ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

«ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ»

А. В. Багинский, О. А. Брагин,
Н. С. Буфетов, С. О. Зырянов

Лабораторная работа 1.1

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебно-методическое пособие

Новосибирск
2008

Представлено описание модернизированной лабораторной работы измерительного практикума кафедры общей физики НГУ. Работа выполняется студентами 1–2-го курсов физического факультета, факультета информационных технологий, геолого-геофизического, медицинского факультетов и факультета естественных наук.

При выполнении работы студенты знакомятся со статистическими методами обработки и представления результатов измерений. Работа может быть использована при обучении студентов других естественнонаучных и технических факультетов.

Рецензент
Д-р. физ.-мат. наук А. Д. Косинов

Издание подготовлено в рамках выполнения инновационно-образовательной программы «*Инновационные образовательные программы и технологии, реализуемые на принципах партнерства классического университета, науки, бизнеса и государства*» национального проекта «Образование».

© Новосибирский государственный университет, 2008

Содержание

Введение ……..4
Вероятностные функции распределения ……..…5
Статистические распределения Пуассона и Гаусса ……..6
Как рассчитать параметры функций Гаусса и Пуассона ……8
Погрешность расчета математического ожидания ……..……..10
Экспериментальная установка ……..……14
Задания и порядок выполнения работы …….……..…16
Задание 1. Счетная характеристика детектора ……..…..…….16
Задание 2. Влияние числа измерений и интервала счета
на точность определения среднего ……..…..18
Задание 3. Идентификация аналитической модели закона
распределения ……19
Построение гистограммы …….…….19
Проверка статистических гипотез ……..……....20
Методика определения соответствия экспериментального
и принятого законов распределения ……..…….....22
Контрольные вопросы. ……..……23
Рекомендуемая литература ……..…...24
Приложение. Инструкция по пользованию программным обеспечением
лабораторной работы 1.1 (вариант под WINDOWS) ….....24

Цель работы: ознакомление с методами обработки и представления результатов измерений на примере исследования интенсивности излучения α-частиц при радиоактивном распаде ядер.

Введение

В данной лабораторной работе исследуется интенсивность изотопного источника α-частиц (измеряется количество α-частиц n испускаемых источником за фиксированный промежуток времени τ). Величина n является случайной, так как испускание α-частиц происходит в результате спонтанного распада ядер (^{239}Pu). Случайная величина, в отличие от неслучайной, не имеет какого-то определенного значения. Поэтому результаты повторных измерений такой величины могут значительно различаться, т. е. будет наблюдаться «разброс» экспериментальных данных. Причем любое из полученных значений будет правильным, в том смысле, что не будет являться экспериментальной погрешностью – просто на момент одного измерения исследуемая величина имела одно значение, а на момент другого измерения – другое. Конечно, одни значения n будут встречаться часто, другие – намного реже, но даже вероятность того, что в эксперименте будет получено огромное значение n, соответствующее одновременному распаду всех ядер ^{239}Pu, не равна нулю. Обратим внимание на принципиально разные причины «разброса» экспериментальных данных в сериях измерений при исследовании случайных и неслучайных величин. В первом случае меняется, как сказано выше, сама измеряемая величина, во втором – случайным образом меняются отклонения измеренных значений от истинного значения исследуемой величины. Вызываются эти отклонения множеством неконтролируемых малых внешних воздействий на прибор, меняющихся случайным образом как по величине, так и по знаку. Например, если мы производим взвешивание какого-то образца, то из-за конечного трения в подвеске коромысла весов, присутствия пыли, воздействия конвективных потоков воздуха, вибраций самой различной природы и т. д. и т. п. результаты повторных взвешиваний не будут совпадать между собой, но сама измеряемая величина (масса) остается неизменной.

Интуитивно ясно, что при усреднении результатов измерений неслучайной величины происходит взаимная компенсация отклонений и среднее значение дает хорошее приближение к истинному значению. Результат любого единичного измерения также дает приближенное значение этой величины, хотя и менее надежное, чем среднее значение. Среднее значение, вычисленное по результатам измерений случайной величины, является очень важным параметром, но само по себе случайную величину не характеризуют (как и результат любого конкретного измерения). Исчерпывающей характеристикой случайной величины является функция, описывающая вероятность появления того или иного ее значения. Таким образом,

если цель эксперимента с неслучайной величиной состоит в определении ее истинного значения, т. е. числа, то цель эксперимента со случайной величиной состоит в определении вида вероятностной функции и в расчете численных значений параметров этой функции.

Вероятностные функции распределения

Из теории вероятности известно, что наиболее универсальным способом описания случайной величины является отыскание их интегральных и дифференциальных функций распределения. Интегральной функцией распределения *F(x)* называют функцию, каждое значение которой для каждого *x* является вероятностью события, заключающегося в том, что случайная величина x_i в i-м опыте принимает значение меньше *x*.

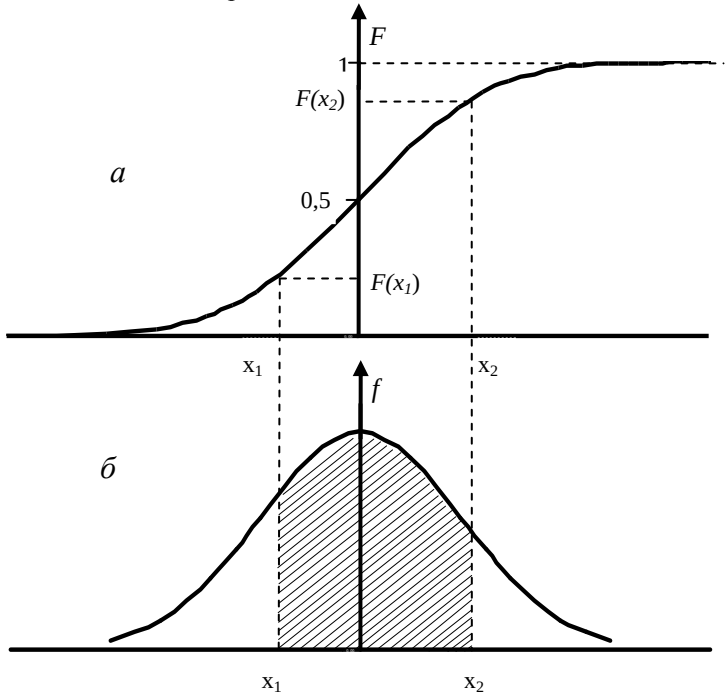


Рис. 1. Интегральная (*а*) и дифференциальная (*б*) функции распределения случайной величины

График интегральной функции распределения показан на рис. 1, *а*. Она имеет следующие свойства:

- неотрицательная, т. е. $F(x) \geq 0$;

- неубывающая, т.е. $F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 \geq x_1$;

- диапазон ее изменения простирается от 0 до 1, т. е. $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$;

- вероятность нахождения случайной величины x в диапазоне от x_1 до x_2 $P\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$.

Более наглядным является описание свойств результатов измерений и случайных погрешностей с помощью дифференциальной функции распределения, иначе называемой плотностью распределения вероятностей, $f(x)=dF(x) / dx$ (рис. 1, *б*). Она всегда неотрицательная и подчиняется условию нормирования в виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Учитывая взаимосвязь между $F(x)$ и $f(x)$, ясно, что вероятность попадания случайной величины в заданный интервал (x1; x2)

$$P\{x_1 < x < x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx.$$

Статистические распределения Пуассона и Гаусса

В природе существует множество физических явлений, имеющих случайную природу и описывающихся той или иной вероятностной функцией.

В практике физического эксперимента очень часто приходится иметь дело со случайными величинами, распределенными, например, по законам Гаусса или его логарифмической модификацией (непрерывное распределение) и Пуассона (дискретное распределение).

Вероятность dg того, что значение гауссовской случайной величины x окажется в интервале $(x, x + dx)$ определяется выражением:

$$dg = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}} dx. \qquad (1)$$

Вероятность обнаружить x внутри конечного интервала (x_1, x_2) можно найти, проинтегрировав выражение (1) в пределах от x_1 до x_2.

Функция

$$g(\mu, \sigma, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}} \qquad (2)$$

называется *плотностью вероятности* распределения Гаусса. Это непрерывная двухпараметрическая функция, определенная на интервале $(-\infty, +\infty)$. Ее параметрами являются математическое ожидание μ и дисперсия σ^2. Корень из дисперсии (σ) называется стандартным отклонением. $g(\mu, \sigma, x)$ симметрична относительно $x = \mu$ и имеет в этой точке максимум,

т.е. математическое ожидание гауссовской величины есть наиболее вероятное ее значение. График функции $g(\mu, \sigma, x)$ (рис. 2) имеет вид купола.

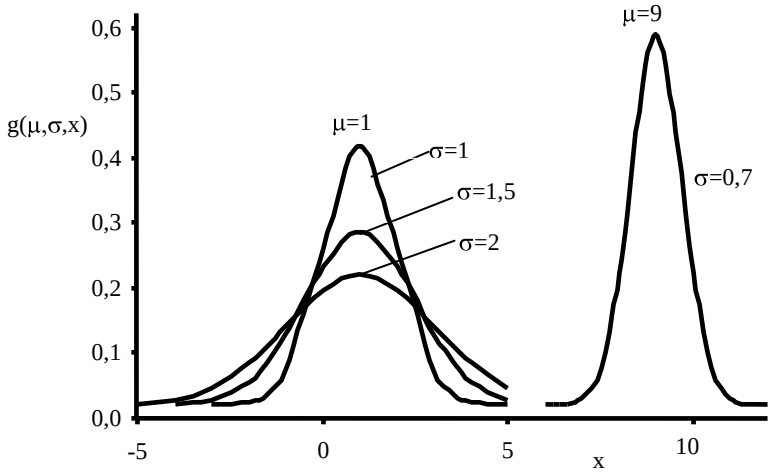


Рис. 2. Вид функции Гаусса при различных значениях математического ожидания и дисперсии

Видно, что величиной математического ожидания определяется положение купола на числовой оси, а величиной стандартного отклонения – его «ширина». При малых σ функция $g(\mu, \sigma, x)$ быстро затухает при отклонении x от μ (узкий купол). При больших σ купол шире, т. е. возрастает вероятность больших отклонения x от μ. Отсюда следует практический вывод – стандартное отклонение характеризует «разброс» экспериментальных данных при многократных измерениях.

Функция распределения Пуассона

$$p = e^{-\mu_0 \tau_0} \frac{(\mu_0 \tau_0)^n}{n!} \qquad (3)$$

определяет вероятность p того, что за промежуток времени (на длине, площади, в объеме и т. п.) τ_0 будет зарегистрировано n событий, в частности, вероятность зарегистрировать n α-частиц за время τ_0. Распределение Пуассона является дискретным и определено на множестве натуральных чисел. Единственным параметром распределения Пуассона является математическое ожидание μ_0. Параметр μ_0 не принадлежит, в общем случае, множеству натуральных чисел, поэтому называть его наиболее вероятным значением случайной величины, как в случае гауссовских величин, неправомерно.

Часто распределение Пуассона записывают в виде

$$p = e^{-\mu}\frac{\mu^n}{n!}, \qquad (4)$$

заменяя комплекс $\mu_0 \cdot \tau_0$ на μ.

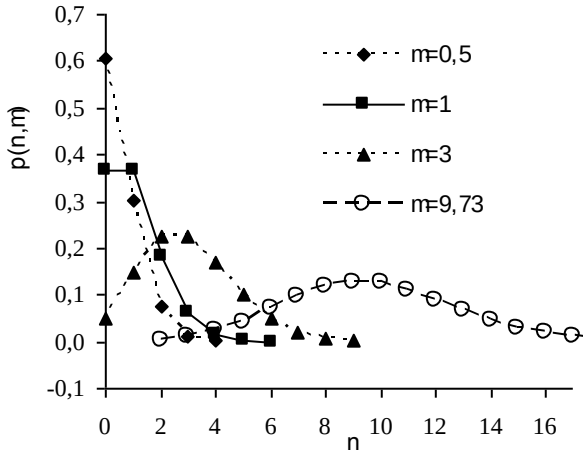


Рис. 3. Вид распределения Пуассона при различных значениях μ. Линиями соединены значения распределения для одинаковых μ

Замечание: При анализе своих экспериментальных данных обратите внимание на отличие μ от μ_0. В программу обработки экспериментальных данных функция распределения заложена в виде (4).

Поскольку функция Пуассона дискретна, на графике она изображается отдельными точками, а не непрерывной кривой, как функция Гаусса. Пуассоновское распределение не симметрично, особенно при малых μ (рис. 3). С ростом μ распределение становится все более симметричным, а значения функций Пуассона и Гаусса сближаются (рис. 4).

