О. И. Яковлев, В. П. Якубов,
В. П. Урядов, А. Г. Павельев

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

URSS

О. И. Яковлев, В. П. Якубов,
В. П. Урядов, А. Г. Павельев

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Под редакцией
доктора технических наук, профессора
О. И. Яковлева

URSS
МОСКВА

ББК 22.336 32.84

Издано при финансовой поддержке Федерального агентства по печати и массовым коммуникациям в рамках Федеральной целевой программы «Культура России».

Яковлев Олег Изосимович, Якубов Владимир Петрович, Урядов Валерий Павлович, Павельев Александр Геннадьевич

Распространение радиоволн: Учебник / Под ред. О. И. Яковлева. — М.: ЛЕНАНД, 2009. — 496 с.

В настоящей книге изложены закономерности распространения сантиметровых, дециметровых и метровых радиоволн при космической и наземной связи. Дан анализ распространения коротких, средних и длинных радиоволн на различных трассах с учетом влияния поверхности и ионосферы. Рассмотрены закономерности отражения и рассеяния волн при радиолокации природных поверхностей и прохождения волн через сильно поглощающие среды. Описаны радиофизические методы мониторинга атмосферы и ионосферы, поверхности суши и моря.

Книга предназначена для научных сотрудников и инженеров, аспирантов и студентов радиофизической и радиотехнической специальностей; она может быть использована как учебное пособие по курсу «распространение радиоволн».

ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.
Формат 60×90/16. Печ. л. 31. Зак. № 1248

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Полиграфический комбинат «Зауралье».
640022, г. Курган, ул. К. Маркса, 106.

ISBN 978-5-9710-0183-6

5513 ID 65009

9 785971 001836

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Задача книги — дать научным сотрудникам и инженерам, студентам старших курсов и аспирантам, специализирующимся по радиофизике и радиотехническим дисциплинам, базовый минимум знаний о закономерностях распространения радиоволн в природных средах. При обсуждении необходимой полноты изложения разделов книги авторы исходили из представления, что требования к глубине анализа конкретных задач для лиц, специализирующихся по радиофизике, радиотехнике, радиосвязи, радиолокации и радионавигации, различны. Поэтому мы стремились изложить разделы книги с примерно одинаковой полнотой, а в списке литературы привели основные книги по распространению радиоволн, где более полно описаны соответствующие разделы.

Из имеющейся литературы нужно отметить большую серию учебников «Электродинамика и распространение радиоволн», например [1, 2], где весьма полно изложены основы электродинамики и распространения волн в волноводах, спиральных, гребенчатых структурах, резонаторах и очень кратко описаны особенности распространения радиоволн в природных средах. Университетский учебник «Распространение радиоволн» [3] был опубликован в 1952 г. и, естественно, он не содержит многих новых разделов. В 1972 и 1984 гг. были выпущены учебники «Распространение радиоволн» [4–6], в которых материал изложен в объеме, необходимом студентам специальностей «радиосвязь» и «радиолокация», но недостаточном для студентов-радиофизиков. Авторы решили создать книгу, в которой объем сведений о распространении радиоволн в природных средах был бы достаточен и для радиофизической, и для радиотехнических специальностей.

План книги и объем сведений, изложенных в ее разделах, сформировались в результате чтения лекций по курсу «Распространение радиоволн» в Нижегородском и Томском университетах, а также при подготовке аспирантов в Институте радиотехники и электроники Российской академии наук. Первая вводная глава дает начальные сведения о задачах распространения радиоволн в природных средах, возникающих в прикладных радиотехнических исследованиях и при изучении сред радиофизическими методами. Во второй главе приведены общие сведения об электромагнитных волнах, которые обычно излагаются в разделах курса «Электродинамика». Мы привели эти сведения компактно в одной главе, чтобы применять изложенные в ней формулы и методы решения задач в последующих главах. Главы 3 и 4 содержат сведения о влиянии атмосферы и ионосферы в таких условиях, когда происходит «почти свободное» распространение сантиметровых, дециметровых и метровых радиоволн и эти среды оказывают малое влияние на радиоволны. В главах 5 и 6 дан анализ распространения радиоволн над плоской и сферической поверхностями в условиях, когда можно не учитывать влияние атмосферы или ионосферы. Далее, в главе 7, изложены особенности загоризонтного распространения дециметровых и метровых радиоволн, когда существенно рассеяние волн на статистических флуктуациях коэффициента преломления атмосферы и ионосферы или когда нужно учитывать влияние атмосферного волновода. Закономерности ионосферного распространения коротких радиоволн на большие расстояния описаны в главе 8. В этой главе приведены краткие сведения об ионосфере. Мы отказались от подробного описания механизмов образования ионосферы и поэтому смогли более сжато изложить материал этой главы. В главе 9 описаны особенности распространения средних и длинных радиоволн на большие расстояния, когда нужно учитывать и влияние ионосферы, и влияние поверхности. В отдельные главы 10 и 11 выделены сведения о закономерностях распространения радиоволн в поглощающих средах и об особенностях рассеяния волн разными типами поверхностей.

В текст включены многочисленные таблицы и графики, позволяющие дать простую оценку ожидаемых эффектов распространения радиоволн в различных ситуациях, а в предметном указателе приведены ссылки на основные понятия, законы, методы и соотношения, что позволит использовать книгу как справочник.

Для изучения этой книги достаточно знаний вузовских курсов физики и высшей математики, а также вводного курса электродинамики.

Эта книга соответствует программе курса «Распространение радиоволн» для студентов радиофизической специальности университетов. Программы этого курса для студентов технических вузов, специализирующихся по радиосвязи, радиотехнике и радиолокации, не содержат разделов с изложением методов исследований сред радиофизическими методами, поэтому для студентов этих специальностей §§ 3.4, 3.5, 8.4 можно исключить и также опустить изучение §§ 4.2, 4.3, 6.1 и 11.3.

Мы используем систему единиц МКС, размерности основных величин указаны на с. 483 настоящей книги. Гармоническую зависимость от времени в комплексной форме даем как exp{$-i\omega$t}, а векторы выделяем «жирными» символами.

Труд авторов распределился следующим образом: главы 1, 2, 3, 4, 9 и 11 написаны О. И. Яковлевым, главы 5, 6 — А. Г. Павельевым и О. И. Яковлевым, глава 8 — В. П. Урядовым, главы 7, 10 — В. П. Якубовым.

При создании этой книги авторы консультировались у многих специалистов Института радиотехники и электроники РАН, Нижегородского и Томского университетов. Авторы выражают особую благодарность О. М. Ракитиной, В. А. Ануфриеву, В. П. Беличенко, Г. Г. Вертоградову, А. Л. Гаврику, А. И. Захарову, С. С. Матюгову, А. А. Понятову, Л. Н. Самознаеву, В. М. Смирнову за консультации и помощь в создании этой книги.

Глава 1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РАДИОТЕХНИКЕ И РАДИОФИЗИКЕ

ГЛАВА 1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РАДИОТЕХНИКЕ И РАДИОФИЗИКЕ

1.1. Радиоволны и их применение

Радиотехнические системы, предназначенные для связи, радиолокации, телевидения, навигации и других целей, отличаются составными устройствами радиотехнического тракта, однако все же можно выделить общие укрупненные элементы таких систем. На рис. 1.1 показана обобщенная схема радиотехнической системы, включающая передающую и приемную части. Передающая часть содержит блок модуляции (1), генератор высокочастотных колебаний (2), длинную линию (3), по которой радиоволны подводятся к антенне, и антенну — излучатель радиоволн (4). Приемная часть системы имеет приемную антенну (6), длинную линию (7), по которой сигналы подводятся ко входу приемника, приемник (8) и блок демодуляции и выделения передаваемой информации (9).

При работе любой радиосистемы важны условия распространения радиоволн по трассе передающая (4) — приемная антенна (6); эта трасса может включать разные среды: атмосферу и ионосферу, поверхность суши и моря. При распространении волн через среды (5) сигналы обычно испытывают ослабление и флуктуации, связанные с поглощением, отражением или рефракцией радиоволн. С точки зрения обеспечения работоспособности устройств, тракт (3)–(4)–(5)–(6)–(7) является своеобразным «четырехполюсником», определяющим возможность функционирования сложных радиотехнических систем. Важно также обеспечить определенное превышение уровня принимаемых сигналов над шумами и помехами (10), всегда присутствующими на выходе приемной антенны.

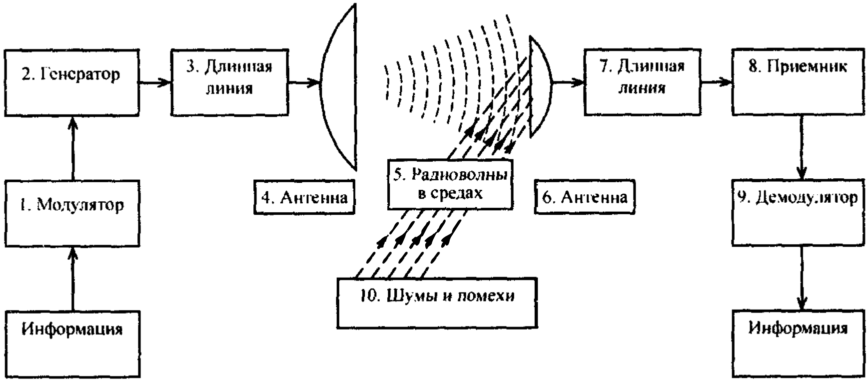


Рис. 1.1. Условная схема радиотехнической системы

Указанные блоки и устройства можно разделить на две качественно различные группы; критерием такого разделения является отношение характерного размера устройства L и длины радиоволны λ. Если $L << \lambda$, то такие блоки или элементы схем анализируются на основе теории электрических цепей, для которых справедливы представления о емкости, индуктивности, токе и напряжении. Если же $L \geq \lambda$, то при анализе таких устройств или явлений принципиально важно учитывать волновой характер электромагнитных процессов, и в этом случае оперируют такими понятиями, как длина и фаза волны, напряженность и поляризация поля и др. Анализ электромагнитных процессов в длинных линиях, к которым относятся волноводы, коаксиальные и двухпроводные линии, особенности излучения и приема радиоволн антеннами, условия распространения волн в различных средах, когда $L \geq \lambda$, возможен только при строгом учете особенностей радиоволн. Теоретической основой анализа процессов излучения и распространения радиоволн является электродинамика и ее фундамент — уравнения Максвелла.

Генератор высокочастотных колебаний и передающая антенна обычно разнесены на расстояние, большее длины волны, поэтому для их соединения применяют длинные линии — систему проводов или металлические трубы — волноводы, предназначенные для передачи энергии колебаний от генератора к антенне или от антенны к приемнику. При подключении генератора ко входу линии, а антенны — к ее выходу в линии возникает электромагнитная волна, распространяющаяся от генератора к антенне. Может появиться и волна, отраженная от антенны, движущаяся в противоположном направлении от антенны к генератору. В линии может возникнуть интерференция прямой и отраженной волны; при этом вдоль линии устанавливается распределение напряженности электрического поля, с максимумами и минимумами. Из-за отражения волны энергия, поступающая в антенну, уменьшается и, кроме того, отраженная волна может нарушать работу генератора высокочастотных колебаний. В связи с этим необходимо уменьшить интенсивность отраженной волны, т. е. «согласовать» антенну с длинной линией. Электромагнитные волны, распространяющиеся по длинной линии к антенне, порождают в антенне токи, которые являются источником волн, излучаемых в свободное пространство. Особенности распространения радиоволн зависят от параметров антенны; различают следующие основные характеристики антенн:

- Диаграмма направленности дает зависимость распределения напряженности поля, создаваемое передающей антенной в дальней зоне, от угловых координат $F(\varphi, \theta)$, например от углов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Различают диаграмму направленности по напряженности поля $F(\varphi, \theta)$ и по плотности потока мощности $F^2(\varphi, \theta)$. Приближенной характеристикой диаграммы направленности, позволяющей судить о степени концентрации излучения, является ширина диаграммы по уровню половины мощности $\Delta\theta$. Она равна телесному углу, в пределах которого концентрируется основная часть мощности волны, подведенной к антенне. Ширина диаграммы $\Delta\theta$ зависит от отношения размера излучающей части антенны L к длине волны λ: для больших антенн $\Delta\theta \approx 60°\lambda L^{-1}$. Если, например, параболическая антенна имеет диаметр раскрыва $L = 100\lambda$, то основная часть излучаемой мощности будет сконцентрирована в телесном угле $\Delta\theta \approx 0{,}6°$. Помимо главного направления, в котором сконцентрирована основная мощность волн, антенна излучает и в других направлениях, соответствующих «боковым лепесткам» диаграммы направленности. Излучение через боковые лепестки стремятся сделать минимальным, поэтому качество антенны характеризуют также уровнем боковых лепестков.

- Коэффициент направленного действия G_a показывает, во сколько раз реальная антенна увеличивает плотность потока мощности волны в главном направлении по сравнению с идеализированной антенной, излучающей равномерно во всех направлениях, если эти антенны излучают одинаковую мощность. Чем меньше ширина диаграммы направленности $\Delta\theta$, тем больше концентрация излучения и больше G_a. Малые проволочные или вибраторные антенны, для которых длина $L \le \lambda$, а диаграмма направленности широкая, имеют малый коэффициент направленного действия $G_a \approx 1{,}5$. Параболические антенны с большим диаметром раскрыва имеют большие значения G_a; рекордные G_a имеют параболические антенны, применяемые для дальней космической связи или для целей радиоастрономии. Наибольшая такая антенна имеет диаметр 100 м и в диапазоне $\lambda = 6$ см коэффициент направленного действия $G_a = 1{,}4 \cdot 10^7$.

- Различают коэффициент усиления антенны $K_а$ и коэффициент направленного действия $G_а$. Эти величины отличаются тем, что при определении $K_а$ учитывают потери энергии на тепло, выделяемое в антенне, т. е. $K_а$ и $G_а$ отличаются коэффициентом полезного действия. Если антенна выполнена из материала с высокой проводимостью, например рупорная антенна из меди с серебрением поверхности, то потери на тепло пренебрежимо малы и $K_а = G_а$; если же мачтовая антенна расположена на грунте, то часть излучения будет поглощаться в грунте и $K_а$ будет существенно меньше $G_а$.
- Радиоволны, излучаемые антенной в разных направлениях, отличаются не только амплитудой, но и фазой. При фиксированном расстоянии от антенны r фаза волны в разных направлениях отличается, поэтому вводят фазовую характеристику антенны, описывающую зависимость фазы волны от направления при постоянном расстоянии r. Если размер антенны $L \ll \lambda$, например короткий вибратор, то расстояние r вполне определено; если же антенна имеет большие размеры или сложную форму, например рупорная антенна, то не очевидно, что же нужно считать «центром» антенны. Для точных фазовых измерений важно знать положение «фазового центра» антенн. Фазовым центром антенны называется положение точки вблизи или на антенне, для которой равнофазная поверхность излученной волны в дальней зоне антенны есть сфера.
- В зависимости от поляризации излучаемой волны различают антенны линейной, эллиптической или круговой поляризации.

Выше были перечислены характеристики передающей антенны, далее укажем параметры приемных антенн.

- Диаграмма направленности приемной антенны $F^2(\varphi, \theta)$ определяет зависимость мощности, выделяемой антенной на согласованную нагрузку, от ее ориентации. Диаграмма направленности одной и той же антенны при работе на передачу и прием одинакова.
- Эффективная поверхность приемной антенны $S_а$ равна отношению мощности, развиваемой антенной на согласованной нагрузке W_2, к плотности потока мощности радиоволны P, т. е. $W_2 = PS_а$. Эффективная поверхность апертурных антенн, для которых легко можно определить площадь излучающего раскрыва, связана с «геометрической» реальной площадью S приближенным соотношением $S_а \approx 0{,}5$ S. Эффективная поверхность приемной антенны $S_а$ связана с коэффициентом направленного действия соотношением

$$\lambda^2 G_а = 4\pi S_а. \tag{1.1.1}$$

- Для проволочных или вибраторных приемных антенн вводится действующая длина антенны L_a, эта величина связывает напряжение, развиваемое антенной U_A, и напряженность поля E следующим образом: $U_a = L_a E$.
- Приемная антенна воспринимает излучение определенной поляризации; различают приемные антенны линейной, круговой и эллиптической поляризации. Поляризационные характеристики одной и той же антенны, работающей на прием и передачу, совпадают.

В задачах распространения радиоволн характеристики антенн считаются заданными, а длинная линия согласована, т. е. вся мощность передатчика подводится к антенне или от приемной антенны подводится к приемнику.

Передающая антенна, излучая радиоволны, создает в окружающем пространстве электромагнитное поле, которое, в общем случае, имеет сложную структуру, обусловленную влиянием поверхности Земли, ее атмосферы и ионосферы. Задача анализа распространения радиоволн в системах радиосвязи, вещания, радиолокации или телевидения состоит в определении соотношения между мощностью передатчика, подключенного к передающей антенне, и мощностью, развиваемой приемной антенной на входе приемника. При этом нужно определить соотношение полезного сигнала и шумов, всегда присутствующих в радиотехническом тракте. Для выяснения работоспособности радиосистем также бывает необходимым определить влияние сред на фазу, частоту, спектр сигнала, поляризацию или время распространения радиоволн. В зависимости от назначения радиосредств одни и те же эффекты влияния сред на радиоволны могут считаться «малыми» — несущественными или «большими», учет которых обязателен. Например, для работоспособности системы телевидения несущественны эффекты изменения поляризации радиоволн, но важна неискажаемая передача широкого спектра сигнала. Для узкополосных систем точного определения траекторий космических аппаратов важен анализ влияния сред на изменения частоты и времени распространения радиоволн, а влияние других эффектов несущественно.

Другой аспект изучения особенностей распространения радиоволн связан с развитием радиофизических методов дистанционного исследования или непрерывного контроля — мониторинга сред. При этом необходимо определить связь изменений амплитуды, частоты, фазы, поляризации или времени распространения радиоволн с параметрами исследуемой среды. Изучение влияния атмосферы, ионосферы, поверхности Земли и других планет на условия распространения радиоволн привело к выяснению роли разных эффектов и к развитию эффективных радиофизических методов мониторинга этих сред.

2 Заказ 1248

Таблица 1.1

Диапазоны радиоволн и их применения

Наименование диапазона	Длина волны	Частота	Радиотехнические применения	Радиофизические исследования
Сверхдлинные волны	100–10 км	3–30 кГц	Узкополосная связь через поглощающие среды. Радионавигация	Геофизические методы поиска рудных месторождений, исследование грозовой активности
Длинные, километровые волны	10–1 км	30–300 кГц	Радионавигация, радиовещание	Изучение нижней ионосферы
Средние, гектометровые волны	1000–100 м	300–3000 кГц	Радиовещание, радиосвязь	Изучение ионосферы
Короткие, декаметровые волны	100–10 м	3–30 МГц	Радиовещание, радиосвязь	Зондирование ионосферы
Ультракороткие, метровые волны	10–1 м	30–300 МГц	Телевидение, радиовещание, радиолокация	Радиолокация грунтов и метеоров, зондированне ионосферы методом некогерентного рассеяния
Ультракороткие, дециметровые волны	100–10 см	300–3000 МГц	Космическая связь и навигация, телевидение, радиорелейные линии связи, радиолокация	Радиометеорология, радиозатменный мониторинг атмосферы и ионосферы, радиолокационные исследования поверхности суши и моря, радиоастрономия
Сантиметровые волны, сверхвысокие частоты	10–1 см	3–30 ГГц	Радиолокация, наземная и космическая связь	Мониторинг атмосферы, радиолокационные исследования поверхностей, радиоастрономия, радиоспектроскопия
Миллиметровые волны, крайне высокие частоты	10–1 мм	30–300 ГГц	Ближняя радиосвязь, радиолокация, космическая связь	Мониторинг атмосферы, радиоастрономия, радиоспектроскопия

В связи с этими двумя подходами различают прямую и обратную задачи распространения радиоволн. При анализе прямой задачи свойства среды считаются известными, а определить нужно изменения характеристик радиоволн; при решении обратной задачи изменения характеристик радиоволн считаются известными по экспериментальным данным, а определить нужно свойства среды.

В табл. 1.1 приведены сведения о применениях различных радиотехнических средств и радиофизических методов изучения и контроля сред с использованием радиоволн разных диапазонов. Эта таблица иллюстрирует большое разнообразие ситуаций, требующих проведения исследований распространения радиоволн в различных средах.

Теоретический анализ задач распространения радиоволн в изменчивых природных средах: ионосфере, атмосфере, воде и грунтах возможен, если можно сформулировать основные признаки модели среды, адекватные поставленной задаче. Существенно, что модель среды зависит от диапазона радиоволн и от особенностей задачи. Такая модель должна возможно полнее отражать влияние среды на те характеристики радиоволн, которые существенны для поставленной задачи. Например, для распространения миллиметровых и сантиметровых радиоволн важен учет влияния атмосферы, а влиянием ионосферы можно пренебречь; для декаметровых и более длинных волн определяющее влияние оказывает ионосфера, а атмосферные эффекты несущественны. Правильность выбранной модели среды, а следовательно, и достоверность результатов теории может быть определена только путем сравнения с экспериментальными закономерностями. Необходимо иметь в виду, что начиная с первых опытов Г. Герца, А. Попова и Г. Маркони в течение всего двадцатого века проводились детальные экспериментальные исследования распространения радиоволн в различных средах. Одновременно уточнялись модели сред и развивались методы теоретического анализа задач, в результате были вскрыты основные закономерности распространения радиоволн.

1.2. Распространение радиоволн в природных средах

Рассмотрим сначала случай свободного распространения радиоволн, когда приемная и передающая антенны расположены так, что нет сильного влияния каких-либо сооружений, поверхности Земли или атмосферы. В этом случае передающая антенна на достаточно большом расстоянии создает сферическую электромагнитную волну, у которой напряженность поля убывает обратно пропорционально расстоянию. Сферическая волна, распространяющаяся в свободном пространстве, является теоретической идеализацией, которая приближенно описывает распространение радиоволн в некоторых реальных случаях.

Системы связи, радиолокации, телевидения или вещания располагаются чаще вблизи поверхности Земли, а не в свободном пространстве. Если направленная передающая антенна ориентирована так, что на поверхности Земли напряженность поля мала, то влиянием этой поверхно-

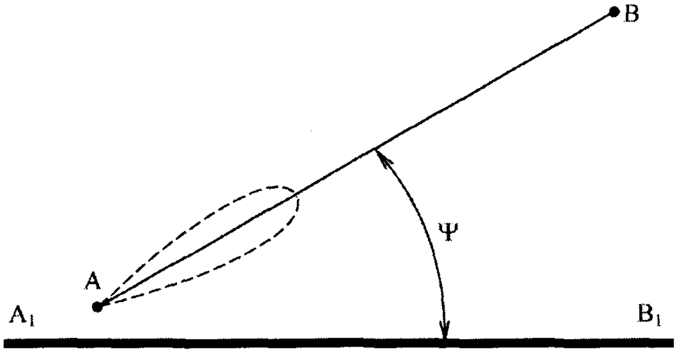


Рис. 1.2. К свободному распространению радиоволн

сти можно пренебречь; в этом случае можно считать, что приближенно реализуется свободное распространение радиоволн. Рисунок 1.2 иллюстрирует реальное свободное распространение радиоволн. Передающая антенна, расположенная в точке А, ориентирована так, что максимум ее излучения направлен в точку В, в которой осуществляется прием радиоволн. Пунктиром условно показана диаграмма направленности антенны, а линия A_1B_1 соответствует поверхности Земли. Если направление АВ образует с горизонтом, т. е. с линией A_1B_1, большой угол Ψ, то поверхность Земли, здания и технические сооружения оказываются вне облучения передающей антенной. В этом случае можно считать, что в направлении АВ реализуется свободное распространение радиоволн. Реальное свободное распространение радиоволн предполагает возможность создания антенн с высокой направленностью излучения и ориентацию максимума излучения в направлениях, поднятых на достаточный угол относительно линии горизонта. Высоконаправленные антенны можно реализовать в диапазонах миллиметровых, сантиметровых и дециметровых волн. В других диапазонах трудно избавиться от влияния отражения радиоволн земной поверхностью из-за относительно малой направленности антенн.

Найдем связь мощности, выделяемой на выходе приемной антенны W_2, с мощностью, подводимой к передающей антенне W_1. Если радиоволны излучаются ненаправленной антенной, к которой подведена мощность W_1, то эта мощность равномерно распределяется по поверхности сферы радиуса r, поэтому плотность потока мощности радиоволн, приходящаяся на единицу поверхности, равна

$$P_0 = \frac{W_1}{4\pi r^2}. \qquad (1.2.1)$$

Направленная антенна увеличивает плотность потока мощности на величину коэффициента усиления антенны G_a, поэтому в направлении максимума диаграммы направленности плотность потока мощности будет равна $G_A P_0$ или, согласно (1.2.1),

$$P = \frac{G_a W_1}{4\pi r^2}. \quad (1.2.2)$$

Определим мощность W_2, развиваемую приемной антенной на согласованном входе приемника. Если эффективная поверхность приемной антенны S_a, то $W_2 = S_a P$ и, учитывая это и соотношение (1.2.2), получим

$$W_2 = \frac{W_1 G_a S_a}{4\pi r^2}. \quad (1.2.3)$$

Формула (1.2.3) позволяет определить W_2, если известно расстояние r, мощность передатчика W_1 и параметры антенн G_a и S_a. Размерности величин, входящих в (1.2.3), следующие: $W_{1,2}$ — Вт, S_a — м^2, r — м, G_a — безразмерная величина.

При «почти свободном» распространении радиоволн через атмосферу или ионосферу возникают дополнительные эффекты, которые не учитываются выражением (1.2.3). Атмосфера приводит к появлению небольшого дополнительного ослабления принимаемой мощности, обусловленному, в основном, поглощением радиоволн кислородом и парами воды. Такое ослабление радиоволн проявляется сильно только в миллиметровом диапазоне, оно носит резонансный характер и поэтому зависит от частоты. Пары воды приводят к появлению резонансного поглощения радиоволн вблизи частот 22,2 и 183,3 ГГц, а кислород создает значительное поглощение вблизи частот 60 и 119 ГГц. Атмосфера практически не ослабляет радиоволны дециметрового и метрового диапазонов, при не слишком малых углах ψ атмосфера обуславливает появление небольших флуктуаций напряженности поля и фазы радиоволн. Если приемник находится на космическом аппарате, то на «свободное» распространение радиоволн оказывает дополнительное влияние ионосфера — ионизованная часть верхней атмосферы. Ионосфера обуславливает появление случайных флуктуаций амплитуды, фазы, искривления лучевой линии, поворота плоскости поляризации и поглощения радиоволн. Эти ионосферные эффекты сильно зависят от частоты: они пренебрежимо малы в сантиметровом и дециметровом диапазонах и могут быть недопустимо велики при использовании декаметровых и метровых радиоволн.

Выше предполагалось, что пункты А и В неподвижны. Если один из пунктов движется, то происходит изменение частоты радиоволны f на величину Δf:

$$\Delta f = fvc^{-1}, \tag{1.2.4}$$

где v — скорость изменения расстояния AB, а c — скорость радиоволны. Изменение частоты при движении источника или приемника радиоволн обусловлено эффектом Доплера. Этот эффект позволяет осуществлять высокоточное определение проекции скорости движения пунктов A или B на линию A_1B_1, а измерение времени распространения радиоволн Δt на трассе AB дает возможность найти расстояния $AB = c\Delta t$, что позволяет определить траекторию космического аппарата. Атмосфера и ионосфера приводят к небольшим изменениям частоты и времени распространения радиоволн, а следовательно, к уменьшению точности траекторных измерений. При свободном распространении радиоволн возможна передача большого объема информации, так как среды не ограничивают передаваемую полосу частот и не вносят существенных искажений в линию связи. Передающий и приемный пункты при этом должны располагаться в зоне прямой видимости, а направленные антенны ориентированы под значительным углом к горизонту. Такая схема реализуется при радиосвязи с космическими аппаратами или самолетами, а также при исследованиях объектов Солнечной системы радиофизическими методами.

Рассмотрим, как присутствие поверхности Земли изменяет закономерности свободного распространения радиоволн. Будем считать, что на высотах $h_1 = AA_1$ и $h_2 = BB_1$ над поверхностью Земли в точках A и B расположены передающая и приемная антенны, максимумы диаграмм направленности которых ориентированы по линии AB (рис. 1.3). Для конкретности ограничим анализ диапазоном сантиметровых, дециметровых и метровых радиоволн, когда высоты антенн $h_{1,2}$ больше длины волны λ, а расстояние $AB >> h_{1,2}$.

Следует различать два случая распространения радиоволн в зоне прямой видимости под малыми углами к горизонту. Если расстояние меж-

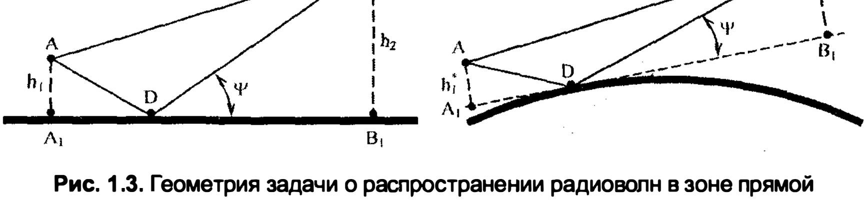


Рис. 1.3. Геометрия задачи о распространении радиоволн в зоне прямой видимости под малыми углами к горизонту

ду пунктами A и B невелико, то можно не учитывать сферичность земной поверхности и считать ее плоской (рис. 1.3 а), а при больших расстояниях необходимо учитывать сферичность поверхности (рис. 1.3 б). В обоих случаях земная поверхность может оказаться в зоне облучения передающей антенны, поэтому в месте приема присутствуют две компоненты поля, соответствующие свободному распространению радиоволн в направлении AB и радиоволнам, отраженным земной поверхностью. Отражение радиоволн осуществляется областью поверхности, расположенной вблизи точки D, где угол Ψ мал.

Сначала рассмотрим случай малых расстояний (рис. 1.3 а). Передающая антенна излучает сферическую волну, эта волна попадает в точку B двумя путями: компонента напряженности электрического поля E_0 соответствует свободному распространению радиоволн по трассе AB, а часть волнового фронта распространяется по пути AD, далее происходит отражение радиоволн в точке D. Отраженная волна является также сферической с напряженностью поля E_1, а соответствующая ей лучевая линия имеет направление DB. Структура поля E в месте расположения приемной антенны определяется суммой E_0 и E_1, поэтому она имеет интерференционный характер. При изменении высоты h_2 будет наблюдаться чередование максимумов и минимумов напряженности поля, их положение определится фазовыми соотношениями полей E_0 и E_1. В максимумах напряженность поля будет убывать с расстоянием r по закону свободного распространения $E \sim r^{-1}$, а вблизи поверхности зависимость поля E от расстояния оказывается другой: $E \sim r^{-2}$. Присутствие отражающей поверхности Земли полностью изменяет распределение поля E; хотя между точками A и B есть прямая видимость, но закономерности свободного распространения волн становятся несправедливы.

Рассмотрим далее случай большой дальности, когда необходимо учитывать сферичность Земли (рис. 1.3 б). Будем считать, что расстояние AB и высоты антенн $AA_1 = h_1$ и $BB_1 = h_2$ много меньше радиуса Земли a. На приемную антенну по-прежнему действуют две компоненты поля E_0 и E_1; волна E_1 отражается от малого участка поверхности вблизи точки D. Проведем через этот участок поверхности условную отражающую плоскость, касательную к сфере (см. пунктир на рис. 1.3 б). Высоты антенн h_1^* и h_2^*, отсчитываемые от этой плоскости, будут меньше их истинных значений. Структура поля E в вертикальной плоскости по-прежнему будет иметь интерференциальный характер с чередованием максимумов и минимумов напряженности поля.

Проведенное качественное описание влияния земной поверхности является приближенным; оно несправедливо при очень больших высотах антенн, сравнимых с радиусом Земли, или при малых значениях условных высот $h_{1,2}^*$, когда линия AB приближается к границе прямой видимости.

До сих пор предполагалось, что участок отражающей радиоволны поверхности плоский, а реальный рельеф поверхности может сильно отличаться от этой идеализации. Анализ показывает, что даже сильно неровную поверхность, например вспаханное поле, можно условно считать плоской, т. е. такая поверхность будет давать зеркальное отражение радиоволн, если выполнено условие

$$z_0 < \frac{\lambda}{16 \sin\Psi}, \tag{1.2.5}$$

здесь z_0 — средняя высота неровностей поверхности; Ψ — угол скольжения радиоволн, показанный на рис. 1.3. Условие (1.2.5) обычно хорошо выполняется в диапазоне метровых и декаметровых волн; в этом случае справедливы приближенные закономерности, описанные выше. Если это условие не выполнено, то влияние неровностей поверхности приводит к появлению качественно новых закономерностей. В сантиметровом диапазоне условие (1.2.5) обычно не выполняется, в этом случае в точке В наряду с полем прямой волны присутствуют радиоволны, рассеянные сильно неровной поверхностью. При рассеянии радиоволн такой поверхностью поле имеет случайный характер, так что в пространстве не образуется интерференционная структура с явно выраженными максимумами и минимумами.

Пункты А и В расположены в тропосфере, поэтому неоднородности атмосферы, имеющие слоистый или случайный характер, приводят к нерегулярным флуктуациям амплитуды и фазы радиоволн. Эти флуктуации возрастают при увеличении дальности и становятся большими, когда линия АВ приближается к горизонту. Рассмотренные случаи распространения радиоволн реализуется в системах радиовещания, радиолокации, телевидения и при радиорелейной связи.

