' = 199,674; \quad s'_{F'} = 193,566.$

Остаточные аберрации точки на оси представлены в табл. 15.2.

Таким же образом рассчитаны исходные варианты для двух других комбинаций марок стекол. На основании результатов расчетов всех трех вариантов бесконечно тонких систем (табл. 15.3) можно сделать предварительные выводы: меньшие аберрации высших порядков, т. е. остаточные аберрации, можно ожидать в системе 1 (К8—ТФ1), где получены самое большое по сравнению с другими системами (2 и 3) значение радиуса склейки, меньшие Q и P_2 . Известно, что именно радиус склейки оказывает большое влияние на величины аберраций высших порядков вследствие больших углов падения на поверхность склейки.

Система 1 является лучшей из трех вследствие большей разности показателей преломления и коэффициентов дисперсии. Кроме того, система 1 имеет и меньшее значение параметра W^∞ , поэтому коэффициент изопланатизма η и кома здесь будут меньше, чем в системах 2 и 3.

Следует помнить, что не все комбинации марок стекол с большими Δn_e и Δv_e пригодны для расчета склеенного объектива: в отдельных случаях его нельзя рассчитать из-за отсутствия действительного решения уравнения (15.2).

Таблица 15.3. Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых склеенных объективов

Параметры	1 К8—ТФ1	2 К8—Ф1	3 ЛК8—ОФ5
Δn_e Δv_e	0,133894 30,25	0,098584 27,18	0,174233 23,40
Φ_1 Φ_2	2,11140 -1,11140	2,34989 -1,34989	2,77607 -1,77607
a b c	2,43591 22,34490 50,9971	2,42569 25,8005 67,6656	2,58923 36,32685 118,65560
Q	-4,26876	-4,69560	-5,17559
α_2 α_3	0,654190 0,426341	0,746971 0,658405	1,06898 0,706331
P_1 P_2 P_3	1,58240 -3,14933 1,56696	2,35567 -3,23277 0,87701	7,52490 -7,83561 0,31069
P	0,00003	-0,00009	-0,00002
W_1 W_2 W_3	-0,82672 -0,737750 1,07824	-1,07654 -0,68847 0,75771	-2,32181 -1,513980 0,423083
W	-0,48623	-1,00730	-3,41282
ρ_1 ρ_2 ρ_3	1,916390 -2,157360 -0,453250	2,188184 -2,345710 -0,157449	3,240980 -2,399520 -0,265651

После перехода к линзам конечной толщины получены следующие конструктивные параметры систем 2 и 3:

$$\begin{array}{llll}
 r_1 = 91,4000 & d_1 = 7,1 & \text{К8} & r_1 = 61,7097 \\
 r_2 = -83,0011 & d_2 = 4,2 & \text{Ф1} & r_2 = -79,5634 \\
 r_3 = -1221,66 & & & r_3 = 707,496 \\
 f' = 199,998; \quad s'_{F'} = 192,349, & & & f' = 200,000; \quad s'_{F'} = 187,948.
 \end{array}$$

Округлив радиусы кривизны поверхностей по ГОСТ 1807-75, получим следующие исходные варианты систем 2 и 3:

$$\begin{array}{lllll}
 & & n_e & v_e & \\
 r_1 = 91,41 & d_1 = 7,1 & 1,5183 & 63,83 & \text{К8} \\
 r_2 = -82,99 & d_2 = 4,2 & 1,6169 & 36,70 & \text{Ф1} \\
 r_3 = 1224,6 & & & & \\
 f' = 200,075; \quad s'_{F'} = 192,424.
 \end{array}$$

Таблица 15.4. Аберрации точки на оси объектива, мм
 $f' = 200$; 1:5; К8—Ф1

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'_{F'}$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'_{C'}$	
0	0	0	0	0,091	0	0,126	0	-0,035
10,0	0,001	0,0000	-0,12	0,127	0,006	0,097	0,005	0,030
14,14	0,031	0,0022	-0,25	0,193	0,014	0,096	0,007	0,097
17,32	0,091	0,0080	-0,38	0,293	0,025	0,123	0,011	0,170
20,00	0,186	0,0188	-0,52	0,429	0,043	0,183	0,018	0,246

Таблица 15.5. Аберрации точки на оси объектива, мм
 $f' = 200$; 1:5; ЛК4-ОФ5

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'_{F'}$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'_{C'}$	
0	0	0	0	0,022	0	0,157	0	-0,135
10,0	-0,052	-0,002	-0,41	0,015	0,001	0,064	0,003	-0,049
14,14	0,020	0,001	-0,84	0,096	0,007	0,052	0,004	0,044
17,32	0,108	0,010	-1,29	0,278	0,024	0,132	0,012	0,146
20,00	0,348	0,036	-1,77	0,576	0,059	0,320	0,033	0,256

$$\begin{array}{lllll}
 r_1 = 61,66 & & n_e & v_e & \\
 r_2 = -79,62 & d_1 = 8,5 & 1,4922 & 64,93 & \text{ЛК4} \\
 r_3 = 707,9 & d_2 = 4,2 & 1,6664 & 41,57 & \text{ОФ5}
 \end{array}$$

$f' = 199,659$; $s'_{F'} = 187,616$.

Остаточные аберрации точки на оси для этих систем представлены в табл. 15.4, 15.5. Следует отметить, что остаточные аберрации систем 1—3 изменились весьма незначительно после округления радиусов кривизны по ГОСТу (сотые и тысячные доли миллиметра).

Как и следовало из данных расчета бесконечно тонких систем (см. табл. 15.4), лучшим является объектив 1, в котором меньше коэффициент изопланатизма η , хотя по значениям других аберраций он мало отличается от объектива 2. Дополнительная коррекция аберраций объектива 1 рассмотрена в гл. 19 (задача 19.1).

Задача 15.2. Рассчитать двухлинзовый склеенный объектив с фокусным расстоянием $f' = 200$ мм, относительным отверстием $D/f' = 1:5$, угловым полем $2\omega = 2^\circ$ из условий исправления хроматизма положения, сферической аберрации и меридиональной комы. Входной зрачок совпадает с оправой объектива, $a_p = 0$. Спектральный диапазон работы объектива F' , e , C' .

Решение. Двухлинзовый склеенный объектив имеет два коррекционных параметра, поэтому для исправления третьей аберрации надо выбрать комбинации марок стекол. Для этого рекомендуется использовать таблицы С.В. Трубки [14].

Как и в задаче 15.1 вначале принимаем объектив за бесконечно тонкий, поэтому $h_1 = h_2 = h_3 = h$; по нормировке первого вспомогательного луча $h = f' = 1$, $\alpha_1 = 0$, поэтому $\alpha_4 = h/f' = 1$.

Из условия ахроматизации получим, что основной хроматический параметр $\bar{C} = 0$, а из условий исправления сферической аберрации и меридиональной комы имеем $P^\infty = 0$ и $W^\infty = 0$. Так как $W^\infty < 0,8$, то выбираем комбинацию «крон впереди» и рассчитываем параметр $P_{ок}^\infty$:

$$P_{ок}^\infty = \frac{P^\infty - 0,84 (W^\infty - 0,08)^2}{1 - 0,022 (W^\infty - 0,08) + 0,002 (W^\infty - 0,08)^2} =$$

$$= \frac{-0,84 (-0,08)^2}{1 - 0,022 (-0,08) + 0,002 (-0,08)^2} = -0,0053.$$

Из таблиц С.В. Трубо по значениям $\bar{C} = 0$, $P_{ок}^\infty = -0,005$ выбираем комбинацию стекол марок ТК23-БФ28, для которой табличное значение $P_{ок}^\infty = -0,005$ полностью соответствует расчетному значению. Из этих же таблиц выпишем значения оптических постоянных стекол: для ТК23 $n_e = 1,5915$, $v_e = 60,979$, а для БФ28 $n_e = 1,6687$, $v_e = 35,195$.

Аберрационный расчет (синтез) объектива выполним по методике, рассмотренной выше, по программе синтеза на ПЭВМ. Из уравнения ахроматизации при $\bar{C} = 0$ получено $\phi_1 = v_1/(v_1 - v_2) = 2,364\ 99$, тогда из уравнения масштаба $\phi_2 = 1 - \phi_1 = -1,364\ 99$.

Получены следующие значения коэффициентов аберрационного уравнения для P^∞ :

$$a = 1 + 2\phi_1/n_2 + 2(1 - \phi_1)n_3 = 2,336\ 03;$$

$$b = 3\phi_1^2/(n_2 - 1) - 3(1 - \phi_1)^2/(n_3 - 1) - 2 + 2\phi_1 = 22,7389;$$

$$c = n_2\phi_1^3/(n_2 - 1)^2 + n_3(1 - \phi_1)^3/(n_3 - 1)^2 + n_3(1 - \phi_1)^2/(n_3 - 1) =$$

$$= 55,3299.$$

$$\text{Тогда } P^\infty = 2,33603Q^2 + 22,7389Q + 55,3299 = 0.$$

Из двух решений квадратного уравнения (табл. 15.6) выбираем второе, для которого $W^\infty = \sum_1^3 W_v = 0,0036$, т. е. ближе к требуемому значению $W^\infty = 0$.

Световой диаметр объектива $D_{св} = D$, так как $a_p = 0$, т. е. $D_{св} = 40$, а полный диаметр $D_{пол} = D_{св} + \Delta D = 42$, что соответствует значению по нормальному ряду чисел.

Таблица 15.6. Результаты синтеза бесконечно тонкого объектива для двух решений абберационного уравнения P^m

	1-е решение	2-е решение
Q	-4,9149	-4,8190
α_2	0,538298	0,573941
α_3	0,395425	0,433856
C_1	-0,008827	-0,009411
C_2	0,026005	0,025498
C_3	-0,017178	-0,016087
$\bar{C} = \sum_1^3 C_v$	0,000000	0,000000
P_1	0,709521	0,860002
P_2	-2,446274	-2,337005
P_3	1,736753	1,477003
$P^m = \sum_1^3 P_v$	0,000000	0,000000
W_1	-0,48988	-0,55690
W_2	-0,49772	-0,48495
W_3	1,151174	1,04546
$W^m = \sum_1^3 W_v$	0,163570	0,00360
$r_{1\text{TK}}$	138,088	129,512
$r_{2\text{TK}}$	-78,433	-81,4981
$r_{3\text{TK}}$	-393,174	-484,522

После перехода к линзам конечной толщины, рассмотренному в задаче 15.1, получены конструктивные параметры объектива:

$$\begin{array}{ccccccc}
 r_1 = 129,512 & & & n_s & v_s & D_{ca} & D_{non} \\
 r_2 \approx -79,9779 & d_1 = 6,5 & \text{TK23} & 1,5915 & 60,979 & 40 & 42 \\
 r_3 \approx -471,069 & d_1 = 4,2 & \text{БФ28} & 1,6687 & 35,195 & & \\
 & f' = 199,99; & s'_{F.} = 194,45. & & & &
 \end{array}$$

Остаточные aberrации точки на оси представлены в табл. 15.7.

Коэффициент изопланатизма η , следовательно и меридиональная кома, на порядок меньше, чем в объективах, рассмотренных в задаче 15.1, где марки стекол были заданы. Объектив требует незначительной коррекции хроматизма положения и сферической aberrации.

Таблица 15.7. Аберрации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм.
 $f' = 200$ мм, 1:5, ТК23-БФ28

m'	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F'e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,125	0	0,140	0	-0,014
10,00	0,009	0,0004	-0,004	0,170	0,008	0,121	0,006	0,049
14,14	0,037	0,0027	-0,016	0,235	0,017	0,119	0,009	0,116
17,32	0,088	0,0076	-0,036	0,324	0,028	0,138	0,012	0,185
20,00	0,161	0,0162	-0,066	0,437	0,044	0,179	0,018	0,258

Задача 15.3. Рассчитать двухлинзовый склеенный объектив (рис. 15.3), если: передний отрезок $a_1 = -173,3$ мм; линейное увеличение $\beta = -0,3$; входной зрачок совпадает с бесконечно тонким компонентом ($a_p = 0$); числовая апертура $A = 0,05$; стекла К8—ТФ1; спектральный диапазон $F'—C'$; основная длина волны $\lambda_0 = 0,5461$ мкм (линия е).

Решение. Вначале принимаем объектив бесконечно тонким: $h_1 = h_2 = h_3$. Фокусное расстояние объектива определим по формуле

$$f' = a_1 \beta / (1 - \beta).$$

При заданных марках стекол можно исправить только две аберрации — хроматизм положения и, например, сферическую аберрацию. Примем нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = \beta = -0,3$; $\alpha_4 = 1$, тогда $h_1 = a_1 \beta$.

Для расчета используем методику, описанную в [1]. Уравнения ахроматизации и исправления сферической аберрации имеют вид

$$C = \varphi_1 (1/v_2 - 1/v_1) + (\alpha_1 - \alpha_4)/v_2 = 0; \quad (15.5)$$

$$P = \bar{a}Q^2 + \bar{b}Q + \bar{c} = 0, \quad (15.6)$$

где

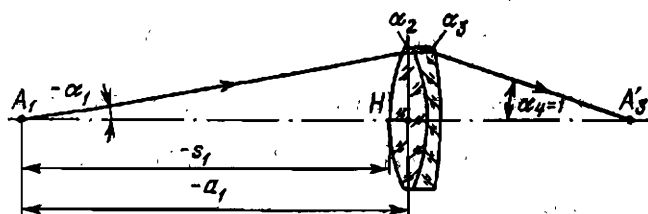


Рис. 15.3. Двухлинзовый склеенный объектив ($s \neq \infty$)

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{a} &= 2\varphi_1 (m_2 - m_3) + (2m_3 + 1)(1 - \alpha_1); \quad m_v = 1/n_v; \\
 \bar{b} &= \frac{3\varphi_1^2}{n_2 - 1} - \frac{3(\varphi_1 + \alpha_1)^2}{n_3 - 1} - 2\alpha_1\varphi_1 - \frac{2n_3 + 1}{n_3 - 1} + \\
 &+ \frac{2(\varphi_1 + \alpha_1)(2 + n_3)}{n_3 - 1}; \\
 \bar{c} &= \frac{n_2}{(n_2 - 1)^2} [\varphi_1^3 + \alpha_1\varphi_1^2(1 - n_2)] + \frac{n_3^2}{(n_3 - 1)^2} \times \\
 &\times [1 - (\varphi_1 + \alpha_1)(2 + m_3) + (\varphi_1 + \alpha_1)^2(1 + 2m_3) - (\varphi_1 + \alpha_1)^3 m_3].
 \end{aligned} \right\} (15.7)$$

Из уравнения (15.5) определим φ_1 , а из (15.6) — Q (инвариант поверхности склейки). Затем вычислим α_2 и α_3 :

$$\alpha_2 = (1 - m_2) Q + \varphi_1 + \alpha_1; \quad \alpha_3 = (1 - m_3) Q + \varphi_1 + \alpha_1.$$

Определив радиусы кривизны $r_{v_{тн}}$ бесконечно тонкой системы, производим переход к линзам конечной толщины. Рассмотрим последовательно расчет исходного варианта:

$$f' = (-173,3) (-0,3)/(1 + 0,3) = 39,9923;$$

из (15.5) найдем φ_1 :

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= (1 - \alpha_1) v_1 / (v_1 - v_2) = (1 + 0,3) 63,87 / (63,87 - 33,62) = \\
 &= 2,744 826.
 \end{aligned}$$

Для решения уравнения (15.6) из (15.7) определим $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$:

$$\begin{aligned}
 \bar{a} &= 2 \cdot 2,744 826 (1/1,518 294 - 1/1,652 188) + \\
 &+ (2/1,652 188 + 1)(1 + 0,3) = 3,166 686; \\
 \bar{b} &= 3 \cdot 2,744 826^2 / 0,518 294 - [3 (2,744 826 - 0,3)^2 / 0,652 188] - \\
 &- 2 (-0,3) 2,744 826 - [(2 \cdot 1,652 188 + 1) / 0,652 188] + \\
 &+ [2 (2,744 826 - 0,3) 3,652 188 / 0,652 188] = 38,543 010; \\
 \bar{c} &= 1,518 294 / 0,518 294^2 [2,744 826^3 + (-0,3) 2,744 826^2 \times \\
 &\times (1 - 1,518 294)] + (1,652 188 / 0,652 188)^2 [1 - (2,744 826 - 0,3) \times \\
 &\times (2 + 1/1,652 188) + (2,744 826 - 0,3)^2 (1 + 2/1,652 188) - \\
 &- (2,744 826 - 0,3)^3 (1/1,652 188)] = 117,0760.
 \end{aligned}$$

В результате получим уравнение

$$3,166\,686\,Q^2 + 38,543\,010\,Q + 117,0760 = 0,$$

откуда $Q_1 = -5,831\,531$; $Q_2 = -6,339\,869$.

Для $Q_1 = -5,831\,531$:

$$\alpha_2 = (1 - 1/1,518\,294)(-5,831\,531) + 2,744\,826 - 0,3 = 0,454\,139;$$

$$\alpha_3 = (1 - 1/1,652\,188)(-5,831\,531) + 2,744\,826 - 0,3 = 0,142875.$$

Для $Q_2 = -6,339\,869$: $\alpha_2 = 0,280\,610$; $\alpha_3 = -0,057\,7872$.

Вычислив значения радиусов кривизны $r_{v\text{тн}}$ бесконечно тонкой системы, а также P_v , сведем их в табл. 15.8. При расчете необходимо учесть, что

$$h_1 = a_1\beta = 51,99;$$

$$r_{v\text{тн}} = h_v(n_v' - n_v)/(n_v'\alpha_v' - n_v\alpha_v) = h_1(n_v' - n_v)/(n_v'\alpha_v' - n_v\alpha_v).$$

Из табл. 15.8 следует выбрать $Q_1 = -5,831\,531$, которому соответствует большее значение радиуса кривизны поверхности склейки и меньшее значение P_2 .

Проведем переход к линзам конечной толщины. Световой диаметр объектива $D_{\text{св}} = D \approx 2Aa_1 = 17,33$ мм, тогда полный диаметр с учетом припуска на крепление в оправе и после округления по ГОСТ 6636-69 равен 20 мм.

Определим стрелки прогиба обеих поверхностей положительной линзы по формуле

$$k_v = r_v - (r_v/|r_v|)\sqrt{r_v^2 - (D_{\text{пол}}^2/4)}.$$

Таблица 15.8. Радиусы кривизны бесконечно тонкого объектива, α_v и P_v для двух решений абберационного уравнения

Параметры	$Q_1 = -5,831\,531$	$Q_2 = -6,339\,869$
α_2	0,454139	0,280610
α_3	0,142875	0,057787
r_1	27,2316	37,1134
r_2	-15,3512	-13,3477
r_3	-44,3845	-30,9521
P_1	2,923947	1,402516
P_2	-7,231046	-8,834454
P_3	4,307064	7,431902
ΣP_v	-0,000035	0,000036

Получим $k_1=1,9$; $k_2=-3,7$, примем толщину края линзы $d_{\min}=1,8$, тогда толщина линзы по оси $d_1=k_1+d_{\min}-k_2=7,4$, но, учитывая, что при уточнении радиусов кривизны величина r_2 уменьшится, возьмем $d_1=7,9$. Для отрицательной линзы примем $d_2=2,5$ для обеспечения большей прочности ее при обработке и склейке.

Для определения величины s_H рассчитаем через объектив в обратном ходе первый паракиальный луч из бесконечности. Перевернув систему на 180° , получим:

			n_e
$\bar{r}_1 = -r_3 = 44,3815$	$\bar{d}_1 = d_2 = 2,5$	ТФ1	1,652188
$\bar{r}_2 = -r_2 = 15,3512$	$\bar{d}_2 = d_1 = 7,9$	К8	1,518294
$\bar{r}_3 = -r_1 = -27,2316$			

Из расчета хода луча имеем:

$$\bar{s}'_F = \bar{h}_3 / \bar{\alpha}_4 = 39,1344; \quad \bar{f}' = 41,3823;$$

$$\bar{s}'_{H'} = -s_H = \bar{s}'_F - \bar{f}' = -2,2479;$$

$$s_1 = a_1 + s_H = -173,3 + 2,2479 = -171,0521.$$

Примем $s_1 = -171,1$ мм, поскольку в большинстве случаев не требуется высокой точности установки объекта в предметной плоскости.

Вычислим высоты первого вспомогательного луча, учитывая, что $\bar{h}_1 = s_1 \beta = (-171,1)(-0,3) = 51,33$ и $h_{v+1} = h_v - d_v \alpha_{v+1}$; $\bar{h}_2 = 47,7423$; $\bar{h}_3 = 47,3851$.

Радиусы кривизны объектива с линзами конечной толщины вычислим по формуле

$$r_v = \bar{h}_v r_{v\text{тн}} / h_1 = r_{v\text{тн}} \bar{h}_v / (a_1 \beta),$$

тогда

$r_1 = 26,8859$	$d_1 = 7,9$	К8
$r_2 = -14,0970$	$d_2 = 2,5$	ТФ1
$r_3 = -40,4532$		

Проведя контроль вычислений, получим: $\beta = -0,30000$; $f' = 40,039$.

Округлив радиусы кривизны, получаем следующие конструктивные параметры исходного варианта:

		n_e	v_e	
$r_1 = 26,85$	$d_1 = 7,9$	1,5183	63,83	К8
$r_2 = -14,093$	$d_2 = 2,5$	1,6522	33,62	ТФ1
$r_3 = -40,46$				
$\beta = -0,2997, \quad f' = 40,008.$				

Исходный вариант имеет значительные aberrации высших порядков (табл. 15.9), требующие коррекции. Однако такая система может применяться и без дополнительной коррекции aberrаций в случае ее работы с приемником излучения.

Таблица 15.9. Аберрации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $s_1 = -171,1$; $\beta = -0,3$; $A = 0,05$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'_{F'}$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'_{C'}$	
0	0	0	0	0,017	0	0,052	0	-0,034
4,34	0,056	0,0047	-0,16	0,122	0,010	0,068	0,006	0,054
6,13	0,344	0,0407	-0,36	0,471	0,056	0,304	0,036	0,167
7,51	0,986	0,1420	-0,63	1,195	0,172	0,878	0,127	0,317
8,67	2,208	0,362	-1,02	2,535	0,414	2,004	0,330	0,531

Задача 15.4. Рассчитать двухлинзовый склеенный объектив, работающий в ближней ультрафиолетовой области 0,365–0,4358 мкм ($i-g$), если основная длина волны $\lambda_h = 0,4046$ мкм, $f' = 150$ мм, $D/f' = 1:4$, $2\omega = 2^\circ$, $a_p = 0$. Подобрать марки стекол, если требуется исправить хроматизм положения и сферическую аберрацию.

Решение. Для расчета было бы удобно использовать широко применяемые стекла с хорошими физико-химическими и механическими свойствами К8—Ф1, К8—ТФ1, тем более что в данном спектральном диапазоне они имеют достаточно большие разности показателей преломления Δn_h и коэффициентов дисперсии $\Delta \nu_h$. Для К8—Ф1: $\Delta n_h = 0,11287$; $\Delta \nu_h = 28,2$; для К8—ТФ1 соответственно 0,15247 и 30,9.

Однако для этих стекол невозможно получить $P = 0$ из-за отсутствия действительного решения: для первой пары (методику расчета см. в задаче 15.1): $a = 2,394804$; $b = 19,57846$; $c = 40,65013$; для второй пары $a = 2,401704$; $b = 17,0762$; $c = 31,33030$.

На основании анализа оптических постоянных выбранных комбинаций марок стекол (табл. 15.10) можно сделать вывод, что минимальные оптические силы линз по сравнению с другими будет иметь объектив из марок стекол ЛК4—ЛФ5, для которых $\Delta \nu_h = \max$. Следовательно, здесь можно ожидать и меньшие аберрации высших порядков.

Для всех указанных марок стекол рассчитаны исходные варианты объективов (расчетные соотношения см. в задаче 15.1). Результаты расчета бесконечно тонких объективов представлены в табл. 15.11 и подтверждают вывод, сделанный выше. Для комбинации ЛК4—ЛФ5 получены меньшие значения ϕ , инварианта Q поверхности склейки, а также и W^* , что обеспечит минимальную кому по сравнению с другими комбинациями. Для ЛК4—ЛФ5 также получено и меньшее значение параметра P_2 поверхности склейки.

После перехода к линзам конечной толщины и округления радиусов кривизны по ГОСТу первая система имеет следующие конструктивные параметры:

Таблица 15.10. Оптические постоянные комбинаций марок стекол

Марка стекла	n_d	v_d	Δn_d	Δv_d
БК8	1,56137	53,7	0,11527	19,3
ОФ4	1,67664	34,4		
К8	1,52982	55,5	0,10330	21,7
БФ27	1,63112	33,8		
К2	1,51308	57,4	0,06878	21,0
ЛФ11	1,58186	36,4		
ЛК5	1,49024	57,4	0,07127	23,9
ЛФ12	1,56151	33,5		
ЛК4	1,50287	56,5	0,09681	25,2
ЛФ5	1,59968	31,3		

Таблица 15.11. Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых склеенных объективов при $f' = 1$ для разных комбинаций марок стекол

Параметр	БК8—ОФ4	К8—БФ27	К2—ЛФ11	ЛК5—ЛФ12	ЛК4—ЛФ5
Φ_1	2,78238	2,55760	2,73333	2,40167	2,242063
a	2,43789	2,43381	2,42143	2,42792	2,43082
b	30,85137	28,62166	31,65996	27,60369	24,75530
c	93,85862	81,97149	101,20902	77,72222	62,57270
Q	-5,08770	-4,93438	-5,567371	-5,13398	-4,65986
α_2	0,953164	0,848684	0,845454	0,712759	0,682840
α_3	0,729142	0,648368	0,685468	0,555520	0,495195
r_1	0,377204	0,408076	0,401081	0,461538	0,490021
r_2	-0,433781	-0,420737	-0,352853	-0,365990	-0,413599
r_3	3,040961	10,96331	6,901025	-4,236229	-2,885211
P_1	4,29052	3,33136	3,47345	2,24526	1,89220
P_2	-4,54490	-3,82900	-3,88786	-3,22953	-3,14416
P_3	0,25456	0,49760	0,41434	0,98430	1,25199
P^∞	-0,00018	-0,00006	-0,00007	0,00003	0,00003
W^∞	-2,13243	-1,58790	-1,60691	-0,86900	-0,67222

$$\begin{array}{llll}
 r_1 = 56,62 & d_1 = 9,0 & 1,56137 & 53,7 \\
 r_2 = -61,38 & d_2 = 4,0 & 1,67664 & 34,4 \\
 r_3 = 421,7 & & &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{БК8} \\
 \text{ОФ4}
 \end{array}$$

$$f' = 150,104; \quad s'_F = 138,608.$$

Значения ее остаточных аберраций приведены в табл. 15.12 и на рис. 15.4.

Конструктивные параметры системы 2:

		n_k	v_k	
$r_1 = 61,24$	$d_1 = 8,8$	1,52982	55,5	K8
$r_2 = -59,98$	$d_2 = 4,0$	1,63112	33,8	БФ27
$r_3 = 1534,6$				

$f' = 150,084; s'_{F'} = 140,022.$

Остаточные аберрации приведены в табл. 15.13. Система 3 имеет параметры:

		n_k	v_k	
$r_1 = 60,12$	$d_1 = 9,5$	1,51308	57,4	K2
$r_2 = -50,12$	$d_2 = 4,0$	1,58186	36,4	ЛФ11
$r_3 = 961,6$				

$f' = 149,845; s'_{F'} = 139,074.$

Таблица 15.12. Аберрации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $f' = 150; 1; 4; \text{BK8—OF4}$

m	h			i		g		$\Delta s'_{t-z}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{t-h}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{g-h}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	-0,034	0	0,100	0	-0,136
9,38	-0,032	-0,0020	-0,39	-0,013	0,000	0,032	0,002	-0,045
13,26	0,020	0,0018	-0,81	0,105	0,011	0,046	0,004	0,059
16,24	0,173	0,0190	-1,25	0,329	0,036	0,156	0,017	0,173
18,75	0,446	0,0570	-1,72	0,682	0,087	0,382	0,048	0,300

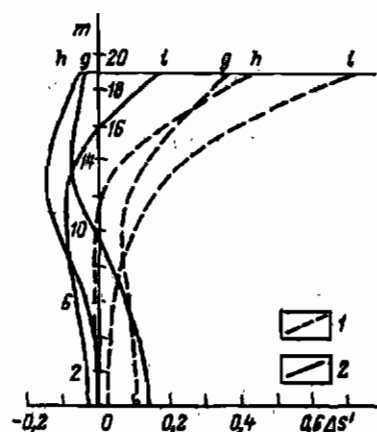


Рис. 15.4. Графики остаточных аберраций точки на оси двухлинзового склеенного объектива ($f' = 150; 1; 4$):

1 — исходный вариант, 2 — окончательный вариант

Последняя система имеет самые большие aberrации для края отверстия (табл. 15.14), так как значение инварианта Q поверхности склейки (см. табл. 15.11) для К2—ЛФ11 самое большое по модулю по сравнению с остальными системами.

Конструктивные параметры системы 4:

		n_k	v_k	
$r_1 = 69,18$				
$r_2 = -52,60$	$d_1 = 8,9$	1,49561	57,4	ЛК5
$r_3 = -599,8$	$d_2 = 4,0$	1,57233	33,5	ЛФ12
$f' = 149,904; s'_F = 141,337.$				

Остаточные aberrации приведены в табл. 15.15.

Для комбинации марок стекол ЛК4—ЛФ5 (система 5) получен следующий исходный вариант:

		n_k	v_k	
$r_1 = 73,45$				
$r_2 = -59,70$	$d_1 = 8,4$	1,50287	56,5	ЛК4
$r_3 = -410,2$	$d_2 = 4,0$	1,59968	31,3	ЛФ5
$f' = 149,843; s'_F = 142,128.$				

Данный объектив имеет меньшие значения aberrаций высших порядков (табл. 15.16) и меньшую кому (сравните η). Таким образом, aberrационный анализ исходных вариантов пяти объективов под-

Таблица 15.13. Aberrации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $f' = 150; 1:4, K8-B\Phi 27$

m	h			i		g		$\Delta s'_{-2}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{-1}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{-2}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	0,023	0	0,109	0	-0,083
9,38	-0,014	-0,0009	-0,29	0,072	0,004	0,063	0,004	0,009
13,26	0,041	0,0040	-0,60	0,194	0,017	0,083	0,007	0,111
16,24	0,178	0,0200	-0,93	0,405	0,044	0,181	0,020	0,224
18,75	0,412	0,0520	-1,28	0,721	0,092	0,372	0,047	0,349

Таблица 15.14. Aberrации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $f' = 150; 1:4; K2-L\Phi 11$

m	h			i		g		$\Delta s'_{-2}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{-1}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{-2}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	0,010	0	0,105	0	-0,095
9,38	-0,014	-0,0008	-0,29	0,067	0,004	0,054	0,003	0,013
13,26	0,068	0,0060	-0,61	0,228	0,020	0,093	0,008	0,135
16,24	0,264	0,0290	-0,94	0,515	0,056	0,242	0,026	0,273
18,75	0,606	0,0770	-1,30	0,959	0,122	0,530	0,067	0,429

Таблица 15.15. Аберрации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $f' = 150$; 1:4; ЛК5—ЛФ12

m	h			i		g		$\Delta s'_{-i}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{i-h}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{g-h}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	0,048	0	0,113	0	-0,065
9,38	0,005	0,000	-0,16	0,120	0,008	0,085	0,005	0,035
13,26	0,078	0,007	-0,33	0,265	0,024	0,121	0,010	0,144
16,24	0,232	0,025	-0,52	0,500	0,054	0,234	0,026	0,266
18,75	0,483	0,061	-0,72	0,840	0,106	0,440	0,056	0,400

Таблица 15.16. Аберрации точки на оси двухлинзового склеенного объектива, мм
 $f' = 150$; 1:4; ЛК4—ЛФ5

m	h			i		g		$\Delta s'_{-i}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{i-h}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{g-h}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	0,048	0	0,084	0	-0,036
9,38	0,004	0,000	-0,12	0,117	0,007	0,058	0,004	0,056
13,26	0,060	0,005	-0,25	0,226	0,020	0,082	0,007	0,144
16,24	0,176	0,019	-0,40	0,408	0,045	0,163	0,018	0,245
18,75	0,360	0,046	-0,56	0,666	0,084	0,309	0,039	0,357

твердил предположения, сделанные в процессе расчета бесконечно тонких объективов в области аберраций третьего порядка. Наибольшие значения остаточных аберраций имеет третий объектив (К2—ЛФ11), имеющий самый крутой радиус поверхности склейки и большее по модулю значение Q по сравнению с другими объективами. Следует отметить, что системы 1, 2 и 5 по значениям остаточных аберраций (кроме η) мало отличаются друг от друга (сравните оптические постоянные стекол для этих систем). Величина η также хорошо согласуется с величиной параметра W^m : большее η имеет система 1, для которой $W^m = -2,13243$, меньшее — система 5: $W^m = -0,6722$.

Полученные системы требуют незначительной коррекции и весьма близки к оптимальным, исправленным в отношении хроматизма положения и сферической аберрации. Так, например, в системе 2 (К8—БФ27) при изменении α_3 на 0,006 44 оказывается исправленным не только хроматизм положения, но и сферическая аберрация. При этом радиус поверхности склейки увеличился ($r_2 = -62,861$) по сравнению с исходным вариантом ($r_2 = -59,98$). Следовательно, уменьшился угол падения на поверхность склейки: так, для края отверстия в исходном варианте $\varepsilon_2 = 24,14^\circ$, в оптимальном — $\varepsilon_2 = 23,14^\circ$. Для

него величина сферической aberrации для края отверстия $\Delta s'_h = -0,05$; $\Delta y'_h = -0,0065$; хроматизм положения для зоны $m = 13,26$ ($m = 0,7D/2$), $\Delta s'_{1-2} = -0,007$. Графики aberrаций для оптимального и исходного вариантов представлены на рис. 15.4.

Задача 15.5. Рассчитать исходные варианты двухлинзового несклеенного объектива (табл. 15.1, поз. 3) с фокусным расстоянием $f' = 100$ мм, относительным отверстием 1:3,5, угловым полем $2\omega = 2^\circ$. Входной зрачок совмещен с бесконечно тонким компонентом ($a_p = 0$). Рассмотреть три комбинации марок стекол: К8—ТФ1, БК6—ТФ1, ЛК6—ТФ5. Определить относительное отверстие, при котором не требуется дополнительной коррекции aberrаций исходного варианта.

Решение. Для расчета исходного варианта используем соотношения, приведенные в учебнике [1]. Объектив имеет небольшое угловое поле, поэтому для получения хорошего качества изображения надо исправить хроматизм положения, сферическую aberrацию и кому.

Принимаем объектив бесконечно тонким: $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = f' = 1$ и нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 1$; $\alpha_3 = 1$, поэтому $S_{1xp}'' = \bar{C} = 0$, $S_I'' = P'' = 0$, $S_{II}'' = W'' = 0$.

Для расчета применим метод разделения переменных. На первом этапе определим внешний параметр системы (α_3) и, следовательно, оптические силы линз. Из совместного решения уравнений масштаба и ахроматизации при $\bar{C} = 0$ имеем

$$\varphi_1 = v_1/(v_1 - v_2); \quad \varphi_2 = 1 - \varphi_1. \quad (15.8)$$

На втором этапе расчета из условий исправления монохроматических aberrаций $S_I'' = 0$ и $S_{II}'' = 0$ определим внутренние параметры α_2 и α_4 , от которых зависит форма линз. Уравнения параметров P'' и W'' составим, используя модульный принцип (табл. 5.1, поз. 2).

Из уравнения исправления комы $S_{II}'' = W'' = 0$:

$$\alpha_4 = A\alpha_2 + B, \quad (15.9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_3 b (a + 2) / [a (b + 2) (\alpha_3 - 1)]; \\ B &= [\alpha_3^2 (b - a) + a] / [a (b + 2) (1 - \alpha_3)]; \\ a &= 1/n_2 - 1; \quad b = 1/n_4 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (15.10)$$

Подставив формулу (15.9) в $S_I'' = \sum_1^4 P_v'' = P'' = 0$, получим

$$D\alpha_2^2 + E\alpha_2 + F = 0, \quad (15.11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} D &= \alpha_3 b^2 (2a+3) + (1-\alpha_3) a^2 (2b+3) A^2; \\ E &= 2ABa^2 (2b+3)(1-\alpha_3) - \alpha_3^2 b^2 (a+3) + \\ &+ Aa^2 (b+3)(\alpha_3^2 - 1); \\ F &= B^2 a^2 (2b+3)(1-\alpha_3) + Ba^2 (b+3)(\alpha_3^2 - 1) + \\ &+ \alpha_3^3 (b^2 - a^2) + a^2. \end{aligned} \right\} \quad (15.12)$$

Из двух решений уравнения (15.11) выбирают меньшее положительное, приводящее к большим значениям радиусов кривизны поверхностей и меньшим значениям P_v и W_v по поверхностям, следовательно, к меньшим aberrациям высших порядков.

Затем вычисляют радиусы кривизны бесконечно тонкого объектива, учитывая, что все высоты $h_v = f' = 100$; определяют P_v , W_v и производят переход к линзам конечной толщины.

Приведем подробный расчет исходного варианта для комбинации стекол марок К8—ТФ1 (результаты расчета для остальных комбинаций приведены в табл. 15.17):

$$\varphi_1 = 63,87 / (63,87 - 33,62) = 2,111\,40;$$

$$\varphi_2 = 1 - 2,111\,40 = -1,111\,40.$$

Используя (15.10), вычислим a , b , A , B :

$$a = 1/n_2 - 1 = 1/1,518\,294 - 1 = -0,341\,366; \quad b = 1/n_4 - 1 = \\ = 1/1,652\,188 - 1 = -0,394\,742;$$

$$A = \frac{2,111\,40 (-0,394\,742)(-0,341\,366 + 2)}{(-0,341\,366)(-0,394\,742 + 2)(2,111\,40 - 1)} = 2,269\,85;$$

$$B = \frac{2,111\,40^2 (-0,394\,742 + 0,341\,366) + (-0,341\,366)}{(-0,341\,366)(-0,394\,742 + 2)(1 - 2,111\,40)} = \\ = -0,951\,219,$$

тогда

$$\alpha_4 = A\alpha_2 + B = 2,269\,85 \alpha_2 - 0,951\,219.$$

Для составления уравнения (15.11) определим D , E и F :

$$D = -0,712\,644; \quad E = 1,772\,40; \quad F = -0,771\,303.$$

Таблица 15.17. Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых несклеенных объективов

Параметр	K8—ТФ1	БК6—ТФ1	ЛК6—ТФ5
Δn_e	0,133894	0,110052	0,289570
Δv_e	30,62	25,78	39,32
α_2	0,562307	0,566370	0,554465
α_3	2,11140	2,30411	1,694282
α_4	0,325134	0,364575	0,117055
P_1	1,00489	0,95324	1,125709
P_2	35,85294	47,32530	16,642658
P_3	-39,20543	-50,29812	-21,661473
P_4	2,34766	2,01942	3,83104
P^∞	0,00006	-0,00016	-0,000002
W_1	-0,610056	-0,591686	-0,651141
W_2	7,900734	9,574017	4,682852
W_3	-8,663891	-10,236860	-5,938129
W_4	1,373198	1,254518	1,906418
W^∞	-0,000015	-0,000011	0,000000
при $f'=1$			
$r_{1\text{тн}}$	0,607081	0,620705	0,578428
$r_{2\text{тн}}$	-0,412112	-0,338933	-0,537728
$r_{3\text{тн}}$	-0,414293	-0,383242	-0,511881
$r_{4\text{тн}}$	-1,409168	-1,64009	-0,959597

В результате получим

$$-0,712\ 644\ \alpha_2^2 + 1,772\ 4002\ \alpha_2 - 0,771\ 303 = 0,$$

откуда $\alpha_{2-1} = 0,562\ 307$; $\alpha_{2-2} = 1,924\ 769$. Выбираем $\alpha_{2-1} = 0,562\ 307$, тогда из (15.9) $\alpha_4 = 0,325\ 134$.

Значения углов α_v первого вспомогательного луча и показателей преломления:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0; & n_1 &= 1,0; \\ \alpha_2 &= 0,562\ 307; & n_2 &= 1,518294; \\ \alpha_3 &= 2,111\ 40; & n_3 &= 1,0; \\ \alpha_4 &= 0,325\ 134; & n_4 &= 1,652188; \\ \alpha_5 &= 1,0; & n_5 &= 1. \end{aligned}$$

Вычислим значения P_v и W_v , которые служат контролем решения абберационных уравнений:

$$P_v = \left[\frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \right]^2 \delta \left(\frac{\alpha_v}{n_v} \right) = W_v \frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)};$$

$$W_v = \frac{\delta \alpha_v}{\delta (1/n_v)} \delta \left(\frac{\alpha_v}{n_v} \right);$$

$$P_1 = \left[\frac{\alpha_2}{(1/n_2) - 1} \right]^2 \frac{\alpha_2}{n_2} = 1,004\,899; \quad W_1 = -0,610\,056;$$

$$P_2 = \left[\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1 - (1/n_2)} \right]^2 \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = 35,852\,942; \quad W_2 = 7,900\,734;$$

$$P_3 = \left[\frac{\alpha_4 - \alpha_3}{(1/n_4) - 1} \right]^2 \left(\frac{\alpha_4}{n_4} - \alpha_3 \right) = -39,205\,430; \quad W_3 = -8,663\,892;$$

$$P_4 = \left[\frac{1 - \alpha_4}{1 - (1/n_4)} \right]^2 \left(1 - \frac{\alpha_4}{n_4} \right) = 2,347\,668; \quad W_4 = 1,373\,198.$$

Получены следующие значения: $\sum_1^4 P_v = 0,000\,079$; $\sum_1^4 W_v = -0,000\,016$.

Определим радиусы кривизны $r_{v\text{тн}}$ поверхностей бесконечно тонких линз при $h_1 = f' = 100$:

$$r_{v\text{тн}} = h_v(n_v' - n_v)/(n_v'\alpha_v' - n_v\alpha_v);$$

$$r_{1\text{тн}} = 60,7081; \quad r_{3\text{тн}} = -41,4293;$$

$$r_{2\text{тн}} = -41,2112; \quad r_{4\text{тн}} = -140,16.$$

Проведем переход к линзам конечной толщины. Определим световой и полный диаметры, толщины линз и воздушный промежуток.

Поскольку $a_p = 0$, $D_{\text{св}} = D = 100/3,5 = 28,57$ мм, полный диаметр $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D$, где $\Delta D = 1,8$. Тогда $D_{\text{пол}} = 28,57 + 1,8 = 30,37$, округлим до $D_{\text{пол}} = 30$ мм.

Определим стрелки прогиба поверхностей первой положительной линзы:

$$k_1 = r_1 - \sqrt{r_1^2 - D_{\text{пол}}^2/4} = 60,7081 -$$

$$- \sqrt{60,7081^2 - 30^2/4} = 1,88;$$

$$k_2 = r_2 + \sqrt{r_2^2 - D_{\text{пол}}^2/4} = -41,2112 + \\ + \sqrt{(-41,2112)^2 - 30^2/4} = -2,83.$$

При $D_{\text{пол}} = 30$ мм толщина линзы по краю $d_{\text{мин}} = 1,8$ мм, поэтому $d_1 = k_1 + d_{\text{мин}} - k_2 = 1,88 + 1,8 + 2,83 = 6,51$. Примем $d_1 = 6,9$ с учетом того, что при переходе к линзам конечной толщины $|r_2|$ уменьшится, следовательно, $|k_2|$ увеличится.

В данном случае $|r_3| > |r_2|$, т. е. «касание по центру», поэтому величину воздушного промежутка примем малой: $d_2 = 0,2$ мм. Толщина отрицательной линзы $d_3 = 0,1$ мм, $D_n = 3,0$ мм.

Определим высоты первого параксиального луча при $f' = 100$ и вычислим относительные высоты $h_v/h_1 = \bar{h}$:

$$h_1 = f' = 100;$$

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 100 - 6,9 \cdot 0,562\,307 = 96,1201; \quad \bar{h}_2 = 0,961\,20;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 96,1201 - 0,2 \cdot 2,1114 = 95,6978; \quad \bar{h}_3 = 0,956\,98;$$

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 95,6978 - 3,0 \cdot 0,325\,134 = 94,7224; \quad \bar{h}_4 = 0,947\,22.$$

Радиусы кривизны линз конечной толщины имеют следующие значения:

$$r_1 = r_{1\text{тн}} = 60,7081;$$

$$r_2 = r_{2\text{тн}} \bar{h}_2 = -41,2112 \cdot 0,961\,20 = -39,6122;$$

$$r_3 = r_{3\text{тн}} \bar{h}_3 = -41,4293 \cdot 0,956\,98 = -39,6470;$$

$$r_4 = r_{4\text{тн}} \bar{h}_4 = -140,916 \cdot 0,947\,22 = -133,478.$$

Контроль вычисления радиусов кривизны выполним расчетом хода первого параксиального луча через полученную систему при нормировке

$$h_1 = f' = 100; \quad \alpha_1 = 0;$$

$$\alpha_2 = h_1(n_2 - 1)/(n_2 r_1) = (1,518\,294 - 1)100/(1,518\,294 \cdot 60,7081) = 0,562\,307;$$

$$h_2 = 96,1201;$$

$$\alpha_3 = n_2 \alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = 1,518\,294 \cdot 0,562\,307 + 96,1201 \times \\ \times (-0,518\,294)/(-39,6122) = 2,111\,40;$$

$$h_3 = 95,6978;$$

$$\alpha_4 = \alpha_3/n_4 + h_3(n_4 - 1)/(n_4 r_3) = 2,111\,40/1,652\,188 + 95,6978 \times \\ \times (1,652\,188 - 1)/[1,652\,188 (-39,6469)] = 0,325\,134;$$

$$h_4 = 94,7224;$$

$$\alpha_5 = n_4 \alpha_4 + h_4(1 - n_4)/r_4 = 1,652\,188 \cdot 0,325\,134 + 94,7224(1 - \\ - 1,652\,188)/(-133,478) = 1,000\,006;$$

$$f' = h_1/\alpha_5 = 99,9994.$$

После округления радиусов кривизны по ГОСТ 1807-75 получим следующие конструктивные параметры:

$r_1 = 60,67$	$d_1 = 6,9$	$n_e = 1,5183$	$v_e = 63,83$	K8
$r_2 = -39,63$	$d_2 = 0,2$			
$r_3 = -39,63$	$d_3 = 3,0$	$1,6522$	$33,62$	ТФ1
$r_4 = -133,35$				
$f' = 100,040; s'_{F'} = 94,726.$				

Результаты абберационного анализа системы на ЭВМ представлены в табл. 15.18. Аналогично рассчитаны исходные варианты для других комбинаций марок стекол. В табл. 15.17 приведены значения углов α , параметров P_v , W_v и радиусов кривизны бесконечно тонкой системы при $f' = 1$ для разных марок стекол, что позволяет проследить зависимость этих величин от разностей Δn_h и Δv_h стекол.

Ниже приведены конструктивные параметры исходных вариантов объективов для комбинаций стекол марок БК6—ТФ1 и ЛК6—ТФ5:

$r_1 = 62,09$	$d_1 = 7,1$	$n_e = 1,5421$	$v_e = 59,38$	БК6
$r_2 = -36,39$	$d_2 = 0,2$			
$r_3 = -36,64$	$d_3 = 3,0$	$1,6522$	$33,62$	ТФ1
$r_4 = -154,88$				
$f' = 99,971; s'_{F'} = 94,361.$				

$r_1 = 57,81$	$d_1 = 6,1$	$n_e = 1,4721$	$v_e = 66,69$	ЛК6
$r_2 = -51,88$	$d_2 = 0,2$			
$r_3 = -49,09$	$d_3 = 3,0$	$1,7617$	$27,32$	ТФ5
$r_4 = -91,83$				
$f' = 100,26; s'_{F'} = 96,002.$				

Как видно из табл. 15.18, 15.19 и 15.20, для того чтобы в исходном варианте получить высококачественную систему, не требующую дополнительной коррекции aberrаций, необходимо величину относительного отверстия несколько уменьшить. Величины кружков рассеяния нужно сравнивать с дифракционным кружком, имеющим радиус $r_d = 1,22\lambda f'/2m$ (m — координата на входном зрачке) при данном относительном отверстии. Из сравнения величин $\Delta u_m'$ и $(r_d)_m$ видно, что первый объектив может иметь относительное отверстие до 1:4, а второй и третий до 1:7 (табл. 15.21).

Таблица 15.18. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива, мм
 $f' = 100$; 1:3,5; К8—ТФ1

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,039	0	0,068	0	-0,029
7,14	-0,017	-0,0010	0,01	0,054	0,004	0,025	0,002	0,028
10,10	-0,002	-0,0002	0,02	0,104	0,010	0,010	0,001	0,094
12,38	0,042	0,0050	0,03	0,186	0,023	0,023	0,003	0,163
14,29	0,104	0,0150	0,04	0,288	0,041	0,063	0,008	0,225

Таблица 15.19. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива, мм
 $f' = 100$; 1:3,5; БК6—ТФ1

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,030	0	0,072	0	-0,042
7,14	-0,064	-0,004	0,03	0,001	0,000	-0,022	-0,002	0,023
10,10	-0,136	-0,014	0,05	-0,032	-0,003	-0,125	-0,012	0,093
12,38	-0,243	-0,030	0,09	-0,100	-0,012	-0,264	-0,033	0,164
14,29	-0,452	-0,066	0,14	-0,272	-0,039	-0,504	-0,073	0,232

Таблица 15.20. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива, мм
 $f' = 100$; 1:3,5; ЛК6—ТФ5

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,047	0	0,064	0	-0,017
7,14	-0,028	-0,002	-0,01	0,103	0,007	0,070	0,005	0,033
10,10	0,124	0,012	-0,02	0,228	0,023	0,141	0,014	0,087
12,38	0,300	0,037	-0,06	0,438	0,054	0,290	0,036	0,148
14,29	0,575	0,082	-0,11	0,749	0,107	0,534	0,076	0,215

Таблица 15.21. Радиус дифракционного кружка (r_d) в зависимости от относительного отверстия и радиусы кружков рассеяния (поперечная сферическая аберрация) в двухлинзовых несклеенных объективах
 $f' = 100$; 1:3,5

m	Относительное отверстие ЛК	$(r_d)_m$	К8—ТФ1	БК6—ТФ1	ЛК6—ТФ5
			$\Delta y'_e$	$\Delta y'_e$	$\Delta y'_e$
7,14	1:7	0,0047	-0,0012	-0,0046	0,0020
10,10	1:5	0,0033	-0,0002	-0,0138	0,0125
12,38	1:4	0,0027	0,0052	-0,0304	0,0372
14,29	1:3,5	0,0023	0,0149	-0,0655	0,0824

Задача 15.6. Рассчитать двухлинзовый несклеенный объектив совместно с прямоугольной призмой АР-90° (рис. 15.5) и без нее и оценить влияние пластинки (призмы, развернутой в эквивалентную ППП) на качество изображения. Исходные данные: $f' = 150$ мм, $D/f' = 1:3,5$; $2\omega = 6^\circ$, входной зрачок совмещен с бесконечно тонким компонентом ($a_p = 0$), призма расположена на расстоянии 60 мм от объектива (рис. 15.6), стекла К8—Ф1, К8, спектральный диапазон $i-g$, основная длина волны $\lambda_0 = 0,4046$ мкм (линия h).

Решение. Вначале рассчитаем отдельно двухлинзовый несклеенный компонент, используя расчетные соотношения, приведенные в задаче 15.5, полагая, что $\bar{C} = 0$, $\bar{P} = 0$, $\bar{W} = 0$. Результаты расчета представлены в табл. 15.22.

Для расчета объектива с призмой примем объектив бесконечно тонким и развернем призму в эквивалентную плоскопараллельную пластину. Для выполнения габаритного расчета заменим пластину редуцированной с толщиной $d_{ред}$ (рис. 15.6).

Диаметр входного зрачка $D = f'/K = 150/3,5 = 42,85$ мм. Световой диаметр объектива $D_{св} = D$ при $a_p = 0$. Диаметр полевой диафрагмы $D_{пд} = 2f' \tan \omega = 2 \cdot 150 \tan 3^\circ = 15,7$ мм. Так как $D > D_{пд}$, то световой диаметр призмы определится ходом нижнего полевого луча (при $\omega > 0$), его высотой на входной грани, $D_{св пр} = -2y_{2н}$. Рассчитаем нижний полевой луч, для которого

$$\tan \omega_{1н} = \tan \omega = \tan 3^\circ = 0,052408; y_{1н} = -D/2 = -21,43;$$

$$\tan \omega'_{1н} = \tan \omega_{1н} + y_{1н}/f' = 0,052408 - 21,43/150 = -0,09046;$$

$$y_{2н} = -21,43 + 60 \cdot 0,09046 = -16,00,$$

Таблица 15.22. Результаты расчета бесконечно тонкого двухлинзового несклеенного объектива

Параметры	Без пластинки	С пластинкой	Параметры	Без пластинки	С пластинкой
φ_1	1,968 085	1,921 300	W_1	-0,597 099	-0,565 503
α_2	0,562 454	0,547 371	W_2	6,495 586	6,202 600
α_4	0,363 179	0,348 944	W_3	-7,166 312	-6,867 831
			W_4	1,267 825	1,310 596
P_1	0,969 719	0,893 776	W_{∞}	0,000 000	0,079 862
P_2	26,363 404	24,606 505	при $f' = 1$		
P_3	-29,396 748	-27,601 238			
P_4	2,063 623	2,180 948			
P_7	0,000 001	0,079 990	$r_{1тн}$	0,615 744	0,632 171
			$r_{2тн}$	-0,478 336	-0,488 800
			$r_{3тн}$	-0,468 597	-0,476 731
			$r_{4тн}$	-1,593 148	-1,505 822

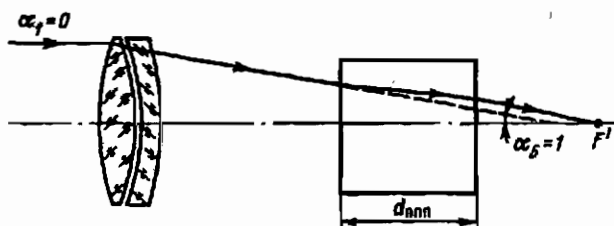


Рис. 15.5. Двухлинзовый несклеенный объектив с прямоугольной призмой, развернутой в эквивалентную плоскопараллельную пластинку

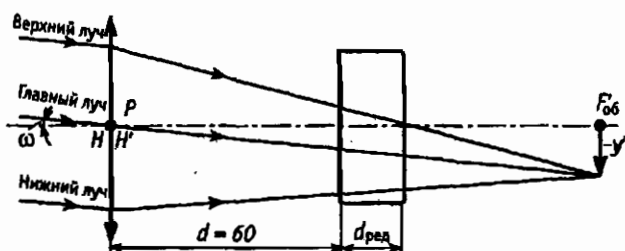


Рис. 15.6. Двухлинзовый несклеенный бесконечно тонкий объектив с редуцированной плоскопараллельной пластинкой

поэтому $D_{са пр} = -2y_{2н} = 32$ мм. Коэффициент призмы $AP-90^\circ$ $k = l/D_{са пр} = 1$, поэтому $l = d_{ппп} = D_{са пр} = 32$ мм.

Плоскопараллельная пластинка, установленная в сходящемся пучке лучей, вносит все aberrации, поэтому при расчете объектива aberrации пластинки необходимо компенсировать aberrациями объектива. Оптическая система имеет небольшое угловое поле, поэтому исправляют хроматизм положения, сферическую aberrацию и меридиональную кому. Запишем условия исправления этих aberrаций

$$\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2} = \Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2 об} + \Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2 ппп} = 0;$$

$$\Delta s'_{\lambda_0} = \Delta s'_{\lambda_0 об} + \Delta s'_{\lambda_0 ппп} = 0;$$

$$K = K_{об} + K_{ппп}.$$

Из условия исправления хроматизма положения имеем $\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2 об} = -\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2 ппп}$ или $f' S_{1 хр об}'' = -\frac{n_6 - 1}{n_6^2 \cdot v_3} d_{ппп}$, откуда $S_{1 хр об}'' = -\frac{n_6 - 1}{n_6^2 \cdot v_3} \times \frac{d_{ппп}}{f'}$.

Из условия исправления сферической аберрации получаем $\Delta s'_{\lambda_{06}} = -\Delta s'_{\lambda_{0ппп}}$ или $-\frac{1}{2} \frac{m^2}{f'} S_{I06}^{\infty} = -\frac{n_6^2-1}{2n_6^3} d_{ппп} \sigma'^2$, где $\sigma' = m/f'$, откуда получаем $S_{I06}^{\infty} = -\frac{n_6^2-1}{2n_6^3} \frac{d_{ппп}}{f'}$.

Из условия исправления меридиональной комы имеем $K_{06} = -K_{ппп}$ или $-\frac{3}{2} \frac{m^2}{f'} \operatorname{tg} \omega S_{II06}^{\infty} = -\frac{3}{2} \frac{n_6^2-1}{2n_6^3} d_{ппп} \sigma'^2 \operatorname{tg} \omega$, откуда $S_{II06}^{\infty} = -\frac{n_6^2-1}{2n_6^3} \frac{d_{ппп}}{f'}$.

Так как двухлинзовый несклеенный объектив вначале принимаем бесконечно тонким, то высоты первого вспомогательного луча $h_1 = h_2 = h_3 = h_4$. В соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча $h_1 = f' = 1$, $\alpha_1 = 0$, поэтому $\alpha_3 = 1$. Для второго вспомогательного луча $y_1 = y_2 = y_3 = y_4$, а в соответствии с его нормировкой $\beta_1 = 1$, $y_1 = a_p = 0$, $I = -1$. С учетом этого получаем $S_{Ixp06}^{\infty} = \sum_1^4 C_v = \bar{C}_{06}$, $S_{I06}^{\infty} = \sum_1^4 P_v = P_{06}^{\infty}$ и $S_{II06}^{\infty} = \sum_1^4 W_v = W_{06}^{\infty}$, так как $a_p = 0$.

Примем во внимание, что для К8 $n_h = 1,52982$, $v_h = 55,5$, а толщина $d_{ппп} = 32$. После вычислений получим значения основных параметров объектива: $\bar{C}_{06} = -0,00087$, $P_{06}^{\infty} = W_{06}^{\infty} = 0,0798$. Определим φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_1 = [v_1/(v_1 - v_2)](1 + \bar{C}v_2) = [55,5/(55,5 - 27,3)](1 - 0,00087 \cdot 27,3) = 1,9213;$$

$$\varphi_2 = 1 - \varphi_1 = -0,9213.$$

Остальные результаты сведены в табл. 15.22.

После перехода к линзам конечной толщины при $P^{\infty} = W^{\infty} = \bar{C} = 0$ (объектив без ППП) получаем:

Таблица 15.23. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива без пластины, мм
 $f' = 300$; 1:6; К8—Ф1

m	h			i		g		$\Delta s'_{\lambda_4}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{\lambda_4}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{F-\lambda}$	$\Delta y'_g$	
0	0	0	0	0,054	0	0,095	0	-0,041
10,72	0,002	0,000	0,01	0,118	0,008	0,067	0,005	0,051
15,15	0,008	0,008	0,02	0,265	0,026	0,113	0,011	0,152
18,56	0,257	0,032	0,01	0,512	0,063	0,250	0,031	0,261
21,43	0,544	0,078	-0,01	0,880	0,126	0,496	0,071	0,384

$r_1 = 92,47$		n_h	v_h	
$r_2 = -69,50$	$d_1 = 8,6$	1,52982	55,5	K8
$r_3 = -67,61$	$d_2 = 0,4$			
$r_4 = -227,5$	$d_3 = 4,5$	1,64268	27,3	Ф1

$$f' = 150,464; \quad s'_F = 143,197.$$

Для системы с плоскопараллельной пластинкой:

$r_1 = 94,84$		n_h	v_h	
$r_2 = -71,12$	$d_1 = 8,4$	1,52982	55,5	K8
$r_3 = -69,02$	$d_2 = 0,4$			
$r_4 = -215,3$	$d_3 = 4,5$	1,64268	27,3	Ф1
$r_5 = \infty$	$d_4 = 80,0$			
$r_6 = \infty$	$d_5 = 32,0$	1,52982	55,5	K8

$$f' = 149,786; \quad s'_F = 41,935.$$

В данном случае можно не уточнять расстояние d_4 , учитывая положение задней главной плоскости объектива, так как это практически не влияет на расчеты.

Остаточные аберрации точки на оси для объектива без пластинки и с пластинкой представлены соответственно в табл. 15.23 и 15.24, а в табл. 15.25 приведены значения остаточных аберраций собственно объектива. Из сравнения табл. 15.25 и 15.24 видно, что аберрации объектива частично компенсировались аберрациями пластинки

Таблица 15.24. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива с пластинкой, мм
 $f' = 150; 1:3,5; K8-\Phi 1$

m	h			i		g		$\Delta s'_{i-1}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{i-1}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{i-1}$	$\Delta y'_i$	
0	0	0	0	0,044	0	0,094	0	-0,050
10,72	-0,026	-0,002	0,01	0,072	0,005	0,039	0,003	0,033
15,15	0,018	0,002	0,02	0,178	0,018	0,052	0,005	0,126
18,56	0,150	0,018	0,01	0,376	0,047	0,150	0,018	0,226
21,43	0,388	0,056	-0,00	0,686	0,098	0,350	0,050	0,336

Таблица 15.25. Аберрации точки на оси двухлинзового несклеенного объектива без пластинки, мм
 $f' = 150; 1:3,5; K8-\Phi 1 (P'' = W'' = 0,0798; \bar{C} = -0,00087)$

m	h			i		g		$\Delta s'_{i-1}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{i-1}$	$\Delta y'_i$	$\Delta s'_{i-1}$	$\Delta y'_i$	
0	0	0	0	-0,033	0	0,141	0	-0,174
10,72	-0,048	-0,003	0,03	-0,025	-0,002	0,064	0,004	-0,086
15,15	-0,022	-0,002	0,06	0,061	0,006	0,057	0,006	0,004
18,56	0,090	0,011	0,07	0,241	0,030	0,136	0,017	0,105
21,43	0,311	0,044	0,07	0,535	0,077	0,319	0,046	0,216

на тех зонах отверстия, которым соответствовали отрицательные значения aberrаций высших порядков двухлинзового несклеенного объектива (см. табл. 15.25).

Задача 15.7. Рассчитать четырехлинзовые двойные объективы, состоящие из двухлинзовых склеенных и несклеенных компонентов (табл. 15.1, поз. 8, 9), и сравнить остаточные aberrации. Подобрать марки стекол, обеспечивающие в обоих случаях минимально возможные aberrации высших порядков. Исходные данные: $f' = 100$ мм; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$, $a_p = 0$, спектральный диапазон $F'-C'$, основная длина волны $\lambda_e = 0,546$ мкм.

Решение. Расчет исходного варианта четырехлинзовых объективов, состоящих из одинаковых двухлинзовых компонентов, проводится по компонентам [1]. Из условий исправления сферической aberrации и комы третьего порядка следует, что для двухлинзового компонента $P^* = 1$, $W^* = -1,35$. Хроматический параметр $\bar{C} = 0$ или принимается равным $\bar{C} = -0,1(m/f')^2$, где $m = 0,7(D/2)$ или $m = 0,86(D/2)$, для компенсации сферохроматической aberrации. В работе [14] рассмотрена методика учета влияния сферохроматической aberrации и сферической aberrации высших порядков. Расчет исходного варианта сводится к расчету соответствующего двухлинзового компонента. Методика расчета приведена в задачах 15.1 и 15.5.

Для расчета были выбраны комбинации стекол марок БК10—Ф2, БК10—Ф4. Для комбинации БК10—Ф2 рассчитаем исходные варианты при $\bar{C} = 0$ и $\bar{C} = -0,000766$, что соответствует

$m = 0,7(D/2)$, $\bar{C} = -0,1 \left(\frac{0,7 \cdot 25}{200} \right)^2 = -0,000766$. При расчете $\bar{C}$ учтено, что фокусное расстояние компонента равно удвоенному фокусному расстоянию объектива, т. е. $f'_{\text{комп}} = 2f'_{\text{об}} = 200$ мм.

Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых склеенных компонентов при $f' = 1$ приведены в табл. 15.26, из которой видно, что выбор марок стекол проведен удачно, так как вычисленные

значения $\sum W_v$ мало отличаются от расчетного $W^* = -1,35$ при $\bar{C} \neq 0$.

После¹ перехода к линзам конечной толщины получены три исходных варианта:

$\bar{C} = 0$				
		n_e	v_e	
$r_1 = 82,60$	$d_1 = 11,4$	1,5713	55,79	БК10
$r_2 = -72,95$	$d_2 = 5,2$	1,6205	36,35	Ф2
$r_3 = 451,9$	$d_3 = 0,1$			
$r_4 = 82,60$	$d_4 = 11,4$	1,5713	55,79	БК10
$r_5 = -72,95$	$d_5 = 5,2$	1,6205	36,35	Ф2
$r_6 = 451,9$				

$$f' = 102,665; \quad s'_{f'} = 83,308.$$

Таблица 15.26. Результаты расчета бесконечно тонкого двухлинзового склеенного компонента четырехлинзового объектива для разных комбинаций марок стекол и разных значений хроматического параметра $\bar{C}$

Параметры	БК10—Ф2 $\bar{C} = 0$	БК10—Ф2 $\bar{C} = -0,000\ 766$	БК10—Ф4 $\bar{C} = -0,000\ 766$
Φ_1	2,871 782	2,791 819	2,696 175
a	2,345 206	2,342 113	2,348 624
b	30,112 155	28,990 391	26,831 677
c	95,569 330	88,830 810	80,692 220
Q	-5,475 969	-5,317 392	-5,059 307
α_2	0,880 785	0,858 479	0,8566 902
α_3	0,774 908	0,755 668	0,743 653
r_1	0,412 800	0,423 525	0,424 410
r_2	-0,384 000	-0,395 949	-0,423 075
r_3	2,426 160	2,762 974	2,878 295
P_1	3,289 492	3,045 846	3,026 927
P_2	-2,469 764	-2,263 097	-2,266 676
P_3	0,180 309	0,217 284	0,239 728
P^*	1,000 037	1,000 033	0,999 979
W_1	-1,357 902	-1,289 994	-1,284 645
W_2	-0,451 021	-0,425 606	-0,448 020
W_3	0,306 740	0,340 534	0,360 908
W^*	-1,502 183	-1,375 066	-1,371 757

$$\bar{C} = -0,000\ 766$$

$r_1 = 84,72$	$d_1 = 10,7$	БК10
$r_2 = -75,51$	$d_2 = 5,3$	Ф2
$r_3 = 516,4$	$d_3 = 0,1$	
$r_4 = 84,72$	$d_4 = 10,7$	БК10
$r_5 = -75,51$	$d_5 = 5,3$	Ф2
$r_6 = 516,4$		

$$f' = 102,576; \quad s'_{F'} = 84,270.$$

$$\bar{C} = -0,000\ 766$$

		n_e	v_e	
$r_1 = 84,92$	$d_1 = 10,8$	1,5713	55,79	БК10
$r_2 = -80,72$	$d_2 = 5,2$	1,6285	35,67	Ф4
$r_3 = 557,2$	$d_3 = 0,1$			
$r_4 = 84,92$	$d_4 = 10,8$	1,5713	55,79	БК10
$r_5 = -80,72$	$d_5 = 5,2$	1,6285	35,67	Ф4
$r_6 = 557,2$				

$$f' = 102,827; \quad s'_{F'} = 84,123.$$

В каждом объективе определены значения остаточных aberrаций точки на оси, представленные в табл. 15.27–15.29. Для комбинации стекол марок БК10—Ф4 при $\bar{C} = -0,000\ 766$ исходный вариант практически не требует коррекции aberrаций, а для комбинации БК10—Ф2 достаточно изменить угол α_2 на 0,005 в целях получения оптимального варианта при одновременном изменении α_3 на 0,005 037, чтобы сохранить величину хроматизма положения.