Как рассчитать параметры функций Гаусса и Пуассона

Пусть x – случайная гауссовская величина, а $f(x)$ – некоторая функция от этой величины. Тогда среднее значение $\overline{f(x)}$, согласно общему правилу вычисления средних, определяется интегралом:

$$\overline{f(x)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)G(\mu,\sigma,x)dx. \qquad (5)$$

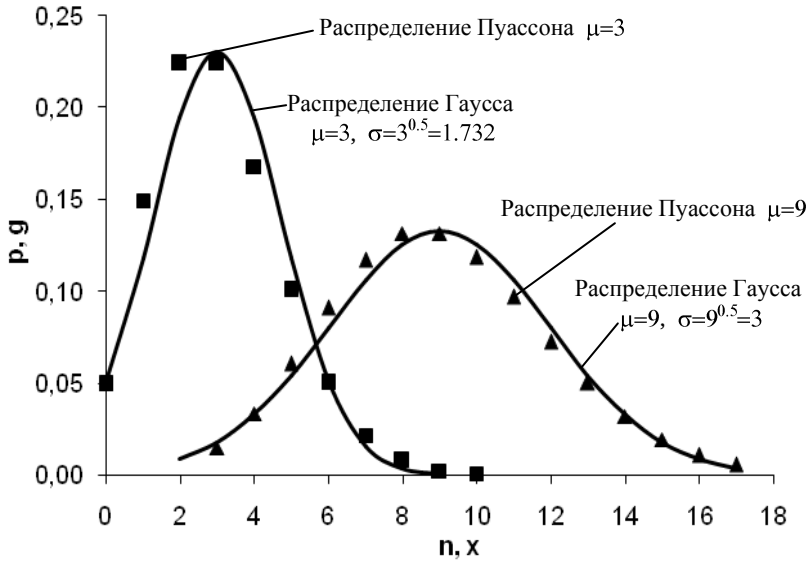


Рис. 4. Распределения Гаусса и Пуассона при одинаковых значениях математического ожидания и дисперсии

При $f(x) = x$ и $f(x) = (\mu - x)^2$ прямым интегрированием выражения (5) находим:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} xG(\mu,\sigma,x)dx = \mu, \qquad (6)$$

$$\overline{(\mu - x)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu - x)^2 G(\mu,\sigma,x)dx = \sigma^2. \qquad (7)$$

Таким образом, математическое ожидание μ случайной гауссовской величины x равно среднему значению этой величины, а σ – среднеквадратическому отклонению (СКО) x от μ. СКО называется величина $\sqrt{\overline{(\mu - x)^2}}$.

Формула усреднения для пуассоновских случайных величин аналогична формуле (5) с той разницей, что функция Гаусса заменяется функцией Пуассона, а интегрирование заменяется суммированием бесконечного ряда, так как в отличие от распределения Гаусса, распределение Пуассона

является дискретным. Особенность распределения Пуассона состоит в том, что математическое ожидание численно равно дисперсии:

$$\mu = \bar{n}\,; \quad \sigma^2 = \mu. \tag{8}$$

Множество всех возможных значений случайной величины называется *генеральной совокупностью*. Согласно соотношениям (6–8) среднеарифметическое по генеральной совокупности дает нам точное значение математического ожидания, а средний квадрат отклонений от найденного среднего – дисперсию. Однако в результате экспериментальных измерений мы никогда не сможем получить полный набор всех возможных значений случайной величины, так как для этого нам пришлось бы выполнить бесконечное количество измерений. В эксперименте мы можем получить лишь ограниченное множество значений исследуемой случайной величины – выборку из генеральной совокупности, или просто *выборку*. Среднее по выборке не дает точного значения математического ожидания, но является наилучшей оценкой μ:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \approx \mu\,. \tag{9}$$

В выражении (9) N – количество измерений, x_i – результат i-го измерения. Выражение (9) носит название «среднее арифметическое значение» измеряемой величины.

Наилучшей оценкой σ является СКО S_x от среднего:

$$\sigma \approx S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}\,. \tag{10}$$

Погрешность расчета математического ожидания

Когда вы рассчитываете математическое ожидание по формуле (9), вы допускаете некоторую ошибку, связанную, как отмечено выше, с тем, что усреднение производится не по генеральной совокупности, а по конечной выборке длиной N. Если вы еще раз проделаете N измерений и вновь рассчитаете математическое ожидание, то новое значение μ не совпадет с первоначальным. Естественно возникает вопрос о значимости этого расхождения. Для ответа на него необходимо оценить погрешность определения μ по результатам экспериментальных измерений. (Заметьте, речь идет о погрешности μ а не о погрешности $\bar{x}$!)

Понятие «погрешность» не столь очевидно, как это может показаться. С одной стороны, погрешность – это то, насколько измеренное значение величины отличается от истинного. С другой стороны, сделать численную оценку, основываясь на таком определении погрешности, мы не сможем,

так как истинное значение измеряемой величины нам никогда не известно (если оно известно – то зачем измерять?). Современная теория, позволяющая дать четкое определение погрешности и способ ее численной оценки, базируется на анализе статистических распределений. Эта теория строго разработана для гауссовских случайных величин. Однако, как отмечалось выше, при больших μ (больших средних значениях случайной величины) распределения Гаусса и Пуассона практически не различаются (речь идет, конечно, о совпадении в точках $x = n$, где n – целое). Из рис. 4 видно, что уже при $\bar{x} = 9$ различие становится весьма малым. Поэтому теория, разработанная для гауссовских величин, в большинстве случаев применима и для пуассоновских. Сколько-нибудь полное рассмотрение теории погрешностей выходит за рамки данного пособия. Поэтому ниже приводится лишь конспективное изложение ее результатов.

Пусть мы произвели N измерений случайной гауссовской величины x. По полученным экспериментальным данным мы можем построить кривую распределения (способ построения такой кривой по результатам эксперимента описан ниже), а по формулам (9–10) рассчитать среднее значение $\bar{x}_1$ и среднеквадратичное отклонение S_x. Ход дальнейших рассуждений иллюстрируется графически на рис. 5. Заметим, что $\bar{x}_1$ представляет собой

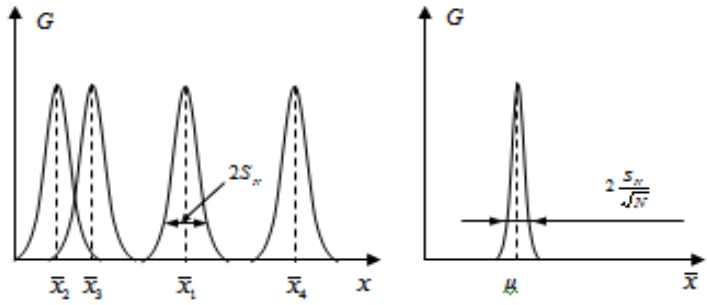


Рис. 5. Экспериментальные распределения случайной величины и распределение средних

сумму из N случайных величин (с точностью до множителя $1/N$) и, следовательно, $\bar{x}_1$ тоже случайная величина. Иными словами, если бы мы выполнили новую серию из N измерений и вычислили среднее по этой серии, то получили бы значение отличное от $\bar{x}_1$. На левом графике рис. 5 условно, в виде кривых распределения, показаны результат реального экспери-

мента ($\bar{x}_1$), а также, для примера, результаты трех мысленных экспериментов ($\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$, $\bar{x}_4$). При проведении мысленных экспериментов мы не ограничены во времени и можем выполнить их бесконечно много. В результате мы получим бесконечный ряд средних значений: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_j, \ldots$

Теперь мы можем построить новую кривую – кривую распределения средних $\bar{x}_j$, правый график на рис. 5. Осью симметрии этой кривой будет $\bar{x} = \mu$, так как в соответствии с нашими рассуждениями множество средних представляет собой генеральную совокупность, а среднее по генеральной совокупности точно равняется μ. Стандартное отклонение этого распределения оценивается величиной

$$\bar{\sigma} \approx \frac{S_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (\bar{x} - x_i)^2} = S_{\bar{x}}, \qquad (11)$$

$S_{\bar{x}}$ называется СКО среднего арифметического значения.

Вспомним теперь, что вероятность обнаружить случайную величину внутри конечного интервала (x_1, x_2) определяется интегрированием выражения (1) в пределах от x_1 до x_2. Прямым интегрированием можно найти, что вероятность обнаружить полученное нами значение $\bar{x}_1$ в интервале $(\mu - \bar{\sigma}, \mu + \bar{\sigma})$ равна 0,68 (или 68 %). В интервал $(\mu - 2\bar{\sigma}, \mu + 2\bar{\sigma})$ значение $\bar{x}_1$ попадет с вероятностью 95 % и т. д. Очевидно, что справедливо и обратное: с вероятностью P = 68 % значение μ будет обнаружено в интервале $(\bar{x} - \bar{\sigma}, \bar{x} + \bar{\sigma})$ и т. д. Вероятность P называется *доверительной вероятностью*, а интервал $(\bar{x} - \bar{\sigma}, \bar{x} + \bar{\sigma})$ - *доверительным интервалом*. Все точки доверительного интервала рассматриваются равноправными, т. е. позиция μ внутри доверительного интервала никак не фиксирована: с одной и той же вероятностью μ может оказаться в середине, на краю или в любой другой точке доверительного интервала. Шириной доверительного интервала и определяется численное значение погрешности (с заданной доверительной вероятностью).

В предыдущих выражениях ширина доверительного интервала указана в стандартных отклонениях $\bar{\sigma}$. Однако по результатам измерений мы можем рассчитать только величину $S_{\bar{x}}$ (по формуле (11)), которая не равна в точности $\bar{\sigma}$. Через $S_{\bar{x}}$ границы доверительного интервала $\pm\Delta x$ выражаются следующим образом:

$$\Delta x = t_{N,P} \cdot S_{\bar{x}} \qquad (12)$$

где $t_{N,P}$ - коэффициент Стьюдента.

Таблица 1.

Коэффициенты Стьюдента $t_{N,P}$

Длина выборки N	Доверительная вероятность, P			
	0,683	0,95	0,99	0,9973
3	1,32	4,70	9,9	19,2
4	1,20	3,18	5,8	9,2
5	1,15	2,78	4,6	6,6
7	1,09	2,45	3,7	4,9
10	1,06	2,26	3,2	4,1
20	1,03	2,09	2,8	3,4
50	1,01	2,01	2,7	3,2
100	1,0	2,0	2,6	3,1
200	1,0	2,0	2,6	3,0

Коэффициенты Стьюдента являются двухпараметрическими величинами. Их значения зависят от количества измерений (длины выборки) и доверительной вероятности. Численные значения коэффициентов Стьюдента приведены в табл. 1.

Традиционно результат эксперимента записывается в виде

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x \equiv \bar{x} \pm t_{N,P} \cdot S_{\bar{x}} \qquad (13)$$

с обязательным указанием доверительной вероятности P.

Несмотря на такую форму записи, смысл выражения остается прежним: μ лежит в интервале $\bar{x} \pm \Delta x$ с вероятностью P.

Следствие из теории интервального оценивания погрешности. С позиций интервального метода оценивания погрешности, результатом эксперимента является не число, измеренное с какой-то погрешностью, а интервал, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение исследуемой величины. Поэтому результаты двух экспериментов $Z_1 = a \pm \Delta a$ и $Z_2 = b \pm \Delta b$ будут одинаковыми (совпадают в пределах погрешности), если отрезки $a \pm \Delta a$ и $b \pm \Delta b$ пересекаются.

Экспериментальная установка

Блок-схема экспериментальной установки для регистрации и счета α-частиц приведена на рис. 6.

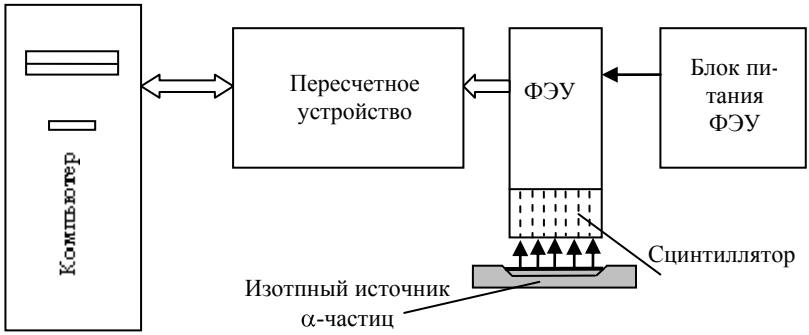


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки

В работе используется изотопный источник, в котором α-частицы образуются в результате радиоактивного распада изотопа плутония ^{239}Pu с периодом полураспада 24 360 лет и энергией α-частиц, равной 5–5,1 МэВ. Альфа-частицы – это ядра гелия $^{4}He^{++}$ (дважды ионизованные атомы гелия). Источник α-частиц (рис. 7) представляет собой алюминиевую подложку 1, в углублении которой нанесен слой радиоактивного вещества 2. Активный слой покрыт защитной металлической пленкой 3 (обычно слой алюминия толщиной не более 10 мкм). Средний пробег α-частиц с энергией 5 МэВ в воздухе составляет примерно 3,5 см (в алюминии и стекле - примерно 0,05 мм). Каждый источник снабжен паспортом, в котором указаны его параметры. Цифрами на источнике отмечена его активность (надпись «83» соответствует $8 \cdot 10^3$ распадам/с). Активность используемых в данной работе источников порядка 10^3–10^4 распадов в секунду. Поскольку α-частицы имеют малую проникающую способность (лист плотной бумаги практически полностью их поглощает), то источник безопасен в работе. Тем не менее, по условиям техники безопасности и чтобы не загрязнять защитную пленку, ее не следует касаться руками.