В связи с развитием системы космической связи спутник—спутник появилась возможность изучения распространения радиоволн через атмосферу и ионосферу, когда излучающая и приемная антенны расположены на больших высотах. На рис. 1.4 показана схема такого затменного радиопросвечивания атмосферы. В точке А расположен спутник, излучающий радиоволны, а на другом спутнике в пункте В осуществляется прием сигналов; точка О соответствует центру планеты, а штриховкой показана область атмосферы и ионосферы. При заходе спутника А за планету линия ADB проходит на разной высоте H = DC над поверхностью. Из-за влияния атмосферы и ионосферы происходит изменение амплитуды и фазы радиоволн, эти изменения дают информацию об атмосфере и ионосфере в районе точки D. При таком затменном просвечивании атмосфера влияет на радиоволны как большая сферическая линза: она уменьшает напряжен-

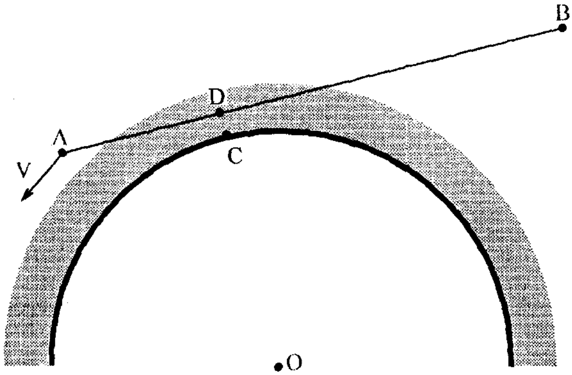


Рис. 1.4. Затменное радиопросвечивание атмосферы на трассах спутник—спутник

ность поля при уменьшении высоты H. Так как протяженность трассы ADB в атмосфере велика, то эффекты влияния атмосферы проявляются сильно; при этом наблюдаются сильное ослабление радиоволн, изменение частоты, флуктуации амплитуды и фазы. Использование этих эффектов позволило развить эффективный метод мониторинга атмосферы и ионосферы Земли.

При дальнейшем увеличении расстояния пункты A и B приближаются к линии горизонта и мы имеем случай, показанный на рис. 1.5, когда линия AB касается поверхности Земли в точке D, а пункты A и B находятся на границе прямой видимости. Дальность прямой видимости L_0 является важным параметром, потому что она разделяет трассы на две качественно отличные группы: линии связи в пределах прямой видимости и дальнюю загоризонтную связь.

Определим дальность прямой видимости пунктов A и B. Из рис. 1.5 имеем:

$$L_0 = \left(2ah_1\right)^{1/2} + \left(2ah_2\right)^{1/2}, \qquad (1.2.6)$$

здесь мы учли, что высоты антенн $h_{1,2}$ много меньше радиуса Земли a.

Эта формула позволяет определить дальность L_0, на которой два пункта еще видны на линии горизонта. Выражение (1.2.6) найдено без учета влияния атмосферы, в реальности лучевая линия AB из-за влияния атмосферы искривлена в сторону Земли, поэтому дальность прямой видимости в радиодиапазоне будет больше L_0. Анализ показывает, что можно учесть искривление лучевой линии в тропосфере, введя условный радиус Земли, больший истинного радиуса a. Поэтому дальность «радиогоризонта» можно оценить по (1.2.6), но радиус a следует полагать равным

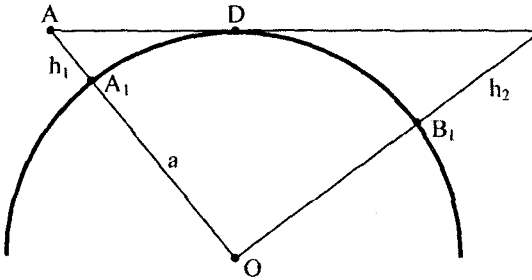


Рис. 1.5. К определению дальности прямой видимости

8470 км. Если, например, передающая телевизионная антенна расположена на высоте 300 м, а приемная — на высоте 20 м, тогда предельная дальность «прямой видимости» в радиодиапазоне будет равна 90 км.

Если длина трассы близка к дальности прямой видимости, то уже нельзя пользоваться представлением о прямой и отраженной волнах. Если трасса AB превышает расстояние L_0, то из-за дифракции радиоволны огибают сферическую поверхность Земли и наблюдается слабое дифракционное поле радиоволны. Поле E за горизонтом убывает при увеличении дальности тем быстрее, чем меньше длина волны. Необходимо подчеркнуть, что закономерности классической дифракции радиоволн на шаре, строгое решение которой дается в курсах электродинамики, не соответствуют экспериментальным данным загоризонтного распространения метровых и дециметровых волн. Влияние особенностей высотного профиля коэффициента преломления воздуха на структуру поля за горизонтом столь велико, что эффект классической дифракции в этих диапазонах волн не наблюдается. Картина дифракции радиоволн сильно зависит от параметров тропосферы, так как изменения высотных зависимостей температуры и влажности воздуха сильно изменяют напряженность поля.

Если длина трассы существенно больше расстояния прямой видимости, то для дециметровых и метровых радиоволн характерны малые значения напряженности поля и быстрые глубокие замирания. Наличие слабого быстро флуктуирующего поля радиоволны за горизонтом обусловлено влиянием слоистых и случайных неоднородностей коэффициента преломления воздуха. В тропосфере постоянно присутствуют слоистые структуры и случайные колебания температуры и влажности; коэффициент преломления воздуха зависит от этих величин, поэтому радиоволны могут рассеиваться неоднородностями тропосферы. Это рассеянное поле и наблюдается далеко за горизонтом. Существенно, что, несмотря на малое значение напряженности поля и его флуктуации, в среднем напряженность поля за горизонтом отличается относительным постоянством, хотя, конечно, она зависит от метеоусловий. Явление рассеяния волн тропосферными неоднород-

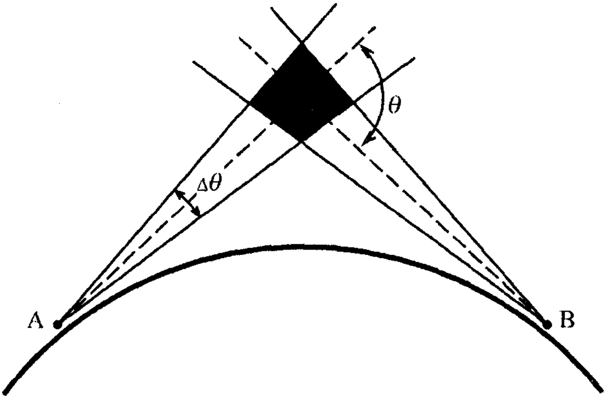


Рис. 1.6. Схема дальнего тропосферного распространения радиоволн, θ — угол рассеяния

ностями называют дальним тропосферным распространением радиоволн. Рисунок 1.6 иллюстрирует схему дальнего тропосферного распространения радиоволн. В точке А расположена высоконаправленная передающая антенна, которая создает узкий пучок электромагнитных волн с угловыми размерами $\Delta\theta$. Неоднородности коэффициента преломления воздуха, облученные полем передающей антенны, являются источниками рассеянных радиоволн, которые принимаются приемной антенной в точке В. В переизлучении радиоволн по трассе «передающая антенна — неоднородности — приемная антенна» участвуют лишь те неоднородности, которые одновременно видны из точек А и В и находятся в пределах ширины диаграммы направленности антенн, они заключены в объеме, который показан на рис. 1.6 штриховкой. Теория дальнего тропосферного распространения радиоволн базируется на описанных выше представлениях. Она дает правильные зависимости принимаемой мощности от дальности и длины волны, но не позволяет с достаточной для практики точностью вычислить величину принимаемой мощности, что связано с неопределенностью сведений о тропосферных неоднородностях. Основные сведения, которые легли в основу методов расчета дальних тропосферных линий связи, были получены опытным путем. При дальнем тропосферном распространении радиоволн сигналы сильно ослаблены, поэтому приходится применять мощные передатчики и большие антенные системы. Для уменьшения влияния замираний применяют две приемные антенны, разнесенные на несколько десятков метров; замирания сигнала, принимаемого на разнесенные антенны, происходят не синхронно, так что результирующий сигнал замирает существенно меньше.

Когда расстояние АВ достигает 800–1300 км, регистрируется слабое, быстро флуктуирующее поле метровых радиоволн, обусловленное их рассеянием на случайных статистических неоднородностях ионосферной плазмы, и нерегулярно наблюдаются кратковременные увеличения напряженности поля, связанные с рассеянием радиоволн на ионизованных следах метеоров.

Рассмотрим далее закономерности распространения декаметровых и гектометровых радиоволн, ограниченных диапазонами $\lambda = 10\text{–}100$ м (декаметровые) и $\lambda = 100\text{–}1000$ м (гектометровые радиоволны). В этих диапазонах высоты антенн обычно меньше длины волны и антенны имеют малую направленность излучения. Исключение представляет коротковолновая часть декаметрового диапазона ($\lambda \approx 10\text{–}40$ м), где высоты антенн могут быть сравнимы с λ и можно реализовать высокую направленность изучения. При распространении радиоволн этих диапазонов следует различать случаи «ближней» связи на расстоянии в несколько десятков или сотен километров и ситуацию «дальней» связи, когда приемный и передающий пункты расположены на расстоянии, превышающем несколько сотен или даже тысяч километров. На рис. 1.7 показаны примеры ближнего и дальнего распространений радиоволн, где дуга ADB соответствует поверхности Земли, передающая антенна расположена в точке A, а приемные пункты — в ближней зоне в точке B_1 или на большом расстоянии в точке B.

В ближней зоне, при относительно небольших расстояниях, радиоволны распространяются по трассе AB_1 вдоль земной поверхности, поле радиоволн в этом случае обусловлено дифракцией, этот случай условно называют распространением поверхностных волн. Распространение волн во втором случае обусловлено их отражением от ионизованной верхней части атмосферы — ионосферы Земли. На рис. 1.7 нижняя граница ионосферы условно показана пунктиром, а кривые ADB и AD_1B показывают лучевые линии радиоволн: линия AD_1B соответствует случаю однократного отражения радиоволн от ионосферы в точке D_1, а линия ADB показывает схему распространения радиоволн при двукратном отражении от ионосферы и однократном отражении радиоволн от земной поверхности.

При распространении поверхностных радиоволн напряженность поля убывает при увеличении расстояния тем сильнее, чем меньше длина волны и ниже проводимость грунта. Такая зависимость связана с тем, что при уменьшении длины волны ухудшаются условия огибания (дифракции) радиоволн сферической поверхности Земли и возрастают потери энергии в грунте. При уменьшении проводимости грунта радиоволны глубже проникают в среду, а следовательно, возрастает их поглощение. В декаметровом диапазоне возможно осуществление связи или вещания с помощью поверхностных волн на относительно небольшое расстояние, так как на расстояниях, больших 100 км, напряженность поля оказывается меньше допустимых значений. Напряженность поля поверхностных волн гектометрового диапазона уменьшается с увеличением расстояния существенно медленнее, чем в случае декаметровых радиоволн. Так на расстоянии 160 км напряженность поля для длины волны $\lambda = 600$ м примерно в 1000 раз больше, чем при $\lambda = 60$ м, поэтому область распространения поверхностных радиоволн гектометрового диапазона существенно больше. Это обстоятельство позволяет в этом диапазоне осуществлять связь или вещание поверхностными волнами на расстояния в несколько сотен километров.

При распространении ионосферных радиоволн они попадают в приемный пункт в результате отражения от ионосферы, поэтому ее свойства определяют напряженность поля. Верхняя часть атмосферы находится под воздействием ультрафиолетового излучения Солнца и космических лучей, которые ионизует атомы, так что газ становится проводящей средой — плазмой. Эта среда, с точки зрения распространения радиоволн, характеризуется двумя параметрами: электронной концентрацией N_e и частотой столкновения электронов с атомами и ионами. Электронная концентрация зависит от высоты над поверхностью Земли, времени суток, сезона, широты места и солнечной активности. Заметная регулярная ионизация воздуха наблюдается уже на высоте 70 км, далее при увеличении высоты она возрастает и на высотах около 350 км электронная концентрация достигает максимальных значений; выше этого максимума электронная концентрация медленно убывает при увеличении высоты. Общая толщина ионосферы превышает 1000 км; ее нижняя часть, существенная для распространения радиоволн, имеет толщину около 250 км. Для анализа распространения декаметровых радиоволн в большинстве случаев достаточно знать зависимость электронной концентрации от высоты для интервала высот 70–350 км. Для этой части ионосферы характерно немонотонное увеличение электронной концентрации при возрастании высоты: высотный профиль $N_e(h)$ имеет особенности, которые при отражении радиоволн разных частот проявляются как ионосферные «слои». Необходимо иметь в виду, что в ионосфере нет резко выраженных слоистых образований, сильная чувствительность отражения радиоволн к особенностям высотного профиля электронной концентрации создает кажущееся представление о слоистости ионосферы. В связи с определяющим влиянием ионосферы на распространение радиоволн создана сеть ионосферных станций, которые изучают ионосферу и дают прогнозы условий распространения радиоволн.

Особенно важны условия отражения радиоволн ионосферой, они наиболее просты при вертикальном падении радиоволн на ионосферу. В зависимости от соотношения между частотой радиоволны f и электронной концентрацией N_e в главном ионосферном максимуме происходит либо отражение радиоволн, либо их прохождение в космическое пространство. Анализ показывает, что если выполняется неравенство

$$f < f_к = (80{,}8 N_e)^{1/2}, \tag{1.2.7}$$

то происходит отражение радиоволн от ионосферы, а при $f > f_к$ радиоволны уходят в космическое пространство. В формуле (1.2.7) частота выражена в герцах, а электронная концентрация N_e имеет размерность $м^{-3}$. Величина $f_к$ называется критической частотой ионосферы, она зависит от времени суток, сезона и солнечной активности; сеть ионосферных станций ведет определения этой величины во многих пунктах. Летом в средних широтах $f_к$ слабо зависит от времени суток и обычно имеет значение 6–8 МГц.

Зимой наблюдается ярко выраженная суточная зависимость критической частоты: в полдень она максимальна и равна 10–12 МГц, а ночью и в предутренние часы регистрируются минимальные значения $f_к$ = 4–5 МГц.

Для распространения радиоволн по трассам ADB или AD_1B, показанным на рис. 1.7, важно отражение при наклонном падении радиоволн на ионосферу. Условие такого отражения при наклонном падении радиоволн на ионосферу имеет вид

$$f < f_к \sec\theta, \tag{1.2.8}$$

здесь θ — зенитный угол луча в области падения радиоволны на ионосферу. Из неравенства (1.2.8) следует, что при увеличении угла θ становится возможно отражение радиоволн с бóльшими частотами, чем при вертикальном падении. Следовательно, максимальная частота радиоволн, которые могут отразиться от ионосферы и попасть в приемный пункт, определяется неравенством

$$f_{max} \le f_к \sec\theta. \tag{1.2.9}$$

Угол θ зависит от дальности между пунктами A и B и от высоты ионосферного максимума электронной концентрации. В областях ab, cb и cd (см. рис. 1.7) радиоволны проходят через плазму, которая поглощает электромагнитные волны. Поглощение радиоволн в плазме зависит от электронной концентрации, частоты столкновений электронов с атомами и от частоты радиоволны. Основной вклад в поглощение радиоволн вносит нижняя часть ионосферы, при уменьшении частоты происходит сильное увеличение поглощения радиоволн и напряженность поля в месте приема может уменьшиться ниже допустимого предела. В связи с этим важно знать наименьшую применимую частоту f_{min}, которая определяется условиями поглощения декаметровых радиоволн. Существуют оптимальные рабочие частоты, которые ограничены условием

$$f_{max} > f > f_{min}.$$

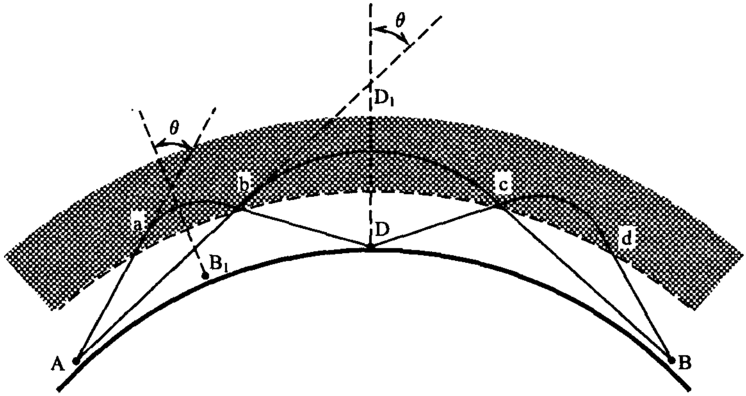


Рис. 1.7. Условная схема распространения декаметровых и гектометровых волн

Рассмотрим качественно зависимость напряженности поля декаметровых радиоволн от дальности. При небольших расстояниях напряженность поля, обусловленная поверхностными волнами, быстро уменьшается при увеличении расстояния AB_1, так что на расстояниях, бóльших нескольких десятков километров, связь затруднена. Ионосферные радиоволны при небольших расстояниях могут не достигать земной поверхности, так как при этом угол θ мал и радиоволны не отражаются ионосферой, а уходят в космическое пространство. При дальнейшем увеличении расстояния AB угол θ становится больше и рабочая частота f оказывается меньше максимально применимой частоты f_{max} и отраженные ионосферой радиоволны могут быть приняты в пункте B. Таким образом, в декаметровом диапазоне волн наблюдается «зона молчания», характерная тем, что при меньших или больших расстояниях за пределами этой зоны возможен прием радиоволн, а в этой зоне напряженность поля недостаточна для радиосвязи. Радиоволны, отраженные ионосферой, испытывают глубокие замирания, обусловленные разными причинами. На рис. 1.7, для примера, показаны два пути распространения радиоволн между пунктами A и B. В этом случае на приемную антенну действуют два гармонических колебания со случайными изменениями фазы, что приводит к нерегулярным интерференционным замираниям. Напряженность поля может сильно уменьшаться при возмущениях ионосферы или при резком увеличении поглощения радиоволн. Эти явления особенно часто встречаются в приполярных районах, где связь на декаметровых радиоволнах отличается большой неустойчивостью.

Гектометровые радиоволны распространяются вдоль земной поверхности, испытывая существенно меньшее ослабление, в связи с этим область распространения поверхностных волн этого диапазона существенно больше. Пространственные волны, отраженные от ионосферы, испытывают в гектометровом диапазоне большое ослабление. Днем ионосферное ослабление гектометровых радиоволн обычно столь велико, что пространственными волнами можно пренебречь, так как напряженность поля в месте приема обусловлена, в основном, распространением поверхностных радиоволн. В ночное время поглощение гектометровых радиоволн уменьшается, поэтому на больших расстояниях присутствуют как поверхностные, так и пространственные волны.

Длинные и сверхдлинные радиоволны (λ = 5–100 км) отражаются от нижней границы ионосферы, расположенной на высоте около 70 км, не проникают в толщу ионосферы и потому не испытывают значительного поглощения. Поверхность Земли в этом диапазоне также слабо поглощает электромагнитные волны, в связи этим радиоволны распространяются между двумя сферическими поверхностями Земля—ионосфера, которые образуют сферический волновод со слабо поглощающими границами. На рис. 1.8 показано сечение плоскостью такого сферического волновода; точка О соответствует центру Земли, внутренняя окружность — ее поверхности, а внешняя указывает нижнюю границу ионосферы. В точке А расположена вертикальная мачта — антенна, возбуждающая волновод, а в точке В осуществляется прием сигналов. Так как высота волновода, равная примерно 60 км, сравнима с длиной волны, то представления о «земной — дифракционной» и «ионосферной» волнах здесь применять нельзя, а напряженность поля в точке В можно найти только путем строгого решения задачи о возбуждении сферического волновода с использованием волнового уравнения и граничных условий. Результаты теоретического анализа и экспериментальные данные показали следующий характер изменений напряженности электрического поля Е при увеличении расстояния от передатчика (пусть для конкретности λ = 16–18 км).

Сначала, при увеличении дальности от 200 до 500 км, Е уменьшается примерно в 10 раз, а на расстоянии АВ ≈ 500 км регистрируется первый минимум напряженности поля. При дальнейшем увеличении дальности Е увеличивается, первый максимум наблюдается на расстоянии около 1000 км, а далее, при АВ ≈ 1500 км снова регистрируется слабо выраженный минимум Е. При увеличении расстояния от 2000 до 8000 км наблюдается монотонное, небольшое уменьшение напряженности поля. Напряженность поля сверхдлинных волн мало изменяется со временем, только в периоды сильных ионосферных возмущений наблюдаются значительные, медленные изменения амплитуды и фазы сигналов. Однако отсюда не следует, что радиосвязь в этом диапазоне может быть легко реализована. Трудность организации связи на километровых волнах связана с тем, что антенны этого диапазона имеют низкую эффективность. Лишь малая доля мощности передатчика излучается, а существенная се часть поглощается земной поверхностью вблизи передающей антенны. В диапазоне километровых волн велик уровень атмосферных помех, что также затрудняет условия связи. Радиоволны крайне низких частот возбуждают сферический волновод Земля—ионосфера, так что проявляются характерные резонансные увеличения напряженности поля на определенных частотах. Это явление наблюдается при анализе шумов, обусловленных разрядом молний; молнии являются естественными «антеннами», которые возбуждают поле низких частот в резонаторе Земля—ионосфера. Радиоволны могут проникать в поглощающие среды — в воду или в грунты Земли, поэтому радиоволны этого диапазона применяются при организации узкополосной связи в шахтах, с подводными лодками и для целей геофизических исследований грунтов или разведки рудных месторождений.

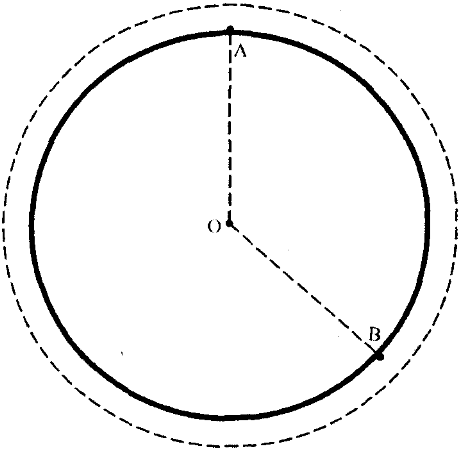


Рис. 1.8. Сферический волновод Земля—ионосфера в задаче распространения сверхдлинных радиоволн. Пунктир — нижняя граница ионосферы

При описании условий распространения радиоволн мы встречались с необходимостью учета отражения волн поверхностью. Анализ отражения или рассеяния как явления, определяющего структуру электромагнитного поля, особенно важен при изучении поверхностей радиолокационными методами. При анализе отражения радиоволн следует различать три случая, соответствующих разным положениям передающей и приемной антенн относительно поверхности. Первый случай соответствует работе радиолокатора-высотомера, расположенного на самолете или на космическом аппарате, когда направленная антенна ориентирована по вертикали вниз, а радиолокатор принимает радиоволны, рассеянные малым участком поверхности. Такой радиолокатор-высотомер позволяет получать точные профили рельефа поверхности. Если источником радиоволн является спутник планеты, а отраженные радиоволны принимаются на самолете или на другом космическом аппарате, то радиоволны отражаются большой областью поверхности, в этом варианте мы имеем дело с бистатической радиолокацией. Третий вариант реализуется при работе радиолокатора бокового обзора, расположенного на самолете или спутнике. Радиолокатор облучает под некоторым углом исследуемую поверхность и принимает радиоволны, рассеянные в обратном направлении, что позволяет получать изображение поверхности с высоким разрешением. В зависимости от степени неровности поверхности и длины радиоволны в указанных случаях может реализоваться или зеркальное отражение, или диффузное рассеяние радиоволн. Если исследуется относительно ровный участок поверхности и используются метровые радиоволны, то будут справедливы законы отражения радиоволн от гладкой плоскости или сферы. Если же применяются дециметровые или сантиметровые радиоволны, то будут, в основном, проявляться особенности диффузного рассеяния радиоволн поверхностью со случайным распределением неровностей. Представления о зеркальном отражении или диффузном рассеянии является условной идеализацией. Реальный рельеф поверхностей имеет и мелкомасштабные неровности (камни и валуны), и крупномасштабные особенности (холмы и склоны хребтов). Если мелкомасштабные неровности рельефа имеют высоту и радиус кривизны, сравнимые с длиной волны, то они обуславливают диффузное рассеяние радиоволн, для которого характерна широкая индикатрисса рассеяния $F(\psi)$. Индикатрисса $F(\psi)$ характеризует распределение интенсивности радиоволн, рассеянных в разных направлениях. Для крупномасштабных элементов рельефа характерны пологие квазиплоские участки с размерами и радиусами кривизны много большими длины волны. Эти участки в основном отражают радиоволны в направлениях, для которых угол падения равен углу отражения, что приводит к появлению узкой индикатриссы рассеяния с максимумом, ориентированным в направлении зеркального отражения радиоволн от средней поверхности.

Разнообразие ситуаций и задач, кратко описанных в этой вводной главе, связано с большим различием сред и с широким диапазоном частот, освоенным радиотехникой. В заключение главы отметим главные явления, общие для разных задач распространения радиоволн:

- Рефракция радиоволн в средах с плавными градиентами коэффициента преломления. В атмосфере и ионосфере коэффициент преломления зависит от высоты, что приводит к рефракционному изменению напряженности поля и изменению направления лучевых линий.
- Флуктуации радиоволн в средах со случайными изменениями коэффициента преломления. В воздухе и ионосфере всегда присутствуют малые случайные изменения температуры газа или электронной концентрации плазмы, которые обуславливают появление случайных изменений коэффициента преломления. Радиоволна, распространяясь в такой статистически неоднородной среде, испытывает флуктуации амплитуды и фазы, происходят случайные вариации частоты и увеличивается ширина спектральной линии.
- Поглощение радиоволн, т. е. уменьшение энергии волны, связанное с нагреванием среды. Поглощение определяется структурой среды: в

воздухе, плазме, воде или в грунте оно отличается очень сильно. Эффект поглощения зависит от частоты, он может носить резонансный характер.

- Отражение или рассеяние радиоволн происходит всегда, если есть резкая граница раздела сред, например атмосфера—грунт. Отражение волн может происходить и при наличии переходной области, когда коэффициент преломления изменяется плавно. При отражении появляются две волны: отраженная и проникающая во вторую среду.
- Дифракция — явление огибания радиоволнами препятствия. Таким естественным «препятствием» является сферичность поверхности Земли или присутствие на трассе горного хребта.
- При распространении радиоволн в ионосферной плазме, которая находится в магнитном поле Земли, проявляются следующие эффекты: плазма в постоянном внешнем магнитном поле приобретает свойства анизотропной двоякопреломляющей среды, и волна, проходящая через такую среду, «расщепляется» на две волны, движущиеся с разной фазовой скоростью, что приводит к изменению плоскости поляризации радиоволны — эффект Фарадея.
- При движении источника или приемника радиоволн происходит изменение частоты, этот эффект Доплера зависит от скорости движения и от свойств среды.

Несмотря на разнообразие задач и явлений, связанных с распространением радиоволн в различных средах, все же можно выделить общие свойства радиоволн, которые рассмотрим в следующей главе.

Глава 2

ОБЩИЕ СВОЙСТВА РАДИОВОЛН

Глава 2

ОБЩИЕ СВОЙСТВА РАДИОВОЛН

2.1. Волновое уравнение и плоские волны в однородной среде

Строгая теория распространения радиоволн базируется на уравнениях Максвелла

$$\text{rot}\,\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \tag{2.1.1}$$

$$\text{rot}\,\mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j}_1, \tag{2.1.2}$$

$$\text{div}\,\mathbf{D} = \rho, \tag{2.1.3}$$

$$\text{div}\,\mathbf{B} = 0. \tag{2.1.4}$$

Здесь **E** и **H** соответственно векторы напряженности электрического и магнитного поля, **D** и **B** — электрической и магнитной индукции, $\mathbf{j}_1$ — вектор плотности тока, а ρ — плотность зарядов. Ток, в общем случае, состоит из двух составляющих:

$$\mathbf{j}_1 = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{j}. \tag{2.1.5}$$

Здесь $\sigma\mathbf{E}$ — ток проводимости, он зависит от удельной проводимости среды σ и порождается полем **E**, а второе слагаемое **j** — это плотности токов антенн, которые и создают поля **E** и **H**. Примем, что ток **j** или эквивалентные источники поля известны, а в областях пространства, где нет токов антенн, $\mathbf{j} = 0$. Будем считать, что электростатические поля нас не интересуют, поэтому положим $\rho = 0$; примем, что среда, где распространяются волны, изотропна, т. е. ее свойства не зависят от направления, а следовательно, имеют место соотношения

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \tag{2.1.6}$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}. \tag{2.1.7}$$

Здесь ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемость среды; для вакуума $\varepsilon = \varepsilon_0 = (1/36\pi)\cdot 10^{-9}$ ф·м$^{-1}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ г·м$^{-1}$. Сводная таблица размерностей величин, используемых в этой книге, приведена в Приложении 1. В интересующих нас задачах всегда $\mu = \mu_0 = \text{const}$, а диэлектрическая проницаемость ε может зависить от координат и в разных средах иметь сильно отличающиеся значения. Среду часто характеризуют относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon^* = \varepsilon\cdot\varepsilon_0^{-1}$; в таблицах, характеризующих диэлектрики, обычно приводятся значения ε^*. Будем считать также, что токи антенн, возбуждающие волны, изменяются во времени по гармоническому закону, а следовательно, и поля **E**, **H** также изменяются по такому же закону:

$$\begin{aligned} &\mathrm{j} \sim \cos\omega \mathrm{t}, \\ &\mathrm{E} \sim \cos(\omega \mathrm{t} + \varphi_1), \\ &\mathrm{H} \sim \cos(\omega \mathrm{t} + \varphi_2). \end{aligned} \tag{2.1.8}$$

Здесь ω — круговая частота, заданная условием возбуждения антенны; фазы тока **j** и полей **E**, **H** могут отличаться, что отражено значениями $\varphi_{1,2}$. Вместо тригонометрических формул (2.1.8) удобно использовать их комплексное представление, так как справедливы соотношения

$$e^{-\mathrm{i}\omega \mathrm{t}} = \cos\omega \mathrm{t} - \mathrm{i}\sin\omega \mathrm{t}, \tag{2.1.9}$$

$$\cos\omega \mathrm{t} = \mathrm{Re}(e^{-\mathrm{i}\omega \mathrm{t}}). \tag{2.1.10}$$

Так как уравнения Максвелла линейны, то, используя запись в форме (2.1.9) или соотношение (2.1.10), мы придем к формулам (2.1.8). Необходимо отметить также, что использование гармонических зависимостей (2.1.8) не ограничивает задачу, так как периодический процесс сложной формы, соответствуюший модулированному сигналу, может быть представлен суммой гармонических сигналов с разными амплитудами и частотами, т. е. рядом или интегралом Фурье. Учтя эти замечания, придем к следующей форме уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} - \mathrm{i}\omega\mu\mathbf{H} = 0\,, \tag{2.1.11}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} - (\sigma - \mathrm{i}\omega\varepsilon)\mathbf{E} = \mathbf{j}\,, \tag{2.1.12}$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon\mathbf{E}) = 0\,, \tag{2.1.13}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{H} = 0\,. \tag{2.1.14}$$

Здесь источник поля **j** и характеристики среды ε и σ есть известные функции координат. Общая задача распространения радиоволн в ее теоретической постановке сводится к решению системы дифференциальных уравнений (2.1.11), (2.1.12) и (2.1.13), (2.1.14) с учетом граничных условий. В такой общей постановке задача решена для единичных, сильно идеализированных случаев.

Рассмотрим более простую ситуацию, когда в интересующей нас области пространства нет источников поля, т. е. j = 0. Из (2.1.12) следует

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} + \mathrm{i}\omega\varepsilon_{\mathrm{k}}\mathbf{E} = 0\,, \tag{2.1.15}$$

где введена условная комплексная диэлектрическая проницаемость среды

$$\varepsilon_{\mathrm{k}} = \varepsilon_1 + \mathrm{i}\varepsilon_2 = \varepsilon + \mathrm{i}\sigma\omega^{-1}\,. \tag{2.1.16}$$

Используем далее (2.1.11) и (2.1.15) и, исключив **H**, получим уравнение для поля **E**. Для этого сначала применим оператор rot к уравнению (2.1.11) и, воспользовавшись (2.1.15), получим

$$\operatorname{rot}\,\operatorname{rot}\mathbf{E} - \omega^2\mu\varepsilon_{\mathrm{k}}\mathbf{E} = 0\,. \tag{2.1.17}$$

Далее используем тождество, справедливое для любых векторов:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E} = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E}\,. \tag{2.1.18}$$

Из (2.1.17) и (2.1.18) следует

$$\nabla^2\mathbf{E} + \omega^2\mu\varepsilon_{\mathrm{k}}\mathbf{E} = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{E})\,. \tag{2.1.19}$$

Преобразуем правую часть (2.1.19) с использованием уравнения (2.1.13) и тождества $\operatorname{div}(\varepsilon\mathbf{E}) = \varepsilon\operatorname{div}\mathbf{E} + \mathbf{E}\operatorname{grad}\varepsilon = 0$. Из последнего соотношения следует $\operatorname{div}\mathbf{E} = -\dfrac{\mathbf{E}\operatorname{grad}\varepsilon}{\varepsilon}$, поэтому из (2.1.19) имеем

$$\nabla^2\mathbf{E} + \omega^2\mu\varepsilon_{\mathrm{k}}\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\left(\frac{\mathbf{E}\operatorname{grad}\varepsilon}{\varepsilon}\right). \tag{2.1.20}$$

Выражение (2.1.20) есть строгое волновое уравнение для поля **E**.

Здесь $\mu = \mu_0$ — постоянная величина, ε_k — функция координат, заданная конкретными условиями задачи, $\omega = 2\pi f$ — известная круговая частота, f — частота радиоволны. Напомним, что **E** есть комплексная амплитуда, а изменение поля во времени мы определили соотношением (2.1.10). В декартовой системе координат для проекции вектора **E** на ось Ox имеем

$$\nabla^2 E_x = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}. \qquad (2.1.21)$$

Аналогичные соотношения справедливы и для проекций E_y и E_z, поэтому векторное уравнснис (2.1.20) эквивалентно трем скалярным дифференциальным уравнениям. Далсс сделаем одно упрощение задачи: пусть среда однородна и ε_k не зависит от координат и grad $\varepsilon = 0$. Так как среда однородна, то нет причин для измснения поляризации волны, в любой точкс пространства поляризация волны остается постоянной, поэтому, не уменьшая общности анализа, совмсстим плоскость поляризации, т. е. направление вектора **E**, с осью Ox. Тогда $E = E_x$, $E_y = E_z = 0$ и уравнсние (2.1.20) сведется к одному скалярному уравнению

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0, \qquad (2.1.22)$$

где введено волновое число в среде

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon_\kappa \mu. \qquad (2.1.23)$$

Рассмотрим частное решение волнового уравнения (2.1.22), когда поле не зависит от координат x и y; в этом случае имеем

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0. \qquad (2.1.24)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$E = E_0 \exp\{\pm ikz\}, \qquad (2.1.25)$$

что нетрудно проверить, взяв вторую производную по z от (2.1.25) и подставив в (2.1.24). Используем (2.1.25) и зависимость от времени в форме (2.1.9) или (2.1.10), в итоге получим

$$E = E_0 \mathrm{Re}\left[e^{-i(\omega t \pm kz)}\right]. \tag{2.1.26}$$

Здесь E_0 — постоянная амплитуда напряженности поля, ее величина может быть произвольной, так как мы не определили интенсивность источников поля.