Для объектива, состоящего из несклеенных компонентов, выбраны стекла ЛКЗ—ТФ5, имеющие значительные разности показателей преломления и коэффициентов дисперсии для $\lambda_e = 0,5461$ мкм: $\Delta n_e = 0,2716$, $\Delta \nu_e = 42,75$.

Таблица 15.27. Aberrации точки на оси четырехлинзового объектива, мм
 $f' = 100; 1:2$; БК10—Ф2, $\bar{C} = 0$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,001	0	0,091	0	-0,091
12,50	-0,015	-0,002	-0,03	0,026	0,003	0,042	0,005	-0,016
17,68	0,018	0,003	-0,07	0,104	0,018	0,038	0,006	0,066
21,65	0,112	0,024	-0,12	0,248	0,053	0,089	0,019	0,159
25,00	0,279	0,070	-0,20	0,474	0,119	0,208	0,052	0,266

Таблица 15.28. Aberrации точки на оси четырехлинзового объектива, мм
 $f' = 100; 1:2$; БК10—Ф2, $\bar{C} = -0,000\ 766$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,028	0	0,116	0	-0,144
12,50	-0,045	-0,006	0,01	-0,037	-0,004	0,040	0,005	-0,077
17,68	-0,048	-0,008	0,01	0,002	0,000	0,003	0,000	-0,001
21,65	-0,002	-0,000	-0,01	0,098	0,021	0,013	0,002	0,085
25,00	0,115	0,029	-0,05	0,264	0,066	0,082	0,020	0,182

Таблица 15.29. Aberrации точки на оси четырехлинзового объектива, мм
 $f' = 100; 1:2$; БК10—Ф4, $\bar{C} = -0,000\ 766$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,031	0	0,120	0	-0,151
12,50	-0,051	-0,006	0,01	-0,048	-0,006	0,040	0,005	-0,088
17,68	-0,064	-0,011	0,01	-0,022	-0,004	-0,005	-0,001	-0,017
21,65	-0,030	-0,006	0,00	0,054	-0,006	-0,007	-0,002	0,061
25,00	0,059	0,015	-0,03	0,191	0,015	0,042	0,010	0,149

Расчет исходных вариантов проводился также для двух значений хроматического параметра: $\bar{C} = 0$ и $\bar{C} = -0,000\,766$. Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых несклеенных компонентов при $f' = 1$ приведены в табл. 15.30.

После перехода к линзам конечной толщины получим:

$$\bar{C} = -0,000\,766$$

$r_1 = 82,41$	$d_1 = 7,9$	n_s	v_s	
$r_2 = -226,5$	$d_2 = 0,7$	1,4891	69,87	ЛКЗ
$r_3 = -175,39$	$d_3 = 5,2$	1,7617	27,32	ТФ5
$r_4 = -629,5$	$d_4 = 0,1$			
$r_5 = 82,41$	$d_5 = 7,9$	1,4891	69,87	ЛКЗ
$r_6 = -226,5$	$d_6 = 0,7$			
$r_7 = -175,39$	$d_7 = 5,2$	1,7617	27,32	ТФ5
$r_8 = -629,5$				

$$f' = 102,391; \quad s'_F \approx 88,060;$$

$$\bar{C} = 0$$

$r_1 = 82,41$	$d_1 = 7,9$
$r_2 = -209,4$	$d_2 = 0,7$
$r_3 = -170,22$	$d_3 = 5,2$
$r_4 = -651,6$	$d_4 = 0,1$
$r_5 = 82,41$	$d_5 = 7,9$
$r_6 = -209,4$	$d_6 = 0,7$
$r_7 = -170,22$	$d_7 = 5,2$
$r_8 = -651,6$	

$$f' = 102,291; \quad s'_F = 87,446.$$

Остаточные aberrации точки на оси представлены в табл. 15.31, 15.32, откуда видно, что по качеству изображения лучше система,

Таблица 15.30. Результаты расчета бесконечно тонких двухлинзовых несклеенных компонентов четырехлинзового объектива при разных значениях хроматического параметра $\bar{C}$

Параметры	ЛКЗ—ТФ5 $\bar{C} = 0$	ЛКЗ—ТФ5 $\bar{C} = -0,000\,766$	Параметры	ЛКЗ—ТФ5 $\bar{C} = 0$	ЛКЗ—ТФ5 $\bar{C} = -0,000\,766$
φ_1	1,639 064	1,604 763	W	-1,300 020	-1,297 172
α_2	0,797 404	0,796 530	W_1	2,827 862	2,632 592
α_3	0,441 437	0,436 868	W_2	-3,846 001	-3,664 874
			W_3	0,968 158	0,979 455
P_1	3,156 085	3,145 719	W_4	-1,350 001	-1,349 999
P_2	7,246 277	6,477 989			
P_3	-10,653 092	-9,899 372	при $f' = 1$		
P_4	1,250 728	1,275 673	r_1	0,411 909	0,412 361
			r_2	-1,082 960	-1,168 324
P	0,999 998	1,000 009	r_3	-0,884 290	-0,912 087
			r_4	-3,426 248	-3,306 531

Таблица 15.31. Аберрации точки на оси четырехлинзового объектива, мм
 $f' = 100; 1:2; \text{ЛКЗ—ТФ5}, C = 0$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,041	0	0,062	0	-0,021
12,50	-0,063	-0,008	0,02	-0,003	0,000	-0,017	-0,002	0,014
17,68	-0,092	-0,016	0,03	-0,011	-0,002	-0,063	-0,011	0,052
21,65	-0,080	-0,017	0,03	0,024	0,005	-0,069	-0,015	0,093
25,00	-0,018	-0,005	0,01	0,109	0,028	-0,029	-0,007	0,138

Таблица 15.32. Аберрации точки на оси четырехлинзового объектива, мм
 $f' = 100; 1:2; \text{ЛКЗ—ТФ5}; C = -0,000\ 766$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,005	0	0,092	0	-0,097
12,50	-0,051	-0,006	0,02	-0,028	-0,003	0,026	0,003	-0,054
17,68	-0,067	-0,012	0,02	-0,025	-0,004	-0,006	-0,001	-0,019
21,65	-0,041	-0,009	0,01	0,022	0,005	-0,002	0,000	0,024
25,00	0,034	0,008	-0,02	0,122	0,031	0,058	0,014	0,064

рассчитанная при $\bar{C} = -0,000\ 766$, не требующая дополнительной коррекции аберраций.

Задача 15.8. Рассчитать четырехлинзовый двойной объектив, состоящий из двух одинаковых склеенных компонентов (табл. 15.1, поз. 8), если $f' = 400$ мм, $D/f' = 1:4,5$, $2\omega = 4^\circ$, $a_p = -20$ мм. Исправить хроматизм положения, сферическую аберрацию и меридиональную кому. Спектральный интервал — видимый, F', e, C' .

Решение. Вначале примем объектив бесконечно тонким и выполним габаритный расчет. Диаметр входного зрачка $D = f'/K = 400/4,5 = 88,9$ мм. Световой диаметр объектива $D_{\text{св}} = D + 2a_p \tan \omega = 88,9 + 2(-20) \tan(-2^\circ) = 90,3$ мм. Полный диаметр $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D$, где ΔD — припуск на оправу. $D_{\text{пол}} = 90,3 + 3 = 93,3$. Округлив полный диаметр по нормальному ряду чисел, имеем $D_{\text{пол}} = 95$ мм.

Так как оба компонента одинаковые, то достаточно рассчитать один компонент. Для этого надо определить основные параметры двухлинзового склеенного компонента. Поскольку оба компонента являются бесконечно тонкими и расстояния между ними равны нулю, то можно записать для высот первого и второго вспомогательных лучей:

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = h, \quad y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = y_6 = y,$$

В соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$, $\alpha'_1 = \alpha_{II} = 0,5$, $\alpha'_{II} = \alpha_{III} = 1$. Для второго вспомогательного луча

принимается нормировка $\beta_1 = y/\bar{a}_p = 1$, поэтому $y = \bar{a}_p$, где $\bar{a}_p = a_p/f'$; $I = -1$.

Условия исправления хроматизма положения, сферической аберрации и меридиональной комы записываются в виде $S_{Ixp}^{\infty} = 0$, $S_I^{\infty} = 0$, $S_{II}^{\infty} = 0$. Тогда $S_I^{\infty} = \sum_{i=1}^{i=n} h_i P_i = P_I + P_{II} = 0$, так как $h_i = h = 1$; $S_{II}^{\infty} = \sum_{i=1}^{i=n} y_i P_i - I \sum_{i=1}^{i=n} W_i = y(P_I + P_{II}) + W_I + W_{II} = 0$. Так как $P_I + P_{II} = 0$, то $S_{II}^{\infty} = W_I + W_{II} = 0$.

Выразим неосновные параметры P_I , P_{II} , а также W_I и W_{II} через основные параметры P_1^{∞} , P_{II}^{∞} и W_1^{∞} , W_{II}^{∞} , используя соответствующие формулы перехода, приведенные в гл. 8. Для этого учтем, что для 1-го компонента $\alpha_1 = 0$, $\alpha_1' = 0,5$, а для второго компонента $\alpha_{II} = 0,5$, $\alpha_{II}' = 1$, а также примем $\pi = 0,7$.

Тогда для первого и второго компонентов получаем следующие уравнения: $P_I = 0,125 P_1^{\infty}$; $W_I = 0,25 W_1^{\infty}$; $P_{II} = 0,125 P_{II}^{\infty} + 0,5 W_{II}^{\infty} + 0,425$; $W_{II} = 0,25 W_{II}^{\infty} + 0,675$. Запишем выражения для S_I^{∞} и S_{II}^{∞} , учтя, что по условию конструкции $P_1^{\infty} = P_{II}^{\infty} = P_x^{\infty}$, а $W_1^{\infty} = W_{II}^{\infty} = W_x^{\infty}$.

$$S_I^{\infty} = P_I + P_{II} = 0,125 P_x^{\infty} + 0,125 P_x^{\infty} + 0,5 W_x^{\infty} + 0,425 = \\ = 0,25 P_x^{\infty} + 0,5 W_x^{\infty} + 0,425 = 0;$$

$$S_{II}^{\infty} = W_I + W_{II} = 0,25 W_x^{\infty} + 0,125 W_x^{\infty} + 0,675 = \\ = 0,5 W_x^{\infty} + 0,675 = 0.$$

Из этих уравнений получаем $W_x^{\infty} = -1,35$, $P_x^{\infty} = 1$.

Из уравнения ахроматизации $S_{Ixp}^{\infty} = \phi_I \bar{C}_I + h_{II}^2 \phi_{II} \bar{C}_{II} = 0$, но с учетом того, что $\bar{C}_I = \bar{C}_{II} = \bar{C}_x$, получаем $S_{Ixp}^{\infty} = \bar{C}_x (\phi_I + h_{II}^2 \phi_{II}) = 0$, откуда $\bar{C}_x = 0$.

В результате для бесконечно тонкого двухлинзового склеенного компонента получено $\bar{C}_x = 0$, $P_x^{\infty} = 1$, $W_x^{\infty} = -1,35$. Для этого компонента надо подобрать комбинации марок стекол, чтобы получить заданные значения трех основных параметров. Поэтому воспользуемся таблицами С.В. Трубки. Так как $W_x^{\infty} < 0,8$, то надо выбрать комбинацию стекол «крон впереди», предварительно вычислив $P_{ок}^{\infty}$.

$$P_{ок}^{\infty} = \frac{P_x^{\infty} - 0,84 (W_x^{\infty} - 0,08)^2}{1 - 0,022 (W_x^{\infty} - 0,08) + 0,002 (W_x^{\infty} - 0,08)^2} = \\ = \frac{1 - 0,84 (-1,35 - 0,08)^2}{1 - 0,022 (-1,35 - 0,08) + 0,002 (-1,35 - 0,08)^2} = -0,693.$$

Из таблиц С.В. Трубки для $\bar{C}_k = 0$ и $P_{ок}^* = -0,693$ выбираем комбинацию марок стекол БФ7—ТФ8, для которой $P_{ок}^* = -0,696$. Оптические постоянные этих стекол, взятые из таблиц, имеют значения:

БФ7: $n_e = 1,5822$, $n_F = 1,5873$, $n_C = 1,57687$; $v_e = 53,56$;

ТФ8: $n_e = 1,6947$, $n_F = 1,70653$, $n_C = 1,68405$; $v_e = 30,889$.

После расчета по методике, изложенной в задаче 15.2, получено: $\phi_1 = 2,36249$, $Q = -4,06711$, $\alpha_2 = 0,858\,562$, $\alpha_3 = 0,667\,081$, при этом $W_k^* = -1,37$, т. е. отличается от расчетного значения на $-0,02$, что допустимо. Радиусы кривизны бесконечно тонкого компонента, имеющего $f_k' = 800$ мм, $r_{1\text{тн}} = 342,870$, $r_{2\text{тн}} = -463,863$, $r_{3\text{тн}} = 3380,62$.

После перехода к линзам конечной толщины для склеенного компонента получено

$r_1 = 342,869$	$d_1 = 9,5$	БФ7
$r_2 = -459,131$	$d_2 = 9,5$	ТФ6
$r_3 = 3318,57$		

Составив объектив из двух одинаковых компонентов при $d_3 = 0,1$, получаем $f' = 402,937$. Для получения объектива с $f' = 400$ мм выполним его масштабирование. Коэффициент масштабирования $k_m = f'_{\text{задан}}/f'_{\text{расч}} = 400/402,937 = 0,992\,711$. На этот коэффициент умножим радиусы кривизны поверхностей и толщины и в результате получаем

		n_e	v_e	
$r_1 = 340,370$				
$r_2 = -455,784$	$d_1 = 9,5$	1,5822	53,56	БФ7
$r_3 = 3294,38$	$d_2 = 9,5$	1,6947	30,889	ТФ8
$r_4 = 340,370$	$d_3 = 0,1$			
$r_5 = -455,784$	$d_4 = 9,5$	1,5822	53,56	БФ7
$r_6 = 3294,38$	$d_5 = 9,5$	1,6947	30,889	ТФ8

$$f' = 400,006; \quad s_F' = 379,45.$$

Для этого объектива $s_F = a_F + s_H = -17,25$.

Для рассчитанного исходного варианта получено: поперечная сферическая абберация для края отверстия $\Delta y_e' = 0,0015$ мм, хроматизм положения для зоны зрачка $m = 31,423$, $\Delta s'_{FC} = 0,059$ мм, меридиональная кома $K = 0,004$ мм для $2\omega = 4^\circ$, т. е. требуется незначительная коррекция хроматизма положения.

Задача 15.9. Сравнить качество изображения исходных вариантов трехлинзовых объективов, один из которых состоит из склеенного компонента и отдельной линзы, а второй — из отдельной линзы и склеенного компонента (рис. 15.7, а, б), если $f' = 300$ мм; $D/f' = 1:3$; $2\omega = 2^\circ$; $a_F = 0$, марки стекол К8—ТФ4, спектральный диапазон $F'—C'$, основная длина волны $\lambda_e = 0,5461$ мкм (линия e).

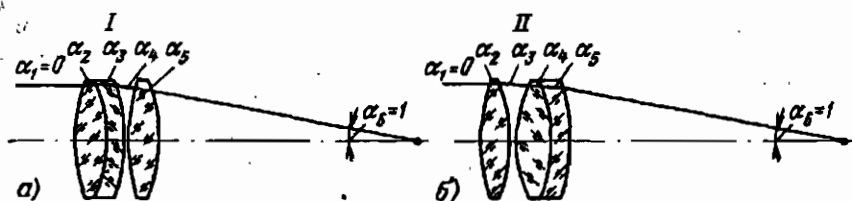


Рис. 15.7. Трехлинзовые объективы:
а — конструкция I; б — конструкция II

Решение. Для расчета исходных вариантов используем уравнения для $\bar{C}$, P^∞ и W^∞ , которые составляем по модульному принципу (табл. 15.1, поз. 7, 8).

Объектив принимается бесконечно тонким $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5$, а в соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча имеем $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 1$; $\alpha_6 = 1$. Поскольку свободных параметров пять, а необходимо решить четыре уравнения — три абберационных и уравнение масштаба, один из параметров является избыточным. Для первого объектива можно принять $\alpha_4 = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,5$ или $\varphi_3 = 0,5$, а для второго — $\alpha_3 = \varphi_1 = 0,5$ (табл. 15.1).

Рассмотрим первый вариант объектива.

Вначале следует решить уравнение масштаба

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 1 \quad (15.13)$$

и уравнение ахроматизации

$$\bar{C} = \varphi_1(1/v_2 - 1/v_1) + \alpha_4(1/v_3 - 1/v_2) - 1/v_3 = 0, \quad (15.14)$$

принимая $\alpha_4 = 0,5$ или другому значению, близкому к 0,5.

Затем надо решить уравнения исправления сферической абберации ($P^\infty = 0$) и комы ($W^\infty = 0$) и определить Q и α_5 , а затем α_2 и α_3 , связанные с инвариантом Q поверхности склейки и оптической силой φ_1 :

$$W^\infty = -\frac{\alpha_4 + \bar{a}}{2} Q + \frac{\alpha_4(\alpha_4 - \varphi_1) - \bar{b}}{3} - \frac{1}{1 - m_5} \times \\ \times [\alpha_4^2 - 1 + \alpha_5(m_5 + 1)(1 - \alpha_4)] = 0; \quad (15.15)$$

$$P^\infty = \bar{a}Q^2 + \bar{b}Q + \bar{c} + \frac{1}{(1 - m_5)^2} [1 - \alpha_4^3 + \alpha_5^2(2m_5 + 1)(1 - \alpha_4) + \\ + \alpha_5(m_5 + 2)(\alpha_4^2 - 1)] = 0, \quad (15.16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= 2\varphi_1 (m_2 - m_3) + (2m_3 + 1)\alpha_4; \\ m_v &= 1/n_v; \\ \bar{b} &= \frac{3\varphi_1^2}{n_2 - 1} - \frac{3\varphi_1^2}{n_3 - 1} - \frac{\alpha_4^2 (2n_3 + 1)}{n_3 - 1} + \frac{2\alpha_4 \varphi_1 (n_3 + 2)}{n_3 - 1}; \\ \bar{c} &= \frac{n_2 \varphi_1^3}{(n_2 - 1)^2} + \frac{n_3}{(n_3 - 1)^2} (\varphi_1 - \alpha_4)^2 (\alpha_4 n_3 - \varphi_1); \end{aligned} \right\} \quad (15.17)$$

$$\alpha_2 = Q(1 - m_2) + \varphi_1; \quad \alpha_3 = Q(1 - m_3) + \varphi_1; \quad (15.18)$$

$$Q = (\alpha_3 - \alpha_2)n_2 n_3 / (n_2 - n_3). \quad (15.19)$$

Кривизну поверхностей склеенного компонента при $h = 1$ можно определить, используя следующие соотношения:

$$\rho_1 = Q + \varphi_1 n_2 / (n_2 - 1); \quad \rho_2 = Q + \varphi_1; \quad \rho_3 = Q + n_3 \varphi_1 / (n_3 - 1) - \alpha_4 / (n_3 - 1). \quad (15.20)$$

Радиусы кривизны отдельной тонкой линзы, стоящей за склеенным компонентом, можно определить по формуле

$$r_v = f' / \rho_v = h_v (n_v' - n_v) / (n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v).$$

Далее расчет выполняем в том же порядке, как и для рассмотренных выше объективов.

Уравнение ахроматизации для второго объектива:

$$\bar{C} = \varphi_2 (1/v_3 - 1/v_2) - \alpha_3 (1/v_3 - 1/v_1) - 1/v_3 = 0. \quad (15.21)$$

Решив это уравнение совместно с уравнением масштаба (15.13) при условии $\alpha_3 = 0,5$, определим оптические силы φ_1 , φ_2 и φ_3 бесконечно тонких линз.

Уравнения исправления сферической аберрации и комы имеют вид

$$\begin{aligned} P'' &= \left[\frac{n_2^2}{(n_2 - 1)^2} \right] [\alpha_2^2 \alpha_3 (1 + 2m_2) - \alpha_2 \alpha_3^2 (1 + m_2) + \alpha_3^3] + \\ &+ \bar{a}Q^2 + \bar{b}Q + \bar{c} = 0; \end{aligned} \quad (15.22)$$

$$\begin{aligned} W'' &= \left[\frac{n_2}{(n_2 - 1)} \right] [\alpha_3^2 - \alpha_3 \alpha_2 (m_2 + 1)] + \left[\frac{\alpha_3 - \bar{a} - 1}{2} \right] Q + \\ &+ \left[\frac{(\alpha_3 - 1)(\varphi_2 - 1) - \bar{b}}{3} \right] = 0, \end{aligned} \quad (15.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= 2\varphi_2 (m_4 - m_5) + (2m_5 + 1)(1 - \alpha_3); \\ \bar{b} &= \frac{3\varphi_2^2}{n_4 - 1} - \frac{3(\varphi_2 + \alpha_3)^2}{n_5 - 1} - \frac{2n_5 + 1}{n_5 - 1} - 2\alpha_3\varphi_2 + \\ &+ \frac{2(\varphi_2 + \alpha_3)(2 + n_5)}{n_5 - 1}; \\ \bar{c} &= \frac{n_4}{(n_4 - 1)^2} [\varphi_2^3 + \alpha_3\varphi_2^2(1 - n_4)] + \frac{n_5^2}{(n_5 - 1)^2} \times \\ &\times [1 - (\varphi_2 + \alpha_3)(2 + m_5) + (\varphi_2 + \alpha_3)^2(1 + 2m_5) - \\ &- (\varphi_2 + \alpha_3)^3 m_5]; \quad m_v = 1/n_v. \end{aligned} \right\} \quad (15.24)$$

Из выражения (15.22) и (15.23) определим Q и α_2 , а затем α_4 и α_5 :

$$\alpha_4 = Q(1 - m_4) + \varphi_2 + \alpha_3; \quad \alpha_5 = Q(1 - m_5) + \varphi_2 + \alpha_3, \quad (15.25)$$

где $Q = Q_4 = (\alpha_5 - \alpha_4) n_4 n_5 / (n_5 - n_4)$.

Кривизну поверхностей бесконечно тонкого склеенного компонента при $h = 1$ можно определить следующим образом:

$$\rho_3 = Q + \alpha_3 + \varphi_2 n_4 / (n_4 - 1); \quad \rho_4 = Q + \varphi_2 + \alpha_3;$$

$$\rho_5 = Q + n_5 (\varphi_2 + \alpha_3) / (n_5 - 1) - 1 / (n_5 - 1).$$

Далее расчет проводится в обычном порядке. Рассчитаем исходные варианты двух объективов, начав с первого — с передним склеенным компонентом. При $\alpha_4 = 0,5$; $v_1 = 63,87$; $v_2 = 27,94$; $v_3 = v_1$; $n_3 = n_2$ из (15.14):

$$\varphi_1 = \frac{0,5 (1/27,94 - 1/63,87) + 1/63,87}{1/27,94 - 1/63,87} = 1,277 \, 623,$$

тогда $\varphi_2 = 0,5 - 1,277 \, 623 = -0,777 \, 623$.

Для решения уравнений (15.15) и (15.16) предварительно вычислим $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, используя (15.17):

$$\begin{aligned} \bar{a} &= 2 \cdot 1,277623 (1/1,518 \, 294 - 1/1,746 \, 231) + \\ &+ (2/1,746 \, 231 + 1) 0,5 = 1,292 \, 343; \\ \bar{b} &= (3 \cdot 1,277 \, 623^2 / 0,518 \, 294) - (3 \cdot 1,277 \, 623^2 / 0,746 \, 231) - \\ &- [0,25 (2 \cdot 1,746 \, 231 + 1) / 0,746 \, 231] + (2 \cdot 0,5 \cdot 1,277 \, 623 \times \\ &\times 3,746 \, 231) / 0,746 \, 231 = 7,794 \, 847; \end{aligned}$$

$$\bar{c} = (1,518\,294 \cdot 1,277\,623 + 0,518\,294^2) + (1,746\,231/0,746\,231^2) \times \\ \times (1,277\,623 - 0,5)^2 (0,5 \cdot 1,746\,231 - 1,277\,623) = 11,020\,183.$$

После подстановки значений в уравнение (15.15) получим

$$W^* = -0,896\,171\,Q - 2,429\,406\,\alpha_5 - 0,530\,832 = 0,$$

откуда $\alpha_5 = -0,368\,8848\,Q - 0,218\,503$.

Подставим это выражение в формулу (15.16). После преобразований найдем

$$P^* = 2,645\,307\,Q^2 + 15,709\,702\,Q + 22,742\,464 = 0,$$

откуда $Q_1 = -2,500\,556$; $Q_2 = -3,438\,150$.

Выбираем значение $Q = -2,500\,556$ — меньшее по абсолютной величине, которому соответствует меньшая кривизна второй поверхности — поверхности склейки. Действительно, соответственно двум решениям последнего уравнения имеем

$$P_{2(1)} = Q_{(1)} + \Phi_1 = -1,222\,932;$$

$$P_{2(2)} = Q_{(2)} + \Phi_1 = -2,160\,527.$$

Из выражения (15.15) $\alpha_5 = 0,703\,914$, а из (15.18):

$$\alpha_2 = (1 - 1/1,518\,294) (-2,500\,556) + 1,277\,623 = 0,424\,018;$$

$$\alpha_3 = (1 - 1/1,7462) (-2,500\,556) + 1,277\,623 = 0,209\,040.$$

В результате

$$\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 0,424\,018; \alpha_3 = 0,209\,040; \alpha_4 = 0,5; \alpha_5 = 0,703\,914; \alpha_6 = 1.$$

Используя известные соотношения (см. задачу 15.1), определим значения P_v и W_v и для контроля $P^* = \Sigma P_v$; $W^* = \Sigma W_v$:

$$P_1 = 0,430\,880; \quad W_1 = -0,346\,890;$$

$$P_2 = -0,997\,715; \quad W_2 = -0,398\,997;$$

$$P_3 = 0,176\,294; \quad W_3 = 0,258\,927;$$

$$P_4 = -0,012\,980; \quad W_4 = 0,021\,730;$$

$$P_5 = 0,403\,521; \quad W_5 = 0,465\,231;$$

$$P^* = 0,000\,000; \quad W^* = 0,000\,001.$$

Определим радиусы кривизны бесконечно тонкой системы при $f' = 300$:

$$r_1 = 241,522; \quad r_4 = 273,386;$$

$$r_2 = -245,312; \quad r_3 = 2261,70.$$

$$r_5 = -1658,68;$$

Таблица 15.33. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива, мм
 $f' = 300$; 1:3; К8—ТФ4—К8

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,184	0	0,161	0	0,023
25,00	0,019	0,002	-0,00	0,242	0,020	0,147	0,012	0,095
35,36	0,064	0,008	-0,01	0,330	0,039	0,159	0,019	0,171
43,30	0,142	0,020	-0,03	0,450	0,066	0,200	0,029	0,250
50,00	0,251	0,042	-0,05	0,604	0,102	0,272	0,046	0,332

Световой диаметр объектива $D_{\text{св}} = D = 100$ мм, полный диаметр $D_n = 105$ мм с учетом припуска на оправу и после округления по ГОСТ 6636-69.

После перехода к линзам конечной толщины получим

	n_e	v_e		
$r_1 = 241,5$	$d_1 = 14,7$	1,5183	63,83	К8
$r_2 = -240,4$	$d_2 = 10,5$	1,7462	27,94	ТФ4
$r_3 = -1614,4$	$d_3 = 0,1$			
$r_4 = 265,5$	$d_4 = 10,5$	1,5183	63,83	К8
$r_5 = 2128$				

$$f' = 300,008; s'_{F'} = 284,133.$$

Значения остаточных аберраций объектива для точки на оси представлены в табл. 15.33.

Во втором объективе впереди стоит отдельная линза; примем при расчете $\alpha_3 = 0,5$. Из формулы (15.21) найдем $\varphi_2 = 1,277\ 623$, тогда $\varphi_3 = 0,5 - 1,277\ 623 = -0,777\ 623$. По (15.24) найдем $\bar{a} = 1,292\ 341$; $\bar{b} = 7,294\ 849$; $\bar{c} = 9,336\ 838$.

После подстановки всех известных значений в (15.23) и вычислений получим

$$W'' = -0,896\ 170\ Q - 2,429\ 406\ \alpha_2 - 1,745\ 534 = 0,$$

$$\text{откуда } \alpha_2 = -0,368\ 884\ Q - 0,718\ 502. \quad (15.26)$$

Подставив это выражение в (15.22), получим после преобразований:

$$P'' = 2,645\ 307\ Q^2 + 14,669\ 395\ Q + 19,640\ 546 = 0,$$

$$\text{откуда } Q_1 = -2,259\ 588; Q_2 = -3,285\ 852.$$

Как и для первого объектива, выберем меньшее по абсолютной величине значение: $Q = -2,259\ 588$. Подставив его в (15.25) и (15.26), получим $\alpha_2 = 0,115\ 025$; $\alpha_4 = 1,006\ 276$; $\alpha_5 = 0,812\ 014$. Вычисленные значения P_v , W_v и $r_{v, \text{тн}}$ приведены в табл. 15.34.

После перехода к линзам конечной толщины при $f' = 300$ мм; $D/f' = 1:3$; $s_p = 0$ получена следующая система:

Таблица 15.34. Значения параметров P_v , W_v и радиусов кривизны бесконечно тонкого трехлинзового объектива

№№ n/n	P_v	W_v	$r_{v \text{ м}}$
1	0,008 601	-0,025 527	2,967 755
2	0,539 556	0,478 436	-1,592 994
3	0,358 015	-0,241 398	0,504 264
4	-1,009 707	-0,446 863	-2,074 818
5	0,103 527	0,235 342	1,785 395
Σ	-0,000 008	0,000 000	

$r_1 = 891,3$		n_s	v_s	
$r_2 = -476,4$	$d_1 = 10,5$	1,5183	63,83	K8
$r_3 = 150,66$	$d_2 = 0,1$			
$r_4 = -588,8$	$d_3 = 15,0$	1,5183	63,83	K8
$r_5 = 490,9$	$d_4 = 10,5$	1,7462	27,94	TФ4

$$f' = 300,24; s'_{F'} = 275,35$$

Из анализа табл. 15.35 видно, что исходный вариант второго объектива не требует коррекции аберраций и в абберрационном отношении предпочтительней первого объектива.

Задача 15.10. Доказать, что выбор меньшего по абсолютной величине значения инварианта Q поверхности склейки при расчете трехлинзовых объективов приводит к существенному уменьшению аберраций высших порядков в исходном варианте.

Решение. Воспользуемся данными задачи 15.9 для объектива II, состоящего из отдельной линзы и склеенного компонента.

Сначала докажем, что уменьшение Q по модулю приводит к уменьшению кривизны r_4 склейки. Действительно, кривизна поверхности склейки равна $r_4 = r = Q + \varphi_2 + \alpha_3$, и чем меньше Q , тем меньше r . В объективах подобной конструкции самые большие аберрации высших порядков возникают на поверхности склейки, и увеличение радиуса кривизны этой поверхности при сохранении

Таблица 15.35. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива, мм
 $f' = 300; 1:3; K8-K8-TФ4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,073	0	0,260	0	-0,187
25,00	-0,032	-0,002	0,01	0,085	0,007	0,190	0,016	-0,105
35,36	-0,040	-0,005	0,02	0,122	0,014	0,142	0,017	-0,020
43,30	-0,024	-0,003	0,02	0,186	0,027	0,117	0,017	0,069
50,00	0,020	0,003	0,03	0,278	0,046	0,118	0,020	0,160

Таблица 15.36. Значения параметров P_v , W_v и радиусов кривизны бесконечно тонкого трехлинзового объектива, рассчитанного для значения $Q_2 = -3,285\ 852$, стекла К8—К8—ТФ4

№№ п/п	P_v	W_v	$r_{v\text{тн}}$
1	0,679 705	-0,470 076	0,691 588
2	0,000 061	0,003 280	2,077 952
3	-0,014 185	0,031 051	1,045 122
4	-2,355 502	-0,716 861	-0,663 024
5	1,689 907	1,152 605	-2,145 175
Σ	0,000 014	-0,000 001	

Таблица 15.37. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива, мм $f' = 300$; 1:3; К8-К8—ТФ4; $Q_1 = -3,285\ 852$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,136	0	0,199	0	-0,063
25,00	0,036	0,003	0,00	0,255	0,021	0,166	0,014	0,089
35,36	0,173	0,020	-0,01	0,482	0,057	0,230	0,027	0,252
43,30	0,426	0,062	-0,03	0,832	0,121	0,402	0,058	0,430
50,00	0,813	0,137	-0,06	1,324	0,222	0,702	0,118	0,622

аббераций третьего порядка объектива приведет к уменьшению аббераций высших порядков.

Приведем численный пример, используя данные задачи 15.9. Возьмем второе решение абберационного уравнения $Q_2 = -3,285\ 852$, при котором $\alpha_2 = 0,493\ 597$; $\alpha_4 = 0,655\ 945$; $\alpha_5 = 0,373\ 453$.

Результаты вычислений P_v , W_v и $r_{v\text{тн}}$ приведены в табл. 15.36. Как видно из сравнения табл. 15.34 и 15.36, значения P_4 и W_4 на склейке возросли соответственно примерно в 2,3 и 1,6 раз, а величина радиуса склейки уменьшилась в 3,13 раз, получилась менее благоприятная форма первой и третьей линз — мениски.

После перехода к линзам конечной толщины получим:

	n_z	v_z	
$r_1 = 207,5$	$d_1 = 12,1$	1,5183	63,83 К8
$r_2 = 610,9$	$d_2 = 0,1$		
$r_3 = 307,6$	$d_3 = 15,0$	1,5183	63,83 К8
$r_4 = -188,36$	$d_4 = 10,5$	1,7462	27,94 ТФ4
$r_5 = -601,2$			

$$f' = 300,236; \quad s'_{f'} = 280,449.$$

Остаточные абберации точки на оси, как видно из табл. 15.37, значительно возросли (ср. табл. 15.35). Так, сферическая абберация для края отверстия возросла в 38,4 раз, хроматизм положения

и сферохроматические разности возросли в 4–5 раз по сравнению с теми же aberrациями исходного варианта, рассчитанного при $Q = -2,259\,588$. Следовательно, при решении aberrационного уравнения надо выбирать значение инварианта поверхности склейки, меньшее по абсолютной величине.

Задача 15.11. Рассчитать исходные варианты трехлинзовых несклеенных объективов (табл. 15.1, поз. 5 и 6) для нескольких комбинаций марок стекол и исследовать влияние выбора марок стекол на aberrации высших порядков. Выполнить анализ результатов расчета бесконечно тонких систем при $f' = 1$ для наиболее распространенных комбинаций марок стекол. Сделать переход к линзам конечной толщины и провести aberrационный анализ, если $f' = 300\text{ мм}$; $D/f' = 1:2,8$; $2\omega = 2^\circ$; спектральный интервал $F' - C'$, основная длина волны $\lambda_e = 0,5461\text{ мкм}$; $a_p = 0$.

Решение. При расчете используем метод разделения переменных. Уравнения для $\bar{C}$, P^∞ , и W^∞ составляем по модульному принципу (табл. 15.1, поз. 5, 6) и затем их преобразуем.

Объектив имеет два избыточных параметра, поэтому первую линзу рассчитаем на минимум сферической aberrации, т. е. примем

$$\alpha_2 = \alpha_{2\min} = (2n_2 + 1) \alpha_1 / [2(n_2 + 2)],$$

и выберем $\varphi_1 = \varphi_2$.

На первом этапе из условия масштаба $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 1$, уравнения ахроматизации $\varphi_1/v_1 + \varphi_2/v_2 + \varphi_3/v_3 = -\bar{C} = 0$, а также из дополнительного условия — равенства оптических сил положительных линз — определим оптические силы линз бесконечно тонкого объектива, рассчитываемого при $f' = 1$ и нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 1$; $\alpha_7 = 1$. Тогда $\alpha_3 = \varphi_1$; $\alpha_5 = \varphi_1 + \varphi_2$, т. е. внешние параметры определяются на первом этапе расчета.

На втором этапе определяют внутренние параметры: α_2 , а затем α_4 и α_6 из условий исправления сферической aberrации и комы, т. е. $P^\infty = 0$, $W^\infty = 0$. Из условия $W^\infty = 0$ находим $\alpha_6 = b\alpha_4 + d$, где

$$b = B/C, \quad d = A/C;$$

$$A = -W_{1n} - (\alpha_3^2 - \alpha_5^2)/(m_4 - 1) - (\alpha_5^2 - 1)/(m_6 - 1);$$

$$W_{1n} = [1/(m_2 - 1)] [\alpha_2(m_2 + 1)\alpha_3 - \alpha_3^2] = \alpha_3^2/2(n_2 + 2);$$

$$B = (m_4 + 1)(\alpha_3 - \alpha_5)/(m_4 - 1);$$

$$C = (m_6 + 1)(1 - \alpha_5)/(m_6 - 1); \quad m_v = 1/n_v.$$

Подставив значение α_6 в уравнение P^∞ , получим

$$D\alpha_4^2 + E\alpha_4 + F = 0, \quad (15.27)$$

где

$$\begin{aligned}
D &= (2m_4 + 1)(\alpha_5 - \alpha_3)/(m_4 - 1)^2 + b^2(2m_6 + 1)(1 - \alpha_5)/(m_6 - 1)^2; \\
E &= (m_4 + 2)(\alpha_3^2 - \alpha_5^2)/(m_4 - 1)^2 + [1/(m_6 - 1)^2] \times \\
&\times [2bd(2m_6 + 1)(1 - \alpha_5) + b(2 + m_6)(\alpha_5^2 - 1)]; \\
F &= [1/(m_2 - 1)^2][\alpha_2^2(2m_2 + 1)\alpha_3 - \alpha_2(2 + m_2)\alpha_3^2 + \alpha_3^3] + \\
&+ [1/(m_4 - 1)^2](\alpha_5^3 - \alpha_3^3) + [1/(m_6 - 1)^2][d^2(2m_6 + 1)(1 - \alpha_5) + \\
&+ d(2 + m_6)(\alpha_5^2 - 1) - \alpha_5^3 + 1].
\end{aligned}$$

Определяем α_4 из формулы (15.27), а затем α_6 из уравнения $W = 0$.

Расчет исходного варианта проведем, используя приведенные выше формулы с применением ПЭВМ. Были выбраны комбинации стекол марок К8—К8—ТФ4, К8—К8—ТФ5, ЛКЗ—ЛКЗ—ТФ5.

Оптические постоянные выбранных марок приведены в табл. 15.38.

В табл. 15.39 приведены результаты расчета бесконечно тонких объективов для одного решения квадратного уравнения — для меньшего значения α_4 , наиболее благоприятного для этих систем. Из анализа таблиц видно, что меньшие значения P_v и W_v по поверхностям имеет объектив с комбинацией стекол марок ЛКЗ—ТФ5, у которых также и большие значения радиусов кривизны r_4 и r_5 поверхностей, имеющих большие значения параметров P_v и W_v . Это дает возможность ожидать меньшие aberrации высших порядков в данном объективе. Следует, однако, иметь в виду, что воздушный промежуток иногда может совершенно непредсказуемо повлиять на aberrации высших порядков в исходном варианте.

После перехода к реальным линзам получим:

		n_e	v_e	
$r_1 = 210,9$	$d_1 = 11,6$	1,4891	69,87	ЛКЗ
$r_2 = -1164,1$	$d_2 = 0,1$			
$r_3 = 250,6$	$d_3 = 11,6$	1,4891	69,87	ЛКЗ
$r_4 = -563,6$	$d_4 = 0,6$			
$r_5 = 4488,7$	$d_5 = 11,0$	1,7617	27,32	ТФ5
$r_6 = 1042,3$				

$$f' = 300,346; \quad s'_F = 275,478.$$

Таблица 15.38. Оптические постоянные некоторых марок стекол

Марка	n_e	v_e	$n_F - n_C$	Марка	n_e	v_e	$n_F - n_C$
К8	1,5183	63,83	0,008 12	ТФ4	1,7462	27,95	0,026 70
ЛКЗ	1,4891	69,87	0,007 00	ТФ5	1,7617	27,32	0,027 88

Таблица 15.39. Результаты расчетов бесконечно тонких трехлинзовых несклеенных объектов при $f' \approx 1$

Параметры	K8—K8—ТФ4	K8—K8—ТФ5	ЛКЗ—ЛКЗ—ТФ5
Δn	0,227 94	0,243 42	0,272 600
Δv	35,92	36,54	42,54
$\varphi_1 = \varphi_2$	0,888 812	0,873 734	0,821 109
φ_3	-0,777 623	-0,747 469	-0,642 219
α_2	0,509 872	0,501 223	0,468 108
α_4	0,888 047	0,908 156	0,937 595
α_6	0,641 099	0,659 622	0,681 931
r_1	0,669 513	0,681 066	0,701 664
r_2	-4,519 661	-4,597 652	-3,943 197
r_3	1,127 938	1,026 093	0,850 520
r_4	-1,207 284	-1,406 038	-1,988 054
r_5	-1,133 891	-1,301 173	-1,727 818
r_6	6,244 250	4,700 072	3,782 724
$P_1 + P_2$	1,430 607	1,359 032	1,223 776
P_3	-0,000 001	-0,002 802	-0,024 082
P_4	8,099 642	6,947 855	4,659 920
P_5	-9,976 634	-8,691 771	-6,191 296
P_6	0,446 394	0,387 698	0,331 689
P^*	0,000 008	0,000 012	0,000 007
$W_1 + W_2$	0,112 268	0,108 494	0,096 617
W_3	-0,000 680	0,027 789	0,067 905
W_4	3,108 158	2,825 836	2,172 229
W_5	-3,751 258	-3,454 593	-2,787 635
W_6	0,531 515	0,492 478	0,450 885
W^*	0,000 003	0,000 004	0,000 001

$r_1 = 204,2$		n_c	v_c	
$r_2 = -1355,2$	$d_1 = 11,6$	1,5183	63,83	K8
$r_3 = 302,0$	$d_2 = 0,1$			
$r_4 = -399,0$	$d_3 = 11,6$	1,5183	63,83	K8
$r_5 = -368,1$	$d_4 = 0,5$			
$r_6 = -1294,2$	$d_5 = 11,0$	1,7617	27,32	ТФ5

$$f' = 300,025; \quad s'_F = 275,406.$$

Как видно из табл. 15.40 и 15.41, исходный вариант объектива из стекол ЛКЗ—ТФ5 имеет меньшие значения остаточных аберраций точки на оси, чем объектив из стекол К8—ТФ5. Это подтверждает выводы, сделанные после расчета бесконечно тонких объективов на основе анализа табл. 15.39. Потребуется лишь коррекция сферохроматизма.

Таблица 15.40. Аберрации точки на оси трехлинзового несклеенного объектива, мм
 $f' = 300; 1:2,8; \text{ЛКЗ—ЛКЗ—ТФ5}$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,095	0	0,214	0	-0,118
26,79	-0,062	-0,006	0,02	0,076	0,006	0,120	0,011	-0,048
37,88	-0,088	-0,011	0,03	0,086	0,011	0,058	0,007	0,028
46,39	-0,078	-0,012	0,05	0,139	0,022	0,033	0,005	0,106
53,57	-0,024	-0,004	0,05	0,239	0,043	0,050	0,009	0,189

Таблица 15.41. Аберрации точки на оси трехлинзового несклеенного объектива, мм
 $f' = 300; 1:2,8; \text{К8—К8—ТФ5}$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,098	0	0,234	0	-0,126
26,79	-0,070	-0,006	0,02	0,076	0,007	0,124	0,011	-0,038
37,88	-0,086	-0,011	0,03	0,112	0,014	0,064	0,008	0,048
46,39	-0,042	-0,006	0,04	0,211	0,033	0,064	0,010	0,147
53,57	0,073	0,013	0,04	0,384	0,070	0,130	0,024	0,254

Задача 15.12. Исследовать влияние избыточного параметра α_4 на величину аберраций высших порядков в исходном варианте трехлинзового объектива (рис. 15.7, а), состоящего из склеенного компонента и отдельной линзы, и параметра α_3 на аберрации высших порядков в трехлинзовом объективе из отдельной линзы и склеенного компонента (рис. 15.7, б). Сравнить остаточные аберрации, полученные в лучших вариантах этой задачи, с трехлинзовым несклеенным объективом (см. задачу 15.11).

Решение. Для удобства сравнения рассчитаем исходные варианты объективов по данным задачи 15.9 с использованием тех же расчетных соотношений. Результаты расчета бесконечно тонких объективов конструкции I сведены в табл. 15.42. Исходные варианты рассчитывались при $\alpha_4 = 0,3; 0,35; 0,40; 0,60$. Данные для $\alpha_4 = 0,5$ взяты из задачи 15.9.

Меньшие значения аберраций высших порядков можно ожидать в исходных вариантах при $\alpha_4 = 0,3 \dots 0,4$, имеющих меньшие значения P_2, W_2 , большее значение радиуса склейки r_2 и меньшие по модулю значения инварианта склейки Q . Некоторое искажение картины аберраций высших порядков может внести воздушный промежуток, хотя он имеет и небольшую величину.

Таблица 15.42. Результаты расчета бесконечно тонкого трехлинзового объектива конструкции I при разных значениях избыточного параметра α_4

Параметры	α_4				
	0,30	0,35	0,40	0,50	0,60
α_2	0,249 052	0,317 142	0,363 350	0,424 018	0,462 265
α_3	0,040 379	0,113 025	0,158 277	0,209 040	0,231 735
α_5	0,697 487	0,694 197	0,695 068	0,703 914	0,722 740
r_1	-0,740 962	-0,802 180	-0,828 006	-0,817 705	-0,766 970
P_2	-0,830 159	-0,812 596	-0,845 944	-0,997 715	-1,234 969
W_2	-0,342 021	-0,342 257	-0,354 642	-0,398 997	-0,460 559
Q	-2,427 221	-2,374 227	-2,385 337	-2,500 556	-2,681 455
r_1	1,337 066	1,076 382	0,939 496	0,804 507	0,738 464
r_2	-0,774 096	-0,802 180	-0,828 007	-0,817 570	-0,766 970
r_3	-3,225 171	-4,889 078	-6,036 891	-5,532 895	-3,820 835
r_4	0,668 287	0,736 218	0,790 905	0,911 528	1,042 149
r_5	8,878 608	9,598 908	9,369 440	7,553 900	5,325 022

После перехода к линзам конечной толщины при $f' = 300$ мм, $D_{\text{об}} = 100$ мм и расчета полученных исходных вариантов на ПЭВМ получены значения остаточных aberrаций, приведенные в табл. 15.43, 15.44, 15.45. Из анализа таблиц видно, что меньшие значения остаточных aberrаций получены при $\alpha_4 = 0,3$ (сравните с $\alpha_4 = 0,5$, табл. 15.33). Остаточные aberrации исходного варианта, рассчитанного при $\alpha_4 = 0,35$, на 0,02—0,04 мм больше, чем при $\alpha_4 = 0,30$.

Ниже приведены конструктивные параметры объектива конструкции I при $\alpha_4 = 0,30$:

		n_e	v_e	
$r_1 = 411,1$	$d_1 = 12,9$	1,5183	63,8	K8
$r_2 = -219,8$	$d_2 = 10,5$	1,7462	27,94	ТФ4
$r_3 = -963,8$	$d_3 = 0,1$			
$r_4 = 202,3$	$d_4 = 10,5$	1,5183	63,83	K8
$r_5 = 2535$				

$$f' = 299,957; \quad s'_{\text{ф.}} = 289,016.$$

Для объектива, состоящего из отдельной линзы и склеенного компонента (конструкция II) (рис. 15.7, б), исходные варианты рассчитывались при $\alpha_3 = 0,4; 0,6; 0,7; 0,75$. Данные при $\alpha_3 = 0,5$ взяты из задачи 15.9. Результаты расчета вариантов бесконечно тонких объективов конструкции II представлены в табл. 15.46.

По аналогии с рассмотренным выше объективом конструкции I в данном случае, сравнивая P_4 , W_4 , r_4 и Q различных вариантов, можно предположить, что меньшие aberrации высших порядков будут при $\alpha_3 = 0,6$ или $\alpha_3 = 0,7$. Значения остаточных aberrаций точки на оси для вариантов объективов конструкции II представлены в табл. 15.47—15.50, откуда видно, что лучшим можно считать

Таблица 15.43. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива I, мм
 $f' = 300; 1:3; K8-T\Phi 4-K8; \alpha_1 = 0,3$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,188	0	0,162	0	0,027
25,00	0,018	0,001	-0,01	0,232	0,019	0,161	0,013	0,074
35,36	0,047	0,005	-0,03	0,286	0,034	0,166	0,020	0,120
43,30	0,088	0,013	-0,05	0,352	0,051	0,184	0,027	0,168
50,00	0,142	0,023	-0,07	0,432	0,073	0,216	0,036	0,216

Таблица 15.44. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива I, мм
 $f' = 300; 1:3; K8-T\Phi 4-K8; \alpha_1 = 0,4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,190	0	0,157	0	0,033
25,00	0,021	0,002	-0,01	0,242	0,020	0,152	0,012	0,090
35,36	0,060	0,007	-0,02	0,314	0,037	0,165	0,019	0,149
43,30	0,119	0,017	-0,03	0,406	0,059	0,196	0,028	0,210
50,00	0,198	0,034	-0,05	0,520	0,088	0,248	0,042	0,272

Таблица 15.45. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива I, мм
 $f' = 300; 1:3; K8-T\Phi 4-K8; \alpha_1 = 0,6$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,183	0	0,162	0	0,021
25,00	0,021	0,002	0,00	0,254	0,021	0,141	0,012	0,113
35,36	0,083	0,010	-0,01	0,368	0,044	0,159	0,019	0,209
43,30	0,190	0,028	-0,03	0,531	0,077	0,221	0,032	0,310
50,00	0,346	0,058	-0,05	0,746	0,126	0,328	0,055	0,418

вариант при $\alpha_3 = 0,6$, практически не требующий дополнительной коррекции и имеющий меньшее значение хроматизма положения и хроматических разностей $\Delta s'_{F'-\infty}$ и $\Delta s'_{C'-\infty}$ по сравнению с вариантом при $\alpha_3 = 0,5$. Правда, в этом случае разница между ними менее существенна, чем для объектива конструкции I.

Конструктивные элементы объектива конструкции II при $\alpha_3 = 0,6$:

	n_s	v_s	
$r_1 = 464,5$	$d_1 = 10,5$	1,5183	63,83 K8
$r_2 = -582,1$	$d_2 = 0,1$		
$r_3 = 151,71$	$d_3 = 14,0$	1,5183	63,83 K8
$r_4 = -912,0$	$d_4 = 10,5$	1,7462	27,94 TΦ4
$r_5 = 373,3$			

$$f' = 300,192; s'_{F'} = 273,598.$$

Таблица 15.46. Результаты расчета бесконечно тонких трехлинзовых объективов II при разных значениях избыточного параметра α_3

Параметры	α_3				
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75
α_2	0,018 261	0,115 025	0,220 402	0,332 904	0,394 329
α_3	0,927 533	1,006 276	1,065 096	1,081 897	1,052 208
α_5	0,713 440	0,812 014	0,885 648	0,906 681	0,869 515
Q	-2,490 259	-2,259 588	-2,087 280	-2,038 062	-2,125 033
r_1	-1,403 236	-2,074 818	-3,229 351	-3,839 695	-2,878 464
r_2	-1,254 823	-1,009 707	-0,846 654	-0,803 124	-0,880 939
r_3	-0,503 891	-0,446 853	-0,405 624	-0,394 063	-0,414 554
При $f'=1$					
r_1	18,693 720	2,967 755	1,548 834	1,025 418	0,865 688
r_2	-1,392 236	-1,592 995	-1,953 136	-2,664 013	-3,425 771
r_3	0,514 044	0,504 264	0,509 566	0,549 834	0,611 512
r_4	-1,403 236	-2,074 818	-3,229 351	-3,839 695	-2,878 464
r_5	3,035 544	1,785 395	1,365 358	1,279 382	1,439 561

Таблица 15.47. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива II, мм
 $f'=300; 1:3; K8-K8-TФ4; \alpha_3=0,4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,100	0	0,236	0	-0,136
25,00	-0,022	-0,002	0,01	0,131	0,010	0,167	0,014	-0,036
35,36	-0,008	-0,001	0,01	0,202	0,024	0,133	0,016	0,069
43,30	0,044	0,006	0,02	0,312	0,046	0,136	0,020	0,176
50,00	0,139	0,033	0,02	0,468	0,078	0,178	0,030	0,290

Таблица 15.48. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива II, мм
 $f'=300; 1:3; K8-K8-TФ4; \alpha_3=0,6$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,054	0	0,276	0	-0,222
25,00	-0,032	-0,002	0,01	0,058	0,004	0,214	0,018	-0,156
35,36	-0,048	-0,006	0,02	0,078	0,009	0,164	0,019	-0,084
43,30	-0,049	-0,007	0,03	0,116	0,016	0,130	0,019	-0,014
50,00	-0,033	-0,006	0,04	0,171	0,028	0,112	0,018	0,059

Таблица 15.49. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива II, мм
 $f' = 300$; 1:3; К8—К8—ТФ4, $\alpha_3 = 0,7$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,046	0	0,282	0	-0,236
25,00	-0,035	-0,003	0,01	0,041	0,003	0,221	0,018	-0,180
35,36	-0,061	-0,007	0,02	0,047	0,006	0,168	0,020	-0,121
43,30	-0,078	-0,011	0,03	0,062	0,009	0,124	0,018	-0,062
50,00	-0,084	-0,014	0,05	0,089	0,015	0,090	0,015	-0,001

Таблица 15.50. Аберрации точки на оси трехлинзового объектива II, мм
 $f' = 300$; 1:3; К8—К8—ТФ4, $\alpha_3 = 0,75$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,072	0	0,274	0	-0,202
25,00	-0,038	-0,003	0,01	0,054	0,004	0,210	0,017	-0,156
35,36	-0,070	-0,008	0,02	0,046	0,005	0,152	0,018	-0,106
43,30	-0,094	-0,014	0,04	0,045	0,008	0,100	0,014	-0,055
50,00	-0,109	-0,018	0,05	0,072	0,012	0,058	0,010	0,014

Рассмотренные примеры показывают, что не всегда можно рекомендовать выбирать значения избыточных параметров α_4 и α_3 соответственно в объективах конструкций I и II равными 0,5. Правильный выбор избыточного параметра позволяет получить исходный вариант объектива, не требующий дополнительной коррекции аберраций, тем более что расчет бесконечно тонкого объектива для разных значений избыточного параметра занимает гораздо меньше времени, чем выполнение дополнительной коррекции аберраций.

Рассмотренная задача еще раз подтверждает преимущество объектива конструкции II, состоящего из отдельной линзы и склеенного компонента и имеющего в исходном варианте меньшие аберрации высших порядков по сравнению с объективом конструкции I.

Сравним остаточные аберрации (рис. 15.8) исходных вариантов объектива конструкции II при $\alpha_3 = 0,6$ и рас-

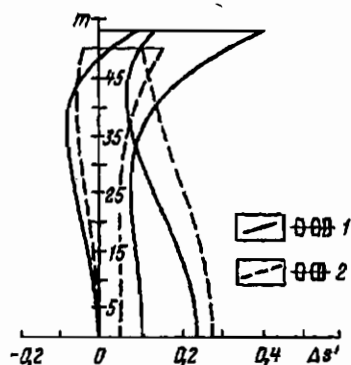


Рис. 15.8. Графики остаточных аберраций точки на оси трехлинзовых объективов различных конструкций:

1 — для трехлинзового несклеенного объектива;
 2 — для объектива из отдельной линзы и склеенного компонента

смотренного в задаче 15.11 трехлинзового несклеенного объектива из стекол К8—ТФ5 (табл. 15.41 и 15.48). Из анализа таблиц и рисунка видно, что исходные варианты объективов при одном и том же относительном отверстии 1:3 мало отличаются друг от друга, и при правильном выборе избыточного параметра в объективе конструкции II нет необходимости его заменять несклеенным объективом, менее предпочтительным с точки зрения технологии.

Задача 15.13. Рассчитать исходный вариант трехлинзового телеобъектива зрительной трубы (рис. 15.9), если $f' = 320$ мм; $D/f' = 1:8$; $a_p = 0$; $2\omega = 2^\circ$, коэффициент телесокоращения телеобъектива $m = L/f' = 0,72$; $r_5 = -r_6$, минимальное расстояние визирования $a_{1\min} = -3,5$ м, спектральный диапазон $F'—C'$, основная длина волны $\lambda_e = 0,5461$ мкм, марки стекол ТК16—Ф1; К8.

Решение. Рассчитаем исходный вариант телеобъектива, используя метод, описанный в [1]. Предварительно проведем габаритный расчет системы, в которой каждый компонент принят бесконечно тонким при условии, что фокусное расстояние телеобъектива $f' = 1$. Для этого последовательно решим уравнения:

$$f'_1 = a_{1\min np} a'_{1\max} / (a_{1\min np} - a'_{1\max}), \quad (15.28)$$

где $a_{1\min np}$ — приведенное значение $a_{1\min}$, т. е. $a_{1\min np} = a_{1\min}/f'$, $a'_{1\max} = L_{np}$ (рис. 15.10); L_{np} — приведенное значение L : $L_{np} = L/f'$;

$$L_{np} = d_0(1 - \varphi_1) + 1; \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_{II} - d_0 \varphi_1 \varphi_{II}. \quad (15.29)$$

Из уравнений (15.28) и (15.29) определяют φ_1 , φ_{II} и d_0 . Расчет исходного варианта проводится из условия компенсации aberrаций фокусирующей линзы aberrациями двухлинзового несклеенного компонента. Принимая нормировку первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 1$; $\alpha_7 = 1$, получим $\alpha_5 = \alpha_{II} = \varphi_1$. Система имеет малое угловое поле, поэтому нужно исправить хроматизм положения, сферическую aberrацию и кому.

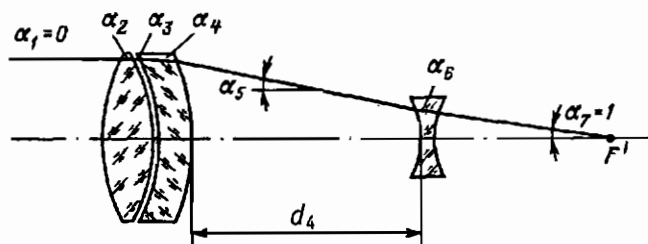


Рис. 15.9. Оптическая схема трехлинзового телеобъектива зрительной трубы

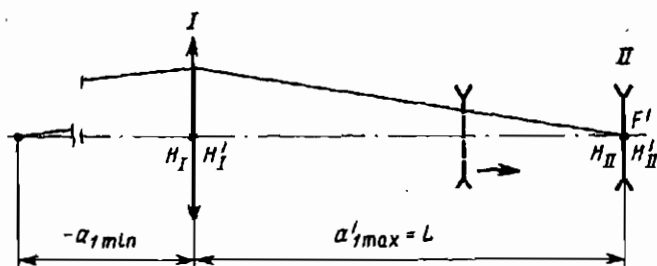


Рис. 15.10. Оптическая схема телеобъектива при фокусировке на ближнее расстояние визирувания $a_{I \min}$

Для того чтобы при расчете учесть aberrации фокусирующей линзы, следует определить ее параметры P_{II} , W_{II} и C_{II} . Вначале определим внутренний угол α_6 (см. рис. 5.9), используя конструктивное условие $r_s = -r_6$, откуда

$$\alpha_6 = (1 + \alpha_s) / (2n_6). \quad (15.30)$$

Затем определим aberrационные параметры фокусирующей линзы:

$$P_{II} = P_5 + P_6; \quad W_{II} = W_5 + W_6; \quad C_{II} = C_5 + C_6.$$

Из условий исправления трех aberrаций

$$S_{Ixp}^{\infty} = \sum_1^{\Pi} h_i C_i = 0; \quad S_I^{\infty} = \sum_1^{\Pi} h_i P_i = 0; \quad S_{II}^{\infty} = \sum_1^{\Pi} W_i = 0$$

при $y_1 = 0$ определим параметры положительного компонента:

$$P_I = -h_{II} P_{II}; \quad W_I = -y_{II} P_{II} - W_{II}; \quad C_I = -h_{II} C_{II}, \quad (15.31)$$

где $h_{II} = h_1 - d_0 \phi_1$.

Затем вычислим основные параметры:

$$P_I^{\infty} = P_I / \phi_1^3; \quad W_I^{\infty} = W_I / \phi_1^2; \quad \bar{C}_I = C_I / \phi_1. \quad (15.32)$$

По полученным значениям P_I^{∞} , W_I^{∞} , $\bar{C}_I$ и оптическим характеристикам f'_1 , D/f'_1 , $2\omega_1 = 2\omega$ проводится расчет первого компонента по известной методике (см. задачу 15.5).

Выполним габаритный расчет. По заданному $a_{I \min}$ определяем $a_{I \min \text{ нр}} = -3500/320 = -10,9375$. Из уравнений (15.28) и (15.29)

$$f'_1 = -10,9375 \cdot 0,72 / (-10,9375 - 0,72) = 0,675 \, 531;$$

$$\phi_1 = 1,480 \, 316;$$

$$d_0 = (L - 1) / (1 - \phi_1) = (0,72 - 1) / (1 - 1,480 \, 316) = 0,582 \, 949;$$

$$\phi_{II} = (1 - \phi_1) / (1 - d_0 \phi_1) = -3,504 \, 643; \quad f'_{II} = -0,285 \, 336.$$

Контроль вычислений:

$$f' = f'_I f'_{II} / (f'_I + f'_{II} - d_0) = 0,675\,531 (-0,285\,336) / (0,675\,531 - 0,285\,336 - 0,582\,949) = 0,999\,996.$$

Реальное фокусное расстояние первого положительного несклеенного компонента $f'_{Ip} = f'_I f' = 0,675\,531 \cdot 320 = 216,170$. Световой диаметр $D_{\text{св}} = D = 40$ мм, полный диаметр $D_{\text{пол}} = 42$ мм.

Для расчета фокусирующей линзы вначале надо определить ее диаметр. Для этого рассчитывается ход наклонного пучка лучей под углом ω через бесконечно тонкую систему по формулам идеальной оптики. Для верхнего полевого луча:

$$y_{I, \text{в}} = 20; \quad \text{tg } \omega_{I, \text{в}} = \text{tg } \omega = 0,017\,46;$$

$$\text{tg } \omega_{I, \text{в}}' = \text{tg } \omega_{I, \text{в}} + y_{I, \text{в}} / f'_I = 0,109\,98;$$

$$y_{II, \text{в}} = y_{I, \text{в}} - d_{\text{оп}} \text{tg } \omega_{I, \text{в}}' = 20 - 186,5 \cdot 0,109\,98 = -0,5113,$$

где $d_{\text{оп}}$ — расстояние между бесконечно тонкими компонентами при реальном фокусном расстоянии f' , т. е. $d_{\text{оп}} = d_0 f' = 0,528\,949 \cdot 320 = 186,5$.

Для главного луча $y_{Im} = 0$; $\text{tg } \omega_{Im} = \text{tg } 1^\circ = 0,017\,46$; $\text{tg } \omega_{Im}' = \text{tg } \omega_{Im} = 0,017\,46$; $y_{II, \text{м}} = y_{Im} - d_{\text{оп}} \text{tg } \omega_{Im}' = -3,26$.

Для нижнего полевого луча $y_{In} = -D/2 = -20$; $\text{tg } \omega_{In} = \text{tg } 1^\circ = 0,017\,46$; $\text{tg } \omega_{In}' = -0,075\,06$, так как $\text{tg } \omega_{In}' = \text{tg } \omega_{In} + y_{In} / f'_I$; $y_{II, \text{н}} = -20 + 186,5 \cdot 0,075\,05 = -6,00$.

Световой диаметр определяется наибольшей высотой, т. е. высотой нижнего полевого луча $y_{II, \text{н}}$: $D_{\text{свп}} = 2 |y_{II, \text{н}}| = 12$ мм, $D_{\text{полп}} = 14$.

В данном случае вполне достаточно было сделать расчет хода только нижнего полевого луча. Для этого предварительно надо сделать рисунок и посмотреть, какой из лучей определяет световой диаметр (рис. 15.11). Толщину линзы вычисляют по ее полному диаметру $D_{\text{полп}}$: $d_s = 0,1 D_{\text{полп}} = 1,4$.

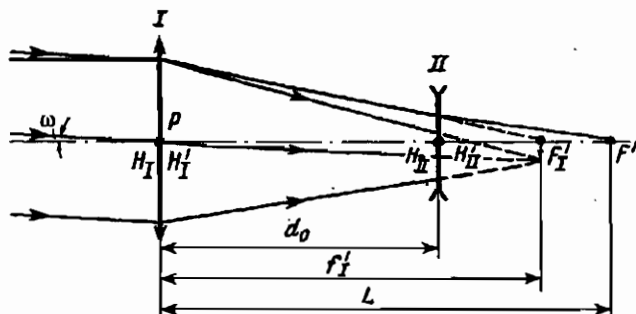


Рис. 15.11. Схема для выбора луча, определяющего световой диаметр линзы II

Определим параметры P_1^∞ , W_1^∞ , $\bar{C}_1$. Сначала найдем угол α_6 фокусирующей линзы, используя формулу: $\alpha_6 = (1 + 1,480\,316)/(2 \cdot 1,518\,294) \approx 0,816\,810$. В соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча определим: $\alpha_5 = \alpha_{11} = 1,480\,316$; $\alpha_7 = 1$.

Далее определим P_{11} , W_{11} и C_{11} , используя известные соотношения:

$$\begin{aligned} P_{11} &= P_5 + P_6 = \left(\frac{\alpha_6 - \alpha_5}{1/n_6 - 1} \right)^2 \left(\frac{\alpha_6}{n_6} - \alpha_5 \right) + \left(\frac{1 - \alpha_6}{1 - 1/n_6} \right)^2 \left(1 - \frac{\alpha_6}{n_6} \right) = \\ &= W_5 \left(\frac{\alpha_6 - \alpha_5}{1/n_6 - 1} \right) + W_6 \left(\frac{1 - \alpha_6}{1 - 1/n_6} \right); \end{aligned} \quad (15.33)$$

$$W_{11} = W_5 + W_6; \quad C_{11} = (\alpha_5 - 1)/v_3,$$

где $n_6 = 1,518\,294$; $\alpha_5 = 1,480\,316$; $\alpha_6 = 0,816\,810$; $\alpha_7 = 1$.