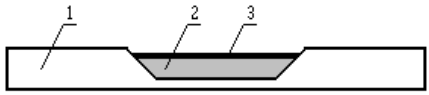


Рис. 7. Источник α-частиц

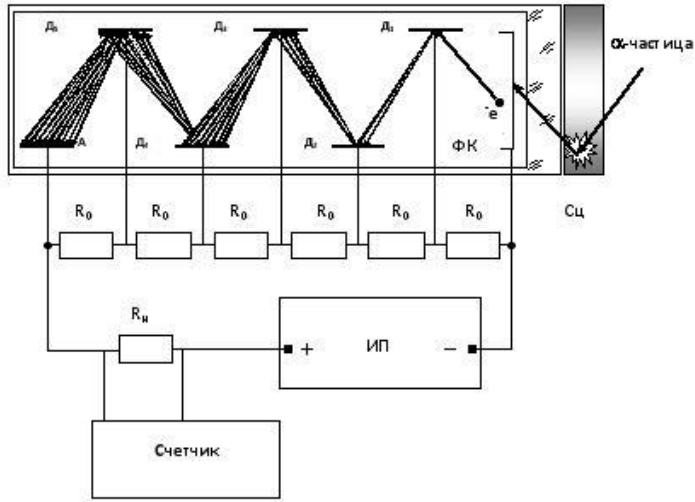


Рис. 8. Схема сцинтилляционного детектора:
Сц – сцинтиллятор (цилиндр из специальной пластмассы, поглощение в котором α-частицы сопровождается вспышкой света); ИП – высоковольтный источник постоянного тока; R_0 – сопротивления делителя напряжения; $R_н$ – нагрузочное сопротивление; Счетчик – электронное устройство для фиксации количества импульсов тока с ФЭУ. Элементы ФЭУ: ФК – фотокатод, $Д_1$, $Д_2$ – диноды, А – анод

В качестве первичного преобразователя в установке применен сцинтилляционный детектор (рис. 8). Он состоит из сцинтиллятора (цилиндрический блок из специальной пластмассы), фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и источника питания ФЭУ. Попадая в сцинтиллятор, α-частица вызывает вспышку света, которая регистрируется ФЭУ и преобразуется в электрический импульс. С фотоумножителя электрический импульс поступает на пересчетное устройство, сопряженное с компьютером. На входе пересчетного устройства имеется амплитудный дискриминатор-нормализатор. Его назначение состоит в том, чтобы «отсечь» сигналы с амплитудой меньше определенного значения, т. е. дискриминатор отфильтровывает «шум» ФЭУ. Сигналы с амплитудой выше порога дискриминации преобразуются в стандартные импульсы заданной амплитуды и длительности и поступают на вход счетчика. Обратите внимание на то, что пересчетное устройство фиксирует не количество α-частиц, которые попали в сцинтиллятор, а количество электрических импульсов. Для того чтобы эти величины совпадали, требуется предварительная настройка ФЭУ (под-

бор напряжения питания, для используемого в данной работе прибора оно находится в диапазоне 1,5–2 кВ). При меньшем напряжении эффективность ФЭУ понижается, а при большем – возникают «ложные» срабатывания. (Подумайте над причинами такого поведения детектора).

В настоящей работе демонстрируются статистические закономерности на примере измерений случайной дискретной величины – количества α-частиц, испускаемых при **радиоактивном распаде ядер** изотопа плутония ^{239}Pu. Радиоактивный распад по своей природе является вероятностным, случайным процессом. Образовавшаяся в результате «вероятностного» слияния нуклонов в ядре α-частица совершает «вероятностный» **туннельный переход** под потенциальным барьером ядерных сил и вылетает из ядра. Распад каждого ядра не зависит от присутствия других ядер. В результате количество α-частиц, испускаемых радиоактивным источником за 1 секунду, есть величина случайная.

Задания и порядок выполнения работы

Программное обеспечение работы в настоящее время имеет 2 варианта: DOS и WINDOWS. В представленном пособии подробно приведена инструкция пользования вариантом DOS. Все рабочие места снабжены подробным описанием и инструкцией для системы WINDOWS, в приложении приведено более краткое описание.

Запуск установки и программы (вариант DOS).

После включения компьютера и монитора запустите файл **cntl.exe** из директории **C:\CNT.** Программа устанавливается в положение "выбор режима измерения". Клавишами {↑}, {↓} перейдите к нужному режиму измерения, и клавишей {**ENTER**} запустите его. С клавишами управления режимами и с основными формулами можно ознакомиться, выбрав режим «Help» (клавиша {**F1**}).

Задание 1. **Счетная характеристика детектора.**

Цель задания: выбор оптимального рабочего напряжения ФЭУ и определение систематической погрешности, связанной с его шумами. Для правильной работы ФЭУ необходимо подобрать величину рабочего напряжения на сопротивлениях R_0 делителя сцинтилляционного детектора (рис. 8). Рабочее напряжение изменяется с помощью регулируемого источника ИП – блока питания ФЭУ (рис. 8). Для этого перед началом измерений снимают счетную характеристику, т. е. зависимость величины счета N от напряжения U, подаваемого на делитель. Вид такой характеристики приведен на рис. 9.

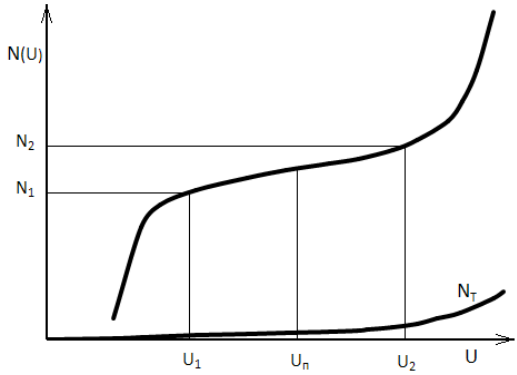


Рис. 9. Счетная характеристика ФЭУ

Участок кривой в диапазоне изменения напряжения от U_1 до U_2 имеет малый наклон (от N_1 до N_2) и называется *рабочим плато характеристики*. Обычно рабочее напряжения U_n выбирают близким к середине плато.

Так как наклон характеристики в области плато не равен нулю, то изменение напряжения U_n в процессе работы приводит к систематической погрешности. Вторым источником систематической погрешности является темновой ток – появление импульсов в результате влияния различных причин на случайное возникновение электронов в пространстве ФЭУ. Величину темнового тока можно определить, сняв аналогичную счетную характеристику, но без источника α-частиц (кривая N_T на рис. 9).

Выполнение задания 1

1. Установите источник α-частиц в выдвижной отсек под детектором.
2. Включите блок питания ФЭУ и установите напряжение 1,2 кВ.
3. Переведите программу в режим "Счет с выводом гистограммы" и цифровыми клавишами задайте интервал времени счета ΔT = 200 мсек и число измерений в выборке N = 20.
4. Клавишей {**ENTER**} запустите программу (она автоматически выполнит серию из 20 измерений и справа на экране выведет значения величин $\overline{x}$, S_N для данной выборки).
5. Изменяя напряжение блока питания ФЭУ в диапазоне U = 1,2 - 2,5 кВ, снимите счетную характеристику. Запишите полученные значения $\overline{x}$ и S_N, а также постройте график $\overline{x}$ от U.
6. Определите оптимальное напряжение ФЭУ (на середине плато счетной характеристики).
7. Повторите измерения без источника α-частиц для определения систематической погрешности, связанной с шумами ФЭУ (темновой ток). Темновой ток можно уменьшить, накрыв детектор светонепроницаемой накидкой.

8. Результаты представить в виде таблицы и количественного графика.

9. Сравните изменения N и N_T (для счетной характеристики и темнового тока) в диапазоне изменения U в области рабочего плато.

Задание 2. **Влияние числа измерений и интервала счета на точность определения среднего.**

Цель задания: проследить изменения значения среднего – $\overline{x}$ (9), СКО – S_x (10) и СКО среднего арифметического значения – $S_{\bar{x}}$ (11) в зависимости от числа измерений и временного интервала счета $\Delta\tau$.

Подсчет количества импульсов с ФЭУ и статистическая обработка данных в работе автоматизированы. В режиме **непосредственного счета** программа считывает число импульсов, накопленных пересчетным устройством за заданный Вами промежуток времени. Результат каждого измерения добавляется в таблицу на экране монитора. После каждого измерения вычисляются и выводятся на экран текущие значения $\overline{x}$, S_N, $S_{\bar{x}}$.

Выполнение задания 2

1. Установите оптимальное рабочее напряжение питания ФЭУ (на середине плато счетной характеристики).

2. В режиме **«Непосредственный счет»** цифровыми клавишами задайте интервал времени счета $\Delta\tau = 500$ мсек.

3. Проследите, как изменяются значения среднего $\overline{x}$, СКО S_N и СКО среднего арифметического значения $S_{\bar{x}}$ по мере увеличения числа измерений N в выборке. Для этого, нажимая клавишу {ENTER}, последовательно заполните таблицу результатов измерений на экране. Число измерений следует увеличивать до «стабилизации» интервалов изменения значений $\overline{x}$ и S_X. Повторите измерения для более коротких временных интервалах $\Delta\tau = 50$ и 5 мсек. Составьте таблицу значений $\overline{x}$, S_X, $S_{\bar{x}}$, полученных при $\Delta\tau = 5$ и 500 мсек и разных *N*.

4. Определите «активность» источника (в распадах в секунду) с указанием погрешности измерений при каждом временном интервале. выразите результат измерений (число α-частиц за 1 сек) в интервальной форме типа $X = X + \Delta X$. Следует иметь в виду, что направление излучения носит вероятностный характер, поэтому определенная Вами «активность» источника отражает только то излучение, которое достигает сцинтиллятора.

5. Постройте количественные графики изменения $\bar{x}$, S_x и $S_{\bar{x}}$ от числа измерений. Сделайте вывод об оптимальном числе измерений в каждой выборке.

Задание 3. **Идентификация аналитической модели закона распределения.**

Цель задания: проверить соответствие аналитических распределений Гаусса и Пуассона для описания процесса интенсивности излучения α-частиц при радиоактивном распаде ядер.

В режиме ***счет с выводом гистограммы*** программа проводит серию из N однотипных измерений с фиксированным интервалом времени счета и вычисляет значения $\bar{x}$, S_x, $S_{\bar{x}}$ для полученной выборки.

Построение гистограммы

Первым шагом при идентификации закона распределения является построение по результатам измерений x_i *вариационного ряда* (упорядоченной выборки), где i = 1, 2,..., N. В вариационном ряду результаты измерений располагают в порядке возрастания. Далее этот ряд разбивается на оптимальное число m, как правило, одинаковых *интервалов группирования* (бинов) длиной $h = (x_N - x_1)/m$. Оптимальным является такое число интервалов m, при котором возможное максимальное сглаживание случайных флуктуаций данных сопровождается минимальным искажением от сглаживания самой кривой искомого распределения. Для практического применения целесообразно использовать выражения $m_{min} = 0{,}55N^{0.4}$ и $m_{max} = 1{,}25N^{0.4}$ (но m_{min} не менее 4–5).

Значение m должно находиться в пределах от m_{min} до m_{max} и быть нечетным, так как при четном m в островершинном симметричном распределении в центре гистограммы оказываются два равных по высоте столбца и середина кривой распределения искусственно уплощается. Полученное значение длины интервала группирования h всегда округляют в большую сторону, иначе последняя точка окажется за пределами крайнего интервала.

Далее определяют интервалы группирования экспериментальных данных в виде $\Delta x_1 = (x_1,\ x_1 + h)$; $\Delta x_2 = (x_1 + h,\ x_1 + 2h)$; ...; $\Delta x_m = (x_N - h,\ x_N)$ и подсчитывают число попаданий n_k (*частоты*) результатов измерений в каждый интервал группирования. Сумма этих чисел должна равняться числу измерений N. По полученным значениям рассчитывают вероятности попадания результатов измерений *(частости)* в каждый из интервалов группирования по формуле $p_k = n_k / N$, где k = 1, 2,..., m. Проведенные расчеты позволяют построить гистограмму (рис. 10).

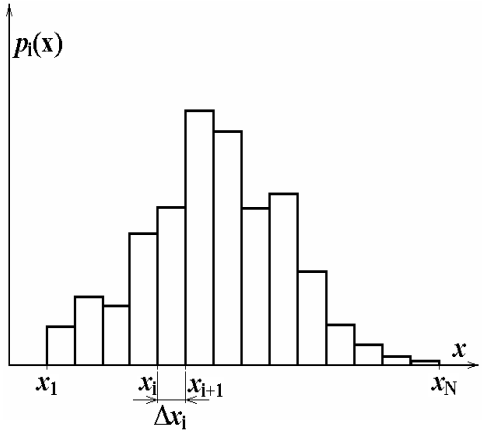


Рис. 10. Гистограмма

Для построения *гистограммы* по оси x откладываются интервалы Δx_k в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строится прямоугольник высотой n_k либо p_k. В каждый бин должно попадать, по меньшей мере, несколько событий. Так, если в бин попадает n_k событий, то флуктуации высоты бина порядка $\sqrt{n_k}$. При увеличении n_k относительные флуктуации высоты бинов уменьшаются как $\frac{1}{\sqrt{n_k}}$, и огибающая кривая гистограммы принимает более сглаженный вид.