Пусть среда является идеальным диэлектриком, $\sigma = 0$ и потерь энергии на тепло нет, тогда, согласно (2.1.16) и (2.1.23),

$$k^2 = \varepsilon_1 \mu \omega^2 \tag{2.1.27}$$

— действительное число и из (2.1.26) следует

$$E = E_0 \cos(\omega t \pm kz). \tag{2.1.28}$$

Решение (2.1.26) или (2.1.28) соответствует двум волнам, распространяющимся вдоль оси Oz в противоположных направлениях, знак минус соответствует волнам, распространяющимся по направлению Oz. Такая неопределенность связана с тем, что мы не определили гдс расположен источник поля. Определим фазовую скорость c, т. е. скорость распространения вдоль оси Oz постоянного значения напряженности поля E. Из (2.1.28) имеем условие

$$\omega t \pm kz = \mathrm{const}, \tag{2.1.29}$$

откуда следует

$$c = \left|\frac{dz}{dt}\right| = \frac{\omega}{k}, \tag{2.1.30}$$

а с учетом (2.1.23) получим выражение, связывающее фазовую скорость с параметрами среды:

$$c = (\varepsilon_1 \mu)^{-1/2}. \tag{2.1.31}$$

Для вакуума, с учетом приведенных выше значений ε_0 и μ_0, найдем, что $c = c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8$ м·с$^{-1}$.

В диэлектрике, при увеличении ε, фазовая скорость становится меньше c_0, так как, согласно (2.1.31), $c \sim \varepsilon^{-1/2}$. Из (2.1.28) следует, что для любого фиксированного момента времени $t = t_0$ напряженность поля **E** вдоль оси Oz изменяется по гармоническому закону с пространственным периодом — длиной волны

$$\lambda = cT = 2\pi k^{-1}, \tag{2.1.32}$$

где T — период колебаний, т. е. $T = f^{-1}$, $k = 2\pi\lambda^{-1}$ — волновое число. Длина волны в среде меньше длины волны в вакууме, так как $c \sim \varepsilon^{-1/2}$. Из (2.1.28) следует, что в любой плоскости z = const в фиксированный момент времени t_0 фаза и амплитуда постоянны, плоскости равных фаз и равных амплитуд совпадают; волны такой структуры называются однородными плоскими волнами. Мы проанализировали частное решение уравнения (2.1.20), соответствующее плоской волне, распространяющейся в направлении Oz (формула (2.1.25) или (2.1.28)). Волновое уравнение (2.1.20) имеет также решение, соответствующее плоской волне, распространяющейся в направлении волнового вектора **k**:

$$E = E_0 \exp\{i(\mathbf{k}\,\mathbf{r})\},$$

где $(\mathbf{k}\,\mathbf{r}) = \kappa_x x + \kappa_y y + \kappa_z z$.

Уравнение равных фаз и амплитуд будет иметь вид

$$(\mathbf{k}\,\mathbf{r}) = \mathrm{const}.$$

Это плоскость, перпендикулярная направлению волнового вектора **k**.

Рассмотрим далее плоские волны в проводящей среде, когда, согласно (2.1.16) и (2.1.23), ε_k и k — комплексные числа. Из этих соотношений следует

$$\begin{gathered} k = \omega\mu^{1/2}(\varepsilon_1 + i\varepsilon_2)^{1/2} = \beta + i\alpha, \\ k^2 = \omega^2\mu(\varepsilon_1 + i\varepsilon_2) = \beta^2 + 2i\alpha\beta - \alpha^2. \end{gathered} \tag{2.1.33}$$

Приравняв в (2.1.33) действительные и мнимые части, получим уравнения для определения α и β:

$$\begin{gathered} \omega^2\mu\varepsilon_1 = \beta^2 - \alpha^2, \\ \omega^2\mu\varepsilon_2 = 2\alpha\beta. \end{gathered} \tag{2.1.34}$$

Из (2.1.34) следует

$$\begin{gathered} \beta = 2^{-1/2}\omega(\mu\varepsilon_1)^{1/2}\left[1 + \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/2}, \\ \alpha = 2^{-1/2}\omega(\mu\varepsilon_1)^{1/2}\left[-1 + \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/2}. \end{gathered} \tag{2.1.35}$$

Мы выразили волновое число κ через новые параметры α и β. Теперь, согласно (2.1.26), найдем зависимость напряженности поля от координаты z и времени t:

$$E = E_0 \operatorname{Re}\left[e^{-i\omega t + i(\beta + i\alpha)z}\right] =$$

$$= E_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z). \tag{2.1.36}$$

Из (2.1.36) следует, что в однородной среде с проводимостью σ амплитуда волны убывает по экспоненциальному закону при ее распространении вдоль оси Oz (рис. 2.1); показатель экспоненты α, согласно (2.1.35), зависит от ε_2, т. е. от проводимости σ. Поглощение в средах принято характеризовать тангенсом угла потерь

$$\operatorname{tg}\Delta = \varepsilon_2\ \varepsilon_1^{-1} = \sigma(\omega\ \varepsilon_1)^{-1}. \tag{2.1.37}$$

поэтому, введя tg Δ, преобразуем (2.1.35) к виду

$$\beta = k_1\left[\frac{1+\left(1+\operatorname{tg}^2\Delta\right)^{1/2}}{2}\right]^{1/2},$$

$$\alpha = k_1\left[\frac{-1+\left(1+\operatorname{tg}^2\Delta\right)^{1/2}}{2}\right]^{1/2}, \tag{2.1.38}$$

где $k_1 = \omega\,(\mu\,\varepsilon_1)^{1/2}$.

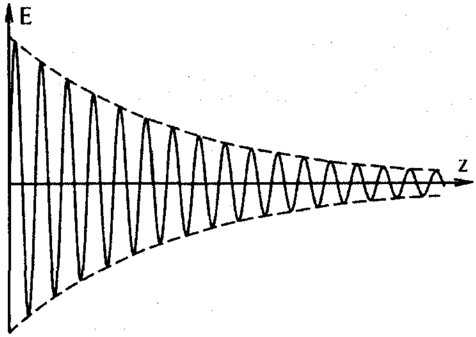


Рис. 2.1. Зависимость амплитуды в поглощающей среде от z при t = const

Рассмотрим особенности распространения волн в двух предельных случаях: когда среда обладает очень малой проводимостью (tg $\Delta << 1$) и когда ее проводимость велика (tg $\Delta >> 1$). Для случая высокой проводимости среды из (2.1.38) при условии tg $\Delta >> 1$ получим

$$\alpha = \beta = \mathrm{k}_1 \left(\frac{\mathrm{tg}\Delta}{2} \right)^{1/2} = \left(\frac{\sigma\mu\omega}{2} \right)^{1/2},$$

$$\mathrm{c} = \frac{\omega}{\beta} = \left(\frac{2\omega}{\mu\sigma} \right)^{1/2}, \tag{2.1.39}$$

$$\lambda = \mathrm{cT} = 2\pi \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma} \right)^{1/2}.$$

Из этих соотношений следует, что при большой проводимости длина волны в среде λ мала, она уменьшается по закону $\lambda \sim (\omega\sigma)^{-1/2}$, а коэффициент поглощения растет с увеличением проводимости и частоты $\alpha \sim (\omega\sigma)^{1/2}$. Этот эффект проявляется особенно сильно при распространении волн в хорошо проводящих средах — в этом случае электромагнитная волна присутствует только в тонком поверхностном слое среды. Если среда хороший диэлектрик, то $\mathrm{tg}\,\Delta << 1$ и из (2.1.38) следует

$$\alpha = \frac{1}{2}\mathrm{k}_1 \mathrm{tg}\Delta = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\mu}{\varepsilon_1} \right)^{1/2},$$

$$\beta = \mathrm{k}_1 \left(1 + \frac{1}{8}\mathrm{tg}^2\Delta \right) \approx \mathrm{k}_1 = \omega \left(\mu\varepsilon_1 \right)^{1/2}, \tag{2.1.40}$$

$$\mathrm{c} = \frac{\omega}{\beta} = \left(\mu\varepsilon_1 \right)^{-1/2}, \quad \lambda = 2\pi \mathrm{c}\omega^{-1} = 2\pi \left(\mu\varepsilon_1 \right)^{-1/2} \omega^{-1}.$$

В этом случае коэффициент ослабления α мал, он пропорционален проводимости σ, фазовая скорость уменьшается с увеличением диэлектрической проницаемости, поэтому длина волны в среде меньше длины волны в вакууме. Мы рассмотрели эффект ослабления волн, введя, согласно (2.1.16), проводимость среды σ. Ослабление радиоволн может быть обусловлено не только проводимостью, но и другими причинами, когда воздействие волны приводит к передаче ее энергии среде, т. е., в конечном счете, к нагреву среды. В этом общем случае ослабление волн может выражаться также формулами (2.1.38) через $\mathrm{tg}\Delta$, хотя эта величина и не всегда обусловлена проводимостью среды.

Выражение (2.1.36) соответствует плоской однородной волне, распространяющейся в поглощающей среде в направлении Oz, плоскости равных фаз и амплитуд при этом совпадают. Возможно существование плоских неоднородных волн, когда эти плоскости не совпадают. Для случая поглощающей среды было введено формулой (2.1.33) комплексное волновое число, определяемое параметрами α и β. Если ввести соответст-

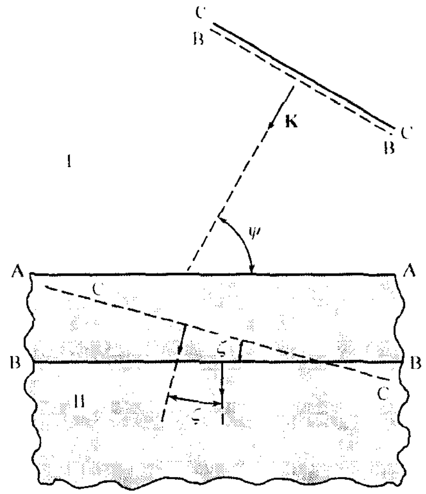


Рис. 2.2. Поверхности равных фаз и амплитуд для однородных и неоднородных плоских волн

вующие векторы α и β, то аналогично (2.1.36) можно записать следующее общее выражение для волны, распространяющейся в поглощающей среде

$$E = E_0 \operatorname{Re}\left\{\exp\left\{-i\omega t + i(\boldsymbol{\beta}\,\mathbf{r}) - (\boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{r})\right\}\right\}. \tag{2.1.41}$$

Теперь плоскости равных фаз определяются условием $(\boldsymbol{\beta}\,\mathbf{r}) = \text{const}$, а для плоскостей равных амплитуд имеем $(\boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{r}) = \text{const}$. Эти плоскости наклонены относительно друг друга на угол, образованный направлениями векторов α и β. Такая плоская неоднородная волна образуется, например, при падении под некоторым углом ψ плоской однородной волны на границу раздела сред. На рис. 2.2 показана плоская граница AA раздела непоглощающей среды I и сильно поглощающей среды II. В среде I плоскости равных фаз CC и амплитуд BB совпадают, они перпендикулярны волновому вектору **k**, а в среде II плоскость равных амплитуд BB будет параллельна границе раздела сред, а плоскость равных фаз CC может быть наклонена на некоторый угол ζ.

2.2. Сферические волны в однородной среде

Мы рассмотрели закономерности, характерные для плоских волн, предположив, что есть частное решение волнового уравнения (2.1.22), зависящее только от одной декартовой координаты. При этом нас не интересовал способ возбуждения такого идеализированного волнового процесса.

Реальными источниками являются антенны — излучатели радиоволн, они не могут создать плоскую волну; реальная структура электромагнитных волн, создаваемая антеннами, соответствует представлению о сферической волне. Структура волн, в особенности в ближней зоне антенн, сильно зависит от конкретного вида источника, а на расстояниях, много больших характерных размеров антенны, электромагнитное поле приобретает структуру сферической волны.

Рассмотрим сначала сферические волны, которые могли бы быть созданы источником, излучение которого для всех направлений одинаково. Пусть источник расположен в начале координат. Тогда естественно предположить, что есть частное решение волнового уравнения, зависящее только от расстояния r сферической системы координат. Допустим, что нас не интересует направление вектора **E** и потому рассмотрим скалярное волновое уравнение в сферической системе координат r, φ, θ (рис. 2.3). Использовав выражение $\nabla^2 E$ в сферической системе координат и (2.1.22), получим

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial E}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial E}{\partial\theta}\right)+$$
$$+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 E}{\partial\varphi^2}+k^2E=0, \tag{2.2.1}$$

где комплексное волновое число k, согласно (2.1.23) и (2.1.16), зависит от частоты и свойств среды. Так как мы предположили, что $\frac{\partial E}{\partial\varphi}=\frac{\partial E}{\partial\theta}=0$, то из (2.2.1) следует

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dE}{dr}\right)+k^2E=0 \tag{2.2.2}$$

и, сделав в (2.2.2) замену переменной u = r E, придем к уравнению

$$\frac{d^2u}{dr^2}+k^2u=0, \tag{2.2.3}$$

тождественному соотношению (2.1.24). Решение уравнения (2.2.3) имеет вид

$$u=u_o\exp\{\pm ikr\},$$

следовательно

$$E=\frac{E_o}{r}\exp\{ikr\}. \tag{2.2.4}$$

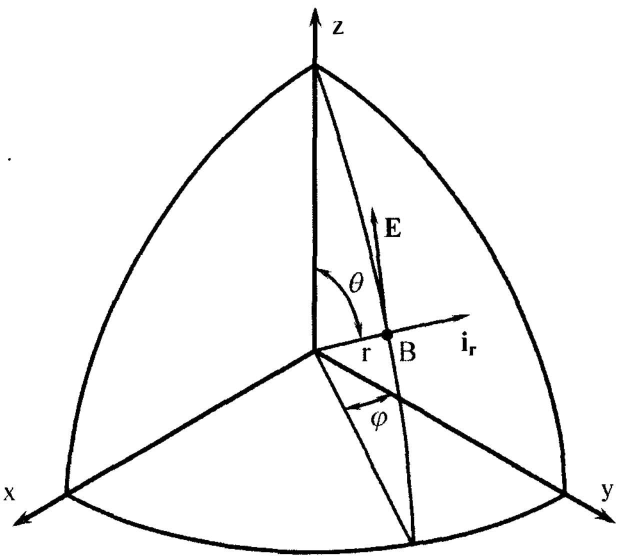


Рис. 2.3. К анализу сферических волн

Здесь E_0 изменяется во времени по закону $\exp\{-\omega t\}$. Решение имеет два знака, знак минус в (2.2.4) опущен, так как он соответствует сферической волне, сходящейся к источнику. Выражение для сферической волны (2.2.4) мы получили, сделав указанные допущения; они выполняются в акустике, когда рассматривают скалярные волны, порождаемые пульсирующей сферой. Из (2.2.4) следует, что такой источник создает в непоглощающей среде поле E, амплитуда которого убывает из-за сферической расходимости волны по закону $E \sim r^{-1}$. В электродинамической задаче нужно учитывать векторность полей **E** и **H** и реальную структуру источника волн. Рассмотрим излучение простейшей антенны — проводника малой длины $L << \lambda$, в котором создан переменный ток частоты ω. Так как $L << \lambda$, то можно считать, что амплитуда тока I постоянна в любой точке проводника. Пусть для конкретности проводник в однородной непоглощающей среде расположен в начале координат и ориентирован по оси Oz, а поля **E** и **H** нужно найти в точке B с координатами r, φ, θ (рис. 2.3). Трудность решения этой задачи связана с тем, что нужно решить три уравнения (2.1.22) для проекций электрического поля E_r, E_φ, E_θ.

Г. Герц предложил вместо векторов **E** и **H** ввести новый векторный потенциал **A**, который позволяет свести задачу к одному скалярному уравнению. Введем вектор Герца **A** следующим образом:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}, \tag{2.2.5}$$

$$\mathbf{E} = i\omega\mathbf{A} + \frac{i}{\omega\varepsilon\mu}\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{A}. \tag{2.2.6}$$

Такая замена полей **E** и **H** одним векторным полем **A** в этой задаче возможна потому, что при этом выполняются уравнения Максвелла (2.1.11)–(2.1.14). Подставив (2.2.5) и (2.2.6) в (2.1.12) и учтя тождество

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{A} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{A} - \nabla^2\mathbf{A},$$

придем к следующему уравнению для вектора Герца:

$$\nabla^2\mathbf{A} + \omega^2\varepsilon\mu\mathbf{A} = -\mu\mathbf{j}. \tag{2.2.7}$$

Проводник с переменным током ориентирован по оси Oz, поэтому вектор плотности тока имеет только одну компоненту j_Z, а следовательно, и вектор Герца в этой задаче имеет только одну компоненту $A = A_Z$. Таким образом, мы получили одно скалярное уравнение

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = -\mu\mathbf{j}. \tag{2.2.8}$$

Решение уравнения (2.2.8) имеет вид

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi}\int\left(\frac{\mathbf{j}}{r}e^{ikr}\right)dV. \tag{2.2.9}$$

Так как размеры проводника с током много меньше длины волны и нас интересует структура поля в дальней зоне антенны, то в (2.2.9) подынтегральное выражение, выделенное скобками, можно вынести за знак интеграла, а интеграл взять по объему, занятому током j. Следовательно,

$$A_z = \frac{\mu IL}{4\pi r}e^{ikr}. \tag{2.2.10}$$

Здесь мы учли, что $Vj = L\Delta s j = LI$; L — длина провода, Δs — его поперечное сечение, I — ток.

Далее, использовав соотношения (2.2.5) и (2.2.6), перейдем от вектора Герца **A** к полям **E** и **H**, для такого перехода воспользуемся выражениями rot **A** и grad div **A** в сферической системе координат:

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) \approx -ikA_r,$$

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{\partial}{\partial r}(\operatorname{div}\mathbf{A})\mathbf{i}_r \approx -k^2 A_r \mathbf{i}_r, \tag{2.2.11}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)\mathbf{i}_\varphi \approx -ikA_\theta \mathbf{i}_\varphi .$$

Здесь A_r и A_θ— проекции вектора Герца на направления соответствующих единичных векторов сферической системы координат $\mathbf{i}_r$, $\mathbf{i}_\theta$. В (2.2.11) приближенные соотношения получены путем пренебрежения членами, содержащими r^{-3} и r^{-2}, так как они в дальней зоне много меньше, чем слагаемые с множителем r^{-1}. Учтем, что проекции A_r и A_θ связаны с $A = A_z$ соотношениями

$$A_r = A\cos\theta, \qquad A_\theta = -A\sin\theta, \qquad A_\varphi = 0 .$$

Теперь найдем E и H, использовав формулы (2.2.5), (2.2.6) и соотношения (2.2.10), (2.2.11):

$$E = E_\theta = \frac{k^2 IL\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon r}\, e^{-i(\omega t - kr)},$$
$$H = H_\varphi = \frac{kIL\sin\theta}{4\pi r}\, e^{-i(\omega t - kr)}. \tag{2.2.12}$$

Из (2.2.12) следует, что E и H убывают при увеличении расстояния как r^{-1}, а при изменении угла θ — по закону $E \sim \sin\theta$. Из (2.2.12) следует также, что векторы **E** и **H** и $\mathbf{i}_r$ расположены под прямым углом, т. е. ориентация **E** и **H** относительно направления распространения радиоволны (направления $\mathbf{i}_r$) такая же, как и для случая плоской волны.

Реальные антенны могут включать систему проводников со сложным распределением амплитуды и фазы токов. Каждый малый отрезок проводника излучает как элементарная антенна, рассмотренная выше, поэтому поле сложной антенны в дальней зоне имеет структуру сферической волны, т. е.

$$E \sim \frac{F(\theta,\varphi)}{r}\, e^{-i(\omega t - kr)}, \tag{2.2.13}$$

где $F(\theta, \varphi)$ — диаграмма направленности антенны. В однородной среде на расстояниях много больших размеров антенны поле всегда приобретает структуру сферической волны, где поверхности равных фаз и амплитуд соответствуют условию r = const.

Сопоставим структуру поля сферической и плоской волн. Главное отличие состоит в том, что напряженность поля сферической волны в непоглощающих средах убывает с расстоянием как r^{-1}, а для плоской волны характерно постоянство E для любого расстояния z. Если среда поглощающая, то и плоская, и сферическая волны испытывают равное поглощение при прохождении одинаковых отрезков Δz или Δr. Если элементарная антенна расположена в слабо поглощающей среде, то нужно, согласно (2.1.33), учитывать комплексность волнового числа k, тогда напряженность поля в дальней зоне антенны определится соотношением

$$E \sim \frac{\sin\theta}{r} e^{-\alpha r} \cos(\omega t - kr), \quad (2.2.14)$$

где α соответствует формуле (2.1.40). В однородной сферической волне поверхности равных фаз и равных амплитуд есть сферы, а для однородных плоских волн — это плоскости. Фазовые скорости плоских и сферических волн в одной и той же среде одинаковы, они определяются соотношениями (2.1.38), т. е. зависят от ε_1 и ε_2. Если по условиям конкретной задачи нас интересует поведение сферической волны в малой области пространства, где изменения Δr много меньше r, то поле сферической волны будет неотличимо от плоской волны.

2.3. Особенности поляризации радиоволн

Мы рассмотрели плоские и сферические волны с линейной поляризацией, когда направления векторов **E** и **H** не изменяются. В зависимости от конструкции антенны могут излучаться радиоволны разной поляризацией, при этом направление **E** может зависеть от координат и времени. Рассмотрим поведение вектора **E** в более общем случае, для этого проанализируем волновой процесс, образованный двумя плоскими волнами с линейной поляризацией, распространяющимися в направлении Oz. Пусть эти волны имеют одинаковую частоту ω, волновое число k, но разные амплитуды E_1 и E_2 и фазы φ_1, φ_2; поляризация волны E_1 соответствует направлению $\mathbf{i}_x$, а поляризация волны E_2 — направлению $\mathbf{i}_y$, т. е. $E_1 = E_x$, $E_2 = E_y$ (рис. 2.4). Суммарное поле, определяемое вектором **E**, находится в плоскости оху и соответствует сложению двух составляющих

$$E_x \cos(\omega t - kz + \varphi_1) \quad \text{и} \quad E_y \cos(\omega t - kz + \varphi_2), \quad (2.3.1)$$

а амплитуда волны будет равна

$$E = \left(E_x^2 + E_y^2\right)^{1/2}. \quad (2.3.2)$$

Проанализируем поляризацию суммарного поля E при различных соотношениях фаз $\varphi_{1,2}$ и амплитуд $E_{x,y}$.

Если начальные фазы одинаковы, $\varphi_1 = \varphi_2$, то вектор **E** будет отклонен от оси ох на постоянный угол χ_1, равный arc tg (E_2/E_1) и суммарное поле будет плоской волной с линейной поляризацией. Если же волны E_1 и E_2 имеют разность фаз $\Delta\varphi$, то плоскость поляризации вектора **E** будет изменять направление при изменении времени t. Пусть, для простоты, амплитуды волн одинаковы, $E_x = E_y = 1$, но волны имеют отличие в фазах на $\pi/2$, тогда суммарное поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}_x \cos(\omega t - kz) + \mathbf{i}_y \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right), \tag{2.3.3}$$

а угол χ_1 отклонения вектора **E** от оси ох при этом будет зависеть от времени:

$$\mathrm{tg}\chi_1 = \mathrm{tg}(kz - \omega t). \tag{2.3.4}$$

Из (2.3.4) следует, что для любой плоскости z = const направление вектора суммарного поля **E**, характеризуемого углом $\chi_1(t)$, будет изменяться, так что вектор **E**, оставаясь в плоскости xy при изменении t, будет вращаться относительно оси Oz с угловой скоростью ω. Если зафиксировать время $t = t_0$, то в любой момент времени угол χ_1 будет изменяться на 2π при изменении расстояния z на длину волны λ. Конец вектора **E** при изменении и z, и t опишет спираль, показанную на рис. 2.4. Такая волна имеет круговую поляризацию; в зависимости от знака разности фаз $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ мы имеем спираль, «закрученную» в левую или правую сторону, поэтому различают волны круговой поляризации с левым или правым направлениями вращения.

Если сложить две волны с линейной поляризацией, имеющие разность фаз $\Delta\varphi$ и различные амплитуды E_1 и E_2, то суммарное поле будет волной с эллиптической поляризацией. В этом случае конец вектора суммарного поля **E** опишет в пространстве кривую, подобную сплюснутой спирали, а проекция такой спирали на плоскость z = 0 будет эллипсом (рис. 2.5). Обратимся снова к рис. 2.4, где показаны векторы волн E_1 и E_2, ориентированные соответственно по осям ох и оу. Мы предполагаем, что эти волны распространяются в направлении oz, поэтому

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{i}_x E_1 \cos(kz - \omega t), \\ \mathbf{E}_2 &= \mathbf{i}_y E_2 \cos(kz - \omega t + \Delta\varphi); \end{aligned} \tag{2.3.5}$$

поле суммарной волны $E = E_1 + E_2$ для произвольной плоскости, например для z = 0, будет иметь две составляющие

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= \mathbf{i}_x E_1 \cos(-\omega t), \\ \mathbf{E}_y &= \mathbf{i}_y E_2 \cos(-\omega t + \Delta\varphi). \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

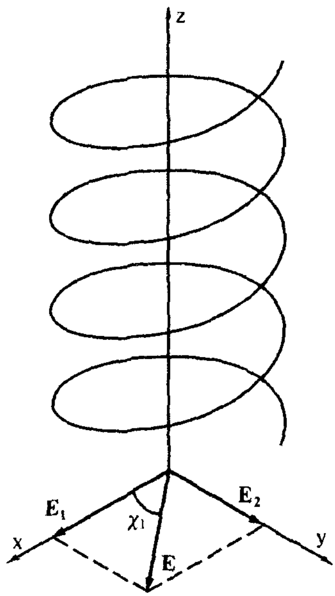


Рис. 2.4. Сложение двух линейно поляризованных волн создает поле с круговой или эллиптической поляризацией

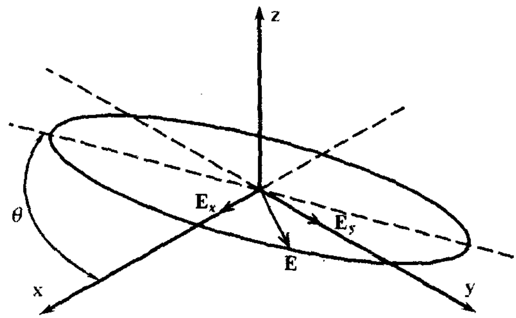


Рис. 2.5. Проекция годографа вектора **E** для эллиптической поляризации волны

Рассмотрим изменения проекций суммарного поля E_x и E_y в любой момент времени, для этого в системе (2.3.6) исключим переменную t, в итоге получим

$$\left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2+\left(\frac{E_y}{E_2}\right)^2-2\frac{E_xE_y}{E_1E_2}\cos\Delta\varphi=\sin^2\Delta\varphi. \qquad (2.3.7)$$

Выражение (2.3.7) представляет в плоскости z = const эллипс, ось которого наклонена относительно направлений Ox на некоторый угол θ (рис. 2.5). Итак, мы показали, что сложение двух волн с линейной поляризацией при отличающихся амплитудах и фазах создает волновой процесс с эллиптической поляризацией. Если разность фаз волн E_1 и E_2 $\Delta\varphi = \pm 90^\circ$, то угол $\theta = 0^\circ$ и ось эллипса совпадает с направлением Ox, а при $E_1 = E_2$ и $\Delta\varphi = 90^\circ$ мы имеем круговую поляризацию. Используя комплексное представление соотношений (2.3.6), введем множитель поляризации

$$Q = \frac{E_x}{E_y} = \frac{E_1}{E_2} e^{i\Delta\varphi}. \qquad (2.3.7)$$

Фактор Q полностью определяет поляризацию радиоволны. В общем случае поляризация определяется заданием трех параметров: или E_1, E_2 и $\Delta\varphi$, или осями и наклоном поляризационного эллипса. Кроме представления поляризации этими тремя характеристиками используются также поляризационные параметры Стокса, определяемые следующими соотношениями:

$$Q_1 = \frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1^2 + E_2^2},$$

$$Q_2 = \frac{2E_1E_2\cos\Delta\varphi}{E_1^2 + E_2^2}, \qquad (2.3.8)$$

$$Q_3 = \frac{2E_1E_2\sin\Delta\varphi}{E_1^2 + E_2^2}.$$

Мы представили поле E с круговой или эллиптической поляризацией как сумму двух волн E_1 и E_2 с линейной поляризацией. Такое представление не является абстрактным, так как радиоволны с круговой или эллиптической поляризацией могут создаваться с помощью двух линейных антенн, расположенных под углом 90° (рис. 2.6). На антенны 1 и 2 подается переменное напряжение со сдвигом по фазе $\Delta\varphi = \pm\pi/2$, такая антенная система будет создавать в направлении Oz поле с круговой поляризацией. В направлениях Ox и Oy поле будет иметь линейную поляризацию, так как из-за диаграммы направленности антенна 1 не излучает в направлении Ox, а антенна 2 не дает вклада в излучение в направлении Oy. В других направлениях такая антенная система будет излучать волны с эллиптической поляризацией.

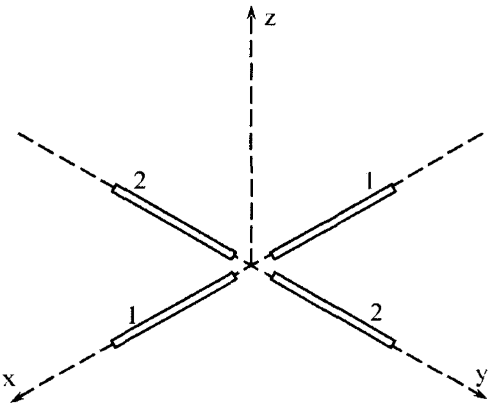


Рис. 2.6. Простая антенна из двух полуволновых излучателей

Поляризация волны в однородных средах определяется только типом источника, т. е. конструкцией антенны. При распространении радиоволн в неоднородных средах поляризация может изменяться: например, при рассеянии линейно поляризованных волн каплями дождя или при отражении от границ раздела сред могут возникать волны с эллиптической поляризацией. При распространении волн в однородной среде отношение проекций E_x, E_y и разность фаз $\Delta\varphi$ не изменяется, при этом радиоволна полностью поляризована. В зависимости от соотношений E_x, E_y и $\Delta\varphi$ радиоволна может иметь линейную, круговую или эллиптическую поляризацию, одинаковую для разных точек среды. Если же из-за особенностей распространения или отражения радиоволн в неоднородных средах E_x, E_y или $\Delta\varphi$ изменяются в разных точках пространства, то и поляризация волны может изменяться: например, волна с круговой поляризацией преобразуется в волну с линейной или эллиптической поляризацией. Важно, что волна при этом имеет вполне определенную поляризацию, волна по-прежнему «полностью поляризована». Если же из-за особенностей генерации или распространения радиоволн соотношения E_x, E_y, $\Delta\varphi$ изменяются случайным образом, то и поляризация будет хаотически изменяться. Такое хаотическое изменение поляризации возможно, например, при рассеянии радиоволн статистическими, случайными неоднородностями среды, если эти неоднородности имеют случайное распределение направления и скорости движения. Волна при этом будет «частично поляризованной», т. е. будет суперпозиция полностью поляризованной и неполяризованной компонент поля. Электромагнитная волна считается «неполяризованной», если поляризация изменяется хаотично, например радиоизлучение нагретых сред.

2.4. Интегральные уравнения, метод Кирхгофа и зоны Френеля

Строгий анализ задач распространения радиоволн требует решения волнового уравнения (2.1.20) при заданных зависимостях ε и σ от координат с учетом граничных условий на поверхностях раздела сред. Для большинства ситуаций распространения волн при решении этих строгих дифференциальных уравнений сталкиваются с непреодолимыми математическими трудностями. Вместо волнового уравнения можно сформулировать эквивалентные интегральные соотношения, которые — в ряде конкретных ситуаций — облегчают анализ задач распространения волн. Интегральные уравнения позволяют также сформулировать приближенный метод Кирхгофа для определения характеристик радиоволн при наличии резких границ сред или тел, затеняющих источник.

Для получения интегрального уравнения обратимся к теореме Грина, связывающей интегралы по объему V и по замкнутой поверхности S:

$$\int\limits_V \left(G\nabla^2 u - u\nabla^2 G\right) dV = \int\limits_S \left(G\frac{\partial u}{\partial n} - u\frac{\partial G}{\partial n}\right) ds. \qquad (2.4.1)$$

Здесь G и u — комплексные функции координат, производная $\partial/\partial n$ берется по направлению внешней нормали к поверхности S; эти функции и их первые производные должны быть непрерывны в объеме V и на замкнутой поверхности S. Пусть функции u и G удовлетворяют волновым уравнениям

$$\nabla^2 u + k^2 u = J_i, \qquad (2.4.2)$$

$$\nabla^2 G + k^2 G = 0. \qquad (2.4.3)$$

Здесь, в соответствии с (2.2.7) и (2.1.22), u может быть проекцией вектора Герца **A** или напряженности поля **E** на любую ось прямоугольной системы координат, J_i — функция источника. Для случая элементарного электрического диполя, если u есть вектор Герца, функция источника, согласно (2.2.7), $J_i = \mu I$, где I — ток в коротком проводнике. Будем считать, что объем V заполнен однородной средой, т. е. k = const. Обратимся далее к рис. 2.7, где линиями KFD показана замкнутая поверхность S, внутри которой расположена точка B, соответствующая пункту приема радиоволн; пусть источник волн, расположенный в точке A, также находится внутри объема V. Определим положение точки B вектором $\mathbf{R}_B$; координату произвольной точки C, расположенной или на поверхности S, или внутри объема V, — вектором $\mathbf{R}_C$, а положение источника волн пусть соответствует вектору $\mathbf{R}_A$. Подставив значения $\nabla^2 u$ и $\nabla^2 G$ из (2.4.2) и (2.4.3) в формулу Грина (2.4.1), получим

$$\int_V J_i G\, dV = \int_S \left(G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds \qquad (2.4.4.)$$

где G — произвольная функция, удовлетворяющая волновому уравнению (2.4.3). Выберем функцию G следующим образом:

$$G = \frac{1}{r} e^{ikr}, \qquad (2.4.5)$$

здесь $r = |\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_A|$.