После подстановок всех значений α_v , n_v в (15.33) и вычислений получим: $P_{11} = -3,426\,990$; $W_{11} = -1,583\,661$; $C_{11} = 0,007\,521\,30$.

Определим P_1 , W_1 , C_1 , а затем P_1^∞ , W_1^∞ , $\bar{C}_1$, используя (15.31) и (15.32):

$$h_{11} = h_1 - d_0 \phi_1 = 1 - 0,582\,949 \cdot 1,480\,316 \approx 0,137\,051;$$

$$P_1 = (-0,137\,051) (-3,426\,99) = 0,469\,672;$$

$$P_1^\infty = P_1 / \phi_1^3 = \frac{0,469\,672}{1,480\,316^3} \approx 0,144\,788;$$

$$W_1 = -y_{11} P_{11} - W_{11}, \text{ но } y_{11} = y_1 - d_0 \beta_{11},$$

где y_{11} , y_1 , β_{11} — соответственно высоты и угол второго вспомогательного луча. Так как $y_1 = 0$; $a_p = 0$; $\beta_1 = 1$, определим:

$$\beta_{11} = 1, \quad y_{11} = -d_0 = -0,582\,949;$$

$$W_1 = 0,582\,949 (-3,426\,99) + 1,583\,661 = -0,414\,099;$$

$$W_1^\infty = -0,414\,099 / 1,480\,316^2 = -0,188\,971;$$

$$C_1 = -h_{11} C_{11} = (-0,137\,051) 0,007\,521\,30 = -0,001\,030\,80;$$

$$\bar{C}_1 = C_1 / \phi_1 = -0,000\,696\,34.$$

Теперь задача сводится к расчету исходного варианта двухлинзового несклеенного компонента, для которого $P_1^\infty = 0,144\,788$; $W_1^\infty = -0,188\,971$; $\bar{C}_1 = -0,000\,696\,34$. Подробно расчет такой конструкции изложен в задаче 15.5. В табл. 15.51 приведены полученные результаты расчета бесконечно тонкого компонента при условии, что его фокусное расстояние $f'_1 = 1$.

Таблица 15.51. Результаты расчета бесконечно тонкого первого положительного компонента телеобъектива
 $f'_1 = 1$

$\varphi_1 = \alpha_3$	2,645 915	P_1	1,066039
φ_2	-1,645 915	P_2	63,212780
		P_3	-64,794230
		P_4	0,660214
A	1,610 931		
B	-0,406 912	P_1^{-}	0,144803
D	-0,524 049		
E	1,703 303	W_1	-0,644718
F	-0,864 858	W_2	11,941860
		W_3	-12,128080
		W_4	0,641954
$\alpha_2^{(1)}$	0,629 782		
$\alpha_2^{(2)}$	2,620 489		
$\alpha_4^{(1)}$	0,607 624	W_1^{-}	-0,188984

После перехода к линзам конечной толщины для несклеенного компонента:

		n_c	v_c	
$r_1 = 130,735$	$d_1 = 6,5$	1,6152	58,09	TK16
$r_2 = -80,1057$	$d_2 = 0,3$			
$r_3 = -78,3520$	$d_3 = 4,2$	1,6169	36,69	Ф1
$r_4 = -7338,42$				

$$f' = 216,170; \quad s'_{F'} = 208,89.$$

Для определения радиусов кривизны фокусирующей линзы используется уравнение оптической силы линзы, но так, чтобы не нарушить заданное конструктивное условие — равенство радиусов кривизны $r_5 = -r_6$:

$$\Phi_{II} = 1/f'_{II} = (n_6 - 1) (1/r_5 - 1/r_6) + (n_6 - 1)^2 d_5 / n_6 r_5 r_6,$$

откуда

$$\Phi_{II} = (1 - n_6) 2/r_6 - (n_6 - 1)^2 d_5 / n_6 r_6^2.$$

Составим квадратное уравнение

$$r_6^2 + 2(n_6 - 1)f'_{II}r_6 + (n_6 - 1)^2 f'_{II} d_5 / n_6 = 0,$$

откуда $r_6 = 94,8865$; $r_5 = -94,8865$. Для фокусирующей линзы:

		n_c	v_c	
$r_5 = -94,8865$	$d_5 = 1,4$	1,5183	63,83	K8
$r_6 = 94,8865$				

$$f'_{II} = -91,3075.$$

Теперь определим расстояние между поверхностями компонентов d_4 , поскольку из габаритного расчета известно расстояние между главными точками d_{0p} . Известно, что

$$d_4 = d_{0p} + s'_{H'_1} - s_{H_{II}}, \quad \text{а} \quad s'_{H'_1} = s'_{F'_1} - f'_1, \quad \text{но} \quad s'_{F'_1} = h_4 \quad —$$

это значение было получено при расчете компонента I при условии, что $h_1 = f'_1$, тогда $s'_{H_1} = -7,44$.

Определим величину s_{H_1} :

$$s_{H_1} = -f'_1(n_6 - 1)d_5/(n_6r_6) = \\ = 91,307(0,518\,294/1,518\,294) \cdot 1,4 \cdot (1/94,886) = 0,46$$

и расстояние $d_4 = 186,54 - 7,44 - 0,46 = 178,64$.

В результате получен исходный вариант телеобъектива, исправленного в отношении хроматизма положения первого порядка и сферической aberrации и комы третьего порядка:

		n_e	v_e	
$r_1 = 130,735$	$d_1 = 6,5$	1,6152	58,09	TK16
$r_2 = -80,1057$	$d_2 = 0,3$			
$r_3 = -78,3520$	$d_3 = 4,2$	1,6169	36,69	Ф1
$r_4 = -7338,42$	$d_4 = 178,64$			
$r_5 = -94,8865$	$d_5 = 1,4$	1,5183	63,83	K8
$r_6 = 94,8865$				
$f' = 320,028$; $s'_{f'} = 43,408$.				

Радиусы кривизны поверхностей приведены не округленные по ГОСТ 1807-75, поскольку коррекция aberrаций исходного варианта телеобъектива будет рассмотрена в гл. 19, а округление радиусов кривизны заметно сказывается на величине остаточных aberrаций телеобъектива и меняет картину изменения aberrаций от коррекционных параметров.

Значения остаточных aberrаций точки на оси представлены в табл. 15.52, из которой видно, что телеобъектив требует незначительной дополнительной коррекции (см. задачу 19.2).

Задача 15.14. Рассчитать симметричный окуляр классической конструкции — окуляр Плосселя (рис. 15.12, а), если $f' = 12$ мм, $D' = 2,5$ мм, $2\omega = 45^\circ$, $z'_{p'} = 1,2$ мм. Принять для двухлинзового склеенного компонента $P_0^\infty = P_{\min}^\infty = 0,8$.

Решение. Вначале принимаем окуляр бесконечно тонким, т. е. состоящим из двух бесконечно тонких компонентов с бесконечно

Таблица 15.52. Aberrации точки на оси телеобъектива, мм
 $f' = 320$; $1:8$; $m = 0,72$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F'-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F'-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C'-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,169	0	0,280	0	-0,111
10,00	-0,096	-0,003	0,01	0,149	0,004	0,122	0,004	0,027
14,14	-0,134	-0,006	0,02	0,189	0,008	0,016	0,001	0,173
17,32	-0,108	-0,006	0,03	0,300	0,016	0,028	-0,002	0,272
20,00	-0,005	0,000	0,03	0,496	0,031	0,002	0,000	0,494

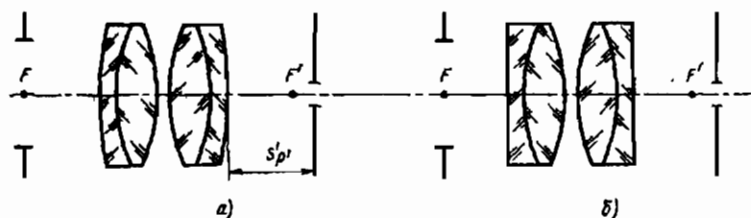


Рис. 15.12. Оптические схемы симметричного окуляра:

а — классической конструкции; б — с улучшенной коррекцией aberrаций

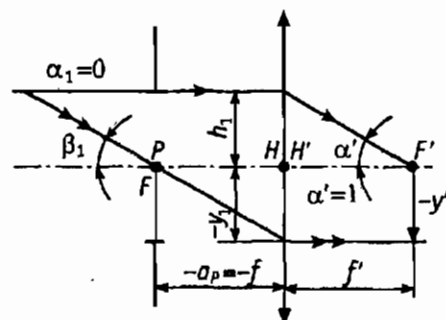


Рис. 15.13. Ход первого и второго вспомогательных лучей в бесконечно тонком симметричном окуляре

малым расстоянием между ними. Окуляр рассчитываем в обратном ходе, совместив выходной зрачок, который в обратном ходе является входным, с передней фокальной плоскостью окуляра (рис. 15.13). При составлении и решении aberrационных уравнений принимается следующая нормировка первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = 1$, $\alpha_2 = 1$; $\beta_1 = y_1 / \bar{a}_p = 1$, где $\bar{a}_p = a_p / f'$, и тогда $y_1 = -1$, при этом $I = -1$.

В окуляре исправляют полевые aberrации. Из условия исправления астигматизма «елочкой», когда $z'_s = -z'_m$, получим $S_{III}^{\infty} = -S_{IV}^{\infty} / 2$. Приняв $S_{IV} = \pi = 0,7$, имеем $S_{III}^{\infty} = -0,35$. Для симметричной конструкции компонента $W^{\infty} = 1 + \pi / 2 = 1,35$. Тогда из уравнений $S_{II}^{\infty} = -P^{\infty} + W^{\infty} = 0$ и $S_{III}^{\infty} = P^{\infty} - 2W^{\infty} + 1 = -0,35$ получаем $P^{\infty} = W^{\infty} = 1,35$.

Основные параметры бесконечно тонкого окуляра связаны с основными параметрами одного бесконечно тонкого компонента (двухлинзового склеенного) зависимостью $P^{\infty} = 0,25P_k^{\infty} - W_k^{\infty} + 2,45$, где $P^{\infty} = 1,35$.

Основные параметры бесконечно тонкого двухлинзового склеенного компонента связаны между собой уравнением $P_k^{\infty} = P_{\min}^{\infty} + 0,85(W_k^{\infty} - 0,15)^2$.

Подставим последнее уравнение в уравнение для основного параметра P^{∞} , учтя, что $P_{\min}^{\infty} = 0,8$, тогда

$$P^{\infty} = 0,25 [0,8 + 0,85 (W_k^{\infty} - 0,15)^2] - W_k^{\infty} + 2,45 \approx 1,35.$$

После преобразований получим

$$0,2125 W_k^{-2} - 1,06375 W_k^{-1} + 1,30478 = 0,$$

откуда $W_{k(1)}^{-1} = 2,85588$ и $W_{k(2)}^{-1} = 2,15$.

Выбираем меньшее второе решение $W_k^{-1} = 2,15$, для которого найдем P_k^{-1} :

$$P_k^{-1} = 0,8 + 0,8(2,15 - 0,15)^2 = 4,2.$$

Из уравнения исправления хроматизма увеличения найдем основной хроматический параметр $\bar{C}_k$ для компонента: $S_{\Pi xp} = h_1 y_1 \phi_1 \bar{C}_1 + h_{II} y_{II} \phi_{II} \bar{C}_{II} = -(\phi_1 \bar{C}_1 + \phi_{II} \bar{C}_{II})$, т. к. $y_1 = y_{II} = y = -1$, $h_1 = h_{II} = f' = 1$, откуда $\bar{C}_1 = \bar{C}_{II} = \bar{C}_k = 0$. В результате для бесконечно тонкого склеенного компонента вычислены значения трех основных параметров: $\bar{C}_k = 0$, $P_k^{-1} = 4,2$, $W_k^{-1} = 2,15$. Для получения этих значений аберрационных параметров при синтезе компонента надо выбрать комбинации марок стекол, так как компонент имеет только два коррекционных параметров. Для этого используем таблицы С.В. Трубка [14].

Так как $W_k^{-1} > 0,8$, то выбираем комбинацию стекол «флинт впереди» и вычисляем параметр $P_{\text{оф}}^{-1}$:

$$P_{\text{оф}}^{-1} = \frac{P_k^{-1} - 0,84(W_k^{-1} - 0,21)^2}{1 + 0,025(W_k^{-1} - 0,21) + 0,002(W_k^{-1} - 0,21)^2} =$$

$$= \frac{4,2 - 0,84(2,15 - 0,21)^2}{1 + 0,025(2,15 - 0,21) + 0,002(2,15 - 0,21)^2} = 0,9835.$$

Из таблиц С.В. Трубка выбираем комбинацию стекол марок ТФЗ-ТК12, для которых $P_{\text{оф}}^{-1} = 0,985$ при $\bar{C} = 0$. Оптические постоянные стекол выписываем из тех же таблиц: для ТФЗ $n_e = n_2 = 1,7232$, $v_e = v_1 = 29,291$, для ТК12 $n_e = n_3 = 1,5710$, $v_e = v_2 = 62,678$.

Расчет компонента выполняем по методике, описанной в задаче 15.1. В результате получаем следующие значения оптических сил ϕ_1 и ϕ_2 первой и второй бесконечно тонких линз: $\phi_1 = v_1/(v_1 - v_2) = 29,291/(29,291 - 62,678) = -0,877318$, $\phi_2 = 1 - \phi_1 = 1,877318$.

Из уравнения $P^{-1} = aQ^2 + bQ + c = 4,2$, в котором определены $a = 2,371723$, $b = -19,07837$, $c = 39,35164$, имеем $Q_{(1)} = 5,186413$ и $Q_{(2)} = 2,857686$. Выбираем $Q = 2,857686$, для которого $W_k^{-1} = \sum_{i=1}^3 W_i = 2,167$ и отличается от расчетного $W_k^{-1} = 2,15$ на 0,017.

Для выбранного значения $Q = 2,857686$ получены α_2 , α_3 и $r_{v \text{ тн}}$: $\alpha_2 = \phi_1 + Q(1 - 1/n_2) = 0,322007$, $\alpha_3 = \phi_1 + Q(1 - 1/n_3) = 0,161345$.

Радиусы кривизны бесконечно тонкого компонента, для которого $f'_k = 2f'_{\text{ок}} = 24$ мм, имеют значения $r_{1 \text{ тн}} = 31,2801$, $r_{2 \text{ тн}} = 12,1191$, $r_{3 \text{ тн}} = -18,3570$.

Световой диаметр окуляра $D_{\text{св}} = D' + 2a'_{\text{р}} \operatorname{tg} \omega = D' + 2(f' + z'_{\text{р}}) \operatorname{tg} \omega = 2,5 + 2(12 + 1,2) \operatorname{tg} 22,5^\circ = 13,4$; полный диаметр окуляра $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = D_{\text{св}} + 1,5 = 14,9$; $D_{\text{пол по нр}} = 15$. После перехода к линзам конечной толщины по известной методике (см. задачу 15.1) имеем следующие конструктивные параметры окуляра

$r_1 = 31,2801$	$d_1 = 1,8$	ТФ3
$r_2 = 11,8264$	$d_2 = 5,7$	ТК12
$r_3 = -17,2102$	$d_3 = 0,2$	
$r_4 = 17,2102$	$d_4 = 5,7$	ТК12
$r_5 = -11,8264$	$d_5 = 1,8$	ТФ3
$r_6 = -31,2801$	$f' = 12,8567$	

После масштабирования системы с коэффициентом масштабирования $k_x = 12/12,8567 = 0,933\ 366$ и округления радиусов кривизны по ГОСТ 1807-75 получено

		n_e	v_e	Марка стекла
$r_1 = 29,11$	$d_1 = 1,8$	1,7232	29,26	ТФ3
$r_2 = 11,066$	$d_2 = 5,7$	1,5710	62,74	ТК12
$r_3 = -15,996$	$d_3 = 9,2$			
$r_4 = 15,996$	$d_4 = 5,7$	1,5710	62,74	ТК12
$r_5 = 11,066$	$d_5 = 1,8$	1,7232	29,26	ТФ3
$r_6 = -29,11$				

$$s'_{\text{Ф}} = 6,792, f' = 11,98, s'_{\text{р}} = 7,99.$$

Задача 15.15. Рассчитать симметричный окуляр усовершенствованной конструкции (с улучшенной коррекцией аберраций) (рис. 15.10, б), если $f' = 12$ мм, $D' = 2,5$ мм, $2\omega = 48^\circ$, $z'_{\text{р}} = 2,5$ мм, комбинация стекол марок ТФ4-СТК9.

Решение. Основные параметры симметричного окуляра, замененного бесконечно тонким компонентом, определяются так же, как и для окуляра классической конструкции (задача 15.14). В результате получаем $P^\infty = W^\infty = 1,35$. В теории расчета [1] доказывается, что в этом случае можно выбрать конструкцию окуляра из двух симметричных плосковыпуклых линз с «хроматической» поверхностью склейки, выполненных из стекла с показателем преломления $n_e = 1,7 \dots 1,75$. В этом случае получается минимальная дисторсия третьего порядка, уменьшенные значения хроматизма увеличения и комы по сравнению с классической конструкцией (рис. 15.10, а).

Заданные стекла имеют мало отличающиеся показатели преломления n_e для основной длины волны и значительную разность коэффициентов дисперсии v_e : ТФ4 ($n_e = 1,7462$, $v_e = 27,95$); СТК9 ($n_e = 1,746$, $v_e = 50,00$), что характерно для стекол, разделенных «хроматической» поверхностью склейки.

Расчет окуляра сводится к расчету плосковыпуклой склеенной линзы. Ее фокусное расстояние, т. е. фокусное расстояние одного компонента окуляра $f'_k = 2f'_{\text{ок}} = 24$. Определим радиус кривизны r_3 .

Так как $n_{e_2} \approx n_{e_1}$, то возьмем n_e для СТК9: $r_3 = 2f'(1 - n) = 2 \cdot 12 (1 - 1,746) = -17,904$.

Для расчета радиуса кривизны «хроматической» поверхности склейки вначале примем плосковыпуклую склеенную линзу бесконечно тонкой и определим оптические силы линз из уравнения масштаба $\phi_1 + \phi_2 = 1$ и уравнения ахроматизации $\phi_1/v_1 + \phi_2/v_2 = 0$, откуда $\phi_1 = v_1/(v_1 - v_2) = 27,95/(27,95 - 50) = -1,267\,57$, $\phi_2 = 1 - \phi_1 = 2,267\,57$.

Найдем реальное фокусное расстояние первой плоскогнутой линзы, получаемой при введении «хроматической» поверхности склейки: $f'_1 = 2f_{\text{ок}}'/\phi_1 = 24/(-1,267\,57) = -18,933\,86$. Тогда радиус «хроматической» поверхности склейки $r_2 = r_{2\text{xp}} = f'_1(1 - n) = -18,9339 (1 - 1,746) = 14,1246$.

В результате имеем для одного компонента окуляра: $r_1 = \infty$, $r_2 = 14,1246$, $r_3 = -17,9040$.

Для перехода к линзам конечной толщины определим $D_{\text{св}}$ и $D_{\text{пол}}$. Световой диаметр $D_{\text{св}} = D' + 2(f' + z'_{p.}) \operatorname{tg} \omega = 2,5 + (12 + 2,5) \operatorname{tg} 24^\circ = 15,4$. Полный диаметр $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 15,4 + 1,5 = 16,9$, по нормальному ряду $D_{\text{пол}} = 17\text{ мм}$.

Толщина первой отрицательной линзы $d_1 = 0,1 D_{\text{пол}} = 1,7$, толщина второй — положительной линзы — $d_2 = k_2 + d_{\text{мин}} - k_3$, где $d_{\text{мин}} = 1,5$, $k_2 = r_2 - \sqrt{r_2^2 - D_{\text{пол}}^2}/4 = 2,84$, $k_3 = r_3 - \sqrt{r_3^2 - D_{\text{пол}}^2}/4 = -2,15$, $d_2 = 2,84 + 1,5 + 2,15 = 6,49 \approx 6,5$.

В результате для одного склеенного компонента имеем:

$r_1 = \infty$	$d_1 = 1,7$	ТФ4
$r_2 = 14,1246$	$d_2 = 6,5$	СТК9
$r_3 = -17,904$		

Введя между компонентами воздушный промежуток $d_3 = 0,1\text{ мм}$, получаем конструктивные параметры окуляра:

		n_e	v_e	Марка стекла
$r_1 = \infty$				
$r_2 = 14,1246$	$d_1 = 1,7$	1,7462	27,95	ТФ4
$r_3 = -17,904$	$d_2 = 6,5$	1,746	50,00	СТК9
$r_4 = 17,904$	$d_3 = 0,1$			
$r_5 = -14,1246$	$d_4 = 6,5$	1,746	50,00	СТК9
$r_6 = \infty$	$d_5 = 1,7$	1,7462	27,95	ТФ4

$$f' = 12,03.$$

При необходимости получения более точного значения f' конструктивные параметры окуляра можно промасштабировать.

Следует обратить внимание на то, что «хроматический» радиус поверхности склейки определен приближенно, поэтому при выполнении абберационного анализа его надо изменить так, чтобы хроматизм положения был исправлен для зоны входного зрачка $m = 0,707D/2$.

ГЛАВА 16. ГАБАРИТНЫЙ РАСЧЕТ И АБЕРРАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЗЕРКАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Основные формулы для габаритного расчета и абберрационного анализа в области аббераций третьего порядка одно- и двухзеркальных систем

Зеркальные системы (ЗС) обладают рядом существенных преимуществ перед линзовыми системами и находят самое широкое применение. Исходными данными для расчета ЗС являются:

для предмета на конечном расстоянии $s_1 \neq -\infty$:

β — линейное увеличение;
 A — числовая апертура;
 $2y$ — линейное поле;
 s_1 — положение предмета (или оптическая длина системы L)

для предмета в бесконечности $s_1 = -\infty$

f' — фокусное расстояние;
 D/f' — относительное отверстие;
 2ω — угловое поле;

s_p — положение входного зрачка;

δ — вынос плоскости изображения, или

$m = \delta/s_2'$ — для обратных (реверсивных) систем или систем, работающих с предметом на конечном расстоянии;

κ_z — коэффициент центрального экранирования.

В табл. 16.1 приведены формулы, по которым следует определять коэффициент экранирования в двухзеркальных системах наиболее распространенных конструкций для различных положений предмета.

Эффективное относительное отверстие:

$$D_0/f' = D\sqrt{1 - \kappa_z^2}/f' = \varepsilon_{\text{eff}}.$$

Формулы для габаритного расчета и абберрационного анализа одиночного сферического зеркала:

Предмет на конечном расстоянии $s_1 \neq -\infty$ и $s_p = 0$ (рис. 16.1):

— радиус кривизны зеркала

$$r_1 = 2s_1\beta/(\beta - 1) = -2/\Phi_1;$$

— световой диаметр зеркала

$$D_{\text{сз}} = 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_A.$$

При нормировке: $\alpha_1 = -\beta$, $\alpha_2 = 1$,

$$h_1 = s_1\alpha_1 = -s_1\beta; I = -n_1\alpha_1s_1 = -s_1\alpha_1 = -h_1,$$

тогда

Таблица 16.1

№№ п/п	Оптические схемы двухзеркальных систем	κ_3
1		$\kappa_3 = h_2/h_1 = D_2/D_1$
2		$\kappa_3 = h_2/h_1 = 1/\gamma$
3		$\kappa_3 = -h_2/h_1$
4		$\kappa_3 = -h_2/h_1 = -1/\gamma$
5		$\kappa_3 = \tilde{\alpha}_3/\alpha_3 = h_1/\delta$
6		$\kappa_3 = \tilde{\alpha}_3/\alpha_3 = h_1/\delta$
7		$\kappa_3 = \tilde{\alpha}_3/\alpha_3 = h_1/\delta$
8		$\kappa_3 = \tilde{\alpha}_1/\alpha_1 =$ $= h_2/[(s_1 - d)\alpha_1]$
9		$\kappa_3 = \tilde{\alpha}_1/\alpha_1$

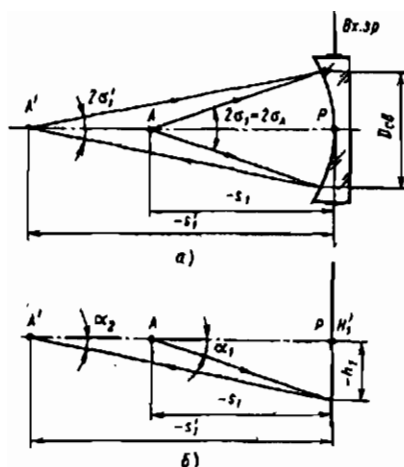


Рис. 16.1. Одиночное сферическое зеркало $s_1 \neq \infty$

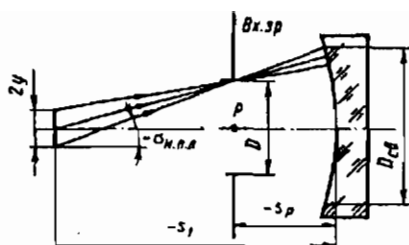


Рис. 16.2. К определению светового диаметра зеркала

$$P_1 = -0,25 (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) (\alpha_2 - \alpha_1); \quad W_1 = (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) / 2;$$

$$\Pi_1 = \alpha_2 + \alpha_1 = -h_1 \Phi_1;$$

и

$$S_I = 0,25 s_1 \beta (1 - \beta^2) (1 + \beta); \quad S_{II} = -s_1 \beta (1 - \beta^2) / 2; \quad S_{III} = s_1 \beta (1 - \beta) = \\ = F \Phi_1; \quad S_{IV} = -\Phi_1 = -(1 - \beta) / (s_1 \beta); \quad S_V = 0;$$

Предмет на конечном расстоянии $s_1 \neq \infty$ и $s_p \neq 0$ (рис. 16.2):
– радиус кривизны зеркала

$$r_1 = 2s_1 \beta / (\beta - 1) = -2 / \Phi_1;$$

– световой диаметр зеркала

$$D_{св} = D + 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_{\text{нпл}},$$

где $\operatorname{tg} \sigma_{\text{нпл}} = (D/2 + y) / (s_1 - s_p)$.

Для предмета в бесконечности (рис. 16.3) $s_1 = \infty$:

– радиус кривизны зеркала $r_1 = 2f'$;

– коэффициенты аберраций, вычисленные при нормировке: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, $h_1 = f' = -1$:

$$P_1 = -0,25 \alpha_2^3 = -0,25; \quad W_1 = 0,5 \alpha_2^2 = 0,5;$$

$$S_I^{\infty} = 0,25; \quad S_{II}^{\infty} = -0,25 y_1 - 0,5; \quad S_{III}^{\infty} = 0,25 y_1^2 + y_1 + 1;$$

$$S_{IV}^{\infty} = -1; \quad S_V^{\infty} = -0,25 y_1^3 - 3 y_1^2 / 2 - 2 y_1.$$

Если $s_p = 0$, то $y_1 = s_p = 0$ и

$$S_I^{\infty} = 0,25; \quad S_{II}^{\infty} = -0,5; \quad S_{III}^{\infty} = 1; \quad S_{IV}^{\infty} = -1; \quad S_V^{\infty} = 0.$$

Если $s_1 = r_1 = 2f'$, то

$$S_I^{\infty} = 0,25; \quad S_{II}^{\infty} = S_{III}^{\infty} = S_V^{\infty} = 0; \quad S_{IV}^{\infty} = -1.$$

так как $y_1 = s_p = -2$.

Сферическая aberrация третьего порядка в линейной $\Delta s'_{III}$ и угловой $\Delta \sigma'$ мерах, радиус кружка рассеяния $\Delta y'_{III}$ в плоскости Гаусса, волновая aberrация N , вносимые одиночным зеркалом:

$$\Delta s'_{III} = -0,125 m^2 / f'; \quad \Delta y'_{III} = -0,125 m^3 / f'^2;$$

$$\Delta \sigma' = -m^3 / (8 f'^3) = -m^3 / r_1^3; \quad N = -0,25 \cdot m^4 / r_1^3,$$

где m — высота луча на входном зрачке.

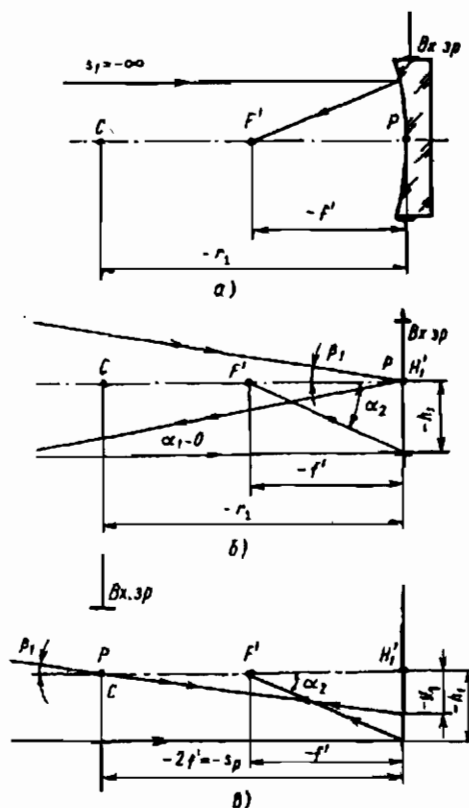


Рис. 16.3. Одиночное сферическое зеркало при $s_1 = -\infty$

Формула, по которой можно приближенно вычислять сферическую aberrацию одиночного зеркала (глава 8),

$$\Delta s' = -(1/4)(m^2/r_1) - (3/16)(m^4/r_1^3) - (5/32)(m^6/r_1^5) \dots \quad (16.1)$$

Условие получения первоклассного сферического зеркала, замещающего параболоид,

$$D_{\max} = 0,284 (f'/D)^3,$$

где $D_{\max}$ — максимальный диаметр зеркала.

Максимально допустимое угловое поле для сферического зеркала, у которого кома будет минимальной,

$$\omega_{\max} = 0,00362 (f'/D)^2/D.$$

В таблице 16.2 приведены оптические схемы и формулы для габаритного расчета наиболее распространенных двухзеркальных систем (прямых и обратных), работающих с предметом на конечном расстоянии и в бесконечности.

Апланатические двухзеркальные системы со сферическими поверхностями.

При расчете двухзеркальных систем, апланатических в области aberrаций третьего порядка, исходными являются условия исправления сферической aberrации и меридиональной комы: $S_I = S_{II} = 0$. Из совместного решения уравнений для $S_I = 0$ и $S_{II} = 0$ находят, полагая $h_1 = 1$, $\alpha_3 = 1$,

$$\alpha_2 = 0,5 (\alpha_1 + \alpha_3 \pm \sqrt{5\alpha_1^2 + 6\alpha_1\alpha_3 + 5\alpha_3^2});$$

обозначив $D = \sqrt{5\alpha_1^2 + 6\alpha_1\alpha_3 + 5\alpha_3^2}$, запишем

$$\alpha_2 = 0,5 (\alpha_1 + \alpha_3 \pm D);$$

$$d = -[2/(\alpha_1 + \alpha_3)^3] (\alpha_3^2 + \alpha_1\alpha_3 + 2\alpha_1^2 \mp \alpha_1 D);$$

$$h_2 = 1 - d\alpha_2 = [1/(\alpha_1 + \alpha_3)^3] [2(\alpha_3^3 - \alpha_1^3) \pm (\alpha_3^2 + \alpha_1^2) D].$$

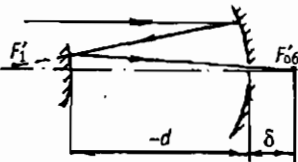
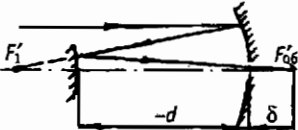
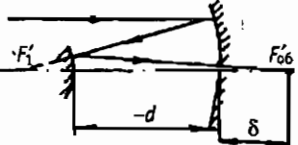
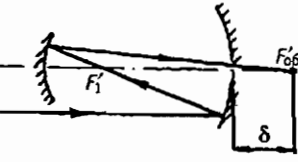
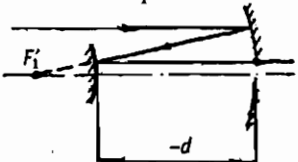
Радиусы кривизны зеркал

$$r_1 = 2h_1/(\alpha_1 + \alpha_2) = -[1/(\alpha_3^2 - \alpha_1^2)] (\alpha_3 + 3\alpha_1 \mp D);$$

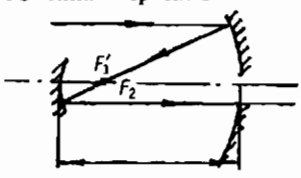
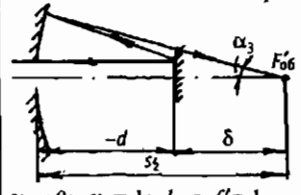
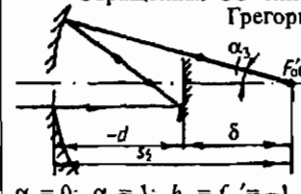
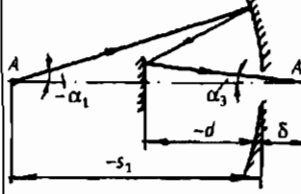
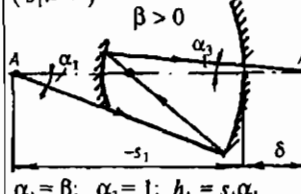
$$r_2 = 2h_2/(\alpha_2 + \alpha_3) = \{1/[(\alpha_1 + \alpha_3)^2 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)]\} \times \\ \times [\alpha_3^3 - 5\alpha_1\alpha_3^2 - 7\alpha_1^3 - 5\alpha_1^2\alpha_3 \pm (\alpha_3^2 + 3\alpha_1^2) D]$$

Сравнение последних двух формул для радиусов кривизны r_1 и r_2 показывает, что $r_2 = r_1 - d$, т. е. система является концентрической, поэтому свободна от астигматизма и дисторсии, но имеет большую

Таблица 16.2

1.	ЗС типа Кассегрена  $\alpha_1 = 0; \alpha_3 = 1; h_1 = f_{06}' = 1$	$r_1 = 2/\alpha_2; \quad d = \delta - \kappa_3; \quad \alpha_2 = (1 - \kappa_3)/d.$ $r_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2);$ $n_1 = 1; \quad n_2 = -1; \quad n_3 = 1$	
2.	 $r_1 = r_2$	Задан κ_3 $r_1 = 2(\kappa_3 - 1);$ $r_2 = 2(\kappa_3 - 1);$ $d = -(1 - \kappa_3)^2$ $\delta = 3\kappa_3 - \kappa_3^2 - 1;$ $\alpha_2 = 1/(\kappa_3 - 1);$	Задано δ $r_1 = 1 \pm \sqrt{5 - 4\delta};$ $r_2 = r_1;$ $d = \delta -$ $-(3 \pm \sqrt{5 - 4\delta})/2;$ $\alpha_2 = 2/(1 \pm \sqrt{5 - 4\delta});$ $\kappa_3 = (3 \pm \sqrt{5 - 4\delta})/2.$
3.	 $r_2 = r_1 - d$	$r_1 = 2(\kappa_3 - 1)/(1 + \kappa_3);$ $r_2 = \kappa_3 - 1;$ $\alpha_2 = (\kappa_3 + 1)/(\kappa_3 - 1);$ $d = -(1 - \kappa_3)^2/(1 + \kappa_3);$ $\delta = (3\kappa_3 - 1)/(\kappa_3 + 1);$	$r_1 = \delta - 1;$ $r_2 = 2(\delta - 1)/(3 - \delta);$ $\alpha_2 = 2/(\delta - 1);$ $d = (\delta - 1)^2/(\delta - 3);$ $\kappa_3 = (\delta + 1)/(3 - \delta).$
4.	ЗС типа Грегори  $\alpha_1 = 0; \alpha_3 = 1; h_1 = f_{06}' = -1$	$r_1 = -2/\alpha_2; \quad d = \delta - \kappa_3; \quad \alpha_2 = -(\kappa_3 + 1)/d.$ $r_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2);$	
5.	ЗС типа Мерсенна  $\alpha_1 = 0; \alpha_2 = -1; \alpha_3 = 0$	Дано: Γ, γ, d $r_1 = 2d\gamma/(\gamma - 1);$ $r_2 = r_1/\gamma = 2d/(\gamma - 1).$	

Продолжение таблицы 16.2

6.	ЗС типа Мерсенна  $\alpha_1 = 0; \alpha_2 = -1; \alpha_3 = 0$	Дано: $\Gamma_r = \gamma, d$ $r_1 = 2d\gamma/(\gamma - 1);$ $r_2 = 2d/(\gamma - 1).$
7.	Обращенная ЗС типа Кассегрена  $\alpha_1 = 0; \alpha_3 = 1; h_1 = f' = 1$	Дано: $f'_{06}, D/f', 2\omega, \kappa_3, m = \delta/s_2', s_p$ $r_1 = \frac{2(m-1)}{m\kappa_3 - 1};$ $d = \frac{m-1}{m\kappa_3}; \alpha_2 = \frac{m\kappa_3 - 1}{m-1};$ $r_2 = \frac{2(m-1)}{m\kappa_3 [m(1 + \kappa_3) - 2]}.$
8.	Обращенная ЗС типа Грегори  $\alpha_1 = 0; \alpha_3 = 1; h_1 = f'_{06} = -1$	Дано: $f', D/f', 2\omega, \kappa_3, m = \delta/s_2', s_p$ $h_1 = -1;$ $h_2 = s_2' = 1/m\kappa_3; \delta = 1/\kappa_3;$ $d = \delta - h_2 = (m-1)/(m\kappa_3);$ $\alpha_3 = (h_1 - h_2)/d = -(m\kappa_3 + 1)/(m-1);$ $r_1 = -2/\alpha_3; r_2 = 2h_2/(1 + \alpha_2).$
9.	 $\alpha_1 = \beta; \alpha_3 = 1; h_1 = s_1\alpha_1$	Дано: $s_1, \kappa_3, \beta, \delta, 2y, s_p, A$ $h_1 = s_1\beta; h_2 = \delta - d;$ $d = \frac{\kappa_3\beta s_1 - \delta}{\kappa_3\beta - 1}; \alpha_2 = \frac{h_1 - h_2}{d} = \frac{s_1\beta - h_2}{d};$ $r_1 = \frac{2h_1}{\alpha_1 + \alpha_2}; r_2 = \frac{2h_2}{\alpha_2 + \alpha_3}.$
10.	ЗС типа Грегори ($s_1 \neq \infty$) $\beta > 0$  $\alpha_1 = \beta; \alpha_3 = 1; h_1 = s_1\alpha_1$	Дано: $s_1, \kappa_3, \beta, \delta, 2y, s_p, A$ $h_1 = s_1\beta; h_2 = \delta - d;$ $d = \frac{\kappa_3\beta s_1 + \delta}{\kappa_3\beta + 1}; \alpha_2 = \frac{h_1 - h_2}{d};$ $r_1 = \frac{2h_1}{\alpha_1 + \alpha_2}; r_2 = \frac{2h_2}{\alpha_2 + \alpha_3}.$

Продолжение таблицы 16.2

11.		Дано: $s_1, \beta, \kappa, m = \delta/s_2', 2y, s_p, A$ $h_1 = s_1\beta;$ $d = s_1\beta(m-1)/(m\kappa);$ $h_2 = h_1/(m\kappa) = s_1\beta/(m\kappa);$ $\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = (m\kappa - 1)/(m - 1);$ $r_1 = \frac{2h_1}{\alpha_1 + \alpha_2}; r_2 = \frac{2h_2}{\alpha_2 + \alpha_3}.$
12.		Дано: $s_1, \beta, A, 2y, s_p, \kappa, m = \delta/s_2'$ $\alpha_1 = \beta; \alpha_3 = 1; h_1 = s_1\beta;$ $d = -(s_1\beta/\kappa) [1 - (1/m)];$ $h_2 = s_2' = -s_1\beta/(m\kappa);$ $\alpha_2 = -(m\kappa + 1)/(m - 1);$ $r_1 = \frac{2s_1\beta}{\alpha_2 + \beta}; r_2 = \frac{2h_2}{1 + \alpha_2}.$
13.		Дано: $f', D/f', 2\omega, \kappa, s_p$ $r_1 = 2/f_{06}';$ $d = (\kappa - 1)f_{06}';$ $r_2 = \infty;$ $\delta = (2\kappa - 1)f_{06}'.$
14.	$r_2 = \infty \quad \beta > 1$	Дано: $s_1, \kappa, \beta, 2y, s_p, A$ $h_1 = s_1\beta;$ $d = s_1\beta(\kappa - 1)/(1 + \kappa\beta);$ $h_2 = \kappa\beta(s_1 - d);$ $\alpha_2 = -1 = -\alpha_1;$ $r_1 = 2h_1/(\alpha_1 - 1); r_2 = \infty; \delta = d + h_2.$
15.	$\beta < 1$	Дано: $s_1, \kappa, \beta, 2y, s_p, A$ $h_1 = s_1\beta;$ $d = h_1(1 - \kappa)/[\kappa(\beta + 1)];$ $h_2 = h_1(\kappa + \beta)/[\kappa(\beta + 1)];$ $r_1 = \infty; r_2 = 2h_2/(1 + \alpha_2); \delta = d + h_2.$

кривизну изображения. Фокусное расстояние для двухзеркальной системы при $s_1 \neq -\infty$.

$$f' = \{1/[(\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_3^2 - \alpha_1^2)]\}(\alpha_3^2 + \alpha_1\alpha_3 + 2\alpha_1^2 \mp \alpha_1 D).$$

Вынос плоскости изображения $\delta = d + h_2$.

При синтезе апланатических систем для предмета на конечном расстоянии принимают нормировку: $\alpha_1 = \beta$, $h_1 = 1$, тогда $s_1 = h_1/\alpha_1$ и конструктивные параметры оказываются рассчитанными для $s_1 = 1/\beta$. Для приведения их к реальному значению отрезка s_1 надо эти параметры умножить на коэффициент $M = s_{1зад}/s_1 = s_{1зад}\beta$.

Прямую систему рекомендуется применять при увеличениях $-10 < \beta < -5$, а обратную — при $-0,2 < \beta < -0,1$. Указанные диапазоны увеличений позволяют получать системы с удобным расположением предмета и изображения, когда $|s_1| > d$, $s_2' > d$.

При синтезе систем для предмета в бесконечности принимают нормировку: $\alpha_1 = 0$. Тогда получают два решения квадратного уравнения $\alpha_2^2 - \alpha_2 - 1 = 0$, представленные в табл. 16.3.

Оптические схемы систем, соответствующие двум решениям, приведены на рис. 16.4. Второе решение с $s_2' < 0$ практического интереса не представляет.

Таблица 16.3

Параметр	Решение	
	первое	второе
α_2	1,6180339	-0,6180339
r_1	1,236068	-3,236068
r_2	3,236068	-1,236068
s	-2	-2
$h_2 = s_2'$	4,236068	-0,236068
s_2	2,618034	-0,381966
K_2	0,447	0,236

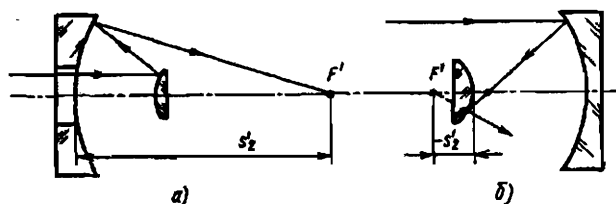


Рис. 16.4. Оптическая схема двухзеркальной апланатической системы: а — схема для первого решения уравнения; б — схема для второго решения уравнения

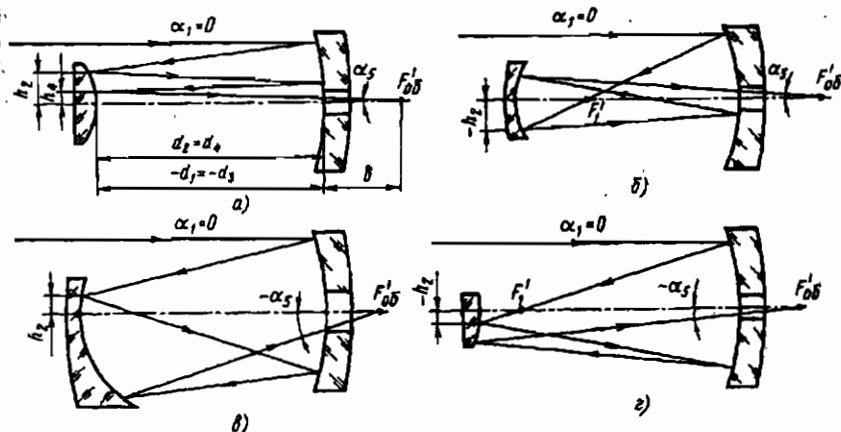


Рис. 16.5. Оптические схемы двухзеркальных систем, построенных по схемам типов Кассегрена и Грегори, с двумя проходами лучей между зеркалами:
 а — $h_2 < 0$; б — $h_2 < 0$; в — $h_2 > 0$; г — $h_2 < 0$

Двухзеркальные системы с двумя проходами лучей между зеркалами.

Оптические схемы зеркальных объективов, построенных по схемам типов Кассегрена и Грегори с двумя проходами лучей, приведены на рис. 16.5.

Габаритный расчет выполняется при следующих условиях нормировки:

Для схем на рис. 16.5, а, б: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_5 = 1$, $h_1 = f' = 1$, причем для схемы на рис. 16.5, а $h_2 > 0$, $\kappa_3 = h_2$; для схемы на рис. 16.5, б $h_2 < 0$, $\kappa_3 = -h_2$.

Для схем на рис. 16.5, в, г: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_5 = -1$, причем для схемы на рис. 16.5, в $h_2 > 0$, $\kappa_3 = h_2$, а для схемы на рис. 16.5, г $h_2 < 0$, $\kappa_3 = -h_2$.

Для всех систем в воздухе $n_1 = n_3 = n_5 = 1$, $n_2 = n_4 = -1$ и, кроме того, при двойном проходе лучей $d_1 = d_3 = -d_2$.

Для схем, приведенных на рис. 16.5, а, б $\alpha_5 = 1$ и

$$d_1^2 - d_1(2\delta + \kappa_3 + 1) + (1 + \delta)(\delta - \kappa_3^2) = 0;$$

$$r_1 = 2d_1/(1 - \kappa_3);$$

$$r_2 = 2d_1(d_1 - \delta - \kappa_3^2)/[2\kappa_3(\kappa_3 - 1) - d_1].$$

Для схем, приведенных на рис. 16.5, в, г $\alpha_5 = -1$ и

$$d_1^2 - d_1(2\delta - \kappa_3 - 1) + (\delta - 1)(\delta + \kappa_3)^2 = 0;$$

$$r_2 = 2d_1(d_1 - \delta + \kappa_3^2)/[2\kappa_3(1 - \kappa_3) - d_1].$$

Задачи с решениями

Задача 16.1. Выполнить габаритный расчет и абберационный анализ зеркального объектива, состоящего из сферического зеркала и плоского контротражателя (рис. 16.6), если его фокусное расстояние $f' = 100,0$ мм, относительное отверстие $D/f' = 1:2$, центр входного зрачка совпадает с вершиной сферического зеркала $s_p = 0$, угловое поле $2\omega = 2^\circ$, коэффициент экранирования $\kappa_s = h_2/h_1 = 0,5$.

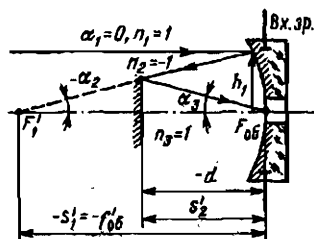


Рис. 16.6. Зеркальный объектив с плоским контротражателем $s_1 = -\infty$

Решение. Выполним габаритный расчет объектива при следующей нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = f' = 1$. Тогда

$$r_1 = -2f' = -2,0$$

$$r_2 = \infty$$

$$d_1 = \kappa_s - 1 = 0,5 - 1 = -0,5$$

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = -1$$

$$n_3 = 1$$

При $f' = 100,0$:

$$r_1 = -200,0$$

$$r_2 = \infty$$

$$d_1 = -50,0$$

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = -1$$

$$n_3 = 1$$

Вычислим абберации зеркального объектива.

1. Сначала определим абберации третьего порядка.

Для этого найдем суммы Зейделя S_I^{∞} , S_{II}^{∞} , S_{III}^{∞} , S_{IV}^{∞} , S_V^{∞} . Известно, что

$$S_I = \sum_{v=1}^2 h_v P_v; \quad S_{II} = \sum_{v=1}^2 h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v$$

$$S_{III} = \sum_{v=1}^2 h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v^2; \quad S_{IV} = \sum_{v=1}^2 \frac{1}{h_v} \frac{\delta(n\alpha)}{n'_v n_v}$$

$$S_V = \sum_{v=1}^2 \left\{ h_v P_v (\delta\beta/\delta\alpha)_v^2 + (I^2/h_v) [\delta(n\alpha)_v/n'_v n_v] (\delta\beta/\delta\alpha)_v \right\}$$

Так как плоское зеркало аббераций не вносит, то при принятых условиях нормировки для первого и второго вспомогательных лучей $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -1$, $h_1 = 1$, $\beta_1 = 1$; полагая $\beta_2 = -1$ и принимая $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = -1$, найдем

$$S_I^{\infty} = P_1 [(\alpha_2 - \alpha_1)/(1/n_2 - 1/n_1)]^2 (\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1) = -\alpha_2^3/4 = 0,25;$$

$$S_{II}^{\infty} = P_1 (\beta_2 - \beta_1)/(\alpha_2 - \alpha_1) = 0,25 (-1 - 1)/(-1) = 0,5;$$

$$S_{III}'' = P_1 (\beta_2 - \beta_1)^2 / (\alpha_2 - \alpha_1)^2 = 0,25 \cdot 4 = 1,0;$$

$$S_{IV}'' = (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) / n_2 n_1 = [-1(-1) - 0] / (-1) = -1,0;$$

$$S_V'' = [P_1 (\beta_2 - \beta_1)^2 / (\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) / n_2 n_1] \times \\ \times (\beta_2 - \beta_1) / (\alpha_2 - \alpha_1) = [0,25 \cdot 4 + (-1)] / 2 = 0.$$

Аберрации третьего порядка вычислим по следующим формулам:

$$\Delta s_{III}' = -(1/2)(m^2/f') S_I''; \quad K_{III}'' = -(3/2)(m^2/f') \operatorname{tg} \omega S_{II}'';$$

$$z_{mIII}' = -(1/2) f' \operatorname{tg}^2 \omega [3 S_{III}'' + S_{IV}''];$$

$$z_{sIII}' = -(1/2) f' \operatorname{tg}^2 \omega [S_{III}'' + S_{IV}''];$$

$$\Delta y_{III}'' = -(1/2) f' \operatorname{tg}^3 \omega S_V''.$$

Результаты вычисления аберраций третьего порядка представлены в табл. 16.4.

Определим аберрации, вносимые зеркальным объективом, точным путем. Расчет аберраций выполнялся на ПЭВМ, результаты расчета приведены в табл. 16.5.

3. Вычислим величину продольной сферической аберрации по формуле (16.1), ограничившись только двумя первыми членами разложения:

$$\Delta s_{III}' = -(1/4)(m^2/r_1) - (3/16)(m^4/r_1^3),$$

тогда для $r_1 = -200,0$:

$$m_1 = 12,5; \quad \Delta s_{m_1}' = -\frac{12,5^2}{4(-200)} - \frac{3 \cdot 12,5^4}{16(-200)^3} = 0,916;$$

Таблица 16.4. Аберрации третьего порядка зеркального объектива, состоящего из сферического зеркала и плоского контроотражателя, мм
 $f' = 100,0$; $1:2$; $2\omega = 2^\circ$

m	$\Delta s_{III}'$	K_{III}''			ω , угл. мин.	z_{mIII}'	z_{sIII}'	$(z_{sIII}' - z_{mIII}')_{III}''$
		$\omega = 30'$	$\omega = 42'$	$\omega = 1^\circ$				
0	0	0	0	0				
12,5	-0,195	0,010	0,014	0,021	30	-0,0076	-0,0	0,0076
17,5	-0,383	0,020	0,028	0,040	42	-0,0149	-0,0	0,0149
25,0	-0,781	0,041	0,057	0,082	60	-0,0304	-0,0	0,0304

Таблица 16.5. Аберрации точки на оси и вне оси зеркального объектива, состоящего из сферического зеркала и плоского контротражателя, мм
 $f' = 100,0$; $1:2$; $2\omega = 2^\circ$

m	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	K при $\omega = 1^\circ$	ω , угл. мин.	z'_m	z'_s	$z'_s - z'_m$
0	-0,0	0	0	0				
12,5	-0,196	-0,025	0,39	0,020	30	-0,008	-0,0	0,008
17,5	-0,393	-0,070	0,79	0,041	42	-0,015	-0,0	0,015
21,3	-0,591	-0,130	1,19	0,062	51	-0,023	-0,0	0,023
25,0	-0,790	-0,202	1,59	0,083	60	-0,030	-0,0	0,030

$$m_2 = 17,5; \quad \Delta s'_{m_2} = -\frac{17,5^2}{4(-200)} - \frac{3 \cdot 17,5^4}{16(-200)^3} = 0,394;$$

$$m_3 = 21,3; \quad \Delta s'_{m_3} = -\frac{21,3^2}{4(-200)} - \frac{3 \cdot 21,3^4}{16(-200)^3} = 0,591;$$

$$m_4 = 25,0; \quad \Delta s'_{m_4} = -\frac{25^2}{4(-200)} - \frac{3 \cdot 25^4}{16(-200)^3} = 0,790.$$

Сравнивая значения аберраций, полученные при расчете на ПЭВМ и по формуле (16.1), видно, что формулу можно использовать для определения аберраций одиночного зеркала с точностью 0,001 мм, если в ней оставить только два первых члена разложения.

Задача 16.2. Выполнить габаритный и аберрационный расчет двухзеркального объектива (рис. 16.7), работающего с конечного расстояния, если линейное увеличение объектива $\beta = -5$, числовая апертура $A = n_1 \sin \sigma_A = 0,15$; величина предмета $2y = 1$ мм, расстояние между предметом и изображением $L = 300,0$.

Решение. Входной зрачок совпадает с вершиной главного зеркала, т. е. $s_p = 0$. Выполним габаритный расчет объектива при следующей нормировке углов первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = \beta = -5$; $\alpha_3 = 1$. Примем величину отрезка $s_1 = -200$, тогда $h_1 = s_1 \alpha_1 = s_1 \beta = (-200)(-5) = 1000$. Если $s_2' = 200$, то $h_2 = s_2' \alpha_3 = 200 \cdot 1 = 200$. Так как по условию задачи $L = 300$, то расстояние между зеркалами составит $d = L + s_1 - s_2' = 300 - 200 - 200 = -100$. Определим величину угла α_2 :

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2) / d = (1000 - 200) / (-100) = -8,0.$$

Тогда

$$r_1 = h_1(n_2 - n_1) / (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) = 1000(-1-1) / [(-1)(-8) - 1(-5)] = -153,846;$$

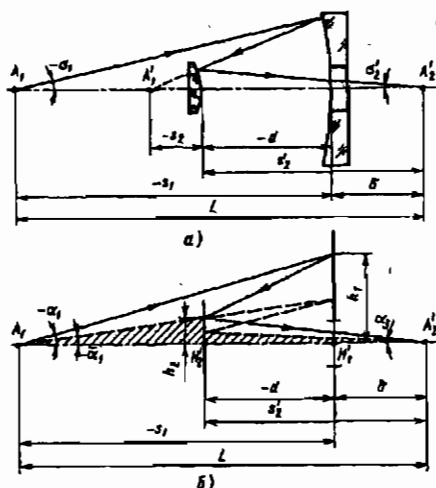


Рис. 16.7. Двухзеркальная система типа Кассегрена для предмета на конечном расстоянии $s_1 \neq -\infty$;

а — оптическая схема; б — ход первого вспомогательного луча

$$r_2 = h_2(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = 200(1 + 1)/(1 - 8) = -57,1429.$$

Таким образом, из габаритного расчета получим систему со следующими конструктивными параметрами:

$$\begin{aligned} r_1 &= -153,846 & d_1 &= -100,0 & n_1 &= 1 \\ r_2 &= -57,1429 & n_2 &= -1 & n_3 &= 1 \end{aligned}$$

Выполним контроль вычисления радиусов кривизны зеркал. Для этого с расстояния $s_1 = -200,0$ рассчитаем первый параксиальный луч по формулам

$$\begin{aligned} n'_v\alpha'_v - n_v\alpha_v &= h_v(n'_v - n_v)/r_v; \quad h_{v+1} = h_v - d_v\alpha'_v; \\ \alpha_1 &= \beta = -5; \quad h_1 = s_1\alpha_1 = (-200)(-5) = 1000; \\ \alpha_2 &= n_1\alpha_1/n_2 + [h_1(n_2 - n_1)/(n_2r_1)] = 1(-5)/(-1) + \\ &+ 1000(-1-1)/[(-1)(-153,846)] = -8,0; \\ h_2 &= h_1 - d_1\alpha_2 = 1000 - (-100)(-8) = 200,0; \\ \alpha_3 &= n_2\alpha_2/n_3 + h_2(n_3 - n_2)/(n_3r_2) = (-1)(-8)/1 + \\ &+ 200(1 + 1)/[1(-57,1429)] = 1,00001; \\ \beta &= n_1\alpha_1/(n_3\alpha_3) = -5/1,00001 = -5,00. \end{aligned}$$

Из расчета хода луча видно, что конструктивные параметры зеркального объектива определены правильно.

Значения остаточных аберраций данного объектива приведены в табл. 16.6.

$$\begin{array}{lll} r_1 = -166,667 & d_1 = -50,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = -100,000 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

2. Двухзеркальный объектив типа Грегори. Расчет выполним при следующей нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = -1$; $h_1 = |f'| = 1$. Тогда $d_1 = \delta - \kappa_3 = 0,2 - 0,4 = -0,2$; $h_2 = -\kappa_3 = -0,4$;

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d_1 = (1 + 0,4)/(-0,2) = -7,0;$$

$$r_1 = 2/\alpha_2 = 2/(-7) = -0,285714;$$

$$r_2 = h_2(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = 2h_2/(\alpha_2 - 1) = 2(-0,4)/(-7-1) = 0,1.$$

Для фокусного расстояния $|f'| = 250,0$:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -71,4285 & d_1 = -50,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = 25,0 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

3. Двухзеркальный объектив с концентрическими зеркалами. Габаритный расчет выполним при следующей нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = f' = 1$.

Для двухзеркальной системы, состоящей из двух концентрических зеркал, радиусы кривизны поверхностей связаны следующим соотношением: $r_2 = r_1 - d_1$, где $r_1 = 2/\alpha_2$;

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d_1 = (1 - \kappa_3)/d_1.$$

Из уравнения для первого параксиального луча

$$n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v = h_v(n_v' - n_v)/r_v$$

для второй отражающей поверхности получим

$$n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2 = h_2(n_3 - n_2)/r_2$$

или с учетом принятой нормировки, полагая $n_2 = -1$; $n_3 = 1$,

$$1 + \alpha_2 = 2\kappa_3/(r_1 - d_1). \quad (16.2)$$

Представим величину d_1 как

$$d_1 = (1 - \kappa_3) r_1/2 \quad (16.3)$$

и подставим ее в (16.2):

$$1 + \alpha_2 + 4\kappa_3/[2r_1 - r_1(1 - \kappa_3)],$$

тогда

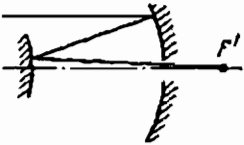
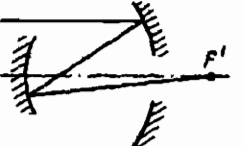
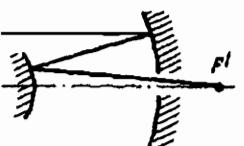
$$r_1 = 2(\kappa_3 - 1)/(1 + \kappa_3);$$

$$d_1 = -(1 - \kappa_3)^2/(1 + \kappa_3);$$

$$r_2 = r_1 - d_1.$$

После подстановки в формулы величины $\kappa_3 = 0,4$ получим

Таблица 16.7. Конструктивные параметры и aberrации точки на оси
 четырех типов двухзеркальных объективов, мм
 $f' = 250,0$; $D/f' = 1:4$; $\kappa = 0,4$

Вид объектива	m	$\Delta s'$	$\Delta f'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$
 $r_1 = -166,667$ $r_2 = -100,0$ $d_1 = -50,0$ $\delta = 50,0$	15,6 22,1 27,1 31,3	-1,738 -3,472 -5,204 -6,934	-2,445 -4,883 -7,313 -9,730	-0,110 -0,315 -0,585 -0,911	0,41 0,82 1,24 1,65
 $r_1 = -71,4286$ $r_2 = 25,0$ $d_1 = -50,0$ $\delta = 50,0$	15,6 22,1 27,1 31,3	-34,58 -49,83 -58,29 -63,62	99,43 143,37 167,59 182,47	3,614 10,57 20,31 33,28	1,73 2,45 2,91 3,35
 $r_1 = -214,286$ $r_2 = -150,0$ $d_1 = -64,3$ $\delta = 35,75$	15,6 22,1 27,1 31,3	-0,832 -1,666 -2,504 -3,345	-0,832 -1,667 -2,504 -3,450	-0,052 -0,149 -0,276 -0,428	0,29 0,57 0,86 1,15
 $r_1 = -300,0$ $r_2 = -300,0$ $d_1 = -90,0$ $\delta = 10,0$	15,6 22,1 27,1 31,3	-0,335 -0,672 -1,009 -1,348	-0,082 -0,165 -0,248 -0,331	-0,021 -0,060 -0,110 -0,170	0,18 0,36 0,55 0,73

$$r_1 = 2(0,4 - 1)/(1 + 0,4) = -0,857\ 143;$$

$$r_2 = -0,857\ 143 - (-0,257\ 143) = -0,6;$$

$$d_1 = -(1 - 0,4)^2/(1 + 0,4) = -0,257\ 143.$$

Найдем величину выноса плоскости изображения $\delta = \kappa_s + d_1 = 0,4 - 0,257\ 143 = 0,143$.

Для $f' = 250,0$ конструктивные параметры объектива будут иметь следующие значения:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -214,286 & d_1 = -64,28 & n_1 = 1 \\ r_2 = -150,000 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

4. Двухзеркальная система с зеркалами равных радиусов кривизны. Известно, что

$$r_1 = h_1(n_2 - n_1)/(n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1) = 2/\alpha_2;$$

$$r_2 = h_2(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = 2\kappa_s/(1 + \alpha_2).$$

Так как $r_1 = r_2$, то $2/\alpha_2 = 2\kappa_s/(1 + \alpha_2)$, тогда $\alpha_2 = 1/(\kappa_s - 1)$. Найдем значения α_2 , r_1 , r_2 :

$$\alpha_2 = 1/(0,4 - 1) = -1,666\ 67;$$

$$r_1 = 2/\alpha_2 = 2(\kappa_s - 1) = 2(0,4 - 1) = -1,2; \quad r_2 = r_1.$$

Определим расстояние d_1 между зеркалами. Так как $\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d_1$, то $d_1 = -(1 - \kappa_s)^2 = -(1 - 0,4)^2 = -0,36$; $\delta = s_2' + d_1 = 0,4 - 0,36 = 0,04$. При $f' = 250$ двухзеркальный объектив будет иметь следующие конструктивные параметры:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -300,0 & d_1 = -90,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = -300,0 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Выполним абберационный расчет четырех типов объективов. Так как угловое поле мало, то ограничимся вычислением аббераций точки на оси. Результаты вычисления конструктивных параметров и значений остаточных аббераций для точки на оси приведены в табл. 16.7. Результаты абберационного анализа систем показывают, что из четырех рассчитанных систем меньшими абберациями обладает система с зеркалами равных радиусов кривизны $r_1 = r_2$. Однако из-за больших значений остаточных аббераций необходимо в каждом типе зеркальных объективов выполнять коррекцию аббераций либо введением в ход лучей афокальных ахроматических компенсаторов, либо асферизацией поверхностей.

Задача 16.4. Выполнить габаритный расчет зеркального объектива типа Кассегрена (рис. 16.8) с различными значениями выноса плоскости изображения δ при постоянном значении коэффициента экранирования κ_s и, наоборот, с различными значениями коэффици-

Таблица 16.8. Результаты вычисления r_1 , d_1 , α_2 параметров P_v изображения δ в зеркальном объективе типа $f' = 1$

δ	d_1	α_2	r_1	r_2	P_1
-0,1	-0,5	-1,2	-1,66667	-4,0	0,432
0,0	-0,4	-1,5	-1,33333	-1,6	0,844
0,05	-0,35	-1,71428	-1,16667	-1,12	1,259
0,1	-0,3	-2,0	-1,0	-0,80	2,0
0,15	-0,25	-2,4	-0,833333	-0,571428	3,456
0,2	-0,2	-3,0	-0,666667	-0,40	6,750
0,25	-0,15	-4,0	-0,5	-0,266667	16,00
0,3	-0,1	-6,0	-0,333333	-0,16	54,00

ента экранирования при $\delta = \text{const}$. Оценить влияние выноса плоскости изображения и коэффициента экранирования на сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка, если $f' = 520,0$ мм, относительное отверстие $D/f' = 1:7$, центр входного зрачка совпадает с вершиной поверхности главного зеркала, угловое поле $2\omega = 4^\circ$.

Решение. Чтобы оценить влияние выноса плоскости изображения δ и коэффициента экранирования κ_3 на aberrации зеркального объектива, выполним габаритный и aberrационный расчеты объектива при различных значениях $\delta = -0,01f'$; $0,05f'$; $0,1f'$; $0,15f'$; $0,2f'$; $0,25f'$; $0,3f'$ и постоянном коэффициенте экранирования $\kappa_3 = 0,4$; при различных значениях $\kappa_3 = 0,3$; $0,35$; $0,4$; $0,45$; $0,5$, если $\delta = 0,05f'$. Расчет выполним при следующей нормировке первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = f' = 1$; $\beta_1 = 1$; $y_1 = s_p = 0$, $I = -1$ по следующим формулам.