Проверка статистических гипотез

В качестве способа оценки близости распределения выборки экспериментальных данных к принятой аналитической модели закона распределения используются критерии согласия. Известен целый ряд критериев согласия, предложенных разными авторами. Наибольшее распространение в практике получил *критерий Пирсона* или *хи-квадрат*, который используется для проверки гипотезы при числе наблюдений $n > 50$. При $50 > n > 10$ применяется составной критерий (d-критерий), приведенный в ГОСТ 8.207-76. (*ГОСТ 8.207-76 Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения)*. При $n < 10$ принадлежность экспериментального распределения к принятой аналитической модели закона распределения не проверяется.

Идея метода *критерия хи-квадрат* состоит в контроле отклонений гистограммы экспериментальных данных от гистограммы с таким же числом интервалов, построенной на основе распределения, с которым определяется совпадение.

Использование критерия Пирсона заключается в вычислении величины χ^2 (*хи-квадрат*):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - N_i)^2}{N_i} = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}, \qquad (14)$$

где n_i, N_i — экспериментальные и теоретические значения частот в i-м

интервале разбиения; m — число интервалов (бинов) разбиения; p_i — значения вероятностей в том же интервале разбиения, соответствующие выбранной модели распределения; $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$.

Таблица 2

Значения χ^2, при различном уровне значимости q

k	χ^2 при уровне значимости q, равном								
	q=0,99	q=0,95	q=0,9	q=0,8	q=0,5	q=0,2	q=0,1	q=0,05	q=0,02
2	0,02	0,1	0,21	0,45	1,39	3,22	4,61	5,99	7,82
4	0,3	0,71	1,06	1,65	3,36	5,99	7,78	9,49	11,67
6	0,87	1,63	2,20	3,07	5,35	8,56	10,85	12,59	15,03
8	1,65	2,73	3,49	4,59	7,34	11,03	13,36	15,51	18,17
10	2,56	3,94	4,87	6,18	9,34	13,44	15,99	18,31	21,16
12	3,57	5,23	6, 30	7,81	11,34	15,81	18,55	21,03	24,05
14	4,66	6,57	7,79	9,47	13,34	18,15	21,06	23,69	26,87
16	5,81	7,96	9,31	11,2	15,34	20,46	23,54	26,3	29,63
20	8,26	10,85	12,44	14,58	19,34	25,04	28,41	31,41	35,02
25	11,52	14,61	16,47	18,94	24,34	30,68	34,38	37,65	41,57
30	14,95	18,46	20,60	23,36	29,34	36,25	40,26	43,77	47,96

Если бы выбранная модель в центрах всех m столбцов совпадала с экспериментальными данными, то все m разностей $(n_i - N_i)$ были бы равны нулю, а следовательно, и значение критерия χ^2 также было бы равно нулю. Таким образом, χ^2 есть мера суммарного отклонения между моделью и экспериментальным распределением.

Видно, что критерий χ^2 существенно возрастает с увеличением числа интервалов m (столбцов, бинов). Поэтому для использования его при разном числе столбцов составлены таблицы *квантилей* (табл. 2) распределения χ^2 в зависимости от так называемого числа степеней свободы $k = (m - 1 - C)$ и уровня значимости q. Здесь C — число определяемых параметров в проверяемой функции распределения (для распределения Гаусса – $C = 2$, для Пуассона – $C = 1$), *уровень значимости* q – это вероятность того, что полученное значение χ^2 превышает приведенное в таблице соответствующее значение χ^2_q.

Если вычисленная по опытным данным мера расхождения χ^2 меньше определенного из таблицы значения, то гипотеза о совпадении экспериментального и выбранного теоретического распределений принимается. Это не значит, что гипотеза верна. Можно лишь утверждать, что она правдоподобна, т.е. она не противоречит опытным данным. Если же χ^2 выходит за эту границу, то гипотеза отвергается как противоречащая опытным данным.

Однако часто на практике для предварительной оценки достоверности гипотезы распределения используют другую, более ограниченную зависимость. Так, если $\chi^2 < k + 1$, что соответствует q < 0,5, то согласие между теоретическим распределением и экспериментальной выборкой можно считать удовлетворительным, в противном случае соответствие эксперимента и теории сомнительно.

Методика определения соответствия экспериментального и принятого законов распределения

Данная методика заключается в следующем:

1. Определяют оценки среднего арифметического значения $\overline{x}$ и среднее квадратическое отклонение (СКО) S_x по формулам (9) и (10) соответственно.
2. Группируют результаты многократных наблюдений по интервалам длиной h, число которых определяют так же, как и при построении гистограммы.
3. Определяют для каждого интервала разбиения его центр x_{i0} и подсчитывают число наблюдений n_i, попавших в каждый интервал.
4. Вычисляют число наблюдений для каждого из интервалов, теоретически соответствующее выбранной аналитической модели распределения. Для этого находят в точке x_{i0} значение функции плотности вероятностей $f(x_{i0})$ и по найденному значению $f(x_{i0})$ определяют ту часть N_i; имеющихся наблюдений, которая теоретически должна быть в каждом из интервалов $N_i = Nh\, f(x_{i0})$, где N — общее число наблюдений. Более точное вычисление теоретического значения в каждом из интервалов

$$N_i = N \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx.$$

(Подумайте над тем, как произвести сравнение распределения выборки экспериментальных данных с принятой аналитической моделью закона дискретного распределения – с распределением Пуассона).

5. Если в какой-либо интервал теоретически попадает меньше 4 – 5 наблюдений, то в обеих гистограммах уменьшают количество интервалов m и проделывают все операции, начиная с группировки (п. 2), снова. После этого определяют число степеней свободы $k = m – 1 – C$, где m — общее число интервалов.

6. По формуле (14) определяют показатель разности частот χ^2.

7. Выбирают уровень значимости критерия *q*. По уровню значимости и числу степеней свободы *k* по таблице находят границу критической области χ_q^2 такую, что вероятность того, что полученное значение χ^2 превышает χ_q^2, равна q и мала. Поэтому, если оказывается, что $\chi^2 > \chi_q^2$ то гипотеза о совпадении экспериментального и теоретического законов распределения отвергается. Если же $\chi^2 < \chi_q^2$, то гипотеза принимается.

Чем меньше q, тем больше значение χ_q^2 (при том же числе степеней свободы *k*), тем легче выполняется условие $\chi^2 < \chi_q^2$ и принимается проверяемая гипотеза. Но при этом увеличивается вероятность ошибки соответствия. В связи с этим нецелесообразно принимать q < 0,02.

Выполнение задания 3

1. Переведите программу в режим **«Счет с выводом гистограммы».**

2. Цифровыми клавишами задайте интервал времени счета $\Delta\tau$ и число измерений в выборке *N*.

3. Установите предполагаемый масштаб гистограммы: диапазон ожидаемых значений X_{min}, X_{max} и максимальную высоту бина H_{max}.

4. Клавишей {ENTER} запустите серию из *N* измерений с указанным интервалом счета $\Delta\tau$. Проследите, как меняется высота бинов в процессе счета.

5. Клавишами «G» и «P» аппроксимируйте полученную гистограмму теоретическими распределениями Гаусса и Пуассона.

6. Проверьте, как выбор длины бина *h* влияет на вид гистограммы и на точность «совпадения» с теоретическими распределениями.

7. Проведите несколько серий измерений и постройте гистограммы:

а) для разных $\Delta\tau$ (например: 0,1; 1; 10; 100 и 1 000 мсек) при *N* = 100;

б) для разных *N* (например: 50; 500 и 5 000) при $\Delta\tau$ =1 мсек.

8. Проверьте точность «совпадения» с теоретическими распределениями Гаусса и Пуассона при малых и больших $\Delta\tau$.

9. Запишите условия, при которых точность аппроксимации обоими распределениями становится примерно одинаковой.

10. Распечатайте несколько характерных гистограмм для больших и малых $\Delta\tau$ и *N*.

Контрольные вопросы

1. Как оценить среднеквадратическое отклонение S_x по рисунку гистограммы (на какой высоте и т. п.)?

2. Чему равно среднеквадратическое отклонение, если функция распределения имеет вид столика шириной *a*?

3. Оценить максимальное значение среднеквадратическое отклонения, если гистограмма состоит из одного бина шириной *a*, содержащего 100 событий.

4. Когда значения x, S_x, $S_{\bar{x}}$ больше: при измерениях с интервалом счета 1 мсек и числом измерений в выборке 1 000 или при измерениях с интервалом счета 100 мсек и числом измерений в выборке 50?

5. Как провести идентификацию аналитической модели закона распределения в случае, когда гистограмма состоит из бинов различной длины?

6. Радиоактивный источник с большим запасом атомов ^{239}Pu имеет среднюю активность 1 распад в 1 мсек. Какова вероятность, что в течение 1 мсек произойдет 2 распада? С какой вероятностью распад произойдет в течение интервала 0,5 мсек?

7. Какое минимальное количество атомов ^{239}Pu в источнике необходимо для определения периода полураспада с точностью 1 год за время измерения 1 час?

Рекомендуемая литература

1. *Сергеев А. Г., Крохин В. В.* Метрология. Учеб. пособие. М: Логос, 2001.
2. *Измерительный* практикум. Сборник лабораторных работ для студентов нефизических специальностей. Новосибирск; НГУ, 2001.
3. *Князев Б. А., Черкасский В. С.* Начала обработки экспериментальных данных. Учеб. пособие. Новосибирск: НГУ, 1996.
4. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок. М.: Мир, 1985.
5. *Кунце Х.-И.* Методы физических измерений. М.: Мир, 1989.

Приложение

Инструкция по пользованию программным обеспечением лабораторной работы 1.1 (вариант под WINDOWS)

Счетная характеристика

Программа позволяет в автоматизированном режиме снять счетную характеристику ФЭУ. Интерфейс программы приведен на рис. П1. Для выполнения этой задачи необходимо установить количество измерений в серии, количество серий измерений и время одного измерения в миллисекундах. Последнее определяет интервал времени, в течение которого программа будет производить подсчет *α-частиц*. После указания всех значений нужно нажать кнопку {Start} После этого программа предложит Вам установить новое напряжение на блоке питания ФЭУ и нажать кнопку {Далее} или {Стоп} для прекращения операции. Выполнив все серии измерений, программа предложит сохранить файл со средними значениями

количества зафиксированных *α-частиц* из каждой серии. В блоке счетной характеристики находится также таблица, содержащая результаты измерений текущей серии, индикатор, показывающий выполнение задачи, среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в текущей серии, среднее квадратическое отклонение текущей выборки (серии) и среднее квадратическое отклонение среднего.

Непосредственный счет

В режиме непосредственного счета программой производятся единичные измерения, результаты которых выводятся на экран. Также строятся зависимости среднего квадратического отклонения текущей выборки и среднего квадратического отклонения среднего от количества измерений. Для запуска режима необходимо установить время одного измерения и задержку в миллисекундах, последняя показывает интервал времени между измерениями и создана исключительно для удобства. Далее необходимо нажать кнопку {Start} в блоке непосредственного счета. Программа сообщит о том, что произведен вход в режим непосредственного входа и активируется зеленый индикатор. Программа будет производить измерения до тех пор, пока не будет нажата клавиша {STOP}. После чего будет предложено сохранить данные зависимостей в файл. В блоке непосредственного счета находится таблица с результатами измерений, график зависимостей, указывается количество произведенных измерений, среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в текущей серии, среднее квадратическое отклонение текущей выборки (серии) и среднее квадратическое отклонение среднего.

Работа с гистограммой

В режиме построения гистограммы программа производит одну серию измерений, по результатам которой строится гистограмма, распределение Гаусса и Пуассона, вычисляется критерий χ – квадрат для этих распределений, вычисляются статистические погрешности и среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в серии. Также имеется таблица, в которую выводятся результаты измерений серии и индикатор, показывающий выполнение задачи. Для запуска задачи необходимо задать время одного измерения, количество измерений и размер одного бина гистограммы. Также следует включить необходимые опции, такие как возможность построения распределения Гаусса, Пуассона. Выделения на графике и среднего значения количества зафиксированных *α-частиц* в серии и сохранения результатов в файл. Далее необходимо нажать кнопку {Start} в блоке работы с гистограммой. После этого в течение некоторого времени про-

грамма будет собирать данные измерений, после чего выполнит их обработку и построит гистограмму со всеми выбранными опциями.