Эта функция удовлетворяет уравнению (2.4.3) при любых значениях R_B и R_C, она непрерывна и имеет непрерывные производные по R_B и по R_C, кроме случая, когда $R_B = R_C$, т. е. когда произвольная (текущая) точка C совпадает с местом расположения пункта приема (точкой B). Рассмотрим эту особенность интеграла по поверхности (2.4.4) в случае, когда точка C совпадает с пунктом B. Разобьем интеграл по поверхности S на два интеграла, для этого окружим точку B сферой малого радиуса a_0. Эта сфера имеет поверхность S_0, она соответствует пунктирной окружности на рис. 2.7. Объем V теперь ограничен двумя поверхностями — внешней S и малой внутренней поверхностью S_0. Определим значение интеграла по S_0 при $a_0 \to 0$:

$$F_1 = \lim_{a_0 \to 0} \left[\int_{s_0} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \right) ds_0 \right]. \qquad (2.4.6)$$

При анализе интеграла (2.4.6) учтем, что произвольная текущая точка C с координатой $\mathbf{R}_C$ расположена на поверхности сферы S_0, а производная по внешней нормали соответствует дифференцированию по радиусу a_0, кроме того, следует учесть, что $r = |R_B - R_C|$ совпадает с a_0, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial a_0} = -\frac{\partial}{\partial r}.$$

Учитывая эти соотношения, имеем

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = e^{ikr} \left(-\frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2} \right). \qquad (2.4.7)$$

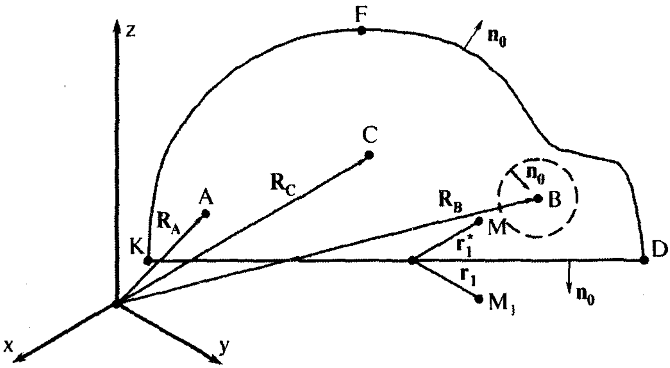


Рис. 2.7. К выводу интегрального уравнения для поля волны

При определении интеграла (2.4.6) учтем также, что $(\partial u)/(\partial n)$ и u при $a_0 \to 0$ соответствуют значениям этих величин в точке B и их можно вынести из под знака интегрирования:

$$F_1 = \lim_{a_0 \to 0}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_b \int_{s_0} \frac{e^{ikr}}{r} ds_o + u_b \times \right.$$

$$\left. \times \int_{s_0} \frac{ik}{r} e^{ikr} ds_o - u_b \int_{s_0} \frac{e^{ikr}}{r^2} ds_o \right], \tag{2.4.8}$$

где $ds_0 = a_0^2 d\Omega$, $d\Omega$ — дифференциал телесного угла. Первые два интеграла в (2.4.8) стремятся к нулю при $r = a_0 \to 0$, следовательно,

$$F_1 = -u_b \int_{s_0} \frac{e^{ikr}}{r^2} a_o^2 \, d\Omega = -4\pi u_b \, . \tag{2.4.9}$$

Учитывая (2.4.4) и (2.4.9), в итоге получим

$$u_b = -\frac{1}{4\pi}\int_V GJ_i \, dV + \frac{1}{4\pi}\int_S \left(G\frac{\partial u}{\partial n} - u\frac{\partial G}{\partial n} \right) ds \, . \tag{2.4.10}$$

Напомним, что u — это любая компонента в прямоугольной системе координат вектора Герца **A** или напряженности электрического поля **E**. Соотношение (2.4.10) связывает u_b *в точке наблюдения* со значениями u и $(\partial u)/(\partial n)$ на замкнутой поверхности S и с интенсивностью источников, расположенных внутри объема V. Соотношение (2.4.10) является интегральным уравнением, так как u и $(\partial u)/(\partial n)$ входят также и под знак интеграла.

Рассмотрим далее частные случаи уравнения (2.4.10). Пусть источник расположен в безграничной слабо поглощающей среде. Окружим точку A сферой и устремим ее радиус к бесконечности, тогда интеграл по поверхности стремится к нулю и из (2.4.10) и (2.4.5) следует

$$u_b = -\frac{1}{4\pi}\int_V \frac{J_i e^{ikr}}{r}\, dV . \tag{2.4.11}$$

Если источником волн служит короткий проводник с током (диполь Герца), то $J_i = \mu I$ и из (2.4.11) для $u = A_z$, где $\mathbf{A}_z$ — вектор Герца, мы получим выражения для поля элементарного диполя. Формула (2.4.11) при этом будет тождественна выражению (2.2.9), и, следовательно, из нее получим соотношения (2.2.10) и (2.2.12). Ранее, в § 2.2 были получены формулы для поля элементарного диполя путем анализа дифференциального уравнения (2.2.7), а здесь мы показали, как этот же результат следует из интегрального уравнения (2.4.10).

Допустим, что источник (точка A) расположен вне замкнутой поверхности S, внутри объема V нет источника волн, поэтому интеграл по объему равен нулю, следовательно,

$$u_b = \frac{1}{4\pi}\int_S \left(G\frac{\partial u}{\partial n} - u\frac{\partial G}{\partial n} \right) ds . \tag{2.4.12}$$

В этом случае поле волны в точке B определяется только значениями u и $(\partial u)/(\partial n)$ на произвольной поверхности S, охватывающей эту точку. Необходимо подчеркнуть, что строгое соотношение (2.4.12) также является интегральным уравнением.

Трудность определения поля u_b с использованием уравнений (2.4.10) или (2.4.12) связана с тем, что на поверхности S необходимо знать и $(\partial u)/(\partial n)$, и u. Можно выбрать функцию Грина G с учетом дополнительных условий: или $G_1 = 0$ на поверхности S, или $(\partial G_2)/(\partial n) = 0$ на этой поверхности. При таком выборе функций Грина, согласно (2.4.12), получим следующие формулы:

$$u_b = -\frac{1}{4\pi}\int_S u\frac{\partial G_1}{\partial n}\, ds , \tag{2.4.13}$$

$$u_b = \frac{1}{4\pi}\int_S G_2\frac{\partial u}{\partial n}\, ds , \tag{2.4.14}$$

где G_1 и G_2 называют соответственно первой и второй функцией Грина. Из (2.4.13) и (2.4.14) следует, что если по условиям конкретной задачи удаст-

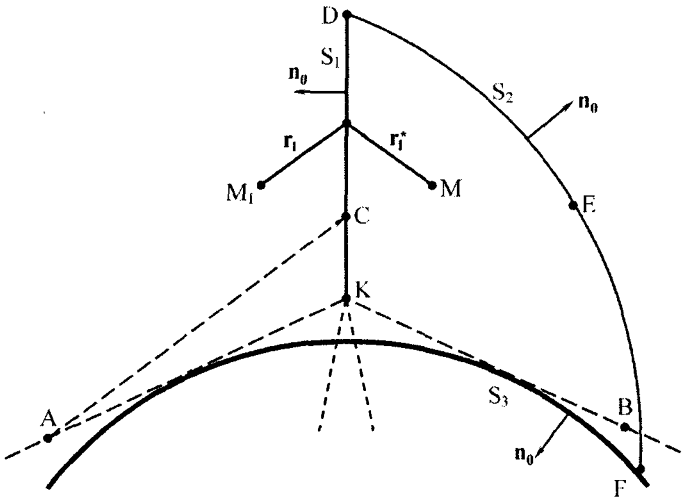


Рис. 2.8. Геометрия задачи об определении поля методом Кирхгофа

ся выбрать функцию G_1 или G_2, то поле u_b выразится через интеграл по поверхности, где присутствует только одно значение: или u, или $(\partial u)/(\partial n)$. Например, для плоского участка поверхности, соответствующего линии KD на рис. 2.7 и рис. 2.8, функция Грина G_1 может быть выбрана следующим образом:

$$G_1 = \frac{\exp\{ikr_1\}}{r_1} - \frac{\exp\{ikr_1^*\}}{r_1^*}. \tag{2.4.15}$$

Эта функция соответствует разности полей двух точечных источников, расположенных на равных расстояниях от плоскости KD в точках M и M_1.

Уравнения (2.4.13) или (2.4.14) позволяют находить приближенные значения u_b, если применить метод Кирхгофа. Этот метод использует два допущения: считается, что u или $(\partial u)/(\partial n)$ на части поверхности S_1 такие же, какими они были бы в отсутствии раздела сред, а на другой части поверхности S_2 эти величины равны нулю. На рис. 2.8, для примера, показана ситуация, когда источник (точка A) и приемная антенна (точка B) затеняются поверхностью Земли, на этом рисунке пунктирные прямые AK и BK соответствуют плоскостям, касательным к сферической поверхности Земли. В этом случае поле в точке B обусловлено дифракцией радиоволн на сферической поверхности Земли. Приближенное значение поля u_b может быть найдено с использованием метода Кирхгофа следующим образом. Окружим точку B тремя поверхностями: S_1 — соответствующей плоскости DK, S_2 — полусферой DEF и частью поверхности Земли S_3. Значения u или $(\partial u)/(\partial n)$ на поверхности S_1 задают по формулам свободного распространения радиоволн, слабым полем на поверхности S_3 пренебрегают, а влияние поверхности большого радиуса S_2 считают также пренебрежимо малым. При таком приближенном подходе дифракционное поле в точке B будет одинаковым и для случая сферической поверхности Земли, и в случае затеняющего экрана, который показан на рис. 2.8 пунктирным клином с вершиной в точке K.

Метод Кирхгофа соответствует принципу Гюйгенса—Френеля, по которому волна в точке B обусловлена интерференционным сложением условных «вторичных» волн, излучаемых всеми малыми участниками поверхности dS, т. е. каждый малый элемент поверхности dS излучает «вторичные» волны, сложение которых и создает поле волны в любой точке B внутри объема V.

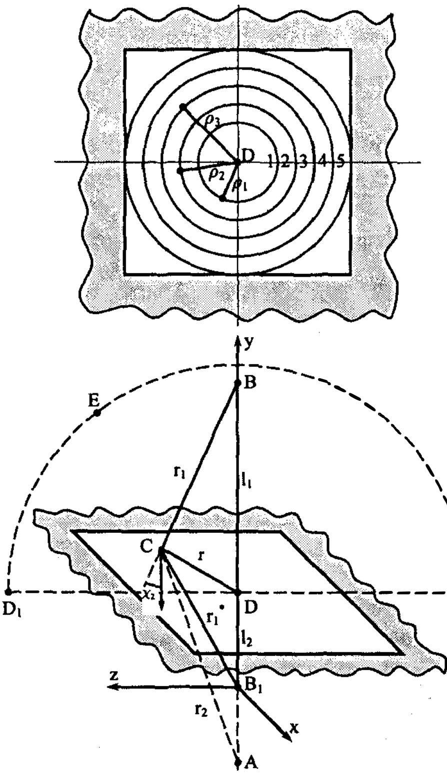


Рис. 2.9. К анализу влияния экрана с квадратным отверстием на интенсивность волны

Проанализируем особенности свободного распространения радиоволн с использованием метода Кирхгофа. Можно предполагать, что на трассе свободного распространения радиоволн основное влияние оказывает только часть пространства, расположенного вблизи линии AB (рис. 2.9). Определим размеры и форму области пространства, оказывающей основное влияние на формирование волны в точке B, для этого проанализируем задачу о прохождении радиоволн через экран с квадратным отверстием. Пусть источник волн — короткий проводник с током (диполь Герца) — ориентирован по оси Oz и расположен в точке A на расстоянии $AD = l_2$ от экрана, а пункт приема сигналов соответствует точке B, так что $DB = l_1$ (рис. 2.9). Экран, например металлический лист, расположенный в плоскости $y = AD = l_2$, имеет квадратное отверстие со стороной b, центр отверстия соответствует точке D. Определим, как будет меняться амплитуда волны в точке B при различном размере отверстия и положении экрана. Для решения этой задачи применим метод Кирхгофа, при этом будем считать, что расстояния $l_{1,2} >> \lambda$ и $l_{1,2} >> b$. Окружим точку B двумя поверхностями: плоскостью экрана $y = l_2$ и половиной сферы с центром в точке D; сечение этих поверхностей плоскостью yz показано на рис. 2.9 пунктирными линиями KDD_1E. При стремлении радиуса сферы к бесконечности вклад «вторичных» источников на полусфере равен нулю, плоскость металлического листа (кроме отверстия) не может создать поле в точке B, поэтому поле в пункте B можно представить как суммарное действие «вторичных» источников, расположенных только в плоскости отверстия. Значение вектора Герца на плоскости отверстия определится, согласно (2.2.10), формулой

$$A = A_z = \frac{A_0 \exp\{ikr_2\}}{r_2}, \tag{2.4.16}$$

где $A_0 = \mu IL(4\pi)^{-1}$, а $r_2 = AC$ соответствует расстоянию от источника волн до произвольной точки C, расположенной в плоскости отверстия. Вектор Герца имеет только одну составляющую A_z, поэтому можно рассматривать скалярную задачу и использовать выражение (2.4.13). Значение вектора Герца в точке наблюдения A_b определится интегралом по поверхности отверстия

$$A_b = -\frac{1}{4\pi}\int_S A\frac{\partial G_1}{\partial n}\,ds, \tag{2.4.17}$$

здесь G_1 соответствует формуле (2.4.15). Используя (2.4.17), (2.4.16) и (2.4.15), придем к следующему выражению для вектора Герца в точке B:

$$A_b = -\frac{A_0}{4\pi}\int_S \frac{\exp\{ikr_2\}}{r_2}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\exp\{ikr_1\}}{r_1} - \frac{\exp\{ikr_1^*\}}{r_1^*}\right)ds, \tag{2.4.18}$$

где $r_1^* = B_1C$, а точка B_1 расположена на расстоянии l_1 от плоскости экрана (рис. 2.9). При определении производной по внешней нормали к плоскости учтем, что

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\exp\{ikr_1\}}{r_1}-\frac{\exp\{ikr_1^*\}}{r_1^*}\right)=$$

$$=2\cos\chi_2\frac{\partial}{\partial r_1}\left(\frac{\exp\{ikr_1\}}{r_1}\right)\approx 2ik\cos\chi_2\frac{\exp\{ikr_1\}}{r_1}. \qquad (2.4.19)$$

Здесь введен угол χ_2 между линией BC и внешней нормалью $\mathbf{n}_0$, а в приближенном равенстве учтено, что $r_1 \gg \lambda$. Подставив (2.4.19) в (2.4.18), получим выражение для вектора Герца в точке B

$$A_b=\frac{-iA_0}{\lambda}\int_S\left(\frac{\cos\chi_2}{r_1r_2}\right)e^{ik(r_1+r_2)}\,ds. \qquad (2.4.20)$$

Так как $l_{1,2} \gg b$, то $r_{1,2} \gg b$ и справедливы следующие приближенные выражения:

$$r_{1,2}\approx l_{1,2}\left(1+\frac{\rho^2}{2l_{1,2}^2}\right),$$

$$r_1+r_2\approx l_1+l_2+\frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right), \qquad (2.4.21)$$

$$\frac{\cos\chi_2}{r_1r_2}\approx\frac{1}{l_1l_2}\left[1-\frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{l_1^2}+\frac{1}{l_2^2}\right)\right].$$

Из (2.4.20) и (2.4.21) следует

$$A_b=\frac{-iA_0e^{ik(l_1+l_2)}}{\lambda l_1l_2}\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[1-\frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{l_1^2}+\frac{1}{l_2^2}\right)\right]e^{\frac{ik\rho^2}{2}\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)}\,dx\,dz, \qquad (2.4.22)$$

где $\rho=(x^2+z^2)^{1/2}$ — расстояние между точками D и C. Из структуры выражения (2.4.22) следует, что при увеличении ρ каждый малый элемент площади отверстия $ds = dxdz$ создает в точке B поле с медленно убывающей амплитудой и с быстро изменяющейся фазой. Существенно, что для любой узкой кольцевой зоны в плоскости отверстия, где $\rho = \text{const}$, амплитуда и фаза постоянны, а при увеличении ρ фаза может принимать любые значения. При изменении расстояния DC от $\rho = 0$ до $\rho = \rho_1$ фаза «вторичных» источников изменится на 180°, если

$$\frac{k\rho_1^2}{2}\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)=\pi$$

или

$$\rho_1 = \left(\frac{\lambda l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{1/2}. \tag{2.4.23}$$

Следовательно, в пределах первой круговой зоны фаза «вторичных» источников при практически неизменной амплитуде изменится от 0° в точке D до 180° на расстоянии ρ_1. Суммирование колебаний «вторичных» источников, соответствующее интегрированию (2.4.22) в пределах первой зоны, показано вектором A_1 справа на рис. 2.10. При изменении DC от ρ_1 до ρ_2 фаза «вторичных» источников изменится от 180° до 360°, т. е. снова на 180°, если вторая кольцевая зона будет иметь внешний радиус, соответствующий условию

$$\frac{k\rho_2^2}{2}\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)=2\pi ,$$

следовательно,

$$\rho_2 = \left(\frac{2\lambda l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{1/2}. \tag{2.4.24}$$

Результат сложения векторов поля в точке B от вторичных источников второй кольцевой зоны A_2 показан слева на рис. 2.10. Существенно, что векторы A_1 и A_2 направлены в противоположные стороны, а $A_2 < A_1$. Таким образом, можно разделить плоскость отверстия на узкие кольцевые зоны, где фаза волн изменяется на 180°, так что действие каждой зоны с радиусом ρ_n почти компенсирует влияние зоны с радиусом ρ_{n-1}, где

$$\rho_n = \left(\frac{n\lambda l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{1/2}. \tag{2.4.25}$$

Следовательно, вклад всех зон в уровень поля в точке B можно представить в виде знакопеременного ряда

$$A_b = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \ldots ; \tag{2.4.26}$$

полученный таким образом ряд эквивалентен интегрированию в соответствии с формулой (2.4.22). Если длина волны λ достаточно мала, то ширина соседних кольцевых зон в соответствии с (2.4.25) будет отличаться незначительно и их взаимное компенсирующее влияние будет почти полным. Таким образом, сумма ряда (2.4.26) будет заключена в приближенных пределах $\frac{1}{2}A_1 < A_b < A_1$. Из такого качественного рассмотрения следует, что поле в точке B формируется частью поверхности отверстия, ограниченной радиусом ρ_n, где $n \approx 2$. Выделенные в соответствии с (2.4.25) части поверхности называют зонами Френеля. Можно считать, что часть плоскости с радиусом ρ_2 определяет область, существенную для распространения радиоволн в однородной среде. Проанализируем, как изменяется область, существенная для распространения радиоволн, при перемещении экрана с отверстием вдоль линии AB (рис. 2.9). Фаза вторичных волн в точке B, соответствующая любой зоне Френеля, равна $\varphi_n = 2\pi\lambda^{-1}(r_1 + r_2)$, а для центральной зоны $\varphi_1 = 2\pi\lambda^{-1}(l_1 + l_2)$. Следовательно, разность фаз

$$\varphi_n - \varphi_1 = 2\pi\lambda^{-1}\left(r_1 + r_2 - l_1 - l_2\right) = n\pi$$

или

$$r_1 + r_2 = \frac{n\lambda}{2} + l_1 + l_2 = \text{const}. \qquad (2.4.27)$$

Из этого соотношения следует, что зоны Френеля любого номера n выделяют в пространстве эллипсоиды вращения с центрами в точках A и B (рис. 2.11). Чем меньше λ, тем более вытянуты эллипсоиды, а область, существенная для распространения радиоволн, меньше и более прижата к линии AB. Из (2.4.25) следует, что наибольший радиус зон Френеля будет при $l_1 = l_2$, а при смещении точки D к пунктам A или B радиус ρ_n будет уменьшаться.

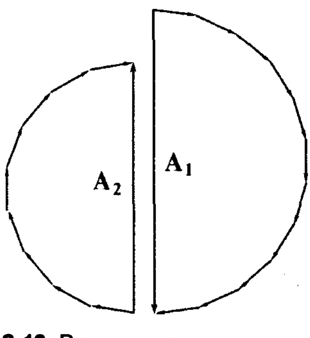


Рис. 2.10. Векторные диаграммы поля, создаваемого первой и второй зонами Френеля

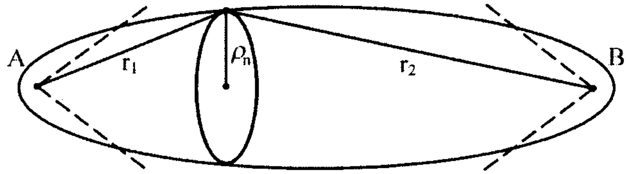


Рис. 2.11. Эллипсоид вращения — область, существенная для распространения радиоволн

Перейдем к более строгому анализу выражения (2.4.20). Математически строго доказано, что интеграл такого типа, содержащий произведение быстро осциллирующего и медленно изменяющегося сомножителей, можно вычислить, если медленно изменяющийся множитель взять в точке, где показатель экспоненты (т. е. фаза) имеет экстремум, и вынести его из под знака интеграла. Воспользуемся этим «методом стационарной фазы». В нашем случае фазовый множитель имеет минимальное значение при $r_1 = l_1$ и $r_2 = l_2$, где $\cos\chi_2 = 1$, следовательно, из (2.4.20) получим

$$A_b = \frac{-i\,A_0 e^{ik(l_1+l_2)}}{\lambda l_1 l_2}\int_{-b/2}^{b/2}\exp\left\{\frac{i\pi(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2}x^2\right\}dx\int_{-b/2}^{b/2}\exp\left\{\frac{i\pi(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2}z^2\right\}dz \tag{2.4.28}$$

Здесь мы воспользовались выражением (2.4.21) для $r_1 + r_2$ и учли, что $\rho^2 = x^2 + z^2$, $k = 2\pi/\lambda$. В (2.4.28) имеем произведение двух одинаковых интегралов; определим первый интеграл I_1, для этого сделаем замену переменной x на η:

$$\eta = \left(\frac{2(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2}\right)^{1/2} x,$$

в итоге придем к интегралу Френеля $F(\eta_1)$

$$I_1 = 2\left[\frac{\lambda l_1 l_2}{2(l_1+l_2)}\right]^{1/2}\int_0^{\eta_1}\exp\left\{\frac{i\pi\eta^2}{2}\right\}d\eta = \left[\frac{2\lambda l_1 l_2}{l_1+l_2}\right]^{1/2} F(\eta_1), \tag{2.4.29}$$

где

$$\eta_1 = \left[\frac{2(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2}\right]^{1/2}\frac{b}{2} = \frac{b}{\rho_2} \tag{2.4.30}$$

— безразмерная величина. Второй интеграл по z имеет такое же значение, поэтому из (2.4.28) и (2.4.29) следует

$$A_b = \left[\frac{A_0 e^{ik(l_1+l_2)}}{l_1 + l_2} \right] [-2iF(\eta_1)]^2. \tag{2.4.31}$$

Здесь

$$F(\eta_1) = \int_0^{\eta_1} e^{\frac{i\pi\eta^2}{2}} d\eta = \int_0^{\eta_1} \cos\left(\frac{\pi\eta^2}{2}\right) d\eta +$$

$$+ i \int_0^{\eta_1} \sin\left(\frac{\pi\eta^2}{2}\right) d\eta = C(\eta_1) + iS(\eta_1), \tag{2.4.32}$$

где $C(\eta_1)$, $S(\eta_1)$ — интегральные косинус и синус.

В (2.4.31) первый множитель, выделенный скобками, соответствует полю свободного распространения волн по трассе AB, а второй — описывает влияние квадратного отверстия в экране. Отношение полей в точке B при наличии экрана и при его отсутствии определится, согласно (2.4.31), формулой

$$A_b \left[\frac{A_0 e^{ik(l_1+l_2)}}{l_1 + l_2} \right]^{-1} = -2i\left[F(\eta_1)\right]^2, \tag{2.4.33}$$

здесь $F(\eta_1)$, в соответствии с (2.4.32), выражается через интегральные косинус C и синус S — табулированные интегралы Френеля. Перейдем от комплексного выражения (2.4.33) к действительному отношению квадратов амплитуд поля, т. е. к плотности потока мощности при наличии экрана с отверстием и при его отсутствии:

$$X = 4\left[S^2(\eta_1) + C^2(\eta_1)\right]^2. \tag{2.4.34}$$

Функции $S(\eta_1)$ и $C(\eta_1)$ при $\eta_1 > 2$ принимают значения, осциллирующие в пределах от 0,62 до 0,35, а при $\eta_1 > 6$ они незначительно отличаются от 0,5. Следовательно, при $\eta_1 > 6$ $X \approx 1$, т. е. экран оказывает малое влияние на поле волны, даже при $\eta_1 = 3$ отличие X от единицы не превышает 20 %. Пусть, для конкретности, экран расположен посредине трассы AB, т. е. $l_1 = l_2 = l$ и, согласно (2.4.30), $\eta_1 = b(\lambda l)^{1/2}$, тогда приближенное условие малости влияния экрана $\eta_1 \geq 3$ дает неравенство $b \geq 3(\lambda l)^{1/2}$. Сравним этот вывод с оценкой по размеру зоны Френеля ρ_2, т. е. с формулой (2.4.24); положив $l_1 = l_2 = l$, в результате получим близкую оценку диаметра области, существенной для распространения радиоволн, $2\rho_2 = 2(\lambda l)^{1/2}$.

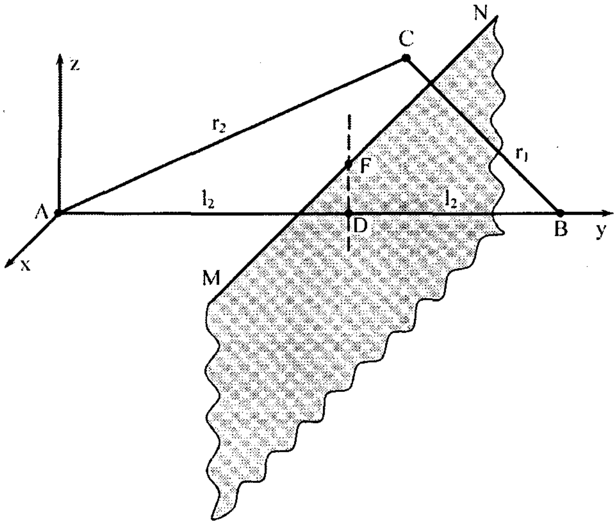


Рис. 2.12. К анализу дифракции волн на полуплоскости

Оценим размеры существенной области пространства в реальной ситуации распространения радиоволн. Если среда мало отличается от идеализированной однородной среды, то в центре трассы диаметр этой области будет порядка $3(\lambda l)^{1/2}$.

Пусть в ситуации свободного распространения радиоволн длина трассы $2l = 10$ км, тогда диаметр существенной области в средине трассы будет около 200 м и 20 м для λ, соответственно равных 100 см и 1 см.

Мы предполагали, что антенна — диполь Герца, имеющий слабую направленность, и существенная область оказалась ограничена эллипсоидом вращения, охватывающим точки А и В (рис. 2.11). При использовании антенн, имеющих узкую диаграмму направленности, существенная область пространства вблизи антенн ограничивается шириной диаграммы направленности. На рис. 2.11 пунктирными прямыми показана условная ширина диаграммы направленности антенн, она и ограничивает существенную область вблизи антенн.

Отметим, что мы провели анализ, используя вектор Герца **A**; так как напряженность поля **E** пропорциональна **A**, то все выводы об области, существенной для распространения радиоволн, относятся и к напряженности электрического поля.

Проанализируем далее, используя метод Кирхгофа, задачу о дифракции волн на полуплоскости (рис. 2.12). Пусть экран расположен в плоскости $y = l_2$, источник радиоволн находится в точке А, а приемник сигналов — в пункте В, так что $AB = l_1 + l_2$, край экрана MN параллелен оси Ох. Положение края экрана относительно линии AB будем определять расстоянием DF = b; координаты точки F ($x = 0$, $y = l_2$, $z = \pm b$) при положительном значении $z = b$ соответствуют случаю затенения источника экраном, а при $b = 0$ край полуплоскости расположен на линии AB. В соответствии с методом Кирхгофа поле в точке B создается вторичными источниками, расположенными в части плоскости $y = l_2$, не занятой экраном (точка C на рис. 2.12), поэтому используем формулу (2.4.20), где интегрирование нужно провести по части плоскости, не занятой экраном:

$$A_b = \frac{-iA_0}{\lambda}\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{\pm b}^{\infty} \frac{\cos\chi_2}{r_1 r_2} \exp\{ik(r_1 + r_2)\}\, dz\,. \tag{2.4.35}$$

Для вычисления интегралов (2.4.35) используем метод стационарной фазы и аналогично выражению (2.4.28) получим

$$A_b = \frac{-iA_0 \exp\{ik(l_1 + l_2)\}}{\lambda l_1 l_2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{i\pi(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2} x^2\right\} dx \int_{\pm b}^{\infty} \exp\left\{\frac{i\pi(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2} z^2\right\} dz \tag{2.4.36}$$

Введем далее новые переменные

$$\eta = \left(\frac{2(l_1 + l_2)}{\lambda l_1 l_2}\right)^{1/2} x\,, \quad \zeta = \left(\frac{2(l_1 + l_2)}{\lambda l_1 l_2}\right)^{1/2} z \tag{2.4.37}$$

и преобразуем (2.4.36):

$$A_b = \frac{-i}{2}\left(\frac{A_0 e^{ik(l_1+l_2)}}{l_1 + l_2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i\pi x^2}{2}}\, dx \cdot \int_{\pm\zeta_b}^{\infty} e^{\frac{i\pi z^2}{2}}\, dz\,.$$

Мы снова пришли к интегралам Френеля, далее получим

$$A_b = \frac{-i}{2}\sqrt{\frac{2}{i}}\left(\frac{A_0 e^{ik(l_1+l_2)}}{l_1 + l_2}\right)\left(\int_0^{\infty} e^{\frac{i\pi z^2}{2}}\, dz - \int_0^{\pm\zeta_b} e^{\frac{i\pi z^2}{2}}\, dz\right). \tag{2.4.38}$$

При выводе (2.4.38) мы учли, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{i\pi x^2}{2}\right\} dx = \sqrt{\frac{2}{i}}\,,$$

а ζ_b соответствует (2.4.37) при $z = b$.

Сформируем отношение A_b к уровню поля, соответствующего свободному распространению радиоволн,

$$A_b\left(\frac{A_0\exp\{ik(l_1+l_2)\}}{l_1+l_2}\right)^{-1}=\frac{-i}{2}\sqrt{\frac{2}{i}}\left[\left(\frac{1}{2}+i\frac{1}{2}\right)-\left(C(\zeta_b)+iS(\zeta_b)\right)\right] \tag{2.4.39}$$

и по (2.4.39) определим отношение квадратов амплитуды, т. е. отношение плотности потоков мощности волны, при наличии экрана и при его отсутствии

$$X=\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{1}{2}-C(\zeta_b)\right]^2+\left[\frac{1}{2}-S(\zeta_b)\right]^2\right\}. \tag{2.4.40}$$

Здесь аргумент интегралов Френеля, согласно (2.4.37), определяется формулой

$$\zeta_b=\left(\frac{2(l_1+l_2)}{\lambda l_1 l_2}\right)^{1/2} b\,. \tag{2.4.41}$$

Проанализируем изменение $E = X^{1/2}$ при различном положении края экрана относительно линии AB (рис. 2.13); пусть для конкретности экран расположен посредине трассы AB, т. е. $l_1 = l_2 = l$ и, следовательно, $\zeta_b = 2b(\lambda l)^{-1/2}$. На рис. 2.13 приведен график зависимости E от ζ, построенный в соответствии с формулой (2.4.40). При расположении края экрана на линии AB, когда $b = 0$, имеем $\zeta_b = 0$, $C = S = 0$ и, следовательно, согласно (2.4.40), $E = 0{,}5$. При увеличении ζ_b, когда экран закрывает часть полуплоскости, находящейся выше линии AB (рис. 2.11), зависимость $X(\zeta)$ убывает и уже при $\zeta_b > 3$ имеем $E < 0{,}1$. Если же экран опускать ниже линии AB, когда параметр ζ — отрицательная величина, то сначала наблюдаются малые осцилляции, но уже при $|\zeta_b| > 3$ относительная интенсивность E будет несущественно отличаться от единицы.

Использование метода Кирхгофа дает приемлемую точность решения задачи дифракции, если удается выбрать правильные, хотя и приближенные значения поля на плоскости, дополняющей условный затеняющий экран. На рис. 2.8 была показана ситуация дифракции радиоволн, когда на трассе связи AB есть затеняющий горный хребет или большое здание, так что поле в точке B может быть выражено через вторичные источники, расположенные в плоскости DK. Поле в этой плоскости создается антенной, расположенной в точке A; оно обусловлено и свободным распространени-

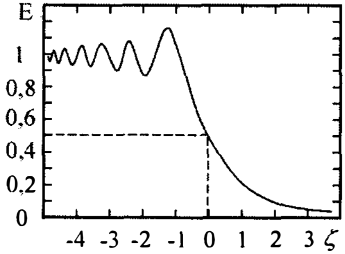


Рис. 2.13. Дифракционное изменение напряженности поля при затенении экраном

ем волн по трассе AC, и в результате их отражения поверхностью Земли на трассе ANC. Таким образом, поле условных вторичных источников в плоскости KD, имеющее сложный интерференционный характер, зависит от коэффициента отражения радиоволн в области N, от высоты точки A и от диаграммы направленности антенны. Из этого примера следует, что корректное использование метода Кирхгофа требует внимательного анализа реальной ситуации распространения радиоволн.

2.5. Лучевое приближение и метод геометрической оптики

Приближенное решение волнового уравнения (2.1.22) возможно методом геометрической оптики, если диэлектрическая проницаемость среды ε, а следовательно, и волновое число κ, изменяются мало на расстояниях порядка длины волны. Такая ситуация часто реализуется при распространении радиоволн диапазона $\lambda < 2$ м в атмосфере и в ионосфере для $\lambda < 50$ м. Указанные диапазоны волн являются приближенными, при анализе конкретных задач необходимы более строгие оценки.