1. Габаритный расчет:

$$d_1 = \delta - \kappa_3; \quad \alpha_2 = (1 - \kappa_3)/d_1; \quad r_1 = 2/\alpha_2; \quad r_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2).$$

2. Расчет aberrаций третьего порядка:

$$\Delta s_{III}^{\infty} = -0,5(m^2/f')S_I^{\infty}; \quad K_{III} = -1,5(m^2/f')\text{tg } \omega S_{II}^{\infty},$$

где

$$S_I^{\infty} = \sum_{v=1}^2 h_v P_v = P_1 + \kappa_3 P_2;$$

$$S_{II}^{\infty} = \sum_{v=1}^2 y_v P_v - I \sum_{v=1}^2 W_v = y_1 P_1 + y_2 P_2 + W_1 + W_2;$$

$$W_1 = \alpha_2^2/2; \quad W_2 = (1 - \alpha_2^2)/2; \quad W_1 + W_2 = 0,5;$$

$$y_1 = s_p = 0; \quad y_2 = y_1 - d_1 \beta_2 = 0 - d_1 (-1) = d_1.$$

W_i и S_i' , S_{ii}' для различных значений выноса плоскости Кассегрена

P_2	W_1	W_2	S_1'	S_{11}'
-0,242	0,720	-0,220	0,335	0,621
-0,781	1,125	-0,625	0,532	0,812
-1,316	1,469	-0,969	0,733	0,960
-2,250	2,000	-1,500	1,100	1,175
-4,046	2,880	-2,380	1,838	1,511
-8,0	4,500	-4,000	3,550	2,100
-18,75	8,000	-7,500	8,500	3,313
-61,25	18,00	-17,50	29,50	6,625

Таблица 16.9. Конструктивные параметры и aberrации (мм) точки на оси зеркальных объективов типа Кассегрена с разными значениями δ при $\kappa_1 = 0,4$

δ	$\bar{r}$	d_1	m	$\Delta s'_{III}$	K_{III}	$\Delta s'$	$\Delta f'$
-52	-866,667 -2080,00	-260,0	18,6 26,0 37,2	-0,111 -0,218 -0,446	0,022 0,042 0,086	-0,112 -0,218 -0,447	0,067 0,131 0,269
0	-693,333 -832,0	-208,0	18,6 26,0 37,2	-0,177 -0,346 -0,708	0,028 0,055 0,113	-0,177 -0,346 -0,708	0,005 0,010 0,020
26	-606,668 -582,400	-182,0	18,6 26,0 37,2	-0,244 -0,476 -0,976	0,034 0,065 0,134	-0,244 -0,477 -0,978	-0,077 -0,151 -0,309
52	-520,000 -416,0	-156,0	18,6 26,0 37,2	-0,367 -0,716 -1,467	0,041 0,080 0,163	-0,366 -0,716 -1,468	-0,250 -0,488 -1,001
78	-433,333 -297,143	-130,0	18,6 26,0 37,2	-0,612 -1,196 -2,449	-0,053 -0,103 -0,210	-0,612 -1,196 -2,451	-0,644 -1,258 -2,579
104	-346,667 -208,0	-104	18,6 26,0 37,2	-1,180 -2,305 -4,719	-0,073 -0,143 -0,292	-1,181 -2,306 -4,719	-1,662 -3,247 -6,639
130	-260,0 -138,667	-78,0	18,6 26,0 37,2	-2,828 -5,525 -11,31	-0,116 -0,226 -0,464	-2,815 -5,607 -11,12	-4,883 -9,720 -19,26
156	-173,333 -83,20	-52,0	18,6 26,0 37,2	-9,813 -19,17 -39,26	-0,231 -0,451 -0,923	-9,553 -18,62 -35,43	-19,33 -37,64 -71,48

Таблица 16.10. Результаты вычисления r_1 , d_1 , α_2 параметров P_1 , различных значений κ

κ	d_1	α_2	r_1	r_2
0,3	-0,25	-2,8	-0,714 286	-0,333 333
0,35	-0,3	-2,166 67	-0,923 076	-0,6
0,4	-0,35	-1,714 28	-1,166 67	-1,120
0,45	-0,4	-1,375	-1,454 54	-2,40
0,5	-0,45	-1,111 11	-1,800 00	-9,0

Результаты вычислений представлены в табл. 16.8, 16.9, 16.10, 16.11.

По данным табл. 16.10 (расчет aberrаций выполнялся на ПЭВМ) построены графики зависимости $\Delta s' = f(\delta)$. При анализе таблицы и графика (рис. 16.10) видно, что с увеличением выноса плоскости изображения заметно увеличиваются aberrации зеркальной системы. Допустимым в aberrационном отношении является δ , лежащий в пределах $(0-0,1)f'$. В таких объективах коррекцию aberrаций можно выполнить с помощью афокальных ахроматических компенсаторов, устанавливаемых либо в параллельных, либо в сходящихся пучках лучей. При $\delta > 0,15f'$ для коррекции aberrаций надо либо асферизовать поверхности зеркал, либо ставить два компенсатора.

По результатам табл. 16.11 построены графики зависимости $\Delta s' = \psi(\kappa)$ (рис. 16.11). Из таблицы и графика видно, что с увеличением коэффициента экранирования уменьшаются aberrации ($\Delta s'$ и $\Delta f'$). Величина κ определяет эффективное относительное отверстие объектива, которое необходимо учитывать при расчете дальности действия прибора и оценке качества изображения.

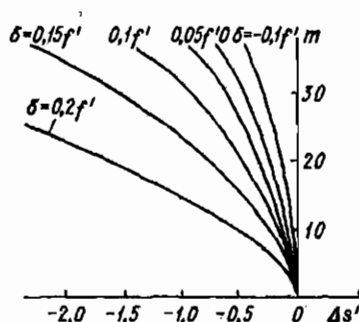


Рис. 16.10. Графики зависимости сферической aberrации $\Delta s'$ в зеркальном объективе типа Кассегрена от величины выноса изображения δ ($f' = 520,0$; $D/f' = 1:7$; $\kappa = 0,4$)

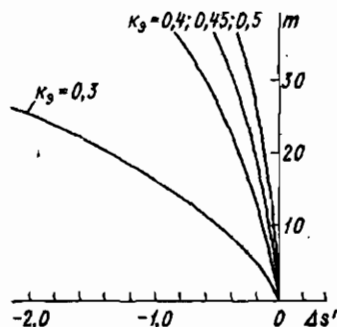


Рис. 16.11. Графики зависимости сферической aberrации $\Delta s'$ в зеркальном объективе типа Кассегрена от коэффициента экранирования κ ($f' = 520,0$; $D/f' = 1:7$; $\delta = 0,05f'$)

И, сумм S_1' , S_2' в системах типа Кассегрена с $\delta=0,05f'$ при

	P_1	P_2	W_1	W_2	S_1'	S_2'
	5,488	-6,498	3,920	-3,420	-3,539	2,124
	2,543	-2,925	2,347	-1,847	-1,519	1,378
	1,259	-1,316	1,469	-0,969	-0,733	0,960
	0,650	-0,529	0,943	-0,445	-0,412	0,710
	0,343	-0,124	0,617	-0,117	-0,281	0,556

Таблица 16.11. Конструктивные параметры, значения aberrаций третьего порядка и aberrации точки на оси зеркальных объективов типа Кассегрена, мм

κ	r	d_1	m	$\Delta s'_m$	K_m	$\Delta s'$	$\Delta f'$
0,3	-371,429	-130,0	18,6	-1,177	0,074	-1,175	-2,232
	-173,333		26,0	-2,300	0,145	-2,347	-4,455
			37,2	-4,709	0,296	-4,678	-8,875
0,35	-480,0	-156,0	18,6	0,505	0,048	-0,504	-0,553
	-312,0		26,0	-0,987	0,094	-1,010	-1,080
			37,2	-2,020	0,192	-2,024	-2,213
0,4	-606,667	-182,0	18,6	-0,244	0,033	-0,244	-0,077
	-582,40		26,0	-0,476	0,065	-0,488	-0,154
			37,2	-0,976	0,134	-0,978	-0,302
0,45	-756,361	-208,0	18,6	-0,128	0,025	-0,137	0,054
	-1248,00		26,0	-0,249	0,048	-0,274	0,108
			37,2	-0,511	0,099	-0,549	0,216
0,5	-936,0	-234,0	18,6	-0,093	0,019	-0,094	0,082
	-4680,0		26,0	-0,183	0,038	-0,186	0,164
			37,2	-0,374	0,077	-0,334	0,328

Задача 16.5. Выполнить габаритный расчет, вычислить сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка обратного (реверсивного) зеркального телеобъектива типа Кассегрена, если фокусное расстояние объектива $f_{oc}' = 150$ мм, относительное отверстие $D/f_{oc}' = 1:1,8$, угловое поле $2\omega = 3^\circ$, входной зрачок совпадает с оправой первого зеркала $s_p = 0$, коэффициент центрального экранирования $\kappa = 0,38$, величина $m = \delta/s_2' = 0,67$.

Решение. Оптическая схема обратного (реверсивного) объектива представлена на рис. 16.12.

В обратном телеобъективе $f_{oc}' \leq L$, а $s_f' \gg f_{oc}'$. Эту схему используют тогда, когда требуется вынести плоскость изображения на

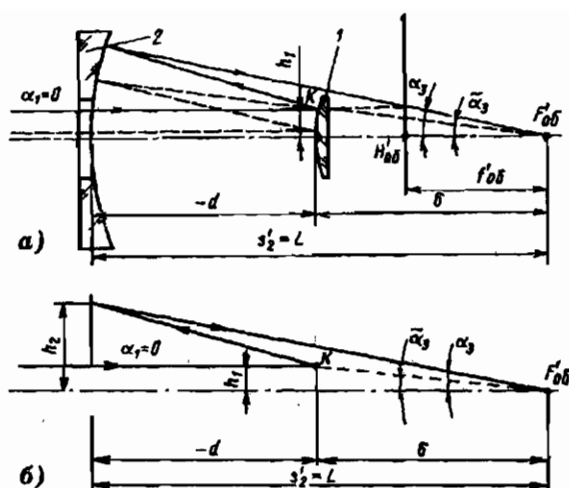


Рис. 16.12. Оптическая схема обратного (реверсивного) объектива типа Кассегрена при $s_1 = -\Gamma$

a — оптическая схема объектива; *b* — ход первого вспомогательного луча

значительное расстояние от поверхностей зеркал при небольшом значении фокусного расстояния объектива.

При расчете таких систем вынос δ плоскости изображения в явном виде обычно не задается, а задается значение $m = \delta/s'_2$. Система имеет центральное экранирование, и для определения экранированного пучка точку $F'_{\infty\delta}$ соединяют с точкой K на зеркале 1 (штриховая линия) и продолжают направление этого луча до поверхности зеркала 2. Затем строят отраженный луч от второго и первого зеркал. Пучок между пунктирной линией и оптической осью экранируется. Коэффициент экранирования $k_s = \tilde{\alpha}_3/\alpha_3$.

Из рис. 16.12 следует, что угол $\tilde{\alpha}_3 = h_1/\delta$, тогда при принятых условиях нормировки ($\alpha_1 = 0, \alpha_3 = 1, h_1 = f'_{\infty\delta} = 1$) запишем, что $k_s = \tilde{\alpha}_3 = 1/\delta = 1/(ms'_2)$ и тогда $s'_2 = 1/(mk_s)$. В то же время поскольку $\alpha_3 = 1$, то $s'_2 = h_2 = 1/(mk_s)$.

Определим расстояние d между зеркалами. В соответствии с рис. 16.12 запишем

$$d = \delta - s'_2 = ms'_2 - s'_2 = s'_2(m-1), \text{ тогда}$$

$$d = (m-1)/(mk_s).$$

Определим угол α_2 из формулы $h_2 = h_1 - d\alpha_2$

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = (mk_s - 1)/(m-1).$$

Найдем числовые значения величин d и α_2 .

$$d = (m - 1)/(mk_2) = (0,67 - 1)/(0,67 \cdot 0,38) = -1,296 \text{ 15};$$

$$\alpha_2 = (mk_2 - 1)/(m - 1) = (0,67 \cdot 0,38 - 1)/(0,67 - 1) = 2,258 \text{ 79}.$$

Вычислим радиусы кривизны поверхностей зеркал

$$r_1 = 2/\alpha_2 = 2(m - 1)/(mk_2 - 1) = 2/2,258 \text{ 79} = 0,885 \text{ 430};$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 1 - (-1,296 \text{ 15})(2,258 \text{ 79}) = 3,927 \text{ 73};$$

$$r_2 = 2h_2/(1 + \alpha_2) = 2(m - 1)/\{mk_2[m(1 + k_2) - 2]\} = \\ = 2 \cdot 3,927 \text{ 73}/(1 + 2,258 \text{ 79}) = 2,410 \text{ 545}.$$

При заданном фокусном расстоянии зеркальный телеобъектив имеет следующие конструктивные параметры:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 0,885430 \cdot 150 = 132,814 & d = -194,42 & n_1 = 1 \\ r_2 = 2,410545 \cdot 150 = 361,582 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Выполним контроль вычисления радиусов кривизны. Для этого найдем фокусное расстояние объектива

$$f_{об}' = 0,5r_1r_2/(r_1 - r_2 - 2d) = 0,5 \cdot 132,814 \cdot 361,582/[132,814 - \\ - 361,582 - 2(-194,42)] = 150,004.$$

Для определения световых и полных диаметров зеркал и отверстия в зеркале необходимо рассчитать ход полевых лучей по формулам расчета хода второго параксиального луча

$$n'_v\beta'_v - n_v\beta_v = y_v(n'_v - n_v)/r_v; \quad y_{v+1} = y_v - d_v\beta'_v,$$

где:

для верхнего полевого луча

$$y_{1\text{ вкл}} = D/2 = 83,3/2 = 41,65;$$

$$\beta_{1\text{ вкл}} = \text{tg } \omega = \text{tg } (-1,5^\circ) = -0,026 \text{ 1859};$$

для главного луча

$$y_{1\text{ гл}} = 0; \quad \beta_{1\text{ гл}} = \text{tg } \omega = \text{tg } (-1,5^\circ) = -0,026 \text{ 1859};$$

для нижнего полевого луча

$$y_{1\text{ нкл}} = -D/2 = -41,65;$$

$$\beta_{1\text{ нкл}} = \text{tg } \omega = \text{tg } (-1,5^\circ) = -0,026 \text{ 1859}.$$

Результаты расчета хода полевого пучка лучей сведем в таблицу 16.12.

Таблица 16.12

название луча	y_1	y_2	$y' = -f'_{\text{ос}} \omega = 3,928$ (для контроля)
верхний полевой луч	41,65	168,667	3,928
главный луч	0	5,090	3,928
нижний полевой луч	-41,65	-158,485	3,928
$D_{\text{св}}$	83,3	337,3	
$D_{\text{пол}}$	85,0	340,0	

Определим сферическую абберацию и меридиональную кому третьего порядка. Для этого вычислим абберационные параметры P_i и W_i на поверхностях зеркал:

$$P_1 = [(\alpha_2 - \alpha_1)/(1/n_2 - 1/n_1)]^2 [\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1] = -\alpha_2^3/4 = \\ = -2,258\,79^3/4 = -2,881\,16;$$

$$P_2 = [(\alpha_3 - \alpha_2)/(1/n_3 - 1/n_2)]^2 [\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2] = \\ = (1 - \alpha_2)^2 (1 + \alpha_2)/4 = 0,25 (1 - 2,625\,879)^2 (1 + 2,258\,79) = \\ = 1,290\,93;$$

$$W_1 = [(\alpha_2 - \alpha_1)/(1/n_2 - 1/n_1)] [\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1] = \alpha_2^2/2 = \\ = 2,258\,79^2/2 = 2,551\,07;$$

$$W_2 = [(\alpha_3 - \alpha_2)/(1/n_3 - 1/n_2)] [\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2] = \\ = 0,5 (1 - \alpha_2^2) = (1 - 2,258\,79^2)/2 = -2,051\,07.$$

Тогда

$$S_I'' = h_1 P_1 + h_2 P_2 = 1 \cdot (-2,881\,16) + 3,927\,73 \cdot 1,290\,93 = 2,189\,26;$$

$$S_{II}'' = y_1 P_1 + y_2 P_2 - I (W_1 + W_2) = 0 + (-1,296\,15) \cdot 1,290\,93 + \\ + (2,551\,07 - 2,051\,07) = -1,173\,24,$$

где $y_2 = y_1 - d \beta_2 = d = -1,296\,15$.

Вычислим сферическую абберацию третьего порядка для $m = D/2 = 41,65$ и меридиональную кому для максимального угла поля:

$$\Delta s_{III}'' = -0,5 (m^2 / f'_{\text{ос}}) S_I'' = -0,5 (41,65^2 / 150) \cdot 2,189\,26 = \\ = -12,6592;$$

$$K_{III}'' = -1,5 (m^2 / f'_{\text{ос}}) \text{tg } \omega S_{II}'' = -1,5 (41,65^2 / 150) \text{tg } (1,5^\circ) \times \\ \times (-1,173\,24) = 0,532\,948.$$

Задача 16.6. Найти радиусы кривизны зеркал и расстояние между ними в обратной двухзеркальной системе типа Кассегрена, если предмет расположен на расстоянии $s_1 = -250$ мм, линейное увеличение системы $\beta = -0,67$, коэффициент центрального экранирования $\kappa_3 = 0,38$, числовая апертура $A = 0,2$, линейное поле $2u = 8$ мм. Для расчета таких систем задается не вынос δ плоскости изображения, а величина $m = \delta/s_2' = 0,65$. Входной зрачок совпадает с оправой первого зеркала ($s_p = 0$).

Вычислить сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка.

Решение. Оптическая схема зеркального объектива приведена на рис. 16.13.

При выполнении габаритного расчета заменим отражающие поверхности главными плоскостями и проведем ход первого вспомогательного луча (рис. 16.13, б).

Известно, что для систем, работающих с конечного расстояния, коэффициент центрального экранирования определяется как отношение углов α_3 первого вспомогательного луча, под которыми из точки изображения A_2' видны края зеркал, т. е. $\kappa_3 = \tilde{\alpha}_3 / \alpha_3$. При принятой

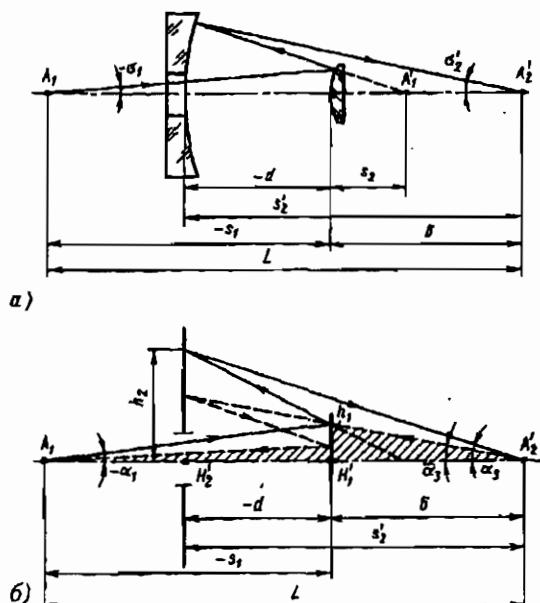


Рис. 16.13. Обратная система типа Кассегрена для предмета на конечном расстоянии:

а — оптическая схема; б — ход первого вспомогательного луча

нормировке для первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = \beta$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = s_1 \alpha_1$, тогда коэффициент экранирования $k_3 = \tilde{\alpha}_3$. В соответствии с рис. 16.6, б $\tilde{\alpha}_3 = h_1/\delta = h_1/(mh_2)$ и $k_3 = h_1/\delta = h_1/(mh_2)$, тогда высота первого вспомогательного луча на втором зеркале $h_2 = h_1/(mk_3) = s_1 \beta/(mk_3) = (-250)/(-0,67)/(0,65 \cdot 0,38) = 678,138$. Из рис. 16.13, б видно, что $h_2 = -d + \delta$, тогда

$$\begin{aligned} d &= \delta - h_2 = ms_2' - s_2' = s_2'(m-1) = h_2(m-1) = h_1(m-1)/(mk_3) = \\ &= s_1 \beta(m-1)/(mk_3) = (-250) \cdot 5 \cdot (0,65-1)/(0,65 \cdot 0,38) = -237,3. \end{aligned}$$

Вычислим величину угла α_2 первого вспомогательного луча. Так как $h_2 = h_1 - d\alpha_2$, то

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = (167,5 - 678,138)/(-237,3) = 2,15187.$$

Определим радиусы кривизны зеркал

$$\begin{aligned} r_1 &= h_1(n_2 - n_1)/(n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1) = 2h_1/(\alpha_2 + \alpha_1) = \\ &= 2 \cdot 167,5/(-0,67 + 2,15187) = 226,066 \text{ мм}; \\ r_2 &= h_2(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = 2h_2/(1 + \alpha_2) = \\ &= 2 \cdot 678,138/(2,15187 + 1) = 430,308. \end{aligned}$$

Таким образом из расчета получили следующие конструктивные параметры зеркальной системы:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 226,066 & d = -237,3 & n_1 = 1 \\ r_2 = 430,308 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Контроль вычисления радиусов кривизны выполняется расчетом хода первого параксимального луча через зеркальную систему. Выполним такой контроль, приняв $\alpha_1 = \beta = -0,67$, $h_1 = s_1 \beta = (-250)(-0,67) = 167,5$;

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= n_1 \alpha_1 / n_2 + h_1(n_2 - n_1)/(n_2 r_1) = 0,67 + (167,5 \cdot 2)/226,066 = \\ &= 2,15187; \quad h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 167,5 - (-237,3) \cdot 2,15187 = 678,139; \\ \alpha_3 &= n_2 \alpha_2 / n_3 + h_2(n_3 - n_2)/(n_3 r_2) = -2,15187 + \\ &+ (2 \cdot 678,139)/430,308 = 1,00001, \end{aligned}$$

тогда

$$\beta = \alpha_1 / \alpha_3 = -0,67/1,00001 = -0,669993 = -0,67.$$

Проверка подтверждает, что конструктивные параметры зеркал определены верно.

Вычислим сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка. Для этого предварительно определим aberrационные поверхностные параметры P_1 , P_2 , W_1 , W_2 :

$$P_1 = [(\alpha_2 - \alpha_1)/(1/n_2 - 1/n_1)]^2 [\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1] = \\ = -0,25(\alpha_2 - \alpha_1)^2 (\alpha_2 + \alpha_1) = -2,950\ 01;$$

$$P_2 = [(\alpha_3 - \alpha_2)/(1/n_3 - 1/n_2)]^2 [\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2] = \\ = 0,25(1 - \alpha_2)^2 (1 + \alpha_2) = 1,045\ 46;$$

$$W_1 = [(\alpha_2 - \alpha_1)/(1/n_2 - 1/n_1)][\alpha_2/n_2 - \alpha_1/n_1] = \\ = 0,5(\alpha_2^2 - \alpha_1^2) = 2,090\ 81;$$

$$W_2 = [(\alpha_3 - \alpha_2)/(1/n_3 - 1/n_2)][\alpha_3/n_3 - \alpha_2/n_2] = \\ = 0,5(1 - \alpha_2^2) = -1,815\ 25.$$

Найдем S_1 и S_{II} :

$$S_1 = h_1 P_1 + h_2 P_2 = 167,5 (-2,95001) + 678,138 \cdot 1,04546 = 214,848;$$

$$S_{II} = y_1 P_1 + y_2 P_2 - I(W_1 + W_2) = y_2 P_2 + h_1(W_1 + W_2) = \\ = (-273,3) \cdot 1,04546 + 167,5 \cdot [2,09081 + (-1,81525)] = -239,568.$$

Вычислим сферическую абберацию третьего порядка

$$\Delta s'_{III} = -0,5(\sigma'_2)^2 S_1 = -9,971.$$

Определим меридиональную кому третьего порядка

$$K = -1,5(\sigma'_2)^2 \operatorname{tg} \omega S_{II} = 0,534,$$

где $\operatorname{tg} \omega = y/s_1 = 4/(-250) = -0,016$; $\sigma'_2 = \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} \sigma_1/\beta)$, $n_1 \sin \sigma_1 = A$.

Задача 16.7. Выполнить габаритный расчет двухзеркальной системы типа Грегори, работающей с предметом на конечном расстоянии, если $s_1 = -90$, линейное увеличение $\beta = 5$, коэффициент центрального экранирования $\kappa_2 = 0,41$, вынос плоскости изображения $\delta = 40$ мм, числовая апертура объектива $A = 0,38$, линейное поле $2y = 3$ мм. Входной зрачок совпадает с главным зеркалом.

Решение. Оптическая схема зеркальной системы типа Грегори представлена на рис. 16.14.

Выполним габаритный расчет системы. Для этого заменим отражающие поверхности главными плоскостями и проведем ход первого вспомогательного луча (рис. 16.14, б). Расчет выполним при нормировке: $\alpha_1 = \beta = 5$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = s_1 \alpha_1 = s_1 \beta = (-90) \cdot 5 = -450$. В соответствии с рис. 16.14, б, так как $\alpha_3 = 1$ запишем $d = \delta - h_2$. Для прямой системы (в отличие от обратной) коэффициент κ_2 центрального экранирования определяется отношением углов α , образованных лучами из точки предмета A на края зеркал, т. е.

$$\kappa_2 = \tilde{\alpha}_1 / \alpha_1 = \tilde{\alpha}_1 / \beta.$$

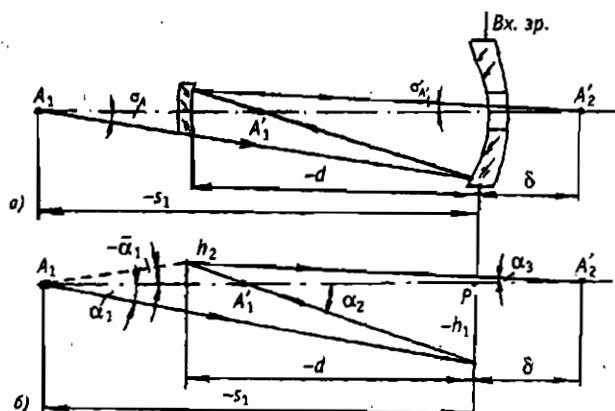


Рис. 16.14. Двухзеркальная система типа Грегори для предмета на конечном расстоянии $s_1 \neq -\infty$:

a — оптическая схема; b — ход первого вспомогательного луча

Из рис. 16.14, b $\tilde{\alpha}_1 = -h_2/(s_1 - d)$, тогда коэффициент экранирования запишется в виде

$$\kappa_s = (d - \delta)/[(s_1 - d) \alpha_1],$$

тогда

$$d = (\kappa_s s_1 \alpha_1 + \delta)/(\kappa_s \alpha_1 + 1) = [0,41 \cdot (-90) \cdot 5 + 40]/(0,41 \cdot 5 + 1) = -47,3770 = -47,4.$$

Вычислим высоту первого вспомогательного луча на втором зеркале. Из рис. 16.7, b видно, что $h_2 = \delta - d = 40 - (-47,4) = 87,4$.

Найдем угол α_2 из соотношения $h_2 = h_1 - d\alpha_2$, тогда

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = (-450 - 87,4)/(-47,4) = 11,3376.$$

Определим радиусы кривизны зеркал:

$$r_1 = 2h_1(\alpha_2 + \alpha_1) = 2(-450)/(11,3376 + 5) = -55,0876;$$

$$r_2 = 2h_2(\alpha_2 + \alpha_3) = 2 \cdot 87,4/(11,3376 + 1) = 14,1681.$$

Выполним контроль вычисления радиусов кривизны. Для этого рассчитаем ход первого вспомогательного луча, полагая $\alpha_1 = 5$, тогда

$$h_1 = s_1 \alpha_1 = (-90) \cdot 5 = -450;$$

$$\alpha_2 = n_1 \alpha_1 / n_2 + h_1(n_2 - n_1)/(r_1 n_2) = -5 + [(-450)(-2)]/[(-1) \times (-55,0876)] = 11,3376;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = -450 - (-47,4) \cdot 11,3376 = 87,4022 = 87,4;$$

Таблица 16.13

название луча	y_1	y_2	$y_{отв}$	$y' = y\beta$
верхний полевой	33,63	-7,3217	0,716409	7,49999
нижний полевой	-33,63	-5,7417	-6,69644	7,50000
апертурный	$33,63 = h_1$	$-6,5317 = h_2$	$-2,9895 = h_{отв}$	0,0
$D_{св}$	67,2	14,7	13,4	
$D_{пол}$	71,0	17	13,4	

$$\alpha_3 = n_1\alpha_2 + h_2(n_3 - n_2)/r_2 = -11,3376 + (2 \cdot 87,4022)/14,1681 = \\ = 1,00028,$$

и $\beta = \alpha_1/\alpha_3 = 5/1,00028 = 4,99860 \approx 5$. (α_3 не равен 1,00001, так как при расчете было округлено расстояние между зеркалами до десятых долей мм).

Для определения световых диаметров зеркал и отверстия зеркала был выполнен расчет полевых лучей по формулам расчета хода второго параксиального луча

$$n'_v\beta'_v - n_v\beta_v = y_v(n'_v - n_v)/r_v;$$

$$y_{v+1} = y_v - d_v\beta'_v.$$

Результаты расчета хода лучей сведены в табл. 16.13.

Задача 16.8. Вывести формулы для определения радиусов кривизны обратной двухзеркальной системы Грегори для предмета, расположенного в бесконечности, если известно фокусное расстояние f' объектива, относительное отверстие D/f' , угловое поле 2ω , коэффициент k , центрального экранирования и величина $m = \delta/s'_2$.

Решение. Оптическая схема обратного двухзеркального объектива представлена на рис. 16.15.

Заменим отражающие поверхности главными плоскостями и проведем ход первого вспомогательного луча так, чтобы угол $\alpha_3 = 1$. Габаритный расчет будем выполнять при следующей нормировке: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = f'_{\infty} = -1$. Для обратных систем коэффициент центрального экранирования k есть отношение углов α , образуемых лучами из точки F'_{∞} на края зеркал с оптической осью, т. е.

$$k_3 = -\tilde{\alpha}_3/\alpha_3 = -\tilde{\alpha}_3.$$

В соответствии с рис. 16.14, б угол $\tilde{\alpha}_3$ можно определить по формуле

$$-\tilde{\alpha}_3 = -h_1/\delta, \quad \tilde{\alpha}_3 = -1/\delta.$$

Так как $\alpha_3 = 1$, то $h_2 = s'_2$ и величина δ , определяющая вынос плоскости изображения, будет равна $\delta = mh_2 = ms'_2$. Таким образом

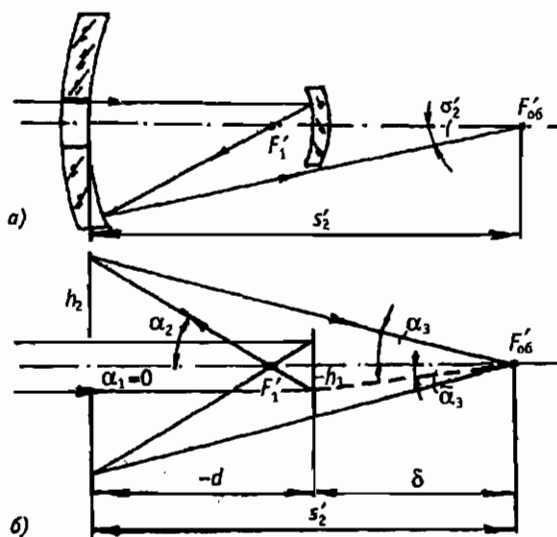


Рис. 16.15. Обратный двухзеркальный объектив типа Грегори:
 а — оптическая схема; б — ход первого вспомогательного луча

$\kappa_2 = -\tilde{\alpha}_3 = 1/\delta = 1/(mh_2)$ и тогда $h_2 = 1/(m\kappa_2)$. Из рис. 16.14, б видно, что $h_2 = -d + \delta$, тогда $d = \delta - h_2$.

Таким образом, можно записать формулы, по которым следует выполнять габаритный расчет объектива:

— расстояние между зеркалами

$$d = \delta - h_2 = ms_2' - s_2' = s_2' (m - 1) = (m - 1)/(m\kappa_2);$$

— угол α_2 первого вспомогательного луча

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d,$$

где $h_1 = -1$, $h_2 = 1/(m\kappa_2)$;

— радиусы кривизны зеркал:

$$r_v = h_v (n_v' - n_v) / (n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v), \text{ т. е.}$$

$$r_1 = -2h_1 / (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1) = 2h_1 / \alpha_2 = -2 / \alpha_2;$$

$$r_2 = 2h_2 / (n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2) = 2h_2 / (1 + \alpha_2).$$

Для того, чтобы определить радиусы кривизны отражающих поверхностей обратного объектива Грегори при заданном фокусном расстоянии, необходимо значения r_v и расстояния между зеркалами умножить на фокусное расстояние объектива, взятое по модулю.

Задача 16.9. Определить конструктивные параметры обратного двухзеркального объектива типа Грегори, если предмет размером

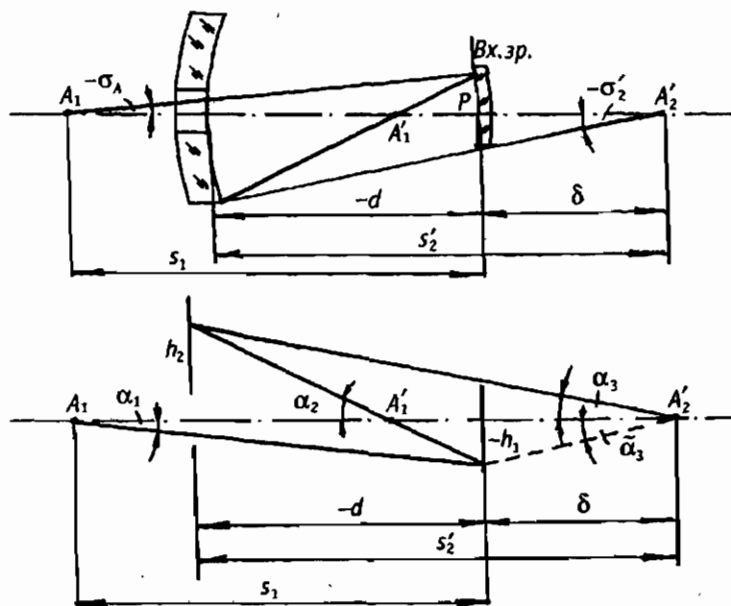


Рис. 16.16. Оптическая схема обратного объектива типа Грегори:
 а — ход апертурного луча; б — ход первого вспомогательного луча

$2y = 4$ мм расположен на расстоянии $s_1 = -110$ мм, линейное увеличение системы $\beta = 1,8$, числовая апертура $A = 0,5$, входной зрачок совпадает с оправой первого зеркала $s_p = 0$, коэффициент экранирования $\kappa_3 = 0,35$. Вместо выноса δ плоскости изображения задан коэффициент $m = \delta/s_2' = 0,9$.

Вычислить сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка для максимальной апертуры и края предмета.

Решение. Оптическая схема обратного двухзеркального объектива типа Грегори приведена на рис. 16.16.

Выполним габаритный расчет объектива, предварительно заметив отражающие поверхности главными плоскостями. Проведем ход первого вспомогательного луча (рис. 16.16, а) и примем нормировку: $\alpha_1 = \beta$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = s_1 \alpha_1$. Тогда в соответствии с рис. 16.16 и принятой нормировкой запишем $\kappa_3 = -\tilde{\alpha}_3/\alpha_3 = -\tilde{\alpha}_3$, следовательно, $\tilde{\alpha}_3 = -0,35$. Но $\delta = h_1/\tilde{\alpha}_3 = -s_1\beta/\kappa_3 = -(-110) \cdot 1,8/0,35 = 565,714$. В то же время $h_2 = s_2' = \delta/m = -s_1\beta/(\kappa_3 m) = -(-110) \cdot 1,8/(0,35 \cdot 0,9) = 628,571$. Так как $\alpha_3 = 1$, то $h_2 = s_2' = -d + \delta$, тогда $d = \delta - h_2 = ms_2' - s_2' = s_2'(m - 1) = -s_1\beta(m - 1)/(\kappa_3 m) = -(-110) \cdot 1,8 \cdot (1 - 0,9)/(0,35 \cdot 0,9) = -62,857 = -62,9$. Выполним контроль вывода формулы для определения расстояния d

между зеркалами. Для этого вычислим $d = \delta - s_2' = 565,714 - 628,571 = -62,857$. Следовательно, формулу для определения d вывели верно.

Определим угол α_2 первого вспомогательного луча с оптической осью. Известно, что $h_2 = h_1 - d\alpha_2$, тогда $\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = [s_1\beta - (-s_1\beta)/(k_3m)]/[-s_1\beta(m-1)/(k_3m)] = (mk_3 + 1)/(1-m) = (0,9 \cdot 0,35 + 1)/(1 - 0,9) = 13,15$. В то же время α_2 , вычисленное непосредственно через величины h_1 , h_2 и d , будет равно

$$\alpha_2 = (h_1 - h_2)/d = (-198 - 628,571)/(-62,9) = 13,1410.$$

Значение α_2 , найденное при округленном значении расстояния d между зеркалами, мы и оставим.

Вычислим значения радиусов кривизны зеркал обратного объектива типа Грегори:

$$r_1 = h_1(n_2 - n_1)/(n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1) = 2s_1\beta/(\alpha_2 + \beta) = 2(-110) \cdot 1,8/(13,141 + 1,8) = -26,5041; r_2 = h_2(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = 2h_2/(1 + \alpha_2) = 2 \cdot 628,571/(1 + 13,141) = 88,9005.$$

Таким образом, из габаритного расчета определили конструктивные параметры объектива:

$$\begin{aligned} r_1 &= -26,5042 & d &= -62,9 & n_1 &= 1 \\ r_2 &= 88,9005 & & & n_2 &= -1 \\ & & & & n_3 &= 1 \\ \beta &= -1,80006. \end{aligned}$$

Вычислим световые диаметры зеркал и отверстия в зеркале, рассчитав ход полевых лучей по формулам расчета хода второго параксиального луча

$$\begin{aligned} n_v'\beta_v' - n_v\beta_v &= y_v(n_v' - n_v)/r_v; \\ y_{v+1} &= y_v - d_v\beta_v'. \end{aligned}$$

Результаты расчета хода лучей сведены в табл. 16.14.

Так как $s_p = 0$, то $D = |2s_1 \operatorname{tg} \sigma_A| = |2 \cdot 110 \operatorname{tg} 30^\circ| = 127,02$ мм; $D_{1\text{св}} = 127$. Полный диаметр первого зеркала $D_{1\text{пол}} = 130$ мм.

Вычислим сферическую aberrацию и меридиональную кому третьего порядка. Для этого определим aberrационные параметры P_1 ,

Таблица 16.14

название луча	y_1	y_2	$y_{\text{отв}}$
главный	0	-1,14363	-1,14363
верхний полевой	63,5085	-200,470	26,0495
нижний полевой	-63,5085	202,758	-28,3368
$D_{\text{св}}$	127,02	405,52	56,67
$D_{\text{пол}}$	130	415	56,7

P_2, W_1, W_2 :

$$P_1 = [(\alpha_2 - \beta)^2 / 4](-\alpha_2 - \beta) = -480,421;$$

$$P_2 = [(1 - \alpha_2)^2 / 4](1 + \alpha_2) = 521,109;$$

$$W_1 = 0,5(\alpha_2^2 - \beta) = 84,7229;$$

$$W_2 = 0,5(1 - \alpha_2^2) = -85,8429.$$

Тогда

$$\Delta s'_{III} = -0,5 \sigma_2'^2 S_1 = -0,5 \sigma_2'^2 [h_1 P_1 + h_2 P_2] = -217,42,6,$$

где

$$h_1 = s_1 \beta_0 = -198; h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 628,571.$$

Найдем меридиональную кому третьего порядка

$$K_{III} = -1,5 \sigma_2'^2 \operatorname{tg} \omega S_{II} = -1,5 \sigma_2'^2 \operatorname{tg} \omega [y_1 P_1 + y_2 P_2 - I(W_1 + W_2)] =$$

$$= 91,3436,$$

где $I = (s_p - s_1) \beta = -s_1 \beta = 110 \cdot 1,8 = 198$.

Как видно из расчетов, абберации третьего порядка очень большие, так как для такой системы завышена числовая апертура и линейное поле.

Задача 16.10. Определить конструктивные параметры и выполнить абберационный анализ трех двухзеркальных систем:

1-я система (прямая, см. схему 9 в табл. 16.2), если $s_1 = -50, \beta = -8, \kappa_s = 0,33, \delta = 25, s_p = 0, A = 0,4226 (\sigma_s = 25^\circ)$;

2-я система (обратная, см. схему 11 в табл. 16.2), если $s_1 = -50, \beta = -8, m = \delta/s_2' = 0,6; \kappa_s = 0,38, \sigma_s = 25^\circ$;

3-я система (обратная, см. схему 11 в табл. 16.2), если $s_1 = -200, \beta = -0,2, m = 0,6, \kappa_s = 0,38, \sigma_s = 25^\circ$.

Решение. Расчет систем проводится по формулам, приведенным в табл. 16.2. Результаты расчета систем сведены в табл. 16.15.

Для 1-й (прямой) системы из точного абберационного анализа в плоскости Гаусса имеем: $\Delta y' = 0,295$, а при $y = 1$ мм получено: $z'_m = -3,84; z'_s = -4,16; \Delta y'_d = -0,056$, т. е. $(\Delta y'_d / y') 100\% = 0,7\%$.

Приведенный расчет подтвердил, что обратную систему нецелесообразно использовать при $|\beta| > 1$ (см. результаты расчета 2-й системы в табл. 16.15), так как это приводит к практически неприемлемой конструкции, когда $|s_1| < |d|$, т. е. предмет расположен между зеркалами, к тому же получается система с первым вогнутым зеркалом.

Следует обратить внимание на большие значения параметров P_v на поверхностях и сумм S_1 , что обусловлено особенностями нормировки первого вспомогательного луча при $s_1 \neq -\infty$, при которой все вычис-

Таблица 16.15

Параметр	Результаты расчета трех двухзеркальных систем:		
	1-й	2-й	3-й
h_1	400	400	40
$h_2 = s'_2$	54,3956	1754,386	175,438
d	-29,3856	-701,754	-70,1754
α_2	-11,7570	1,9300	1,9300
r_1	-40,4920	-131,796	46,2428
r_2	-10,1135	1197,533	119,753
L	75	1102,63	305,262
δ	25	1052,63	105,262
P_1	69,718	149,633	-1,962209
P_2	-437,651	0,633539	0,633539
W_1	37,1135	-30,1376	1,84245
W_2	-68,6135	-1,36245	-1,36245
S_t	4080,91	60964,6	32,6588
$\Delta y'_{III}$	0,33	4,94	1,36

ления выполняются для системы с реальными значениями отрезков и конструктивных параметров.

Задача 16.11. Рассчитать апланатические двухзеркальные системы: прямую систему при $s_1 = -200$ и увеличениях $\beta = -5; -3,333; -10$; обратную систему при $s_1 = -200$ и $\beta = -0,1; -0,2; -0,3333$. Пересчитать полученную систему с $\beta = -3,333$ на предметное расстояние $s_1 = -100$.

Решение. Результаты расчета систем по формулам, приведенным в начале главы, сведенным в табл. 16.16.

Как следует из расчетов, при $\beta = -0,3333$ предмет оказывается расположенным между зеркалами, так как $|s_1| < |d|$, а при $\beta = -3,333$ $s'_2 < |d|$, т. е. изображение расположено внутри системы, между зеркалами. Кроме того, при $|\beta| < 0,1$ и $|\beta| > 10$ коэффициент экранирования k становится больше 0,4. Эта задача иллюстрирует правомерность рекомендаций по выбору увеличению.

Значения остаточных аберраций для точки на оси при $A = 0,4226$ ($\sigma_A = 25^\circ$), полученные в результате точного аберрационного анализа системы с увеличением $\beta = -10$, $s_1 = -200$, приведены в табл. 16.17.

Фокусное расстояние системы $f' = 36,64$ мм.

Система практически апланатична при $A \leq 0,35$, т. е. имеет малые аберрации высших порядков несмотря на то, что ее расчет выполнен в области аберраций третьего порядка.

Таблица 16.16

β	-0,1	-0,2	-0,3333	-10	-5	-3,333
s_1	-200					
α_2	1,504751	1,4000	1,276170	15,0475	-7	-4,35030
h_2	113,377	320	937,827	352,806	125	55,2698
r_1	28,4748	66,6666	141,398	-159,696	-166,666	-173,519
r_2	90,5296	266,166	824,040	-50,2304	-41,666	-32,9939
d	-62,0548	-200	-682,642	-109,466	-125	-140,526
κ_s	0,390	0,333	0,261	0,389	0,333	0,278
δ	51,322	120,00	255,185	243,340	0	-85,256

Таблица 16.17

$100 \lg \sigma'$	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$
0	0	0	0
2,117	0,262	0,0056	-0,00
2,990	0,901	0,0289	-0,02
3,652	2,140	0,078	-0,04
4,199	3,987	0,167	0,00

Выбранная нормировка первого вспомогательного луча, когда $s_1 = \beta$ (так как $h_1 = 1$), позволяет легко пересчитать систему для данного увеличения на другое предметное расстояние s_1 .

Пересчитаем систему с $\beta = -3,33$ на $s_1 = -100$. Коэффициент масштабирования $M = 100/200 = 0,5$, поэтому, умножив на этот коэффициент конструктивные параметры системы, получим:

$$\begin{aligned} r_1 &= -86,7595 & d &= -70,26 & n_1 &= 1 \\ r_2 &= -16,4970 & & & n_2 &= -1 \\ & & & & n_3 &= 1 \\ f' &= 10,18; \beta &= -3,333; s' &= 27,66. \end{aligned}$$

При $A = 0,4226$ кружок рассеяния в плоскости Гаусса $2\Delta y' = 0,036$, коэффициент изопланатизма $\eta = -0,09\%$.

Аналогично для системы с увеличением $\beta = -0,1$ после пересчета на $s_1 = -100$ имеем:

$$\begin{aligned} r_1 &= 14,2374 & d &= -31,03 & n_1 &= 1 \\ r_2 &= 45,2648 & & & n_2 &= -1 \\ & & & & n_3 &= 1 \\ f' &= 10,38; s' &= 56,68. \end{aligned}$$

Кружок рассеяния в плоскости Гаусса при $A = 0,04937$, что соответствует $\sigma'_x = 29,58^\circ$, составляет $2\Delta y' = 0,046$, $\eta = 0,26\%$.

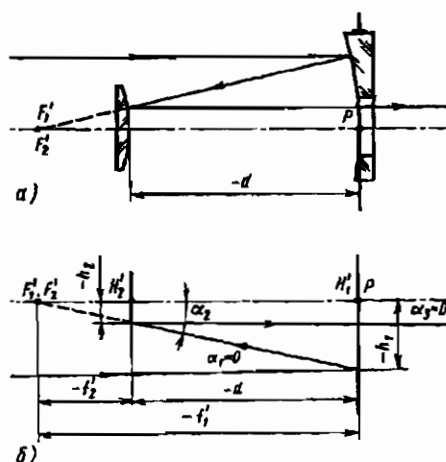


Рис. 16.17. Телескопическая система типа Мерсенна, построенная по схеме Галилея:

a — оптическая схема; *b* — ход первого вспомогательного луча

Приведенные примеры свидетельствуют о малых aberrациях при апертурах до 0,35...0,4, при $|\beta| > 1$.

Задача 16.12. Найти радиусы кривизны зеркальных поверхностей системы типа Мерсенна, если угловое увеличение системы $\gamma = 4$, расстояние между зеркалами $d = -60$ мм, относительное отверстие $D/f' = 1:1$, угловое поле $2\omega = 2^\circ$, $s_p = 0$. Вычислить значения коэффициентов aberrаций в системе.

Решение. Для определения конструктивных параметров системы (рис. 16.17) воспользуемся формулами расчета хода первого параксиального луча. Для первой поверхности $n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1 = h_1(n_2 - n_1)/r_1$, тогда $\alpha_2 = 2h_1/r_1$, так как $\alpha_1 = 0$. Кроме того, $h_2 = h_1 - d\alpha_2$, и тогда, разделив правую и левые части уравнения на h_1 , получим $1/\gamma = 1 - 2d/r_1$.

Найдем радиусы кривизны зеркал:

$$r_1 = 2d\gamma/(\gamma - 1); \quad r_2 = r_1/\gamma = 2d/(\gamma - 1). \quad (16.4)$$

Найдем значения коэффициентов aberrаций $S_1^\infty \dots S_V^\infty$, задавшись значением промежуточного угла $\alpha_2 = 1$, тогда $h_1 = -1$. При принятых условиях нормировки получим следующие значения параметров P_v и W_v , по поверхностям:

$$P_1 = -\alpha_2^3/4 = -1/4; \quad P_2 = \alpha_2^3/4 = 1/4;$$

$$W_1 = \alpha_2^2/2 = 1/2; \quad W_2 = -\alpha_2^2/2 = -1/2.$$

Так как $s_p = 0$, входной зрачок совпадает с оправой первого зеркала, $y_1 = s_p = 0$, тогда $y_2 = y_1 - d\beta_2 = d = f_1' - f_2' = (1 - \gamma)/\gamma$, а значения коэффициентов аббераций будут равны:

$$\begin{aligned} S_I^{\infty} &= (\gamma - 1)/(4\gamma); & S_{II}^{\infty} &= (\gamma - 1)/(4\gamma); \\ S_{III}^{\infty} &= -(\gamma - 1)^2/(4\gamma); & S_{IV}^{\infty} &= \gamma - 1; \\ S_V^{\infty} &= (\gamma - 1)^3/(4\gamma) + (\gamma - 1)(3 + \gamma)/2. \end{aligned} \quad (16.5)$$

Расчет выполним при нормировке $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$, $\alpha_2 = 1$, тогда в соответствии с формулами (16.4) найдем:

$$\begin{aligned} r_1 &= -2d\gamma/(1 - \gamma) = -2(-60)4/(1 - 4) = -160 & d &= -60 & n_1 &= 1 \\ r_2 &= r_1/\gamma = -160/4 = -40 & & & n_2 &= -1 \\ & & & & n_3 &= 1 \end{aligned}$$

Вычислим коэффициенты аббераций, полагая, что $\alpha_2 = 1$, $h_1 = -1$, $y_1 = 0$, $y_2 = (1 - \gamma)/\gamma$:

$$\begin{aligned} S_I &= (\gamma - 1)/(4\gamma) = (4 - 1)/(4 \cdot 4) = 3/16 = 0,1875; \\ S_{II} &= (\gamma - 1)/(4\gamma) = 0,1875; \\ S_{III} &= -(1 - \gamma)^2/(4\gamma) = -(1 - 4)^2/16 = -9/16 = -0,5625; \\ S_{IV} &= (\gamma - 1) = 3; \\ S_V &= (1 - \gamma)^3/(4\gamma) + (1 - \gamma)(3 + \gamma)/2 = -195/16 = -12,1875. \end{aligned}$$

ГЛАВА 17. РАСЧЕТ ИСХОДНЫХ ВАРИАНТОВ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ

Некоторые сведения из теории

Аберрационный анализ зеркальных систем со сферическими поверхностями (глава 16) показывает, что все они обладают значительными монохроматическими аберрациями. Для компенсации остаточных аберраций в зеркальные системы вводят либо специально рассчитанные линзовые компенсаторы, либо, как это будет показано в главе 18, поверхности зеркал делают асферическими.

Компенсаторы устанавливают как перед зеркальной системой в параллельных пучках лучей, если предмет в бесконечности, так и внутри нее, т. е. в сходящихся пучках. Конструкция компенсатора должна быть такой, чтобы он имел минимальные хроматические аберрации и по возможности был афокальным.

Известные линзовые компенсаторы условно можно разделить на три группы:

1. *Афокальные ахроматические компенсаторы* — коррекционная пластинка Шмидта; двухлинзовые компенсаторы, устанавливающиеся в параллельных или сходящихся пучках; компенсатор меридиональной комы Чуриловского;

2. *Неафокальные компенсаторы* — мениск Максutowa; линзовые компоненты с отражающей поверхностью (линза Манжена, склеенный и несклеенный компоненты-отражатели);

3. *Компенсатор кривизны поля* — линза Смита.

Конструктивные параметры компенсаторов (r , d , n) определяют из условий компенсации аберраций зеркальной части объектива компенсаторами. Для этого первоначально выполняют габаритный расчет и аберрационный анализ зеркальной части объектива, затем записывают уравнения исправления аберраций для всей системы «компенсатор+зеркальная часть объектива», определяют аберрационные параметры компенсатора $P_{\text{ком}}$, $W_{\text{ком}}$.

Используя модульный принцип составления аберрационных уравнений (глава 15), записывают уравнения для параметров $P_{\text{ком}}$, $W_{\text{ком}}$. Из их решения определяют углы первого вспомогательного луча с оптической осью, по которым вычисляют радиусы кривизны поверхностей линз конечной толщины компенсатора.

Компенсатор устанавливают в зеркальную часть объектива и выполняют аберрационный анализ зеркально-линзовой системы. Рассчитанный таким способом зеркально-линзовый объектив (или система) будет свободен от сферической аберрации и меридиональной комы третьего порядка.

Задачи с решениями

Задача 17.1. Определить конструктивные параметры зеркально-линзового объектива, состоящего из сферического зеркала, плоского отражателя и двухлинзового афокального ахроматического компенсатора, установленного в параллельных пучках лучей (рис. 17.1), если фокусное расстояние объектива $f' = 100,0$ мм, относительное отверстие $D/f' = 1:2$, коэффициент экранирования $k_s = 0,5$. Для коррекции сферической aberrации и меридиональной комы в параллельных пучках установлен афокальный ахроматический компенсатор, выполненный из стекла марки К8. Объектив работает в видимой области спектра. Входной зрачок совпадает с оправой компенсатора.

Решение. Конструктивные параметры зеркальной части объектива определены в задаче 16.1 при выполнении габаритного расчета:

$$\begin{array}{lll} r_3 = -200,0 & d_3 = -50,0 & n_3 = 1 \\ r_6 = -\infty & & n_6 = -1 \\ & & n_7 = 1 \end{array}$$

Как показал абберационный анализ (табл. 16.4), зеркальный объектив имеет значительную величину сферической aberrации и отступления от условия синусов, поэтому для их коррекции в ход лучей перед объективом введен двухлинзовый афокальный ахроматический компенсатор.

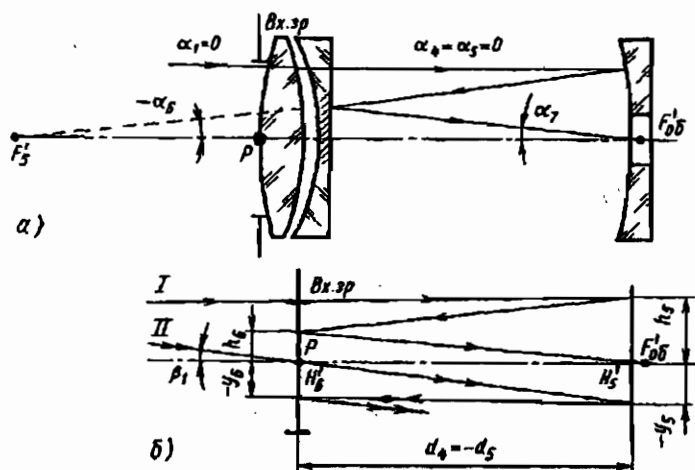


Рис. 17.1. Зеркально-линзовый объектив из одиночного сферического зеркала и плоского отражателя с двухлинзовым афокальным ахроматическим компенсатором:

а — оптическая схема объектива; *б* — ход первого и второго вспомогательных лучей

Определим конструктивные параметры компенсатора. Примем компенсатор за бесконечно тонкий компонент: $d_1 = d_2 = d_3 = 0$; $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_{\text{ком}}$; $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_{\text{ком}}$ и введем следующую нормировку для первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$; $h_{\text{ком}} = h_5 = h = f' = 1$; $\alpha_7 = 1$; $y_{\text{ком}} = y = s_p = 0$; $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$; $I = -1$.

Конструктивные параметры компенсатора определим из условий исправления в объективе сферической аберрации ($S_1' = 0$) и меридиональной комы ($S_{II}' = 0$). Для заданного объектива эти условия можно записать в виде

$$S_{I\text{об}} = \sum_{v=1}^6 h_v P_v = \sum_{v=1}^4 h_v P_v + S_{I\text{зср}} = 0;$$

$$S_{II\text{об}} = \sum_{v=1}^6 y_v P_v - I \sum_{v=1}^6 W_v = \sum_{v=1}^4 y_v P_v + \sum_{v=1}^4 W_v + S_{II\text{зср}} = 0,$$

тогда, с учетом принятой нормировки, получим

$$\sum_{v=1}^4 h_v P_v = P_{\text{ком}} = -S_{I\text{зср}}; \quad \sum_{v=1}^4 W_v = W_{\text{ком}} = -S_{II\text{зср}},$$

где

$$S_{I\text{зср}} = h_5 P_5 = P_5 = -\alpha_6^3/4 = -(-1)^3/4 = 0,25;$$

$$S_{II\text{зср}} = y_5 P_5 + W_5 = 0,25 y_5 + 0,5 \alpha_6^2 = 0,25 y_5 + 0,5.$$

Найдем значение высоты второго вспомогательного луча на главном зеркале $y_3 = y_{\text{ком}} - d_4 \beta_5 = 0 - d_4 \cdot 1 = -d_4$, тогда $S_{II\text{зср}} = (-0,5) 0,25 + 0,5 = 0,375$.

Так как по условию задачи $r_4 = \infty$, то $\alpha_4 = 0$ и, полагая $n_2 = n_4 = n$; $n_1 = n_3 = n_5 = 1$, уравнения для $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ после соответствующих преобразований можно записать в виде

$$P_{\text{ком}} = n \alpha_3 \alpha_2 [\alpha_2 (n+2) - \alpha_3 (2n+1)] / (n-1)^2; \quad (17.1)$$

$$W_{\text{ком}} = (n+1) \alpha_2 \alpha_3 / (1-n). \quad (17.2)$$

Из уравнения (17.2) выразим $\alpha_2 = \psi(\alpha_3)$:

$$\alpha_2 = [(1-n)/(1+n)] (W_{\text{ком}}/\alpha_3).$$

Подставим значение α_2 в уравнение (17.1) и после соответствующих преобразований получим

$$(1+2n) \alpha_3^2 - \frac{n^2-1}{n} \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} \alpha_3 + (n+2) \frac{n-1}{n+1} W_{\text{ком}} = 0.$$

Подставим числовые значения величин:

$$\begin{aligned}
& (1 + 2 \cdot 1,518\,29) \alpha_3^2 - \frac{1,518\,29^2 - 1}{1,518\,29} \cdot \frac{-0,25}{-0,375} \alpha_3 + \\
& + (1,518\,29 + 2) \frac{1,518\,29 - 1}{1,518\,29 + 1} (-0,375) = 0; \\
& 4,036\,58 \alpha_3^2 - 0,573\,103 \alpha_3 - 0,271\,538 = 0; \\
& \alpha_{3_1} = 0,339\,892; \quad \alpha_{3_2} = 0,192\,914;
\end{aligned}$$

Из двух значений корней уравнения выбираем $\alpha_3 = 0,339\,892$, так как $\alpha_3 = \varphi_1$, а первая линза компенсатора положительная. Вычислим угол

$$\begin{aligned}
\alpha_2 &= [(1 - 1,518\,29)/(1 + 1,518\,29)] (-0,375/0,339\,892) = \\
&= 0,227\,070.
\end{aligned}$$

Таким образом, из условий исправления аберраций третьего порядка получили: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 0,227\,070$; $\alpha_3 = 0,339\,892$; $\alpha_4 = 0$; $\alpha_5 = 0$.

Выполним контроль определения углов α_v . Для этого вычислим параметры P_v и W_v по поверхностям, найдем их суммы и сравним с заданными:

$P_1 = 0,066\,173$	$W_1 = -0,099\,482$
$P_2 = 0,020\,791$	$W_2 = 0,062\,906$
$P_3 = -0,336\,963$	$W_3 = -0,338\,424$
$P_4 = 0,0$	$W_4 = 0,0$
$\sum_{v=1}^4 P_v = -0,249\,999$	$\sum_{v=1}^4 W_v = -0,375\,000$
$(P_{\text{ком зад}} = -0,25);$	$(W_{\text{ком зад}} = -0,375).$

Контроль показывает, что аберрационные уравнения решены верно.

Найдем радиусы кривизны поверхностей бесконечно тонких линз компенсатора по формуле

$$r_{v\text{ тн}} = h(n'_v - n_v)/(n'_v \alpha'_v - n_v \alpha_v),$$

тогда, полагая $h = f' = 100$, получим:

$$\begin{aligned}
r_{1\text{ тн}} &= 100 (1,518\,29 - 1)/(1,518\,29 - 0,227\,070) = 150,335; \\
r_{2\text{ тн}} &= 100 (1 - 1,518\,29)/(0,339\,892 - 1,51829 \cdot 0,227\,070) = 10651,0; \\
r_{3\text{ тн}} &= 100 (1,518\,29 - 1)/(0 - 0,339\,892) = -152,487; \\
r_{4\text{ тн}} &= \infty.
\end{aligned}$$

Выполним переход к линзам конечной толщины.

Найдем световой и полный диаметры линз компенсатора. Так как $s_p = 0$, то $D_{св\ комп} = D = 50,0$ мм; $D_{пол\ комп} = D_{св\ комп} + \Delta D = 50,0 + 2 = 52,0$ мм.

Определим толщины линз. Для первой положительной линзы толщина по оси определяется исходя из одновременного выполнения двух условий: $d_1 = k_1 + d_{\min} - k_2$ и $d_1 \geq 0,1D_{пол\ комп}$;

$$\begin{aligned} k_1 &= r_{1\text{тн}} - \sqrt{r_{1\text{тн}}^2 - (D_{пол}/2)^2} = \\ &= 150,335 - \sqrt{150,335^2 - (52/2)^2} = 2,27; \\ k_2 &= 0; \\ d_2 &= 2,27 + 2 + 0 = 4,3 \text{ по первому условию;} \\ d_1 &= 0,1D_{пол} = 5,2 \text{ по второму условию.} \end{aligned}$$

Принимаем $d_1 = 5,2$.

Для второй отрицательной линзы $d_3 = 0,1D_{пол\ комп} = 5,2$. Величину воздушного промежутка вычислим как «толщину воздушной линзы», так как $r_2 > r_3$ — случай «касания линз по краю»:

$$\begin{aligned} k_2 &= 0, \quad k_3 = -152,487 + \sqrt{152,487^2 - (52/2)^2} = \\ &= -2,23, \text{ тогда } d_2 = 0 + 2 - (-2,23) = 4,2. \end{aligned}$$

Вычислим высоты первого параксиального луча:

$$\begin{aligned} h_1 &= f' = 100,0; \\ h_2 &= h_1 - d_1 \alpha_2 = 100 - 5,2 \cdot 0,227070 = 98,8192; \\ h_3 &= h_2 - d_2 \alpha_3 = 98,8192 - 4,2 \cdot 0,339892 = 97,3916; \\ h_4 &= h_3 - d_3 \alpha_4 = 97,3916. \end{aligned}$$

Определим радиусы кривизны линз компенсатора конечной толщины как $r_v = r_{v\text{тн}}(h_v/h)$, тогда

$$\begin{array}{ll} r_1 = 150,335 & d_1 = 5,2 \\ r_2 = 10525,2 & d_2 = 4,2 \\ r_3 = -148,510 & d_3 = 5,2 \\ r_4 = \infty & d_4 = 50,0 \\ r_5 = -200,00 & d_5 = -50,0 \\ r_6 = \infty & \end{array}$$

Таким образом, получен исходный вариант объектива со следующими конструктивными параметрами:

		n_s		$D_{св}$	$D_{пол}$
$r_1 = 150,335$		1			
$r_2 = 10\,547,0$	$d_1 = 5,2$	1,5183	K8	50,0	52,0
$r_3 = -148,510$	$d_2 = 4,2$	1			
$r_4 = \infty$	$d_3 = 5,2$	1,5183	K8	50,0	52,0
$r_5 = -200,00$	$d_4 = 50,0$	1		51,8	55,0
$r_6 = \infty$	$d_5 = -50,0$	-1		25,9	28,0
		1			

Таблица 17.1. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива, мм
 $f' = 100$; $D/f' = 1:2$; $\kappa_s = 0,5$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,006	0	0,006	0	-0,012
12,5	0,014	0,002	-0,02	0,011	0,001	0,017	0,002	-0,006
17,5	0,030	0,005	-0,03	0,031	0,005	0,030	0,005	0,001
21,3	0,049	0,011	-0,05	0,052	0,011	0,046	0,010	0,006
25,0	0,070	0,018	-0,07	0,077	0,019	0,064	0,016	0,013

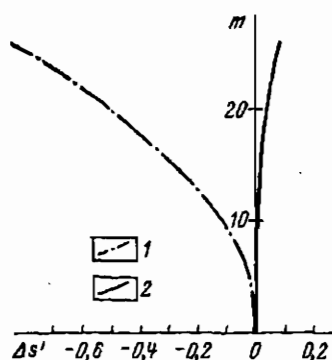


Рис. 17.2. Графики остаточных аберраций точки на оси объективов ($f'_{\text{ос}} = 100,0$; $D/f' = 1:2$; $\kappa_s = 0,5$):
 1 — зеркального; 2 — зеркально-линзового

Аберрации точки на оси, вычисленные на ПЭВМ, представлены в табл. 17.1. Если сравнить аберрации зеркального объектива (табл. 16.4) с аберрациями зеркально-линзового объектива с теми же оптическими характеристиками, то можно сделать вывод, что введение афокального ахроматического компенсатора уменьшило аберрации.

Это хорошо видно на графике остаточных аберраций для зеркального и зеркально-линзового объективов (рис. 17.2).

Задача 17.2. Обосновать выбор избыточного параметра α_3 при расчете исходного варианта зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с афокальным ахроматическим компенсатором, установленным в параллельных пучках лучей (рис. 17.3).

Определить конструктивные параметры объектива, если $f' = 300,0$ мм; $D/f' = 1:3$; $2\omega = 2^\circ$, центр входного зрачка совмещен с вершиной поверхности компенсатора ($s_F = 0$), вынос плоскости изображения $\delta = 0,1f'$, коэффициент экранирования $\kappa_s = 0,4$. Компенсатор выполнен из стекла марки К8. Объектив работает в видимой области спектра (F' , e , C').

Решение. На рис. 17.3 представлена оптическая схема объектива с ходом первого и второго вспомогательных лучей.

Выполним габаритный расчет зеркальной части объектива, принимая следующую нормировку для первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_7 = 1$; $h_1 = f' = 1$. Так как компенсатор афокальный, то $\alpha_3 = 0$; $h_3 = 1$.