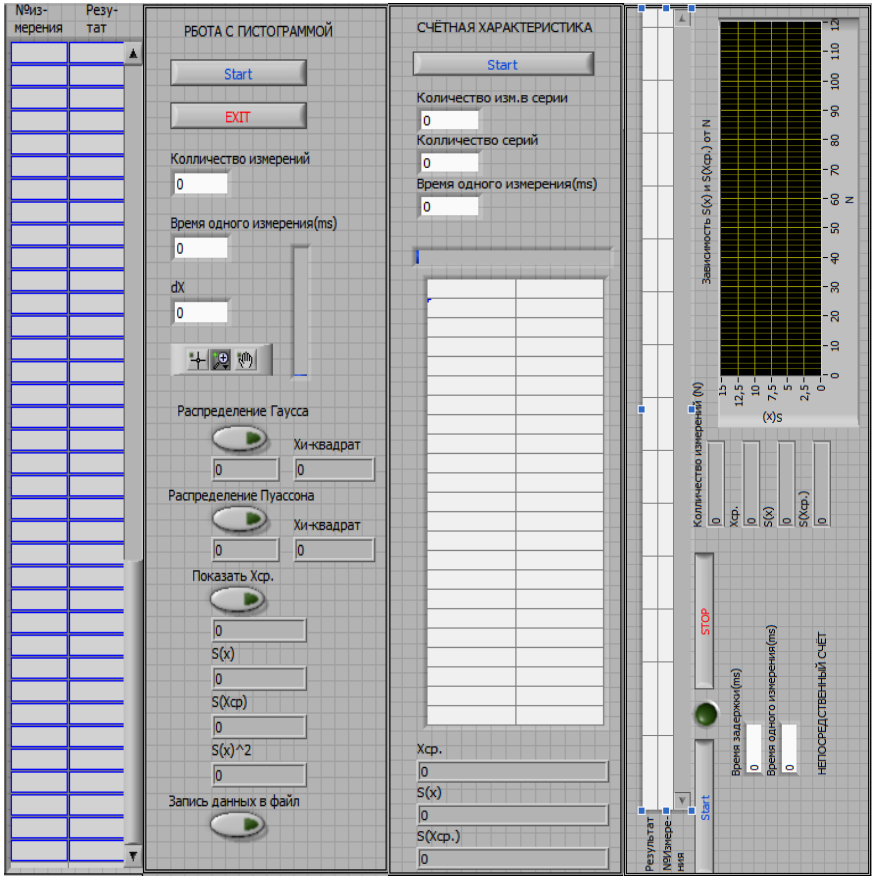


Рис. П1. Интерфейс программы

www.phys.nsu.ru

Учебное издание

Александр Владиславович Багинский,
Олег Анатольевич Брагин,
Николай Сергеевич Буфетов,
Сергей Олегович Зырянов

Лабораторный практикум
«ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ»

Учебно-методическое пособие

Редактор *К. В. Шмугурова*

Подписано в печать 01.09.2008 г.
Формат 60 x 84 / 16. Офсетная печать.
Уч. изд. Л. 1,75. Усл печ. Л. 1,6. Тираж 100 экз.

Заказ №

Редакционно-издательский центр НГУ.
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

«ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ»

А. Г. Костюрина, Ю. А. Орлов

Работа 2

ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Учебно-методическое пособие

Новосибирск
2007

Представлено описание модернизированной лабораторной работы, измерительного практикума кафедры общей физики НГУ. Работа выполняется студентами 1–2-го курсов физического, геолого-геофизического, медицинского факультетов, факультета информационных технологий и факультета естественных наук.

При выполнении работы студенты знакомятся с устройством и принципом действия аналоговых и цифровых электроизмерительных приборов и учатся проводить измерения тока и напряжения в цепях постоянного, переменного тока, а так же сигналов сложной формы.

Работа может быть использована при обучении студентов других естественно-научных и технических факультетов.

Рецензент
доц. А. В. Багинский

Печатается по решению методической комиссии физического факультета.

© Интернет версия подготовлена для
сервера Физического факультета НГУ
http://www.phys.nsu.ru

© Новосибирский государственный
университет, 2007

Содержание

Общие сведения об электроизмерительных приборах....4
Источники электрических сигналов....4
Электроизмерительные приборы....5
Основные характеристики электроизмерительных приборов....5
Измерение тока и напряжения....6
Экспериментальная часть....10
Изучение влияния измерительного прибора на объект измерения....11
Задание 1. Изучение влияния амперметра на режим работы электрической цепи....11
Задание 2. Изучение влияния вольтметра на режим работы электрической цепи постоянного тока....12
Изучение влияния частоты измеряемого сигнала на показания вольтметра....13
Задание 3. Определение рабочего интервала частоты вольтметров....14
Влияние формы сигнала на показания вольтметра....15
Задание 4. Измерение напряжения периодических сигналов различной формы....16
Задание 5. Измерение электрических сигналов сложной формы....18
Задание 6. Определение сопротивления утечки электростатического вольтметра 20
Содержание отчета....21
Приложение 1. Принцип действия некоторых электроизмерительных приборов....22
Аналоговые электромеханические приборы....22
Цифровые измерительные приборы....27
Приложение 2. Условные обозначения на шкалах приборов....32

Общие сведения об электроизмерительных приборах

Цель работы – познакомиться с устройством, принципом действия электромеханических и цифровых измерительных приборов; научиться проводить измерения тока и напряжения в цепях постоянного, переменного тока, напряжения сигналов сложной формы и определение рабочего диапазона частоты вольтметров.

Оборудование: источники постоянного тока, генератор периодических сигналов, вольтметры, амперметры, мультиметры, осциллограф, диод, макетные платы, тройник-разветвитель.

Простейшая электрическая цепь состоит из источника и приемника электрических сигналов, а также может содержать электроизмерительные приборы, например амперметры и вольтметры, измеряющие ток и напряжение соответственно.

Источники электрических сигналов

В качестве источников электрических сигналов могут использоваться как стандартные приборы (генераторы, источники ЭДС), так и специальные датчики и детекторы, преобразующие неэлектрический сигнал (механический, световой, тепловой, поток частиц и т. д.) в электрический. Источник характеризуется уровнем выходной мощности, внутренним сопротивлением, частотой и формой генерируемого сигнала.

По форме генерируемых сигналов различают: генераторы периодических сигналов, генераторы импульсов, генераторы шума и функциональные генераторы. Наиболее широкое применение находят генераторы гармонических сигналов, генераторы импульсов прямоугольной и трегугольной формы.

По диапазону генерируемых частот различают: генераторы низких частот (от долей герца до 1 МГц), высоких частот (от 100 кГц до 500 МГц и сверхвысоких частот (от 500 МГц и выше).

В данной работе используются источники постоянного тока и генераторы низких частот сигналов различной формы: синусоидальной, прямоугольной и треугольной.

Электроизмерительные приборы

Электроизмерительные приборы предназначены для измерения тока, напряжения, мощности, частоты, сдвига фаз, сопротивления и других электрических величин. Они весьма разнообразны по принципу действия (прил. 1) и конструктивному оформлению.

Измерительные приборы классифицированы по различным признакам: по физическим явлениям, на которых основана их работа, – *электромеханические и электронные*; по виду выдаваемой информации – *аналоговые* и *цифровые*; по способу представления информации – *показывающие, регистрирующие, самопишущие* и *печатающие* и т. д.

Однако имеется ряд параметров, общих для всех электроизмерительных приборов вне зависимости от их типов и конструктивных особенностей.

Основные характеристики электроизмерительных приборов

Основными характеристиками электроизмерительных приборов являются: функция преобразования, чувствительность, порог чувствительности, диапазон измерений, область рабочих частот, класс точности, потребляемая мощность, быстродействие, входное сопротивление.

Уравнение преобразования $Y = f(X)$ – зависимость между входной X и выходной Y величиной. Вид уравнения преобразования определяется конструктивными параметрами прибора.

Чувствительность измерительного прибора определяется из уравнения преобразования и равна отношению изменения сигнала ΔY на выходе прибора к его изменению ΔX на входе:

$$S = \Delta Y / \Delta X.$$

Обратная чувствительности величина $\alpha = 1/S$ является ценой деления.

Порог чувствительности – минимальное значение входной величины, которое можно обнаружить с помощью данного прибора.

Диапазон измерений – область значений измеряемой величины, для которой показания прибора соответствуют его классу точности. Диапазон измерений может состоять из нескольких поддиапазонов.

Область рабочих частот – полоса частот, в пределах которой погрешность измерительного прибора, вызванная изменением частоты, соответствует паспортному значению.

Класс точности – обобщенная характеристика, определяемая пределами допустимых основных и дополнительных погрешностей. Класс точности γ – отношение абсолютной погрешности ΔX к предельному значению шкалы прибора $X_{пр}$:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta X}{X_{пр}} 100\ \%.$$

Следует отличать класс точности прибора от его относительной погрешности, определяемой по формуле

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta X}{X}\ 100\ \%,$$

где X – текущее значение измеряемой величины.

Поясним сказанное на примере. Пусть напряжение 30 В измеряем вольтметром класса точности $\gamma = 0{,}5$ со шкалой $U_{пр} = 300$ В. Это означает, что погрешность прибора

$$\Delta U = \frac{\gamma U}{100} = \pm \frac{0{,}5 \cdot 300}{100} = \pm\ 1{,}5\ \text{В}.$$

Следовательно, относительная погрешность нашего измерения

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 \cdot \% = \pm \frac{1{,}5}{30} 100\ \% = \pm\ 5\ \%,$$

а не 0,5 %, как если бы мы измеряли напряжение 300 В.

Из данного примера видно, что для проведения измерения с высокой точностью следует подобрать такой прибор (или предел многопредельного прибора), чтобы измеряемая величина составляла 70–90 % предельного значения шкалы.

Основные параметры измерительного прибора указаны на шкале или в его паспортных данных.

Измерение тока и напряжения (амперметры и вольтметры)

Измерение тока и напряжения осуществляется в цепях постоянного, переменного токов широкого диапазона частот и в импульсных цепях. Выбор измерительных приборов, в основном, определя-

ется: родом измеряемого тока; амплитудным и частотным диапазоном; формой кривой измеряемого напряжения (тока) и погрешностью измерения.

При проведении электрических измерений наибольшее применение получили амперметры и вольтметры. Хотя амперметры и вольтметры измеряют разные физические величины и по-разному включаются в цепь, но принципиальной разницы в их устройстве нет. В большинстве аналоговых электроизмерительных приборов отклонение подвижной части (стрелки, зеркальца) обусловлено протеканием тока (исключение составляет электростатический вольтметр в режиме измерения постоянного напряжения). Поэтому один и тот же прибор может применяться как в качестве амперметра, так и в качестве вольтметра в зависимости от соотношения его внутреннего сопротивления и сопротивления цепи, в которой производится измерение.

Амперметр включается в разрыв цепи (рис. 1), в которой измеряется ток, т. е. последовательно с сопротивлением $R_н$, на которое нагружен источник ЭДС E, имеющий сопротивление r. (R_A – сопротивление амперметра). Поэтому после включения амперметра ток в цепи уменьшится.

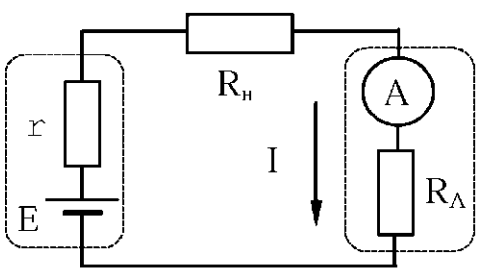


Рис. 1. Эквивалентная схема измерения тока:
E – источник ЭДС; r – его внутреннее сопротивление; $R_н$ – сопротивление нагрузки; A – идеальный амперметр (с нулевым сопротивлением); R_A – сопротивление амперметра

Выясним условие, при котором амперметр не вносит искажений в исследуемую цепь. Ток в цепи до включения амперметра:

$$I_0 = \frac{E}{R_H + r},$$

после включения амперметра:

$$I_A = \frac{E}{R_H + r + R_A}.$$

Отсюда ясно, что только при выполнении условия $R_A << R_H + r$ амперметр не вносит заметного изменения в режим работы схемы. Таким образом, сопротивление амперметра должно быть *много меньше* суммарного сопротивления цепи, в которой измеряется ток.

Измерение тока можно провести косвенным методом с использованием вольтметра. Для этого в разрыв цепи нужно включить известное сопротивление R, измерить на нем падение напряжения U, а затем по закону Ома рассчитать ток I: $I = U/R$.

Вольтметр включается параллельно участку цепи, на котором измеряется падение напряжения (рис. 2). Хотя целостность цепи при этом не нарушается, как в случае включения амперметра, но в цепь вольтметра ответвляется ток.

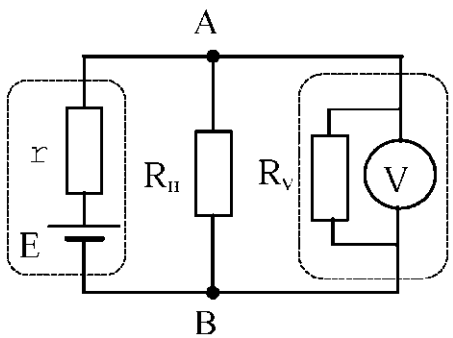


Рис. 2. Схема включения вольтметра:
E – источник ЭДС; r – его внутреннее сопротивление; $R_н$ – сопротивление нагрузки; V – идеальный вольтметр (с бесконечным сопротивлением); R_V – сопротивление вольтметра

Поэтому для удовлетворения требования минимального перераспределения тока между R_H и R_V необходимо выполнить условие $R_V >> R_H$. Действительно, до включения вольтметра падение напряжения на R_H:

$$U_{AB} = IR_H = E\frac{R_H}{R_H + r}, \qquad (1)$$

после включения:

$$U'_{AB} = E\frac{\dfrac{R_H R_V}{R_H + R_V}}{\dfrac{R_H R_V}{R_H + R_V} + r}. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) следует, что напряжения U_{AB} и U'_{AB} будут близки ($U_{AB} \cong U'_{AB}$) только в том случае, если $R_V >> R_H$.

Таким образом, сопротивление вольтметра должно быть *много больше* сопротивления, на котором измеряется падение напряжения.