Метод геометрической оптики базируется на следующих представлениях: поле волны характеризуется пространственным распределением поверхностей равных фаз $\varphi(\mathbf{r}) = \mathrm{const}$; единичный вектор $\mathbf{l}_0$, перпендикулярный к равнофазной поверхности, образует в пространстве систему кривых — лучевых линий. На рис. 2.14 пунктиром показаны лучевая линия DB, вектор $\mathbf{l}_0$ и две равнофазные поверхности, на которых фазы φ_1 и φ_2 постоянны. Система лучевых линий образует лучевую трубку, поперечное сечение которой показано на рис. 2.14 штриховкой, вблизи точки D трубка имеет площадь поперечного сечения ΔS_d, а в пункте B — ΔS_b. Покажем, что при определенных условиях направление вектора плотности потока мощности волны P совпадает с направлением $\mathbf{l}_0$, а P обратно пропорционально площади поперечного сечения лучевой трубки. Лучевая линия, проходящая через точки D и B, определяет также и изменение фазы $\Delta\varphi$ на трассе DB. Малое изменение фазы $d\varphi$ на элементе длины лучевой линии dl определяют соотношением $d\varphi = 2\pi\lambda^{-1} = 2\pi\lambda_0^{-1}n(\mathbf{r})\, dl$, где $n(\mathbf{r})$ — про-

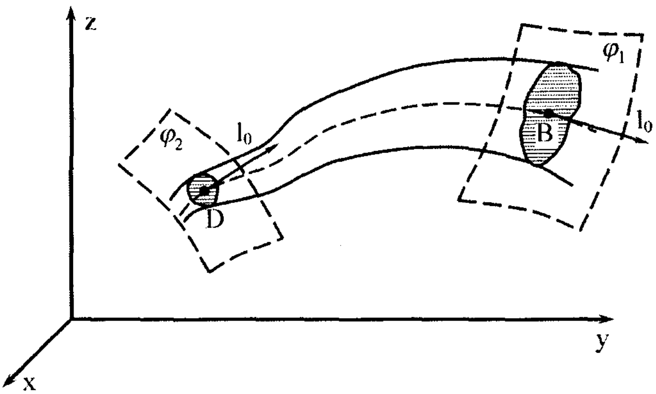


Рис. 2.14. Равнофазные поверхности и лучевая трубка в плавно-неоднородной среде

странственное распределение коэффициента преломления среды, а λ и λ_0 — соответственно длина волны в среде и в вакууме. Полное изменение фазы $\Delta\varphi$ и поглощения Г на трассе DB находят интегрированием по лучевой линии

$$\Delta\varphi = 2\pi\lambda_0^{-1}\int n(\mathbf{r})\, dl\,, \tag{2.5.1}$$

$$\Gamma = \exp\left\{\int(-2\alpha)\, dl\right\}. \tag{2.5.2}$$

Здесь α и Г — соответственно коэффициент поглощения и интегральное ослабление плотности потока мощности радиоволн.

Применение метода лучевой оптики в задачах распространения радиоволн сводится к определению лучевых линий и нахождению на этой основе изменений фазы и амплитуды волны. В плавно-неоднородных средах, за малыми исключениями, не происходит существенного изменения поляризации радиоволн, поэтому допустимо не учитывать поляризацию волн и анализировать скалярное волновое уравнение. Кроме того, можно в (2.1.20) пренебречь отличием правой части уравнения от нуля, т. е. считать $\mathrm{grad}\,\varepsilon = 0$. Поэтому для нахождения уравнений лучевой линии и фазы обратимся к волновому уравнению (2.1.20)

$$\nabla^2 E + k^2(\mathbf{r})E = 0\,. \tag{2.5.3}$$

Допустим, что решение этого уравнения можно представить следующим образом:

$$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r})e^{ik_0\psi(\mathbf{r})}\,, \tag{2.5.4}$$

где E_0 — амплитуда, $k(r) = k_0 n(r)$, k_0 — волновое число для вакуума, $k(r)$ — заданная функция координат, ψ — эйконал — величина, имеющая размерность длины, а $k_0\psi$ — фаза волны. Подставим выражение (2.5.4) в уравнение (2.5.3), при этом учтем следующие соотношения:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = e^{ik_0\psi}\left[\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + 2ik_0\,\frac{\partial E_0}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x} + ik_0 E_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k_0^2 E_0\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2\right],$$

следовательно,

$$\nabla^2 E = e^{ik_0\psi}\left[\nabla^2 E_0 + 2ik_0(\nabla E_0 \nabla \psi) + ik_0 E_0 \nabla^2 \psi - k_0^2 E_0 (\nabla \psi)^2\right], \qquad (2.5.5)$$

здесь оператор $\nabla = \mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z}$, а $(\nabla E_0 \nabla \psi)$ и $(\nabla \psi)^2 = (\nabla \psi \nabla \psi)$ — скалярные произведения градиентов E_0 и ψ. Приравняем нулю действительную и мнимую части уравнения (2.5.3), в итоге получим два следующих уравнения:

$$\frac{\nabla^2 E_0}{k_0^2 E_0} - (\nabla \psi)^2 + \left(\frac{k(r)}{k_0}\right)^2 = 0, \qquad (2.5.6)$$

$$\frac{2(\nabla E_0 \nabla \psi)}{E_0} + \nabla^2 \psi = 0. \qquad (2.5.7)$$

Введем ограничение, существенное для применимости метода лучевой оптики, для этого допустим, что в уравнении (2.5.6) первый член пренебрежимо мал, т. е.

$$\frac{\nabla^2 E_0}{k_0^2 E_0} \ll (\nabla \psi)^2, \qquad (2.5.8)$$

$$\frac{\nabla^2 E_0}{k_0^2 E_0} \ll \left(\frac{k(r)}{k_0}\right)^2 = n^2(r). \qquad (2.5.9)$$

Эти неравенства эквивалентны утверждению о малости изменения напряженности поля и коэффициента преломления на расстоянии порядка длины волны. Если выполнены условия (2.5.8) и (2.5.9), то справедливы уравнения

$$(\nabla \psi)^2 = n^2(r) \quad \text{или} \quad |\nabla \psi| = n(r), \qquad (2.5.10)$$

$$E_0\nabla^2\psi + 2(\nabla E_0\ \nabla\psi) = 0\,. \qquad (2.5.11)$$

Соотношение (2.5.10) называют уравнением эйконала, а (2.5.11), связывающее изменение эйконала ψ и градиент амплитуды E_0, называют уравнением переноса. Мы показали, что вместо строгого анализа волнового уравнения можно найти приближенное решение в форме (2.5.4), если использовать уравнения эйконала и переноса. Такой метод можно применять в задачах распространения волн в плавно-неоднородных средах, когда выполняются неравенства (2.5.8) и (2.5.9).

Для того чтобы найти изменение амплитуды или фазы волн в разных точках пространства, нужно получить уравнение лучевой линии. Умножим (2.5.10) на единичный вектор направления лучевой линии $\mathbf{l}_0$,

$$\mathbf{l}_0 n(\mathbf{r}) = \mathbf{l}_0\left|\operatorname{grad}\psi\right| = \operatorname{grad}\psi\,, \qquad (2.5.12)$$

и продифференцируем (2.5.12) по элементу длины лучевой линии:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(\mathbf{l}_0 n(\mathrm{r})\right) = \frac{\partial}{\partial l}\left(\operatorname{grad}\psi\right). \qquad (2.5.13)$$

В (2.5.12) мы учли, что $\mathbf{l}_0\left|\operatorname{grad}\psi\right| = \operatorname{grad}\psi$, так как единичный вектор, касательный к лучевой линии $\mathbf{l}_0$, перпендикулярен равнофазной поверхности. Преобразуем правую часть уравнения (2.5.13), использовав правила дифференцирования вектора $\operatorname{grad}\psi$ по элементу длины лучевой линии. Для проекции на ось ох соответствующая производная выражается соотношением

$$\left[\frac{\partial}{\partial l}\left(\operatorname{grad}\psi\right)\right]_x = \mathbf{l}_{ox}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \mathbf{l}_{oy}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + \mathbf{l}_{oz}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z}\,,$$

кроме того, из (2.5.12) следует

$$\mathrm{l}_{ox} = \frac{1}{n}\frac{\partial\psi}{\partial x}\,, \quad \mathrm{l}_{oy} = \frac{1}{n}\frac{\partial\psi}{\partial y}\,, \quad \mathrm{l}_{oz} = \frac{1}{n}\frac{\partial\psi}{\partial z}\,,$$

поэтому имеем

$$\left[\frac{\partial}{\partial l}\left(\operatorname{grad}\psi\right)\right]_x = \frac{1}{n}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z}\right] =$$

$$= \frac{1}{2n}\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2\right] = \frac{1}{2n}\frac{\partial}{\partial x}\left(\operatorname{grad}\psi\right)^2 = \frac{\partial n}{\partial x}.$$

В последнем равенстве мы учли, что, согласно (2.5.10), $(\mathrm{grad}\,\psi)^2 = \mathrm{n}^2$. Аналогичные соотношения справедливы и для проекций на оси Oy и Oz:

$$\left[\frac{\partial}{\partial l}(\mathrm{grad}\,\psi)\right]_y = \frac{\partial \mathrm{n}}{\partial y}, \quad \left[\frac{\partial}{\partial l}(\mathrm{grad}\,\psi)\right]_z = \frac{\partial \mathrm{n}}{\partial z}.$$

Следовательно, искомая производная равна градиенту коэффициента преломления

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{l}}(\mathrm{grad}\,\psi) = \mathbf{i}_x \frac{\partial \mathrm{n}}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial \mathrm{n}}{\partial y} + \mathbf{i}_z \frac{\partial \mathrm{n}}{\partial z} = \mathrm{grad}\,\mathrm{n}. \tag{2.5.14}$$

В итоге получим уравнение лучевой линии

$$\frac{\partial}{\partial l}(\mathbf{l}_0\,\mathrm{n}) = \mathrm{grad}\,\mathrm{n}. \tag{2.5.15}$$

Проанализируем лучевые линии в сферически-симметричной среде, когда коэффициент преломления зависит только от расстояния от центра Земли r, а следовательно, grad n и вектор **r** имеют одинаковое направление (см. рис. 2.15 и 2.16). Умножим (2.5.15) векторно на **r**:

$$\left[\mathbf{r}\frac{\partial}{\partial \mathrm{l}}(\mathbf{l}_0\,\mathrm{n})\right] = [\mathbf{r}\ \mathrm{grad}\,\mathrm{n}] = 0, \tag{2.5.16}$$

используем соотношение

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{l}}[\mathbf{r}\cdot\mathrm{n}\,\mathbf{l}_0] = \left[\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathrm{l}}\cdot\mathrm{n}\,\mathbf{l}_0\right] + \left[\mathbf{r}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathrm{l}}(\mathbf{l}_0\,\mathrm{n})\right] \tag{2.5.17}$$

и учтем, что вектор $\dfrac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathrm{l}}$ касателен к лучевой линии, т. е.

$$\left[\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathrm{l}}\cdot\mathrm{n}\,\mathbf{l}_0\right] = 0. \tag{2.5.18}$$

Из (2.5.16) и (2.5.17) с учетом (2.5.18) следует

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{l}}[\mathbf{r}\cdot\mathrm{n}\,\mathbf{l}_0] = 0$$

или

$$[\mathbf{r}\cdot\mathrm{n}\,\mathbf{l}_0] = \mathrm{const}. \tag{2.5.19}$$

Введем угол θ между радиус-вектором $\mathbf{r}$ и направлением лучевой линии $\mathbf{l}_0$ (рис. 2.15) и, согласно (2.5.19), получим уравнение лучевой линии

$$r\,n(r)\,\sin\theta = \text{const}. \tag{2.5.20}$$

Выражения (2.5.19) или (2.5.20) являются основными при анализе лучевых линий в сферически-симметричных средах.

Если источник волн (точка A на рис. 2.15) расположен на поверхности Земли, а пункт B — на большой высоте вне атмосферы, то

$$an_a \sin\theta_A = r\,n(r)\,\sin\theta = r_b \sin\theta_b, \tag{2.5.21}$$

здесь a — радиус Земли, n_a — коэффициент преломления у поверхности, θ_A и θ_b — углы между радиус-вектором $\mathbf{r}$ и лучевой линией в точках A и B (рис. 2.15). Учитывая (2.5.21), найдем уравнение лучевой линии.

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta_A}{\left[\left(\frac{r\,n}{an_a}\right)^2 - \sin^2\theta_A\right]^{1/2}}. \tag{2.5.22}$$

Если же обе точки A и B расположены на большой высоте, где n = 1, а лучевая линия пронизывает атмосферу и ионосферу так, как это показано на рис. 2.16, то из (2.5.20) следует

$$r_a \sin\theta_A = r_b \sin\theta_b = n(r)\sin\theta = n_d r_d = p. \tag{2.5.23}$$

Здесь p — «прицельное» расстояние, n_d — коэффициент преломления в точке наибольшего приближения лучевой линии к поверхности Земли, где $\theta = 90°$, а $r = r_d$ — минимально ($r_d = OD$ на рис. 2.16). Используя (2.5.23), получим уравнение лучевой линии

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{p}{\left[r^2 n^2(r) - p^2\right]^{1/2}}. \tag{2.5.24}$$

Из этих примеров следует, что если зависимость n(r) известна, то в первом примере угол θ_A, а во втором примере прицельное расстояние p определяют лучевую линию. Необходимо отметить, что при некоторых особенностях зависимости n(r) через точки A и B может проходить несколько лучевых линий.

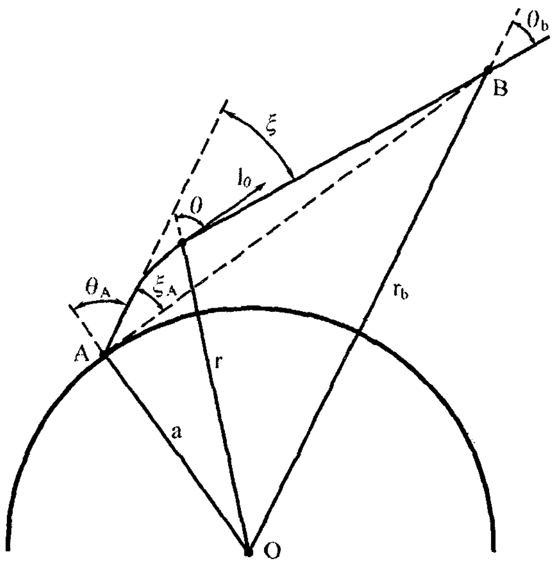


Рис. 2.15. Лучевая линия АВ и углы рефракции ξ и ξ_A при расположении пункта А у поверхности Земли

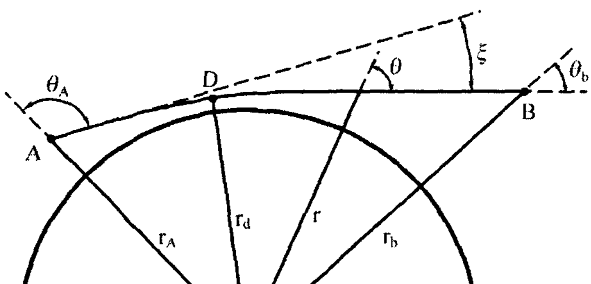


Рис. 2.16. Лучевая линия при расположении пунктов приема и излучения радиоволн на больших высотах

Проанализируем изменение амплитуды E_0 или плотности потока мощности $P \sim E_0^2$ вдоль лучевой линии; при этом предположим, что нет поглощения радиоволн средой. Умножим уравнение (2.5.11) на E_0,

$$E_0^2\nabla^2\psi + 2E_0\left(\nabla E_0 \nabla\psi\right) = 0,$$

и преобразуем это соотношение:

$$E_0^2\nabla^2\psi + \left(\nabla E_0^2 \nabla\psi\right) = 0,$$

следовательно,

$$\nabla\left(E_0^2 \nabla\psi\right) = 0,$$

или, что то же,

$$\operatorname{div}\left(E_0^2 \nabla\psi\right) = 0. \tag{2.5.25}$$

Учтем, что, согласно уравнению эйконала (2.5.10), $\mathbf{l}_0 n(r) = \nabla\psi$, поэтому из (2.5.25) следует

$$\operatorname{div}\left(E_0^2\, n(r)\mathbf{l}_0\right) = 0. \tag{2.5.26}$$

Обратимся снова к рис. 2.14, где показана лучевая трубка, ограниченная сечениями ΔS_d и ΔS_b и боковой поверхностью трубки. Эти поверхности выделяют объем V, соответствующий части лучевой трубки, на концах которой расположены точки D и B. Согласно теореме Гаусса для любого вектора справедливо соотношение

$$\int\limits_V \operatorname{div}\mathbf{A}\, dv = \int\limits_S \left(\mathbf{A}\,\mathbf{n}_0\right) ds, \tag{2.5.27A}$$

поэтому из (2.5.26) имеем

$$\int\limits_V \operatorname{div}\left(E_0^2 n(r)\mathbf{l}_0\right) dV = \int\limits_S E_0^2 n(r)\left(\mathbf{l}_0\,\mathbf{n}_0\right) ds = 0, \tag{2.5.27B}$$

где $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор внешней нормали к поверхности отрезка лучевой трубки, а n(r) — зависимость коэффициента преломления от координат. На боковой поверхности трубки всюду векторы $\mathbf{l}_0$ и $\mathbf{n}_0$ образуют угол 90°, и там $(\mathbf{l}_0\,\mathbf{n}_0) = 0$, поэтому интеграл по поверхности будет равен сумме интегралов по ΔS_d и ΔS_b, следовательно,

$$n_b E_b^2 \Delta S_b - n_d E_d^2 \Delta S_d = 0, \tag{2.5.28}$$

где индексы соответствуют значениям n и E_0 в точках B и D. Знак «минус» перед вторым членом этого соотношения связан с тем, что угол между векторами $\mathbf{l}_0$ и $\mathbf{n}_0$ в точке D равен 180°, а в точке B он равен нулю. Из (2.5.28) следует, что для любого сечения лучевой трубки справедливо соотношение

$$n(r)\, E_0^2\, \Delta S = \text{const}\,. \tag{2.5.29}$$

Коэффициент преломления обычно мало отличается от единицы, поэтому плотность потока мощности $P \sim E_0{}^2$ обратно пропорциональна площади поперечного сечения лучевой трубки. Если среда обладает поглощением, то кроме описанного рефракционного изменения P будет дополнительное ослабление из-за поглощения, его находят интегрированием поглощения по лучевой линии. Аналогично формуле (2.1.36) принимают, что амплитуда волны при прохождении отрезка лучевой линии dl убывает по закону $E \sim E_0 \exp\{-\alpha\, dl\}$; существенно, что коэффициент поглощения α может зависеть от координат. Поглощение потока мощности радиоволн Y определяют в соответствии с (2.5.2) интегрированием ослабления по лучевой линии.

Лучевые линии отклоняются в сторону увеличения коэффициента преломления, при этом они остаются в плоскости рис. 2.15 или 2.16. При расположении источника на поверхности лучевые линии отклоняются в сторону поверхности Земли (рис. 2.15). Если реализуется ситуация рис. 2.16, то при распространении радиоволн в атмосфере или нижней ионосфере лучевая линия AB также отклоняется в сторону Земли, а при прохождении радиоволн через верхнюю часть ионосферы лучевая линия отклоняется в противоположную сторону. Степень отклонения лучевой линии от первоначального направления характеризуется углами рефракции ξ_A или ξ, показанными на рис. 2.15 и 2.16.

Отметим, что в плавно-неоднородных средах можно не учитывать изменение поляризации радиоволн. Если, например, в ситуациях, показанных на рис. 2.15 и 2.16, поляризация в точке A была линейная и горизонтальная, т. е. вектор **E** перпендикулярен плоскости рисунка, то и в любой другой точке **E** будет иметь горизонтальную поляризацию; если же в точке A поляризация была вертикальная, т. е. вектор **E** был в плоскости рисунка, то и в любой другой точке поляризация будет вертикальной.

В заключение отметим, что лучевые представления позволяют сравнительно просто получать приближенные решения задач распространения радиоволн в плавно-неоднородных средах при выполнении следующих условий: изменения коэффициента преломления на расстояниях порядка длины волны малы: $\dfrac{\lambda}{n}\left|\dfrac{dn}{dl}\right| \ll 1$; волна в малой области пространства локально плоская, т. е. в пределах малого сечения лучевой трубки поток энергии волн направлен по нормали к равнофазной поверхности. Важно также, чтобы в интересующей нас области пространства отсутствовало пересечение лучевых линий, где поперечное сечение лучевой трубки стремится к нулю.

2.6. Групповая скорость и волновой пакет в среде с дисперсией

В § 2.1 были проанализированы особенности монохроматической волны; такая волна не может быть использована для передачи информации, так как передача информации требует модуляции радиоволн. Любой модулированный сигнал можно представить суммой гармонических колебаний с разными амплитудами и частотами, при этом спектр модулированного сигнала и спектр набора гармонических колебаний совпадают. Аналогично плоская волна, промодулированная по амплитуде или по фазе, может быть представлена суммой плоских гармонических волн с разными амплитудами и частотами. Если фазовая скорость гармонической волны в среде — с не зависит от частоты, то все гармонические составляющие промодулированной волны распространяются с одинаковой фазовой скоростью и поэтому в любой точке среды характеристики модуляции сохраняются, а сигнал на передающей и приемной антеннах будет иметь одинаковый спектр. Если же среда такова, что с, а следовательно и волновое число к, зависят от частоты, то отдельные гармонические составляющие приходят в точку наблюдения с разными фазами и поэтому будет происходить искажение структуры передаваемого сигнала. Явление зависимости волнового числа или диэлектрической проницаемости от частоты называют дисперсией, а соответствующие среды — диспергирующими. Если спектр волны при распространении в диспергирующей среде изменяется не очень сильно, то можно найти скорость перемещения характерного признака волны, например, скорость распространения прямоугольного импульса, соответствующего такому типу амплитудной модуляции волны. Если ширина спектра модулирующего сигнала $\Delta\omega$ много меньше средней «несущей» частоты промодулированной волны ω, то сумма гармонических волн, соответствующих промодулированной волне, также будет занимать узкий частотный диапазон. При этом структура волны в диспергирующей среде изменится не слишком сильно, так что огибающая промодулированной волны сохранит «узнаваемые» признаки. Например, прямоугольный импульс с высокочастотным заполнением по мере распространения волны будет оставаться «почти прямоугольным», в этом случае можно ввести скорость распространения группы волн — групповую скорость c_g.

Рассмотрим особенности распространения волн, промодулированных по амплитуде, и определим как связана групповая скорость c_g с дисперсией среды. Пусть, для простоты, промодулированная по амплитуде волна соответствует выражению

$$E = \left[2E_0 \cos(\Delta kz - \Delta\omega t)\right] \left[\cos(kz - \omega t)\right], \tag{2.6.1}$$

здесь первый множитель, выделенный скобками, есть амплитуда волны, промодулированная гармоническим сигналом частоты $\Delta\omega$, а второй множитель соответствует плоской волне с частотой ω и волновым числом κ. Такую модулированную волну можно представить суммой двух гармонических плоских волн с одинаковыми амплитудами E_0, с близкими частотами ω_1 и ω_2 и волновыми числами k_1 и k_2:

$$E = E_1 + E_2 = E_0\cos(k_1 z - \omega_1 t) + E_0\cos(k_2 z - \omega_2 t) =$$

$$= \left[2\,E_0\cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}z - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\right]\left[\cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}z - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)\right]. \qquad (2.6.2)$$

Следовательно, если обозначить

$$k_1 + k_2 = 2k, \qquad \omega_1 + \omega_2 = 2\omega,$$

$$k_1 - k_2 = 2\Delta k, \qquad \omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega,$$

то выражения (2.6.1) и (2.6.2) будут одинаковыми. На рис. 2.17 показан график зависимости E(z) для произвольного момента времени t; пунктирная огибающая соответствует первому множителю в формуле (2.6.1) — это амплитудная модуляция волны, а высокочастотное заполнение соответствует второму множителю — это «несущая» волна. Если $\Delta\omega \ll \omega$ и $\Delta k \ll k$, то можно выделить «узнаваемую» деталь в таком волновом процессе, так как из-за дисперсии среды картина, соответствующая рис. 2.17, не будет слишком сильно отличаться при разных значениях z. Таким «узнаваемым» признаком может быть максимум огибающей промодулированной волны, поэтому, согласно (2.6.2), получим условие

$$(k_1 - k_2)z - (\omega_1 - \omega_2)t = \text{const}. \qquad (2.6.3)$$

Скорость перемещения максимума огибающей $c_g = \dfrac{dz}{dt}$ найдем, продифференцировав (2.6.3) и устремив разность частот ω_1 и ω_2 к нулю:

$$c_g = \lim_{\omega_1 \to \omega_2}\left(\frac{dz}{dt}\right) = \lim_{\omega_1 \to \omega_2}\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\dfrac{\omega_1}{c_1} - \dfrac{\omega_2}{c_2}}\right) =$$

$$= \frac{d\omega}{d\left(\dfrac{\omega}{c}\right)} = \frac{1}{\dfrac{d}{d\omega}\left(\dfrac{\omega}{c}\right)} = \frac{1}{\dfrac{dk}{d\omega}}, \qquad (2.6.4)$$

здесь, согласно (2.1.30), $\omega_{1,2}/c_{1,2} = k_{1,2}$, а $c = c_{1,2}$ — фазовые скорости волн с частотами $\omega_{1,2}$. Преобразовав (2.6.4), получим

$$c_g = \frac{c}{1 - \frac{\omega}{c}\frac{dc}{d\omega}}; \tag{2.6.5}$$

из этого соотношения следует, что групповая скорость модулированной волны c_g определяется зависимостью фазовой скорости c от частоты, а следовательно, согласно (2.1.31), зависимостью комплексной диэлектрической проницаемости среды от частоты. Если дисперсия среды отсутствует, то $\frac{dc}{d\omega} = 0$ и $c_g = c$; если же $\frac{dc}{d\omega} < 0$, то $c_g < c$ — это случай «нормальной» дисперсии. Возможна и «аномальная» дисперсия, когда $\frac{dc}{d\omega} > 0$ и, следовательно, $c_g > c$; этот случай соответствует частотам, для которых наблюдается сильное резонансное поглощение волн в среде.

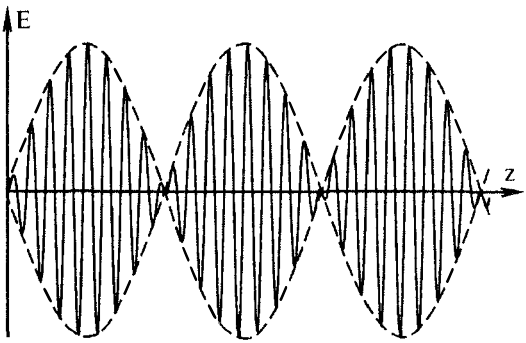


Рис. 2.17. Пример зависимости напряженности поля от расстояния для волны с амплитудной модуляцией

Мы рассмотрели простейший вид волны с амплитудной модуляцией и представили такой процесс наложением двух плоских волн с близкими частотами. На практике при передаче информации используются разные типы модуляции, при этом сигнал занимает определенную полосу частот $\Delta\omega$. Существенно, что центральная — несущая частота волны ω_0 в большинстве случаев много больше полосы частот $\Delta\omega$ модуляционного процесса. Проанализируем изменение формы плоской волны с узким спектром частот $\Delta\omega \ll \omega_0$, т. е. когда волна «почти монохроматическая»; в этом случае мы имеем дело с «почти монохроматическими группами волн» или волновым пакетом. Пусть плоская модулированная волна E_0, распространяющаяся в направлении Oz, в плоскости $z = 0$ проникает в непоглощающую среду с дисперсией. До входа в диспергирующую среду представим волну интегралом Фурье

$$E(t, z = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t}\, d\omega, \tag{2.6.6}$$

где $F(\omega)$ — спектр частот

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t, 0) e^{-i\omega t}\, dt. \tag{2.6.7}$$

В диспергирующей среде выполняется принцип суперпозиции волн, поэтому для любой координаты z все составляющие (2.6.6) могут быть представлены набором гармонических волн

$$E(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i(\omega t - kz)}\, d\omega, \tag{2.6.8}$$

здесь κ зависит от частоты, эта зависимость определяется конкретными свойствами среды. Выразим $E(t, z)$ через значение $E(t, 0)$ до входа волны в диспергирующую среду, т. е. введем в (2.6.8) соотношение (2.6.7):

$$E(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(t', 0) \exp\{-i\omega(t - t') + ikz\}\, d\omega\, dt'. \tag{2.6.9}$$

Если спектр частот $F(\omega)$ узкий, то для такого волнового пакета возможно представление

$$E(t', 0) = E_0(t') e^{-i\omega_0 t'}, \tag{2.6.10}$$

где $E_0(t')$ — комплексная амплитуда, изменяющаяся в соответствии с видом модуляции, ω_0 — средняя «несущая» частота. Подставим (2.6.10) в (2.6.9) и преобразуем с использованием тождества

$$\omega(t - t') - kz + \omega_0 t' = (t - t')(\omega - \omega_0) + (\omega_0 t - kz).$$

В итоге получим

$$E(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t') \exp\{-i[(t - t')(\omega - \omega_0) + (\omega_0 t - kz)]\}\, d\omega\, dt. \tag{2.6.11}$$

Заметим, что до входа волны в диспегирующую среду, т. е. при z = 0, когда справедливо (2.6.10), из (2.6.11) следует соотношение

$$E(t,0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E(t',0)\,\exp\{-i(t-t')(\omega-\omega_0)\}\,d\omega\,dt'. \tag{2.6.12}$$

Так как мы предполагаем, что ширина спектра модулирующего процесса $\Delta\omega$ много меньше несущей частоты ω_0, то зависимость $k(\omega)$ можно разложить в ряд Тейлора, ограничившись двумя членами этого ряда:

$$k(\omega)=k(\omega_0)+\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0}(\omega-\omega_0). \tag{2.6.13}$$

Подставив (2.6.13) в (2.6.11) и учтя соотношение (2.6.12), получим приближенное выражение для изменения волнового пакета при его распространении в диспергирующей среде

$$E(t,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E(t',0)\exp\Big\{-i\Big[(t-t')(\omega-\omega_0)+\omega_0 t-$$

$$-\left((k)_{\omega_0}+\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0}(\omega-\omega_0)\right)z\Big]\Big\}d\omega\,dt'. \tag{2.6.14}$$

Вынесем из под знака интегралов постоянные величины

$$E(t,z)=\frac{1}{2\pi}\exp\{i(k_0 z-\omega_0 t)\}\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{-i\left[(t-t')-\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0}z\right](\omega-\omega_0)\right\}d\omega\,dt' \tag{2.6.15}$$

и, сравнив далее (2.6.15) с (2.6.12), преобразуем (2.6.15) к виду

$$E(t,z)=E\left(t-\frac{dk}{d\omega}z\right)\exp\{i(k_0 z-\omega_0 t)\}. \tag{2.6.16}$$

Из сравнения (2.6.16) с (2.6.10) следует, что в этом частном случае волновой пакет распространяется без изменения его формы, но скорость его распространения уменьшается: волновой пакет достигает координаты z не за время t, а позже, за время $t-\frac{dk}{d\omega}z$. Следовательно, запаздывание пакета волн $\Delta t = \dfrac{dk}{d\omega} z$, а скорость его распространения $c_g = \left(\dfrac{dk}{d\omega}\right)^{-1}$, согласно (2.6.4), равна групповой скорости. Этот вывод справедлив, если среда такова, что в представлении функции $\kappa(\omega)$ можно ограничиться линейной зависимостью волнового числа от частоты, т. е. двумя членами ряда (2.6.13).

Если диэлектрическая проницаемость среды сильно зависит от частоты, то нужно учитывать и квадратичный член разложения зависимости $\kappa(\omega)$ в ряд Тейлора, волновой пакет при распространении в такой среде изменяет свою форму. Это изменение может быть особенно значительным, если ширина полосы частот модулирующего процесса $\Delta\omega$ сравнима со средней частотой ω_0. В этом случае возможно столь сильное изменение первоначального спектра сигнала, что затруднительно ввести «узнаваемый» признак пакета волн, а следовательно, и групповую скорость c_g. Особенности распространения волн в диспергирующей среде определяются зависимостью комплексной диэлектрической проницаемости от частоты, поэтому эти особенности могут быть проанализированы более подробно только при учете отклика конкретной среды на радиоволны.

2.7. Лемма Лоренца и теорема взаимности

Рассмотрим поля двух антенн, излучающих радиоволны одинаковой частоты ω. Найдем связь между полями $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$ волны, создаваемой распределением плотности токов $\mathbf{j}_1$ первой антенны, расположенной в точке А, и полями $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ волны, порожденной током $\mathbf{j}_2$ второй антенны, расположенной в точке В (рис. 2.18). Будем считать, что антенны расположены в линейной изотропной среде, поэтому справедливы уравнения Максвелла (2.1.11) и (2.1.12):

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = i\omega\mu \mathbf{H}_1, \tag{2.7.1}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_1 = -i\omega\varepsilon_\kappa \mathbf{E}_1 + \mathbf{j}_1, \tag{2.7.2}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_2 = i\omega\mu \mathbf{H}_2, \tag{2.7.3}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_2 = -i\omega\varepsilon_\kappa \mathbf{E}_2 + \mathbf{j}_2. \tag{2.7.4}$$

Умножим обе части уравнения (2.7.1) скалярно на $\mathbf{H}_2$, а уравнения (2.7.4) на $\mathbf{E}_1$ и найдем разность полученных соотношений:

$$\begin{gathered}(\mathbf{H}_2 \operatorname{rot} \mathbf{E}_1) - (\mathbf{E}_1 \operatorname{rot} \mathbf{H}_2) = \\ = i\omega\mu(\mathbf{H}_1\ \mathbf{H}_2) + i\omega\varepsilon_k(\mathbf{E}_1\ \mathbf{E}_2) - (\mathbf{E}_1\ \mathbf{j}_2),\end{gathered} \tag{2.7.5}$$

аналогично умножим скалярно обе части уравнения (2.7.3) на $\mathbf{H}_1$, а уравнения (2.7.2) на $\mathbf{E}_2$ и снова сформируем разность этих соотношений:

$$\begin{gathered}(\mathbf{H}_1 \operatorname{rot} \mathbf{E}_2)-(\mathbf{E}_2 \operatorname{rot} \mathbf{H}_1)= \\ = i\omega\varepsilon_k(\mathbf{E}_2\ \mathbf{E}_1)+i\omega\mu(\mathbf{H}_1\ \mathbf{H}_2)-(\mathbf{E}_2\ \mathbf{j}_1).\end{gathered} \tag{2.7.6}$$

Далее найдем разность уравнений (2.7.5) и (2.7.6):

$$\begin{gathered}\{(\mathbf{H}_2 \operatorname{rot} \mathbf{E}_1)-(\mathbf{E}_1 \operatorname{rot} \mathbf{H}_2)\}- \\ -\{(\mathbf{H}_1 \operatorname{rot} \mathbf{E}_2)-(\mathbf{E}_2 \operatorname{rot} \mathbf{H}_1)\}=(\mathbf{E}_2\ \mathbf{j}_1)-(\mathbf{E}_1\ \mathbf{j}_2)\end{gathered} \tag{2.7.7}$$

и учтем, что для любых двух векторов **A** и **B** справедливо тождество

$$\operatorname{div}[\mathbf{A}\ \mathbf{B}]=\mathbf{B}\operatorname{rot}\mathbf{A}-\mathbf{A}\operatorname{rot}\mathbf{B},$$

поэтому из уравнения (2.7.7) следует

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}_1\ \mathbf{H}_2]-\operatorname{div}[\mathbf{E}_2\ \mathbf{H}_1]=(\mathbf{E}_2\ \mathbf{j}_1)-(\mathbf{E}_1\ \mathbf{j}_2). \tag{2.7.8}$$

Напомним, что квадратные скобки соответствуют векторному умножению, а круглые — скалярному умножению векторов. Соотношение (2.7.8) дает связь токов $\mathbf{j}_{1,2}$ и полей $\mathbf{E}_{1,2}$ и $\mathbf{H}_{1,2}$ в двух различных точках среды и называется леммой Лоренца в дифференциальной форме. Если проинтегрировать (2.7.8) по произвольному объему пространства V и использовать теорему Гаусса (см. 2.5.27А), то получим выражение леммы Лоренца в интегральной форме

$$\int_S \{[\mathbf{E}_1\ \mathbf{H}_2]-[\mathbf{E}_2\ \mathbf{H}_1]\}\mathbf{n}_0\, ds=\int_V \{(\mathbf{E}_2\ \mathbf{j}_1)-(\mathbf{E}_1\ \mathbf{j}_2)\}dv. \tag{2.7.9}$$

В уравнении (2.7.9) интегрирование проводится по замкнутой поверхности S, выделяющей объем V, а $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор внешней нормали (рис. 2.18).