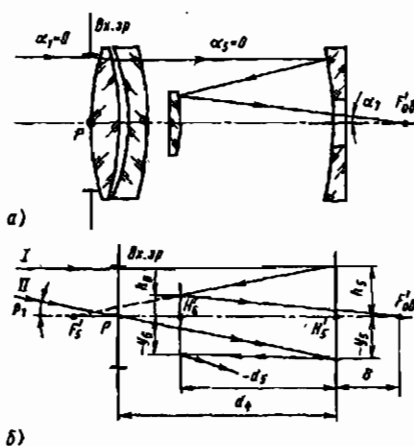


Рис. 17.3. Зеркально-линзовый объектив типа Кассегрена с двухлинзовым афокальным компенсатором в параллельных пучках лучей (случай $r_4 \neq r_6$):
 а — оптическая схема объектива;
 б — ход первого и второго вспомогательных лучей

Выполним габаритный расчет зеркальной части объектива. Найдем:

$$d_5 = \delta - \kappa_5 = 0,1 - 0,4 = -0,3;$$

$$\alpha_5 = (1 - \kappa_5)/d_5 = (1 - 0,4)/(-0,3) = -2;$$

$$r_5 = 2/\alpha_5 = 2/(-2) = -1;$$

$$r_6 = 2\kappa_6/(1 + \alpha_6) = 2 \cdot 0,4/(1 - 2) = -0,8.$$

Контроль вычисления r_6 зеркальной части объектива выполним расчетом хода первого вспомогательного луча. Полагая $\alpha_5 = 0$; $h_5 = 1$, вычислим

$$\alpha_6 = n_5 \alpha_5 / n_6 + h_5 (n_6 - n_5) / (r_5 n_6) = 0 + 1(-1 - 1)/[(-1)(-1)] = -2,0;$$

$$h_6 = h_5 - d_5 \alpha_6 = 1 - (-0,3)(-2) = 1 - 0,6 = 0,4;$$

$$\alpha_7 = n_6 \alpha_6 / n_7 + h_6 (n_7 - n_6) / (n_7 r_6) = (-1)(-2)/1 + 0,4(1 + 1)/[(-0,8)1] = 1,0; \text{ тогда } f' = h_1/\alpha_7 = 1,0,$$

следовательно, радиусы кривизны зеркальной части объектива найдены верно. Для заданного фокусного расстояния $f' = 300$ мм

$$\begin{array}{lll} r_5 \approx -300,0 & d_5 = -90,0 & n_5 = 1 \\ r_6 \approx -240,0 & & n_6 = -1 \\ & & n_7 = 1 \end{array}$$

Контроль определения r_6 можно также выполнить следующим образом

$$f' = \frac{0,5 r_1 r_2}{r_1 - r_2 - 2d} = \frac{0,5 \cdot (-300)(-240)}{-300 + 240 + 2 \cdot 90} = 300,000.$$

Таблица 17.2. Аберрации точки на оси зеркального объектива типа Кассегрена, мм
 $f' = 300,0$; $D/f' = 1:3$; $\delta = 0,1f'$; $\kappa_s = 0,4$

m	$\Delta s'$	$\Delta f'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$
0	0	0	0	0
25,0	-1,150	-0,785	-0,096	0,41
35,3	-2,308	-1,577	-0,275	0,82
43,3	-3,474	-2,376	-0,511	1,23
50,0	-4,649	-3,182	-0,794	1,65

Значения остаточных аберраций точки на оси для зеркального объектива представлены в табл. 17.2.

Для компенсации монохроматических аберраций зеркальной части в параллельный ход лучей введен афокальный ахроматический компенсатор. Определим его конструктивные параметры. Для этого вычислим $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ из условий исправления сферической аберрации и меридиональной комы третьего порядка для всего объектива.

Компенсатор при расчете принимаем за бесконечно тонкий: $d_1 = d_2 = d_3 = 0$; $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_{\text{ком}}$; $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_{\text{ком}}$. Зададимся расстоянием d_4 , определяющим положение компенсатора: $d_4 = 110/300 = 0,366\ 666$. Из условия исправления сферической аберрации третьего порядка

$$S_{\text{I об}}^{\infty} = \sum_{v=1}^6 h_v P_v = \sum_{v=1}^4 h_v P_v + S_{\text{I зер}} = 0, \text{ найдем}$$

$$\sum_{v=1}^4 h_v P_v = P_{\text{ком}} = -S_{\text{I зер}} = -P_5 - \kappa_s P_6,$$

где

$$P_5 = -0,25 \alpha_6^3 = -0,25 (-2)^3 = 2,0;$$

$$P_6 = 0,25 (1 - \alpha_6^2) (1 - \alpha_6) = 0,25 (1 - 4) (1 + 2) = -2,25,$$

тогда $P_{\text{ком}} = -2 - 0,4 (-2,25) = -1,1$.

Из условия исправления меридиональной комы третьего порядка найдем

$$S_{\text{II об}}^{\infty} = \sum_{v=1}^6 y_v P_v - I \sum_{v=1}^6 W_v = \sum_{v=1}^4 y_v P_v + \sum_{v=1}^4 W_v + S_{\text{II зер}} = 0.$$

Так как $y_{\text{ком}} = s_P = 0$; $I = -1$, то

$$\sum_{v=1}^4 W_v = W_{\text{ком}} = -S_{\text{II зер}} = -y_5 P_5 - y_6 P_6 - W_5 - W_6,$$

где $W_5 = 0,5 \alpha_6^2 = 2,0$; $W_6 = 0,5 (1 - \alpha_6^2) = -1,5$; $W_5 + W_6 = 0,5$.

Определим высоты второго вспомогательного луча y_5 и y_6 из расчета хода луча:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \beta_5 = 1; y_{\text{ком}} = 0; y_5 = y_{\text{ком}} - d_4 \beta_5 = 0 - d_4 \cdot 1 = -0,366\ 666; \\ \beta_6 &= n_5 \beta_5 / n_6 + y_5 (n_6 - n_5) / (r_5 n_6) = 1 \cdot 1 / (-1) + y_5 (-1 - 1) / [(-1)(-1)] = \\ &= -1 - 2y_5 = -0,266\ 668; \\ y_6 &= y_5 - d_5 \beta_6 = -0,366\ 666 - (-0,3)(-0,266\ 668) = -0,446\ 666.\end{aligned}$$

Тогда $W_{\text{ком}} = 0,366\ 666 \cdot 2 - 0,446\ 666 \cdot 2,25 - 2 + 1,5 = -0,771\ 666$. По известным значениям $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ определим внутренние параметры компенсатора (углы α_2 и α_4) при различных значениях избыточного параметра α_3 по формулам [1]:

$$\begin{aligned}2\alpha_2 &= \frac{2n+1}{2+n} \alpha_3 - \frac{n^2-1}{n(2+n)} \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} - \frac{n-1}{n+1} \frac{W_{\text{ком}}}{\alpha_3}; \\ 2\alpha_4 &= \frac{2n+1}{2+n} \alpha_3 - \frac{n^2-1}{n(2+n)} \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} + \frac{n-1}{n+1} \frac{W_{\text{ком}}}{\alpha_3}.\end{aligned}$$

Рассчитаем несколько вариантов, задаваясь различными значениями угла α_3 : $\alpha_3 = 0,5; 0,7; 0,9$. Результаты вычислений представлены в табл. 17.3. Из трех вариантов, представленных в табл. 17.3, выбираем вариант с $\alpha_3 = 0,5$, так как в этом случае компенсатор имеет

Таблица 17.3. Значения внутренних параметров α_2 и α_4 , а также величины $r_{\text{вн}}$ и P, W при различных значениях избыточного параметра α_3

Параметры	α_3		
	0,5	0,7	0,9
α_2	0,271 494	0,340 849	0,430 372
α_4	-0,046 141	0,113 967	0,253 908
P_1	0,113 107	0,223 812	0,450 541
P_2	0,143 915	0,526 350	1,166 893
P_3	-1,357 58	-1,841 791	-2,624 914
P_4	0,000 522	-0,008 366	-0,092 518
$P_{\text{ком}}$	-1,100 00	-1,100 00	-1,099 998
W	-0,142 215	-0,224 155	-0,357 364
W_2	0,214 996	0,500 278	0,848 198
W_3	-0,848 554	-1,072 85	-1,386 886
W_4	0,004 108	0,025 060	0,124 387
$W_{\text{ком}}$	-0,771 666	-0,771 666	-0,771 665
$r_{1\text{ вн}}$	1,257 36	1,001 515	0,793 189
$r_{2\text{ вн}}$	-5,903 71	-2,840 119	2,102 022
$r_{3\text{ вн}}$	-0,909 199	-0,983 546	-1,007 386
$r_{4\text{ вн}}$	-7,398 32	2,995 308	1,344 450

сравнительно большие радиусы кривизны и меньшие значения параметров P_v и W_v по поверхностям по сравнению с другими вариантами.

После перехода к линзам конечной толщины получим вариант со следующими конструктивными параметрами:

		n_e		$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = 377,207$	$d_1 = 7,4$	1			
$r_2 = -1759,25$	$d_2 = 4,5$	1,5183	K8	100	105
$r_3 = -268,887$	$d_3 = 10,4$	1			
$r_3 = -2184,44$	$d_4 = 110$	1,5183	K8	100	105
$r_5 = -300,00$	$d_5 = -90$	1		102	108
$r_6 = -240,00$		-1		40	42
		1			

Выполним контроль вычисления радиусов кривизны компенсатора, рассчитав ход первого параксиального луча: $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 300,0$, тогда

$$\alpha_2 = h_1(n-1)/(nr_1) = 300(1,518\,29-1)/(1,518\,29-377,207) = 0,271\,494; h_2 = h_1 - d_1\alpha_2 = 300 - 7,4 \cdot 0,271\,494 = 297,991;$$

$$\alpha_3 = n\alpha_2 + h_2(1-n)/r_2 = 1,518\,29 \cdot 0,271\,494 + 297,991 \times (-0,518\,29)/(-1759,25) = 0,500\,000;$$

$$h_3 = h_2 - d_2\alpha_3 = 297,991 - 4,5 \cdot 0,5 = 295,741;$$

$$\alpha_4 = \alpha_3/n + h_3(n-1)/(nr_3) = 0,5/1,518\,29 + 295,741 \times 0,518\,29/[1,518\,29(-268,887)] = -0,046\,1414;$$

$$h_4 = h_3 - d_3\alpha_4 = 295,741 - 10,4(-0,046\,1414) = 295,261;$$

$$\alpha_5 = n\alpha_4 + h_4(1-n)/r_4 = 1,518\,29(-0,046\,1414) + 295,261(-0,518\,29)/(-2184,44) = 0,00000.$$

Как видно из расчета хода луча, радиусы линз конечной толщины найдены правильно. Однако в компенсаторе конечной толщины $h_1 \neq h_4(300,0 \neq 295,261)$, т. е. афокальный компенсатор смещает луч вниз параллельно первоначальному направлению, поэтому фокусное расстояние зеркально-линзового объектива будет равно $f' = 304,815$ (так как $h_1/h_4 = 1,101\,605 = \gamma$, $f' = 300 \cdot 1,016\,05 = 304,815$). Для того, чтобы сохранить заданным фокусное расстояние объектива, необходимо пересчитать радиусы кривизны зеркальной части объектива, сохраняя при этом значение угла α_6 :

$$h_5 = h_4 = 295,261; h_6 = h_5 - d_5\alpha_6 = 295,261 + 90(-2) = 115,261;$$

$$r_5 = h_5/\alpha_5 = 295,261(-1) = -295,261;$$

$$r_6 = h_6(n_7 - n_6)/(n_7\alpha_7 - n_6\alpha_6) = 115,261 \cdot 2/(1 - 2) = -230,522.$$

В этом случае, как показывает расчет хода первого параксиального луча, $f' = h_1/\alpha_1 = 300,000$.

Итак, после расчета получили следующие значения конструктивных параметров зеркально-линзового объектива:

		n_e		D_{ca}	$D_{нод}$
$r_1 = 377,207$		1			
$r_2 = -1759,25$	$d_1 = 7,4$	1,5183	K8	100	105
$r_3 = -268,887$	$d_2 = 4,5$	1			
$r_4 = -2184,44$	$d_3 = 10,4$	1,5183	K8	100	105
$r_5 = -295,261$	$d_4 = 110,0$	1		102	108
$r_6 = -230,552$	$d_5 = -90,0$	-1		40	42
		1			

Остаточные аберрации точки на оси приведены в табл. 17.4, график аберраций зеркально-линзового объектива представлен на рис. 17.4.

Задача 17.3. Выполнить расчет исходного варианта зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с афокальным ахроматическим компенсатором, установленным в параллельном ходе лучей при условии, что $r_4 = r_6$, т. е. вторичное зеркало образовано покрытием, нанесенным на последней поверхности компенсатора (рис. 17.5). Фокусное расстояние объектива $f' = 300,0$ мм, относительное отверстие $D/f' = 1:3$, угловое поле $2\omega = 2^\circ$, входной зрачок совмещен с оправой компенсатора, вынос плоскости изображения $\delta = 0,1f'$, коэффициент экранирования $\kappa_e = 0,4$. Компенсатор выполнен из стекла марки К8 и работает в видимой области спектра (F', e, C').

Решение. Из габаритного расчета зеркальной части объектива, выполненного в задаче 17.2, имеем:

$$\begin{array}{lll} r_5 = -300,0 & d_5 = -90,0 & n_5 = 1 \\ r_6 = -240,0 & & n_6 = -1 \\ & & n_7 = 1 \end{array}$$

Таблица 17.4. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с афокальным ахроматическим компенсатором, установленным в параллельных пучках лучей, мм
 $f' = 300,0$; $D/f' = 1:3$; $\delta = 0,1f'$; $\kappa_e = 0,4$

m	e				$\Delta s'_{F-e}$	$\Delta s'_{C-e}$	$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'_e$	$\Delta f'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$			
0	0	0	0	0	-0,0140	0,013	-0,027
25,0	-0,036	-0,072	-0,003	-0,01	-0,036	-0,036	0,000
35,3	-0,065	-0,136	-0,008	-0,02	-0,051	-0,079	0,027
43,3	-0,090	-0,202	-0,013	-0,03	-0,060	-0,095	0,035
50,0	-0,108	-0,259	-0,018	-0,04	-0,064	-0,151	0,088

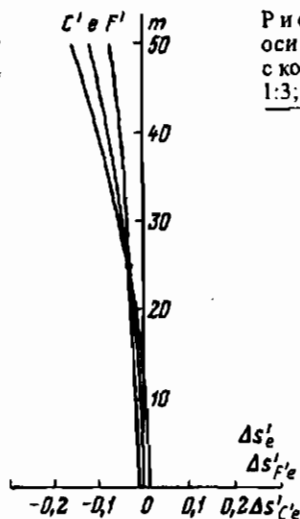


Рис. 17.4. Графики остаточных aberrаций точки на оси для зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в параллельных пучках лучей ($f' = 300,0$; $1:3$; $\delta = 0,1f'$; $\kappa_s = 0,4$)

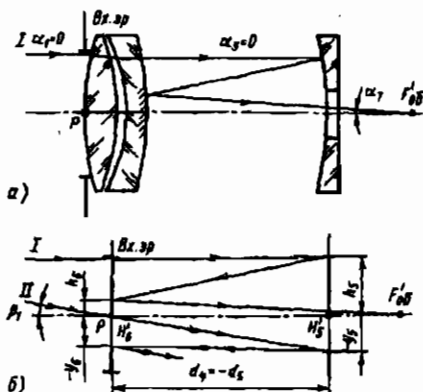


Рис. 17.5. Объектив типа Кассегрена с компенсатором в параллельных пучках лучей:

а — оптическая схема объектива (при $r_1 = r_6$); б — ход первого и второго вспомогательных лучей

Определим конструктивные параметры компенсатора, вычислив $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ из условий исправления сферической aberrации ($S_1'' = 0$) и меридиональной комы ($S_{II}'' = 0$) третьего порядка для всего объектива. Компенсатор при расчете принимаем за бесконечно тонкий, тогда $d_1 = d_2 = d_3 = 0$; $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_{\text{ком}}$; $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_{\text{ком}}$. Принимаем следующие условия нормировки для первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_7 = 1$; $h_{\text{ком}} = f' = 1$; $I = -1$; $\beta_1 = 1$; $y_{\text{ком}} = s_p = 0$. Тогда, как и в задаче 17.2:

$$P_{\text{ком}} = -P_5 - \kappa_s \cdot P_6;$$

$$W_{\text{ком}} = -y_5 P_5 - y_6 P_6 - W_5 - W_6.$$

Определим значения P_5 , P_6 , W_5 , W_6 на поверхностях зеркал:

$$P_5 = -0,25\alpha_6^3 = -0,25(-2)^3 = 2,0;$$

$$P_6 = 0,25(1 - \alpha_6^2)(1 - \alpha_6) = 0,25(1 - 4)(1 + 2) = -2,25;$$

$$P_{\text{ком}} = -2 + 0,4(-2,25) = -1,1; \quad W_5 = 0,5\alpha_6^2 = 2;$$

$$W_6 = 0,5(1 - \alpha_6^2) = -1,5; \quad W_5 + W_6 = 0,5.$$

Высоты второго вспомогательного луча y_5 и y_6 определим из расчета хода луча

$$y_5 = y_4 - d_4 \beta_5 = 0 - d_4(1) = -d_4 = d_5 = -0,3;$$

$$\beta_6 = n_5 \beta_5 / n_6 + y_5 (n_6 - n_5) / (n_6 r_5) = -1 + [-0,3 (-1 - 1) / (-1)(-1)] = -1 + 0,6 = -0,4 = -\kappa_5;$$

$$y_6 = y_5 - d_5 \beta_6 = y_5 + \kappa_5 d_5 = y_5 - \kappa_5 d_4 = -0,3 - 0,4 \cdot 0,3 = -0,42.$$

$$\text{Тогда } W_{\text{ком}} = 0,3 \cdot 2 - (-0,42)(-2,25) - 2 - (-1,5) = -0,845.$$

Из условия $r_4 = r_6$ определим α_4 :

$$\alpha_4 = (n - 1) / (n r_6) = (1,518\,29 - 1) / [1,518\,29 (-0,8)] = -0,426\,705.$$

Выразим значения $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ как функции углов α_i . После преобразования получим [1]

$$P_{\text{ком}} = [n/(n-1)^2] \alpha_3 (\alpha_2 - \alpha_4) [(\alpha_2 + \alpha_4)(n+2) - \alpha_3(2n+1)]; \quad (17.3)$$

$$W_{\text{ком}} = [(1+n)/(1-n)] \alpha_3 (\alpha_2 - \alpha_4). \quad (17.4)$$

Из уравнения (17.4) найдем

$$\alpha_4 - \alpha_2 = (n-1) W_{\text{ком}} / (n+1) \alpha_3;$$

тогда

$$\alpha_2 = \alpha_4 - (n-1) W_{\text{ком}} / (n+1) \alpha_3.$$

Значение угла α_2 подставим в выражение (17.3) для $P_{\text{ком}}$ и после соответствующих преобразований получим

$$(2n+1) \alpha_3^2 - \alpha_3 \{ [(n^2-1)/n] P_{\text{ком}} / W_{\text{ком}} + 2\alpha_4(2+n) \} + [(n-1)(2+n)/(n+1)] W_{\text{ком}} = 0.$$

Решим это уравнение, вычислив

$$2n+1 = 2 \cdot 1,518\,29 + 1 = 4,03658;$$

$$[(n^2-1)/n] (P_{\text{ком}} / W_{\text{ком}}) + 2\alpha_4(2+n) = (1,51829^2 - 1) \times (-1,1) / [1,518\,29 (-0,845)] + 2 (-0,426\,705) 3,518\,29 = -1,883\,47;$$

$$(n-1)(2+n) W_{\text{ком}} / (n+1) = (1,518\,29 - 1) 3,518\,29 \times (-0,845) / (1,51829 + 1) = -0,611865,$$

тогда

$$4,036\,58 \alpha_3^2 + 1,883\,47 \alpha_3 - 0,611\,865 = 0;$$

$$\alpha_{3_1} = 0,220\,582; \quad \alpha_{3_2} = -0,687\,182.$$

Из двух значений корня выбираем $\alpha_3 = 0,220\,582$, так как первая линза в компенсаторе положительная, а $\phi_1 = \alpha_3$. Определим значение угла α_2 :

$$\alpha_2 = -0,426\,705 - \frac{(-0,845) 0,518\,29}{0,220\,582 \cdot 2,518\,29} = 0,361\,708.$$

Для проверки определения углов α_v следует рассчитать P_v и W_v по поверхностям, найти их суммы

$$P_{\text{ком}} = \sum_{v=1}^4 P_v; \quad W_{\text{ком}} = \sum_{v=1}^4 W_v \quad \text{и сравнить их с требуемыми:}$$

$$P_1 = 0,267\,476; \quad P_2 = -0,003\,016; \quad P_3 = -1,803\,590;$$

$$P_4 = 0,439\,130; \quad P_{\text{ком}} = -1,100\,00;$$

$$W_1 = -0,252\,432; \quad W_2 = 0,007\,298; \quad W_3 = -0,951\,170;$$

$$W_4 = 0,351\,304; \quad W_{\text{ком}} = -0,845\,000.$$

$$(P_{\text{ком тр}} = -1,1; \quad W_{\text{ком тр}} = -0,845).$$

Определим радиусы кривизны бесконечно тонких линз компенсатора при $f_{\text{об}}' = 1$:

$$r_{1\text{тн}} = (n_2 - n_1)/(n_2 \alpha_2) = (1,518\,29 - 1)/(1,518\,29 \cdot 0,361\,708) = 0,943\,756;$$

$$r_{2\text{тн}} = (n_3 - n_2)/(n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2) = (1 - 1,518\,29)/(0,220\,582 - 1,518\,29 \cdot 0,361\,708) = 1,577\,29;$$

$$r_{3\text{тн}} = (n_4 - n_3)/(n_4 \alpha_4 - n_3 \alpha_3) = (1,518\,29 - 1)/[1,518\,29 \times (-0,426\,705) - 0,220\,582] = -0,596\,803;$$

$$r_{4\text{тн}} = (n_5 - n_4)/(n_5 \alpha_5 - n_4 \alpha_4) = (1 - 1,518\,29)/[1,518\,29 \times (-0,426\,705)] = -0,800\,000.$$

Контроль вычислений $r_{v\text{тн}}$ показал, что $\alpha_5 = 0$. Выполним переход к линзам конечной толщины, определив $d_1 = 10,4$; $d_2 = 11,0$; $d_3 = 10,4$; $h_1 = 300,000$; $h_2 = 300 - 10,4 \cdot 0,361\,708 = 296,238$; $h_3 = 296,238 - 11,0 \cdot 0,220\,582 = 293,812$; $h_4 = 293,812 - 10,4 \cdot (-0,426\,705) = 298,250$. Тогда

$$\begin{array}{ll} r_1 = 283,127 & d_1 = 10,4 \\ r_2 = 467,253 & d_2 = 11,0 \\ r_3 = -175,348 & d_3 = 10,4 \\ r_4 = -238,600 & \end{array}$$

По условию задачи $r_4 = r_6$, поэтому, приняв $r_6 = -238,600$ с тем, чтобы сохранить заданным фокусное расстояние системы, следует изменить расстояние d_5 между зеркалами:

$$\begin{aligned} d_5 &= \frac{2h_4(r_5 - r_6) - r_5 r_6}{4h_4} = \\ &= \frac{2 \cdot 298,250(-300,0 + 238,600) - (300,0)(-238,600)}{4 \cdot 298,250} = -90,7. \end{aligned}$$

Выполним контроль определения радиусов кривизны зеркально-линзового объектива. Для этого рассчитаем ход первого параксиального луча, полагая $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 300,000$:

$$\alpha_2 = h_1(n_2 - 1)/(n_2 r_1) = 300,000(1,518\,29 - 1)/(1,518\,29 \cdot 283,127) = 0,361\,708; h_2 = 300 - 10,4 \cdot 0,361\,708 = 296,238;$$

$$\alpha_3 = n_2 \alpha_2 + h_2(1 - n_2)/r_2 = 1,518\,29 \cdot 0,361\,708 + 296,238 \times \\ \times (1 - 1,518\,29)/467,253 = 0,220\,582;$$

$$h_3 = 296,238 - 11,0 \cdot 0,220\,582 = 293,812;$$

$$\alpha_4 = \alpha_3/n_4 + h_3(n_4 - 1)/(n_4 r_3) = 0,220\,582/1,518\,29 + 293,812 \times \\ \times (1,518\,29 - 1)/[1,518\,29(-175,348)] = -0,426\,706;$$

$$h_4 = 293,812 - 10,4(-0,426\,706) = 298,250;$$

$$\alpha_5 = n_4 \alpha_4 + h_4(1 - n_4)/r_4 = 1,518\,29(-0,426\,706) + 298,250 \times \\ \times (-0,518\,29)/(-238,600) = 0,000;$$

Таблица 17.5. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором, установленным в параллельных пучках лучей, мм
 $f' = 301,855$; $D/f' = 1:3$ ($r_4 = r_5$)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F-e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C-e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0,0006	0,000	-0,001	0,000	0,001
25,0	-0,0002	-0,00	-0,01	0,000	0,000	-0,001	-0,000	0,001
35,3	-0,001	-0,000	-0,03	-0,001	-0,000	-0,001	-0,001	0,000
43,3	-0,003	-0,002	-0,06	-0,003	-0,002	-0,003	-0,002	0,000
50,0	-0,006	-0,004	-0,09	-0,006	-0,004	-0,006	-0,004	0,000

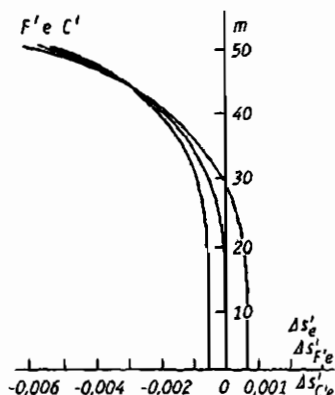


Рис. 17.6. Графики остаточных аберраций точки на оси зеркально-линзового объектива ($f'_0 = 301,855$; $1:3$; $\delta = 0,1f'$; $\kappa_s = 0,4$)

$$h_5 = h_4 = 298,250;$$

$$\alpha_6 = h_5(n_6 - n_5)/(n_6 r_5) = 298,250(-1 - 1)/[(-1)(-300,0)] = -1,98833;$$

$$h_6 = 298,250 - (-90,7)(-1,98833) = 117,908;$$

$$\alpha_7 = n_6 \alpha_6 + h_6(1 - n_6)/r_6 = (-1)(-1,98833) + 117,908 \times \\ \times [1 - (-1)]/(-238,600) = 1,000001, \text{ тогда}$$

$$f_{06}' = h_1/\alpha_7 = 300,000.$$

Аберрации точки на оси приведены в табл. 17.5. График остаточных аберраций представлен на рис. 17.6.

Итак, в результате расчета исходного варианта получим систему со следующими конструктивными параметрами, округленными по ГОСТ:

		n_r	D_{ca}	$D_{ноз}$
$r_1 = 283,1$		1		
$r_2 = 467,6$	$d_1 = 10,4$	1,5183	100	104
$r_3 = -175,39$	$d_1 = 11,0$	1		
$r_4 = -238,8$	$d_1 = 10,4$	1,5183	100	104
$r_5 = -300,0$	$d_1 = 90,7$			
$r_6 = -238,8$	$d_1 = -90,7$	-1	104	106
		1	42	44

Задача 17.4. Определить конструктивные параметры зеркально-линзового объектива, состоящего из одиночного сферического зеркала и афокального ахроматического компенсатора, установленного в сходящемся пучке лучей (рис. 17.7), если $f' = -200,000$ мм; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$, центр входного зрачка объектива совпадает с вершиной поверхности зеркала. Компенсатор выполнен из стекла марки К8 и расположен на расстоянии $d_1 = -0,6|f'|$ от вершины зеркала. Объектив работает в видимой области спектра (F', e, C').

Решение. Выполним расчет исходного варианта объектива, т. е. определим его конструктивные параметры, исходя из условия исправления аберраций. Так как угловое поле мало, то в объективе следует исправлять сферическую аберрацию и меридиональную кому.

Расчет выполним при следующей нормировке первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = \alpha_6 = -1$; $h_1 = -f' = 1$; $\beta_1 = 1$; $y_1 = s_p = 0$; $I = -1$. Так как компенсатор афокальный ($\varphi_{ком} = 0$), то радиус кривизны зеркала равен $r_1 = 2f' = -400,0$. Конструктивные параметры компенсатора определим из условий исправления сферической аберрации ($S_{106}^\infty = 0$) и меридиональной комы ($S_{1106}^\infty = 0$). При расчете компенсатор примем бесконечно тонким: $d_2 = d_3 = d_4 = 0$; $h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_{ком}$; $y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = y_{ком}$.

Тогда

$$S_{106}^\infty = \sum_{v=1}^6 h_v P_v = S_{1зеп} + \sum_{v=2}^6 h_v P_v = S_{1зеп} + h_{ком} \sum_{v=2}^6 P_v = 0;$$

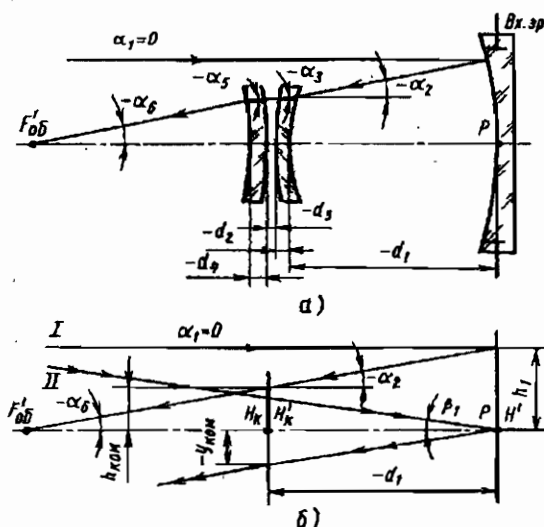


Рис. 17.7. Объектив из одиночного сферического зеркала и компенсатора в сходящихся пучках:

a — оптическая схема объектива; *б* — ход первого и второго вспомогательных лучей

$$S_{\Pi об}^{\infty} = \sum_{v=1}^6 y_v P_v - I \sum_{v=1}^6 W_v = S_{\Pi зер} + y_{ком} \sum_{v=2}^6 P_v + \sum_{v=2}^6 W_v = 0.$$

Из условия исправления сферической аберрации третьего порядка ($S_{I об}^{\infty} = 0$) найдем

$$h_{ком} \sum_{v=2}^6 P_v = h_{ком} P_{ком} = -S_{I зер},$$

где

$$h_{ком} = h_1 - d_1 \alpha_2 = 1 - d_1 (-1) = 1 - 0,6 = 0,4;$$

$$S_{I зер} = P_1 = -0,25 \alpha_2^3 = 0,25,$$

тогда $P_{ком} = -S_{I зер}/h_{ком} = -0,25/0,4 = -0,625$.

Из условия исправления меридиональной комы третьего порядка ($S_{II об}^{\infty} = 0$) найдем

$$\sum_{v=2}^6 W_v = W_{ком} = -y_{ком} P_{ком} - S_{II зер}.$$

Так как $y_1 = s_p = 0$, то $S_{II зер} = W_1$ и

$$W_{ком} = -y_{ком} P_{ком} - W_1,$$

где

$$y_{\text{ком}} = y_1 - d_1 \beta_2 = 0 - d_1 (-1) = d_1 = -0,6;$$

$$W_1 = 0,5 \alpha_2^2 = 0,5; \quad W_{\text{ком}} = -(-0,6) (-0,625) - 0,5 = -0,875.$$

Так как

$$P_{\text{ком}} = \sum_{v=2}^6 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right); \quad (17.5)$$

$$W_{\text{ком}} = \sum_{v=2}^6 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right), \quad (17.6)$$

то после соответствующих преобразований из (17.6) получим

$$\alpha_3 - \alpha_5 = (n-1) W_{\text{ком}} / (n+1) (1 - \alpha_4), \quad (17.7)$$

а из (17.5) —

$$\alpha_3 + \alpha_5 = \frac{1}{2+n} \left[\frac{(1-n)^2}{n} \frac{P_{\text{ком}}}{(\alpha_3 - \alpha_5)(\alpha_4 - 1)} + (1+2n)(1 + \alpha_4) \right]. \quad (17.8)$$

Решая совместно уравнения (17.7) и (17.8), найдем

$$2\alpha_3 = \frac{2n+1}{2+n} (\alpha_4 + 1) - \frac{n^2 - 1}{n(2+n)} \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} - \frac{n-1}{n+1} \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_4 - 1)};$$

$$2\alpha_5 = \frac{2n+1}{2+n} (\alpha_4 + 1) - \frac{n^2 - 1}{n(2+n)} \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} + \frac{n-1}{n+1} \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_4 - 1)}.$$

Подставляя числовые значения величин, входящих в формулы, и задавая значение свободного параметра $\alpha_4 = -1,8$, вычислим

$$\begin{aligned} 2\alpha_3 &= \frac{2 \cdot 1,518\,29 + 1}{2 + 1,518\,29} (-1,8 + 1) - \frac{1,518\,29^2 - 1}{1,518\,29 (2 + 1,518\,29)} \times \\ &\times \frac{(-0,625)}{(-0,875)} - \frac{1,518\,29 - 1}{1,518\,29 + 1} \cdot \frac{(-0,875)}{(-1,8 - 1)} = -3,263\,06; \end{aligned}$$

$$\alpha_3 = -1,631\,53.$$

$$\begin{aligned} 2\alpha_5 &= \frac{2 \cdot 1,518\,29 + 1}{2 + 1,518\,29} (-1,8 + 1) - \frac{1,518\,29^2 - 1}{1,518\,29 (2 + 1,518\,29)} \times \\ &\times \frac{(-0,625)}{(-0,875)} + \frac{1,518\,29 - 1}{1,518\,29 + 1} \cdot \frac{(-0,875)}{(-1,8 - 1)} = -2,812\,84; \end{aligned}$$

$$\alpha_5 = -1,40642.$$

Выполним контроль решения aberrационных уравнений. Для этого рассчитаем значения P_v , W_v по поверхностям компенсатора, найдем их суммы $\sum_6 P_v$, $\sum_2 W_v$ и сравним их с требуемыми значениями $P_{\text{ком тр}}$ и $W_{\text{ком тр}}$.

$$P_2 = 0,255249;$$

$$W_2 = -0,137973;$$

$$P_3 = 0,176687;$$

$$W_3 = 0,358012;$$

$$P_4 = -1,16138;$$

$$W_4 = -1,00731;$$

$$P_5 = 0,104443;$$

$$W_5 = -0,087725;$$

$$\sum_6 P_v = -0,625001;$$

$$\sum_2 W_v = -0,874996;$$

$$(P_{\text{ком тр}} = -0,625)$$

$$(W_{\text{ком тр}} = -0,875)$$

Вычислим радиусы кривизны бесконечно тонких линз компенсатора при $f' = 1$ по формуле:

$r_v = h_v(n_v' - n_v)/(n_v'\alpha_v' - n_v\alpha_v)$, тогда при $h = -f' = 1$, $h_2 = h_{\text{ком}} = 0,4$ получим:

$$r_{2\text{тн}} = 0,4(-1,51829 + 1)/[(-1,51829)(-1,63153) - (-1)(-1)] = -0,140350;$$

$$r_{3\text{тн}} = 0,4(-1 + 1,51829)/[(-1)(-1,8) - (-1,51829)(-1,63153)] = -0,306166;$$

$$r_{4\text{тн}} = 0,4(-1,51829 + 1)/[(-1,51829)(-1,40642) - (-1)(-1,8)] = -0,618190;$$

$$r_{5\text{тн}} = 0,4(-1 + 1,51829)/[(-1)(-1) - (-1,51829)(-1,40642)] = -0,182600.$$

Контроль вычисления $r_{v\text{тн}}$ выполним расчетом хода первого вспомогательного луча через всю систему:

$$h_1 = 1; \alpha_1 = 0;$$

$$\alpha_2 = n_1\alpha_1/n_2 + h_1(n_2 - n_1)/(r_1n_2) = 1(-1 - 1)/[-1(-2)] = -1;$$

$$h_2 = 1 - (-0,6)(-1) = 0,4;$$

$$\alpha_3 = n_2\alpha_2/n_3 + h_{\text{ком}}(n_3 - n_2)/(r_2n_3) = (-1)(-1)/(-1,51829) + 0,4(-1,51829 + 1)/[-1,51829(-0,140350)] = -1,63153;$$

$$\alpha_4 = (-1,51829)(-1,63153)/(-1) + 0,4(-1 +$$

$$+ 1,518\,29)/[-1(-0,306\,166)] = -1,800;$$

$$\alpha_5 = (-1)(-1,8)/(-1,518\,29) + 0,4(-1,518\,29 + 1)/[-1,518\,29 \times (-0,618\,190)] = -1,406\,42;$$

$$\alpha_6 = (-1,518\,29)(-1,406\,42)/(-1) + 0,4(-1 + 1,518\,29)/[-1 \times (-0,182\,60)] = -0,999\,998.$$

Тогда $f' = h_1/\alpha_6 = 1/(-0,999\,998) = -1,000002$, следовательно, радиусы кривизны поверхностей компенсатора определены верно.

Вычислим радиусы кривизны линз конечной толщины. Сначала найдем световой и полный диаметры линз компенсатора. Для этого рассчитаем ход главного, верхнего и нижнего полевых лучей, используя уравнение для расчета хода второго параксиального луча и формулу перехода:

$$n_v'\beta_v' - n_v\beta_v = y_v(n_v' - n_v)/r_v; \quad y_{v+1} = y_v - d_v\beta_v',$$

где $\beta_1 = \text{tg}\omega$.

Результаты вычисления высот полевых лучей приведены в табл. 17.6. Удвоенная максимальная высота определит световой диаметр компенсатора: $D_{\text{св ком}} = 2y_{\text{пик}} = 44,2$; $D_{\text{пол ком}} = 46,0$.

Вычислим радиусы кривизны линз бесконечно тонкого компенсатора при $f' = -200,000$ мм:

$$r_{2\text{ тн}} = (-0,140\,350) \cdot 200,0 = -28,0701;$$

$$r_{3\text{ тн}} = (-0,306\,166) \cdot 200,0 = -61,2332;$$

$$r_{4\text{ тн}} = (-0,618\,190) \cdot 200,0 = -123,638;$$

$$r_{5\text{ тн}} = (-0,182\,600) \cdot 200,0 = -36,5198.$$

Определим толщины линз компенсатора и величину воздушного промежутка. Для первой положительной линзы:

$$d_2 = k_2 - d_{\text{мин}} - k_3;$$

$$k_2 = -11,98; \quad k_3 = -4,48; \quad d_{\text{мин}} = 2,0, \quad \text{тогда}$$

Таблица 17.6. Определение светового и полного диаметров зеркала и компенсатора

Название луча	y_1 , мм	$\beta_1 = \text{tg}\omega$	β_2	y_2 , мм
Верхний полевой	50,0	0,017 455	-0,267 455	17,9
Главный	0,00	0,017 455	-0,017 455	-2,1
Нижний полевой	-50,0	0,017 545	0,232 545	-22,1
$D_{\text{св зер}} = 100,0$ $D_{\text{пол зер}} = 102,0$			$D_{\text{св ком}} = 44,2$ $D_{\text{пол ком}} = 46,0$	

$$d_2 = -11,98 - 2 + 4,48 = -9,49.$$

Так как линзы «касаются по краю», то

$$d_3 = k_3 - d_{\min} - k_4; \quad k_3 = -4,48; \quad k_4 = -2,16;$$

$$d_{\min} = 0,3, \text{ тогда } d_3 = -4,48 - 0,3 + 2,16 = -2,62 \approx -2,6.$$

Толщина отрицательной линзы $d_4 = 0,1 D_{\text{пол}} = -4,6$. Вычислим высоты первого параксиального луча:

$$h_1 = 200,000;$$

$$h_2 \approx h_1 - d_1 \alpha_2 = 200,0 - (-120) (-1) = 80,0;$$

$$h_3 = 80,0 - (-9,5) (-1,61353) = 64,5005;$$

$$h_4 = 64,5005 - (-2,6) (-1,8) = 59,8205;$$

$$h_5 = 59,8205 - (-4,6) (-1,40642) = 53,3509.$$

Тогда радиусы кривизны линз конечной толщины при $h_{\text{ком}} = 0,4 \cdot 200 = 80$ определим по формуле

$$r_v = r_{v \text{ тн}} \frac{h_v}{h_{\text{ком}}};$$

$$r_2 = -28,0701 \cdot 80/80 = -28,0701;$$

$$r_3 = -61,2332 \cdot 64,5005/80 = -49,3696;$$

$$r_4 = -123,638 \cdot 59,8205/80 = -92,4511;$$

$$r_5 = -36,5198 \cdot 53,3509/80 = -24,3546.$$

Таким образом, в результате расчета исходного варианта получим объектив со следующими конструктивными параметрами:

		n_e	$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = -400,00$		1		
$r_2 = -28,0701$	$d_1 = -120,0$	-1	100,0	102,0
$r_3 = -49,3696$	$d_2 = -9,5$	-1,5183	44,2	46,0
$r_4 = -92,4511$	$d_3 = -2,6$	-1		
$r_5 = -24,3546$	$d_4 = -4,6$	-1,5183	44,2	46,0
		-1		

Результаты расчета aberrаций данного объектива приведены в табл. 17.7 и на рис. 17.8.

Хотя полученный исходный вариант в aberrационном отношении не является оптимальным, однако, как видно из графика, сферическая aberrация заметно уменьшилась. В такой системе следует выполнить коррекцию aberrаций дифференциальным методом [3], изменяя коэффициент $S_1^{\text{сф}}$ сферической aberrации. Величина поправки определяется по формуле

$$\delta S_1^{\text{сф}} = -2 f' \delta (\Delta s') / (n' m^2),$$

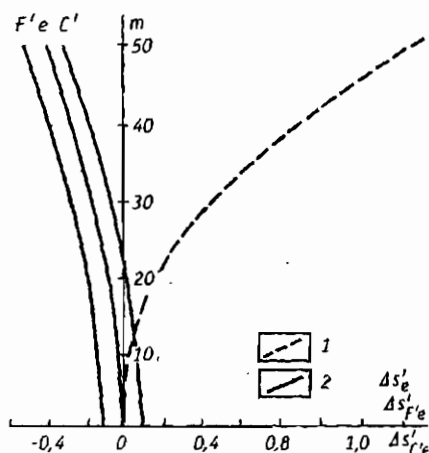
где $\delta (\Delta s')$ — поправка, равная $-\Delta s'_{m=50}$.

Таблица 17.7. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива с компенсатором в сходящихся пучках лучей, мм
 $f' = -200,00$; $D/f' = 1:2$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$-\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$-\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$-\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0,0	0,0	0,00	0,1284	0,000	-0,125	0,00	0,253
25,0	0,130	-0,016	-0,02	0,250	-0,032	0,014	-0,002	0,236
35,0	0,241	-0,043	-0,03	0,352	-0,063	0,133	-0,024	0,219
42,5	0,331	-0,074	-0,03	0,433	-0,096	0,233	-0,052	0,200
50,0	0,400	-0,104	-0,02	0,492	-0,128	0,311	-0,080	0,181

Рис. 17.8. Графики аберраций:

1 — одиночного зеркала; 2 — сферической и сферохроматической зеркально-линзового объектива с компенсатором ($f'_{\text{об}} = -200,0$; $1:2$; $d_2 = -0,6 |f'|$)



Следует также помнить, что на аберрации в этом объективе оказывает влияние и положение компенсатора, т. е. расстояние d_1 , при $P_{\text{ком}} = \text{const}$

$$\delta d_1 = (\delta S'_1 / P_{\text{ком}}) f',$$

где $\delta(\Delta s') = -\Delta s'_{m=50}$.

Задача 17.5. Определить конструктивные параметры и вычислить аберрации двухзеркального объектива типа Кассегрена с зеркалами равных радиусов кривизны и афокальным ахроматическим компенсатором, установленным в сходящихся пучках (рис. 17.9), если $f' = 250,0$ мм; $D/f' = 1:4$; $2\omega = 4^\circ$; $k_3 = 0,4$; входной зрачок совпадает с оправой главного зеркала, компенсатор выполнен из стекла марки К8. Объектив работает в видимой области спектра (F' , e , C').

Решение. Выполним габаритный расчет зеркальной части объектива при следующей нормировке первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = f' = 1$. Для системы в воздухе $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = -1$.

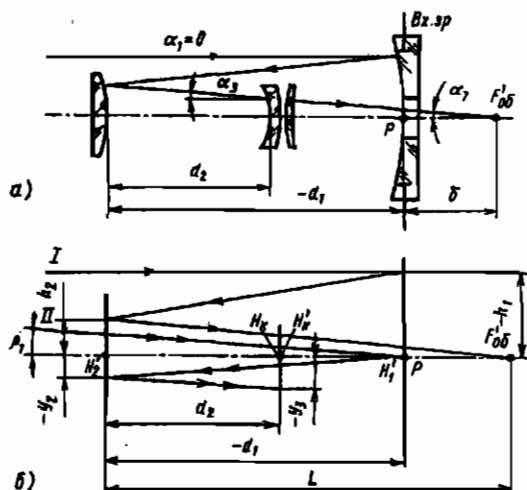


Рис. 17.9. Объектив типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках:
а — оптическая схема объектива; б — ход первого и второго вспомогательных лучей

Известно (глава 16), что $r_1 = 2/\alpha_2$; $r_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2)$, но так как $r_1 = r_2$, то $2/\alpha_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2)$ и $\alpha_2 = 1/(\kappa_3 - 1) = 1/(0,4 - 1) = -1,666\ 67$, тогда $r_1 = 2/\alpha_2 = 2(\kappa_3 - 1) = 2(0,4 - 1) = -1,2$; $r_2 = r_1 = -1,2$.

Определим расстояние d_1 между зеркалами. Так как $\alpha_2 = (1 - \kappa_3)/d_1$, то $d_1 = -(1 - \kappa_3)^2 = -(1 - 0,4)^2 = -0,36$ и $\delta = \kappa_3 + d_1 = 0,04$.

Таким образом, из габаритного расчета зеркальной части объектива для $f' = 1,0$ мм имеем

$$\begin{array}{lll} r_1 = -1,2 & d_1 = -0,36 & n_1 = 1 \\ r_2 = -1,2 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

При $f' = 250,0$ мм

$$\begin{array}{lll} r_1 = -300,00 & d_1 = -90,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = -300,00 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Для коррекции сферической aberrации и меридиональной комы рассчитаем афокальный ахроматический компенсатор, который должен быть расположен приблизительно на половине расстояния L от вторичного зеркала до плоскости изображения, т. е.

$$d_2 = L/2 = (-d_1 + \delta)/2,$$

причем наименьшее расстояние между вторым зеркалом и компенсатором можно определить как

$$\begin{aligned} d_{2\min} &\geq h_2(1 - h_2)/(1 - h_2\alpha_2) = \\ &= 0,4(1 - 0,4)/[1 - 0,4(-1,666\ 67)] \geq 0,14. \end{aligned}$$

Пусть $d_{2\text{прив}} = 0,22$. Чтобы определить конструктивные параметры компенсатора, необходимо вычислить внутренние параметры — углы α_4 и α_6 — из условия компенсации аберраций зеркальной части объектива. Для определения α_4 и α_6 запишем условие исправления сферической аберрации третьего порядка для всего объектива:

$$S_{I\text{об}}^{\text{III}} = \sum_{v=1}^6 h_v P_v = S_{I\text{зер}} + h_{\text{ком}} P_{\text{ком}} = 0,$$

тогда

$$P_{\text{ком}} = \sum_{v=3}^6 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right)^2 \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right) = -\frac{S_{I\text{зер}}}{h_{\text{ком}}}.$$

Условие исправления меридиональной комы третьего порядка для всего объектива:

$$S_{II\text{об}}^{\text{III}} = \sum_{v=1}^6 y_v P_v - I \sum_{v=1}^6 W_v = S_{II\text{зер}} + y_{\text{ком}} P_{\text{ком}} + W_{\text{ком}} = 0,$$

тогда

$$W_{\text{ком}} = \sum_{v=3}^6 \left(\frac{\alpha'_v - \alpha_v}{1/n'_v - 1/n_v} \right) \left(\frac{\alpha'_v}{n'_v} - \frac{\alpha_v}{n_v} \right) = -[S_{II\text{зер}} + y_{\text{ком}} P_{\text{ком}}],$$

где

$$S_{I\text{зер}} = P_1 + \kappa_2 P_2 = 1,157\,41 + 0,4(-1,185\,19) = 0,683\,335;$$

$$S_{II\text{зер}} = W_1 + y_2 P_2 + W_2 = 1,388\,89 + (-0,36)(-1,185\,19) + (-0,888\,894) = 0,926\,664,$$

так как

$$P_1 = -0,25\alpha_2^3 = -0,25(-1,666\,67)^3 = 1,157\,41;$$

$$P_2 = 0,25(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2) = -1,185\,19;$$

$$W_1 = 0,5\alpha_2^2 = 0,5(-1,666\,67)^2 = 1,388\,89;$$

$$W_2 = 0,5(1 - \alpha_2^2) = 0,5[1 - (-1,666\,67)^2] = -0,888\,894;$$

$$h_{\text{ком}} = h_2 - d_2\alpha_3 = \kappa_3 - d_2\alpha_3 = 0,4 - 0,22 \cdot 1 = 0,18;$$

$$y_{\text{ком}} = y_2 - d_2\beta_3.$$

Для определения угла β_3 следует рассчитать ход второго вспомогательного луча по формулам:

$$n_v \beta'_v - n_v \beta_v = y_v (n'_v - n_v) / r_v; \quad y_{v+1} = y_v - d_v \beta'_v.$$

Так как

$$y_1 = 0 \quad (s_P = 0); \quad \beta_1 = 1; \quad \beta'_1 = \beta_2 = -1,$$

то

$$y_2 = y_1 - d_1 \beta_2 = 0 - 0,36 \cdot 1 = -0,36;$$

$$\beta_3 = n_2 \beta_2 / n_3 + y_2 (n_3 - n_2) / (r_2 n_3) = [(-1) (-1) / 1] + \{-0,36 [1 - (-1)] / (-1,2)\} = 1,6;$$

$$y_3 = y_{\text{ком}} = y_2 - d_2 \beta_3 = -0,36 - 0,22 \cdot 1,6 = -0,712.$$

Тогда

$$P_{\text{ком}} = -0,683 \, 335 / 0,18 = -3,796 \, 31;$$

$$W_{\text{ком}} = -[0,926 \, 6664 + (-0,712) (-3,796 \, 31)] = -3,629 \, 64.$$

Так как $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ являются функциями углов α_4 , α_5 , α_6 , то из совместного решения уравнений для $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ получим

$$2\alpha_4 = \frac{2n+1}{2+n} (\alpha_5 + \alpha_3) - \frac{n^2-1}{n(2+n)} \cdot \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} - \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_5 - \alpha_3)};$$

$$2\alpha_6 = \frac{2n+1}{2+n} (\alpha_5 + \alpha_3) - \frac{n^2-1}{n(2+n)} \cdot \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} + \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_5 - \alpha_3)}.$$

Для компенсатора, изготовленного из стекла марки К8 ($n_e = 1,518 \, 29$), задавая значение избыточного параметра $\alpha_5 = 0,2$, найдем

$$2\alpha_4 = 0,187 \, 466; \quad 2\alpha_6 = 2,054 \, 99,$$

тогда $\alpha_4 = 0,093 \, 723$; $\alpha_6 = 1,0275$; $\alpha_5 = 0,2$.

Радиусы кривизны бесконечно тонких линз компенсатора при $f_{\text{об}}' = 1$ определим по формуле

$$r_{v \text{ тн}} = h_{\text{ком}} (n_v' - n_v) / (n_v' \alpha_v' - n_v \alpha_v):$$

$$r_{3 \text{ тн}} = 0,18 (1,518 \, 29 - 1) / (1,518 \, 29 \cdot 0,093 \, 723 - 1) = -0,108 \, 770;$$

$$r_{4 \text{ тн}} = 0,18 (1 - 1,518 \, 29) / (0,2 - 1,518 \, 29 \cdot 0,093 \, 723) = -1,616 \, 81;$$

$$r_{5 \text{ тн}} = 0,18 (1,518 \, 29 - 1) / (1,518 \, 29 \cdot 1,0275 - 0,2) = 0,068 \, 595;$$

$$r_{6 \text{ тн}} = 0,18 (1 - 1,518 \, 29) / (1 - 1,518 \, 29 \cdot 1,0275) = 0,166 \, 580.$$

Для контроля решения абберационных уравнений (вычисления углов первого вспомогательного луча) необходимо определить $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$, а для контроля правильности вычисления $r_{v \text{ тн}}$ следует рассчитать ход первого вспомогательного луча через компенсатор.

Вычислим $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$, полагая $\alpha_3 = 1$; $\alpha_4 = 0,093 \, 723$; $\alpha_5 = 0,2$, $\alpha_6 = 1,0275$; $\alpha_7 = 1$ и считая, что

$$P_{\text{ком}} = P_3 + P_4 + P_5 + P_6, \quad W_{\text{ком}} = W_3 + W_4 + W_5 + W_6.$$

Из расчета получим $P_{\text{ком}} = -3,796\ 25$; $W_{\text{ком}} = -3,629\ 66$. Сравнивая полученные значения с требуемыми,

$$[P_{\text{ком}}]_{\text{выч}} - [P_{\text{ком}}]_{\text{треб}} = -3,796\ 25 - (-3,796\ 31) = 0,00006;$$

$$[W_{\text{ком}}]_{\text{выч}} - [W_{\text{ком}}]_{\text{треб}} = -3,629\ 66 - (-3,629\ 64) = -0,00002,$$

делаем заключение, что углы первого вспомогательного луча определены верно.

Рассчитаем ход первого вспомогательного луча, полагая

$$h_1 = 1; h_2 = k_5 = 0,4; \alpha_1 = 0; \alpha_2 = -1,666\ 67; \alpha_3 = 1;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_2 = 0,4 - 0,22 \cdot 1 = 0,18; h_3 = h_4 = h_5 = h_6;$$

$$\alpha_4 = n_3 \alpha_3 / n_4 + h_3 (n_4 - n_3) / (n_4 r_{3\text{тн}}) = 1 \cdot 1 / 1,518\ 29 + 0,18 (1,518\ 29 - 1) / 1,518\ 29 (-0,108\ 77) = 0,093\ 723;$$

$$\alpha_5 = 1,51829 \cdot 0,093723 / 1 + 0,18(1 - 1,518\ 29) / [1(-1,616\ 81)] = 0,200\ 000;$$

$$\alpha_6 = 1 \cdot 0,200\ 000 / 1,518\ 29 + 0,18 (1,518\ 29 - 1) / [1,518\ 29 \times 0,068\ 595] = 1,027\ 500;$$

$$\alpha_7 = 1,51829 \cdot 1,02750 / 1 + 0,18(1 - 1,51829) / [1 \cdot 0,16658] = 1,0.$$

Так как $\alpha_7 = 1,0$, то радиусы кривизны бесконечно тонких линз компенсатора вычислены верно.

Вычислим радиусы кривизны линз конечной толщины. Для этого определим световой и полный диаметры линз компенсатора, рассчитав ход главного, верхнего и нижнего полевых лучей. По условию задачи $2\omega = 4^\circ$, следовательно, $\omega = -2^\circ$. Ход лучей рассчитаем по следующим формулам:

$$n'_v \beta'_v - n_v \beta_v = y_v (n'_v - n_v) / r_v; \quad y_{v+1} = y_v - d_v \beta'_v,$$

полагая $\beta_1 = \text{tg } \omega$. Результаты расчета углов и высот полевых лучей, светового и полного диаметров вторичного зеркала, главного зеркала и компенсатора приведены в табл. 17.8.

Далее определим толщины d_3 и d_5 линз компенсатора и толщину d_4 воздушного промежутка. Так как первая линза отрицательная, то $d_3 = 0,1 D_{\text{пол}} = 2,5$. Толщину второй линзы найдем как $d_5 = k_5 + d_{\text{мин}} - k_6$, и так как $k_5 = 5,4$; $k_6 = 1,9$, $d_{\text{мин}} = 1,2$, то $d_5 = 4,7$. Примем $d_4 = 0,2$ (случай «касания линз по центру»).

Вычислим высоты первого параксиального луча:

$$h_1 = f' = 250,000;$$

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 250,000 - 90 \cdot 1,666\ 67 = 99,9997;$$

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 99,9997 - 55,0 \cdot 1,0 = 44,9997;$$

Таблица 17.8. Определение светового и полного диаметров зеркал и компенсатора

Название луча	y_1 , мм	$\beta_2 = \text{tg} \omega_2$	y_2	$\beta_3 = \text{tg} \omega_3$	y_3 , мм
Верхний полевой	31,25	-0,173 413	15,64	0,069 1277	9,42
Главный	0	0,349 208	3,14	-0,055 8733	8,17
Нижний полевой	-31,25	0,243 254	-9,36	-0,180 813	6,93
$D_{\text{св}1} = 62,5$ $D_{\text{пол}1} = 65,0$		$D_{\text{св}2} = 31,3$ $D_{\text{пол}2} = 33,0$		$D_{\text{св} \text{ ком}} = 19$ $D_{\text{пол} \text{ ком}} = 25$	

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 44,9997 - 2,5 \cdot 0,093\,723 = 44,7654;$$

$$h_5 = h_4 - d_4 \alpha_5 = 44,7654 - 0,2 \cdot 0,2 = 44,7254;$$

$$h_6 = h_5 - d_5 \alpha_6 = 44,7254 - 4,7 \cdot 1,027\,50 = 39,8962.$$

Определим радиусы линз конечной толщины по формуле

$$r_v = r_{\text{вн}} h_v / h_{\text{ком}},$$

где $h_{\text{ком}} = 0,18$;

$$r_3 = -0,108\,77 \cdot 44,9997 / 0,18 = -27,1923;$$

$$r_4 = -1,61681 \cdot 44,7654 / 0,18 = -402,096;$$

$$r_5 = 0,068595 \cdot 44,7254 / 0,18 = 17,0441;$$

$$r_6 = 0,16658 \cdot 39,8962 / 0,18 = 36,9218.$$

Для контроля вычислений радиусов кривизны следует рассчитать ход первого параксиального луча из бесконечности и определить фокусное расстояние объектива, считая $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 250,0$. В результате расчета хода луча получили $\alpha_7 = 1,0$, следовательно, $f' = 250,0 / 1,0 = 250,0$.

Таким образом, исходный вариант объектива имеет следующие конструктивные параметры:

		n_e		$D_{\text{св}}$	$D_{\text{пол}}$
$r_1 = -300,00$		1			
$r_2 = -300,00$	$d_1 = -90,0$	-1		62,6	65,0
$r_3 = -27,1923$	$d_2 = 55,0$	1		31,3	34,0
$r_4 = -402,096$	$d_3 = 2,5$	1,5183	K8	19	25,0
$r_5 = 17,0441$	$d_4 = 0,2$	1			
$r_6 = 36,9218$	$d_5 = 4,7$	1,5183	K8	19	25,0
		1			

Остаточные aberrации для точки на оси при расчете объектива на ПЭВМ приведены в табл. 17.9.

Таблица 17.9. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена ($r_1 = r_2$) с компенсатором в сходящихся пучках лучей, мм
 $f' = 250,0$; $D/f' = 1,4$; $2\omega = 4^\circ$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	-0,0009	0	0
15,6	-0,001	0	-0,03	-0,002	-0,0001	0	0	-0,002
21,9	-0,009	-0,0008	-0,08	-0,012	-0,011	-0,006	0,000	-0,018
26,6	-0,022	-0,0024	-0,14	-0,028	-0,003	-0,017	-0,002	-0,011
31,3	-0,044	-0,0058	-0,22	-0,053	-0,007	-0,036	-0,005	-0,012

Задача 17.6. Обосновать выбор величины избыточного параметра (угла α_s) при расчете исходного варианта зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с афокальным ахроматическим компенсатором, установленным в сходящихся пучках лучей (рис. 17.9), если $f' = 300,0$ мм; $D/f' = 1,3$; $2\omega = 3^\circ$; $\kappa_s = 0,4$; $\delta = 0,1f'$; входной зрачок совмещен с оправой главного зеркала; компенсатор выполнен из стекла марки К8. Объектив работает в видимой области спектра (F' , e , C').

Решение. Выполним габаритный расчет и аберрационный анализ зеркальной части объектива по известным формулам (табл. 16.2). Примем нормировку первого вспомогательного луча:

$$\alpha_1 = 0; \alpha_3 = \alpha_7 = 1; h_1' = f' = 1,$$

тогда

$$h_2 = \kappa_s = 0,4; d_1 = \delta - \kappa_s = 0,1 - 0,4 = -0,3;$$

$$\alpha_2 = (1 - \kappa_s)/d_1 = -2;$$

$$r_1 = 2/\alpha_2 = 2/(-2) = -1,0;$$

$$r_2 = 2\kappa_s(1 + \alpha_2) = 2 \cdot 0,4/(1 - 2) = -0,8.$$

При фокусном расстоянии $f' = 300,0$ конструктивные параметры зеркальной части объектива будут иметь следующие значения:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -300,000 & d_1 = -90,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = -240,000 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Аберрационный анализ зеркальной части системы показал, что

$$S_{I \text{ зер}}^{\infty} = h_1 P_1 + h_2 P_2 = P_1 + \kappa_s P_2 = 2,0 + 0,4(-2,25) = 1,1;$$

$$S_{II \text{ зер}}^{\infty} = y_2 P_2 + W_1 + W_2 = (-0,3)(-2,25) + 2 + (-1,5) = 1,175,$$

так как

$$P_1 = -0,25\alpha_2^3 = -0,25(-2)^3 = 2;$$

$$W_1 = 0,5\alpha_2^2 = 0,5(-2)^2 = 2,0;$$

$$P_2 = 0,25(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2) = 0,25[1 - (-2)^2](1 + 2) = -2,25;$$

$$W_2 = 0,5(1 - \alpha_2^2) = 0,5[1 - (-2)^2] = -1,5;$$

$$y_1 = s_p = 0; \quad y_2 = y_1 - d_1\beta_2 = 0 - d_1(-1) = d_1 = -0,3.$$

Значения остаточных aberrаций для точки на оси приведены в табл. 17.10.

Аберрационный анализ системы, выполненный точным путем на ПЭВМ, показывает, что двухзеркальный объектив имеет большие остаточные aberrации, для исправления которых необходимо поставить афокальный ахроматический компенсатор.

Определим конструктивные параметры компенсатора из условий исправления сферической aberrации и меридиональной комы.

Из условий $S_I'' = 0$ и $S_{II}'' = 0$ для всего объектива получим (см. задачу 17.5).

$$P_{\text{ком}} = -S_{I\text{ зер}}/h_{\text{ком}}; \quad W_{\text{ком}} = -y_{\text{ком}}P_{\text{ком}} - S_{II\text{ зер}}.$$

Примем за расстояние d_2 — положение афокального ахроматического компенсатора — величину $d_2 = (1/2)s_2' = 0,2$ и определим $h_{\text{ком}}$ и $y_{\text{ком}}$:

$$h_{\text{ком}} = h_3 = h_2 - d_2\alpha_3 = 0,4 - 0,2 \cdot 1 = 0,2;$$

$$y_{\text{ком}} = y_3 = y_2 - d_2\beta_3,$$

где

$$\beta_3 = n_2\beta_2 + y_2(n_3 - n_2)/r_2 = (-1)(-1) + (-0,3) \cdot 2/(-0,8) = 1,75,$$

тогда

$$y_{\text{ком}} = -0,3 - 0,2 \cdot 1,75 = -0,65;$$

$$P_{\text{ком}} = -5,5; \quad W_{\text{ком}} = -4,75.$$

Таблица 17.10. Аберрации точки на оси зеркального объектива типа Кассегрена, мм
 $f' = 300,0$; $D/f' = 1:3$; $2\omega = 3^\circ$

m	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_m$	K_m
0	0	0	0	0,0	0
25,0	-1,150	-0,096	0,41	-1,145	0,097
35,3	-2,308	-0,275	0,82	-2,284	0,193
43,3	-3,474	-0,511	1,23	-3,437	0,289
50,0	-4,649	-0,794	1,65	-4,583	0,386

Определим внутренние параметры компенсатора — углы α_4 и α_6 — и внешний параметр α_5 , который является избыточным и значение которого следует принять, исходя из известных рекомендаций [1].

Возможны две конструкции компенсатора: с первой положительной и с первой отрицательной линзами. Рассчитаем по два варианта для каждой конструкции.

Для вычисления углов α_4 и α_6 используем соотношения, полученные при совместном решении абберационных уравнений (см. задачу 17.5):

$$2\alpha_4 = \frac{2n+1}{n+2} (\alpha_3 + \alpha_5) - \frac{n^2-1}{n(n+2)} \cdot \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} - \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_5 - \alpha_3)};$$

$$2\alpha_6 = \frac{2n+1}{n+2} (\alpha_3 + \alpha_5) - \frac{n^2-1}{n(n+2)} \cdot \frac{P_{\text{ком}}}{W_{\text{ком}}} + \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{W_{\text{ком}}}{(\alpha_5 - \alpha_3)}.$$

Вычислим значения углов α_4 и α_6 , задаваясь значениями угла α_5 : $\alpha_5 = 1,5$ и $2,0$ (впереди в компенсаторе положительная линза); $\alpha_5 = 0,3$ и $0,5$ (впереди отрицательная линза). Результаты вычисления α_4 , α_6 , параметров P_v и W_v , а также $r_{v\text{тн}}$ приведены в табл. 17.11. Сравнивая величины $r_{v\text{тн}}$, можно утверждать, что варианты с $\alpha_5 = 0,3$

Таблица 17.11. Величины α_4 и α_6 , параметров P_v и W_v , а также $r_{v\text{тн}}$ компенсатора в зависимости от значения свободного параметра α_5

Параметры	α_5			
	1,5	2,0	0,3	0,5
α_4	2,270 29	2,068 31	-0,093 9906	-0,258 573
α_6	0,315 08	1,090 71	1,302 583	1,696 624
P_3	6,858 37	3,547 95	-10,906 28	-15,908 195
P_4	0,023 98	0,025 539	0,482 101	3,310 065
P_5	-15,572 70	-9,093 375	4,812 558	7,587 290
P_6	3,190 29	0,019 885	0,111 624	-0,489 155
$P_{\text{ком}}$	-5,500 02	-5,499 998	-5,499 997	-5,499 996
W_3	-1,843 06	-1,133 704	-3,403 156	-4,314 800
W_4	-0,010 63	-0,127 622	0,417 703	1,489 551
W_5	-4,486 35	-3,413 835	-1,638 611	-2,164 447
W_6	1,590 04	-0,074 833	-0,125 931	0,239 698
$W_{\text{ком}}$	-4,749 995	-4,749 994	-4,749 995	-4,749 998
$r_{3\text{тн}}$	0,042 361	0,048 481	-0,090 712	-0,074 435
$r_{4\text{тн}}$	0,053 240	0,090 903	-0,234 143	-0,116 130
$r_{5\text{тн}}$	-0,101 464	-0,301 346	0,061 785	0,049 932
$r_{6\text{тн}}$	-0,198 723	0,158 011	0,106 021	0,065 773

и $\alpha_3 = 2,0$ будут иметь меньшие по величине aberrации высшего порядка, так как согласно критерию М. Берека значения aberrационных параметров P_v и W_v на отдельных поверхностях имеют минимальные значения.