В аналоговых приборах различие в сопротивлениях амперметров и вольтметров достигается обычно подбором к ним дополнительных сопротивлений $R_д$ для вольтметров и шунтов $R_ш$ для амперметров.

Для расширения диапазона измерений выпускаются многопредельные измерительные приборы, у которых $R_д$ или $R_ш$ меняются. Обычно многопредельные измерительные приборы имеют одну шкалу. В таком случае значение измеряемой величины X определяется по формуле $X = n_i A / n$ (n_i – показание стрелки прибора, n – полное число делений шкалы, A – предельное значение шкалы на данном диапазоне измерения).

Примечание. Сопротивление используемых в практикуме цифровых вольтметров постоянное для всех пределов измерения (см. прил. 1).

В заключение отметим, что основное требование к *любому* измерительному прибору сводится к *минимизации влияния* прибора на режим работы объекта измерения.

Экспериментальная часть

Перед выполнением задания изучите паспортные данные каждого из используемых приборов и соответствующий раздел приложения. Обратите внимание на погрешность прибора и его внутреннее сопротивление.

Перед подключением измерительных приборов в схему установите максимальные пределы измерения соответствующих величин (если прибор многопредельный). При проведении измерений предел измерения измерительных приборов можно уменьшить таким образом, чтобы для аналогового прибора было максимальное (в преде-

лах шкалы) отклонение стрелки, а для цифрового – максимальное (по модулю) цифровое значение, но не наступал режим перегрузки. Индикация режима перегрузки цифрового прибора осуществляется миганием или появлением нецифрового символа в первой позиции.

Цифровые приборы обеспечивают технические характеристики в пределах ошибки после 15-минутного прогрева, поэтому необходимо включить их в сеть предварительно: осциллограф "Tektronix" (кнопка на корпусе сверху), мультиметр GDM и генератор GFG (кнопка "Power"). **На генераторе предварительно установите минимальное значение выходного напряжения – ручка регулировки "Ampl" повернута против часовой стрелки до упора.**

При сборке электрических схем обращайте внимание на полярность включения приборов. Черный разъем мультиметров **"COMMON"** (общий) – для отрицательного провода, красный разъем **"V, Ω, mA"** – для положительного провода.

Примечание. Используемые обозначения на цифровых приборах: **DC** *(direct current)* – постоянный ток; **AC** *(Alternating Current)* – переменный ток и TRUE RMS *(Root Mean Square)* – истинное среднеквадратичное значение; **DCA** – режим измерения постоянного тока; **DCV** – режим измерения постоянного напряжения; **ACA** – режим измерения переменного тока; **ACV** – режим измерения переменного напряжения.

По окончании монтажа схемы, перед включением источников питания обязательно пригласите преподавателя или дежурного инженера для проверки правильности сборки схемы и выбора режимов работы источника и измерительных приборов.

Перед демонтажем предварительно обесточьте схему, т. е. сведите к минимуму выходное напряжение источника и выключите сетевой тумблер.

Экспериментальные данные рекомендуется записывать в таблицы.

Все измеряемые величины должны быть приведены с учетом погрешности измерения и указанием размерности в виде $x \pm \Delta x$. **Например: (5,32 ± 0,07) мВ.**

Изучение влияния измерительного прибора на объект измерения

В данном разделе изучается влияние измерительного прибора (амперметра и вольтметра) на параметры электрической цепи постоянного тока.

Задание 1. Изучение влияния амперметра на режим работы электрической цепи

Оборудование: амперметр – мультиметр М832 (или аналогичный); источник питания постоянного тока Б5-47; сопротивление R.

1. Соберите схему (рис. 3), установите на источнике выходное напряжение 0,1 В, ток 0,1 А. Амперметр: режим измерения постоянного тока **DCA,** предел измерения 200 мА.

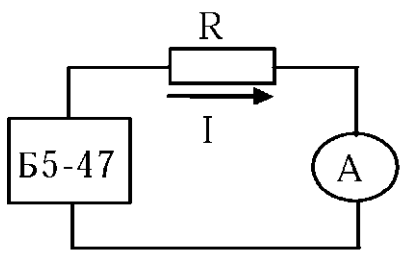


Рис. 3. Схема измерения тока:
Б5-47 – источник питания постоянного тока;
R – сопротивление 1 Ом; *А* – мультиметр М832

2. Включите источник Б5-47, запишите показания амперметра $I_{эксп}$ и погрешность измерения тока ΔI.

3. Переключите предел измерения амперметра на 20 мА, затем на 2 мА и запишите соответствующие значения тока с указанием погрешности. Объясните разницу показаний амперметра.

Предел, мА	**$I_{эксп}$, мА**	**ΔI, мА**	**R_A,Ом**	**$I_р$, мА**
200				
20				
2				

4. Измерьте мультиметром выходное напряжение источника и, зная сопротивление цепи, рассчитайте ток. Сравните расчетные I_p и измеренные $I_{эксп}$ значения тока.

5. Объясните полученные результаты. Сформулируйте требование к амперметру.

Примечание. При заданных параметрах источника и схемы источник работает в режиме стабилизации напряжения, т. е. его выходное напряжение – величина постоянная (см. работу 2.2), но так как значение 0,1 В является минимально возможным для данного источника, то фактическое значение напряжения может существенно отличаться от 0,1 В.

Задание 2. Изучение влияния вольтметра на режим работы электрической цепи постоянного тока

Оборудование: вольтметр магнитоэлектрической системы М2018; цифровой мультиметр серии GDM-8145 (или аналогичный); источник питания постоянного тока Б5-47; панель с делителем сопротивлений.

1. Соберите схему, представленную на рис. 4. Включите мульти-

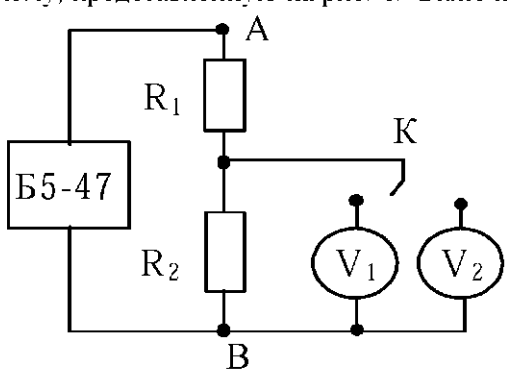


Рис. 4. Схема измерения напряжения:
Б5-47 – источник питания постоянного тока; R_1, R_2 – делитель напряжения ($R_1 = R_2 = 10^5$ Ом); V_1 – вольтметр магнитоэлектрической системы; V_2 – мультиметр GDM-8145; K – переключатель

метр GDM-8145 и установите режим измерения постоянного напряжения (кнопки **DC, V**) – предел измерения 20 В; для вольтметра М2018 – предел 75 В.

2. Включите источник и, переключая ключ К, запишите показания вольтметров; измерения напряжения вольтметром магнитоэлектрической системы проведите на трех пределах шкалы: 75 В, 30 В и 15 В. Рассчитайте погрешность измерений ΔU. Объясните различие показаний вольтметров.

3. Соедините вольтметры параллельно и снова запишите их показания. Сравните полученные значения с предыдущими.

Вольтметр	**Шкала, В**	**U, В**	**ΔU, В**	**R_v,Ом**	**U, В при параллельном соединении**
GDM	20				
М2018	75				
М2018	30				
М2018	15				

4. Сформулируйте требование к вольтметру и рассчитайте сопротивление вольтметра, при котором ошибка за счет влияния R_i составит 0,1γ.

5. Измерьте разность потенциалов между точками АВ обоими вольтметрами. Объясните результаты.

Изучение влияния частоты измеряемого сигнала на показания вольтметров

Измерительные приборы, как правило, могут измерять как постоянные, так и переменные токи (напряжения). Рабочий интервал частот для различных типов (серий) измерительных приборов может значительно отличаться. Рабочим интервалом

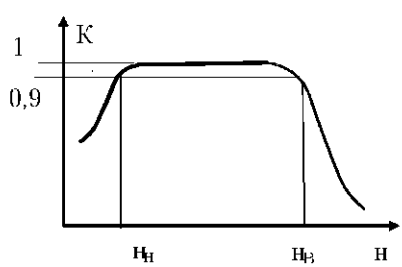


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика

частот является диапазон частот, в котором показания прибора соответствуют паспортному значению его погрешности. Для экспериментального определения рабочего интервала частот необходимо снять амплитудно-частотную характеристику – зависимость показаний прибора от изменения частоты для гармонического сигнала (синусоидальной формы). Примерный вид амплитудно-частотной характеристики приведен на рис. 5.

Задание 3. Определение рабочего интервала частоты вольтметров

Оборудование: генератор GFG; вольтметры – мультиметры GDM-8145 и М-832, разветвитель - тройник.

1. Соберите схему, приведенную на рис. 6. Установите: генератор GFG в режим генерации синусоидального сигнала; мультиметры – в режим измерения переменного напряжения: GDM-8145 – нажать кнопки **AC, V**, предел – 20 В; мультиметр М832 – режим **ACV**, предел – 200 В.

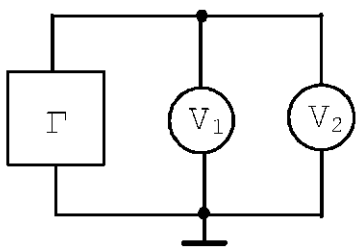


Рис. 6. Схема для получения частотной характеристики вольтметров: *Г* – генератор гармонических колебаний GFG; V_1 – цифровой мультиметр GDM-8145; V_2 – цифровой мультиметр М832

2. Включите генератор, установите максимальное значение выходного напряжения. Снимите зависимость показаний вольтметров от частоты ν для гармонического сигнала (синусоидальной формы). Диапазон изменения частоты от – 5 Гц до 5 МГц. Шаг по частоте выбирайте самостоятельно, но так, чтобы изменение амплитуды на соседних частотах было не более 10 %. В диапазоне от 5 до 10 Гц берите любое мгновенное показание приборов.

3. Постройте графики зависимости $U(\nu)$ для обоих приборов, откладывая на оси X частоту в логарифмическом масштабе. Из графи-

ков оцените рабочий интервал частот для каждого вольтметра. Сравните с паспортными данными. Объясните, почему в диапазоне от 5 до 10 Гц показания приборов не постоянны?

Влияние формы сигнала на показание вольтметра

При измерении сигналов синусоидальной формы большинство измерительных приборов, независимо от схемы преобразователя, показывают среднее квадратичное за период значение тока или напряжения. При измерении сигналов другой формы показания прибора будут зависеть как от схемы преобразователя, так и от формы импульса, поэтому для определения истинного значения напряжения необходимо вводить поправки.

Приборы, предназначенные для измерения ***постоянного*** тока (см. прил. 1), показывают среднее значение тока (напряжения) в некотором интервале времени, обусловленном конструкцией прибора:

$$U = \bar{U} = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)\ dt. \qquad (3)$$

Приборы, предназначенные для измерения ***переменного*** тока, показывают среднее квадратичное значение (эффективное или действующее) тока или напряжения за некоторый интервал времени, обусловленный конструкцией прибора:

$$U_{эф} = \sqrt{\bar{U}^2} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U^2(t)dt}. \qquad (4)$$

Найдем связь эффективного напряжения с амплитудой для часто встречающихся периодических функций: синусоидальной, треугольной и прямоугольной. Будем предполагать, что период функций меньше времени усреднения, тогда в качестве времени усреднения в формуле (4) можно взять период T.

Для ***гармонического*** сигнала $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$:

$$U_{эф} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_0^2 \sin^2(\omega t)dt} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/2} U_0^2 \sin^2(\omega t)dt} = U_0/\sqrt{2}. \qquad (5)$$

Для гармонического сигнала эффективное напряжение в корень из двух меньше амплитудного $U_0 = \sqrt{2}U_{эф}$.

Для ***треугольного*** сигнала с одинаковым передним и задним фронтом достаточно провести интегрирование на четверти периода, где этот сигнал можно записать в виде $U(t) = U_0 \cdot 4t/T$ при $0 < t < T/4$

$$U_{эф} = \sqrt{\frac{4}{T}\int_0^{T/4} U^2(t)dt} = U_0\sqrt{\frac{4}{T}\int_0^{T/4}(4t/T)^2 dt} = U_0/\sqrt{3}, \qquad (6)$$

т. е. для треугольного сигнала $U_0 = \sqrt{3}U_{эф}$.

Для ***прямоугольного*** сигнала :

$$U_{эф} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/2} {U_0}^2 dt} = U_0, \qquad U_0 = U_{эф}. \qquad (7)$$

Задание 4. Измерение напряжения периодических сигналов различной формы

Оборудование: генератор GFG; осциллограф Tektronix; вольтметр – мультиметр GDM-8145; разветвитель-тройник.