Пусть антенны расположены в «бесконечном» пространстве, заполненном средой с произвольным распределение диэлектрической проницаемости $\varepsilon_k(\mathbf{r})$, тогда из-за всегда имеющегося небольшого поглощения радиоволн интеграл по поверхности будет равен нулю и из (2.7.9) получим

$$\int_V \{(\mathbf{E}_2\ \mathbf{j}_1)-(\mathbf{E}_1\ \mathbf{j}_2)\}\, dv=0. \tag{2.7.10}$$

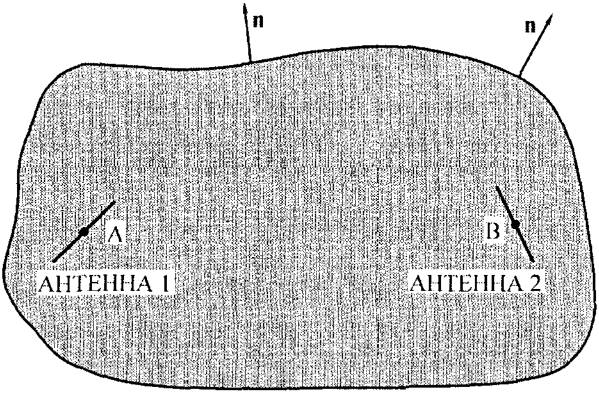


Рис. 2.18. К теореме взаимности

Это соотношение выражает теорему взаимности, оно характеризует условие связи между двумя антеннами. Напомним, что в (2.7.10) $\mathbf{E}_2$ есть напряженность поля, создаваемая второй антенной в месте расположения первой антенны; $\mathbf{E}_1$ — напряженность поля, создаваемая первой антенной в точке расположения второй антенны, а $\mathbf{j}_{1,2}$ — распределение плотности токов в антеннах.

Поясним сущность теоремы взаимности на примере антенн, образованных короткими прямыми проводами длины $L_{1,2} << \lambda$. Каждая такая антенна занимает объем $\Delta v_{1,2} = L_{1,2}\,\Delta s_{1,2}$, где $\Delta s_{1,2}$ — поперечные сечения проводников. Плотности токов $j_{1,2}$ в пределах короткой антенны постоянны, напряженности поля $E_{1,2}$ в пределах объемов Δv также постоянны, поэтому интегрирование (2.7.10) в этом случае приводит к соотношению

$$(\mathbf{E}_2\,\mathbf{j}_1)L_1\Delta s_1 = (\mathbf{E}_1\,\mathbf{j}_2)L_2\Delta s_2 \qquad (2.7.11)$$

или

$$U_1 I_1 = U_2 I_2, \qquad (2.7.12)$$

где $U_1 = (\mathbf{E}_2\,\mathbf{L}_1)$ — электродвижущая сила (эдс), наводимая током второй антенны I_2 в проводнике первой антенны, а $U_2 = (\mathbf{E}_1\,\mathbf{L}_2)$ — эдс, создаваемая током первой антенны I_1 в проводнике второй антенны. Из уравнения (2.7.12) следует

$$\frac{I_1}{U_2} = \frac{I_2}{U_1}, \qquad (2.7.13)$$

т. с. отношение тока первой антенны к обусловленной этим током эдс во второй антенне равно отношению тока второй антенны к созданной им эдс в первой антенне. Следовательно, условия передачи энергии от первой антенны ко второй такие же, как и от второй антенны к первой. Если одну из антенн считать излучающей, а другую — приемной, то при их перестановкс в точках А и В (рис. 2.18) эдс в приемной антенне не изменится. Принцип взаимности позволяет в теории антенн доказать следующее важное положение: диаграммы направленности одной и той же антенны при ее работе на передачу и прием одинаковы, коэффициент направленного действия G_A антенны, работающей на передачу, и эффективная поверхность этой же антенны S_A в режиме приема связаны соотношением (1.1.1).

В этой главе были кратко изложены общие свойства радиоволн, более полное описание волновых процессов дано в [1, 2 и 7, 8].

Глава 3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕЦИМЕТРОВЫХ И САНТИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ И ИОНОСФЕРУ

Глава 3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕЦИМЕТРОВЫХ И САНТИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ И ИОНОСФЕРУ

3.1. Коэффициент преломления и рефракция радиоволн

Распространение дециметровых и сантиметровых радиоволн через атмосферу и ионосферу во многих случаях можно считать свободным; под свободным распространением радиоволн будем понимать ситуацию, когда волны диапазона 3–100 см излучаются или принимаются высоконаправленной антенной, ориентированной так, что влиянием поверхности Земли или местных предметов можно пренебречь. Такая ситуация реализуется, например, при связи с космическими или летательными аппаратами, когда ширина диаграммы направленности антенны $\Delta\theta$ много меньше угла места ψ (см. рис. 1.2). В указанном диапазоне поглощением или отражением радиоволн в атмосфере или ионосфере можно пренебречь, поэтому соотношение между мощностью передатчика и мощностью, развиваемой на входе приемника, в большинстве случаев соответствует свободному распространению волн, т. е. формуле (1.2.3).

В этой ситуации влияние атмосферы и ионосферы приводит к появлению относительно слабых эффектов: лучевые линии отклоняются на угол рефракции ξ (см. рис. 2.15 и 2.16), увеличивается время распространения радиоволн между пунктами излучения и приема сигналов, появляются изменения амплитуды, фазы и частоты волны. Указанные явления несущественны при анализе условий радиосвязи, но они оказывают мешающее влияние при высокоточных траекторных или угловых измерениях радиосредствами; кроме того, радиофизические исследования рефракции, запаздывания, изменений амплитуды и частоты позволили развить новые методы мониторинга атмосферы и ионосферы. Эти эффекты определяются пространственным распределением и временной изменчивостью коэффициента преломления сред $n(\mathbf{r}, t)$. В атмосфере и ионосфере изменения коэффициента преломления на расстояниях порядка длины волны малы, поэтому в задачах этой главы можно использовать лучевые представления, изложенные в § 2.5.

Коэффициент преломления радиоволн в атмосфере и ионосфере мало отличается от единицы, поэтому удобно ввести приведенный коэффициент преломления N, определяемый соотношением

$$n = 1 + N. \tag{3.1.1}$$

В атмосфере Земли N зависит от давления P_a, температуры T_a и влажности w_a следующим образом:

$$N = \frac{77{,}6}{T_a}\left(P_a + \frac{4810 w_a}{T_a}\right)\cdot 10^{-6}, \tag{3.1.2}$$

где давление и влажность выражены в миллибарах, а температура — в градусах Кельвина. Необходимо обратить внимание, что N не зависит от частоты. В тропосфере давление и влажность в среднем убывают при увеличении высоты h по экспоненциальному, а температура — примерно по линейному закону, поэтому высотный профиль приведенного коэффициента преломления можно аппроксимировать экспонентой:

$$N = N_0 \exp\{-b_1 h\}. \tag{3.1.3}$$

Приповерхностное значение приведенного коэффициента преломления N_0, в соответствии с (3.1.2), может быть определено по измерениям P_a, T_a и w_a. В средних широтах зимой N_0 в среднем равно $3{,}06\cdot 10^{-4}$, летом эта величина близка к $3{,}3\cdot 10^{-4}$; параметр b_1 равен 0,13 км$^{-1}$, он подвержен изменениям в пределах от 0,12 до 0,14 км$^{-1}$. Величина b_1 может быть определена по значению N_0 с учетом того, что приведенный коэффициент преломления на высоте 10 км, где N равно $9{,}2\cdot 10^{-5}$, отличается постоянством. С учетом этого обстоятельства и выражения (3.1.3) имеем

$$b_1 = -\frac{1}{10}\ln\left(\frac{9{,}2\cdot 10^{-5}}{N_0}\right). \qquad 3.1.4)$$

Из соотношений (3.1.2), (3.1.3) и (3.1.4) следует, что приближенная зависимость N(h) может быть найдена по приповерхностным значениям давления, температуры и влажности. Необходимо иметь в виду, что реальный высотный профиль N(h) всей толщи атмосферы может отличаться от экспоненциального; это отличие обычно существенно в задачах распространения радиоволн при больших зенитных углах лучевой линии, когда радиоволны распространяются под малыми углами к горизонту или при радиопросвечивании атмосферы на затменных трассах спутник—спутник, когда лучевая линия осуществляет «разрез» всей толщи атмосферы (см. рис. 2.16). В этих случаях лучше использовать следующую аппроксимацию высотного профиля приведенного коэффициента преломления:

$$N(h) = N_0 \exp\left\{-a_1 h^2 - b_1 h\right\}. \tag{3.1.5}$$

В табл. 3.1 приведены значения N для разной высоты h. В работах [23, 25] дано более полное описание зависимости N(h) в атмосфере Земли, а в [12] приведены сведения о коэффициенте преломления радиоволн в атмосферах других планет.

Рассмотрим далее зависимость коэффициента преломления радиоволн от частоты и высоты в ионосфере. Приведенный коэффициент преломления плазмы для высоких частот определяется простым соотношением

$$N = -\chi N_c f^{-2}, \tag{3.1.6}$$

здесь $\chi = 40{,}4$, если электронная концентрация N_e выражена в $м^{-3}$, а частота f — в Гц. Вывод формул для коэффициента преломления плазмы будет дан в главе 8. Из (3.1.6) следует, что N отрицательно, а зависимость N(h) повторяет высотный профиль электронной концентрации ионосферы $N_e(h)$; существенно, что приведенный коэффициент преломления убывает при увеличении частоты как f^{-2}. Сложный профиль $N_e(h)$ можно разбить на два участка, соответствующих области, расположенной выше главного ионосферного максимума, где $h > h_m$, и нижней части ионосферы, для которой $h < h_m$. Верхняя часть ионосферы может быть удовлетворительно описана экспоненциальной зависимостью

$$N_c = N_m \exp\left\{-b_2 (h - h_m)\right\}, \tag{3.1.7}$$

здесь N_m — электронная концентрация в главном ионосферном максимуме, h_m — высота главного максимума электронной концентрации, а b_2 — параметр, характеризующий скорость убывания электронной концентрации при увеличении высоты. Для части ионосферы, расположенной ниже главного ионосферного максимума, трудно подобрать удовлетворительную аппроксимацию, описывающую зависимость $N_e(h)$, весьма приближенно можно полагать, что в этой области

$$N_c = N_m\left[1-\left(\frac{h_m-h}{d_2}\right)^2\right]. \qquad (3.1.8)$$

Такая аппроксимация соответствует спаду электронной концентрации до нуля на высоте $h = h_m - d_2$, а d_2 есть условная толщина нижней части ионосферы. Высотный профиль электронной концентрации зависит от времени суток, сезона, широты и солнечной активности [27–29]. При $h < h_m$ зависимость N_e (h) имеет сложный характер: в этой области расположены регулярные ионосферные «слои» F_1 и E, нерегулярно появляется дополнительная спорадическая область ионизации — E_s; грубая аппроксимация (3.1.8) не учитывает этих особенностей. Выражения (3.1.7) и (3.1.8), описывающие зависимость $N_e(h)$, содержат четыре параметра N_m, h_m и b_2, d_2; эти величины зависят от времени суток, сезона, широты и солнечной активности. Параметры N_m и h_m определяются с помощью сети ионосферных станций, данные наземного высотно-частотного зондирования позволяют также оценить величину d_2. Параметр b_2 определить сложнее; для этой цели используются сигналы спутников и немногочисленные установки некогерентного рассеяния радиоволн. Более подробные сведения о методах исследований и о распределении электронной концентрации будут даны в главе 8.

Рассмотрим в этой главе влияние плавно-неоднородных сред на радиоволны, когда применимы лучевые представления, изложенные в § 2.5. Сначала проведем анализ рефракции радиоволн. Коэффициент преломления, в основном, зависит от высоты, поэтому лучевые линии радиоволн искривляются в вертикальной плоскости; направление изгиба определяется знаком производной dN/dh, так как луч искривляется в сторону среды с бóльшим значением коэффициента преломления. В тропосфере луч отклоняется к земной поверхности; в нижней части ионосферы, где электронная концентрация возрастает, а коэффициент преломления уменьшается при увеличении высоты, искривление лучевой линии происходит также в сторону поверхности Земли, а выше главного ионосферного максимума лучевая линия искривляется в противоположную сторону. Геометрия задачи о рефракции радиоволн показана на рис. 3.1. На этом рисунке приемная антенна расположена на поверхности в точке B, центру Земли соответствует точка O, а источник радиоволн расположен в точке A. В этой задаче нас будет интересовать угол рефракции ξ между истинным направлением на источник радиоволн и касательной к лучевой линии в месте приема;

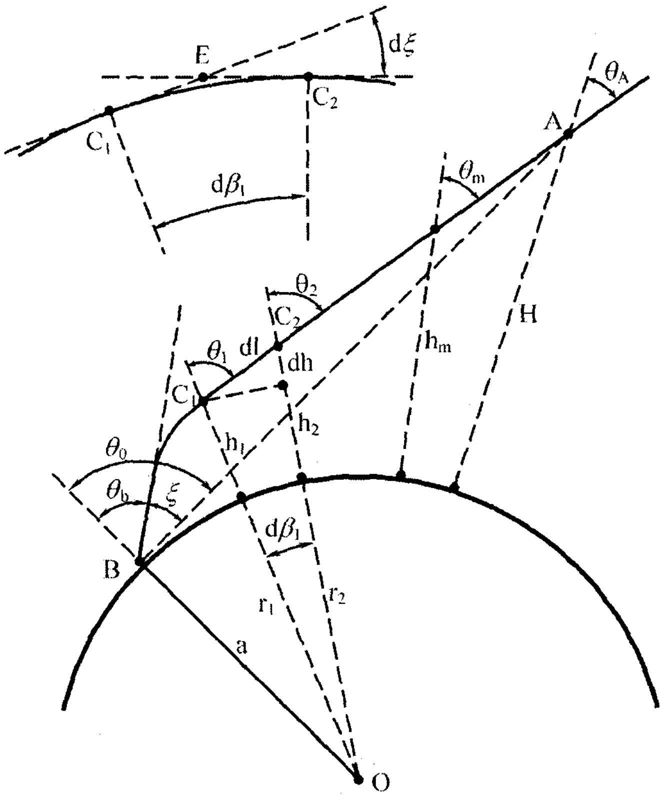


Рис. 3.1. К определению угла рефракции и запаздывания радиоволн

ξ равно разности углов $\theta_0 - \theta_b$, т. е. ξ показывает на сколько зенитный угол лучевой линии θ_b отличается от истинного зенитного угла направления на передающую антенну θ_0.

В дальнейшем часто придется рассматривать распространение радиоволн в сферически симметричной среде, поэтому дадим вывод закона преломления, выражения для радиуса кривизны луча и для угла рефракции волн в такой среде. Для этого выделим в атмосфере тонкий слой, ограниченный близкими высотами h_1 и h_2. Пусть $n(h_1)$ — коэффициент преломления внутри слоя, а $n(h_2)$ — его значение в непосредственной близости над слоем. Используем закон преломления в сферически симметричной среде, т. е. формулу (2.5.21)

$$n(h_1)(a+h_1)\sin\theta_1 = n(h_2)(a+h_2)\sin\theta_2, \qquad (3.1.9)$$

здесь a — радиус Земли, $\theta_{1,2}$ — углы между направлением лучевой линии и радиус-вектором $\mathbf{r}_{1,2}$ (рис. 3.1). Выражение (3.1.9) справедливо при любом значении высоты h, поэтому имеем

$$n(h)(a+h)\sin\theta = n_0 a \sin\theta_b, \tag{3.1.10}$$

где n_0 и θ_b — коэффициент преломления и зенитный угол лучевой линии у поверхности Земли, т. е. в точке B на рис. 3.1.

Найдем выражение для радиуса кривизны луча в сферически симметричной среде, т. е. определим $R_0 = dl/d\xi$, где $dl = C_1C_2$ — элемент длины лучевой линии, а $d\xi$ — изменение угла рефракции для точек C_1 и C_2. Из рис. 3.1 следует:

$$d\xi = d\beta_1 + d\theta, \tag{3.1.11}$$

$$dh = dl\cos\theta, \tag{3.1.12}$$

$$d\beta_1 = (a+h)^{-1}\operatorname{tg}\theta\, dh, \tag{3.1.13}$$

где $d\beta_1$ — угол между векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, $d\theta = \theta_2 - \theta_1$, $dh = h_2 - h_1$. Заметим, что (3.1.11) следует из четырехугольника OC_1EC_2. С учетом (3.1.11), (3.1.12) и (3.1.13) имеем следующее выражение для радиуса кривизны луча:

$$R_0 = \frac{a+h}{\sin\theta + (\alpha+h)\dfrac{d\theta}{dh}\cos\theta}, \tag{3.1.14}$$

используя далее (3.1.10), окончательно получим

$$R_0 = \frac{-n}{\dfrac{dn}{dh}\sin\theta}, \tag{3.1.15}$$

где n, θ и R_0 зависят от высоты h.

Найдем далее угол рефракции, согласно (3.1.11) он определяется интегралом

$$\xi = \int_0^H \left(\frac{d\beta_1}{dh} + \frac{d\theta}{dh}\right) dh, \tag{3.1.16}$$

где H — высота источника радиоволн. Используя (3.1.13) и найдя $d\theta/dh$ дифференцированием (3.1.10), получим:

$$\xi = -\int_0^H \frac{1}{n}\frac{dn}{dh}\operatorname{tg}\theta\, dh\,. \tag{3.1.17}$$

Выражая с помощью (3.1.10) $\operatorname{tg}\theta$ через $\sin\theta_b$ из (3.1.17), найдем формулу для угла рефракции в сферически симметричной среде

$$\xi = -\, n_0 a \sin\theta_b \int_0^H \frac{\frac{1}{n}\frac{dn}{dh}\, dh}{\left[n^2(a+h)^2 - n_0^2\, a^2 \sin^2\theta_b\right]^{1/2}}. \tag{3.1.18}$$

Проанализируем сначала рефракцию радиоволн в атмосфере. Пусть передающая антенна расположена на большой высоте (H > 30 км), поэтому верхний предел в (3.1.18) можно устремить к бесконечности, при этом угол тропосферной рефракции определится соотношением

$$\xi_t = -\sin\theta_b \int_0^\infty \frac{\frac{1}{n}\frac{dn}{dh}\, dh}{\left[\left(\frac{n}{n_0}\right)^2\left(1+\frac{h}{a}\right)^2 - \sin^2\theta_b\right]^{1/2}}. \tag{3.1.19}$$

При анализе (3.1.19) учтем, что отношение h/a много меньше единицы, а коэффициент преломления незначительно отличается от единицы и убывает с увеличением высоты, согласно (3.1.3), по экспоненциальному закону. Преобразуем знаменатель подынтегральной функции выражения (3.1.19), пренебрегая членами $(h/a)^2$ и N^2, малыми по сравнению с единицей:

$$n\left[\left(\frac{n}{n_0}\right)^2\left(1+\frac{h}{a}\right)^2 - \sin^2\theta_b\right]^{1/2} = \left[\cos^2\theta_b + \left(\frac{2h}{a} + 3N - N_0\right)\right]^{1/2}. \tag{3.1.20}$$

Дальнейшее упрощение (3.1.20) возможно при $\theta_b < 80^\circ$, когда члены, выделенные круглыми скобками, существенно меньше $\cos^2\theta$; в этом случае выражение (3.1.20) равно $\cos\theta_b$ и из (3.1.19) с учетом (3.1.3) получаем простую формулу для угла тропосферной рефракции

$$\xi_t = N_0 \operatorname{tg}\theta_b \approx N_0 \operatorname{tg}\theta_0\,. \tag{3.1.21}$$

В этом выражении учтено, что $\theta_b = \theta_0 - \xi \approx \theta_0$, более строгий анализ показал, что соотношение (3.1.21) справедливо при зенитных углах $\theta_0 < 80^\circ$.

Существенно, что угол рефракции слабо зависит от вида конкретного профиля N(h), поэтому отличие N(h) в реальной тропосфере от экспоненциального закона (3.1.3) не сказывается на значении угла ξ_t, если $\theta_0 < 80°$; угол рефракции определяется при этом только приповерхностным значением N_0 и зенитным углом θ_0. В малом секторе углов θ_0, равном 80–90°, ξ зависит от вида функции N(h), угол рефракции в этом случае может быть найден численными методами путем интегрирования выражения (3.1.19). При этом необходимо иметь в виду, что вычисленные значения ξ_t могут отличаться от истинного угла рефракции из-за трудности учета слоистых неоднородностей коэффициента преломления. В табл. 3.1 даны значения ξ_t при разных углах θ_0 для средних метеоусловий: когда N_0 равно $3{,}29 \cdot 10^{-4}$, $b_1 = 0{,}126$ км$^{-1}$. Угол ξ_t слабо зависит от высоты источника радиоволн H, поэтому угол рефракции приведен только для высоты H = 200 км. Более подробный анализ и таблицы углов рефракции даны в [9].

Таблица 3.1

Типичные значения приведенного коэффициента преломления N на разной высоте h и угла рефракции ξ_t для различных значений зенитного угла θ_0

h, км	$N \cdot 10^6$	θ_0, град.	ξ_t, " (секунд)
0	318	0	0
2	239	10	11,4
4	190	20	23,6
6	152	30	37,5
8	121	40	54,6
10	94	50	77,5
12	76	60	112
14	59	65	139
16	45	70	177
18	33	74	223
20	23	80	354
22	15	84	561

Результаты расчетов угла тропосферной рефракции сравнивались с экспериментальными данными; в [9, 12, 13] дан анализ такого сравнения и приведены ссылки на работы экспериментаторов. Долговременные измерения ξ_t при $\theta_0 = 82°$ показали, что, в соответствии (3.1.21), ξ_t пропорционально приземному значению N_0; при $N_0 = 3{,}29 \cdot 10^{-4}$ измеренный угол

$\xi_t = 470''$, а из (3.1.21) получим $\xi_t = 480''$. Простая формула (3.1.21) дает удовлетворительное соответствие с экспериментальными данными даже при больших зенитных углах θ_0. Угол рефракции при больших значениях θ_0 испытывает медленные вариации и быстрые флуктуации; медленные вариации ξ_t обусловлены изменениями высотного профиля приведенного коэффициента преломления, связанными с изменениями метеоусловий, а быстрые флуктуации углов прихода радиоволн происходят из-за влияния и слоистых, и статистических неоднородностей коэффициента преломления. Для анализа вариаций ξ_t использовались высотные профили температуры, давления и влажности; по этим данным определялась зависимость N(h) и вычислялся угол рефракции. Далее находилась разность $\Delta\xi_t$ между средним за год значением угла ξ_t и величиной этого угла для данного часа. Полученные таким образом значения $\Delta\xi_t$ описывают медленные изменения угла рефракции, они показаны на рис. 3.2 кривой 1; эта кривая демонстрирует возможные отличия угла рефракции от средних табличных значений. Выше отмечалось, что ξ_t определяется, в основном, приземным значением приведенного коэффициента преломления радиоволн N_0; это обстоятельство позволяет вводить поправку, учитывающую медленные вариации угла рефракции. Если в соответствии с (3.1.2) и (3.1.21) вычислять ξ_t с учетом приземных значений температуры, давления и влажности, то можно получить более точные значения угла рефракции. Неконтролируемые вариации угла рефракции, остающиеся после введения поправки на величину N_0, невелики, их значения показаны на рис. 3.2 кривой 3. Измерения вариаций углов прихода сантиметровых

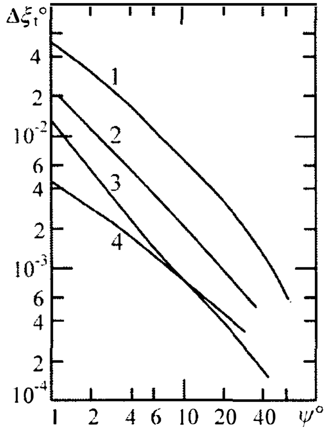


Рис. 3.2. Вариации угла тропосферной рефракции $\Delta\xi_t$ для разных значений угла $\psi = 90° - \theta_0$

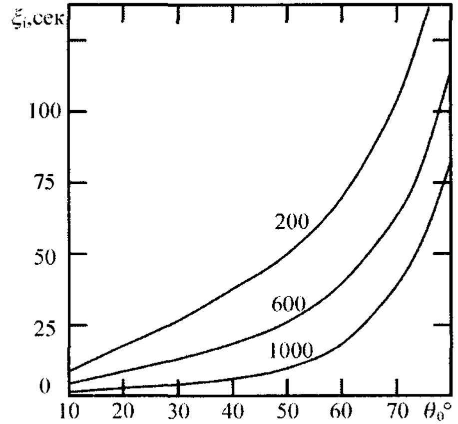


Рис. 3.3. Приближенные зависимости угла ионосферной рефракции ξ_i от зенитного угла θ_0 для $\lambda = 1$ м

радиоволн, излучаемых спутником, показали, что флуктуации угла ξ_t сильно изменяются в разные дни; летом они в несколько раз выше, чем зимой. Кривая 2 на рис. 3.2 дает усредненную зависимость среднего квадратичного отклонения ξ_t от зенитного угла для лета, а кривая 4 описывает экспериментальные значения флуктуаций углов прихода радиоволн для зимы. Можно считать, что неконтролируемые вариации угла ξ_t в среднем имеют значения, заключенные между кривыми 2 и 3.

Рассмотрим далее рефракцию радиоволн в ионосфере, для этого используем формулы (3.1.6), (3.1.18) и запишем выражение для угла ионосферной рефракции

$$\xi_i = -\chi f^{-2} a \sin\theta_b \int_0^H \frac{\frac{1}{n}\frac{dN_c}{dh}\,dh}{\left[n^2(a+h)^2 - a^2\sin\theta_b\right]^{1/2}}. \tag{3.1.22}$$

Здесь a — радиус Земли, H — высота источника радиоволн, $N_e(h)$ — высотный профиль электронной концентрации. Из (3.1.22) следует, что ξ_i убывает при увеличении частоты как f^{-2} и определяется в основном вертикальным градиентом электронной концентрации. Трудность получения конкретных сведений об ионосферной рефракции связана с тем, что нужно знать изменчивый высотный профиль электронной концентрации и, в особенности, значения градиента dN_e/dh. Интеграл в выражении (3.1.22) можно разбить на две части, соответствующие рефракции в нижней части ионосферы, где электронная концентрация возрастает при увеличении высоты, и в верхней области, где электронная концентрация убывает при увеличении h:

$$\xi_i = -\chi\, f^{-2} a \sin\theta_b \left(I_2 + I_3\right),$$

$$I_2 = \int_0^{h_m} \frac{\frac{dN_c}{dh}\,dh}{\left[(a+h)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{1/2}}, \tag{3.1.23}$$

$$I_3 = \int_{h_m}^{H} \frac{\frac{dN_c}{dh}\,dh}{\left[(a+h)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{1/2}},$$

здесь h_m — высота главного ионосферного максимума. В выражении (3.1.23) n приняли равным единице; это приближение возможно, если $\theta_b < 80^\circ$, а $f > 40$ МГц. Численный анализ формулы (3.1.23) показал следующее. Если высота $H \le 400$ км, то основной вклад в рефракцию дает первый интеграл; существенно, что лучевая линия при этом изгибается в сторону Земли. Если же высота источника радиоволн больше 400 км, то нужно учитывать также и второй интеграл; в верхней части ионосферы градиент dN/dh имеет противоположный знак, поэтому в этой области ионосферы луч искривляется в противоположную сторону. Ионосферная рефракция ξ_i для $H > 1000$ км меньше примерно на 30 %, чем в случае, когда высота H около 400 км. Существенно, что в ионосфере луч искривляется в сторону Земли, несмотря на то что угол рефракции является суммой этих двух составляющих. На рис. 3.3 приведены для $\lambda = 1$ м приближенные зависимости ξ_i от зенитного угла $\theta_0 = 90° - \psi$ для летнего дня при высокой солнечной активности, цифры у графиков соответствуют высоте H в км. Необходимо иметь в виду, что угол ионосферной рефракции испытывает медленные вариации, связанные с суточными изменениями зависимости $N_e(h)$, и нерегулярные быстрые флуктуации, обусловленные статистическими неоднородностями электронной концентрации. Сравним углы рефракции в тропосфере и ионосфере: при частоте $f \approx 100$ МГц углы ξ_t и ξ_i примерно одинаковы, а для $f > 1000$ МГц $\xi_i \ll \xi_t$ и ионосферной рефракцией можно пренебречь.

3.2. Запаздывание радиоволн в атмосфере и ионосфере

Расстояние между передающим и приемным пунктами L измеряют с помощью модулированных сигналов путем определения времени распространения радиоволн Δt; при этом принимается, что

$$L = c_0 \Delta t, \tag{3.2.1}$$

где c_0 — скорость распространения электромагнитной волны в вакууме. В связи с возможностью высокоточных измерений интервала времени Δt можно определить расстояние L с высокой точностью; однако атмосфера и ионосфера Земли вносят заметную погрешность при определении дальности. Этот эффект связан с тем, что скорость распространения радиоволн в атмосфере и ионосфере отличается от c_0 и лучевые линии искривлены. В связи с этим истинное расстояние между передающим и приемными пунктами L_0 будет меньше измеренного на величину ΔL. Необходимость учета влияния атмосферы и ионосферы на ΔL возникает при высокоточных определениях траектории космического аппарата и при навигационных определениях координат наземных объектов по сигналам спутников. Еще большие требования к точности измерения расстояния предъявляются при геодезических определениях координат по сигналам навигационных спутников, а также при радиоастрономических применениях интерферометров с большой базой. В службе точного времени сигналы спутников используются для сличения часов в далеко разнесенных пунктах, при этом также следует учитывать запаздывание при распространении радиоволн через атмосферу и ионосферу.

В соответствии с соотношением (3.1.1) и рис. 3.1 кажущееся расстояние L, найденное вдоль лучевой линии AB, определится выражением

$$L = c_0 \int_0^H c_g^{-1} dl = \int_0^H \left[1 + N(h)\right] dl, \tag{3.2.2}$$

здесь учтено, что $c_0 c_g^{-1} = n$, c_g и c_0 — соответственно скорость распространения радиоволн в среде и в вакууме, а dl — элемент длины на искривленной лучевой линии. Истинное расстояние между точками A и B есть

$$L_0 = \int_0^H dl_0, \tag{3.2.3}$$

где dl_0 — элемент длины на пунктирной прямой AB (рис. 3.1). Кажущееся увеличение расстояния или «добавочная длина пути» ΔL при его определении радиотехническими методами в соответствии с (3.2.2) и (3.2.3) будет равно

$$\Delta L = L - L_0 = \int_0^H N(h) dl + \left(\int_0^H dl - \int_0^H dl_0 \right). \tag{3.2.4}$$

Из-за малого отклонения лучевой линии от прямой AB разность двух интегралов, выделенная скобками, мала по сравнению с первым членом, поэтому

$$\Delta L = \int_0^H N(h)\, dl. \tag{3.2.5}$$

Характер зависимостей N(h) для тропосферы и ионосферы был обсужден в предыдущем разделе, поэтому рассмотрим выражение для дифференциала элемента длины луча dl. Из рис. 3.1 следует, что $dl = \cos^{-1}\theta_b\, dh$, поэтому с учетом (3.1.10) получим

$$dl = n(a+h)\left[n^2(a+h)^2 - n^2a^2\sin^2\theta_b\right]^{-1/2} dh. \tag{3.2.6}$$

Это выражение учитывает искривление луча из-за рефракции; поскольку влияние рефракции на ΔL обычно невелико, если $\theta_b < 80°$, то в (3.2.6) можно положить $n = 1$, поэтому имеем:

$$dl = (a+h)\left[(a+h)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{-1/2} dh. \tag{3.2.7}$$

При анализе влияния тропосферы на ΔL можно еще упростить выражение (3.2.7): так как в области, существенной для вычисления интеграла (3.2.5), всегда $a >> h$, то из (3.2.7) следует $dh = dl\cos\theta_b$; это соотношение соответствует замене сферической поверхности Земли плоской поверхностью. При анализе влияния ионосферы можно также упростить выражение (3.2.7), положив $h \approx h_m$, тогда имеем

$$dl = (a+h_m)\left[(a+h_m)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{1/2} dh = $$
$$= dh\cos^{-1}\theta_m, \tag{3.2.8}$$

здесь $h_m \approx 350$ км — высота главного ионосферного максимума, θ_m — зенитный угол луча в области главного ионосферного максимума. Выражение (3.2.8) приближенно учитывает сферичность Земли, оно применимо при $\theta_b < 80°$; это соотношение следует непосредственно из геометрии рис. 3.1, так как

$$\cos\theta_m = (a+h_m)^{-1}\left[(a+h_m)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{1/2}. \tag{3.2.9}$$

Из выражения (3.2.5) и соотношений (3.2.6), (3.2.7) и (3.2.8) получим следующие формулы для определения поправки ΔL при определении дальности:

$$\Delta L = \int_0^H N(h)(a+h)\left[(a+h)^2 - \left(\frac{1+N_0}{1+N(h)}\right)^2 a^2\sin^2\theta_b\right]^{-1/2} dh, \tag{3.2.10}$$

$$\Delta L = \int_0^H N(h)(a+h)\left[(a+h)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{-1/2} dh, \tag{3.2.11}$$

$$\Delta L_t = \cos^{-1}\theta_b \int_0^H N(h)\,dh\,, \qquad (3.2.12)$$

$$\Delta L_i = (a+h_m)\left[(a+h_m)^2 - a^2\sin^2\theta_b\right]^{-1/2}\int_0^H N(h)\,dh. \qquad (3.2.13)$$

В формулах этого параграфа запаздывание ΔL дано в зависимости от зенитного угла лучевой линии θ_b; так как зенитный угол истинного направления на источник радиоволн $\theta_0 = \theta_b + \xi$, а угол рефракции ξ мал, то можно принять $\theta_b = \theta_0$.