Выполним переход к линзам конечной толщины для двух вариантов: при $\alpha_3 = 2,0$ и $\alpha_3 = 0,3$. Для этого определим световой и полный диаметры линз компенсатора, рассчитав ход верхнего полевого, главного и нижнего полевого лучей, используя формулы

$$n'_v \beta'_v - n_v \beta_v = y_v (n'_v - n_v) / r_v, \quad y_{v+1} = y_v - d_v \beta'_v,$$

полагая $\beta_1 = \tan \omega = \tan(-1,5^\circ) = -0,0261859$. Результаты расчета хода лучей приведены в табл. 17.12, 17.13. Световой диаметр компенсатора определяется максимальной высотой, которая получена из расчета хода нижнего полевого луча. Следовательно,

$$D_{\text{св ком}} = 2y_3 = 25,2; \quad D_{\text{пол ком}} = D_{\text{св ком}} + \Delta D = 25,2 + 1,8 = 27,0.$$

Таблица 17.12. Определение светового и полного диаметров зеркал и компенсатора

Название луча	y_1 , мм	β_1	y_2 , мм	β_2	y_3 , мм
Верхний полевой	37,5	-0,276 166	12,64	0,189 866	-1,04
Главный	0	-0,026 161	-2,35	0,006 5494	-2,75
Нижний полевой	-37,5	0,223 834	-17,35	-0,079 210	-12,60
$D_{\text{св } 1} = 75,0$ $D_{\text{пол } 1} = 78,0$		$D_{\text{св } 2} = 36,0$ $D_{\text{пол } 2} = 38,0$		$D_{\text{св ком}} = 25,2$ $D_{\text{пол ком}} = 27,0$	

Таблица 17.13. Результаты вычисления толщины линз компенсатора и радиусов линз конечной толщины при различных значениях избыточного параметра α_3

Параметры	α_3		Параметры	α_3	
	2,0	0,3		2,0	0,3
$r_{3 \text{ тн}}$	14,5295	-27,2136	h_1	300,0	300,0
$r_{4 \text{ тн}}$	27,2713	-70,2429	h_2	120,0	120,0
$r_{5 \text{ тн}}$	-90,5544	18,5355	h_3	60,0	60,0
$r_{6 \text{ тн}}$	47,4036	31,8063	h_4	44,6945	60,2538
			h_5	35,0945	60,1938
			h_6	32,1496	54,3322
d_3	7,4	2,7	r_3	14,5295	-27,2136
d_4	4,8	0,2	r_4	20,3146	-70,5400
d_5	2,7	4,5	r_5	-52,8783	18,5954
			r_6	25,4001	28,8018

В результате расчета получили два исходных варианта зеркально-линзовых объективов со следующими конструктивными параметрами:

		n_e		D_{ca}	$D_{пол}$
для $\alpha_s = 2,0$		1			
$r_1 = -300,000$		-1		75,0	78,0
$r_2 = -240,000$	$d_1 = -90,0$	1		36,0	38,0
$r_3 = 14,5295$	$d_2 = 60,0$	1,5183	K8	25,2	27,0
$r_4 = 20,3146$	$d_3 = 7,4$	1			
$r_5 = -52,8783$	$d_4 = 4,8$	1,5183	K8	25,2	27,0
$r_6 = 25,4001$	$d_5 = 2,7$	1			
		1			
		n_e		D_{ca}	$D_{пол}$
для $\alpha_s = 0,3$		1			
$r_1 = -300,000$		-1		75,0	78,0
$r_2 = -240,000$	$d_1 = -90,0$	1		36,0	38,0
$r_3 = -27,2136$	$d_2 = 60,0$	1,5183	K8	25,2	27,0
$r_4 = -70,5400$	$d_3 = 2,7$	1			
$r_5 = 18,5954$	$d_4 = 0,2$	1,5183	K8	25,2	27,0
$r_6 = 28,8018$	$d_5 = 4,5$	1			
		1			

Выполним абберационный анализ для двух исходных вариантов. Абберации точки на оси для зеркально-линзового объектива с компенсатором, у которого $\alpha_s = 2,0$, приведены в табл. 17.14, $\alpha_s = 0,3$ — в табл. 17.15.

Сравнивая остаточные абберации двух объективов, мы видим, что по качеству изображения лучше система, рассчитанная при $\alpha_s = 0,3$, т. е. когда первая линза компенсатора отрицательная. Это видно и по графикам остаточных аббераций, приведенных на рис. 17.10. Система с $\alpha_s = 0,3$ требует дополнительной коррекции абберации.

Таблица 17.14. Абберации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках лучей, мм
 $f' = 299,997$; $D/f' = 1:3$; $2\omega = 3^\circ$; $\alpha_s = 2,0$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,208	0	0,203	0	-0,411
25,0	-0,725	-0,061	-0,22	-0,916	-0,304	-0,540	-0,046	-0,376
35,3	-1,343	-0,157	-0,27	-1,494	-0,185	-1,151	-0,142	-0,343
43,3	-1,866	-0,280	-0,15	-2,022	-0,304	-1,713	-0,256	-0,309
50,0	-2,306	-0,402	0,15	-2,446	-0,428	-2,168	-0,377	-0,278

Таблица 17.15. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках лучей, мм
 $f' = 299,998$; $D/f' = 1:3$; $2\omega = 3^\circ$; $\alpha_s = 0,3$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,016	0	0,015	0	-0,031
25,0	-0,026	-0,0022	-0,12	-0,047	-0,004	-0,006	-0,001	-0,041
35,3	-0,111	-0,0133	-0,38	-0,139	-0,017	-0,085	-0,010	-0,052
43,3	-0,272	-0,0401	-0,78	-0,309	-0,046	-0,237	-0,035	-0,074
50,0	-0,527	-0,0907	-1,27	-0,576	-0,099	-0,481	-0,083	-0,095

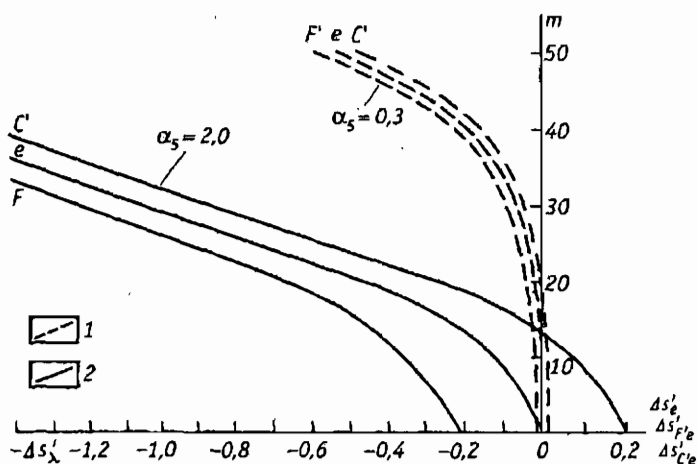


Рис. 17.10. Графики аберраций двух зеркально-линзовых объективов типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках лучей:

1—с $\alpha_s = 0,3$; 2—с $\alpha_s = 2,0$

Задача 17.7. Выполнить сравнительный анализ систем типа Кассегрена и Грегори (см. рис. 16.8, 16.9), а затем тех же систем с компенсаторами в параллельных и сходящихся пучках лучей, если $f' = 200,0$ мм; $D/f' = 1:2,5$; $s_p = 0$; $\delta = 0,05f'$; $\kappa_s = 0,4$, $2\omega = 2^\circ$. Спектральный интервал $F'-C'$; основная длина волны $\lambda_e = 0,5461$ мкм.

Решение. Проведем габаритный расчет по формулам, приведенным в табл. 16.2.

Для системы типа Кассегрена, принимая $\alpha_1 = 0$; $h_1 = f' = 1$; $\alpha_s = 1$, получим:

$$d_1 = \delta - \kappa_s = 0,05 - 0,4 = -0,35;$$

$$\alpha_2 = (1 - \kappa_s)/d_1 = (1 - 0,4)/(-0,35) = -1,714\ 286;$$

$$r_1 = 2/\alpha_2 = -1,166\ 666;$$

$$r_2 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_2) = 2 \cdot 0,4/(1 - 1,714\ 286) = -1,120.$$

При $f' = 200,0$ получим конструктивные параметры зеркальной системы типа Кассегрена

$$\begin{array}{lll} r_1 = -233,333 & d_1 = -70,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = -224,000 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Вычислим параметры P_v , W_v и коэффициенты aberrаций зеркальной системы:

$$P_1 = -0,25\alpha_2^3 = 1,259\ 476; \quad P_2 = 0,25(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2) = -1,315\ 598;$$

$$S_1'' = P_1 + \kappa_3 P_2 = 1,259\ 476 + 0,4(-1,315\ 598) = 0,733\ 227;$$

$$W_1 = 0,5\alpha_2^2 = 1,469\ 388; \quad W_2 = 0,5(1 - \alpha_2^2) = -0,969\ 388.$$

При $s_p = 0$; $\beta_1 = 1$; $y_1 = 0$; $y_2 = d_1 = -0,35$, $I = -1$

$$\begin{aligned} S_{II}'' &= y_1 P_1 + y_2 P_2 + W_1 + W_2 = -0,35(-1,315\ 598) + 1,469\ 388 - \\ &- 0,969\ 388 = 0,960\ 459. \end{aligned}$$

Для системы типа Грегори, принимая $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 1$; $\alpha_3 = -1$:

$$d = h_2 + \delta = -0,4 + 0,05 = -0,35; \quad \alpha_2 = (1 - h_2)/d =$$

$$= (1 + 0,4)/(-0,35) = -4,0; \quad r_1 = 2/\alpha_2 = -0,5;$$

$$r_2 = 2h_2/(\alpha_3 + \alpha_2) = 0,160\ 00.$$

При $f' = -200,0$ получим следующие конструктивные параметры зеркальной части:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -100,0 & d_1 = -70,0 & n_1 = 1 \\ r_2 = 32,0 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Далее вычислим

$$P_1 = -0,25\alpha_2^3 = 16,0; \quad P_2 = 0,25(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2) = -11,25;$$

$$S_1'' = P_1 + h_2 P_2 = 16,0 - 0,4(-11,25) = 20,5;$$

$$W_1 = 0,5\alpha_2^2 = 8,0; \quad W_2 = 0,5(1 - \alpha_2^2) = -7,5;$$

$$S_{II}'' = y_2 P_2 + W_1 + W_2 = -0,35(-11,25) + 8,0 - 7,5 = 4,4375.$$

Зеркальные системы имеют остаточные aberrации точки на оси, значения которых приведены в табл. 17.16.

Для зеркально-линзовых систем типа Кассегрена и типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей при $d_4 = 0,4$ получены результаты, представленные в табл. 17.17. Расчет проводился по методике, описанной в задаче 17.2.

Таблица 17.16. Аберрации точки на оси зеркальных объективов, мм
 $f' = 200,000$; $D/f' = 1:2,5$; $\delta = 0,05f'$; $\kappa_s = 0,4$

m	Система типа			
	Кассегрена		Грегори	
	$\Delta s'$	$\Delta \tilde{f}'$	$\Delta s'$	$\Delta \tilde{f}'$
0	0	0	0	0
20,00	-0,737	-0,233	-15,635	49,424
28,00	-1,450	-0,461	-24,894	78,646
40,00	-2,986	-0,957	-36,182	113,405

Таблица 17.17. Результаты вычисления α_1 , α_2 , P_i , W_i и $r_{i \text{ тн}}$ для систем типа Кассегрена и типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей

Параметры	Система типа		
	Кассегрена	Грегори при различных α_1	
$P_{\text{ком}}$	-0,733 227	-20,5	-20,5
$W_{\text{ком}}$	-0,667 165	3,7625	3,7625
α_1	0,5	0,5	1,0
α_2	0,289 870	0,178 107	0,852 116
α_4	0,015 424 94	1,726 830	1,626 477
P_1	0,137 676	0,031 934	3,497 08
P_2	0,117 114	0,340 280	0,082 345
P_3	-0,987 991	8,232 113	0,239 991
P_4	-0,000 032	-29,104 32	-24,3194
$P_{\text{ком}}$	-0,733233	-20,499 9	-20,4999
W_1	-0,162 121	-0,061 205	-1,400 96
W_2	0,190 258	0,360 863	0,190 080
W_3	-0,695 753	-2,290 579	-0,130 770
W_4	0,000 449	5,753 421	5,104 446
$W_{\text{ком}}$	0,667 164	3,762 50	3,762 499
$r_{1 \text{ тн}}$	1,177 652	1,916 624	0,400 608
$r_{2 \text{ тн}}$	-8,653 780	-2,257 538	1,764 336
$r_{3 \text{ тн}}$	-2,086 910	0,242 66	0,352 707
$r_{4 \text{ тн}}$	22,385 5	0,197 683	0,209 879
$D_{\text{св. I}}$	80,0	80,0	80,0
$D_{\text{ноя. I}}$	85,0	85,0	85,0

Таблица 17.18. Результаты вычисления α_i , α_p , P_v , W_v и $r_{v\text{ти}}$ для систем с компенсатором в сходящихся пучках лучей

Параметр	Системы типа	
	Кассегрена	Грегори
$P_{\text{ком}}$	-8,92862	102,500
$W_{\text{ком}}$	-6,98728	-37,750
α_3	0,3	Не рассчитывались, так как параметры $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ имеют большие значения, а, следовательно, будут большими значения углов α_2 , α_4 и малыми значения $r_{v\text{ком}}$
α_2	-0,437541	
α_4	1,616825	
P_1	-22,844457	
P_2	2,745658	
P_3	11,382069	
P_4	-0,211889	
$P_{\text{ком}}$	-8,928620	
W_1	-5,424737	
W_2	1,270803	
W_3	-2,950612	
W_4	0,117264	
$W_{\text{ком}}$	-6,987281	
$r_{1\text{ти}}$	-0,0622827	
$r_{2\text{ти}}$	-0,107494	
$r_{3\text{ти}}$	0,0481055	
$r_{4\text{ти}}$	0,0712521	
$O_{\text{эсп}}$	58,0	
$O_{\text{ком}}$	16,3	
$D_{\text{п.ком}}$	18,0	

В табл. 17.18 представлены результаты расчета зеркально-линзовых объективов типа Кассегрена и типа Грегори с компенсатором, установленным в сходящихся пучках лучей. Расчет выполнялся по методике, описанной в задаче 17.5.

В результате расчета исходных вариантов получили системы со следующими конструктивными параметрами.

1. Система типа Кассегрена с компенсатором в параллельных пучках лучей $f' = 200,001$; $D/f' = 1:2,5$; $s'_F = 75,3073$.

$r_1 = 235,530$		n_s	
$r_2 = -1709,43$	$d_1 = 8,5$	1,5183	K8
$r_3 = -212,423$	$d_2 = 4,2$	1	
$r_4 = 4372,03$	$d_3 = 8,5$	1,5183	K8
$r_5 = -227,858$	$d_4 = 80,0$	1	
$r_6 = -210,858$	$d_5 = -70,0$	-1	
		1	

2. Система типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках лучей $f' = 199,999$; $D/f' = 1:3,5$; $s'_F = 33,158$.

		n_e	
$r_1 = -233,333$	$d_1 = -70,0$	1	
$r_2 = -224,000$	$d_2 = 40,0$	-1	
$r_3 = -12,4560$	$d_3 = 1,8$	1	
$r_4 = -21,922$	$d_4 = 0,1$	1,5183	K8
$r_5 = 9,803$	$d_5 = 4,7$	1	
$r_6 = 11,813$		1,5183	K8
		1	

3. Система типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей (рис. 17.11). $f' = -200,098$; $D/f' = 1:2,5$; $s'_F = 94,1054$.

		n_e	
$r_1 = 80,121$	$d_1 = 5,9$	1,5183	K8
$r_2 = 343,997$	$d_2 = 0,1$	1	
$r_3 = 68,733$	$d_3 = 5,5$	1,5183	K8
$r_4 = 39,0223$	$d_4 = 80,0$	1	
$r_5 = -92,968$	$d_5 = -70,0$	-1	
$r_6 = 37,629$		1	

Анализ табл. 17.18 и 17.20 показывает, что систему типа Грегори с компенсаторами рассчитать не удается, поскольку $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ имеют большие значения даже для компенсатора в параллельном пучке лучей. Это объясняется значительно большими величинами aberrаций третьего порядка в системе Грегори по сравнению с aberrациями системы типа Кассегрена.

Для сравнения был рассчитан исходный вариант системы типа Грегори с компенсатором, установленным только в параллельных

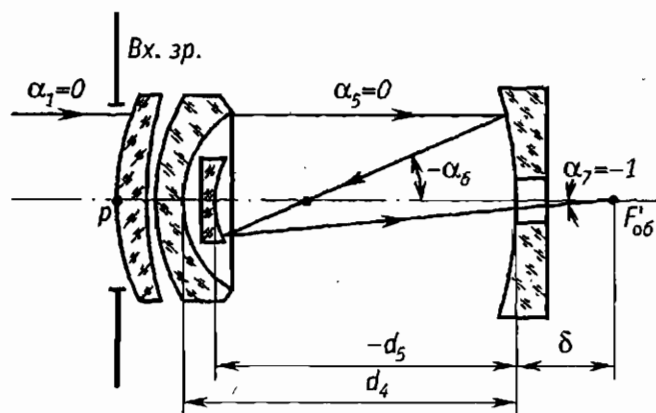


Рис. 17.11. Зеркально-линзовый объектив типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей

Таблица 17.19. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в параллельных пучках лучей, мм
 $f' = 200,001$; $D/f' = 1:2,5$; $2\omega = 2^\circ$; $\kappa_s = 0,4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$-\Delta s'_{C' \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,014	0	0,014	0	-0,028
20,0	-0,019	-0,002	-0,01	-0,022	-0,002	-0,015	-0,001	-0,007
28,0	-0,029	-0,004	-0,02	-0,022	-0,003	-0,036	-0,005	0,014
34,0	-0,031	-0,005	-0,03	-0,013	-0,002	-0,048	-0,008	0,035
40,0	-0,024	-0,005	-0,04	0,005	0,001	-0,053	-0,011	0,058

Таблица 17.20. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей, мм
 $f' = 200,098$; $D/f' = 1:2,5$; $2\omega = 2^\circ$; $\kappa_s = 0,4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C'}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$-\Delta s'_{C' \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,151	0	0,146	0	0,297
20,0	1,684	-0,166	0,09	1,577	-0,155	1,786	-0,175	-0,209
28,0	15,487	-1,824	1,61	15,368	-1,811	15,595	-1,836	-0,227
34,0	116,14	-7,807	6,64	114,913	-7,769	117,3	-7,843	-2,397
40,0	-141,30	-30,711	20,18	-142,53	-30,38	-140,149	-31,03	-2,377

пучках. В отличие от системы типа Кассегрена, где оптимальным является значение избыточного параметра $\alpha_3 = 0,5$, в системе типа Грегори предпочтительнее выбрать $\alpha_3 = 1,0$. Для этого варианта получены меньшие значения P_v и W_v и большие r_v .

Из-за малых значений радиусов кривизны компенсатора появляются значительные аберрации высших порядков, вносимые самим компенсатором. Для получения хорошего качества изображения в такой системе возникает необходимость уменьшения относительного отверстия. Можно также рекомендовать асферизовать большое зеркало, что вызовет уменьшение $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ до значений, близких к рекомендуемым [1], и тем самым частично или полностью исправить одну из аберраций (обычно сферическую).

Сравним систему типа Кассегрена с разными компенсаторами. Установка компенсатора в сходящихся пучках лучей вызывает существенное увеличение значений $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$. Для получения малых значений остаточных аберраций в этой схеме лучше асферизовать одно из зеркал.

Расчет компенсатора при полученных значениях $P_{\text{ком}}$ и $W_{\text{ком}}$ приводит к необходимости уменьшения относительного отверстия

Таблица 17.21. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в сходящихся пучках лучей, мм
 $f' \approx 199,999$; $D/f' = 1:3,5$; $2\omega = 2^\circ$; $\kappa_s = 0,4$

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0,000	0	-0,046	0	0,045	0	-0,091
14,0	0,458	0,0321	-0,33	0,406	0,028	0,508	0,036	-0,102
19,6	0,816	0,0814	-1,11	0,754	0,075	0,876	0,087	-0,122
23,8	0,983	0,1219	-2,58	0,906	0,113	1,058	0,131	-0,152
28,0	0,817	0,1206	-5,14	0,718	0,106	0,913	0,134	-0,195

системы до 1:3,5 из-за малых значений радиусов кривизны линз компенсатора. Существенно увеличиваются по поверхностям значения P_v и W_v , что также является признаком увеличения на этих поверхностях аберраций высших порядков. Даже при уменьшенном относительном отверстии и после коррекции качество изображения будет значительно хуже, чем в системе с компенсатором в параллельном пучке лучей.

Расчет системы типа Грегори с компенсатором в сходящихся пучках лучей не имеет смысла выполнять при таких больших значениях $P_{\text{ком}} = 102,5$ и $W_{\text{ком}} = -37,75$, так как это неизбежно приведет к малым радиусам кривизны поверхностей компенсатора и снижению

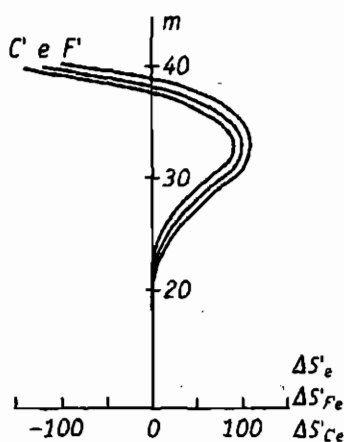


Рис. 17.12. Графики аберраций зеркально-линзового объектива типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках ($f' = -200,0$; 1:3,5)

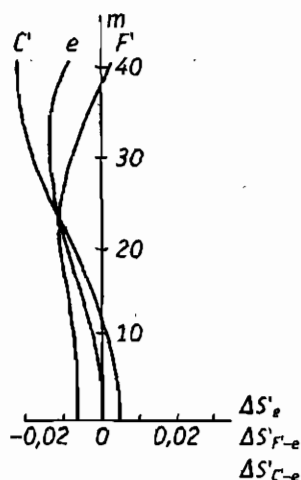


Рис. 17.13. Графики аберраций зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в параллельных пучках лучей ($f' = 200,0$; 1:3,5)

Рис. 17.14. Графики aberrаций зеркально-линзового объектива с компенсатором в сходящихся пучках лучей ($f' = 200,0$; $1:3,5$)

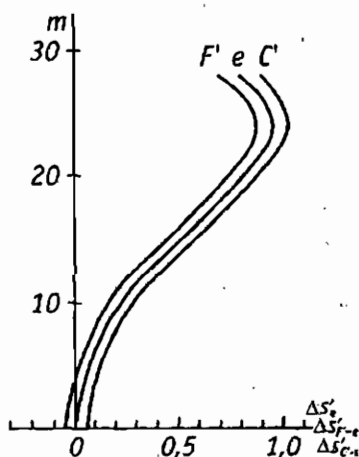
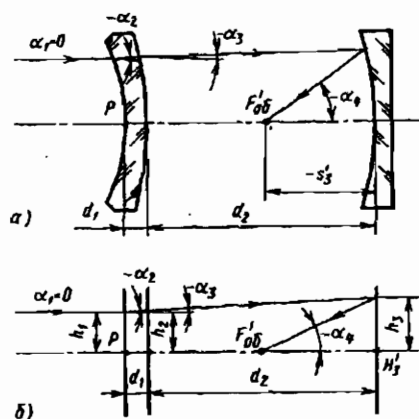


Рис. 17.15. Мениск Максутава и одиночное зеркало:

a — оптическая схема объектива; *б* — ход первого вспомогательного луча

относительного отверстия до таких значений, когда зеркальная система может применяться без компенсатора, давая вполне приемлемое качество изображения.

В табл. 17.19, 17.20, 17.21 приведены результаты абберационного расчета трех видов зеркально-линзовых объективов.

Графики остаточных aberrаций объектива типа Грегори с компенсатором в параллельных пучках лучей и объективов типа Кассегрена с компенсаторами в параллельных и сходящихся пучках лучей представлены соответственно на рис. 17.12, 17.13, 17.14.

Задача 17.8. Выполнить расчет зеркально-линзового объектива (рис. 17.15), состоящего из одиночного сферического зеркала и мениска Максутава, если $f' = -100,0$ мм; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$; центр входного зрачка совпадает с вершиной первой поверхности мениска. Мениск выполнен из стекла марки ТК16. Объектив работает в видимой области спектра (F' , e , C').

Найти оптимальное для данного варианта расстояние d_2 , определяющее положение зеркала относительно мениска.

Решение. Так как ахроматический мениск Максута (рис. 17.15) имеет только один свободный параметр, то конструктивные параметры объектива определяют из условия исправления сферической aberrации. Однако благодаря соответствующему выбору расстояния d_2 между мениском и зеркалом удается исправить и меридиональную кому.

Особенность расчета такой системы заключается в том, что при расчете компенсатор не принимается за бесконечно тонкий, т. е. $d_1 \neq 0$; $h_1 \neq h_2 \neq h_3$.

Из условия ахроматизации мениска $S_{1,ap} = 0$ найдем зависимость между углами α_2 и α_3 :

$$\alpha_3 = \alpha_2(h_2 - h_1)/h_2.$$

Расчет объектива выполним при нормировке первого вспомогательного луча: $h_1 = -f' = 1$; $\alpha_1 = 0$; $\alpha_4 = -1$.

Задаваясь различными значениями угла α_2 , определим α_3 , а из условия исправления сферической aberrации третьего порядка, записанного для всего объектива:

$$S_{1,os}^{\infty} = \sum_{v=1}^3 h_v P_v = h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_3 = 0,$$

где

$$P_1 = n\alpha_2^3/(n-1)^2; \quad h_1 = -f'; \quad d_1 = 0,1D_{\text{пол}};$$

$$P_2 = \frac{(\alpha_3 - \alpha_2)^2 n^2}{(n-1)^2} (\alpha_3 - \alpha_2/n); \quad h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2;$$

$$P_3 = (1 + \alpha_3)^2 (1 - \alpha_3)/4; \quad h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3,$$

найдем

$$h_3 = -(h_1 P_1 + h_2 P_2)/P_3; \quad d_2 = (h_2 - h_3)/\alpha_3.$$

Затем по формуле

$$r_v = h_v (n'_v - n_v)/(n'_v \alpha'_v - n_v \alpha_v)$$

вычислим радиусы кривизны зеркально-линзового объектива. Результаты вычислений приведены в табл. 17.22.

Аберрационный расчет был выполнен для вариантов 1, 2, 3, 4, 5. Результаты вычисления aberrаций точки на оси приведены в табл. 17.23, 17.24, 17.25, 17.26, 17.27. Из расчетов видно, что наилучшее качество изображения у тех объективов, где $d_2 = (1,05 - 1,35)f'$ — это варианты 2 и 3. Вариант 1, где $d_2 = 1,05372f'$ имеет наименьшее значение коэффициента изопланатизма (рис. 17.16), а следовательно, и наименьшее значение меридиональной комы: $K = -3f'\eta \operatorname{tg} \omega$.

На рис. 17.17 представлен график сферической и сферохроматической aberrаций точки на оси, рассчитанных в варианте 1.

Таблица 17.22. Значения параметров P , величин α , h , d

Параметры	α_2				
	-0,84	-0,842	-843	-0,85	-0,95
h_2	1,042	1,0421	1,042 15	1,0425	1,0475
α_3	-0,033 858	-0,034 016	-0,034 0953	-0,034 6522	-0,043 077
P_1	-2,529 53	-2,547 65	-2,556 73	-2,620 96	-3,650 909
P_2	2,178 06	2,192 88	2,200 03	2,252 82	3,705 62
P_3	0,241 258	0,241 216	0,241 195	0,241 047	0,238 786
h_3	1,077 68	1,088 00	1,093 19	1,130 04	1,159 33
d_2	1,053 72	1,349 39	1,497 02	2,526 26	2,596 01
$r_{1\text{тн}}$	-0,453 427	-0,452 350	-0,451 813	-0,448 092	-0,400 925
$r_{2\text{тн}}$	-0,484 563	-0,483 487	-0,482 950	-0,479 232	-0,432 099
$r_{3\text{тн}}$	-2,084 77	-2,104 418	-2,114 29	-2,184 39	-2,223 01
h_1	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
h_2	104,200	104,210	104,215	104,250	104,750
h_3	107,768	108,800	109,319	113,004	115,933
r_1	-45,3427	-45,2350	-45,1813	-44,8992	-40,0925
r_2	-48,4563	-48,3487	-48,2950	-47,9232	-43,2009
r_3	-208,477	-210,442	-211,429	-218,439	-222,301
К о н т р о л ь					
α_1	0	0	0	0	0
α_2	-0,839 999	-0,841 999	-0,843 000	-0,850 000	-0,949 999
α_3	-0,033 8578	-0,034 0168	-0,034 094	-0,034 6518	-0,043 0787
α_4	-1,000 002	-0,999 998	-1,000 000	-0,999 998	-1,000 000
Номер варианта	1	2	3	4	5

Таблица 17.23. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива «мениск Максута + одиночное сферическое зеркало», мм
 $f' = -99,9994$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ (вариант 1)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F \rightarrow}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-0,011	0,0014	0,04	-0,009	0,001	-0,012	0,001	0,003
35,0	-0,045	0,0080	0,07	-0,042	0,007	-0,047	0,008	0,005
42,5	-0,107	0,0238	0,09	-0,103	0,023	-0,112	0,025	0,009
50,0	-0,205	0,0529	0,08	-0,198	0,051	-0,212	0,054	0,014

Таблица 17.24. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива «мениск Максудова + одиночное сферическое зеркало», мм
 $f' = -100,0$; $D/f' = 1,2$; $2\omega = 2^\circ$ (вариант 2)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-0,011	0,0013	-0,01	-0,009	0,001	-0,012	0,001	0,003
35,0	-0,044	0,0079	-0,04	-0,041	0,007	-0,046	0,008	0,005
42,5	-0,105	0,0234	-0,08	-0,101	0,022	-0,109	0,025	0,008
50,0	-0,201	0,0520	-0,14	-0,194	0,050	-0,207	0,054	0,014

Таблица 17.25. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива «мениск Максудова + одиночное сферическое зеркало», мм
 $f' = -99,999\ 99$; $D/f' = 1,2$; $2\omega = 2^\circ$ (вариант 3)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-0,010	0,0013	-0,04	-0,009	0,0011	-0,012	0,001	0,003
35,0	-0,043	0,0077	-0,09	-0,040	0,0073	-0,046	0,008	0,006
42,5	-0,104	0,0231	-0,16	-0,099	0,0220	-0,108	0,024	0,009
50,0	-0,199	0,0515	-0,25	-0,192	0,0499	-0,205	0,053	0,013

Таблица 17.26. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива «мениск Максудова + одиночное сферическое зеркало», мм
 $f' = -100,0$; $D/f' = 1,2$; $2\omega = 2^\circ$ (вариант 4)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	η , %	$\Delta s'_{F \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow \infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-0,009	0,0012	-0,23	-0,008	0,001	-0,011	0,001	0,003
35,0	-0,040	0,0072	-0,48	-0,037	0,007	-0,043	0,008	0,006
42,5	-0,096	0,0214	-0,76	-0,091	0,020	-0,101	0,022	0,010
50,0	-0,183	0,0478	-1,06	-0,176	0,046	-0,190	0,049	0,014

Таблица 17.27. Аберрации точки на оси зеркально-линзового объектива «мениск Максута + одиночное сферическое зеркало», мм
 $f' = -100,005$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ (вариант 5)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-0,133	0,0168	-0,30	-0,131	0,0165	-0,134	0,017	0,003
35,0	-0,309	0,0562	-0,63	-0,305	0,0553	-0,314	0,056	0,009
42,5	-0,543	0,1226	-1,00	-0,535	0,1208	-0,550	0,124	0,015
50,0	-0,848	0,2252	-1,43	-0,837	0,2221	-0,859	0,228	0,022

Рис. 17.16. Графики зависимости коэффициента изопланатизма от величины d_1 :

1 — $1,05f'$; 2 — $1,35f'$; 3 — $1,49f'$; 4 — $2,53f'$; 5 — $2,59f'$

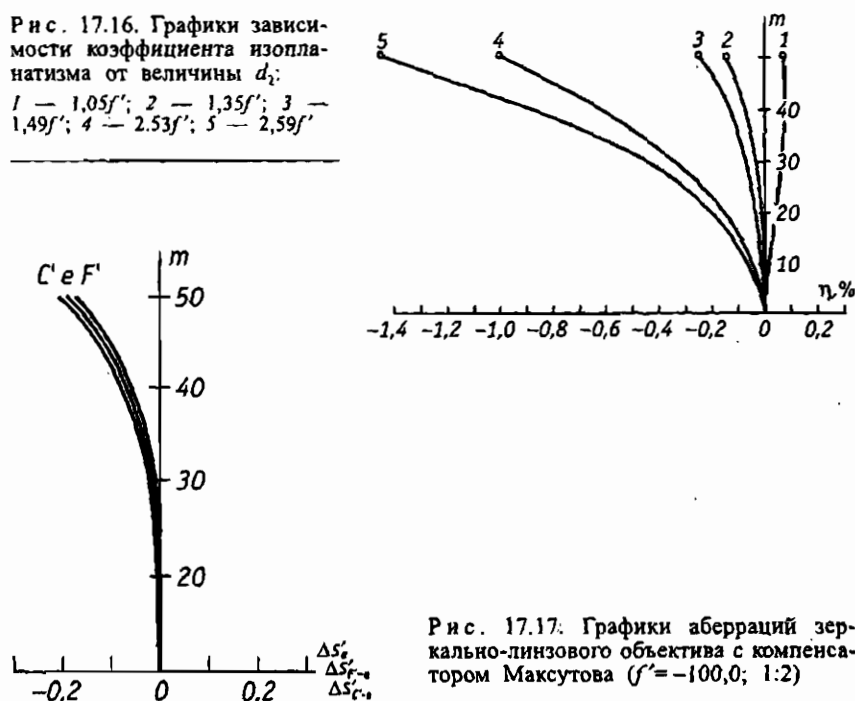


Рис. 17.17. Графики аберраций зеркально-линзового объектива с компенсатором Максута ($f' = -100,0$; $1:2$)

Задача 17.9. Выполнить параметрический синтез (расчет) зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором Максута, оптическая схема которого представлена на рис. 17.18, если $f'_{\infty} = 400$, $D/f'_{\infty} = 1:4$, $2\omega = 3^\circ$, $s_p = 0$, $\kappa_s = 0,35$, $\delta = 0,1f'_{\infty}$. Компенсатор выполнен из стекла марки ТК16 ($n_s = 1,6152$). Коррекция визуальная.

$$1) d_1 = 0,1 D_{\text{non}}/f_{06}' = 0,1 \cdot 103/400 = 2,575 \cdot 10^{-2};$$

$$2) d_3 = \delta - \kappa_3 = 0,1 - 0,35 = -0,25;$$

$$3) \alpha_4 = (1 - \kappa_3)/d_3 = -2,6;$$

$$4) r_3 = 2/\alpha_4 = 2/(-2,6) = -0,769\ 231;$$

$$5) r_4 = 2\kappa_3/(1 + \alpha_4) = -0,437\ 50;$$

6) конструктивные параметры зеркальной части объектива в предположении, что $\alpha_3 = 0$ при $f_{06}' = 400$, имеют значения:

$$\begin{array}{lll} r_3 = -307,692 & d_3 = -100 & n_3 = 1 \\ r_4 = -175,0 & & n_4 = -1 \\ & & n_5 = 1 \end{array}$$

$$7) P_3 = -\alpha_4^3/4 = -(-2,6)^3/4 = 4,394;$$

$$8) W_3 = \alpha_4^2/2 = -(-2,6)^2/2 = 3,38;$$

$$9) P_4 = 0,25(1 - \alpha_4)^2(1 + \alpha_4) = -5,185;$$

$$10) W_4 = (1 - \alpha_4^2)/2 = -2,88;$$

$$11) S_{1\text{ зер}} = P_3 + \kappa_3 P_4 = 4,394 + 0,35(-5,185) = 2,5796;$$

$$12) \text{примем расстояние } d_2 \geq d_3. \text{ Пусть } d_2 = d_3 = 0,25.$$

Выполним расчет компенсатора:

$$13) a = n/(1 - n)^2 = 1,6152/(1 - 1,6152)^2 = 4,267\ 70;$$

$$14) B = (1 + n)/d_1 = (1 + 1,6152)/(2,575 \cdot 10^{-2}) = 101,562;$$

$$15) C = S_{1\text{ зер}}/a = 2,5796/4,2677 = 0,604\ 447;$$

$$16) D = 2S_{1\text{ зер}}/(a d_1) = 2 \cdot 2,5796/(4,2677 \cdot 2,575 \cdot 10^{-2}) = 46,9474;$$

$$17) E = S_{1\text{ зер}}/(a d_1^2) = 2,5796/(4,2677 \cdot 2,575^2 \cdot 10^{-4}) = 911,5999,$$

тогда уравнение пятой степени относительно угла α_2 примет вид:

$$\alpha_2^5 - 101,562\alpha_2^4 + 6,04447 \cdot 10^{-1}\alpha_2^2 - 46,9477\alpha_2 + 911,5999 = 0;$$

$$\alpha_2 = -1,762\ 13;$$

$$18) \alpha_3 = -d_1\alpha_2^2/(1 - d_1\alpha_2) = -7,648\ 55 \cdot 10^{-2};$$

$$19) h_1 = 1; \quad h_2 = 1 - d_1\alpha_2 = 1,045\ 37;$$

$$h_3 = h_2 - d_2\alpha_3 = 1,064\ 49;$$

$$h_4 = h_3 - d_3\alpha_4 = 0,414\ 49;$$

$$20) \text{при } \alpha_3 = -7,648\ 55 \cdot 10^{-2} \text{ найдем}$$

$$S_{1\text{ зер}} = h_3 P_3 + h_4 P_4 = 4,67737 - 2,14875 = 2,5286;$$

Таблица 17.28

m	$\Delta s_e'$	$\Delta y_e'$	$\eta, \%$	$\Delta s_{FC}'$
0	0,0	0,00	0,00	-0,0001
35	0,438	0,039	0,094	-0,05
50	2,113	0,264	0,119	-0,132

21) заново пересчитаем коэффициенты уравнения (17.11): $\tilde{B} = 101,562$; $\tilde{C} = 5,593 \cdot 46 \cdot 10^{-1}$; $\tilde{D} = 43,4444$; $\tilde{E} = 843,580$, тогда

$$\tilde{\alpha}_2 = -1,727705; \quad \tilde{\alpha}_3 = -7,358 \cdot 897 \cdot 10^2;$$

22) для контроля решения уравнения исправления сферической аберрации в объективе рассчитаем параметры P_v по поверхности и

$$\text{найдем } S_{106} = \sum_{v=1}^{v=4} h_v P_v :$$

$$\begin{array}{ll} P_1 = -22,0091; & h_1 P_1 = -22,0091 \\ P_2 = 18,7862; & h_2 P_2 = 19,621 \, 99 \\ P_3 = 4,2662; & h_3 P_3 = 4,534 \, 497 \\ P_4 = -5,184; & h_4 P_4 = -2,140 \, 399 \\ \hline \Sigma h_v P_v = 0,006 \, 988 \end{array}$$

23) вычислим радиусы кривизны поверхностей объектива, предварительно определив $h_v = h_{v-1} - d_{v-1} \alpha_v$:

$h_1 = 400$	$r_1 = -88,1821$	$d_1 = 10,3$	$n_1 = 1$	
$h_2 = 417,795$	$r_2 = -94,5998$	$d_2 = 100$	$n_2 = 1,6152$	TK16
$h_3 = 425,154$	$r_3 = -318,0401$	$d_3 = -100$	$n_3 = 1$	
$h_4 = 165,154$	$r_4 = -206,443$		$n_4 = -1$	
			$n_5 = 1$	

Результаты аберрационного анализа исходного варианта объектива приведены в табл. 17.28. Рассчитанный объектив имеет $f'_{06} = 399,999$; $s'_{F'} = 165,154$.

Задача 17.10. Определить конструктивные параметры линзы Манжена, если она выполнена из стекла марки ТК16, имеет увеличение $\beta = -1,5$, апертурный угол в пространстве предметов $2\sigma_A = 30^\circ$. Предмет расположен на расстоянии $s_1 = -60,0$ мм. Спектральный интервал $F' e, C'$ ($n_e = 1,615 \, 19$).

Решение. Линза Манжена представляет собой линзу-мениск (рис. 17.19, б), выпуклая поверхность которого покрыта отражающим слоем. Сферическая аберрация в таком линзовом отражателе может быть уменьшена за счет взаимной компенсации сферической аберрации отражающей и преломляющей поверхностей. Хроматические аберрации в линзе не устраняются, поэтому углы первого вспомогательного луча с оптической осью α_2 и α_3 определяются из условия исправления сферической аберрации:

$$S_1^\infty = \sum_{v=1}^3 h_v P_v = h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_3 = 0. \quad (17.12)$$

Так как расчет выполняется при нормировке $\alpha_1 = \beta$; $\alpha_4 = 1$; $h_1 = -s_1 \alpha_1 = -s_1 \beta$ и, кроме того, при расчете линзу считают бесконечно тонкой, т. е. $d_1 = -d_2 = 0$; $h_1 = h_2 = h_3 = h$, то

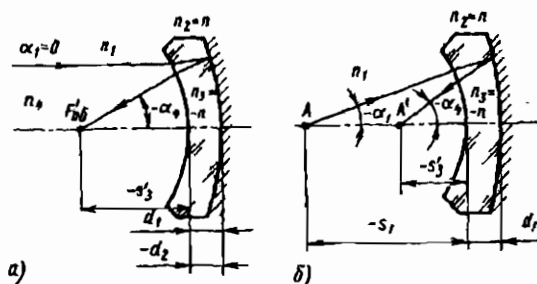


Рис. 17.19. Зеркало Манжена:

а — предмет в бесконечности; б — предмет расположен на конечном расстоянии

$$P_1 = [n/(n-1)^2](\alpha_2 + \beta)^2(\alpha_2 + n\beta);$$

$$P_2 = (n/4)(\alpha_3 - \alpha_2)^2(\alpha_3 + \alpha_2); \quad P_3 = [n/(n-1)^2](1 - \alpha_3)^2(\alpha_3 - n).$$

Используя равенство $r_1 = r_3$, выразим угол α_3 через угол α_2 :

$$h(n-1)/(n\alpha_2 + \beta) = h(n-1)/(n\alpha_3 - 1),$$

тогда

$$\alpha_3 = \alpha_2 + [(\beta + 1)/n].$$

Подставим значение угла $\alpha_3 = \psi(\alpha_2)$ в уравнение (17.12) и после соответствующих преобразований получим

$$2n(\alpha_2^3 + A\alpha_2^2 + B\alpha_2 + C)/(n-1)^2 = 0,$$

где

$$A = 0,5[(n+2)(\beta-1) + 3(\beta+1)/n] = -4,983\,33;$$

$$B = \beta^2(1+2n)/n - [(\beta+1)(n+2)/n] + [3-0,5(n-1)^2] \times \\ \times [(\beta+1)^2/2n^2] + n + 0,5 = 8,128\,16;$$

$$C = 0,5 \left[\left(1 - \frac{\beta+1}{n} \right)^2 \left(\frac{\beta+1}{n} - n \right) - \frac{1}{4}(n-1)^2 \left(\frac{\beta+1}{n} \right)^3 + n\beta^3 \right] = \\ = -4,374\,66.$$

Тогда

$$\alpha_2^3 - 4,983\,33\alpha_2^2 + 8,128\,16\alpha_2 - 4,374\,66 = 0. \quad (17.13)$$

Для решения кубического уравнения введем новую переменную

$$y = \alpha_2 + A/3 = \alpha_2 + (-4,983\,33)/3 = \alpha_2 - 1,661\,11,$$

тогда уравнение (17.13) примет вид

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \quad (17.14)$$

где

$$\begin{aligned} 3p &= B - A^2/3 = 8,128\,16 - (4,983\,33^2/3) = -0,014\,967; \\ 2q &= (2A^3/27) - AB/3 + C = 2(-4,983\,33)^3/27 - (-4,983\,33) \times \\ &\times (8,128\,16)/3 + (-4,374\,66) = -0,049\,020. \end{aligned}$$

Кубическое уравнение (17.14) будет иметь вид

$$y^3 - 0,014\,969\,y - 0,049\,020 = 0.$$

Найдем действительный корень уравнения $y = v + u = 3,804\,23$, где

$$u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}; \quad v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 3,804\,23 + (-4,983\,33/3) = 2,143\,12; \\ \alpha_3 &= 2,143\,12 + (-1,5 + 1)/1,615\,19 = 1,833\,56. \end{aligned}$$

Определим радиусы кривизны бесконечно тонкой линзы Манжена, полагая

$$h = -s_1\beta = -60,0 \cdot 1,5 = -90,0,$$

тогда

$$\begin{aligned} r_{1\text{тн}} &= h(n_2 - n_1)/(n_2\alpha_2 - n_1\alpha_1) = -90,0(1,615\,19 - 1)/(1,615\,19 \times \\ &\times 2,143\,12 + 1,5) = -28,2263; \\ r_{2\text{тн}} &= h(n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = -90,0(-1,615\,19 - \\ &- 1,615\,19)/[(-1,615\,19)1,833\,56 - 1,615\,19 \cdot 2,143\,12] = \\ &= -45,263\,89; \\ r_{3\text{тн}} &= h(n_4 - n_3)/(n_4\alpha_4 - n_3\alpha_3) = -90,0(-1 + 1,615\,19)/[1 \times \\ &\times (-1) - (-1,615\,19)1,833\,56] = -28,2263. \end{aligned}$$

Определим световой и полный диаметры линзы Манжена:

$$\begin{aligned} D_{\text{св}} &= 2s_1 \operatorname{tg} \sigma_A = 2 \cdot 60 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = 32,2; \\ D_{\text{пол}} &= D_{\text{св}} + \Delta D = 32,2 + 1,5 = 33,7. \end{aligned}$$

Примем $D_{\text{пол по пр}} = 34$ мм, тогда толщина линзы Манжена $d_1 = 3,4$. Вычислим высоты первого параксиального луча на поверхностях:

$$\begin{aligned} h_1 &= -90,0; \quad h_2 = -90,0 - 3,4 \cdot 2,143\,12 = -97,2866; \\ h_3 &= -97,2866 + 3,4 \cdot 1,833\,559 = -91,052\,50. \end{aligned}$$

Конструктивные параметры исходного варианта линзы Манжена имеют следующие значения:

		n_s		D_{ca}	$D_{пол}$
$r_1 = -28,2263$	$d_1 = 3,4$	1	TK16	32,2	34
$r_2 = -48,9286$	$d_2 = -3,4$	1,6152			
$r_3 = -28,5563$		-1,6152			
		-1			

При вычислении конструктивных параметров отражателя конечной толщины оказалось, что $r_1 \neq r_3$. Чтобы определить, какое значение радиуса кривизны следует оставить, необходимо определить значения параметров P_1, P_2, P_3 на каждой поверхности при известных α_2 и α_3 , оценить влияние каждой поверхности на абберационные свойства системы, выбрать то значение радиуса кривизны преломляющей поверхности, которое наибольшим образом оказывает влияние на абберации. Из вычислений параметров:

$$P_1 = \frac{n}{(n-1)^2} (\alpha_2 + \beta)^2 (\alpha_2 + n\beta) = 1,615\,19 / 0,615\,19^2 \times \\ \times (2,143\,12 - 1,5)^2 [2,143\,12 + 1,615\,19 (-1,5)] = -0,493\,659; \\ P_2 = -0,25 \cdot 1,615\,19 (1,833\,56 - 2,143\,12)^2 (1,833\,59 + \\ + 2,143\,12) = -0,153\,878; \\ P_3 = [1,615\,19 / (0,615\,19)^2] (1 - 1,833\,56)^2 (1,833\,56 - \\ - 1,615\,19) = 0,647\,543.$$

Так как $|P_1| < |P_3|$, то принимают r_1 равным r_3 .

Таким образом, из расчета получим следующие конструктивные параметры линзы Манжена:

		n_s		D_{ca}	$D_{пол}$
$r_1 = -28,5563$	$d_1 = 3,4$	1	TK16	32,2	34,0
$r_2 = -48,9286$	$d_2 = -3,4$	1,6152			
$r_3 = -28,5563$		-1,6152			
		-1			

Результаты абберационного анализа приведены в табл. 17.29, графики остаточных аббераций точки на оси представлены на рис. 17.20.

Таблица 17.29. Абберации точки на оси линзы Манжена, мм
 $s_1 = -60,0$; $\beta = -1,4685$; $2\sigma_A = 30^\circ$

m	ϵ			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F-\infty}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C-\infty}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-1,123	0	1,051	0	-2,174
8,5	0,019	-0,0016	0,01	-1,114	0,097	1,076	-0,096	-2,190
11,9	0,034	-0,0043	0,03	-1,107	0,137	1,101	-0,139	-2,208
14,5	0,048	-0,0073	0,06	-1,104	0,168	1,124	-0,175	-2,228
17,0	0,059	-0,0105	0,09	-1,104	0,195	1,144	-0,207	-2,248

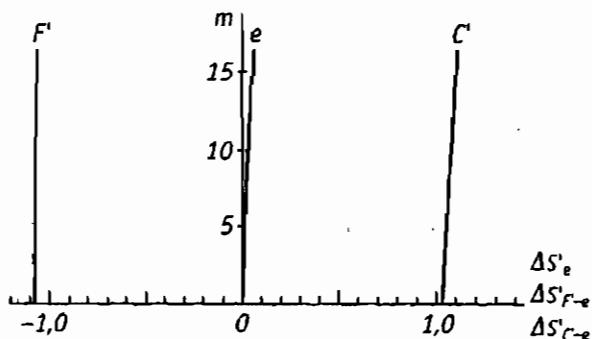


Рис. 17.20. Графики aberrаций линзы Манжана ($s_1 = -60,0$; $\beta \approx -1,5^\circ$; $2\sigma_s = 30^\circ$)

Задача 17.11. Выполнить расчет двухлинзового несклеенного объектива-отражателя, если $f' = -200,0$ мм; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$, входной зрачок совмещен с оправой отражателя (рис. 17.21). Объектив-отражатель выполнен из стекла марки БК8 и работает в спектральном диапазоне (F' , e , C').

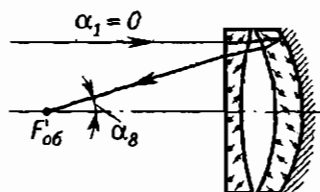


Рис. 17.21. Двухлинзовый несклеенный объектив-отражатель

Решение. Двухлинзовый несклеенный объектив-отражатель с первой плоской поверхностью имеет параметр $W_{об} = 0,5$, является ахроматом и позволяет хорошо исправить сферическую aberrацию. Для объектива-отражателя справедливы следующие соотношения: $r_1 = r_7$; $r_2 = r_6$; $r_3 = r_5$. Если обе линзы отражателя изготовлены из одной марки стекла и система находится в воздухе, то $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = n_4 = n$; $n_6 = n_8 = -1$;

$$n_5 = n_7 = -n.$$

Первая линза имеет $r_1 = \infty$, поэтому $\alpha_2 = 0$. Полагая объектив при расчете тонким: $d_1 = d_2 = d_3 = -d_4 = -d_5 = -d_6 = 0$, $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = h_7$ и принимая нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = \alpha_7 = 0$; $h_1 = -f' = 1$; $\alpha_8 = -1$, найдем из конструктивных условий

$$\alpha_4 = 0,5(m-1), \quad \alpha_5 = -0,5(m+1); \quad \alpha_6 = \alpha_3 - 1; \quad \alpha_7 = -m,$$

где $m = 1/n$.

Из условия исправления сферической aberrации $S_{1об}^\infty = \sum_{v=1}^7 h_v P_v = 0$ найдем

$$4(m^2 + m - 2)\alpha_3^2 + 2(2m^3 - m^2 - 4m + 3)\alpha_3 + (m^2 - 2m + 1) = 0.$$

Так как $m = 1/1,548\ 861 = 0,645\ 636$, то

$$3,750\ 077\ \alpha_3^2 - 1,077\ 744\ \alpha_3 - 0,125\ 574 = 0;$$

$$(\alpha_3)_1 = 0,376\ 363; (\alpha_3)_2 = -0,088\ 970.$$

Первое значение угла $\alpha_3 = 0,376\ 363$ соответствует первой положительной линзе, так как для тонкой системы $\alpha_3 = \varphi_1$, второе значение $\alpha_3 = -0,088\ 970$ соответствует первой отрицательной линзе. Выполним расчет конструктивных параметров объектива-отражателя для обоих вариантов.

При $\alpha_3 = 0,376\ 363$ вычислим значения углов первого вспомогательного луча по формулам [3], [1]

$$\alpha_4 = 0,5 (m - 1) = 0,5 (0,645\ 636 - 1) = -0,177\ 182;$$

$$\alpha_5 = -0,5 (m + 1) = (-0,5) (0,645\ 636 + 1) = -0,822\ 817;$$

$$\alpha_6 = \alpha_3 - 1 = 0,376\ 363 - 1 = -0,623\ 637;$$

$$\alpha_7 = -m = -0,646\ 357.$$

Контроль составления и решения уравнения исправления сферической аберрации, проведенный расчетом параметров P_v и W_v , дал следующие результаты:

$P_1 = 0;$	$W_1 = 0;$
$P_2 = 0,424\ 541;$	$W_2 = 0,399\ 727;$
$P_3 = -1,197\ 493$	$W_3 = -0,766\ 602;$
$P_4 = 0,161\ 409;$	$W_4 = 0,322\ 818;$
$P_5 = 0,029\ 191;$	$W_5 = -0,051\ 934;$
$P_6 = -0,000\ 7969;$	$W_6 = 0,012\ 837;$
$P_7 = 0,583\ 155;$	$W_7 = 0,583\ 155;$
$\sum_{v=1}^7 P_v = 0,000\ 006;$	$\sum_{v=1}^7 W_v = 0,500\ 001.$

Определим радиусы кривизны поверхностей тонких линз системы:

$$r_1 = r_7 = \infty;$$

$$r_{2\text{тн}} = r_{6\text{тн}} = (n_3 - n_2)/(n_3\alpha_3 - n_2\alpha_2) = (1 - 1,548\ 861)/0,376\ 363 =$$

$$= -1,458\ 330;$$

$$r_{3\text{тн}} = r_{5\text{тн}} = (n_4 - n_3)/(n_4\alpha_4 - n_3\alpha_3) = (1,548\ 861 - 1)/[1,548\ 861 \times$$

$$\times (-0,177\ 182 - 0,376\ 363)] = -0,843\ 372;$$

$$r_{4\text{тн}} = (n_5 - n_4)/(n_5\alpha_5 - n_4\alpha_4) = -2 (1,548\ 861)/[(-1,548\ 861) \times$$

$$\times (-0,822\ 817) - 0,177\ 182)] = -2,000\ 00.$$

Определим толщины линз и толщину воздушного промежутка. Для этого найдем световой диаметр линз $D_{\text{св}} = D = 100,0$, так как $a_p = 0$; полный диаметр линз $D_{\text{пол}} = D_{\text{св}} + \Delta D = 105,0$, где ΔD выбирается в зависимости от светового диаметра. Далее умножим радиусы кривизны тонкой системы на f' :

$$\begin{aligned} r_1 &= r_7 = \infty; \\ r_2 &= r_6 = (-1,458\ 3299) 200,0 = -291,666; \\ r_3 &= r_5 = (-0,843\ 372) 200,0 = -168,674; \\ r_4 &= (-2,000\ 000) 200,0 = -400,000. \end{aligned}$$

Определим стрелки прогиба поверхностей, толщину линз и воздушного промежутка: $k_2 = 4,58$; $k_3 = -8,05$; $d_1 = 7,6$; $d_2 = 12,8$; $d_3 = 10,3$. Примем $d_1 = 9,0$. Толщина первой положительной линзы взята больше расчетной с тем, чтобы обеспечить достаточную прочность линзы. Вычислим высоты первого параксиального луча:

$$\begin{aligned} h_1 &= h_2 = 200,0; \quad h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 200 - 12,8 \cdot 0,376\ 363 = 195,183; \\ h_4 &= h_3 - d_3 \alpha_4 = 195,183 - 10,3 (-0,177\ 182) = 197,007; \\ h_5 &= h_4 - d_4 \alpha_5 = 197,0075 - (-10,3) (-0,822\ 817) = 188,533; \\ h_6 &= h_5 - d_5 \alpha_6 = 188,533 - (-12,8) (-0,623\ 637) = 180,550; \\ h_7 &= h_6 - d_6 \alpha_7 = 180,550 - (-9) (-0,645\ 636) = 174,739. \end{aligned}$$

Определим радиусы линз конечной толщины:

$$\begin{aligned} r_v &= r_{v\text{тн}} h_v; \\ r_2 &= (-1,458\ 330) 200 = -291,666; \\ r_3 &= (-0,843\ 372) 195,183 = -164,612; \\ r_4 &= (-2,000\ 00) 197,0075 = -394,015; \\ r_5 &= (-0,843\ 372) 188,533 = -159,003; \\ r_6 &= (-1,458\ 33) 180,550 = -263,301. \end{aligned}$$

По условию конструкции $r_2 = r_6$; $r_3 = r_5$, поэтому можно получить два варианта исходной системы:

1) $r_1 = \infty$	$d_1 = 9,0$	2) $r_1 = \infty$	$d_1 = 9,0$
$r_2 = -291,666$	$d_2 = 12,3$	$r_2 = -263,301$	$d_2 = 12,3$
$r_3 = -164,612$	$d_3 = 10,3$	$r_3 = -159,003$	$d_3 = 10,3$
$r_4 = -394,015$	$d_4 = -10,3$	$r_4 = -394,015$	$d_4 = -10,3$
$r_5 = -164,612$	$d_5 = -12,8$	$r_5 = -159,003$	$d_5 = -12,8$
$r_6 = -291,666$	$d_6 = -9,0$	$r_6 = -263,301$	$d_6 = -9,0$
$r_7 = \infty$		$r_7 = \infty$	

В обоих вариантах фокусное расстояние будет несколько отличаться от заданного: $f'_{\text{об 1 пол}} = -203,038$; $f'_{\text{об 2 пол}} = -197,073$. Для при-

ведения его к заданному значению можно провести масштабирование системы. Для этого надо вычислить коэффициент масштабирования, равный отношению заданного фокусного расстояния к полученному из расчета, т. е. $\kappa_y = f'/f''_{\text{пол}}$. На этот коэффициент масштабирования необходимо умножить радиусы кривизны, толщины линз и воздушного промежутка.

Для второго корня $\alpha_3 = -0,088\,9716$ получены следующие два варианта объективов-отражателей:

3)	$r_1 = \infty$	$d_1 = 10,3$	1	n_e
	$r_2 = 1233,79$	$d_2 = 3,6$	1,5489	БК8
	$r_3 = -601,374$	$d_3 = 10,3$	1	
	$r_4 = -410,056$	$d_4 = -10,3$	1,5489	БК8
	$r_5 = -601,374$	$d_5 = -3,6$	-1,5489	
	$r_6 = 1233,79$	$d_6 = -10,3$	-1	
	$r_7 = \infty$		-1,5489	

$$f'_{\text{об 3 пол}} = -201,244$$

4)	$r_1 = \infty$	$d_1 = 10,3$	1	n_e
	$r_2 = 1188,34$	$d_2 = 3,6$	1,5489	БК8
	$r_3 = -581,690$	$d_3 = 10,3$	1	
	$r_4 = -410,056$	$d_4 = -10,3$	1,5489	БК8
	$r_5 = -581,690$	$d_5 = -3,6$	-1,5489	
	$r_6 = 1188,34$	$d_6 = -10,3$	-1	
	$r_7 = \infty$		-1,5489	

$$f'_{\text{об 4 пол}} = -205,053$$

Результаты абберационного анализа приведены в табл. 17.30, 17.31, 17.32, 17.33. Графики аббераций представлены на рис. 17.22, 17.23.

Как и следовало ожидать, наименьшие значения остаточных аббераций из четырех полученных вариантов дал вариант 3 с максимальными радиусами кривизны при $\alpha_3 = -0,088\,9716$.

Таблица 17.30. Абберации точки на оси объектива-отражателя, мм (вариант 1)
 $f' = -202,837$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ ($\alpha_3 = 0,376\,363$)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,060	0	0,059	0	-0,119
25,0	-0,147	0,018	0,30	-0,214	0,026	-0,081	0,010	-0,133
35,0	-0,349	0,061	0,59	-0,426	0,075	-0,275	0,048	-0,151
42,5	-0,615	0,133	0,87	-0,699	0,151	-0,532	0,115	-0,167
50,0	-0,948	0,237	1,14	-1,044	0,261	-0,855	0,214	-0,189

Таблица 17.31. Аберрации точки на оси объектива-отражателя, мм
(вариант 2)
 $f' = 197,073$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ ($\alpha_3 = 0,376\ 363$)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,005	0	0,006	0	-0,011
25,0	-0,135	0,017	0,35	-0,147	0,019	-0,123	0,016	-0,024
35,0	-0,336	0,061	0,69	-0,356	0,064	-0,316	0,057	-0,040
42,5	-0,611	0,136	1,01	-0,639	0,142	-0,582	0,129	-0,057
50,0	-0,967	0,249	1,32	-1,005	0,259	-0,929	0,239	-0,076

Таблица 17.32. Аберрации точки на оси объектива-отражателя, мм
(вариант 3)
 $f' = -201,246$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ ($\alpha_3 = -0,088\ 9716$)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,013	0	0,013	0	-0,026
25,0	0,028	-0,0035	0,39	0,012	-0,0015	0,043	-0,005	-0,031
35,0	0,038	-0,0067	0,77	0,019	-0,0033	0,056	-0,009	-0,037
42,5	0,029	-0,0063	1,14	0,008	-0,0017	0,049	-0,010	-0,041
50,0	0,000	-0,0000	1,51	-0,024	0,0061	0,024	-0,006	-0,048

Таблица 17.33. Аберрации точки на оси объектива-отражателя, мм
(вариант 4)
 $f' = -205,054$; $D/f' = 1:2$; $2\omega = 2^\circ$ ($\alpha_3 = -0,088\ 9716$)

m	e			F'		C'		$\Delta s'_{F-C}$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\eta, \%$	$\Delta s'_{F \rightarrow e}$	$\Delta y'$	$\Delta s'_{C \rightarrow e}$	$\Delta y'$	
0	0	0	0	-0,044	0	0,043	0	-0,087
25,0	-0,033	0,0039	0,36	-0,080	0,0098	0,013	-0,002	-0,093
35,0	-0,085	0,0148	0,72	-0,135	0,0234	-0,036	0,006	-0,099
42,5	-0,157	0,0335	1,07	-0,211	0,0449	-0,104	0,022	-0,107
50,0	-0,250	0,0619	1,41	-0,308	0,0762	-0,194	0,048	-0,114

Задача 17.12. Выполнить параметрический синтез зеркально-линзового объектива типа Кассегрена с компенсатором в виде линзы Манжена на вторичном зеркале, если $s_1 = -\infty$, $f'_{06} = 350$ мм, $D/f'_{06} = 1:4$, $\kappa_3 = 0,38$, $\delta = 0,1 f'_{06}$. Объектив работает в монохроматическом свете $\lambda_0 = 2$ мкм). Компенсатор выполнен из CaF_2 ($n_{\lambda_0} = 1,4239$). Входной зрачок совпадает с оправой главного зеркала (рис. 17.24).

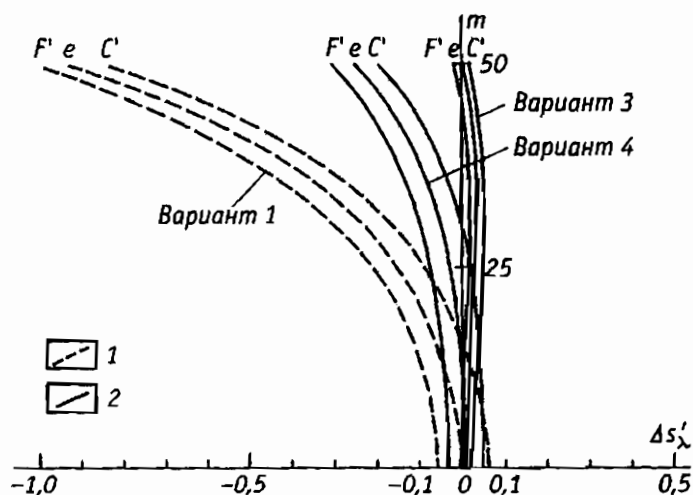


Рис. 17.22. Графики aberrаций двухлинзовых объективов-отражателей ($f'_{\text{об}} = -200,0$; 1:2) — варианты 1, 3, 4:

1 — aberrации в системах с $\alpha_3 = 0,376\ 363$; 2 — с $\alpha_3 = 0,088\ 971$

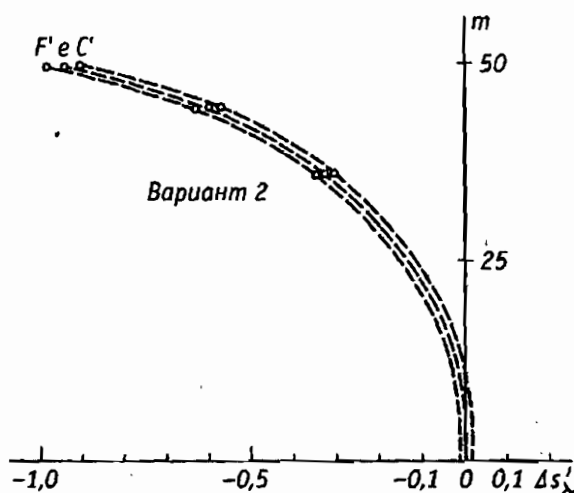


Рис. 17.23. Графики aberrаций двухлинзового объектива-отражателя ($f' = -200,0$; 1:2) — вариант 2

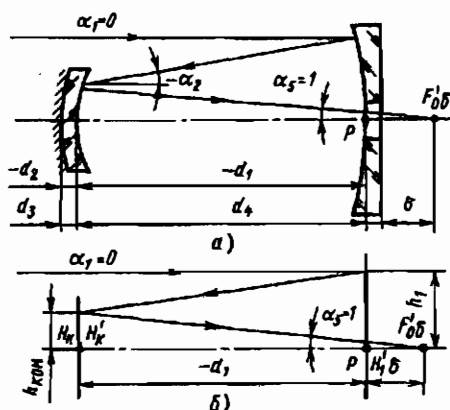


Рис. 17.24. Объектив типа Кассегрена с компенсатором в виде зеркала Манжена вместо вторичного зеркала:

a — оптическая схема объектива; b — ход первого вспомогательного луча

Решение. Расчет объектива (рис. 17.24, a) выполним при следующих условиях нормировки для углов и высот первого и второго вспомогательных лучей: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_3 = 1$; $h_1 = f'_{об} = 1$; $\beta_1 = 1$; $y_1 = s_p$; $I = -1$.

При расчете компенсатор принимаем бесконечно тонким, а отражающую поверхность зеркала заменим бесконечной плоскостью (рис. 17.24, b): $-d_2 = d_3 = 0$; $h_2 = h_3 = h_4 = h_{ком}$, $n_3 = -n$; $n_4 = n$. Для системы в воздухе $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = -1$. Конструктивные параметры компенсатора найдем из условия компенсации им сферической aberrации зеркальной части объектива с учетом того, что в линзе Манжена $r_2 = r_4$.

Запишем условие исправления сферической aberrации в объективе:

$$S_{1об} = \sum_{v=1}^{v=4} h_v P_v = P_1 + h_{ком} (P_2 + P_3 + P_4) = 0; \quad (17.15)$$

$$P_{ком} = P_2 + P_3 + P_4 = -P_1 / k_3.$$

Так как $r_2 = r_4$, получим

$$\alpha_4 = \alpha_3 + (1 - \alpha_2) / n.$$

Найдем значения параметров P_2 , P_3 , P_4 и их сумму. После соответствующих преобразований выражения для указанных параметров примут вид:

$$\begin{aligned} P_2 &= [n / (n-1)^2] [a_2 \alpha_3^3 + b_2 \alpha_3^2 + c_2 \alpha_3 + d_2]; \\ P_3 &= (n/4) [a_3 \alpha_3^3 + b_3 \alpha_3^2 + c_3 \alpha_3 + d_3]; \\ P_4 &= [n / (n-1)^2] [a_4 \alpha_3^3 + b_4 \alpha_3^2 + c_4 \alpha_3 + d_4], \end{aligned} \quad (17.16)$$

где

$$\begin{aligned} a_2 &= -1; & a_3 &= 0; & a_4 &= -1; \\ b_2 &= b\alpha_2; & b_3 &= 0; & b_4 &= (1/n)(nb + 3t); \\ c_2 &= -a\alpha_2^3; & c_3 &= 2t^2/n^2; & c_4 &= -(n^2a + 2ntb + 3t^2)/n^2; \\ d_2 &= n\alpha_2^3; & d_3 &= -t^3/n^3; & d_4 &= (n^4 + an^2t + bnt^2 + t^3)/n^3, \end{aligned}$$

здесь $a = 2n + 1$; $b = n + 2$; $t = \alpha_2 - 1$.