1. Соберите схему, приведенную на рис. 7. Установите: режим генерации синусоидального напряжения частотой 1 кГц, ручку регулировки амплитуды "**Ampl**" в среднее положение; мультиметр – режим измерения переменного тока: кнопки **AC**, **V**, предел 20 В; осциллограф – канал входа любой (**CH1** или **CH2**), вход открытый (**DC**), режим **автоустановки.**

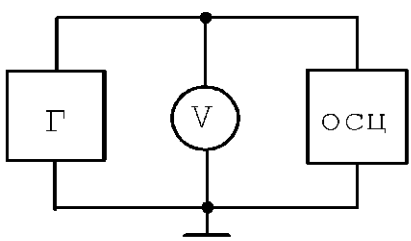


Рис. 7. Измерение периодических сигналов:
Г – генератор GFG; *V* – цифровой мультиметр GDM 8145; *ОСЦ* – осциллограф Tektronix

2. Включите осциллограф (кнопка включения расположена на верхней панели). В верхней части лицевой панели управления осциллографа нажмите кнопку **AUTOSET** (автоустановки), при этом осциллограф автоматически установит оптимальные значения цены деления по вертикали для измерения амплитуды сигнала, по горизонтали – для измерения временных интервалов, которые высвечиваются в нижней части экрана осциллографа.

Примечание. *При измерении напряжений осциллографом в режиме автоустановки следует обращать внимание на возможное отображение результатов на экране с учетом включения пробника 1:10, при этом цена деления по вертикали увеличена в 10 раз. Для проверки включите кнопку* ***MENU*** *соответствующего канала, при этом в правой части экрана отобразится меню канала, параметры которого можно изменять соответствующими кнопкам (установите множитель в положение* ***x1****).*

Необходимо обратить внимание, что применяемые обозначения ***AC*** *(закрытый вход) и* ***DC*** *(открытый вход) для осциллографа совпадают с обозначениями цифровых вольтметров и амперметров (****AC*** *– переменный ток и* ***DC*** *– постоянный ток). Но здесь имеется существенное отличие, заключающееся в том, что при закрытом входе в осциллографе последовательно к входу подключается емкость, поэтому постоянная составляющая сигнала не пропускается. Соответственно на экране осциллографа не наблюдается смещение сигнала по вертикали, вызванное этой постоянной составляющей. Для цифровых вольтметров и амперметров эти обозначения соответствуют разным способам обработки входного сигнала. (Подробнее с режимами работы осциллографа можно познакомиться в работе 3.1).*

3. С помощью осциллографа измерьте амплитуду синусоидального сигнала. Для гармонического сигнала амплитуда равна половине значения Pk-Pk, отображаемого на экране осциллографа. Запишите значение амплитуды сигнала и показание вольтметра с учетом погрешности и сравните их

Для сравнения показаний вольтметра и осциллографа воспользуйтесь уравнениями (5), (6), и (7).

4. Проведите аналогичные измерения и расчеты для сигналов треугольной и прямоугольной формы.

Задание 5. Измерение электрических сигналов сложной формы

Оборудование: генератор GFG; осциллограф Tektronix; макет с диодом Д и сопротивлением R; вольтметр – мультиметр GDM-8145.

1. Соберите схему (рис. 8), установите на генераторе режим генерации синусоидального сигнала частотой 50–100 Гц, максимальной амплитуды.

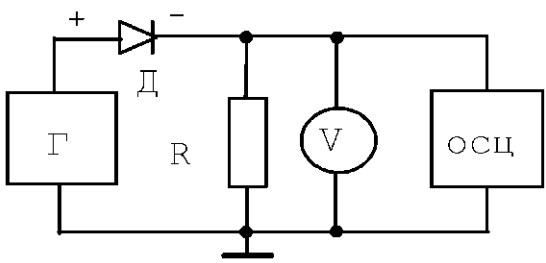


Рис. 8. Измерение сигналов сложной формы:
Г – генератор GFG; *ОСЦ* – осциллограф Tektronix;
V – цифровой мультиметр GDM 8145; *Д* – полупроводниковый диод; *R* – сопротивление 1 кОм

2. Запишите показания осциллографа и мультиметра, причем измерение мультиметром проведите как в режиме измерения постоянного тока (**DC**), так и суммы переменной с постоянной составляющей тока (**AC** и кнопка **True RMS** нажата).

3. Используя показания мультиметра, вычислите амплитудное значение напряжения и сравните его с амплитудой сигнала, измеренной осциллографом.

4. Повторите измерения и расчеты для сигналов треугольной и прямоугольной формы.

Примечание. Диод – полупроводниковый прибор, принцип действия которого упрощенно можно описать так: диод пропускает ток в одном направлении (соответствует направлению стрелочки на его обозначении в схеме) и не пропускает в обратном. В работе 2.2 изучается вольтамперная характеристика стабилитрона, совпадающая с характеристикой диода в некотором диапазоне напряжений. Диоды имеют широкую область применения, например, в схемах пре-

образования переменного напряжения в постоянное (выпрямителях). В данной схеме диод обеспечивает однополупериодное выпрямление напряжения. Для синусоидального входного сигнала форма напряжения на нагрузочном сопротивлении R изображена на рис. 9.

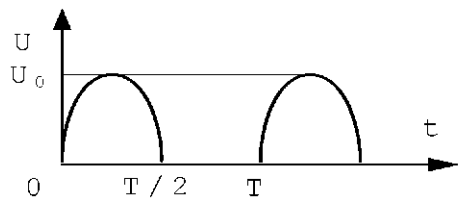


Рис. 9. Однополупериодный синусоидальный сигнал

В режиме измерения постоянного тока (**DC**) вольтметр показывает среднее значение измеряемой величины, которое в соответствии с выражением (3) рассчитывается по формуле

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} U_0 \sin(\omega t)dt = \frac{U_0}{\pi}, \quad \text{где} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}.$$

Тогда амплитудное значение напряжения $U_0 = \pi U_{ср}$.

В режиме измерения переменного тока (**AC + DC**) показания вольтметра соответствуют среднеквадратическому значению сигнала за период (4). Если сигнал с генератора состоит из симметричных положительной и отрицательной составляющих, то для однополупериодного выпрямленного напряжения (после диода) можно записать:

$$U_{эф} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} U(t)^2 dt} = \frac{U_{эф}\,(до\ диода)}{\sqrt{2}}.$$

Для входного сигнала синусоидальной формы подставим последнее выражение в формулу (5) и получим связь между амплитудой и эффективным напряжением однополупериодного выпрямленного напряжения $U_0 = 2U_{эф}$.

Коэффициенты пересчета показаний вольтметра (для обоих режимов измерения) в амплитуду для сигналов треугольной и прямо-

угольной формы проведите самостоятельно, по аналогии с выше проведенными расчетами, используя соотношения (6) и (7).

Задание 6. Определение сопротивления утечки электростатического вольтметра

При измерении параметров электростатического поля используются электростатические вольтметры, принцип действия которых основан на взаимодействии заряженных проводников (см. прил. 1). Измерительной частью электростатического вольтметра является конденсатор, поэтому сопротивление вольтметра в основном связано с токами утечки и сильно зависит от влажности воздуха, загрязненности поверхностей и других факторов, т. е. от условий эксплуатации. Поэтому изготовитель в паспортных данных не указывает сопротивление вольтметра, но его можно оценить по времени разрядки конденсатора. Известно, что изменение напряжения U во времени t при разряде емкости через сопротивление происходит по экспоненциальному закону

$$U = U_0 exp(-t / RC),$$

где R – сопротивление; C – емкость вольтметра (~ 10 пф); U_0 – начальное напряжение.

1. Зарядите ёмкость конденсатора любым известным Вам методом и запишите изменение показаний вольтметра через определенные интервалы времени (или напряжения). Общее время измерения должно быть таким, чтобы показания вольтметра уменьшились в 1,5–3 раза.

Внимание. При проведении измерений требуется экранирование прибора от внешних электростатических помех. В противном случае вольтметр может не разряжаться, а перезаряжаться от внешних источников. При отсутствии экрана установите вольтметр как можно дальше (насколько позволяет рабочий стол) от источника помех.

2. По полученным экспериментальным данным постройте график зависимости $ln(U / U_0)$ от времени t. Методом наименьших квадратов проведите прямую линию, по угловому коэффициенту которой, равному $-1/RC$, рассчитайте сопротивление вольтметра.

Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие экспериментальные данные и результаты обработки.

1. Таблицу со значениями токов, измеренных на различных пределах амперметра с указанием ошибки измерения, и сравнение их с расчетными. Сформулировать требование к амперметру.

2. Таблицу с экспериментальными данными измерения напряжения различными вольтметрами с указанием ошибки измерения. Указать причину различия показаний вольтметров. Сформулировать требование к вольтметру.

3. Графики амплитудно-частотной зависимости различных вольтметров, с указанием рабочего диапазона частот и сравнение экспериментальных данных – с паспортными.

4. Измеренные вольтметром значения напряжения для сигналов различной формы, сравнение с показаниями осциллографа и расчет поправочных коэффициентов.

5. Измеренные вольтметром значения напряжения для сигналов сложной формы, сравнение с показаниями осциллографа и расчет коэффициентов формы.

6. Зависимость показаний электростатического вольтметра от времени, график зависимости $\ln (U / U_0)$ $f(t)$ и определенное из него сопротивление вольтметра.

Приложение 1

Принцип действия некоторых электроизмерительных приборов

Аналоговые электромеханические приборы

Измерительный механизм аналоговых электромеханических приборов имеет, как правило, подвижную и неподвижную части. Электромагнитная энергия, подведенная к прибору из измерительной цепи, преобразуется в механическую энергию углового перемещения подвижной части относительно неподвижной. По перемещению подвижной части судят об измеряемой величине.

В зависимости от того, какое физическое явление положено в основу работы прибора, различают системы: магнитоэлектрическую, электростатическую, электромагнитную, электродинамическую, тепловую и др.

Расшифровка условных обозначений, нанесенных на шкалы электромеханических приборов, приведены в прил. 2.

Магнитоэлектрическая система (МЭ)

Работа приборов этой системы основана на взаимодействии магнитного поля постоянного магнита и магнитного поля измеряемого тока, проходящего по обмотке подвижной катушки (рамки).

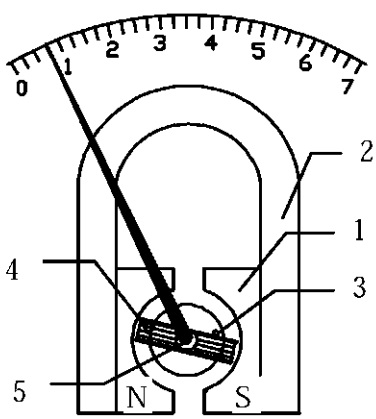


Рис. 10. Устройство прибора магнитоэлектрической системы

Магнитное поле создается между полюсными наконечниками постоянного магнита *2* и цилиндрическим сердечником *3* из магнитомягкого материала (рис. 10). Легкая подвижная рамка *4* насажена на ось *5* и может поворачиваться вокруг сердечника в сильном и достаточно однородном радиальном маг-

нитном поле зазора. К рамке прикреплена стрелка (или зеркальце), которая удерживается в нулевом положении двумя пружинами. При любом угле поворота рамки нормаль к плоскости, в которой находятся витки, перпендикулярна вектору магнитной индукции $\vec{B}$ магнитного поля постоянного магнита. При протекании по рамке постоянного тока I на ее витки действует пара сил, создающая вращающий момент $\vec{M}_{ВР} = [\vec{m}\vec{B}]$, где $\vec{m} = nI\vec{S}$ – магнитный момент рамки, n и S – число витков и площадь соответственно. Противодействующий момент $M_{ПР}$ создают пружины $M_{ПР} = k\varphi$ (k – коэффициент упругости пружины, φ – угол поворота рамки).

В положении равновесия $M_{ВР} = M_{ПР}$, тогда $\varphi = \frac{nSB}{k} I$. Отсюда следует, что угол поворота рамки (и стрелки прибора) пропорционален измеряемому току, поэтому шкала прибора магнитоэлектрической системы равномерная.

При изменении направления тока изменяется направление вращающего момента и соответственно отклонение стрелки. Поэтому для измерения тока различной полярности используют приборы, имеющие нулевую отметку на середине шкалы.

Для измерения в цепях переменного тока требуется предварительное преобразование переменного тока в постоянный.

Итак, приборы магнитоэлектрической системы используются для измерений в цепях постоянного тока, имеют равномерную шкалу, высокую чувствительность, высокую точность (класс точности – до 0,05), малую чувствительность к внешним помехам.

Электромагнитная система (ЭМ)

Работа приборов электромагнитной системы основана на взаимодействии магнитного поля измеряемого тока с подвижным ферромагнитным сердечником. При прохождении по неподвижной катушке *1* (рис. 11) измеряемого тока I возникает магнитное поле, пропорциональное току. Магнитное поле, действуя на сердечник *2*, намагничивает его. В результате он втягивается внутрь катушки. При этом сердечник, эксцентрично насаженный на ось *3*, поворачивается до тех пор, пока вращающий момент $M_{ВР}$ не уравновесится противодействующим моментом $M_{ПР}$ пружин *4*. Магнитное поле катушки пропорционально измеряемому току $H \sim I$. Намагничен-

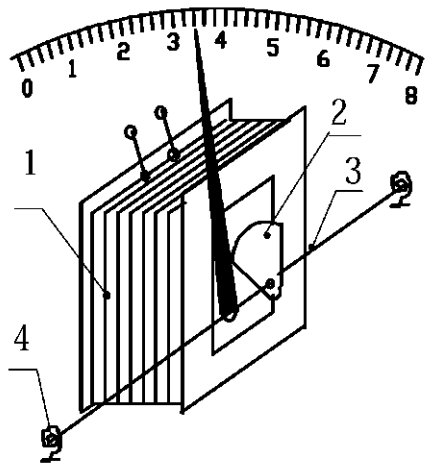


Рис. 11. Устройство прибора электромагнитной системы

ность сердечника в рабочих диапазонах частоты и амплитуды пропорциональна магнитному полю, а следовательно, току. Поэтому вращающий момент $M_{ВР}$ будет пропорционален I^2. Противодействующий момент пружин $M_{ПР} = k_1\varphi$. Равновесие стрелки будет достигнуто при равенстве моментов $M_{ВР} = M_{ПР}$, тогда $\varphi = kI^2$. Отсюда следует, что шкала прибора должна быть квадратичной, но подбором сердечника специальной формы добиваются более равномерной шкалы на большей части диапазона измерения. Однако начальная часть шкалы прибора при этом выходит за класс его точности и считается нерабочей.