Строгое выражение (3.2.10) позволяет определить с помощью компьютера ионосферную или тропосферную поправку ΔL для произвольных углов θ_0, а приближенная формула (3.2.11) дает достоверные значения при $\theta_0 < 85°$. Простое соотношение (3.2.12) применимо при анализе влияния тропосферы когда $\theta_A < 80°$; оно дает наглядную зависимость ΔL_t от зенитного угла θ_0. Наименьшей точностью обладает выражение (3.2.13), применение которого оправдано тем, что высотный профиль электронной концентрации, а следовательно, и зависимость N(h) в конкретном пункте в данное время известны весьма приближенно, и более точные соотношения не позволяют повысить реальную точность вычисления ионосферной поправки ΔL_i.

Рассмотрим влияние тропосферы на кажущееся увеличение дальности. Если принять экспоненциальную зависимость приведенного коэффициента преломления от высоты, то, согласно (3.1.3) и (3.2.12), получим

$$\Delta L_t = N_0 b_1^{-1}\cos^{-1}\theta_0\,. \qquad (3.2.14)$$

Из (3.2.14) следует, что для вертикального направления $\Delta L_t = N_0 b_1^{-1}$; параметр b_1, согласно (3.1.4), выражается через N_0, поэтому ΔL_t определяется приземным значением приведенного коэффициента преломления радиоволн N_0 и зенитным углом θ_0. Поправка на запаздывание радиоволн в тропосфере для средних широт при $\theta_0 = 0$ равна 2,3–2,4 м зимой и 2,4–2,5 м в летний период. При больших зенитных углах величина ΔL_t имеет большое значение; так, для $\theta_0 = 80°$ она достигает 16–21 м. Формула (3.2.14) не справедлива при $\theta_0 > 80°$, таблицы значений ΔL_t для $\theta_0 > 80°$ приведены в работе [9]. Простая формула (3.2.14), с учетом соотношения (3.1.2.), позволяет определить ΔL_t по приземным значениям давления, температуры и влажности; неточность такого определения ΔL_t для вертикального луча — около ±20 см. Такая погрешность вполне допустима при навигационных определениях координат наземных объектов по сигналам спутников, а при высокоточных геодезических измерениях координат или при прецизионных угловых измерениях с помощью радиоинтерферометров с большой базой требуется определение ΔL_t с большей точностью. Главный вклад в ошибку определения ΔL_t вносит неопределенность вертикального распределения влажности. В соответствии с формулами (3.2.5) и (3.1.2) ΔL_t может быть представлена суммой двух составляющих, соответствующей атмосфере при отсутствии влажности и обусловленной влажностью атмосферы. Первая составляющая дает основной вклад в ΔL_t, для $\theta_0 = 0$ она равна 2,25–2,35 м; эта составляющая может быть определена по приповерхностным значениям давления и температуры с ошибкой около 4 см. Основная неопределенность ΔL_t обусловлена изменчивостью влажности атмосферы, при $\theta_0 = 0$ зимой в средних широтах она равна 3–5 см, а летом она изменяется в пределах 11–23 см; с хорошей точностью можно считать, что эта составляющая пропорциональна интегральному влагосодержанию атмосферы W_a.

При определении ΔL_t по приповерхностному значению давления P_a и интегральному влагосодержанию W_a можно пользоваться эмпирической формулой

$$\Delta L_t = 0{,}228\ P_a + 6{,}3\ W_a\,, \tag{3.2.15}$$

где ΔL_t выражено в см, P_a — в миллибарах, W_a — в см эквивалентного слоя воды. Дополнительные сведения об атмосферном запаздывании радиоволн приведены в [10, 12, 13].

Обратимся далее к анализу влияния ионосферы на ΔL_i; так как нас интересует групповое запаздывание радиоволн, то при определении ΔL_i нужно использовать формулу (3.1.6) со знаком плюс. Учитывая (3.1.6) и (3.2.11), получим

$$\Delta L_i = \chi\ f^{-2}\int_0^H N_c(h)(a+h)\left[(a+h)^2 - a^2\sin^2\theta_0\right]^{-1/2} dh, \tag{3.2.16}$$

из этого соотношения для вертикального луча имеем

$$\Delta L_i = \chi\ f^{-2}\int_0^H N_c(h)\,dh\,. \tag{3.2.17}$$

Можно упростить (3.2.16), если ввести угол θ_m; используя формулы (3.2.13) и (3.2.9), получим приближенное выражение

$$\Delta L_i = \chi f^{-2} I_c \cos^{-1}\theta_m\,, \tag{3.2.18}$$

где

$$I_c = \int_0^H N_c(h)\,dh \tag{3.2.19}$$

есть интегральная электронная концентрация для вертикального луча, а $\cos\theta_m$ определяется соотношением (3.2.9). Из (3.2.18) следует, что ΔL_i пропорционально интегральной электронной концентрации и убывает с увеличением частоты как f^{-2}.

Рассмотрим результаты экспериментальных определений интегральной электронной концентрации I_c и на этой основе найдем ΔL_i. Определения I_c были осуществлены путем приема сигналов спутников на двух частотах, методика таких определений будет описана в § 3.4. Измерения, осуществленные в период низкой солнечной активности, показали, что интегральная электронная концентрация имеет выраженную суточную зависимость: в полночь летом I_e равно $(4–8)\cdot10^{16}$ м^2, а в полдень интегральная электронная концентрация достигает значений $(1–3)\cdot10^{17}$ м^2. Для $\lambda = 1$ м при вертикальном распространении радиоволн, для указанных значений интегральной электронной концентрации, в полночь ΔL_i будет иметь значения 18–36 м, а в полдень ΔL_i будет равна 45–135 м. При средней и высокой активности Солнца летом, ночью и в предутренние часы I_c имеет значения $(8–12)\cdot10^{16}$ м^2, а в полдень наблюдается существенно большая интегральная электронная концентрация, достигающая $(3–5)\cdot10^{17}$ м^2. В этих условиях для $\theta_0 = 0$ и указанной длины волны ΔL_i ночью будет в пределах 36–54 м, а в полдень будут наблюдаться вариации в пределах 130–230 м. В зимний период суточная зависимость I_c выражена особенно сильно: при средней активности Солнца ночью и в предутренние часы эта величина обычно равна $(2–5)\cdot10^{16}$ м^2, а в полдень она имеет значения $(2–4)\cdot10^{17}$ м^2. Это соответствует вариациям ΔL_i для вертикального луча в пределах 9–22 м ночью и 90–180 м в полдень. На рис. 3.4 показаны результаты определения ΔL_i для условий: лето, день, высокая активность Солнца при $\lambda = 1$ м; кривые 1, 2, 3 и 4 относятся к высотам аппарата, равным соответственно 1000, 600, 400 и 200 км. При $H > 1000$ км ΔL_i слабо зависит от высоты, поэтому графики 1 можно относить к любой высоте, большей 1000 км. Выше было показано, что ΔL_i пропорционально f^{-2}, поэтому приведенные на рис. 3.4 значения ΔL_i могут быть пересчитаны для другой длины волны. При длине волны, равной 10 см, ΔL_i для вертикального луча может изменяться в пределах 0,2–2,3 м; можно считать, что только при $\lambda < 3$ см влиянием ионосферы на ΔL можно пренебречь.

Анализ влияния ионосферы на ΔL подробнее рассмотрен в работах [10, 12, 13, 18].

Из-за изменчивости ионосферы вариации ΔL_i велики, а теоретические расчеты ионосферного запаздывания радиоволн мало достоверны, поэтому в практике навигационных спутниковых измерений применяют двухчастотный метод исключения ΔL_i. Рассмотрим принцип этого метода. Из (3.2.18) следует, что измеренное на двух частотах f_1 и f_2 расстояние между приемным пунктом и спутником $L_{1,2}$ и истинное расстояние L_0 связаны соотношениями

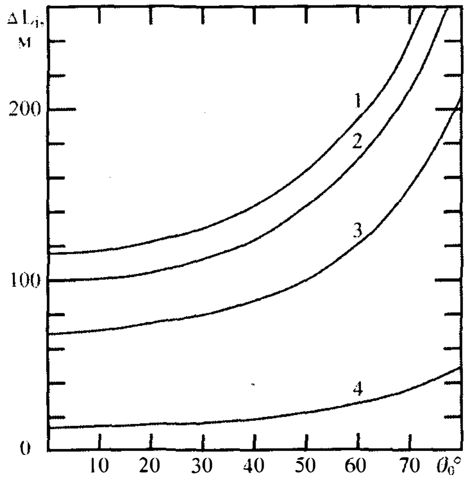


Рис. 3.4. Зависимости ΔL_i от зенитного угла θ_0, день при высокой солнечной активности для λ = 1 м

$$L_1 = L_0 + \chi f_1^{-2} \cos^{-1}\theta_m I_c,$$
$$L_2 = L_0 + \chi f_2^{-2} \cos^{-1}\theta_m I_c, \qquad (3.2.20)$$

где частоты f_1 и f_2 выбраны так, что $f_2 = mf_1$, а $m > 1$. Два линейных уравнения (3.2.20) содержат измеренные величины L_1, L_2, известные значения частот f_1 и f_2 и неизвестные величины L_0 и I_c. Из (3.2.20) следует выражение для истинной дальности

$$L_0 = \frac{m^2 L_2 - L_1}{m^2 - 1}. \qquad (3.2.21)$$

Эта формула позволяет определить L_0 по известному значению отношения частот m и измеренным расстояниям L_1 и L_2, так исключается влияние ионосферы при использовании двухчастотной методики. Необходимо иметь в виду, что применение двухчастотной методики не полностью исключает влияние ионосферы. При выводе формулы (3.2.21) предполагалось, что рефракция радиоволн на частотах f_1 и f_2 одинакова и что справедлива формула (3.2.18). На самом деле лучевые линии радиоволн разных частот отличаются из-за разной рефракции, а формула (3.2.18) является приближенной. Более строгий анализ показывает, что при применении метровых радиоволн простая формула (3.2.21) неточна, а в дециметровом диапазоне ее применение оправдано, так как остаточная погрешность, обусловленная неучтенными факторами, меньше 1 см.

3.3. Влияние атмосферы и ионосферы на частоту радиоволн

При движении источника или приемника радиоволн происходит изменение частоты, обусловленное эффектом Доплера. Из формулы (1.2.4), справедливой при отсутствии среды, следует, что доплеровское изменение частоты Δf_0 определяется длиной волны и проекцией вектора скорости на прямую линию, соединяющую передатчик и приемные пункты. Влияние атмосферы и ионосферы приводит к появлению дополнительного изменения частоты Δf, так что общее изменение Δf_s определяется суммой

$$\Delta f_s = \Delta f_0 + \Delta f \,. \qquad (3.3.1)$$

Необходимость анализа влияния сред на частоту обусловлена тем, что эффект Доплера позволяет по измерениям частоты Δf_0 определять важную траекторную характеристику — проекцию скорости космического аппарата на направление передатчик — приемный пункт — v_2, а частота Δf из-за влияния среды приводит к ошибкам определения Δf_0.

При анализе влияния среды на частоту можно использовать два разных, но эквивалентных подхода. При первом — используют обобщение выражения (1.2.4) для эффекта Доплера

$$\Delta f_s = \lambda_b^{-1} v_3 \,, \qquad (3.3.2)$$

где v_3 — проекция вектора скорости на искривленную из-за рефракции лучевую линию AB, λ_b — длина волны в среде в месте нахождения спутника. При втором подходе используется связь между частотой и изменением фазы, обусловленным влиянием сред.

Пусть, для конкретности, в точке A расположен спутник, а точка B соответствует положению наземного приемного пункта (рис. 3.5), вектор скорости спутника $\mathbf{v}$ имеет проекции v_2 и v_1 соответственно на пунктирную прямую AB и на перпендикуляр к этой прямой. Введем угол α между вектором скорости спутника $\mathbf{v}$ и направлением AB и угол ξ_A между направлением AB и лучевой линией в точке A. Выразим проекции v_1, v_2 и v_3 через v и углы α и ξ_A:

$$v_2 = v\cos\alpha,$$
$$v_1 = v\sin\alpha, \qquad (3.3.3)$$
$$v_3 = v\cos(\alpha + \xi_A) \approx v_2 - \xi_A v_1,$$

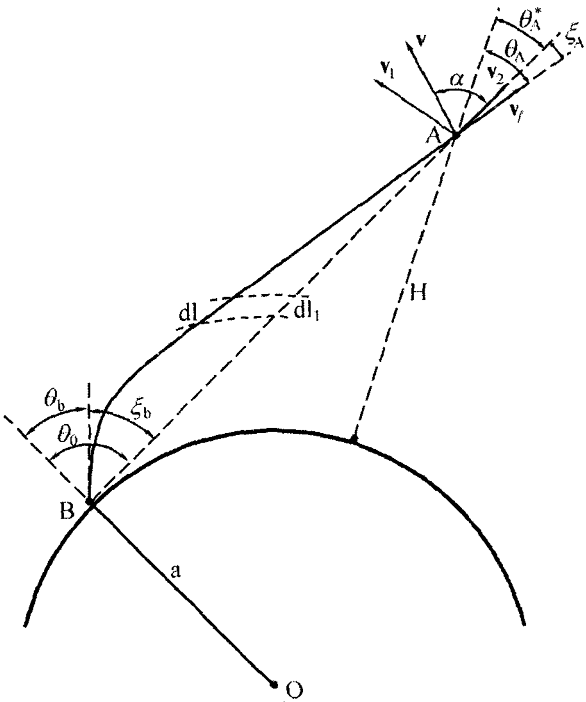


Рис. 3.5. К анализу влияния сред на частоту волны

в последней формуле учтено, что $\sin \xi_A << 1$. Пусть коэффициент преломления в точке А есть $1 + N_A$, тогда

$$\lambda_0 = \lambda_A(1 + N_A), \tag{3.3.4}$$

здесь λ_0 — длина волны в вакууме. Подставив в (3.3.2) соотношения (3.3.3) и (3.3.4), получим выражение для суммарного изменения частоты

$$\Delta f_s = \lambda_0^{-1}(v_2 - \xi_A v_1 + N_A v_2 - N_A \xi_A v_1). \tag{3.3.5}$$

При отсутствии среды доплеровское изменение частоты $\Delta f_0 = \lambda_0^{-1} v_2$, поэтому из (3.3.1) и (3.3.5) следует выражение для тропосферной и ионосферной составляющих изменений частоты

$$\Delta f = \lambda_0^{-1}\left[N_A v_2 - \xi_A v_1(1 + N_A)\right], \tag{3.3.6}$$

здесь ξ_A и N_A — угол рефракции и приведенный коэффициент преломления в точке A. Если $\lambda < 10$ см, то основное влияние на частоту оказывает тропосфера; положив в (3.3.6) $N_A = 0$, получим

$$\Delta f_t = -\lambda_0^{-1} \xi_A v_1 . \qquad (3.3.7)$$

При $\lambda > 1$ м основное влияние на частоту будет оказывать ионосфера, для ионосферной составляющей изменения частоты из (3.3.6) и (3.1.6) следует

$$\Delta f_i = -\chi N_c \lambda_0 c^{-2} v_2 - \xi_A \lambda_0^{-1} v_1 . \qquad (3.3.8)$$

В формуле (3.3.7) ξ_A — угол тропосферной рефракции в точке A, а в (3.3.8) ξ_A — угол ионосферной рефракции в этой точке, N_c — электронная концентрация в этой же точке. Выразим угол рефракции ξ_A через значение угла рефракции ξ_B в точке B. Из (3.1.10) следует

$$(1 + N_0) a \sin\theta_B = (1 + N_A)(a + H) \sin\theta_A , \qquad (3.3.9)$$

а из геометрии рис. 3.5 имеем

$$\begin{aligned} \theta_B &= \theta_0 - \xi_B, \\ \theta_A &= \theta_A^* + \xi_A, \\ a \sin\theta_0 &= (a + H)\sin\theta_A^* . \end{aligned} \qquad (3.3.10)$$

Здесь θ_A^* — угол между прямой BA и линией OA (см. рис. 3.5). Если $N_0 \ll 1$ и $N_A \ll 1$, то из (3.3.9) и (3.3.10) получим приближенное соотношение

$$\xi_A = -\xi_B a \cos\theta_0 \left[(a + H)^2 - a^2 \sin^2\theta_0 \right]^{-1/2} . \qquad (3.3.11)$$

Формулы (3.3.7) и (3.3.8) позволяют найти ионосферную и тропосферную составляющие частоты Δf по значениям угла ионосферной или тропосферной рефракции в месте расположения спутника или с учетом (3.3.11) по значениям угла рефракции в месте нахождения наземного приемного пункта.

При другом подходе для анализа Δf используется связь между частотой и фазой:

$$\Delta f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = \lambda_0^{-1} \frac{d}{dt} \int_0^H \left[1 + N(h,t) \right] dl . \qquad (3.3.12)$$

Здесь N(h, t) — высотный профиль приведенного коэффициента преломления в атмосфере или ионосфере, dl — элемент длины на лучевой линии. При отсутствии среды доплеровское изменение частоты будет равно

$$\Delta f_0 = \lambda_0^{-1} \frac{d}{dt} \int_0^H dl_1 . \tag{3.3.13}$$

где dl_1 — элемент длины на прямой AB (рис. 3.5). Разность (3.3.12) и (3.3.13) дает выражение для Δf:

$$\Delta f = \lambda_0^{-1} \frac{d}{dt} \left[\int_0^H (1+N)\, dl - \int_0^H dl_1 \right]. \tag{3.3.14}$$

Если частота больше 100 МГц и зенитный угол меньше 85°, то можно пренебречь различием dl и dl_1 и из (3.3.14) получить

$$\Delta f = \lambda_0^{-1} \frac{d}{dt} \int_0^{H(t)} N(h,t)\, dl = \lambda_0^{-1} N_A(H) \frac{dH}{dt} +$$

$$+ \lambda_0^{-1} \int_0^H \frac{dN(h,t)}{dt}\, dl + \lambda_0^{-1} \int_0^H N(h,t) \frac{dl}{dt}. \tag{3.3.15}$$

где $N_A(H)$ — приведенный коэффициент преломления в точке A. Элемент длины dl может зависеть от времени, так как, например, при движении спутника происходит изменение угла θ. При выводе соотношения (3.3.15) мы считали, что приведенный коэффициент преломления N зависит только от высоты h и времени t, и пренебрегали горизонтальным градиентом этой величины.

Рассмотрим сначала простой случай влияния тропосферы на частоту. Приведенный коэффициент преломления тропосферы медленно и в малых пределах изменяется со временем, а в точке A он равен нулю. Из (3.3.15) имеем:

$$\Delta f_t = \lambda_0^{-1} \int_0^\infty N(h) \frac{dl}{dt}, \tag{3.3.16}$$

здесь верхний предел устремлен к бесконечности, так как N(h) спадает до нуля при h > 50 км. Используя (3.3.16) и (3.1.3), получим

$$\Delta f_t = \frac{N_0 \sin\theta_0}{\lambda_0 b_1 \cos^2\theta_0} \frac{d\theta_0}{dt}, \tag{3.3.17}$$

здесь снова учтено, что $\theta_B = \theta_0 - \xi_B \approx \theta_0$.

8 Заказ 1248

Согласно (3.1.4) b_1 выражается через приповерхностное значение N_0, поэтому тропосферное изменение частоты Δf_t зависит только от N_0, θ_0 и $d\theta_0/dt$. Необходимо иметь в виду, что соотношение (3.3.17) справедливо при $\theta_B < 85°$. Вычисление по (3.3.17) и экспериментальные результаты показывают, что Δf_t мало и учет влияния тропосферы существенен только при больших зенитных углах. По данным регистрации сигналов спутника на частоте 400 МГц тропосферное изменение частоты Δf_t равно 0,3 Гц и 0,8 Гц, если угол θ_0 соответственно равен 83° и 86°.

Рассмотрим мешающее влияние ионосферы на точное определение частоты. Из (3.3.15) и (3.1.6) следует

$$\Delta f_i = -\chi c^{-2}\lambda_0\left[N_c(H)\frac{dH}{dt}+\int_0^H\frac{dN_c(h,t)}{dt}dl+\int_0^H N_c(h,t)\frac{dl}{dt}\right], \qquad (3.3.18)$$

где dl определяется формулами (3.2.6) или (3.2.7), H — высота источника волн, $N_c(H)$ — электронная концентрация в месте нахождения спутника.

Для случая геостационарного спутника, когда $dH/dt = 0$ и $dl/dt = 0$, из (3.3.18) имеем

$$\Delta f_i = -\chi c^{-2}\lambda_0\int_0^H\frac{dN_c(h,t)}{dt}dl = -\chi c^{-2}\lambda_0\frac{dI_c}{dt}, \qquad (3.3.19)$$

т. е. изменение частоты обусловлено вариациями интегральной электронной концентрации dI_c/dt, связанными с нестационарностью высотного профиля электронной концентрации ионосферы.

При вертикальном взлете ракеты можно пренебречь нестационарностью ионосферы, кроме того v_1 и ξ_A равны нулю, поэтому из (3.1.18) или из (3.3.8) получим

$$\Delta f_i = -\chi c_0^{-2}\lambda_0 N_c(H)\frac{dH}{dt}. \qquad (3.3.20)$$

Из (3.3.20) следует, что Δf_i в этом случае зависит от электронной концентрации в месте расположения ракеты и от ее скорости.

Если на орбитальном аппарате используются высокие частоты ($f > 500$ МГц) и нестационарностью ионосферы можно пренебречь, то первый и второй члены формулы (3.3.18) можно не учитывать. В этом случае

$$\Delta f_i = -\chi c_0^{-2}\lambda_0\int_0^H\frac{d}{dt}\left[N_c(h)\,dl\right] = -\chi c_0^{-1} f^{-1}\frac{dI_c}{dt}, \qquad (3.3.21)$$

Δf_i определяется скоростью изменения интегральной электронной концентрации на прямой AB, обусловленной движением аппарата.

Численный анализ для модельных распределений электронной концентрации $N_c(h)$ показал, что Δf_i вносит в метровом и дециметровом диапазонах недопустимо большие погрешности определения истинного доплеровского изменения частоты Δf_0 и лишь на сантиметровых волнах Δf_i пренебрежимо мало. В связи с этим была разработана двухчастотная методика уменьшения влияния ионосферы на точность определения частоты. Принцип этой методики состоит в следующем. Если спутник излучает радиоволны двух когерентных частот f_1 и f_2, то приемная радиосистема может осуществить определение суммарного изменения частоты для каждой из частот

$$\Delta f_{s1} = v_2 c_0^{-1} f_1 - \chi c_0^{-1} f_1^{-1} \frac{dI_c}{dt},$$
$$\Delta f_{s2} = v_2 c_0^{-1} f_2 - \chi c_0^{-1} f_2^{-1} \frac{dI_c}{dt}. \tag{3.3.22}$$

Здесь первые члены соответствуют истинному доплеровскому изменению частоты Δf_0, а вторые — учитывают влияние ионосферы.

Два уравнения (3.3.22) позволяют исключить неизвестную ионосферную часть и определить Δf_0, т. е. найти v_2:

$$v_2 = \frac{c_0 \left(m \Delta f_{s2} - \Delta f_{s1}\right)}{f_1 \left(m^2 - 1\right)}, \tag{3.3.23}$$

где $m = f_2 f_1^{-1}$. Таким образом, измерив Δf_{s1} и Δf_{s2}, можно исключить влияние ионосферы и определить v_2. Выражение (3.3.23) иллюстрирует кажущуюся возможность полного исключения влияния ионосферы на точность определения v_2. На самом деле при применении двухчастотной методики влияние ионосферы не исключается полностью, так как остаются малые эффекты влияния плазмы. Более точный анализ показал, что двухчастотная методика исключает влияние ионосферы с приемлемой для практики точностью, если частоты больше 700 МГц.

3.4. Принципы мониторинга ионосферы с помощью сигналов космических аппаратов

Ионосфера подвержена сильным изменениям из-за вариаций солнечной активности и при изменении времени суток и сезона. В связи с этим актуально развитие методов непрерывного контроля — мониторинга ионосферы. В предыдущих разделах мы показали, что ионосфера влияет на частоту и групповое запаздывание радиоволн; эти эффекты используются для исследований и мониторинга ионосферы, они проявляются в разной степени в зависимости от длины волны, места расположения приемного пункта и траектории космического аппарата.

Рассмотрим сначала принцип исследований ионосферы с использованием немодулированных радиоволн, излучаемых космическим аппаратом. Будем различать три ситуации: когда передатчик расположен на ракете, осуществляющей вертикальный подъем, когда он установлен на геостационарном спутнике и когда спутник перемещается относительно приемного пункта. Будем предполагать, что прием сигналов осуществляется на наземном пункте. Обратим внимание, что, согласно (3.3.1), полное изменение частоты Δf_s состоит из большого доплеровского изменения Δf_0 и малой ионосферной составляющей Δf_i. Для исключения Δf_0 и измерения ионосферного влияния на частоту используют двухчастотный метод, который состоит в следующем. Если космический аппарат излучает когерентные радиоволны двух частот f_1 и $f_2 = mf_1$, то на наземном приемном пункте можно сформировать и измерить приведенную частоту

$$\Delta f_p = m\Delta f_{s1} - \Delta f_{s2}, \tag{3.4.1}$$

здесь Δf_{s1} и Δf_{s2} — полное изменения частот f_1 и f_2. Покажем, что приведенная частота Δf_p не зависит от Δf_0 и определяется только влиянием ионосферы. Доплеровское изменение частоты при отсутствии среды Δf_0 пропорционально частоте

$$\Delta f_{01} = f_1 v_2 c_0^{-1}, \qquad \Delta f_{02} = f_2 v_2 c_0^{-1}, \tag{3.4.2}$$

где v_2 — проекция скорости космического аппарата на прямую линию, соединяющую передающий и приемные пункты, c_0 — скорость радиоволны в вакууме. Из (3.4.1) и (3.4.2) следует

$$\Delta f_p = m\Delta f_1 - \Delta f_2, \tag{3.4.3}$$

здесь Δf_1 и Δf_2 — изменения частот f_1 и f_2, обусловленные влиянием ионосферы. Обратимся далее к формуле (3.3.15) и выразим, согласно (3.1.6), приведенный коэффициент преломления N через электронную концентрацию N_c, в итоге получим выражение для ионосферных составляющих изменений частоты f_1 и f_2

$$\Delta f_{1,2} = \frac{\chi}{c_0 f_{1,2}}\left[N_c(H)\frac{dH}{dt} + \int_0^H \frac{dN_c(h,t)}{dt}dl + \int_0^H N_c(h,t)\frac{dl}{dt}\right]. \tag{3.4.4}$$

Учитывая далее (3.4.3) и (3.4.4), найдем приведенную частоту

$$\Delta f_p = g_1 \left[N_c(H)\frac{dH}{dt} + \frac{d}{dt}\int\limits_0^H N_c(h,t)\,dl \right], \tag{3.4.5}$$

где обозначено

$$g_1 = \chi\left(m^2 - 1\right)c_0^{-1}f_2^{-1}.$$

Из (3.4.5) следует, что приведенная частота Δf_p не зависит от Δf_0 и определяется электронной концентрацией и особенностями движения источника радиоволн.

Пусть передатчик расположен на ракете, осуществляющей вертикальный подъем $dH/dt = v_2$, а приемный пункт установлен в непосредственной близости от места старта. В этом случае за короткое время измерений можно не учитывать временную изменчивость ионосферы, поэтому из (3.4.5) имеем

$$N_c(H) = \Delta f_p g_1^{-1} v_2^{-1}. \tag{3.4.6}$$

Из этого соотношения следует, что приведенная частота Δf_p пропорциональна электронной концентрации в месте нахождения ракеты $N_c(H)$, поэтому этот метод может эффективно использоваться для определения зависимости электронной концентрации от высоты. На разных высотах в ионосфере электронная концентрация имеет сильно отличающиеся значения: N_c изменяется в пределах от 10^2 до 10^6 см$^{-3}$ при изменении высоты от 50 до 400 км. В связи с этим, при практической реализации этого метода желательно использовать не две, а три–четыре когерентные частоты. Самая высокая частота, на которой влиянием ионосферы можно пренебречь, используется для определения скорости и высоты ракеты, а самая низкая частота позволяет определять N_c в нижней части ионосферы, где электронная концентрация мала. Применение нескольких частот позволяет получать детальный профиль $N_c(H)$ для всей толщи ионосферы. Недостаток этого метода состоит в том, что при одном пуске геофизической ракеты удается получить только две экспериментальные зависимости $N_c(H)$: при подъеме ракеты и при ее спуске.

Проанализируем далее ситуацию, когда излучение радиоволн осуществляется с геостационарного спутника. В этом случае влиянием малых перемещений спутника можно пренебречь и $N_c(H)$ также мало, поэтому можно считать, что

$$N_c(H)\frac{dH}{dt} = 0,$$

и из (3.4.5) получим

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{d}{dt}\int_0^H N_c(h,t)\,dl = \Delta f_p g_l^{-1}. \qquad (3.4.7)$$

Здесь I_l — интегральная электронная концентрация на наклонной трассе геостационарный спутник — наземный приемный пункт, она связана с интегральной электронной концентрацией для вертикального направления I_c приближенным соотношением $I_c = I_l\cos\theta_m$ или, с учетом (3.2.9), может быть выражена через угол θ_0 (см. рис. 3.6). Из (3.4.7) следует, что регулярные измерения приведенной частоты позволяют получать сведения о временной изменчивости интегральной электронной концентрации. Интегрирование (3.4.7) по времени позволяет определять интегральную электронную концентрацию и ее изменения в течении суток или за больший интервал времени, если привлекать другие данные об I_c. Привлечение независимых данных об I_c необходимо для определения постоянной интегрирования. Из независимых данных нужно знать интегральную электронную концентрацию в определенное время, например в полдень, тогда по вариациям Δf_p можно найти изменения I_c в течение суток. Прием сигналов геостационарных спутников можно осуществлять одновременно в разных пунктах Земли и так реализовать мониторинг интегральной электронной концентрации и исследовать зависимости I_c от времени суток, сезона, координат наземного пункта и солнечной активности. Анализ изменчивости интегральной электронной концентрации представляет интерес также и потому, что вариации I_c пропорциональны изменениям фазы радиоволны, поэтому статистические данные об изменчивости I_c для разных районов, в разное время и при разной солнечной активности дают сведения об ионосферных вариациях фазы на космических трассах.