Найдем сумму параметров $\sum_{v=2}^{v=4} P_v$ и запишем условие компенсации aberrаций (17.15). После соответствующих преобразований получим

$$\alpha_3^3 + B\alpha_3^2 + C\alpha_3 + D = 0, \quad (17.17)$$

где

$$B = -\frac{1}{2n} [bn(\alpha_2 + 1) + 3t]$$

$$C = \frac{1}{2n^2} \left[an^2(1 + \alpha_2^2) + 2nbt + t^2 \left(3 - \frac{(n-1)^2}{2} \right) \right];$$

$$D = -\frac{1}{2} \left[n\alpha_2^3 + \frac{1}{n^3} (n^4 + an^2t + bnt^2 + t^3) \right] + \frac{(n-1)^2}{8n^2} \left(\frac{t^3}{n} + \frac{\alpha_2^3 n}{\kappa_3} \right)$$

Кубическое уравнение решаем по формулам Кардана (см. задачу 17.10), находим угол α_3 и по формуле $\alpha_4 = \alpha_3 + (1 - \alpha_2)/n$ вычисляем угол α_4 , а затем и радиусы кривизны бесконечно тонкой линзы компенсатора. Затем переходим к радиусам линзы конечной толщины.

Приведем последовательность параметрического синтеза объектива. Найдем конструктивные параметры зеркальной части объектива:

$$d_1 = \delta - \kappa_{\text{жк}} = 0,1 - 0,38 = -0,28; \quad \alpha_2 = (1 - \kappa_{\text{жк}})/d_1 = -2,214 \, 29;$$

$$r_1 = 2/\alpha_2 = 2/(-2,214 \, 29) = -0,903 \, 224;$$

$$r_2 = 2\kappa_{\text{жк}}/(1 + \alpha_2) = -0,625 \, 88;$$

Тогда конструктивные параметры зеркальной системы из двух зеркал при $f_{\infty}' = 350 \text{ мм}$:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -316,128 & d_1 = -98 & n_1 = 1 \\ r_2 = -216,058 & & n_2 = -1 \\ & & n_3 = 1 \end{array}$$

Вычислим $S_{I \text{ зер}}, S_{II \text{ зер}}$, полагая $s_p = 0$:

$$P_1 = -\alpha_2^3/4 = -(-2,214 \, 29)^3/4 = 2,7142;$$

$$P_2 = (1 - \alpha_2)^2(1 + \alpha_2)/4 = (1 + 2,214\ 29)^2[1 + (-2,214\ 29)]/4 = -3,1364;$$

$$S_{\text{пер}} = P_1 + \kappa_{\text{ок}} P_2 = 2,7142 + 0,38(-3,1364) = 1,522\ 36;$$

$$W_1 = \alpha_2^2/2 = (-2,214\ 29)^2/2 = 2,451; \quad W_2 = (1 - \alpha_2^2)/2 = -1,951;$$

$$y_1 = 0, y_2 = d_1 = -0,28, \text{ тогда } S_{\text{ил пер}} = y_2 P_2 + W_1 + W_2 = 1,3782.$$

Выполним расчет компенсатора, используя формулы (17.16)... (17.17). Для этого найдем:

$$t = \alpha_2 - 1 = -3,214\ 29; \quad b = n + 2 = 3,423\ 88; \quad a = 2n + 1 =$$

$$= 3,847\ 76; \quad B = -0,5 [b(\alpha_2 + 1) + 3t/n] = 5,4691;$$

$$C = [1/(2n^2)] [an^2(\alpha_2^2 + 1) + 2ntb + 3t^2] - [t^2(n-1)^2/(4n^2)] =$$

$$= 11,0427;$$

$$D = -0,5 [n\alpha_2^3 + (n^4 + an^2t + bnt^2 + t^3)/n^3] +$$

$$+ (n-1)^2 (t^3/n + \alpha_2^3 n/k_{\text{эл}})/(8n^2) = 7,679\ 34;$$

Тогда

$$\alpha_3^3 + 5,464\ 91\alpha_3^2 + 11,0427\alpha_3 + 7,679\ 34 = 0;$$

$$\alpha_3 = -1,52649;$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 + (1 - \alpha_2)/n = 0,730926;$$

Для контроля решения уравнения исправления сферической аберрации вычислим $P_1 = -2,7142$, $P_2 = -6,0973$, $P_3 = -1,44315$, $P_4 = 0,397\ 589$, тогда $S_{\text{пер}} = P_1 + h_{\text{ком}}(P_2 + P_3 + P_4) = -0,000\ 08$;

Определим радиусы кривизны бесконечно тонкой линзы компенсатора:

$$r_{2\text{ тн}} = -h_{\text{ком}}(n+1)/(\alpha_2 - n\alpha_3) = 3,95260;$$

$$r_{3\text{ тн}} = 2h_{\text{ком}}/(\alpha_4 + \alpha_3) = -0,955297;$$

$$r_{4\text{ тн}} = h_{\text{ком}}(1-n)/(1-n\alpha_4) = 3,95260;$$

Вычислим толщину линзы Манжена:

$$-d_2 = 0,1D_{\text{пол}} = 4,5; \text{ тогда } d_3 = -d_2 = 4,5;$$

Найдем высоты первого параксиального луча и r_v

$$h_1 = f_{\text{об}}' = 350;$$

$$h_2 = h_1 - d_1\alpha_2 = 132,999;$$

$$r_2 = r_{2\text{ тн}} h_2/h_{\text{ком}} = 1383,40;$$

Таблица 17.34

m	Остаточные aberrации системы				
	двухзеркальной		зеркально-линзовой с компенсатором		
	$\Delta s'_{\text{ш}}$	$K_{\text{ш}}$	$\Delta s'_{\lambda 0}$	$\Delta y'_{\lambda 0}$	$h, \%$
0	0	0	0	0	0
21,90	-1,043	-0,148	-0,010	-0,0006	0,278
30,97	-2,049	-0,292	-0,013	-0,0012	0,549
37,93	-3,091	-0,439	-0,010	-0,0010	0,811
43,80	-4,170	-0,594	0,001	0,0001	1,065

$$h_3 = h_2 - d_2 \alpha_3 = 126,129; \quad r_3 = r_{3 \text{ тн}} h_3 / h_{\text{ком}} = -317,083;$$

$$h_4 = h_3 - d_3 \alpha_4 = 122,839; \quad r_4 = r_{4 \text{ тн}} h_4 / h_{\text{ком}} = 1277,73.$$

Так как $|P_2| > |P_4|$, то примем $r_4 = r_2$ и получим исходный вариант объектива с $f'_{06} = 348,912$ и следующими конструктивными параметрами:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -316,128 & d_1 = -98 & n_1 = 1 \\ r_2 = 1383,399 & d_2 = -4,5 & n_2 = -1 \\ r_3 = -317,083 & d_3 = 4,5 & n_3 = -1,4239 \quad \text{CaF}_2 \\ r_4 = 1383,399 & & n_4 = 1,4239 \quad \text{CaF}_2 \\ & & n_5 = 1 \end{array}$$

Найдем коэффициент масштабирования $\gamma = 350/348,912 = 1,003$. После масштабирования получим:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -317,112 & d_1 = -98,3 & n_1 = 1 \\ r_2 = 1387,704 & d_2 = -4,5 & n_2 = -1 \\ r_3 = -318,069 & d_3 = 4,5 & n_3 = -1,4239 \quad \text{CaF}_2 \\ r_4 = 1387,704 & & n_4 = 1,4239 \quad \text{CaF}_2 \\ & & n_5 = 1 \end{array}$$

Рассчитанный объектив имеет $f'_{06} = 350,1$; $s'_F = 122,922$. Результаты абберационного анализа исходного варианта приведены в табл 17.34.

Задача 17.13. Вывести формулы для определения конструктивных параметров афокального ахроматического компенсатора комы, устанавливаемого в зеркальных системах с исправленной сферической aberrацией: а) в зеркальной системе из параболического зеркала; б) в зеркальной системе Кассегрена.

Решение. Известно [1], [3], что компенсатор меридиональной комы Чуриловского представляет собой афокальный ахроматический мениск с равными радиусами кривизны, внутри которого первый параксиальный луч идет параллельно оптической оси. Компенсатор всегда уста-

навливаются в сходящихся пучках лучей и для того, чтобы обеспечить такой ход луча в мениске, его располагают так, чтобы задний фокус зеркальной системы совпадал бы с гауссовым передним фокусом первой вогнутой поверхности мениска. Изображение, свободное от комы, получается в задней фокальной плоскости второй поверхности мениска. При расчете компенсатора из условия исправления меридиональной комы третьего порядка зеркальной части объектива определяют толщину компенсатора

$$d_v = S_{\text{лзр}} (n-1)^2 / (n^2 \beta_{v+1}). \quad (17.18)$$

Если окажется, что толщина компенсатора будет большой, то рекомендуется заменить мениск двумя линзами, как бы вводя в него ограниченный плоскими поверхностями воздушный промежуток.

Определим конструктивные параметры компенсатора комы, установленного в схеме, представленной на рис. 17.25. В соответствии с теорией компенсатора $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$, $\alpha_2 = \alpha_6 = -1$. Примем $f_{06}' = -1$, $h_1 = 1$, тогда $h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 1 + d_1$ и

$$d_1 = h_2 - 1. \quad (17.19)$$

Из условия компенсации меридиональной комы одиночного зеркала согласно формуле (17.18) найдем толщину мениска d_2 , объединив обе линзы компенсатора в один мениск, т. е. считая $d_3 = 0$:

$$d_2 = S_{\text{лзр}} (n-1)^2 / (n^2 \beta_3),$$

где $S_{\text{лзр}} = y_1 P_1 - I W_1$.

Так как $s_p = 0$, то $y_1 = s_p = 0$. Для системы в воздухе и при принятых условиях нормировки $I = -1$

$$S_{\text{лзр}} = W_1 = \alpha_2^2 / 2 = 0,5.$$

Найдем угол β_3 из расчета хода второго вспомогательного луча. Согласно нормировке $\beta_1 = 1$, тогда $\beta_2 = -1$, $y_2 = y_1 - d_1 \beta_2 = d_1$ и угол

$$\beta_3 = -1/n + (h_2 - 1)(n-1)/(nr_2).$$

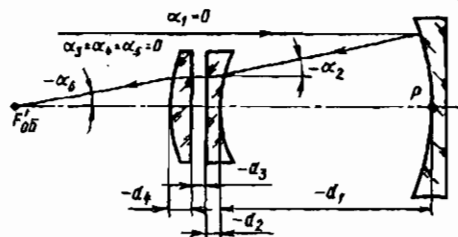


Рис. 17.25. Зеркально-линзовый объектив из одиночного зеркала и компенсатора комы

Для плосковыпуклой линзы $r_2 = (n-1)h_2$, тогда $\beta_3 = -1/(nh_2)$ и толщина мениска определится как

$$d_2 = -\frac{h_2(n-1)^2}{2n}. \quad (17.20)$$

Задавшись высотой h_2 или положением мениска d_1 , находим толщину мениска d_2 и конструктивные параметры системы при $f'_{06} = 1$.

$$\begin{aligned} r_1 &= -2 & d_1 &= h_2 - 1 \\ r_2 &= (n-1)h_2 & d_2 &= -0,5h_2(n-1)^2/n \\ r_3 &= (n-1)h_2 \end{aligned}$$

Например, пусть $h_2 = 0,2$, положим, что $d_1 = 0$, тогда при $f'_{06} = -1000$, если линза компенсатора выполнена из стекла марки К8 ($n_e = 1,5183$), получим:

$$\begin{array}{lll} r_0 = -2000 & d_1 = -800 & n_1 = 1 \\ r_2 = 103,66 & d_2 = -17,69 & n_2 = -1 \\ r_3 = 103,66 & & n_3 = -1,5183 \quad \text{К8} \\ & & n_4 = -1 \end{array}$$

Сферическую aberrацию зеркала исправим введением асферической поверхности. Если зеркало параболическое, то $e = 1$, и уравнение поверхности запишется в виде: $y_1^2 = 2r_0 z_1$, $z_1 = -4000z$.

Менисковый компенсатор со сферическими поверхностями позволяет простым и недорогим способом устранить влияние комы любого параболического зеркала. Если в схеме требуется устранить астигматизм, то необходимо сферические поверхности компенсатора сделать асферическими — гиперболическими с коэффициентом деформации $b = -0,25(n+1)^2$. При этом воздушный промежуток определится по формуле [1]

$$d_3 = -2(1-m)h_2/(3+m) - m(d_2 + d_4),$$

где $m = 1/n$.

Объектив Кассегрена с компенсатором комы (рис. 17.26). С учетом условий нормировки и апохроматической коррекции системы полагаем, что $\alpha_1 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$, $\alpha_3 = \alpha_7 = 1$, $h_1 = f'_{06} = 1$, $y_1 = s_p$, $\beta_1 = 1$. Если входной зрачок совпадает с оправой главного зеркала, то $y_1 = s_p = 0$. Найдем

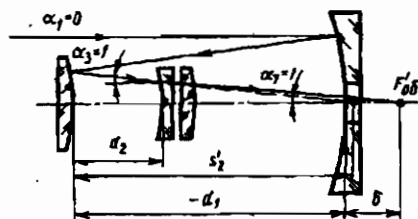


Рис. 17.26. Зеркально-линзовый объектив Кассегрена с компенсатором комы

$$\begin{aligned}h_2 &= h_1 - d_1 \alpha_2 = 1 - d_1 \alpha_2; \\h_{\text{ком}} &= h_2 - d_2 \alpha_3 = h_2 - d_2.\end{aligned}\quad (17.21)$$

Зададимся габаритным условием, гарантирующим удобное расположение плоскости изображения: $s'_2 = h_2 = -d_1$ (так как $\alpha_3 = h_2/d_1 = 1$). Тогда в соответствии с (17.21) запишем $-d_1 = 1 - d_1 \alpha_2$, тогда

$$d_1 = 1/(\alpha_2 - 1), \quad (17.22)$$

а так как $h_2 = -d_1$, то

$$h_2 = -1/(\alpha_2 - 1). \quad (17.23)$$

Угол α_2 в двухзеркальной системе можно найти по формулам табл. 16.2, либо из условия устранения в системе кривизны Петцваля ($S_{IV} = 0$). В соответствии с формулой для S_{IV} для двухзеркальной системы запишем

$$S_{IV} = -[\alpha_2 - (1 - \alpha_2^2)] = 0, \text{ т.е. } \alpha_2^2 + \alpha_2 - 1 = 0.$$

Из решения квадратного уравнения найдем два значения корня; положительное значение отбросим как неприемлемое, оставив отрицательное значение $\alpha_2 = -1,618\,034$, тогда в соответствии с (17.22), $d_1 = 1/(\alpha_2 - 1) = -0,381\,966$; $h_2 = -d_1 = 0,381\,966$ и радиусы кривизны при вершине асферических поверхностей зеркал будут соответственно равны:

$$r_{0_1} = 2/\alpha_2 = 2/(-1,618034) = -1,23607;$$

$$r_{0_2} = 2h_2/(1 + \alpha_2) = 2 \cdot 0,381966/(1 - 1,618034) = -1,23607.$$

Из расчетов видно, что по условию Петцваля зеркальная система должна иметь равные радиусы кривизны, т.е. $r_1 = r_2$.

Пусть обе линзы компенсатора соединены в один мениск, тогда его толщину d_3 можно определить из условия исправления им аберрации комы зеркальной части объектива:

$$d_3 = S_{II \text{ зер}} (n-1)^2 / (n^2 \beta_4),$$

где $S_{II \text{ зер}} = y_2 P_2 + W_1 + W_2 = d_1 P_2 + 0,5$; β_4 — угол второго вспомогательного луча.

Вычислив $S_{II \text{ зер}}$ и угол β_4 из расчета хода второго вспомогательного луча, получим

$$d_3 = (n-1)^2 h_3 / (2n).$$

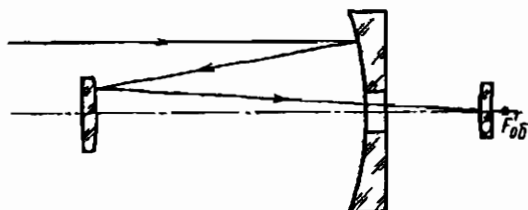


Рис. 17.27. К расчету компенсатора кривизны поля

Если положить, что $h_3 = 0,2$, то для системы с фокусным расстоянием $f_{об}' = 1000$ мм получим следующие конструктивные параметры объектива с компенсатором комы из стекла марки К8 ($n_e = 1,5183$):

$$\begin{array}{ll} r_{01} = -1236,07 & d_1 = -381,95 \\ r_{02} = -1236,07 & d_2 = h_2 - h_3 = 381,95 - 200 = 181,95 \\ r_3 = -103,66 & d_3 = 17,69 \\ r_4 = -103,66 & \end{array}$$

В рассматриваемой оптической системе использован тот же менискообразный компенсатор, что и в системе с параболоидным зеркалом. Таким образом, одним и тем же мениском можно устранить кому любого зеркального объектива, состоящего из анаберрационных поверхностей. В рассмотренной выше системе первое зеркало — параболоидное, второе — гиперboloидное. Определение эксцентриситетов поверхностей зеркал см. в главе 18.

Задача 17.14. Вывести формулы для определения конструктивных параметров компенсатора кривизны поля (линзы Смита), установленного вблизи плоскости изображения зеркального объектива Кассегрена (рис. 17.27).

Решение. Компенсатор кривизны поля устанавливается вблизи плоскости изображения, представляет собой плосковыпуклую линзу и является фактически коллективом. Определим конструктивные параметры компенсатора из условия исправления кривизны поля ($S_{IV} = 0$) для всей системы:

$$S_{IV} = -\sum_{v=1}^{v=4} \frac{1}{r_v} \left(\delta \frac{1}{n} \right)_v = 0.$$

Полагая, что $r_4 = \infty$, найдем:

$$r_3 = (1 - n) / [2n(1/r_{01} - 1/r_{02})],$$

где n — показатель преломления линзы; r_{01} и r_{02} — вершинные радиусы кривизны зеркальной системы, полученные из габаритного расчета.

ГЛАВА 18. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С АСФЕРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ.

Асферические поверхности (АП), применяемые в оптических системах, позволяют упростить их конструкцию, уменьшить габариты и массу, повысить оптические характеристики и улучшить качество изображения. Это объясняется значительно большими коррекционными возможностями АП по сравнению со сферическими поверхностями. Если отдельная сферическая поверхность имеет один свободный параметр — радиус кривизны, то АП имеет от двух (для поверхностей второго порядка) до множества свободных параметров (для АП высших порядков).

Особое место занимают анаберрационные поверхности, свободные от сферической аберрации (гл. 3). Одна линза с такой поверхностью или анаберрационное зеркало при относительном отверстии 1:1 позволяет заменить 4–5 линз.

Известно несколько методов расчета оптических систем с АП. Среди них можно отметить: метод, использующий теорию аберраций третьего порядка; метод дифференциальных уравнений; дифференциальный метод Д.С. Волосова, интегральный метод М.М. Русинова. Первый из перечисленных методов позволяет получить хорошее исправление аберраций в оптических системах с относительным отверстием до 1:2...1:3. Он эффективен при расчете конденсоров, зеркальных и ряда линзовых систем. Он позволяет простыми математическими средствами получить форму АП и исправить не только аберрации третьего порядка, но и частично аберрации высших порядков.

В данной главе при решении задач применяется метод, основанный на теории аберраций третьего порядка. Основные формулы для расчета приведены в гл. 3 и гл. 8.

Задача 18.1. Доказать, что преломляющая параболоидная поверхность не является анаберрационной при $s_1 = -\infty$, и одновременно показать, при каком эксцентриситете e асферическая поверхность станет анаберрационной.

Решение. Анаберрационная поверхность свободна от сферической аберрации, $\Delta s''' = 0$. Можно записать, что $\Delta s''' = \Delta s'''_{III} + \Delta s'''_V + \Delta s'''_{VII} + \dots$, где $\Delta s'''_{III} = 0$, $\Delta s'''_V = 0$, $\Delta s'''_{VII} = 0$ и т. д. Поэтому достаточно доказать, что $\Delta s'''_{III} = 0$. Поскольку $\Delta s'''_{III} = -(0,5m^2/f')S''_{1a}$, то докажем, что $S''_{1a} \neq 0$ (S''_{1a} — первая сумма Зейделя для асферической поверхности). Рассмотрим два случая (рис. 18.1). Первый случай (рис. 18.1, а): $n_1 = n$, $n_2 = 1$. Примем нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, $h_1 = f' = 1$. Для одной асферической поверхности $S''_{1a} = h_1(P_1 + B_1)$, где

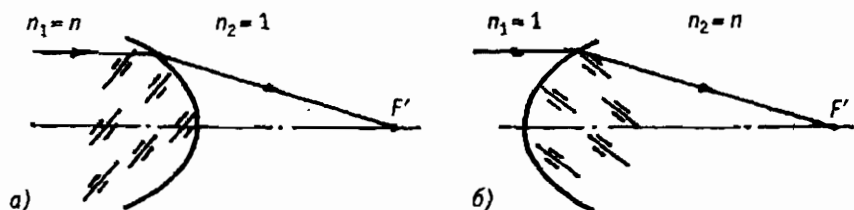


Рис. 18.1. Параболоидная преломляющая поверхность, разделяющая среды с показателями преломления n_1 и n_2 :

а — $n_1 = n$, $n_2 = 1$; б — $n_1 = 1$, $n_2 = n$

$$P_1 = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{(1 - 1/n)^2} \left(\alpha_2 - \frac{\alpha_1}{n_1} \right) = \frac{\alpha_2^3}{(1 - 1/n)^2} = \frac{n^2}{(n-1)^2};$$

$$B_1 = \frac{b_1 (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1)^3}{(n_2 - n_1)^2} = \frac{b_1 \alpha_2^3}{(1 - n)^2} = -\frac{1}{(n-1)^2},$$

так как для параболы эксцентриситет $e_1 = 1$, а коэффициент деформации $b_1 = -e_1^2 = -1$. Тогда

$$S_{1a}^\infty = P_1 + B_1 = \frac{n^2}{(n-1)^2} - \frac{1}{(n-1)^2} = \frac{n^2 - 1}{(n-1)^2} = \frac{n+1}{n-1} \neq 0.$$

Из последней формулы видно, что $S_{1a}^\infty = 0$ в том случае, когда $b_1 = -n^2$, следовательно $e_1 = \sqrt{-b_1} = n$ и поверхность имеет форму гиперboloида. Это было доказано в гл. 3 при использовании условия образования точечного изображения.

Второй случай (рис. 18.1, б): $n_1 = 1$, $n_2 = n$. Примем такую же, как в первом случае, нормировку первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, $h = f' = 1$.

Для поверхности $S_{1a}^\infty = h_1(P_1 + B_1) = P_1 + B_1$. В данном случае

$$P_1 = \frac{\alpha_2^2}{(1/n - 1)} \frac{\alpha_2}{n} = \frac{n \alpha_2^3}{(n-1)^2} = \frac{n}{(n-1)^2};$$

$$B_1 = \frac{b_1 (n \alpha_2)^3}{(n-1)^2} = -\frac{n^3}{(n-1)^2}, \text{ где } b_1 = -1;$$

$$S_{1a}^\infty = P_1 + B_1 = \frac{n}{(n-1)^2} - \frac{n^3}{(n-1)^2} = \frac{n(1 - n^2)}{(n-1)^2} = -\frac{n(1+n)}{n-1} < 0.$$

Из последней формулы видно, что $S_{1a}^\infty = 0$, когда $b_1 = -1/n^2$, $e = 1/n$, т. е. поверхность имеет форму эллипсоида. Это было также

показано в гл. 3 с применением условия точечного изображения. Следует обратить внимание на то, что в первом случае $S_{1a}'' > 0$, а во втором — $S_{1a}'' < 0$.

Задача 18.2. Показать, что в плосковыпуклой линзе при замене сферической поверхности параболоидной уменьшается сферическая aberrация. Во сколько раз уменьшается сферическая aberrация третьего порядка, если линза выполнена из стекла марки К8 ($n_s = 1,5183$)? Рассмотреть линзу с первой плоской и второй параболоидной поверхностью и линзу, повернутую на 180° . Где применяются эти линзы?

Решение. Примем линзу бесконечно тонкой: $d_1 = 0$, $h_1 = h_2$. В соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча для линзы с первой плоской поверхностью $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $h_1 = h_2 = f' = 1$, $\alpha_3 = 1$; для нее $n_1 = n_2 = 1$, $n_s = n$. Так как сферическая aberrация третьего порядка $\Delta s_{III}'' = -(0,5m^2/f')S_1''$, то для определения ее изменения достаточно рассмотреть S_1'' . Вначале рассмотрим плоско-выпуклую линзу со второй сферической поверхностью. Для нее $\alpha_1 = 0$, а P_2 с учетом нормировки первого вспомогательного луча определяется уравнением $P_2 = \alpha_3^3/(1 - 1/n)^2 = n^2/(n - 1)^2$.

В результате имеем $S_1'' = h_1(P_1 + P_2) = P_2 = n^2/(n - 1)^2$.

Для плоскопараболоидной линзы со второй асферической поверхностью остается такая же нормировка первого вспомогательного луча: $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f'_1$, $\alpha_3 = 1$ и $S_{1a}'' = P_2 + B_2$. Результат получим такой же, как для одной параболоидной поверхности при $n_1 = n$, $n_2 = 1$ (задача 14.1, случай 1), т. е. $S_{1a}'' = (n + 1)/(n - 1)$. Для определения изменения сферической aberrации третьего порядка составим отношение

$$\frac{\Delta s_{III}''}{\Delta s_{IIIa}''} = \frac{S_1''}{S_{1a}''} = \frac{n^2(n - 1)}{(n - 1)^2(n + 1)} = \frac{n^2}{n^2 - 1}.$$

Подставив $n = 1,5183$, получим $\Delta s_{III}''/\Delta s_{IIIa}'' = 1,766$, т. е. во столько раз уменьшилась сферическая aberrация при замене сферической поверхности на параболоидную.

Теперь рассмотрим бесконечно тонкую выпуклоплоскую линзу с первой сферической поверхностью, для которой так же, как и ранее, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = f' = 1$. Тогда $S_1'' = P_1 + P_2$. Для определения P_1 и P_2 надо найти угол α_2 . Для второй — плоской — поверхности запишем уравнение параксиального луча: $n_2\alpha_2 = n_3\alpha_3$, откуда $\alpha_2 = 1/n$. Найдем P_1 и P_2

$$P_1 = \left(\frac{\alpha_2}{1/n - 1} \right)^2 \frac{\alpha_2}{n} = \frac{1}{(1 - n)^2 n^2};$$

$$P_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1 - 1/n} \right)^2 \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2}{n} \right) = \left(\frac{1 - 1/n}{1 - 1/n} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) = 1 - \frac{1}{n^2},$$

поэтому

$$S_1^{\infty} = P_1 + P_2 = \frac{1}{(1-n)^2 n^2} + 1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}.$$

Для линзы с первой параболоидной и второй плоской поверхностью

$$S_{1a}^{\infty} = P_1 + B_1 + P_2 = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2} + B_1,$$

где

$$B_1 = \frac{b_1 (n\alpha_2)^3}{(n-1)^2} = -\frac{[n(1/n)]^3}{(n-1)^2} = -\frac{1}{(n-1)^2},$$

где $b_1 = -e_1^2 = -1$, тогда

$$S_{1a}^{\infty} = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2} - \frac{1}{(n-1)^2} = \frac{(n^2 - 1)(n - 2)}{n(n-1)^2}.$$

Заметим, что $S_{1a}^{\infty} < 0$, когда $n < 2$.

Определим, во сколько раз уменьшается сферическая aberrация третьего порядка в выпуклоплоской линзе (линзе благоприятной формы) при замене сферической поверхности на параболоидную:

$$\frac{\Delta S_{III}^{\infty}}{\Delta S_{IIIa}^{\infty}} = \frac{S_1^{\infty}}{S_{1a}^{\infty}} = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n^2 - 1)(n - 2)}.$$

Подставив $n = 1,5183$, получаем $\Delta S_{III}^{\infty} / \Delta S_{IIIa}^{\infty} = -1,415$. Следовательно, при $n < 2$ параболоидноплоская положительная линза вносит отрицательную сферическую aberrацию и тем самым при ее использовании в системе она может компенсировать положительную сферическую aberrацию.

Плоскопараболоидная линза используется в конденсорах, где не требуется полного исправления сферической aberrации. При этом принимается во внимание, что параболоидную поверхность легче изготовить, чем поверхности другой формы.

Задача 18.3. Рассчитать однолинзовый конденсор в виде плоско-выпуклой линзы с асферической поверхностью, если источник света установлен в передней фокальной плоскости линзы (рис. 18.2, а). Форму поверхности найти из условия исправления сферической aberrации третьего порядка. Размер тела накала источника света

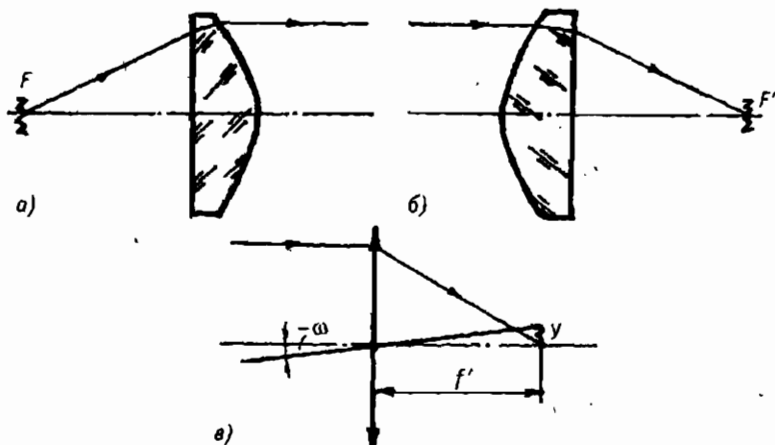


Рис. 18.2. Однолинзовый конденсор с асферической поверхностью
 а — в прямом ходе лучей; б — в обратном ходе лучей

$a \times b = 2,8 \times 2,9$ мм, $f' = 50$ мм, $D/f' = 1:2$, линза выполнена из стекла К8 ($n_s = 1,5183$). Найти максимальный диаметр линзы, ограниченный формой асферической поверхности.

Решение. Из конденсора выходит параллельный пучок лучей, поэтому он рассчитывается в обратном ходе лучей (рис. 18.2, б). К параллельному пучку лучей линза обращена выпуклой поверхностью и даже в случае сферической поверхности сферическая aberrация третьего порядка практически минимальна.

Найдем вершинный радиус кривизны r_{01} , который определяется так же, как и для обычной плосковыпуклой линзы: $r_{01} = f'(n - 1) = 50 \cdot 0,5183 = 25,9150$.

Определим эксцентриситет поверхности и ее форму, положив $\Delta s_m^{\infty} = -(0,5m^2/f')S_1^{\infty} = 0$, поэтому $S_1^{\infty} = 0$. Примем линзу бесконечно тонкой ($d = 0$, $h_1 = h_2$) (рис. 18.2, в), а по нормировке первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, $h_1 = f' = 1$. В задаче 18.2 показано, что в выпуклоплоской линзе $\alpha_2 = 1/n$ и $P_1 + P_2 = (n^3 - 2n^2 + 2)/[n(n-1)^2]$.

Найдем коэффициент деформации первой поверхности из условия

$$S_1^{\infty} = h_1 (P_1 + B_1 + P_2) = P_1 + B_1 + P_2 = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2} + B_1 = 0,$$

где

$$B_1 = \frac{b_1 (\alpha_2 n - \alpha_1)^3}{(n-1)^2} = \frac{b_1 [(1/n)n]^3}{(n-1)^2} = \frac{b_1}{(n-1)^2},$$

тогда

$$\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2} = -\frac{b_1}{(n-1)^2},$$

откуда $b_1 = -(n^3 - 2n^2 + 2)/n$.

Подставив в уравнение для коэффициента деформации b_1 значение $n_e = 1,5183$, получаем $b_1 = -0,585\ 8976$, тогда $e_1 = \sqrt{-b_1} = 0,765\ 4394$. Следовательно получили поверхность второго порядка — эллипсоид, так как $e_1 < 0$. Уравнение его профиля $y_1^2 = 2r_0 z_1 - (1 - e_1^2) z_1^2$ или $y_1^2 = 51,83 z_1 - 0,414\ 1025 z_1^2$.

Определим световой и полный диаметры линзы: $D_{\text{св}} = D = 25\text{ мм}$, $D_{\text{пол}} = 25 + 1,8 = 26,8$; $D_{\text{пол по пр}} = 28$. Для вычисления стрелки прогиба поверхности надо решить уравнение профиля, подставив $y_1 = D_{\text{пол}}/2$, и определить z_1 . В результате получим $y_1^2 = 51,83 z_1 - 0,414\ 1025 z_1^2 = 14^2$ или $0,414\ 1025 z_1^2 - 51,83 z_1 + 196 = 0$, $z_1 = 3,90$.

Толщина линзы $d = k_1 + d_{\text{мин}} = z_1 + d_{\text{мин}} = 3,90 + 1,8 = 5,7$.

В результате получили

	марка стекла	n_e
$r_{01} = 25,915$ $r_2 = \infty$	$d = 5,7$	K8 1,5183
$y_1^2 = 51,83 z_1 - 0,414\ 1025 z_1^2$		

Определим угловое поле конденсора. Для этого вначале найдем величину диагонали тела накала источника

$$2y = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2,8^2 + 2,9^2} = 4,031.$$

Угловое поле (рис. 18.2, в) $2\omega = 2\arctg(y/f') = 2\arctg(2,0155/50) = 4,62^\circ$.

Диаметр линзы ограничивается величиной малой оси $2b$ эллипса (рис. 3.2). Вначале получим формулу для $2b$. Зная уравнение профиля $y^2 = 2r_0 z - (1 - e^2) z^2$, определим вершины кривой, положив $y = 0$: $z_1 = 0$, $z_2 = 2a = 2r_0/(1 - e^2)$, поэтому $a = r_0/(1 - e^2)$. При $z = a$ из уравнения профиля получим $y = b$; $b^2 = y^2 = r_0^2/(1 - e^2)$ и $b = r_0/\sqrt{1 - e^2}$, $2b = 2r_0/\sqrt{1 - e^2}$. Подставив численные значения для $r_0 = r_{01}$ и $e = e_1$, имеем $2b = 80,5$. Однако в этом случае получим линзу значительной толщины $d = a = 62,6\text{ мм}$ и кроме того, не все лучи пройдут через линзу, поэтому можно взять $D_{\text{max}} \equiv (1,4 \dots 1,6) b \approx 56 \dots 64\text{ мм}$.

Следует обратить внимание на то, что величины полуосей a и b в данном случае нельзя определять по формулам, приведенным для анаберрационных поверхностей в гл. 3.

Задача 18.4. Эллипсоидная отражающая поверхность имеет вершинный радиус кривизны $r_0 = -75\text{ мм}$, эксцентриситет $e = 0,5$. Определить положения s'_p анастигматических выходных зрачков. Проверить, являются ли центры зрачков анаберрационными точками.

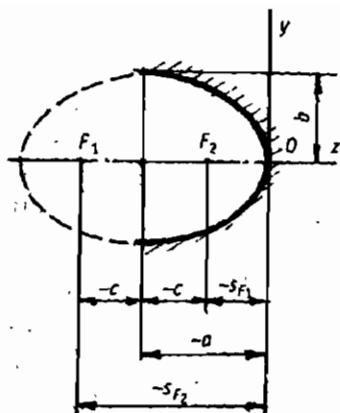


Рис. 18.3. Профиль эллипсоидной отражающей поверхности

Решение. Для поверхностей второго порядка положение анастигматических выходных зрачков, найденных с применением уравнений Юнга — Гульстранда [1], определяется уравнением

$$s'_{P'} = -\frac{r_0}{B} (1 \pm \sqrt{1+B}),$$

где $B = -(1 - e^2)$.

Используя условия задачи, запишем уравнение профиля поверхности (начало координат совмещено с вершиной поверхности): $y^2 = 2r_0z - (1 - e^2)z^2 = 2(-75)z - (1 - 0,25)z^2 = -150z - 0,75z^2$; уравнение профиля можно записать в виде $y^2 = Az + Bz^2$, поэтому в данном случае $B = -0,75$. Подставим полученные значения в уравнение $s'_{P'}$:

$$s'_{P'_1} = -\frac{r_0}{B} (1 + \sqrt{1+B}) = -\frac{(-75)}{(-0,75)} (1 + \sqrt{1-0,75}) = -150;$$

$$s'_{P'_2} = -\frac{r_0}{B} (1 - \sqrt{1+B}) = -\frac{(-75)}{(-0,75)} (1 - \sqrt{1-0,75}) = -50.$$

Для того, чтобы определить, в каких особых точках находятся центры выходных зрачков, найдем геометрические характеристики эллипса — величины полуосей a и b , расстояние $2c$ между геометрическими фокусами F_1 и F_2 и положения геометрических фокусов $s_{F_1} = a - c$ и $s_{F_2} = c + a$ (рис. 18.3). Для вычисления a и b используем формулы, полученные в задаче 18.3:

$$a = r_0 / (1 - e^2) = -75 / (1 - 0,5^2) = -100;$$

$$b = \left| r_0 / \sqrt{1 - e^2} \right| = \left| -75 / \sqrt{1 - 0,25} \right| = 86,6025,$$

тогда $c = ae$ (см. гл. 3) и $c = -100 \cdot 0,5 = -50$.

Найдем положения точек геометрических фокусов: $s_{F_2} = c + a = -50 - 100 = -150$; $s_{F_1} = a - c = -100 + 50 = -50$, т. е. $c + a = s'_{P'_1}$, а $a - c = s'_{P'_2}$, следовательно центры выходных зрачков совпадают с геометрическими фокусами эллипсов.

Проверим, являются ли эти точки анаберрационными. Для этого вычислим величины полуосей, используя формулы для анаберрационных отражающих поверхностей (гл. 3): $a = 0,5(s + s') = 0,5 \times (s'_{P'_1} + s'_{P'_2}) = 0,5(-150 - 50) = -100$, $b = \sqrt{ss'} = \sqrt{s'_{P'_1} \cdot s'_{P'_2}} = 86,6025$.

Полученные значения совпали с теми, что вычислены по общим формулам для a и b , следовательно точки являются анаберрационными и сопряженными. Поэтому, если в одном из геометрических фокусов находится центр выходного зрачка, то в другом находится центр входного зрачка.

Задача 18.5. Вывести уравнение профиля анаберрационной отражающей поверхности, если $s_1 = -\infty$ и доказать, что поверхность не является апланатической.

Решение. Для вывода уравнения профиля поверхности используем условие образования точечного изображения (гл. 3) $\sum n l = \text{const}$. Так как знаки отрезков учитывают отражение лучей и изменение знака показателя преломления на обратный ($n' = -n$), то применительно к отражающей поверхности условие точечного изображения сводится к суммированию отрезков для каждого из лучей.

Запишем равенство геометрических путей для действительного луча, идущего на высоте y , и для параксиального луча ($y = 0$) (рис. 18.4): $MK + KF' = F'O + OF'$ или $-f' + z + \sqrt{y^2 + (z - f')^2} = -2f'$, откуда $\sqrt{y^2 + (z - f')^2} = -f' - z = -(f' + z)$.

Возведя обе части уравнения в квадрат, имеем $y^2 + (z - f')^2 = [-(f' + z)]^2$ и в результате получаем $y^2 = 4f'z$. Так как $f' = r_0/2$, то $y^2 = 2r_0z$ — получено уравнение параболы, следовательно $e = 1$.

Для того, чтобы поверхность была апланатической, при отсутствии сферической аберрации необходимо соблюдение условия синусов, т. е. $\Delta f' = \text{const}$ при $s_1 = -\infty$. Найдем $\tilde{f}' = y/\sin \sigma'$.

Из рис. 18.4 видно, что

$$\begin{aligned}\tilde{f}' &= KF' = \sqrt{y^2 + (f' - z)^2} = \sqrt{4f'z + (f' - z)^2} = \\ &= \sqrt{(f' + z)^2} = f' + z,\end{aligned}$$

т. е. $\tilde{f}' - f' = \Delta f' = z = \text{var}$.

Следовательно, анаберрационная параболоидная отражающая поверхность не является апланатической и вносит меридионального кому, которую для небольших угловых полей можно оценить по формуле $K = 3y'\Delta f'/f'$, где $y' = -f'\text{tg } \omega$, поэтому $K = -3\Delta f'\text{tg } \omega$.

Задача 18.6. Рассчитать анаберрационную систему Грегори (классическая система) с $f' = -180$ мм, $D/f' = 1:3$, $2\omega = 3^\circ$, $\kappa_3 = 0,38$ и $\delta = 0,03f'$, если из габаритного расчета получено (гл. 16) $r_1 = -91,3043$, $r_2 = 27,6763$, $d = -63$. Выполнить аберрационный анализ

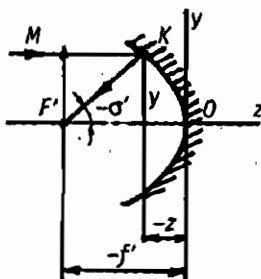


Рис. 18.4. Анаберрационная отражающая поверхность

анаберрационной системы и системы типа Грегори со сферическими поверхностями и сравнить значения сферической аберрации и меридиональной комы.

Решение. В двухзеркальной системе Грегори анаберрационным является каждое зеркало. Поэтому для определения эксцентриситетов зеркал можно использовать условие исправления сферической аберрации третьего порядка, поскольку для рассматриваемых поверхностей сферическая аберрация в целом исправлена за счет исправления аберрации третьего, пятого и более высоких порядков. Поэтому коэффициент деформации каждой поверхности определим из условия $S_1 = 0$. При расчете учтем, что $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = -1$.

Вначале выведем формулы для определения эксцентриситетов зеркал. Для первого (главного) зеркала $S_1 = h_1(P_1 + B_1)$, и $S_1 = 0$, если $P_1 = -B_1$.

Запишем уравнения для P_1 и B_1 , используя общие формулы (гл. 8) и учитывая, что $\alpha_1 = 0$, $n_2 = -n_1 = -1$:

$$P_1 = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1/n_2 - 1} \right)^2 \left(\frac{\alpha_2}{n_2} - \alpha_1 \right) = \left(\frac{\alpha_2}{-1-1} \right)^2 (-\alpha_2) = -\frac{\alpha_2^3}{4};$$

$$B_1 = \frac{b_1 (\alpha_2 n_2)^3}{(n_2 - n_1)^2} = \frac{b_1 (-\alpha_2)^3}{4} = -\frac{b_1 \alpha_2^3}{4},$$

поэтому

$$-\frac{\alpha_2^3}{4} = \frac{b_1 \alpha_2^3}{4}, \quad b_1 = -1 \text{ и } e_1 = \sqrt{-b_1} = 1.$$

Аналогично для второго зеркала запишем $S_1 = h_2(P_2 + B_2)$ и при $S_1 = 0$ имеем $P_2 = -B_2$. Составим уравнения для P_2 и B_2 :

$$\begin{aligned} P_2 &= \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1/n_3 - 1/n_2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_3}{n_3} - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1-1} \right)^2 (\alpha_3 + \alpha_2) = \\ &= \frac{1}{4} (\alpha_3^2 - \alpha_2^2) (\alpha_3 - \alpha_2); \end{aligned}$$

$$B_2 = \frac{b_2 (\alpha_3 n_3 - \alpha_2 n_2)^3}{(n_3 - n_2)^2} = \frac{b_2 (\alpha_3 + \alpha_2)^3}{4}.$$

В соответствии с нормировкой первого вспомогательного луча $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = -1$, $\alpha_3 = 1$, поэтому $P_2 = (1/4)(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2)$, $B_2 = (b_2/4)(1 + \alpha_2)^3$. Определим b_2 : $(1/4)(1 - \alpha_2^2)(1 - \alpha_2) = -(b_2/4)(1 + \alpha_2)^3$, откуда

$$b_2 = -\left(\frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}\right)^2, \quad e_2 = \sqrt{-b_2} = \frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}.$$

Для вычисления b_2 надо найти угол α_2 .

Примем $\alpha_1 = 0$, $h_1 = f' = -180$ и рассчитаем ход первого параксимального луча через систему зеркал, используя формулы (гл. 2) $\alpha_v' + \alpha_v = 2h_v/r_v$, $h_{v+1} = h_v - d_v\alpha_v'$. В результате получено при $\alpha_1 = 0$: $\alpha_2 = 3,94286$, $\alpha_3 = 1$. Вычислим b_2 : $b_2 = -(1 - 3,94286)^2 / (1 + 3,94286)^2 = -0,3544722$, $e_2 = \sqrt{-b_2} = 0,595376$.

Запишем уравнения профилей зеркал: для первого зеркала $y_1^2 = -182,6086 z_1$, для второго зеркала $y_2^2 = 2r_0 z_2 - (1 - e_2^2) z_2^2 = 55,3526 z_2 - 0,645528 z_2^2$.

Аберрационный анализ рассчитанной системы показал, что для всех высот m сферическая аберрация $\Delta s' = 0$, а меридиональная кома $K = 0,10$ мм для $\omega = 1,5^\circ$. Для системы типа Грегори со сферическими зеркалами для $m = 30$ мм $\Delta s' = -25,9$ мм, $\Delta y' = 8,7$ мм; для $m = 15$ мм $\Delta y' = 9,97$ мм. Для получения кружка рассеяния $2\Delta y' = 0,1$ мм надо снизить относительное отверстие до 1:16. Меридиональная кома $K = 0,27$ мм для $D/f' = 1:3$ и $\omega = 1,5^\circ$, при $\Delta y_n' = 8,5$ мм, $\Delta y_n'' = -9,1$ мм, в то время как для анаберрационной системы $\Delta y_n' = 0,027$ мм, $\Delta y_n'' = 0,176$ мм.

Задача 18.7. Вывести общие формулы для определения коэффициентов деформации b_1 и b_2 зеркал в двухзеркальной системе, апланатичной в области аберраций третьего порядков.

Решение. Выведем формулы для b_1 и b_2 , которые можно использовать для расчета двухзеркальных систем любых конструкций. Для этого запишем уравнения для коэффициентов аберраций S_1 и S_{II} и приравняем их нулю.

$$S_I = h_1(P_1 + B_1) + h_2(P_2 + B_2) = 0; \quad (18.1)$$

$$S_{II} = y_1(P_1 + B_1) + y_2(P_2 + B_2) - I(W_1 + W_2) = 0, \quad (18.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= -0,25(\alpha_2 - \alpha_1)^2(\alpha_2 + \alpha_1); \\ P_2 &= 0,25(\alpha_3 - \alpha_2)^2(\alpha_3 + \alpha_2); \\ W_1 &= 0,5(\alpha_2^2 - \alpha_1^2); \quad W_2 = 0,5(\alpha_3^2 - \alpha_2^2); \\ W_1 + W_2 &= 0,5(\alpha_3^2 - \alpha_1^2); \\ B_1 &= -(b_1/4)(\alpha_2 + \alpha_1)^3; \quad B_2 = (b_2/4)(\alpha_3 + \alpha_2)^3; \end{aligned} \right\} \quad (18.3)$$

Из (18.1) имеем:

$$B_2 = -(1/h_2)(h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_1 B_1). \quad (18.4)$$

Подставив (18.4) в (18.2), имеем

$$y_1 (P_1 + B_1) + y_2 P_2 - (y_2/h_2) (h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_1 B_1) - I (W_1 + W_2) = 0.$$

После преобразований получаем

$$B_1 \left(\frac{y_2 h_1 - y_1 h_2}{h_2} \right) = P_1 \left(\frac{y_1 h_2 - y_2 h_1}{h_2} \right) - I (W_1 + W_2) = 0. \quad (18.5)$$

Для инварианта Лагранжа — Гельмгольца имеем при $n_1 = 1$ $I = n_1 y_1 \alpha_1 = (s_p - s_1) \beta_1 \alpha_1$, где $\beta_1 = y_1/s_p = 1$ во всех случаях, и при $s = -\infty$ и $s_1 \neq -\infty$, поэтому $I = (s_p - s_1) \alpha_1 = s_p \alpha_1 - h_1$.

Преобразуем разность $y_1 h_2 - y_2 h_1$, где $h_2 = h_1 - d\alpha_2$, $y_2 = y_1 - d\beta_2$, причем $\beta_2 = -\beta_1 + 2y_1/r_1 = -1 + [y_1(\alpha_1 + \alpha_2)]/h_1$, так как $r_1 = 2h_1/(\alpha_1 + \alpha_2)$, и тогда $y_2 = y_1 + d - (y_1 d/h_1) (\alpha_1 + \alpha_2)$.

В результате

$$\begin{aligned} y_1 h_2 - y_2 h_1 &= y_1 (h_1 - d\alpha_2) - h_1 [y_1 + d - (y_1 d/h_1) (\alpha_1 + \alpha_2)] = \\ &= d (y_1 \alpha_1 - h_1) = d (s_p \alpha_1 - h_1). \end{aligned} \quad (18.6)$$

Из (18.5) выразим B_1 и подставим туда (18.6) и уравнение для I , а затем $W_1 + W_2$ и P_1 из (18.3):

$$\begin{aligned} B_1 &= -P_1 + \frac{I h_2 (W_1 + W_2)}{y_1 h_2 - y_2 h_1} = -P_1 + \frac{(s_p \alpha_1 - h_1) (W_1 + W_2) h_2}{d (s_p \alpha_1 - h_1)} = \\ &= \frac{1}{4} (\alpha_2 - \alpha_1)^2 (\alpha_2 + \alpha_1) + \frac{h_2 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{2d}. \end{aligned} \quad (18.7)$$

Но $B_1 = -(b_1/4) (\alpha_2 + \alpha_1)^3$, поэтому из (18.7) имеем

$$-b_1 = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1} \right)^2 + \frac{2h_2 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{d (\alpha_2 + \alpha_1)^3}. \quad (18.8)$$

Из (18.7):

$$P_1 + B_1 = [h_2 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)]/2d. \quad (18.9)$$

Подставим (18.9) в (18.4):

$$B_2 = -\frac{h_1}{h_2} (P_1 + B_1) - P_2 = -\frac{h_1 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{2d} - P_2.$$

Учтя (18.3), получаем

$$-\frac{h_1(\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{2d} - \frac{1}{4}(\alpha_3 - \alpha_2)^2(\alpha_3 + \alpha_2) = \frac{b_2}{4}(\alpha_3 + \alpha_2)^3,$$

откуда

$$-b_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\alpha_3 + \alpha_2} \right)^2 + \frac{2h_1(\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{d(\alpha_3 + \alpha_2)^3}. \quad (18.10)$$

Задача 18.8. Используя данные задачи 18.6, рассчитать двухзеркальную систему Грегори, апланатическую в области аббераций третьего порядка. Выполнить абберационный анализ и сравнить значения сферической абберации и меридиональной комы в апланатической системе и анаберрационной, рассчитанной в задаче 18.6.

Решение. Конструктивные параметры системы r_{01} , r_{02} и d , а также углы α , первого вспомогательного луча известны из задачи 18.6. Определим коэффициенты b_1 и b_2 деформации зеркал апланатической системы по формулам (18.8) и (18.10), полученным из условий $S_1 = 0$ и $S_{II} = 0$ в задаче 18.7. Учтем, что $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 3,942\ 86$, $\alpha_3 = 1$, $h_1 = -1$.

Предварительно упростим формулы (18.8) и (18.10), учитывая нормировку:

$$-b_1 = 1 + \frac{2h_2}{d\alpha_2^3}, \quad -b_2 = \left(\frac{1 - \alpha_2}{1 + \alpha_2} \right)^2 - \frac{2}{d(1 + \alpha_2)^3};$$

$$h_2 = \kappa_3 = 0,38; \quad d = -0,35, \quad \text{поэтому}$$

$$-b_1 = 1 + 2/[-0,35 \cdot 3,942\ 86^3] = 0,964\ 5748,$$

$$-b_2 = \left(\frac{1 - 3,942\ 86}{1 + 3,942\ 86} \right)^2 - \frac{2}{(-0,35)(1 + 3,942\ 86)^3} = 0,401\ 7897;$$

зная b_1 и b_2 , получим эксцентриситеты e_1 и e_2 :

$$e_1 = \sqrt{-b_1} = 0,982\ 1277, \quad e_2 = \sqrt{-b_2} = 0,633\ 8694,$$

следовательно оба зеркала являются эллипсоидами.

Уравнения поверхностей имеют вид:

$$y_1^2 = 2r_{01}z_1 - (1 - e_1^2)z_1^2 = -182,605\ z_1 - 0,035\ 4252\ z_1^2;$$

$$y_2^2 = 2r_{02}z_2 - (1 - e_2^2)z_2^2 = 55,352\ 67\ z_2 - 0,598\ 210\ z_2^2.$$

Из абберационного анализа на ПЭВМ получено: сферическая абберация для края отверстия $m = 30\ \text{мм}$ $\Delta s' = 0,002\ \text{мм}$, $\Delta y' = -0,0003\ \text{мм}$; меридиональная кома $K = 0,0021\ \text{мм}$, $\Delta y_s' = -0,076\ \text{мм}$,

$\Delta y_n' = 0,08$ мм. По сравнению с анаберрационной системой (задача 18.6) в апланатической системе существенно уменьшилась кома.

Задача 18.9. В двухзеркальной системе типа Кассегрена $s_1 = -50$ мм, увеличение $\beta = -6$, коэффициент экранирования $\kappa_s = 0,4$, $s_p = 0$, вынос изображения $\delta = 35$ мм, числовая апертура $A = 0,39$, $2y = 5$ мм. Из габаритного расчета (гл. 16) получено $r_1 = -38,4615$, $r_2 = -13,9535$, $d = -25$.

Рассчитать систему, апланатическую в области аббераций третьего порядка, и выполнить абберационный анализ трех систем: со сферическими поверхностями, анаберрационной и апланатической и сравнить значения сферической абберации и меридиональной комы.

Решение. Радиусы кривизны r_1 и r_2 для системы со сферическими поверхностями являются вершинными радиусами для той же системы с асферическими поверхностями. Для получения анаберрационной системы надо найти значения коэффициентов деформации b_1 и b_2 и эксцентриситетов e_1 и e_2 зеркал, определить форму поверхностей и записать уравнения профилей. В анаберрационных поверхностях (гл. 3) полностью исправлена сферическая абберация, поэтому исправлена и сферическая абберация третьего порядка, из уравнений которой можно просто найти коэффициенты деформации.

Сферическая абберация третьего порядка $\Delta s_{III}' = -0,5 \sigma_{\kappa}^2 S_1$ исправлена в том случае, когда $S_1 = 0$. Это условие должно выполняться для каждой поверхности.

Для первой поверхности $S_1 = h_1(P_1 + B_1) = 0$, если $P_1 = -B_1$. Учитывая, что $n_2 = -n_1 = -1$, запишем

$$\begin{aligned} P_1 &= \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1/n_2 - 1/n_1} \right)^2 \left(\frac{\alpha_2}{n_2} - \frac{\alpha_1}{n_1} \right) = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{-1 - 1} \right)^2 (-\alpha_2 - \alpha_1) = \\ &= -0,25 (\alpha_2 - \alpha_1)^2 (\alpha_2 + \alpha_1); \\ B_1 &= \frac{b_1 (n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1)^3}{(n_2 - n_1)^2} = \frac{b_1 (-\alpha_2 - \alpha_1)^3}{4} = -\frac{b_1}{4} (\alpha_2 + \alpha_1)^3 \end{aligned}$$

и в результате получим

$$-0,25 (\alpha_2 - \alpha_1)^2 (\alpha_2 + \alpha_1) = (b_1/4) (\alpha_2 + \alpha_1)^3,$$

откуда

$$-b_1 = [(\alpha_2 - \alpha_1)/(\alpha_2 + \alpha_1)]^2.$$

Для определения углов α_v первого вспомогательного луча надо рассчитать этот луч через систему при нормировке $\alpha_1 = \beta = -6$, $h_1 = s_1 \beta = 300$, используя формулы $\alpha_v' + \alpha_v = 2h_v/r_v$, $h_{v+1} = h_v - d_v \alpha_v'$. В результате получаем: $\alpha_1 = \beta = -6$, $\alpha_2 = -9,6$, $\alpha_3 = 1$.

Вычислим b_1 : $b_1 = -(-9,6 + 6)/(-9,6 - 6)^2 = -0,053\ 2544$, тогда $e_1 = \sqrt{-b_1} = 0,230\ 769$, первое зеркало имеет форму эллипсоида. По аналогии для второй поверхности $S_1 = h_2(P_2 + B_2) = 0$, когда $P_2 = -B_2$. При $n_2 = -n_3 = -1$ найдем:

$$P_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1/n_3 - 1/n_2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_3}{n_3} - \frac{\alpha_2}{n_2} \right) = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{1+1} \right)^2 (\alpha_3 + \alpha_2) =$$

$$= 0,25 (\alpha_3 - \alpha_2)^2 (\alpha_3 + \alpha_2);$$

$$B_2 = \frac{b_2 (n_3 \alpha_3 - n_2 \alpha_2)^3}{(n_3 - n_2)^2} = \frac{b_2 (\alpha_3 + \alpha_2)^3}{4},$$

тогда

$$0,25 (\alpha_3 - \alpha_2)^2 (\alpha_3 + \alpha_2) = -(b_2/4) (\alpha_3 + \alpha_2)^3,$$

откуда

$$-b_2 = [(\alpha_3 - \alpha_2)/(\alpha_3 + \alpha_2)]^2.$$

Подставив численные значения, имеем

$$-b_2 = [(1 + 9,6)/(1 - 9,6)]^2 = 1,519\ 1996 \approx 1,5192;$$

$$e_2 = \sqrt{-b_2} = 1,232\ 558,$$

следовательно второе зеркало имеет форму гиперболоида. Запишем уравнения профилей поверхностей:

$$y_1^2 = 2r_{01} z_1 - (1 - e_1^2) z_1^2 = -76,9231 z_1 - 0,946\ 746 z_1^2;$$

$$y_2^2 = 2r_{02} z_2 - (1 - e_2^2) z_2^2 = -27,9069 z_2 - 0,519\ 1996 z_2^2.$$

Для расчета апланатической системы вычислим коэффициенты деформации b_1 и b_2 по формулам (18.8) и (18.10), выведенным в задаче 18.7, учитывая нормировку первого вспомогательного луча и значение $h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 60$:

$$-b_1 = \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1} \right)^2 + \frac{2h_2 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{d (\alpha_2 + \alpha_1)^3} = \left(\frac{-9,6 + 6}{-9,6 - 6} \right)^2 +$$

$$+ \frac{2 \cdot 60 (1 - 6^2)}{(-25)(-9,6 - 6)^3} = -0,009\ 002\ 14;$$

$$-b_2 = \left(\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\alpha_3 + \alpha_2} \right)^2 + \frac{2h_1 (\alpha_3^2 - \alpha_1^2)}{d (\alpha_3 + \alpha_2)^3} = \left(\frac{1+9,6}{1-9,6} \right)^2 + \frac{2 \cdot 300 (1-6^2)}{(-25)(1-9,6)^3} = 0,198\,562.$$

Найдем эксцентриситеты e_1 и e_2 :

$$e_1 = \sqrt{-b_1} = 0,094\,8796; \quad e_2 = \sqrt{-b_2} = 0,445\,603,$$

обе поверхности являются эллипсоидами. Их уравнения профиля:

$$y_1^2 = -76,9231 z_1 - 0,990\,998 z_1^2;$$

$$y_2^2 = -27,9069 z_2 - 0,801\,438 z_2^2.$$

Результаты абберационного анализа на ПЭВМ приведены в табл. 18.1.

Таблица 18.1. Результаты абберационного анализа трех зеркальных систем, мм

Вид системы	$m=D/2$		$m=0,7D/2$		K	$\Delta y_s'$	$\Delta y_n'$
	$\Delta s'$	$\Delta y'$	$\Delta s'$	$\Delta y'$			
Со сферическими поверхностями	-1,23	-0,08	-0,39	-0,013	-0,32	-1,34	0,70
Анаберрационная	0	0	0	0	1,61	0,41	2,81
Апланатическая	0,41	0,026	0,03	0,001	-0,035	-0,99	0,92

ГЛАВА 19. КОРРЕКЦИЯ АБЕРРАЦИЙ

Основные сведения из теории

В настоящее время при разработке оптических систем широко применяются программы автоматизированной коррекции aberrаций: «САРО», «ОПАЛ», «Zetax», «ОПТИКА», «ПРИЗМА» и т. п. Однако при синтезе оптических систем с небольшим угловым полем и сравнительно невысоким относительным отверстием исходные варианты, рассчитанные из условий исправления хроматизма положения первого порядка, сферической aberrации и комы (третьего порядка), обычно имеют небольшие остаточные aberrации, и для их коррекции требуются незначительные изменения внутренних и внешних параметров. В таких случаях целесообразно использовать метод коррекции, описанный в учебном пособии [3] (дифференциальный метод коррекции aberrаций).

Для систем с небольшим угловым полем, имеющих значительные aberrации высших порядков, целесообразно использовать метод проб, называемый также методом линейной интерполяции (или экстраполяции) и последовательных приближений. В таких системах нарушается линейная зависимость между aberrациями и коррекционными параметрами, поэтому дифференциальный метод, являющийся продолжением метода разделения переменных, не дает быстрого положительного эффекта.

Особенности коррекции aberrаций в двух-, трех- и четырехлинзовых компонентах (объективах).

Из условия ахроматизации следует, что для коррекции хроматизма можно менять марки стекол, если это возможно, или изменять (перераспределять) оптические силы линз компонента, сохраняя их сумму.

Коррекция хроматической aberrации положения выполняется для зоны зрачка $m = 0,707D/2$ (или $m = 0,87D/2$ в некоторых случаях), что необходимо для получения наиболее благоприятного распределения сферохроматической aberrации по зрачку системы (рис. 19.1).

Коррекция сферической aberrации проводится для края отверстия, т. е. на $m = D/2$ (рис. 19.2, а). Более благоприятной является коррекция с небольшим переисправлением для края отверстия, что позволяет уменьшить зональную сферическую aberrацию (рис. 19.2, б).

Сферическая aberrация и меридиональная кома в значительной степени зависят от формы (прогиба) линзы, поэтому их следует исправлять изменением внутренних углов α , в отдельных линзах или подбором инварианта склейки Q_v в склеенных компонентах, что вытекает из соответствующих aberrационных уравнений.

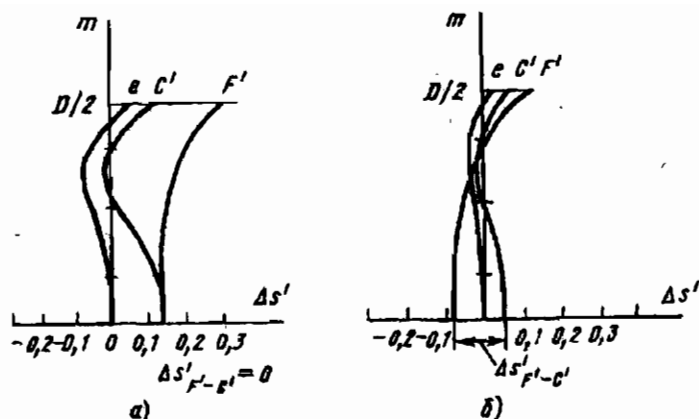


Рис. 19.1. График сферической аберрации и сферохроматических разностей:
 а — хроматизм положения исправлен в парапсимальной области ($\Delta s'_{F'-C'} = 0$); б — хроматизм
 положения исправлен на зоне $m = 0,707D/2$

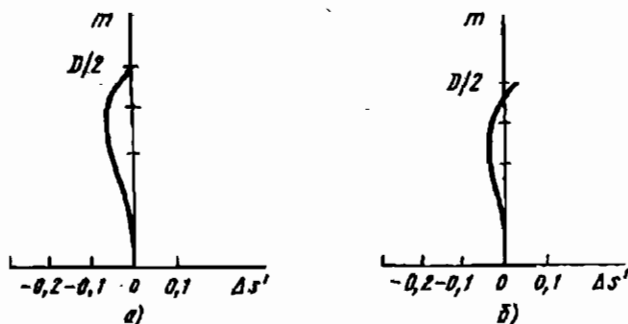


Рис. 19.2. График сферической аберрации:

а — сферическая аберрация исправлена на краю отверстия ($m = D/2$);
 б — сферическая аберрация незначительно переисправлена для края отверстия

В основе метода проб также лежит предположение о линейной зависимости между аберрациями и коррекционными параметрами. В большинстве систем со значительными остаточными аберрациями эта зависимость является явно нелинейной, поэтому коррекция каждой из аберраций выполняется после нескольких изменений коррекционных параметров.

Виды коррекционных параметров для компонентов разных конструкций приведены в табл. 19.1.

Общие принципы коррекции методом проб и последовательных приближений заключаются в следующем. Вначале, когда неизвестен

№ № п/п	Вид компонента	Коррекционные параметры для исправления		Рекомендуемые коррекционные параметры при работе на ЦЭВМ в диалоговом режиме, используемые для исправления	
		хроматизма положения	сферической абберации и комы	хроматизма	сферической абберации и комы
1		φ_1	Q	α_3^*	α_2^* (при $\varphi_1 = \text{const}$)
2		$\alpha_3 = \varphi_1$	α_2, α_4	α_3	α_2, α_4
3		φ_1	Q_r, Q_v	φ_1	Q_r, Q_v
4	 монокромат	—	α_2, α_4	—	α_2, α_4

Продолжение таблицы 19.1

№№ п/п	Вид компонента	Коррекционные параметры для исправления		Рекомендуемые коррекционные параметры при работе на ПЗВМ в диалоговом режиме, используемые для исправлений	
		хроматизма положения	сферической аберрации и комы	хроматизма	сферической аберрации и комы
5		α_3, α_5	α_4, α_6	α_3, α_5	α_4, α_6
6		α_3, α_5	α_4, α_6	α_3, α_5	α_4, α_6
7		φ_2	α_2, Q	α_5^*	α_2
8		φ_1	Q, α_5	α_5^*	α_5

Продолжение таблицы 19.1

№№ п/п	Вид компонента	Коррекционные параметры для исправления		Рекомендуемые коррекционные параметры при работе на ЦЭВМ в диалоговом режиме, используемые для исправления	
		хроматизма положения	сферической абerrации и комы	хроматизма	сферической абerrации и комы
9		φ_1	Q	α_3^*	α_2^* (при $\varphi_1^0 = \text{const}$)
10		$\alpha_3 = \varphi_1$	α_2, α_4	α_3	α_2, α_4
11		φ_1	Q, Q_n	α_3^*, α_6^*	α_2^* (при $\varphi_1^0 = \text{const}$) α_3^* (при $\varphi_3^0 = \text{const}$)

Примечание. Знаком «*» отмечены «неполные» коррекционные параметры, которые одновременно влияют на все исправляемые aberrации.