Поскольку φ является функцией I^2, знак угла поворота не зависит от направления тока в катушке. Поэтому приборы электромагнитной системы одинаково пригодны для измерений в цепях постоянного и переменного тока. Если по катушке пропускать переменный ток $I = I_0\sin(\omega t)$, то мгновенное значение вращающего момента $m(t) = k_1 I_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} k_1 I_0^2 (1 - \cos 2\omega t)$. В силу инерционности прибор реагирует на среднее значение вращающего момента за период

$$M = \frac{1}{T}\int_0^T m(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} k_1 I_0^2 (1 - \cos 2\omega t)\,dt = \frac{1}{2} k_1 I_0^2 .$$

Из полученного соотношения следует, что вращающий момент, а следовательно, и отклонение стрелки прибора пропорционально среднему значению квадрата измеряемого тока $\varphi = kI_0^2 / 2$.

Напомним, что среднеквадратичное значение сигнала за период определяется по формуле

$$\sqrt{\overline{I^2}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)\,dt}\,.$$

Среднеквадратичное значение называют действующим (эффективным).

Для синусоидального сигнала $I_{эф} = \sqrt{\overline{I^2}} = I_0 \Big/ \sqrt{2}$.

К *достоинству* приборов электромагнитной системы можно отнести: возможность измерения постоянных и переменных токов, простоту конструкции, прочность. *Недостатки*: неравномерность шкалы, малая точность, малая чувствительность, малый частотный диапазон, влияние внешних магнитных полей, невозможность измерения на начальном участке шкалы.

Электростатическая система (ЭС)

Принцип действия электростатического прибора основан на взаимодействии электрически заряженных проводников. Измерительная часть представляет плоский воздушный конденсатор, состоящий из неподвижного *1* и подвижного *2* электродов (рис. 12).

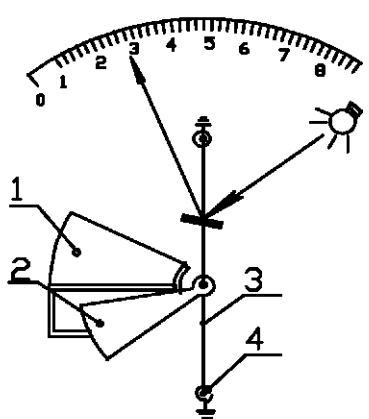


Рис. 12. Устройство электростатического вольтметра

При подаче напряжения U на электроды между ними возникает сила электростатического взаимодействия $F = k'q^2 = kU^2$. Под действием этой силы подвижная пластина *2*, закрепленная вместе со стрелкой (зеркальцем) на оси *3*, втягивается в пространство между неподвижными пластинами, создавая вращающий момент $M_{ВР} \sim U^2$. Движение пластины прекращается, когда противодействующий момент закрученной пружины $M_{ПР} \sim k_1\varphi$ становится равным вращающему моменту. Из условия равенства моментов следует, что угол отклонения φ

определяется квадратом измеряемого напряжения $\varphi = kU^2$.

Квадратичная зависимость показаний электростатического прибора вносит те же особенности в его характеристику, что и для приборов электромагнитной системы:

1) возможность измерения постоянных и переменных напряжений;

2) неравномерность шкалы;

3) наличие нерабочего участка в начале шкалы.

Аналогично прибору электромагнитной системы при подаче переменного напряжения угол отклонения стрелки φ пропорционален $\overline{U^2}$:

$$\varphi = k\overline{U^2} = k\frac{1}{T}\int_0^T U^2 dt.$$

Шкала электростатического вольтметра, так же как и шкала приборов электромагнитной системы, градуируется в единицах эффективного напряжения $\sqrt{\overline{U^2}}$.

Достоинством приборов электростатической системы является высокое входное сопротивление ($>10^{10}$ Ом), возможность измерения постоянных и переменных напряжений, достаточно широкий частотный диапазон.

Благодаря высокому входному сопротивлению R заряд на электродах вольтметра сохраняется довольно длительное время, несмотря на малую емкость (C ~ 10 пф). Поэтому перед установкой указателя вольтметра на "0" необходимо снять сторонний заряд, замкнув входные клеммы.

К *недостаткам* следует отнести: низкую чувствительность, невысокую точность, необходимость экранировки от внешних электрических полей, чувствительность к чистоте и влажности воздуха и чистоте поверхности изоляторов входных клемм, неравномерность шкалы, наличие нерабочего участка в начале шкалы.

Примечание. Электрическая схема электростатического вольтметра приведена на рис. 13. Измерительная цепь вольтметра содержит защитное сопротивление R = 1 кОм, предохраняющее измерительный, механизм от повреждения при случайном замыкании между неподвижными и движущимися электродами, например при рез-

ком толчке во время измерения. Для экранировки прибора от внешних электрических полей его корпус изнутри покрывается проводящим составом, соединенным с клеммой "экран".

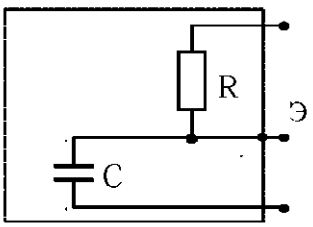


Рис. 13. Схема электростатического вольтметра

При измерении напряжения постоянного тока и переменного до 20 кГц вольтметр следует включать по схеме с защитным сопротивлением. На частотах выше 20 кГц – без защитного сопротивления, а на частотах выше 1 МГц длина соединительных проводов должна быть минимальной. Несоблюдение этого условия приводит к появлению большой частотной погрешности.

Цифровые измерительные приборы

Цифровые измерительные приборы автоматически преобразуют непрерывную измеряемую величину в дискретную форму, подвергают цифровому кодированию и выдают результат измерения в цифровом виде. Любая непрерывная величина, ограниченная некоторыми предельными значениями, может быть дискретизирована во времени и квантована по уровню.

Дискретизация – преобразование непрерывной величины $(x(t))$ в дискретную (x_i), при этом сохраняются её мгновенные значения только в определенные моменты времени (t_i), следовательно, при дискретизации теряется часть информации (рис. 14).

Шаг дискретизации – промежуток времени Δt между соседними отсчетами. Преобразование мгновенного значения напряжения в цифровой код осуществляется аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Основными характеристиками АЦП являются количество разрядов и быстродействие. Шаг дискретизации не может быть меньше времени, затраченного АЦП на одно преобразование. Количество разрядов АЦП определяет динамический диапазон оцифрованного сигнала.

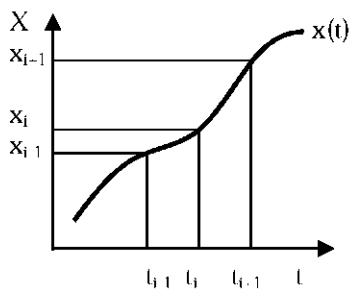


Рис. 14. Преобразование непрерывной величины в дискретную

Цифровые измерительные приборы многопредельны, универсальны, предназначены для измерения постоянного и переменного напряжения, тока, сопротивления, частоты, фазы, мощности, интервалов времени, ёмкости и т. д.

По сравнению с аналоговыми цифровые приборы, как правило, имеют следующие преимущества:

– более широкий рабочий диапазон частот;

– высокую точность;

– быстродействие;

– получение результатов измерения в удобной для считывания форме;

– возможность ввода измерительной информации в ЭВМ.

Широкое применение имеют комбинированные цифровые приборы типа вольтомамперметров, которые, как правило, имеют высокое входное сопротивление в режиме измерения напряжения и низкое в режиме измерения тока.

В цифровых вольтметрах постоянного тока измеряемое напряжение подается на входное устройство, в котором с помощью делителя это напряжение приводится к номинальному пределу и далее поступает на усилитель постоянного тока. **Поэтому входное сопротивление цифровых вольтметров – величина постоянная для всех пределов измерения.**

Погрешность цифровых вольтметров переменного тока, как правило, больше погрешности цифровых вольтметров постоянного тока и зависит от частотного диапазона.

Мультиметр GDM-8145

Используемый в данной работе мультиметр серии GDM-8145 является универсальным прибором для измерения постоянного и переменного тока и напряжения, сопротивления постоянному току, проверки p-n переходов. Мультиметр GDM-8145 имеет преобразователь среднеквадратичного значения, поэтому он **обеспечивает измерение истинного среднеквадратичного значения переменного напряжения (тока) произвольной формы, с постоянной и без постоянной составляющей.**

Органы управления мультиметра GDM-8145

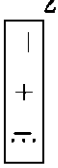
Кнопки:

ON / OFF – включение / выключение питания прибора;

AC / DC – выбор режима измерения переменного тока / напряжения или постоянного тока / напряжения;

V, mA, kΩ – режим измерения напряжения, тока, сопротивления соответственно;

2, 20.... – выбор пределов измерений



– измерение суммы переменной и постоянной составляющей;

– измерение только переменной составляющей.

Эти два режима используются только при измерении переменного тока / напряжения.

Гнезда:

COM – общий (для отрицательного провода).

COM-2A – для измерения токов до 2 ампер.

COM-20A – для измерения токов до 20 ампер.

COM – V, Ω – для измерения напряжения, сопротивления.

Входное сопротивление:

в режиме измерения напряжения – 10 Мом,

в режиме измерения тока $R_Д$ = 0,3 В/$I_{предельное}$, т. е. зависит от выбранного предела измерения.

Прибор обеспечивает технические характеристики в пределах норм после 15-минутного прогрева.

Мультиметр М832

Мультиметр М832 предназначен для измерения постоянного, переменного напряжения, постоянного тока, сопротивлений, проверки диодов и транзисторов.

Выбор функций и предела измерений производится с помощью переключателя.

Разъем **COM** – общий (отрицательный провод).

Разъем **V, Ω, mA** для положительного провода для измерения всех напряжений, сопротивлений и токов, кроме 10 А.

При измерении постоянных напряжений/токов переключатель пределов установите на требуемый предел **DCV/DCA**. Если измеряемое значение заранее неизвестно, необходимо установить на максимальный предел, а затем уменьшать его до тех пор, пока не получится необходимая точность измерений.

При измерении переменного напряжения установите переключатель пределов на соответствующий предел **ACV**, при этом показания прибора будут соответствовать **среднеквадратичному значению переменного напряжения синусоидальной формы.**

Необходимо отметить, что в данном приборе в режиме измерения переменного тока не определяется истинное среднеквадратичное значение. В них ток предварительно выпрямляется (т. е. отрицательная часть сигнала инвертируется и становится положительной, например, с помощью диодного мостика), затем поступает в измерительную часть, где определяется среднее значение и далее это значение умножается на коэффициент формы $\pi/2\sqrt{2}$, и с учетом этого множителя калибруется шкала прибора. Легко убедиться, что при таком способе измерения правильно определяется эффективное значение только для сигналов синусоидальной формы. Действительно, вычислим среднее значение выпрямленного синусоидального сигнала:

$$\bar{U} = \frac{1}{T}\int_0^T U_0 \,|\sin(\omega t)|\, dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} U_0 \,|\sin(\omega t)|\, dt = \frac{2}{\pi} U_0 .$$

Отсюда видно, что если это значение умножить на коэффициент $\pi/2\sqrt{2}$, то получим эффективное напряжение (5).

Технические данные прибора

Диапазон рабочих частот 45–450 Гц.
Точность измерения:
постоянного напряжения ±0,5 % ± 2 D,
переменного напряжения ±1,2 % ± 10 D,
постоянного тока ±1,0 % ± 2 D,
D – единица младшего разряда.

Примечание. Точность измерения меняется при изменении предела измерений (см. паспортные данные прибора).

Приложение 2

Условные обозначения на шкалах приборов

магнитоэлектрический прибор с подвижной рамкой.

магнитоэлектрический прибор с выпрямителем.

электромагнитный прибор.

электростатический прибор.

прибор работает в горизонтальном положении.

прибор работает в вертикальном положении.

класс точности прибора.

прибор для измерения постоянного тока (напряжения).

прибор для измерения переменного тока (напряжения).

прибор для измерения постоянного и переменного тока (напряжения).

A – амперметр.

V – вольтметр.

W – ваттметр.

Ω – омметр.

mA – миллиамперметр.

mkA – микроамперметр.

Измерительный практикум: Сборник лабораторных работ для студентов нефизических специальностей / В. Н. Кихтенко, А. Г. Костюрина, Л. Н. Смирных. А. А. Дорошкин. Новосибирск, 2001.