характер изменения aberrации от коррекционного параметра, можно взять его приращение в интервале $\pm(5...10)\%$ исходного значения и рассчитать новые радиусы кривизны при прежних значениях толщины и воздушных промежутков. Затем выполняется aberrационный анализ системы с новыми значениями конструктивных параметров.

Рекомендуется строить график зависимости aberrаций от коррекционных параметров, чтобы выявить характер зависимости, что возможно при наличии хотя бы трех вариантов. При существенном отклонении от линейности оптимальное значение коррекционного параметра можно определить графически, соответствующим образом выбрав масштаб построения.

В некоторых случаях, например в двухлинзовых склеенных компонентах, при неудачном выборе марок стекол кривая зависимости $\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2} = f(\varphi_1)$ может не пересекать ось ординат (рис. 19.3). Ясно, что значение хроматизма положения нельзя получить менее значения, равного $-(\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2})_{\min}$. Единственный способ исправления хроматизма в этом случае — поменять марки стекол.

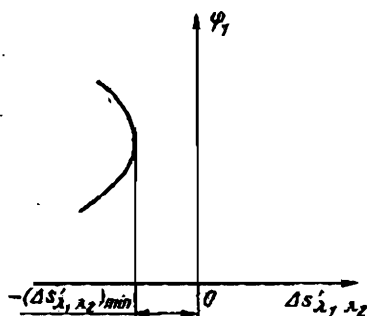


Рис. 19.3. График зависимости $\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2}$ хроматизма положения от коррекционного параметра

Коррекция aberrаций методом проб при работе на ПЭВМ. На ПЭВМ можно быстро и эффективно выполнить коррекцию, задавая систему не радиусами кривизны, а углами α_v .

При исправлении хроматизма положения в объективах, содержащих склеенный компонент, удобнее использовать «неполный» коррекционный параметр, которым является угол во второй линзе склейки: угол α_2 — в отдельном склеенном компоненте, угол α_2 — в трехлинзовом объективе со второй склейкой и угол α_3 — в трехлинзовом объективе с первой склейкой (табл. 19.1). Эти углы одновременно влияют на сферическую aberrацию и кому, так как входят не только в соотношения для соответствующей оптической силы ϕ линзы, но и в инвариант Q склейки. В некоторых случаях одновременно с коррекцией хроматизма положения значительно уменьшаются сферическая aberrация и кома.

После коррекции хроматизма во избежание пересчета коррекционного параметра (для сохранения оптической силы одной из линз) лучше скорректировать сферическую aberrацию за счет изменения внутреннего угла отдельной линзы (в трехлинзовых объективах с отдельной линзой), а в склеенном компоненте при изменении α_2 необходимо пересчитать α_3 так, чтобы оставить неизменными опти-

ческие силы компонентов, при которых исправлен хроматизм положения, что соответствует изменению инварианта склейки Q при $\varphi_1 = \text{const}$.

Задачи с решениями

Задача 19.1. Выполнить коррекцию остаточных aberrаций двухлинзового склеенного объектива (марки стекол К8—ТФ1), исходный вариант которого приведен в задаче 15.1.

Решение. В процессе выполнения коррекции aberrаций лучше не проводить округления радиусов кривизны по ГОСТу, чтобы не исказить зависимость aberrаций от коррекционных параметров и сохранить фокусное расстояние. Для рассчитанного в задаче 15.1 исходного варианта с неокругленными значениями r , хроматизм положения на зонах $m = 0,7$ ($D/2$) = 14,14, $m = 0,87$ ($D/2$) = 17,32 и сферическая aberrация для $m_{\text{ср}} = D/2 = 20$ равны следующим значениям: $\Delta s'_{F'C'm=0,7(D/2)} = 0,096$; $\Delta s'_{F'C'm=0,87(D/2)} = 0,158$; $(\Delta s'_e)_{\text{кр}} = 0,159$. Следовательно, в объективе нужно провести дополнительную коррекцию этих aberrаций.

В случае небольших aberrаций высших порядков достаточно эффективно применять дифференциальный метод коррекции, использующий соотношения теории aberrаций третьего порядка и теории хроматизма. Он основан на определении изменений основных параметров P^* и $\bar{C}$, необходимых для компенсации aberrаций высших порядков, и последующем определении изменений коррекционных параметров, влияющих на P^* и $\bar{C}$.

Известно, что $\Delta s'_e = -(m^2/2f')P^*$, тогда

$$\Delta P = -2f'\delta(\Delta s'_e)/m^2,$$

где $\delta(\Delta s'_e) = -\Delta s'_e$.

Так как $\Delta s'_{F'-C} = f'\bar{C}$, то

$$\Delta \bar{C} = \delta(\Delta s'_{F'-C})/f', \text{ а } \delta(\Delta s'_{F'-C}) = -\Delta s'_{F'-C}.$$

Из условия ахроматизации бесконечно тонкого двухлинзового компонента

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\Delta \bar{C}}{1/v_2 - 1/v_1}.$$

Изменение ΔP^* параметра P^* связано с ΔQ . Действительно, $P^* = aQ^2 + bQ + c$, поэтому для двухлинзового склеенного объектива $\Delta P^* = 2aQ\Delta Q + b\Delta Q = \Delta Q(2aQ + b)$, откуда

$$\Delta Q = \Delta P^*/(2aQ + b).$$

Для исправления хроматизма положения и сферической аберрации надо изменить одновременно углы α_2 и α_3 . Из формул для этих углов следует, что

$$\Delta\alpha_2 = \Delta\varphi_1 + (1 - 1/n_2) \Delta Q; \quad \Delta\alpha_3 = \Delta\varphi_1 + (1 - 1/n_3) \Delta Q.$$

Используя этот метод, выполним коррекцию хроматизма положения на зоне $m = 0,87$ ($D/2 = 17,32$) и сферической аберрации на зоне $m = D/2 = 20$, если известно, что $\delta(\Delta s'_{F'C'})_{m=17,32} = -0,158$; $\delta(\Delta s'_e)_{m=20} = -0,159$.

Используя вышеприведенные формулы, получим

$$\Delta P^\infty = 2 \cdot 200 (-0,159)/20^2 = 0,159,$$

$$\Delta \bar{C} = -0,158/200 = -0,00079,$$

тогда

$$\Delta\varphi_1 = -0,00079/(1/33,62 - 1/63,83) = -0,05608;$$

$$\Delta Q = 0,159/[2 \cdot 2,4359(-4,2688) + 22,3449] = 0,10270.$$

Определим приращения:

$$\Delta\alpha_2 = -0,05608 + (1 - 1/1,518294) 0,1027 = -0,021022;$$

$$\Delta\alpha_3 = -0,05608 + (1 - 1/1,652188) 0,1027 = -0,015540,$$

тогда

$$\bar{\alpha}_2 = \alpha_2 + \Delta\alpha_2 = 0,654190 - 0,021022 = 0,633168;$$

$$\bar{\alpha}_3 = \alpha_3 + \Delta\alpha_3 = 0,426341 - 0,015540 = 0,410801.$$

При новых значениях углов $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{\alpha}_3$ получим:

$\bar{h}_2 = 195,8211;$	$\bar{h}_3 = 194,0957$	
$\bar{r}_1 = 107,828$	$d_1 = 6,6$	K8
$\bar{r}_2 = -92,7734$	$d_2 = 4,2$	ТФ1
$\bar{r}_3 = -394,006$		

Для этого варианта:

$$\Delta s'_{e_{m=20}} = -0,0461; \quad \Delta s'_{F'C'_{m=17,32}} = -0,0109;$$

$$\Delta s'_{F'C'_{m=14,14}} = -0,0674;$$

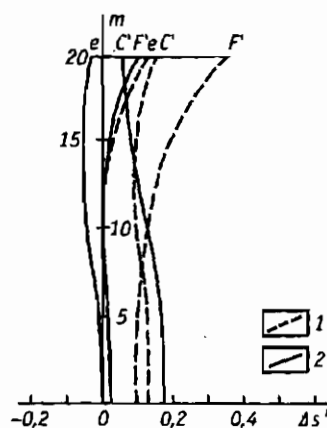
максимальное значение хроматической разности получено для $m = 0$: $\Delta s'_{C'e} = 0,190$.

После округления радиусов кривизны по ГОСТ 1807-75 получим следующий оптимальный вариант:

$r_1 = 107,89$	$d_1 = 6,6$	K8
$r_2 = -92,68$	$d_2 = 4,2$	ТФ1
$r_3 = -394,5$		
$f' = 200,246; \quad s'_F = 194,339.$		

Рис. 19.4. Графики aberrаций двухлинзового склеенного объектива:

1 — исходного варианта; 2 — окончательного



Для этого варианта:

$$(\Delta s'_e)_{m=20} = -0,031;$$

$$(\Delta s'_e)_{m=14,14} = 0,0558;$$

$$(\Delta s'_{F-C'})_{m=17,32} = -0,001;$$

$$(\Delta s'_{F-C'})_{m=14,14} = -0,057.$$

Сферическая и хроматическая aberrации по сравнению с исходным вариантом значительно уменьшились (рис. 19.4).

Задача 19.2. Выполнить коррекцию aberrаций в исходном варианте трехлинзового телеобъектива, полученного в задаче 15.13.

Решение. Как видно из табл. 15.52, в системе необходимо провести дополнительную коррекцию хроматизма положения. Коррекцию проводим на зоне отверстия $m = 0,7(D/2) = 14$ мм [3]. Система имеет небольшие aberrации высших порядков, поэтому при коррекции можно использовать правило суммирования aberrаций [3], в соответствии с которым для продольных aberrаций запишем

$$\Delta s'_{об} = \Delta s'_I \beta_{II}^2 + \Delta s'_{II}.$$

Для хроматизма положения телеобъектива можно записать уравнение

$$(\Delta s'_{F-C'})_{об} = (\Delta s'_{F-C'})_I \beta_{II}^2 + (\Delta s'_{F-C'})_{II}, \quad (19.1)$$

но $(\Delta s'_{F-C'}) = f'_1 \bar{C}_1$, и тогда после дифференцирования и замены дифференциалов конечными приращениями получим

$$\Delta(\Delta s'_{F-C'})_I = f'_1 \Delta \bar{C}_1, \quad (19.2)$$

а из (19.1) с учетом (19.2) —

$$\Delta(\Delta s'_{F-C'})_{об} = \Delta(\Delta s'_{F-C'})_I \beta_{II}^2 = f'_1 \beta_{II}^2 \Delta \bar{C}_1. \quad (19.3)$$

Известно, что $-\bar{C}_1 = \varphi_1/v_1 + (1-\varphi_1)/v_2$, тогда

$$\Delta \bar{C}_1 = \Delta \varphi_1 (1/v_2 - 1/v_1). \quad (19.4)$$

Из формулы (19.3) после подстановки (19.4) получим

$$\Delta \varphi_1 = \Delta \alpha_3 = \Delta(\Delta s'_{F-C'})_{об} / \beta_{II}^2 f'_1 (1/v_2 - 1/v_1). \quad (19.5)$$

Изменение угла α_3 вызовет изменение параметра P_1^{∞} , а следовательно, сферической aberrации первого положительного компонента и всего телеобъектива. Из уравнения для P^{∞} надо определить значение P_1^{∞} и затем приращение ΔP_1^{∞} при изменении значения α_3 : $\alpha_3^0 = \alpha_{3\text{ иск}} + \Delta\alpha_3$.

Изменение ΔP_1^{∞} вызовет появление дополнительной сферической aberrации

$$\Delta(\Delta s'_e)_1 = -(1/2)(m^2/f'_1)\Delta P_1^{\infty}, \quad (19.6)$$

а изменение сферической aberrации всего объектива с учетом суммирования aberrаций определяется из следующего соотношения:

$$\Delta(\Delta s'_e)_{\text{об}} = \Delta(\Delta s'_e)_1 \beta_{11}^2. \quad (19.7)$$

В результате сферическая aberrация телеобъектива для угла α_3^0 принимает следующее значение:

$$(\Delta s'_{e\text{ об}})_{\alpha_3^0} = (\Delta s'_{e\text{ об}})_{\text{иск}} + \Delta(\Delta s'_e)_{\text{об}}, \quad (19.8)$$

где $(\Delta s'_{e\text{ об}})_{\text{иск}}$ — значение сферической aberrации телеобъектива в исходном варианте для зоны $m = D/2$.

Для компенсации сферической aberrации принимаем $\delta(\Delta s'_{e\text{ об}}) = -\Delta(\Delta s'_{e\text{ об}})$. Подставив (19.6) в (19.7), получим

$$\Delta \bar{P}_1^{\infty} = -2\delta(\Delta s'_{e\text{ об}})f'_1/m^2\beta_{11}^2. \quad (19.9)$$

При $\alpha_3 = \text{const}$ параметр P_1^{∞} является функцией углов α_2 и α_4 . Определим приращение $\Delta\alpha_2$, необходимое для компенсации сферической aberrации.

Из продифференцированного уравнения для P^{∞} , после замены дифференциалов конечными приращениями, получим

$$\Delta\alpha_2 = \frac{\Delta \bar{P}_1^{\infty} (m_2 - 1)^2}{2\alpha_2\alpha_3(2m_2 + 1) - \alpha_3^2(m_2 + 2)}. \quad (19.10)$$

Проведем расчет, используя (19.5)–(19.10). Из выражения (19.5)

$$\Delta\alpha_3 = \frac{-0,173}{1,4803^2 \cdot 216,17(1/36,69 - 1/58,08)} = -0,0368,$$

тогда $\alpha_3^0 = 2,645\,92 - 0,036\,38 = 2,609\,54$. Из уравнения для P^{∞}

$\left(P^{\infty} = \sum_{v=1}^4 P_v\right)$ при $\alpha_3^0 = 2,609\,54$, α_2 и α_4 , взятых из исходного варианта, получим $P_1^{\infty} = 0,195\,184$, тогда $\Delta P_1^{\infty} = 0,050\,381$, так как для исходного варианта $P_1^{\infty} = 0,144\,803$ (задача 15.13).

Приращение сферической аберрации всего телеобъектива

$$\Delta(\Delta s'_e)_{06} = -(1/2)(m^2/f'_i)\Delta P_1^m \beta_H^2 = -0,102.$$

Тогда ожидаемая сферическая аберрация телеобъектива в соответствии с (19.8) $\Delta s'_{e06} = -0,005 - 0,102 = -0,107$.

Далее вычисляем

$$\Delta P_1^m = -\frac{2 \cdot 0,107 \cdot 216,17}{20^2 \cdot 1,4803^2} = -0,05278;$$

$$\Delta \alpha_2 = \frac{(-0,05278) \times}{2 \cdot 0,629782 \cdot 2,60954 (1 + 2/1,615192) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\times (1/1,615192 - 1)^2}{-2,60954^2 (2 + 1/1,615192)} = 0,0007307.$$

Новое значение угла α_2^0 :

$$\alpha_2^0 = 0,629782 + 0,0007307 = 0,630512.$$

Для того чтобы получить телеобъектив, исправленный в отношении хроматизма положения и сферической аберрации, надо пере- считать конструктивные параметры системы при $\alpha_2^0 = 0,630512$ и $\alpha_3^0 = 2,60954$. При расчете первого параксиального луча примем: $h_1 = 216,17 = f'_i$; $\alpha_1 = 0$, тогда $\alpha_5 = 1$.

В результате для первого компонента имеем:

$h_1 = 212,0716;$	$h_3 = 211,2888;$	$h_4 = 208,7368$
$r_1 = 130,584$	$d_1 = 6,5$	TK16
$r_2 = -81,9944$	$d_2 = 0,3$	
$r_3 = -80,1060$	$d_3 = 4,2$	Ф1
$r_4 = -7338,63$		
$f' = 216,17; s'_{H_1} = -7,4333.$		

Расстояние между компонентами $d_4 = 186,54 - 7,433 - 0,4598 = 178,65$. Конструктивные параметры фокусирующей линзы остаются неизменными.

Для этого варианта сферическая аберрация и хроматизм положения для зон зрачка $m = D/2 = 20$ и $m = 0,7 (D/2) = 14,14$ имеют следующие значения:

$$\Delta s'_{e_{m=20}} = 0,026; \quad \Delta s'_{e_{m=14,14}} = -0,118;$$

$$\Delta s'_{F'-C'_{m=20}} = 0,296; \quad \Delta s'_{F'-C'_{m=14,14}} = -0,008,$$

т. е. в соответствии с поставленной задачей сферическая аберрация исправлена для края зрачка, а хроматизм положения — на зоне $m = 0,7 (D/2)$.

При округлении радиусов кривизны по ГОСТу значения остаточных aberrаций телеобъектива чаще всего возрастают. Следует обратить внимание на то, что данная система чувствительна к изменению расстояния d_4 на сотые доли миллиметра, и незначительными вариациями этого расстояния можно добиться получения допустимых значений остаточных aberrаций и минимального отступления фокусного расстояния от заданного.

После округления радиусов кривизны по ГОСТ 1807-75 получены следующие конструктивные параметры окончательного варианта телеобъектива:

		n_s	v_s	
$r_1 = 130,62$	$d_1 = 6,5$	1,6152	58,09	TK16
$r_2 = -82,04$	$d_2 = 0,3$			
$r_3 = -80,17$	$d_3 = 4,2$	1,6169	36,70	Ф1
$r_4 = -7311,0$	$d_4 = 178,6$			
$r_5 = -94,84$	$d_5 = 1,4$	1,5183	63,83	K8
$r_6 = 94,84$				
$f' = 320,07; s'_p = 43,43$				

Графики остаточных aberrаций исходного варианта показаны на рис. 19.5.

Необходимо заметить, что использованный в задачах 19.1 и 19.2 метод коррекции достаточно эффективен лишь при небольших значениях остаточных aberrаций исходного варианта. При их возрастании дополнительную коррекцию aberrаций рекомендуется проводить методом проб, описанным в [1], [3] применение которого

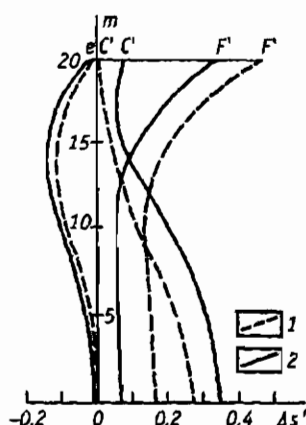


Рис. 19.5. Графики aberrаций телеобъектива:

1 — исходного варианта; 2 — окончательного

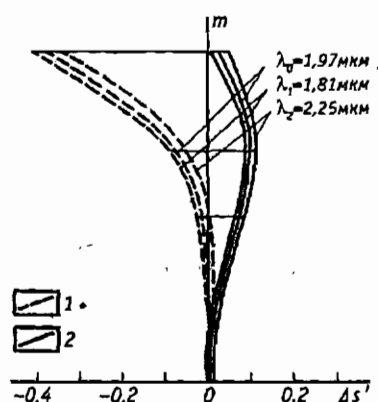


Рис. 19.6. Графики aberrаций в исходном и окончательном вариантах системы типа Кассегрена с компенсатором в сходящемся пучке лучей:

1 — исходного варианта; 2 — окончательного

к коррекции aberrаций зеркально-линзового объектива показано в задаче 19.3.

Задача 19.3. Выполнить коррекцию сферической aberrации и комы методом проб в исходном варианте системы типа Кассегрена с компенсатором в сходящемся пучке лучей, если $f' = 200$; $D/f' = 1:2,5$. Система работает в спектральном диапазоне 1,8131...2,2493 мкм при $\lambda_0 = 1,97$ мкм и имеет следующие конструктивные параметры:

		n_{λ_0}	
$r_1 = -220,000$	$d_1 = -66,0$	1	
$r_2 = -195,556$	$d_2 = 40,0$	-1	
$r_3 = -21,8607$	$d_3 = 2,2$	1	
$r_4 = -96,241$	$d_4 = 0,1$	1,494 49	K8
$r_5 = 13,7365$	$d_5 = 5,1$	1	
$r_6 = 22,8349$		1,494 49	K8
		1	

$$f' = 200,116; \quad s'_{f'} = 33,93.$$

Углы первого вспомогательного луча имеют следующие значения: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = -1,818\ 182$; $\alpha_3 = 1,0$; $\alpha_4 = 0,0637$; $\alpha_5 = 0,3$; $\alpha_6 = 1,16013$; $\alpha_7 = 1,0$. Графики остаточных aberrаций приведены на рис. 19.6. Сферическая aberrация на краю отверстия составляет $\Delta s'_{m=40} = -0,389$, величина отступления от условия синусов $\Delta f' = -3,850$.

Решение. В данной системе угол α_5 первого вспомогательного луча при расчете исходного варианта был выбран из условия исправления сферической aberrации высших порядков, поэтому его влияние можно использовать в качестве коррекционного параметра, так как сферическая aberrация оказалась неисправленной. Изменим α_5 на $\Delta\alpha_5 = \pm 0,08\alpha_{5\text{исх}}$ и пересчитаем высоты $\bar{h}_5$, $\bar{h}_6$ и радиусы кривизны $\bar{r}_4$, $\bar{r}_5$, $\bar{r}_6$. При $\bar{\alpha}_5 = \alpha_{5\text{исх}} + 0,08\alpha_{5\text{исх}} = 0,3 + 0,08 \cdot 0,3 = 0,324$

$$\bar{h}_5 = h_4 - d_4 \bar{\alpha}_5 = 39,8599 - 0,1 \cdot 0,324 = 39,8275;$$

$$\bar{h}_6 = \bar{h}_5 - d_5 \alpha_6 = 39,8275 - 5,1 \cdot 1,160\ 13 = 33,9108.$$

Значение высоты h_4 взято из расчета хода первого параксиального луча через систему.

Пересчитаем радиусы кривизны компенсатора:

$$\bar{r}_4 = \frac{h_4 (1 - n_4)}{\bar{\alpha}_5 - \alpha_4 n_4} = \frac{39,8599 (1 - 1,494\ 49)}{0,324 - 1,494\ 49 \cdot 0,0637} = -86,1461;$$

$$\bar{r}_5 = \frac{\bar{h}_5 (n_6 - 1)}{n_6 \bar{\alpha}_6 - \bar{\alpha}_5} = \frac{39,8275 (1,494\ 49 - 1)}{1,494\ 49 \cdot 1,160\ 13 - 0,324} = 13,9695;$$

$$\bar{r}_6 = \frac{\bar{h}_6 (1 - n_6)}{1 - n_6 \bar{\alpha}_6} = \frac{33,9108 (1 - 1,494\ 49)}{1 - 1,494\ 49 \cdot 1,160\ 13} = 22,8516.$$

Аналогично при $\bar{\alpha}_5 = \alpha_{5\text{исх}} - \Delta\alpha_5 = 0,276$ получим

$$\bar{h}_5 = 39,8323; \bar{h}_6 = 33,9156; \bar{r}_4 = -109,017; \bar{r}_5 = 13,5112;$$

$$\bar{r}_6 = 22,8548.$$

Таким образом, получаем два варианта, в которых первые три радиуса кривизны остаются неизменными и берутся из исходного варианта, изменяются лишь r_4 , r_5 и r_6 .

Для коррекции сферической абберации и комы обычно рекомендуется изменять внутренние углы системы, влияющие на форму линз [1]. Проверим эффективность изменения угла α_4 на коррекцию сферической абберации, чтобы выявить параметр, изменение которого наиболее целесообразно.

В исходном варианте $\alpha_{4\text{исх}} = 0,0637$. Пусть $\bar{\alpha}_4 = \alpha_{4\text{исх}} + \Delta\alpha_4$; $\Delta\alpha_4 = 0,08 \alpha_{4\text{исх}}$, тогда $\bar{\alpha}_4 = 0,068796$. При изменении α_4 изменяются h_4 , h_5 , h_6 , r_3 , r_4 , r_5 и r_6 , поэтому пересчитаем их:

$$\bar{h}_4 = h_3 - d_3 \bar{\alpha}_4 = 40 - 2,2 \cdot 0,068796 = 39,8486;$$

$$\bar{h}_5 = \bar{h}_4 - d_4 \alpha_5 = 39,8486 - 0,1 \cdot 0,3 = 39,8186;$$

$$\bar{h}_6 = \bar{h}_5 - d_5 \alpha_6 = 39,8186 - 5,1 \cdot 1,16013 = 33,9019;$$

$$\bar{r}_3 = \frac{h_3 (n_4 - 1)}{n_4 \bar{\alpha}_4 - \alpha_3} = \frac{40 (1,49449 - 1)}{1,49449 \cdot 0,068796 - 1} = -22,0463;$$

$$\bar{r}_4 = \frac{\bar{h}_4 (1 - n_4)}{\alpha_5 - n_4 \bar{\alpha}_4} = \frac{39,8486 (1 - 1,49449)}{0,3 - 1,49449 \cdot 0,068796} = -99,9301;$$

$$\bar{r}_5 = \frac{\bar{h}_5 (n_6 - 1)}{n_6 \alpha_6 - \alpha_5} = \frac{39,8186 (1,49449 - 1)}{1,49449 \cdot 1,16013 - 0,3} = 13,7326;$$

$$\bar{r}_6 = \frac{\bar{h}_6 (1 - n_6)}{1 - n_6 \alpha_6} = \frac{33,9019 (1 - 1,49449)}{1 - 1,49449 \cdot 1,16013} = 22,8456.$$

При $\bar{\alpha}_4 = \alpha_{4\text{исх}} - 0,08 \alpha_{4\text{исх}} = 0,058604$ после пересчета высот первого паракиального луча и радиусов кривизны получим:

$\bar{h}_4 = 39,8711$	$\bar{r}_3 = -21,6782$
$\bar{h}_5 = 39,8411$	$\bar{r}_4 = -92,8168$
$\bar{h}_6 = 33,9244$	$\bar{r}_5 = 13,7404$
	$\bar{r}_6 = 22,8607$

При изменении α_4 первые два радиуса кривизны остаются неизменными, они берутся из исходного варианта. Таким образом, получаем еще два варианта системы при значениях $\bar{\alpha}_4$ и $\bar{\alpha}_4$.

Таблица 19.2. Зависимость aberrаций системы типа Кассегрена с компенсатором в сходящемся пучке лучей от изменения углов α_4 , α_5

Параметры	Величина	$\Delta s'_{\lambda_0}$		$\Delta f'$	
		$m = 40$	$m = 28$	$m = 40$	$m = 28$
α_4	0,068 796	-0,4649	-0,1119	-4,1063	-1,0914
$\alpha_{4 \text{ вкл}}$	0,063 7	-0,3892	-0,0723	-3,8585	-0,9365
$\bar{\alpha}_4$	0,058 604	-0,3111	-0,0318	-3,5967	-0,7766
α_5	0,324	-0,0808	0,0578	-1,5824	0,0451
$\alpha_{5 \text{ вкл}}$	0,30	-0,3892	-0,0723	-3,8585	-0,9365
$\bar{\alpha}_5$	0,276	-0,7220	-0,2145	-6,2594	-1,9812

Проведя расчет aberrаций четырех полученных вариантов, получим результаты, которые приведены в табл. 19.2. На рис. 19.7, а, б приведены графики зависимостей сферической aberrации $\Delta s'_{\lambda_0}$ и величины $\Delta f'$ от величины углов α_4 и α_5 , откуда видно, что эффективнее в качестве коррекционного параметра использовать угол α_5 , для которого потребуется меньшее его изменение относительно исходного значения, чем для α_4 . Из графиков также видно, что одновременно не удастся исправить сферическую aberrацию и кому (см. график $\Delta f'$), но если при $m = 40$ $\Delta s'_{\lambda_0} = 0$, то величина $\Delta f'$ значительно уменьшится. Система имеет небольшое угловое поле $2\omega = 2^\circ$, поэтому величина $\Delta f' = -1,0$ при исправленной сферической aberrации вызовет появление небольшого, вполне допустимого значения комы.

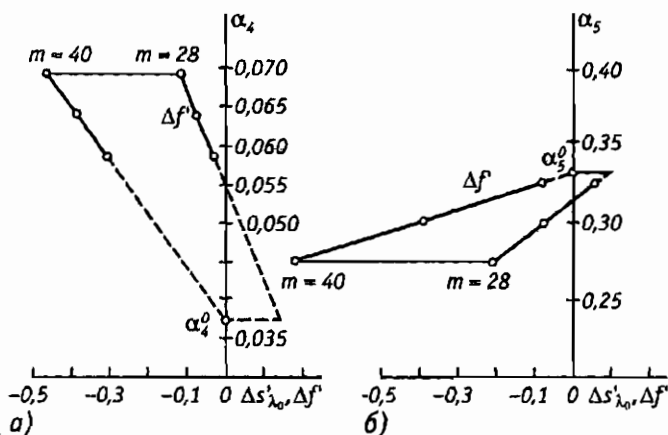


Рис. 19.7. Графики зависимостей сферической aberrации для края и зоны ($m = D/2$ и $m = 0,7 D/2$) отверстия:

а — от внутреннего параметра α_4 ; б — от внешнего параметра α_5

Определим требуемое значение α_s^0 , применив формулу линейной интерполяции:

$$\alpha_s^0 = \alpha_{s_{\text{нск}}} + \frac{\bar{\alpha}_s - \alpha_{s_{\text{нск}}}}{\Delta s' - \Delta s'_{\text{нск}}} (\Delta s'^0 - \Delta s'_{\text{нск}}),$$

где $\alpha_{s_{\text{нск}}} = 0,3$; $\Delta s'_{\text{нск}} = -0,3892$; $\bar{\alpha}_s = 0,324$; $\Delta s' = -0,0808$. Тогда если $\Delta s'^0 = 0$, то $\alpha_s^0 = 0,3303$.

Сделав пересчет h_s и h_6 , а также r_4 , r_5 и r_6 , получим:

$$h_s^0 = 39,8269; h_6^0 = 33,9102;$$

$$r_4^0 = -83,842; r_5^0 = 14,0319; r_6^0 = 22,8512.$$

В результате:

		$n_{1,97}$	По ГОСТ 1807-75
$r_1 = -220,000$		1	$r_1 = -219,8$
$r_2 = -195,556$	$d_1 = -66,0$	-1	$r_2 = -195,43$
$r_3 = -21,8607$	$d_2 = 40,0$	1	$r_3 = -21,83$
$r_4 = -83,8420$	$d_3 = 2,2$	1,494 49	$r_4 = -83,75$
$r_5 = 14,0319$	$d_4 = 0,1$	1	$r_5 = 14,028$
$r_6 = 22,8512$	$d_5 = 5,1$	1,494 49	$r_6 = 22,80$
		1	
		$f' = 200,00; s'_F = 33,91.$	

Сферическая абберация для края отверстия $m = 40$ равна $\Delta s' = -0,0046$, для зоны $m = 0,7 (D/2) = 28$ равна $\Delta s'_3 = 0,0899$; соответственно — $\Delta f'_{\text{кр}} = -1,010$ и $\Delta f'_3 = 0,2905$. В правой крайней колонке приведены радиусы кривизны, округленные по ГОСТу, при которых $f' = 199,95$; $s'_F = 33,70$; $\Delta s'_{\text{кр}} = 0,020$; $\Delta f'_{\text{кр}} = -0,54$. На рис. 19.6 показаны графики аббераций осевой точки для окончательного варианта системы с радиусами по ГОСТ 1807-75.

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Приложение 1

Показатель преломления n_e и коэффициент дисперсии v_e
оптических стекол (ГОСТ 13659-78)

Марка стекла	n_e	v_e	Марка стекла	n_e	v_e	Марка стекла	n_e	v_e
ЛК3	1,4891	69,87	ТК20	1,6247	56,43	БФ25	1,6108	45,82
ЛК4	1,4922	64,93	ТК21	1,6600	50,81	БФ28	1,6687	35,20
ЛК6	1,4721	66,69	ТК23	1,5915	60,98	ТБФ4	1,7836	37,82
ЛК7	1,4846	66,20	СТК3	1,6622	51,09	ЛФ5	1,5783	41,05
ФК14	1,5821	64,82	СТК7	1,6901	53,33	ЛФ9	1,5837	37,73
К8	1,5183	63,83	СТК9	1,7460	50,00	ЛФ10	1,5509	45,57
К14	1,5168	60,38	СТК12	1,6950	54,81	Ф1	1,6169	36,70
К19	1,5208	61,41	СТК19	1,7476	50,21	Ф4	1,6285	35,67
БК4	1,5324	60,22	КФ4	1,5203	58,72	Ф6	1,6070	37,68
БК6	1,5421	59,38	КФ6	1,5027	56,99	Ф9	1,6180	34,32
БК8	1,5489	62,58	КФ7	1,5200	50,88	Ф13	1,6241	36,07
БК10	1,5713	55,79	БФ1	1,5271	54,67	ТФ1	1,6522	33,62
БК13	1,5617	60,92	БФ6	1,5724	49,18	ТФ2	1,6776	31,99
ТК2	1,5749	57,20	БФ7	1,5822	53,56	ТФ3	1,7232	29,29
ТК4	1,6138	55,55	БФ8	1,5857	46,15	ТФ4	1,7462	27,95
ТК8	1,6168	54,82	БФ11	1,6251	52,84	ТФ5	1,7617	27,32
ТК12	1,5710	62,68	БФ12	1,6298	38,83	ТФ7	1,7343	28,12
ТК13	1,6063	60,38	БФ13	1,6428	47,97	ТФ8	1,6947	30,89
ТК14	1,6155	60,34	БФ16	1,6744	47,00	ТФ10	1,8138	25,17
ТК16	1,6152	58,09	БФ21	1,6178	39,75	ОФ1	1,5319	51,54
ТК17	1,6305	59,09	БФ24	1,6386	36,49	ОФ4	1,6541	43,24

Приложение 2

Предпочтительные марки стекол

Марка стекла	Показатель преломления		Средняя дисперсия	
	n_d	n_D	$n_{F'-C'}$	n_{F-C}
ЛК6	1,4721	1,4704	0,00708	0,00704
ЛК7	1,4846	1,4828	0,00732	0,00728
К8,К108	1,5183	1,5163	0,00812	0,00806
К100	1,5237	1,5215	0,00882	0,00875
БК6,БК106	1,5421	1,5399	0,00913	0,00905
БК8,БК108	1,5489	1,5467	0,00877	0,00871
БК10,БК110	1,5713	1,5688	0,01024	0,01015
ТК2,ТК102	1,5749	1,5724	0,01005	0,00996
ТК14,ТК114	1,6155	1,6130	0,01020	0,01012
ТК16,ТК116	1,6152	1,6126	0,01059	0,01050
ТК20,ТК120	1,6247	1,6220	0,01107	0,01097
ТК21,ТК121	1,6600	1,6568	0,01299	0,01285
ТК23	1,5915	1,5891	0,00970	0,00962
КФ4	1,5203	1,5181	0,00886	0,00879
БФ12,БФ112	1,6298	1,6259	0,01622	0,01601
БФ16	1,6744	1,6709	0,01435	0,01419
БФ24	1,6386	1,6344	0,01750	0,01726
ЛФ5,ЛФ105	1,5783	1,5749	0,01409	0,01392
Ф1	1,6169	1,6128	0,01681	0,01659
Ф101	1,6179	1,6138	0,01681	0,01659
Ф104	1,6290	1,6247	0,01762	0,01738
Ф6	1,6170	1,6031	0,01611	0,01590
ТФ1,ТФ101	1,6522	1,6475	0,01940	0,01912
ТФ3	1,7232	1,7172	0,02469	0,02431
ТФ5,ТФ105	1,7617	1,7550	0,02788	0,02743

Приложение 3

Марки оптического стекла, показатели преломления, коэффициенты дисперсии для расчета двухлинзовых склеенных объективов по таблицам С.В. Трубо

№№	Марка стекла	v_e	n_e	n_F	n_C
1	ЛК3	69,871	1,4891	1,49264	1,48566
2	ЛК4	64,934	1,4922	1,49599	1,48842
3	ЛК6	66,681	1,4721	1,47572	1,46864
4	ЛК7	66,202	1,4846	1,48830	1,48097
5	К8	63,830	1,5183	1,52238	1,51430
6	К14	60,374	1,5168	1,52116	1,51259
7	К19	61,415	1,5208	1,52509	1,51662
8	БК4	60,226	1,5324	1,53687	1,52803
9	БК6	59,376	1,5421	1,54680	1,53765
10	БК8	62,588	1,5489	1,55332	1,54453
11	БК10	55,791	1,5713	1,57656	1,56629
12	БК13	60,922	1,5617	1,56636	1,55713
13	ТК2	57,204	1,5749	1,58000	1,56994
14	ТК4	55,548	1,6138	1,61947	1,60840
15	ТК8	54,827	1,6168	1,62251	1,61126
16	ТК12	62,678	1,5710	1,57565	1,56655
17	ТК13	60,388	1,6063	1,61137	1,60133
18	ТК14	60,343	1,6155	1,62069	1,61049
19	ТК16	58,093	1,6152	1,62060	1,61001
20	ТК17	59,091	1,6305	1,63595	1,62529
21	ТК20	56,432	1,6247	1,63037	1,61929
22	ТК21	50,808	1,6600	1,66664	1,65367
23	ТК23	60,979	1,5915	1,59640	1,58671
24	СТК3	57,086	1,6622	1,66816	1,65656
25	СТК9	50,000	1,7460	1,75369	1,73875
26	СТК12	54,811	1,6950	1,70148	1,68878
27	СТК19	50,208	1,7476	1,75528	1,74036
28	КФ4	58,725	1,5203	1,52478	1,51592
29	КФ6	56,995	1,5027	1,50716	1,49834
30	КФ7	50,881	1,5200	1,52524	1,51504
31	ФК14	64,822	1,5821	1,58667	1,57768
32	БФ1	54,678	1,5271	1,53198	1,52236
33	БФ6	49,175	1,5724	1,57844	1,56679

Продолжение приложения 3

№№	Марка стекла	v_s	n_s	n_F	n_C
34	БФ7	53,560	1,5822	1,58773	1,57687
35	БФ8	46,154	1,5857	1,59226	1,57955
36	БФ11	52,840	1,6251	1,63116	1,61934
37	БФ12	38,829	1,6298	1,63829	1,62205
38	БФ13	47,970	1,6428	1,64968	1,63627
39	БФ16	46,997	1,6744	1,68180	1,66745
40	БФ21	39,755	1,6178	1,62585	1,61031
41	БФ24	36,491	1,6386	1,64773	1,63030
42	БФ25	45,821	1,6108	1,61774	1,60440
43	БФ28	35,195	1,6687	1,67862	1,65966
44	ТБФ4	37,819	1,7836	1,79439	1,77371
45	ЛФ5	41,043	1,5783	1,58565	1,57153
46	ЛФ9	37,731	1,5837	1,59181	1,57635
47	ЛФ10	45,567	1,5509	1,55719	1,54510
48	Ф1	36,698	1,6169	1,62564	1,60884
49	Ф4	35,670	1,6285	1,63767	1,62004
50	Ф6	37,678	1,6070	1,61540	1,59928
51	Ф9	34,314	1,6180	1,62749	1,60948
52	Ф13	36,075	1,6241	1,63310	1,61582
53	ТФ1	33,619	1,6522	1,66234	1,64295
54	ТФ2	31,992	1,6776	1,68873	1,66754
55	ТФ3	29,291	1,7232	1,73617	1,71145
56	ТФ4	27,948	1,7462	1,7631	1,73362
57	ТФ5	27,321	1,7617	1,77644	1,74854
58	ТФ7	28,123	1,7343	1,74805	1,72195
59	ТФ8	30,889	1,6947	1,70653	1,68405
60	ТФ10	25,172	1,8138	1,83088	1,79856
61	ОФ1	51,541	1,5319	1,53721	1,52688
62	ОФ4	43,232	1,6541	1,66199	1,64683

Основные формулы, необходимые для выбора комбинации марок стекол по таблицам С.В. Трушко. Пределы изменения значений $P_{ок}^{-}$ и $P_{оф}^{-}$

Таблицы С.В. Трушко для расчета двухлинзовых склеенных компонентов в видимой области спектра $F' \dots C'$ содержат 864 комбинации из 62 марок стекла серии 0 (ГОСТ 3514-76). Комбинации стекол выбирают по значениям $P_{ок}^{-}$ ($P_{ок}^{-}$ или $P_{оф}^{-}$) и хроматическому параметру $\bar{C}$. В таблицах величина $P_{ок}^{-}$ приведена для семи значений $\bar{C}$ ($\pm 0,006$, $\pm 0,004$, $\pm 0,002, 0$).

Прежде чем выбрать комбинацию стекол по таблицам, надо вычислить значения основных параметров P^{-} , W^{-} и хроматического параметра $\bar{C}$. При вычислении основных параметров надо принять $\pi = 0,68$.

Если $W^{-} < 0,8$, то выбирают комбинацию «крон впереди» и вычисляют $P_{ок}^{-}$:

$$P_{ок}^{-} = [P^{-} - 0,84 (W^{-} - 0,08)^2] / [1 - 0,022 (W^{-} - 0,08) + 0,002 (W^{-} - 0,08)^2].$$

Если $W^{-} > 0,8$, то выбирают комбинацию стекол «флинт впереди» и вычисляют $P_{оф}^{-}$:

$$P_{оф}^{-} = [P^{-} - 0,84 (W^{-} - 0,21)^2] / [1 + 0,025 (W^{-} - 0,21) + 0,002 (W^{-} - 0,21)^2].$$

Пределы изменения значений $P_{ок}^{-}$ и $P_{оф}^{-}$ при разных значениях $\bar{C}$ приведены в таблице:

$\bar{C}$	$P_{ок}^{-}$		$P_{оф}^{-}$	
	от	до	от	до
-0,006	-16,198	12,164	-11,778	11,400
-0,004	-27,413	16,425	-18,235	15,509
-0,002	-42,533	21,504	-26,455	20,438
0,000	-62,193	27,402	-36,667	26,194
0,002	-87,050	34,098	-49,107	32,760
0,004	-117,777	41,544	-64,014	40,094
0,006	-155,065	49,664	-81,636	48,124

Затем по значениям $P_{ок}^{-}$ и $\bar{C}$ (или $P_{оф}^{-}$ и $\bar{C}$) по таблицам, приведенным в справочнике [14], производится выбор комбинации стекол.

Значения показателей преломления n_e и коэффициентов дисперсии v_e стекол, для которых составлены таблицы С.В. Трубки, приведены в приложении.

Если с помощью таблиц [14] необходимо рассчитать объектив в области спектра $\lambda_1 \dots \lambda_2$, который отличается от $F' \dots C'$, то после вычисления параметра $\bar{C}$, относящегося к указанной области, следует перейти к параметру $\bar{C}$, определенному по эмпирической формуле:

$$\bar{C} = 0,0089 - 0,00156 (l_1 + l_2) + 1,303 \bar{C}_1 / (l_1 - l_2),$$

где $l_1 = 1000/(\lambda_1 - 200)$, $l_2 = 1000/(\lambda_2 - 200)$.

По значению $\bar{C}$ выбирают соответствующую комбинацию стекол по таблицам [14]. Затем для заданной области спектра вычисляют коэффициенты дисперсии обоих стекол v_1 и v_2 , оптическую силу $\bar{\varphi}_1$ первой линзы:

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{v_1}{v_1 - v_2} (1 + v_2 \bar{C}_1).$$

Затем определяют уточненное значение $\bar{C}$ для обычной области спектра $F' \dots C'$:

$$\bar{C} = \frac{1}{v_2} \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1} \bar{\varphi}_1 - 1 \right),$$

по которому из таблиц выбирают новую комбинацию стекол.

Интерполяция по Ньютону и Стирлингу для выбора комбинаций марок стекол для промежуточных значений $\bar{C}$ по таблицам С.В. Трубка [14]

После определения величин $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ и $\bar{C}$ (или $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ и $\bar{C}$) по табл. 2 или табл. 3 [14] проводят выбор комбинаций стекол. Для промежуточных значений параметра $\bar{C}$, отсутствующих в таблице, необходимо прибегнуть к интерполяции. Чтобы получить $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ с погрешностью 0,01, можно воспользоваться интерполяционными формулами Ньютона или Стирлинга. Обозначим для удобства $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ через y . Пусть трем известным значениям $\bar{C}_0, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ соответствуют величины y_0, y_1, y_2 , а искомой величине y — параметр $\bar{C}$, причем числовое значение $\bar{C}$ заключено между $\bar{C}_0$ и $\bar{C}_1$. Определяем вспомогательную величину $u = (\bar{C} - \bar{C}_0) / (\bar{C}_1 - \bar{C}_0)$, которая всегда положительна и заключена между 0 и 1, а также разности $\Delta y_0 = y_1 - y_0$, $\Delta y_1 = y_2 - y_1$ и $\Delta^2 y = \Delta y_1 - \Delta y_0$. Тогда по формуле Ньютона

$$y = y_0 + u \Delta y_0 + 0,5 u (u - 1) \Delta^2 y_0,$$

а по формуле Стирлинга

$$y = y_0 + 0,5 u (\Delta y_{-1} + \Delta y_0) + 0,5 u^2 \Delta^2 y_{-1},$$

где $\Delta y_{-1} = y_0 - y_{-1}$, $\Delta^2 y_{-1} = \Delta y_0 - \Delta y_{-1}$, причем значению y_{-1} соответствует $\bar{C}_{-1}$, а $\bar{C}$ может находиться между $\bar{C}_0$ и $\bar{C}_1$ либо между $\bar{C}_{-1}$ и $\bar{C}_0$.

Если требуется вычислить $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ с погрешностью 0,001, то применяют формулу Бесселя [14].

После определения $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ по табл. 4...6 в [14] находят значения $W_{\text{оф}}^{\text{н}}$ и p . Для определения p пригодна линейная интерполяция, а для $W_{\text{оф}}^{\text{н}}$ — квадратичная. Затем вычисляем величину

$$P^{\text{н}} = P_{\text{оф}}^{\text{н}} + p (W^{\text{н}} - W_{\text{оф}}^{\text{н}})^2.$$

Если она отличается от заданной, то производят повторное вычисление $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$. А поскольку искомая комбинация стекол расположена вблизи уже найденной, то для нее в качестве $W_{\text{оф}}^{\text{н}}$ и p можно использовать только что полученные их значения и заново вычислить $P_{\text{оф}}^{\text{н}}$ по формуле

$$P_{\text{оф}}^{\text{н}} = P^{\text{н}} - p (W^{\text{н}} - W_{\text{оф}}^{\text{н}})^2.$$

В этом случае мы получаем практически точное значение величины $P^{\text{н}}$, которое отвечает требуемым значениям основных параметров $\bar{P}$ и $W^{\text{н}}$.

Значения припуска ΔD на закрепление линзы в оправе и наименьшая толщина $d_{\min}$ края положительной линзы (ОСТ 3-490-71) (табл. 1)

Таблица 1

Световой диаметр $D_{\text{св}}$ линз, мм	Припуск ΔD на закрепление при креплении:		Наименьшая толщина положительной линзы, $d_{\min}$	Световой диаметр $D_{\text{св}}$ линз, мм	Припуск ΔD на закрепление при креплении:		Наименьшая толщина положительной линзы, $d_{\min}$
	завальцовкой	зажимным кольцом			завальцовкой	зажимным кольцом	
Ай 6	0,6	—	1,0	На 80 и 120	—	3,0	3,0
На 6 и 10	0,8	1,0	1,2	" 120 " 180	—	4,0	4,0
" 10 " 18	1,0	1,5	1,5	" 180 " 260	—	5,0	5,0
" 18 " 30	1,2	1,8	1,8	" 260 " 360	—	6,0	6,0
" 30 " 50	1,5	2,0	2,0	" 360 " 500	—	8,0	7,0
" 50 " 80	2,0	2,5	2,5				

Таблица 2

Характеристика отрицательных линз		Наименьшие толщины по оси $d_{\text{ос}} = d$, мм при допуске ΔN на местные ошибки			
Форма	Диаметр D_n , мм	До 0,3N	0,3–0,5N	0,5–2,0N	Св. 2,0N
Двояковогнутая	До 50	$0,15D_n$	$0,12D_n$	$0,12D_n$	$0,10D_n$
	50–120	$0,12D_n$	$0,12D_n$	$0,10D_n$	$0,08D_n$
	120–260	$0,10D_n$	$0,10D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$
	260–500	$0,10D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$
Мениск	До 50	$0,12D_n$	$0,12D_n$	$0,10D_n$	$0,10D_n$
	50–120	$0,12D_n$	$0,10D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$
	120–260	$0,10D_n$	$0,10D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$
	260–500	$0,10D_n$	$0,10D_n$	$0,08D_n$	$0,08D_n$

Приложение 7

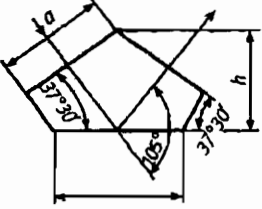
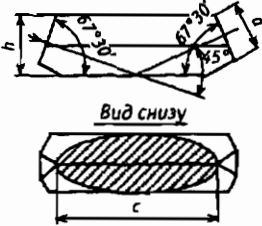
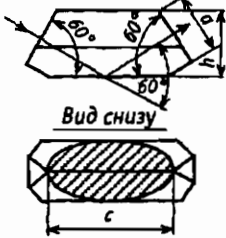
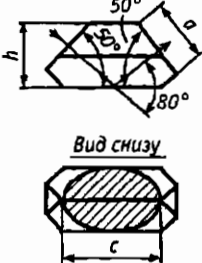
Нормальный ряд чисел

Ra 5	—						
Ra 10	—			Ra 10	—		
Ra 20	—	Ra 20	—	Ra 20	—	Ra 20	—
Ra 40	Ra 40	Ra 40	Ra 40	Ra 40	Ra 40	Ra 40	Ra 40
1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,3	1,4	1,5
1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,4
2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
4,0	4,2	4,5	4,8	5,0	5,3	5,6	6,0
6,3	6,7	7,1	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
10	10,5	11	11,5	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	24
25	26	28	30	32	34	36	38
40	42	45	48	50	53	56	60
63	67	71	75	80	85	90	95
100	105	110	115	120	130	140	150
160	170	180	190	200	210	220	240
250	260	280	300	320	340	360	380
400	420	450	480	500	530	560	600
630	670	710	750	800	850	900	950

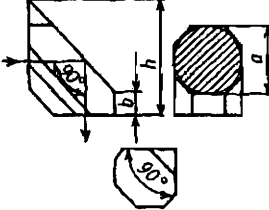
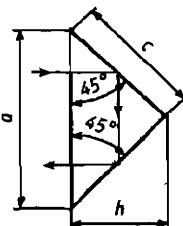
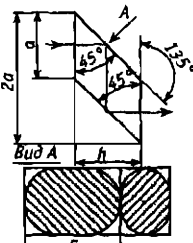
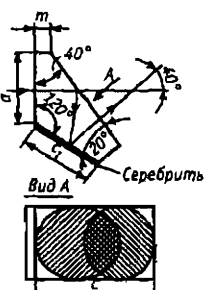
Призмы отражательные

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
Одинарные. Тип А с одной отражающей поверхностью Оборачивают изображение в главном сечении на 180° (зеркальное изображение)		
AP-0° (призма Дове)		$c = D \frac{2\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1} = 4,23D$ (для К8) и 4,04D (для БК10) $h = D; l = D \frac{2n}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1} = 3,337D$ (для К8) и 3,20D (для БК10)
AP-45°		$a = D$ $c = 2,613D$ $h = 0,924D$ $l = 2,414D$
AP-60°		$a = D$ $c = 2D$ $h = 0,866D$ $l = 1,732D$
AP-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $l = D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
AP-105°		$a = D$ $c = 1,260D$ $h = 0,821D$ $l = 1,303D$
Тип А_к. Призмы с крышей Дают полное обрачивание изображения		
АкР-45°		$a = D$ $c = 2,613D$ $h = 1,143D$ $l = 3,558D$
АкР-60°		$a = D$ $c = 2D$ $h = 1,094D$ $l = 2,646D$
АкР-80°		$a = D$ $c = 1,556D$ $h = 1,013D$ $l = 1,96D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
АкР-90°		$a = D$ $c = 0,366D$ $h = 1,732D$ $l = 1,732D$
Тип Б. Призмы с двумя отражающими поверхностями Призма БР-180° дает зеркальное изображение предмета, призма БС-0° и призмы типа БУ и БП — прямое изображение, призмы типа БМ — полное оборачивание		
БР-180°		$a = 2D$ $c = 1,414D$ $h = D$ $l = 2D$
БС-0° (ромб)		$a = D$ $c = 1,414D$ $h = D$ $l = 2D$
БУ-40°		$a = 2D$ $c = 1,653D$ $c_1 = 1,064D$ $m = 0,176D$ $l = 1,97D$

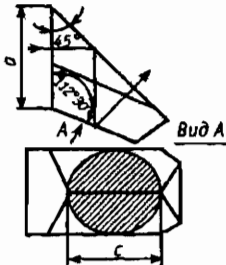
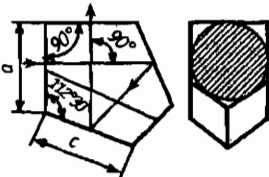
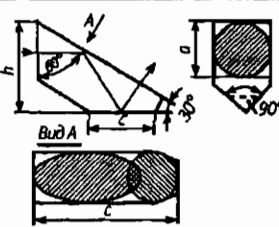
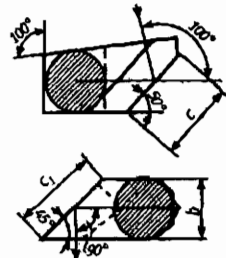
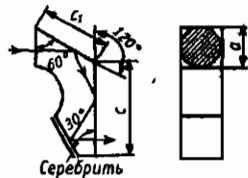
Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
БУ-45°		$a = D$ $c = 1,707D$ $c_1 = 1,082D$ $l = 1,707D$
БУ-60°		$a = D$ $c = 2D$ $l = 1,732D$
БП-80°		$a = D$ $c = 1,064D$ $l = 3,94D$
БП-90° (пентапризма)		$a = D$ $c = 1,082D$ $l = 3,414D$
БМ-60-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 2D$ $b = D$ $l = 2,366D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
БМ-80-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 1,556D$ $l = 1,874D$
БМ-90-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 1,414D$ $l = 1,707D$
БМ-100-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 1,305D$ $l = 1,954D$
БМ-120-90°		$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 1,155D$ $l = 2,823D$
Тип Б _х . Призмы с крышей и одной отражающей поверхностью		
БкР-180°		$a = 2,225D$ $c = 1,414D$ $l = 2,957D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
БкУ-45°		$a = 1,237D$ $c = 1,082D$ $l = 2,111D$
БкП-90° (пентапризма с крышей)		$a = 1,237D$ $c = 1,082D$ $l = 4,223D$
БкУ-60°		$a = D$ $c = 1,155D$ $h = 1,618D$ $l = 2,802D$
БкМ-100-90°		$c = 1,305D$ $b = D$ $c_1 = 1,414D$ $l = 2,909D$
ВЛ-0° (призма Лемана)		$a = D$ $c = 2,5D$ $c_1 = 2D$ $l = 4,33D$

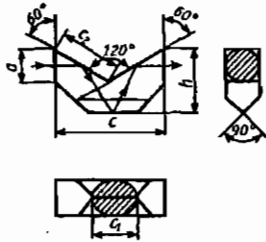
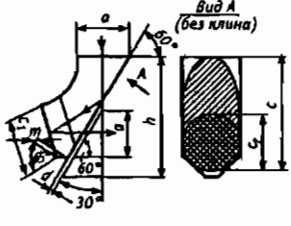
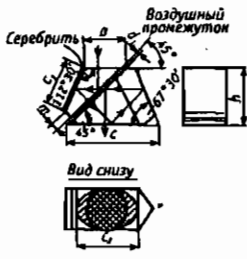
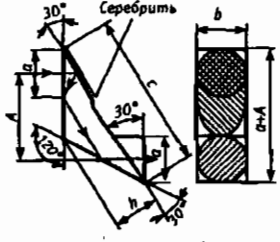
Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
ВР-45° (призма Шмидта)		$\zeta = 1,414D$ $c_1 = 1,082D$ $l = 2,414D$
ВР-180°		$a = D$ $c = 2D$ $h = 0,577D$ $c_1 = 1,155D$ $l = 1,732D$
Тип В_к. Призмы с крышей и двумя отражающими поверхностями Призмы ВкЛ-0° и ВкР-45° дают полное оборачивание изображения, а призма ВкР-180° — зеркальное изображение		
ВкЛ-0°		$a = D$ $c = 2D$ $h = 2,618D$ $m = 9,357D$ $l = 4,535D$
ВкР-45°		$c = 1,781D$ $c_1 = 1,363D$ $l = 3,04D$
ВкР-180°		$a = 1,868D$ $c = 2,618D$ $h = 0,934D$ $l = 2,802D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
Составные призмы визуальных приборов		
А-0° (призма Аббе состоит из двух склеенных призм)	Вид снизу	$a = D$ $c = 3,46D$ $c_1 = 1,155D$ $c_2 = 2D$ $h = 2D$ $l = 5,2D$
Б-90°	Вид А (без клина) Вид В Воздушный промежуток	$a = D$ $c = 2D$ $c_1 = 1,035D$ $c_2 = 1,155D$ $d = 0,002 \text{ мм}$ $h = 1,732D$ $l = 1,732D$ (без клина)
К-0° (призма-куб); Состоит из двух прямоугольных призм, склеенных гипотенузными гранями. Эти грани посеребрены.	Вид А	$a = D$ $c = D \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1}$ $c_1 = 0,707D$ $l = D \frac{n}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1}$
П-0° (призма Пехана); Состоит из призмы Шмидта и полупентапризмы	Воздушный промежуток Вид А	$a = D$ $c = 1,414D$ $c_1 = 1,08D$ $c_2 = 1,7052D$ $d = 0,39D$ $h = 1,205D$ $d_1 = 0,05...0,1 \text{ мм}$ $l = 4,62D$

Продолжение приложения 8

Условное обозначение и характеристика	Схема	Соотношение размеров
Ак-0° (призма Аббе)	 Дает полное оборачивание	$a = D$ $c = 3,46D$ $c_1 = 1,155D$ $c_2 = 2D$ $h = 2D$ $l = 5,2D$
БК-90° (башмачная призма)	 Дает зеркальное изображение	$a = D$ $c = 2,33D$ $c_1 = 1,035D$ $c_2 = 1,155D$ $m = 0,33D$ $h = 2,3D$ $d_1 = 0,1 \text{ мм}$ $l = 2,6D$ (без клина)
ПК-0°	 Дает полное оборачивание	$a = D$ $c = 1,78D$ $c_1 = 1,08D$ $c_2 = 1,414D$ $m = 0,39D$ $h = 1,231D$ $d_1 = 0,1 \text{ мм}$ $l = 4,75D$
ВП-0° (состоит из двух склеенных призм)	 Дает зеркальное изображение	$a = D$ $b = D$ $c = 1,155 (A+D)$ $h = 0,333 (A+D)$ $l = 1,115 (A+D)$ (без клина)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Запрягаева Л.А., Свешникова И.С. Расчет и проектирование оптических систем. М.: Логос, 2000. 581 с.
2. Прикладная оптика/Под ред. Дубовика А.С. М.: Машиностроение, 1992. 479 с.
3. Прикладная оптика/Под ред. Дубовика А.С. М.: Недра, 1982. 611 с.
4. Заказнов Н.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И. Теория оптических систем. М.: Машиностроение, 1992. 447 с.
5. Русинов М.М. Несферические поверхности в оптике. М.: Недра, 1973. 295 с.
6. Апенко М.И., Запрягаева Л.А., Свешникова И.С. Задачник по прикладной оптике. М.: Недра, 1987. 310с.
7. Сборник задач по теории оптических систем /Андреев Л.Н., Грамматин А.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И. М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
8. Апенко М.И., Свешникова И.С. Задачник по оптике. М.: Машиностроение, 1987. 189 с.
9. Фефилов Б.В. Задачник по прикладной оптике. М.: Высшая школа, 1974. 159 с.
10. Ковальчук О.С. Сборник вопросов и задач по прикладной оптике. М.: Машиностроение, 1970. 200 с.
11. Сборник задач по оптике и атомной физике/ Под ред. проф. Граммакова А.Г. Л.: Изд.ЛГУ, 1973. 144 с.
12. Сборник задач по общему курсу физики. Оптика/ Под ред. Сивухина Д.В. М.: Наука, 1977. 320 с.
13. Справочник конструктора опτικο-механических приборов /Под ред. Панова В.А. Л.: Машиностроение, 1980. 742 с.
14. Трубка С.В. Расчет двухлинзовых склеенных объективов: Справочник. Л.: Машиностроение, 1984. 142 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	4
Часть I. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	13
Глава 1. ЗАКОНЫ И ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ	13
Глава 2. ИДЕАЛЬНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА	36
Глава 3. ОБРАЗОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРЕЛОМЛЯЮЩИМИ И ОТРАЖАЮЩИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ	87
Глава 4. ОПТИКА ПАРАКСИАЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ	108
Глава 5. ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	134
Глава 6. ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКИЕ СРЕДЫ	155
Часть II. ТЕОРИЯ АБЕРРАЦИЙ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	178
Глава 7. ХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ	178
Глава 8. МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ	201
Часть III. ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ГАБАРИТНЫЙ РАСЧЕТ	239
Глава 9. ОПТИЧЕСКИЕ ДЕТАЛИ	239
Глава 10. ЛУПА И МИКРОСКОП	259
Глава 11. ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ	275
Глава 12. ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ОСВЕТИТЕЛЬНЫЕ И ПРОЕКЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ	311
Часть IV. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	333
Глава 13. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ОСВЕТИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ	333
Глава 14. АБЕРРАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	367
Глава 15. РАСЧЕТ ИСХОДНЫХ ВАРИАНТОВ СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ЛИНЗОВЫХ КОМПОНЕНТОВ	375

Глава 16. ГАБАРИТНЫЙ РАСЧЕТ И АБЕРРАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЗЕРКАЛЬНЫХ СИСТЕМ	438
Глава 17. РАСЧЕТ ИСХОДНЫХ ВАРИАНТОВ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ	476
Глава 18. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С АСФЕРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ	540
Глава 19. КОРРЕКЦИЯ АБЕРРАЦИЙ	555
СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ	571
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	589

Учебное издание

**Апенко Михаил Иванович
Запругаева Людмила Алексеевна
Свешникова Инна Сергеевна**

ЗАДАЧНИК ПО ПРИКЛАДНОЙ ОПТИКЕ

*Художники В.А. Казак, О.В. Левашова
Художественный редактор З.Е. Анфиногенова
Компьютерная верстка Е.В. Мельникова*

Лицензия ИД № 06236 от 09.11.01.

Изд. № РЕНТ-25. Сдано в набор и подп. в печать 11.11.02.
Формат 60×88¹/₁₆. Бум. газетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная.
Объем 36,26 усл. печ. л., 36,76 усл. кр.-отт., 30,79 уч.-изд. л.
Тираж 5000 экз. Заказ № 2509.

ФГУП «Издательство «Высшая школа»,
127994, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., 29/14.

Тел.: (095) 200-04-56

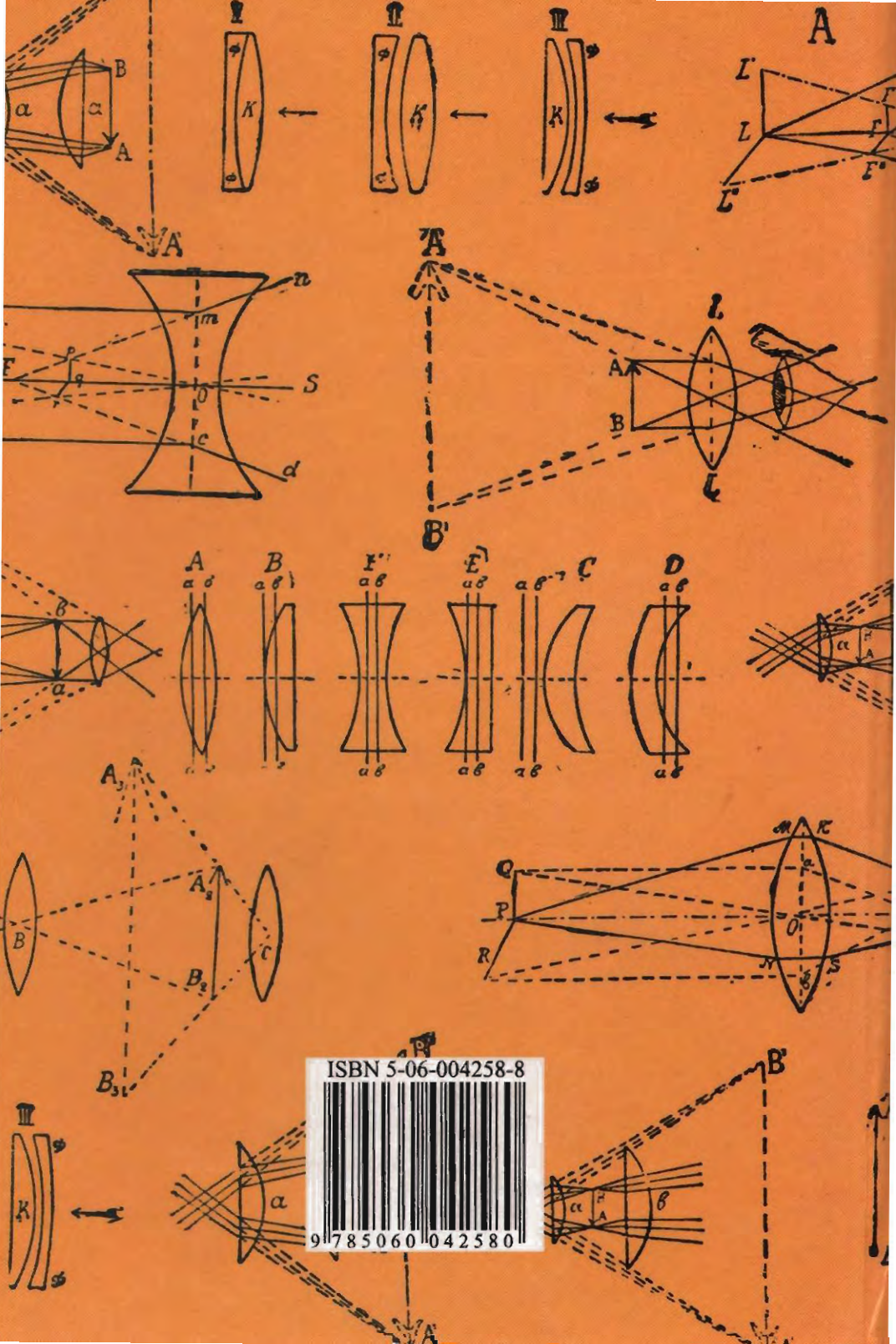
E-mail: info@v-shkola.ru <http://www.v-shkola.ru>

Отдел реализации: (095) 200-07-69, 200-59-39, факс: (095) 200-03-01.

E-mail: sales@v-shkola.ru

Отдел «Книга-почтой»: (095) 200-33-36. E-mail: bookpost@v-shkola.ru

Отпечатано в ФГУП ордена «Знак Почета»
Смоленской областной типографии им. В.И. Смирнова.
214000, г. Смоленск, пр-т им. Ю. Гагарина, 2



ISBN 5-06-004258-8