Рассмотрим случай, когда из-за движения спутника происходит быстрое изменение угла θ_0. Пусть спутник расположен на большой высоте и движется по круговой орбите, в этом случае слагаемым $N_c(H)\dfrac{dH}{dt}$ можно пренебречь и из (3.4.5) получить

$$\Delta f_p = g_l\left[\int_0^H \frac{1}{\cos\theta}\frac{dN_c(h,t)}{dt}dh + \int_0^H N_c(h,t)\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)dh\right], \qquad (3.4.8)$$

здесь учтено, что $dh = \cos\theta\, dl$, а N_c и θ зависят от времени. Если наземный пункт расположен в средних широтах или в приэкваториальном районе, а регистрация приведенной частоты осуществляется в полдень, то можно пренебречь нестационарностью электронной концентрации и в (3.4.8) положить $dN_c/dt = 0$ и тогда

$$\Delta f_p = g_1 \int_0^H N_c(h) \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\cos\theta}\right) dh. \tag{3.4.9}$$

Из геометрии задачи следует, что угол θ на разной высоте h имеет различное значение и из-за движения спутника зависит от времени. Подробный анализ интеграла (3.4.9) для различных модельных профилей электронной концентрации показал, что можно использовать следующее приближение:

$$\Delta f_p = g_1 \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\cos\theta_m}\right) \int_0^H N_c(h)\, dh = g_1 I_c \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\cos\theta_m}\right), \tag{3.4.10}$$

где I_c — интегральная электронная концентрация для направления по вертикали, θ_m — зенитный угол линии AB на высоте главного ионосферного максимума h_m. Зависимости $\theta_m(t)$ или $\theta_0(t)$ считаются известными из траекторных данных спутника. Выражение (3.2.9) дает связь угла θ_m с зенитным углом θ_0 в месте расположения приемного пункта. Из (3.4.10) для рассмотренной упрощенной ситуации имеем

$$I_c = \frac{\Delta f_p}{g_1 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{\cos\theta_m}\right)}, \tag{3.4.11}$$

следовательно, измерение приведенной частоты Δf_p с привлечением траекторных данных спутника позволяет определять интегральную электронную концентрацию I_c. Применение этой методики для определения I_c, когда присутствуют значительные горизонтальные градиенты электронной концентрации и нельзя пренебречь нестационарностью ионосферы затруднительно. В этом случае из (3.4.5) следует

$$\Delta f_p = g_1 \frac{d}{dt}\left[\int_0^H N_c(h,t) \frac{dt}{\cos\theta(t)}\right], \tag{3.4.12}$$

в (3.4.12) электронная концентрация зависит от времени как из-за нестационарности ионосферы, так и из-за влияния горизонтальных градиентов. В этом случае удобнее использовать измерения приведенной разности фаз двух когерентных сигналов φ_p. Приведенная фаза φ_p и частота Δf_p связаны соотношением

$$\varphi_p(t) = 2\pi \int_{t_0}^{t} \Delta f_p(t)\,dt, \qquad (3.4.13)$$

поэтому из (3.4.12) и (3.4.13) следует

$$\varphi_p = 2\pi g_1 \int_0^H N_c(h,t) \frac{dh}{\cos\theta(t)} + \varphi_0 \approx 2\pi g_1 \frac{1}{\cos\theta_m(t)} \int_0^H N_c(h,t)\,dh + \varphi_0. \qquad (3.4.14)$$

В последнем выражении сделано приближение $\theta \approx \theta_m$ и множитель $\cos^{-1}\theta_m$ вынесен из-под знака интеграла, кроме того появилась постоянная интегрирования — неизвестная начальная приведенная фаза φ_0. Введем обозначение $2\pi g_1 \cos^{-1}\theta_m = \Gamma$ и представим (3.4.14) следующим образом:

$$\varphi_p = \Gamma I_c + \varphi_0, \qquad (3.4.15)$$

где $\varphi_p(t)$ — экспериментальная зависимость приведенной фазы от времени, $\Gamma(t)$ — известная величина, φ_0 — неизвестная постоянная начальная фаза. Для определения φ_0 используется следующая методика. Продифференцируем (3.4.15) по времени

$$\frac{d\varphi_p}{dt} = I_c \frac{d\Gamma}{dt} + \Gamma \frac{dI_c}{dt} \qquad (3.4.16)$$

и учтем, что в момент времени t_m, когда из-за движения спутника угол θ_m принимает минимальное значение, $d\Gamma/dt = 0$, поэтому для t_m имеем

$$\left(\frac{d\varphi_p}{dt}\right)_{t_m} = \left(\Gamma \frac{dI_c}{dt}\right)_{t_m}. \qquad (3.4.17)$$

Из (3.4.17) следует, что для момента t_m измеренное значение $d\varphi_p/dt$ и известное из траекторных данных спутника значение Γ позволяют определить dI_c/dt. Далее делается допущение, что для любого времени t, не сильно отличающегося от t_m, производная

$$\frac{dI_c}{dt} \approx \left(\frac{dI_c}{dt}\right)_{t_m},$$

следовательно, согласно (3.4.17), для любого момента

$$\frac{dI_c}{dt} \approx \left(\Gamma^{-1} \frac{d\varphi_p}{dt} \right)_{t=t_m} . \tag{3.4.18}$$

Из (3.4.16) и (3.4.18) следует

$$\frac{d\varphi_p}{dt} = I_c \frac{d\Gamma}{dt} + \Gamma \left(\Gamma^{-1} \frac{d\varphi_p}{dt} \right)_{t=t_m} , \tag{3.4.19}$$

подставив в это выражение I_c из формулы (3.4.15), получим

$$\frac{d\varphi_p}{dt} = \Gamma^{-1} \left(\varphi_p - \varphi_0 \right) \frac{d\Gamma}{dt} + \Gamma \left(\Gamma^{-1} \frac{d\varphi_p}{dt} \right)_{t=t_m} . \tag{3.4.20}$$

В (3.4.20) из траекторных данных известны $\frac{d\Gamma}{dt}$, Γ и $\Gamma(t_m)$, а из измерений получают значения $\frac{d\varphi_p}{dt}$, $\left(\frac{d\varphi_p}{dt} \right)_{t_m}$ и φ_p, поэтому соотношение (3.4.20) позволяет найти неизвестную начальную фазу φ_0. Далее по (3.4.15) определяют интегральную электронную концентрацию для вертикального направления I_c. Такая методика позволяет находить I_c при не сильно выраженной нестационарности ионосферы и даже при наличии заметного горизонтального градиента электронной концентрации, например в утреннее или вечернее время в средних широтах.

Большие возможности мониторинга ионосферы дает применение моделированных сигналов, когда можно измерить запаздывание радиоволн, обусловленное плазмой. Такие возможности появились после создания глобальных навигационных систем ГЛОНАСС и GPS. Каждая система включает около двадцати спутников, движущихся в трех плоскостях на высоте $H \approx 20\,000$ км. Такая система позволяет осуществлять одновременный прием сигналов четырех спутников в любом наземном пункте. Спутники излучают радиоволны двух когерентных частот $f_2 = 1575$ МГц и $f_1 = 1227$ МГц с фазовой модуляцией псевдослучайной последовательностью; существенно, что высокая стабильность частот обеспечивается бортовыми рубидиевыми стандартами частоты. На приемном пункте можно реализовать свертку модулированного сигнала и восстановить монохроматический сигнал с высокой стабильностью частоты. Принятый вид модуляции и возможность восстановления монохроматического сигнала позволяют измерять не только ионосферное запаздывание радиоволн, но и приведенную фазу или частоту.

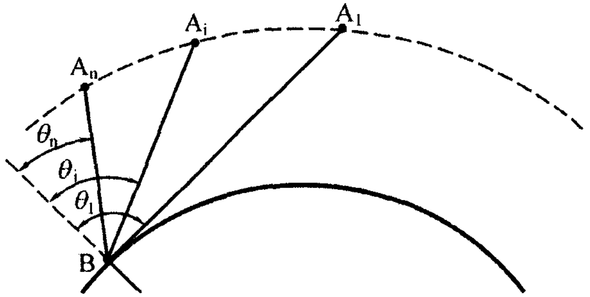


Рис. 3.6. К определению высотного профиля электронной концентрации ионосферы по сигналам навигационных спутников

Рассмотрим, следуя [73, 74], возможности мониторинга ионосферы методом измерения кажущегося увеличения расстояния ΔL (см. § 3.2). Из (3.2.5) и (3.1.6) следует, что кажущееся увеличение расстояния, обусловленное влиянием ионосферы, определяется соотношением

$$\Delta L_{1,2} = \chi f_{1,2}^{-2} \int_0^H N_c \, dl = \chi f_{1,2}^{-2} I_1 . \tag{3.4.21}$$

Разность расстояний, измеренных на частотах f_1 и f_2, будет равна

$$\Delta L = \Delta L_1 - \Delta L_2 = \chi \left(m^2 - 1 \right) I_1 f_2^{-2} , \tag{3.4.22}$$

где f_2 — бóльшая частота. Так как частоты $f_{1,2}$ велики, то мы вправе пренебречь рефракционным искривлением лучевых линий и принять, что I_1 есть интегральная электронная концентрация вдоль прямой AB (рис. 3.6). Из (3.4.22) следует, что изменение ΔL при приеме сигналов спутников дает сведения об интегральной электронной концентрации в направлениях спутники — наземные пункты. Следовательно, возможна томография ионосферы, т. е. восстановление высотного профиля $N_c(h)$ путем сечений ионосферы по разным направлениям радиотрасс. Определение подынтегральной функции $N_c(h)$ по экспериментальным значениям линейных интегралов, т. е. по значениям I_1, есть классическая задача томографии, подробно развитая в рентгеновской и акустической томографии. На рис. 3.6 показана схема определения $N_c(h)$. Навигационный спутник в разные моменты времени занимает положения $A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_n$, а в точке B расположен приемный пункт, где осуществляется регистрация дискретных значений интегральной электронной концентрации $I_1, \ldots, I_i, \ldots, I_n$, соответствующих прямым линиям $BA_1, \ldots, BA_i, \ldots, BA_n$. Будем считать, что за время движения спутника по дуге A_1A_n ионосфера стационарна и обладает сферической симметрией, т. е. электронная концентрация N_c в исследуемой области зависит только от высоты h. В результате регистрации сигналов получают дискретные значения интегральной электронной концентрации для разных углов θ_i:

$$I_1 = \int_0^H \cos^{-1}\theta_1 \, N_c(h)\, dh,$$

$$I_i = \int_0^H \cos^{-1}\theta_i \, N_c(h)\, dh, \qquad (3.4.23)$$

$$I_n = \int_0^H \cos^{-1}\theta_n \, N_c(h)\, dh.$$

Решение системы уравнений (3.4.23) невозможно, если мы ничего не знаем о виде искомой функции $N_c(h)$. Имеются детально разработанные модели ионосферы, позволяющие задать вероятную зависимость электронной концентрации от высоты — $N_m(h)$ для конкретных условий измерений (координаты пункта, время года и суток). Эта зависимость $N_m(h)$ принимается за первое приближение искомой функции $N_c(h)$ и вычисляются значения I_{im} для модельной зависимости $N_m(h)$ и конкретных углов θ_i и времени измерений. Далее формируется система из квадратов разностей измеренных I_i и модельных значений I_{im}:

$$\delta I_1^2 = (I_1 - I_{1m})^2,$$

$$\delta I_i^2 = (I_i - I_{im})^2, \qquad (3.4.24)$$

$$\delta I_n^2 = (I_n - I_{nm})^2,$$

здесь δI_i^2 — известные положительные числа, характеризующие отклонение модельной зависимости $N_m(h)$ от искомого истинного высотного профиля электронной концентрации. Математическая задача томографии ионосферы сводится к такому варьированию модельной функции $N_m(h)$, которое обеспечивает минимальные значения всей совокупности чисел δI_i^2. Найденная по такому критерию зависимость $N_m(h)$ и является искомым реальным профилем $N_c(h)$. Решение такой математической задачи достигается применением хорошо разработанного метода сопряженных градиентов.

При практическом использовании этого принципа томографии регистрация I_l при восходе спутника начинается, когда зенитный угол $\theta_l \approx 75^\circ$, и заканчивается при $\theta_n \approx 15^\circ$, а при заходе спутника регистрируют I_i при увеличении θ от 15 до 75°. Эти секторы углов навигационные спутники проходят за несколько часов. Для определения одной зависимости $N_c(h)$ используют результаты измерений за время $\Delta T = 20–30$ мин, за которое угол θ изменяется на $7–10^\circ$. На каждом интервале ΔT получают около 40 экспериментальных значений I_i и по ним определяют зависимость $N_c(h)$. Найденную таким образом зависимость электронной концентрации от высоты относят к области, соответствующей пересечению «центрального» луча BA_i с областью главного ионосферного максимума. На следующем интервале времени ΔT определяют зависимость $N_c(h)$ для района с другими координатами точки C_i. Так можно осуществлять мониторинг состояния ионосферы в районе радиусом около 900 км вокруг пункта измерений. За одни сутки этим методом можно получить несколько тысяч зависимостей $N_c(h)$ для высот $h = 130–1000$ км. Ошибки определения N_c на высоте главного ионосферного максимума составляют 5–7 %; электронная концентрация в нижней части ионосферы на высотах $h = 100–130$ км, где присутствуют тонкие слоистые структуры, этим методом определяются с недостаточной точностью.

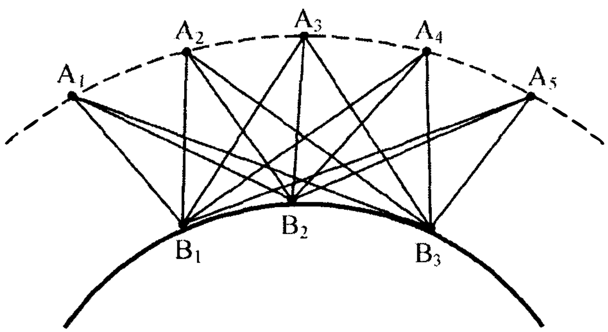


Рис. 3.7. Лучевые линии при томографии ионосферы

Более детальные сведения об ионосфере можно получать, если использовать методы томографии при приеме сигналов спутников в нескольких наземных пунктах. На рис. 3.7 показаны три наземных пункта приема сигналов B_1, B_2, B_3 и система лучевых линий AB, соответствующих положению спутника A в разное время. Синхронные измерения интегральной электронной концентрации I позволяют получать данные для трех систем уравнений, подобных (3.4.23), и решать задачу восстановления двумерной зависимости электронной концентрации от координат и высоты. Если пункты B_1, B_2, и B_3 расположены в широтном направлении, то возможно определить зависимость электронной концентрации от широты и высоты. Практическое восстановление двумерной зависимости N_e является весьма сложной технической и математической задачей. Экспериментальная отработка метода двумерной томографии ионосферы показала, что этим методом удается изучать крупные неоднородные структуры ионосферы и осуществлять контроль состояния ионосферы для обширных районов Земли [11].

В этом разделе было показано, что сигналы спутников, принимаемые на поверхности Земли, позволяют эффективно контролировать состояние ионосферы; в книгах [11, 12, 77] более подробно описаны методы такого мониторинга ионосферы и приведена обширная библиография журнальных статей, посвященных этому вопросу.

3.5. Радиозатменный метод исследований атмосферы

В связи с запусками космических аппаратов к планетам появилась возможность систематического изучения их атмосфер и ионосфер радиозатменным методом. Этот метод основан на следующих эффектах: если космический аппарат заходит за планету и затем выходит из-за нее, то лучевая линия осуществляет «разрезы» атмосферы и ионосферы; под влиянием этих сред происходят изменения напряженности поля, фазы и частоты радиоволн, эти эффекты регистрируются и дают информацию об атмосфере и ионосфере. Этот метод сначала был применен для исследований атмосфер и ионосфер Марса и Венеры, а затем развит для целей мониторинга атмосферы и ионосферы Земли. Подход к использованию этого метода для исследования других планет и хорошо изученной атмосферы Земли различен. В первом случае оправдано получение любых дополнительных сведений о планете, а во втором — нужно обеспечить непрерывный мониторинг и дополнить традиционные способы сбора ионосферных и метеорологических данных. На рис. 3.8 показана схема затменного радиопросвечивания атмосферы Земли: в точке А расположен спутник, излучающий радиоволны, а в точке В находится спутник, принимающий радиосигналы, они расположены на расстояниях r_a и r_b от центра Земли, который отмечен точкой О. Кривая ADB показывает лучевую линию, точка D соответствует минимальной высоте луча над поверхностью Земли $h_d = r_d - a$. Касательные к лучевой линии в точках А и В пересекаются под углом ξ. Это угол рефракции, зависящий от коэффициента преломления $n(r)$ и прицельного расстояния лучевой линии $p = AA_1$.

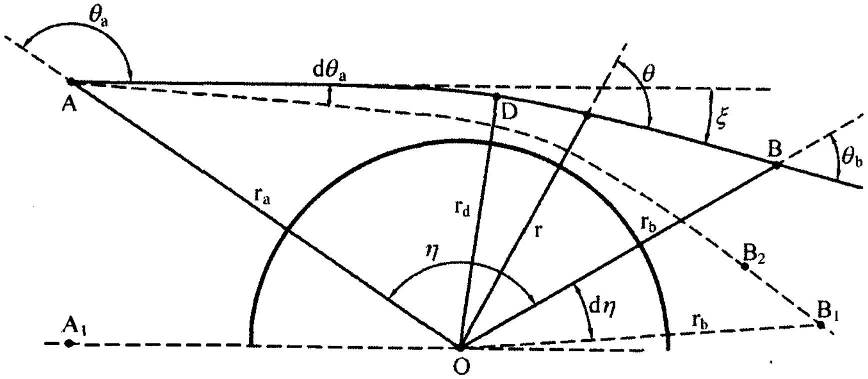


Рис. 3.8. Схема затменного радиопросвечивания атмосферы и ионосферы

В теории различают прямую и обратную задачи радиопросвечивания. Прямая задача предполагает, что известна модель атмосферы и нужно найти для данной траектории спутника изменение амплитуды, частоты или фазы радиоволны. Роль прямой задачи состоит в оценке величины эффектов и возможности исследования атмосферы и ионосферы. В обратной задаче изменения частоты, фазы и амплитуды считаются известными по экспериментальным данным, а найти нужно высотные профили атмосферных и ионосферных параметров.

Рассмотрим прямую задачу, для этого сначала выведем и проанализируем выражение для рефракционного ослабления радиоволн. Будем считать, что среда обладает сферической симметрией с коэффициентом преломления n(r); предполагается, что поглощением радиоволн можно пренебречь, а ослабление определяется рефракцией, т. е. деформацией лучевой трубки. Введем углы θ_a, θ_b, η и рассмотрим деформацию лучевой трубки, обусловленную рефракцией радиоволн. Пусть θ_a — угол между радиус-вектором $\mathbf{r}_a$ и лучевой линией ADB в точке A, θ_b — угол между радиус-вектором $\mathbf{r}_b$ и той же лучевой линии в точке B, а η — центральный угол между $\mathbf{r}_a$ и $\mathbf{r}_b$. Выделим лучевую трубку, имеющую в точке A в плоскости рис. 3.8 угловой размер $d\theta_a$, и найдем поперечный размер лучевой трубки BB_2 в точке B. Эта трубка в плоскости рисунка ограничена лучевыми линиями AB и AB_2 (пунктир). Проведем из точки O окружность радиуса r_b, которая пересечется с пунктирной лучевой линией в точке BB_1, так что $BB_1 = r_b d\eta$. Из геометрии рис. 3.8 следует $BB_2 = BB_1 \cos\theta_b = r_b \cos\theta_b d\eta$. Учтем, что мы рассматриваем сферически симметричную задачу, и введем плоскость, проходящую через точки A и O, которая отклонена от плоскости рисунка на малый двухгранный угол $d\chi$. Рассмотрим лучевую линию AC, которая находится в этой отклоненной плоскости.

Точка C расположена на расстоянии $OC = r_b$, так что BC есть линейный размер лучевой трубки в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, $BC = r_b \sin\eta\, d\chi$. Площадь поперечного сечения лучевой трубки S_1 в точке B будет равна

$$S_1 = BB_2 \cdot BC = r_b^2 \sin\eta \cos\theta_b \, d\eta \, d\chi \,. \tag{3.5.1}$$

Если бы рефракция отсутствовала, то лучевая трубка, заданная в точке A угловыми размерами $d\theta_a$ и $d\chi$, в районе точки B имела бы площадь поперечного сечения

$$S_0 = L^2 \sin\theta_a \, d\theta_a \, d\chi \,,$$

где $L^2 = r_a^2 + r_b^2 - 2 r_a r_b \cos\eta$ — расстояние между точками A и B. Рефракционное ослабление радиоволн по мощности X равно отношению площадей:

$$X = \frac{S_0}{S_1} = \frac{L^2 \sin\theta_a \, d\theta_a}{r_b^2 \sin\eta \cos\theta_b \, d\eta} . \tag{3.5.2}$$

Преобразуем (3.5.2), исключим углы θ_a и θ_b, введем прицельное расстояние p и значения коэффициента преломления n_a и n_b соответственно в точках A и B. Для этого используем закон преломления в форме (2.5.23):

$$p = n_a r_a \sin\theta_a = n_b r_b \sin\theta_b = n_d r_d = nr \sin\theta \,. \tag{3.5.3}$$

Здесь r_d — минимальное расстояние от лучевой линии до центра планеты. Из (3.5.3) следует

$$\begin{gathered} d\theta_a = \left(n_a^2 \, r_a^2 - p^2\right)^{-1/2} dp, \\ \sin\theta_a = \frac{p}{n_a r_a}, \\ \cos\theta_b = \left(1 - \frac{p}{n_b^2 r_b^2}\right)^{1/2} . \end{gathered} \tag{3.5.4}$$

Введем далее в выражение (3.5.2) вместо $d\eta/d\theta_a$ производную $d\eta/dp$, для этого рассмотрим четырехугольник AOBE. Напомним, что точка E на рис. 3.8 соответствует пересечению касательных к лучевой линии AD и BD. Из четырехугольника AOBE следует

$$\eta = \theta_a - \theta_b + \xi \,, \tag{3.5.5}$$

или с учетом (3.5.3) имеем

$$\eta = \arcsin\left(\frac{p}{n_a r_a}\right) - \arcsin\left(\frac{p}{n_b r_b}\right) + \xi . \tag{3.5.6}$$

Продифференцировав (3.5.6) по p, получим

$$\frac{d\eta}{dp} = \frac{d\xi}{dp} - \left(n_a^2 r_a^2 - p^2\right)^{-1/2} - \left(n_b^2 r_b^2 - p^2\right)^{-1/2} . \tag{3.5.7}$$

Подставив (3.5.4) и (3.5.7) в (3.5.2), найдем общее выражение для рефракционного ослабления радиоволн

$$X = \frac{n_b p\left(r_a^2 + r_b^2 - 2 r_a r_b \cos\eta\right)}{n_a r_b r_a \sin\eta \left[\left(n_a^2 r_a^2 - p^2\right)^{1/2} + \left(n_b^2 r_b^2 - p^2\right)^{1/2} - \frac{d\xi}{dp}\left(n_a^2 r_a^2 - p^2\right)^{1/2}\left(n_b^2 r_b^2 - p^2\right)^{1/2}\right]} . \tag{3.5.8}$$

Упростим (3.5.8), учтя, что при радиопросвечивании атмосферы всегда $n_a = n_b = 1$, а при радиозондировании ионосферы такое приближение справедливо для достаточно высоких частот; поэтому имеем:

$$X = \frac{p\left(r_a^2 + r_b^2 - 2\, r_a r_b \cos\eta\right)}{r_a r_b \sin\eta \left[\left(r_a^2 - p^2\right)^{1/2} + \left(r_b^2 - p^2\right)^{1/2} - \frac{d\xi}{dp}\left(r_a^2 - p^2\right)^{1/2}\left(r_b^2 - p^2\right)^{1/2}\right]} . \tag{3.5.9}$$

Итоговое выражение (3.5.9) позволяет проанализировать рефракционное ослабление радиоволн при произвольной зависимости коэффициента преломления от высоты. Если угол рефракции мал, что имеет место в верхней части атмосферы и на высоких частотах при просвечивании ионосферы, то формула (3.5.9) может быть еще упрощена, так как при этом имеем приближенные соотношения

$$\begin{gathered} r_a^2 + r_b^2 - 2\, r_a r_b \cos\eta = \left(L_1 + L_2\right)^2, \\ r_a^2 - p^2 = L_1^2, \\ r_b^2 - p^2 = L_2^2, \end{gathered} \tag{3.5.10}$$

где $L_1 \approx AD$, $L_2 \approx BD$, а расстояние между спутниками $AB \approx L_1 + L_2$. Из (3.5.9), с учетом (3.5.10), получим

$$X = \frac{p\left(L_1 + L_2\right)^2}{r_a r_b \sin\eta \left(L_1 + L_2 - L_1 L_2 \dfrac{d\xi}{dp}\right)}. \tag{3.5.11}$$

Выражение (3.5.11) соответствует рефракционному ослаблению радиоволн на трассе спутник—спутник, когда осуществляется затменное просвечивание атмосферы или ионосферы Земли. При затменном просвечивании атмосфер и ионосфер других планет радиоволны излучаются со спутника планеты, а принимаются на Земле. В этом случае $L_1 \approx r_a$, $L_1 >> L_2$, а L_1 и r_a много больше радиуса планеты а, поэтому из (3.5.11) имеем

$$X = \frac{p}{r_b \sin\eta \left(1 - L_2 \dfrac{d\xi}{dp}\right)}, \tag{3.5.12}$$

а если учесть, что угол рефракции ξ мал, то $p \approx r_b \sin\eta$ и из (3.5.12) получим простое приближенное выражение

$$X = \left(1 - L_2 \frac{d\xi}{dp}\right)^{-1}. \tag{3.5.13}$$

Из (3.5.11) или (3.5.13) следует, что рефракционное ослабление определяется расстояниями L_1, L_2 и производной $d\xi/dp$.

Найдем далее изменения частоты, обусловленные влиянием атмосферы или ионосферы, для этого обратимся к геометрии задачи, представлен-

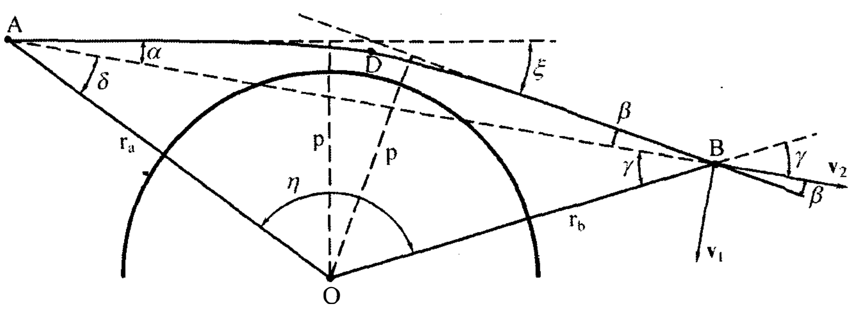


Рис. 3.9. К определению связи атмосферного изменения частоты с углом рефракции

ной на рис. 3.9. Систему координат выберем так, что спутник в точке А неподвижен, а точка В движется. Пусть v_1 — проекция вектора скорости спутника В в плоскости рисунка на перпендикуляр к пунктирной прямой линии АВ, а v_2 — проекция скорости на прямую АВ, и введем углы α и β между касательными к лучевым линиям и прямой АВ. Доплеровское изменение частоты при наличии атмосферы или ионосферы Δf_s определяется проекциями v_1 и v_2 на лучевую линию в точке В:

$$\Delta f_s = \lambda^{-1}\left(v_2 \cos\beta + v_1 \sin\beta\right). \qquad (3.5.14)$$

Если бы атмосфера отсутствовала, то изменение частоты, обусловленное движением спутника, было бы равно

$$\Delta f_0 = \lambda^{-1} v_2 . \qquad (3.5.15)$$

Изменение частоты, обусловленное только влиянием атмосферы или ионосферы Δf, определится разностью:

$$\Delta f = \Delta f_s - \Delta f_0 = \lambda^{-1}\left[v_2\left(\cos\beta - 1\right) + v_1 \sin\beta\right]. \qquad (3.5.16)$$

Следовательно, атмосферное или ионосферное изменение частоты определяется углом β и компонентами скорости спутника v_1, v_2. Из (3.5.16) имеем

$$\beta = \arcsin\left[\frac{v_1\left(\lambda\Delta f + v_2\right) - v_2\left(v_1^2 - \lambda^2\Delta f^2 - 2\lambda v_2 \Delta f\right)}{v_1^2 + v_2^2}\right]^{1/2}. \qquad (3.5.17)$$

Покажем, что β определяется углом рефракции ξ. Из геометрии рис. 3.9 следует

$$\begin{aligned}
L^2 &= r_a^2 + r_b^2 - 2\, r_a r_b \cos\eta,\\
\gamma &= \arcsin\left(r_a L^{-1} \sin\eta\right),\\
\delta &= \arcsin\left(r_b L^{-1} \sin\eta\right),\\
p &= r_b \sin\left(\beta + \gamma\right),\\
\alpha &= \arcsin\left(p r_a^{-1}\right) - \delta,\\
\xi &= \alpha + \beta.
\end{aligned} \qquad (3.5.18)$$

Последовательность формул (3.5.18) указывает путь определения ξ по траекторным данным спутников и углу β или атмосферному изменению частоты. Формулы (3.5.16) или (3.5.17) и соотношения (3.5.18) дают связь изменений частоты Δf и угла рефракции ξ для общего случая, когда r_a и r_b соизмеримы. Этот общий случай соответствует затменному радиопросвечиванию атмосферы и ионосферы Земли на трассах спутник—спутник. Если спутники имеют одинаковые высоты и $r_a = r_b$, то $\xi = 2\beta$. При радиопросвечивании атмосфер других планет, когда $r_a \gg r_b$ угол $\xi = \beta$; если учесть, что угол ξ мал, то из (3.5.16) для случая $r_a \gg r_b$ получим следующую простую связь Δf и ξ:

$$\Delta f = \lambda^{-1}\left[v_1 \sin\xi + v_2\left(1-\cos\xi\right)\right] \approx \lambda^{-1} v_1 \xi\,. \qquad (3.5.19)$$

Мы показали, что рефракционное ослабление X и атмосферно-ионосферное изменение частоты Δf определяются углом рефракции ξ. Эта связь особенно наглядна в случае радиопросвечивания других планет, когда справедливы простые формулы (3.5.13) и (3.5.19).

Обратимся далее к связи угла рефракции ξ с коэффициентом преломления $n(r)$, определяемым формулой (3.1.18). В случае затменного радиопросвечивания атмосферы или ионосферы это соотношение имеет вид

$$\xi(p) = -2p\int\limits_p^\infty \frac{1}{n}\frac{dn}{dr}\left(r^2 n^2 - p^2\right)^{-1/2} dr\,. \qquad (3.5.20)$$

Здесь мы учли, что согласно (3.5.13), $nr\sin\theta = p = n(r_d)\cdot r_d$ и есть два участка лучевой линии AD и DB. Численный анализ интеграла рефракции (3.5.20) для атмосферы Земли показал следующее. Для высоты $h_d = 22$ км угол $\xi = 273''$, при уменьшении h_d угол ξ возрастает примерно по экспоненте и для $h_2 = 2$ км он достигает $3390''$.

Если принять, что в атмосфере высотный профиль приведенного коэффициента преломления $N(h)$ зависит от высоты по экспоненциальному закону (3.1.3), то можно найти аналитическую зависимость угла рефракции от p или h_d. Введя переменную $x = b_1 h$, при условии b_1 a $N_0 \ll 1$, из (3.5.20) и (3.1.3) получим

$$\xi = 2b_1 N_0 \left(a + h_d\right) \int\limits_{b_1 h_d}^{\infty} \frac{e^{-x}\, dx}{\left[x(x + 2b_1(a + h_d))\right]^{1/2}}\,, \qquad (3.5.21)$$

поэтому

$$\xi = 2b_1 N_0 \left(a + h_d\right) e^{-b_1 a} J_0\left(b_1\left(a + h_d\right)\right), \qquad (3.5.22)$$

где J_0 — функция Бесселя от мнимого аргумента. Учтем, что $b_1(a + h_d) >> 1$, и воспользуемся асимптотическим выражением J_0. Тогда из (3.5.22) получим

$$\xi = N_0\left[2\pi\, b_1\left(a+h_d\right)\right]^{1/2} e^{-b_1 h_d}, \tag{3.5.23}$$

а если учтем, что $a >> h_d$, то будем иметь простое соотношение

$$\xi = N_0\left(2\pi b_1 a\right)^{1/2} e^{-b_1 h_d}. \tag{3.5.24}$$

Формулы (3.5.11), (3.5.16) и (3.5.24) дают приближенное решение прямой задачи затменного радиопросвечивания атмосферы, они позволяют найти рефракционное ослабление X и атмосферное изменение частоты Δf. В случае зондирования верхней части ионосферы нужно, согласно (3.1.6) и (3.1.7), в формуле (3.5.24) заменить b_1 на b_2, N_0 на N_m и учесть, что $N = -\chi N_e f^{-2}$. Оценку ожидаемых изменений рефракционного ослабления X и частоты Δf можно сделать по приближенным формулам (3.5.13), (3.5.19) и (3.5.24).

Численный анализ задачи затменного радиопросвечивания атмосферы Земли, когда один спутник движется на высоте 350 км, а другой на высотах 20 000–25 000 км, показал, что влияние атмосферы на ослабление X должно начинать проявляться при $h_d \approx 30$ км, при уменьшении высоты h_d до 20 км рефракционное ослабление увеличивается незначительно, так что для $h_d = 20$ км $X = -2$ дБ. Для меньших высот h_d можно дать лишь грубую оценку X, так как ослабление сильно зависит от особенностей функции N(h), при h_d, равном 8 и 2 км, X ориентировочно равно –5,5 дБ и –8 дБ. Рефракционное ослабление в атмосфере не зависит от частоты, а в ионосфере возрастает с уменьшением частоты по закону $X \sim f^{-2}$. На рис. 3.10 показана экспериментальная зависимость ослабления напряженности поля $E \sim X^{1/2}$ на трассе аппарат МИР — геостационарный спутник от высоты h_d.

Экспериментальная зависимость $E(h_d)$ в среднем хорошо соответствует теории, но для $\lambda = 2$ см наблюдаются интенсивные флуктуации δE, обусловленные слоистыми и случайными вариациями коэффициента преломления. Приближенная формула (3.5.19) позволяет оценить факторы, влияющие на изменение частоты Δf. Так как $\Delta f \sim f$, то атмосферное изменение частоты пропорционально f, а ионосферная составляющая обратно пропорциональна частоте f. При радиопросвечивании верхней части атмосферы или ионосферы Δf будет изменяться по экспоненциальному закону, а при прохождении лучевой линии через тропосферу или нижнюю часть ионосферы частота Δf будет варьироваться сложным образом в соответствии с особенностями зависимостей N(h) и $N_e(h)$.

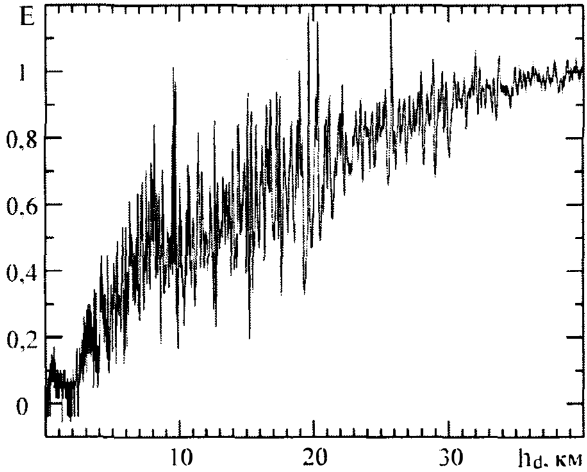


Рис. 3.10. Пример экспериментальной зависимости рефракционного ослабления напряженности поля E от высоты h_d

Для затменного мониторинга атмосферы и ионосферы важен анализ обратной задачи, когда по экспериментальным зависимостям $\Delta f(t)$ и $X(t)$ нужно найти высотные профили $N(h)$ и $N_c(h)$. В этой задаче координаты спутников и их скорости будем считать известными функциями времени. Из (3.5.11) и (3.5.12) следует, что X определяется производной $d\xi/dp$, а частота Δf, согласно (3.5.16) и (3.5.17), зависит от ξ. Часто можно принять, что $r_a >> r_b$, в этом случае из указанных соотношений следует

$$\frac{d\xi}{dp} = \left(r_b^2 - p^2\right)^{-1/2}\left(1 - pX^{-1}r_b^{-1}\sin^{-1}\eta\right), \qquad (3.5.25)$$

$$\xi = 2\mathrm{arctg}\left[\frac{\Delta f\lambda v_1^{-1}}{1+\left(1-2\Delta f v_2 v_1^{-2}\lambda - \Delta f^2\lambda^2 v_1^{-2}\right)^{1/2}}\right]. \qquad (3.5.26)$$

Существенно, что $d\xi/dp$ определяется по амплитудным, а ξ — по независимым частотным экспериментальным данным. При решении обратной задачи нужно по зависимостям $d\xi/dp$ и ξ от времени найти высотный профиль $N(h)$. Для этого обратимся к выражению угла рефракции в сферически симметричной среде (3.5.20). Введем новые переменные

$$y = r^2n^2 - R^2\,, \qquad z = p^2 - R^2, \qquad (3.5.27)$$

где R — радиус, соответствующий условной верхней границе атмосферы или ионосферы, и из (3.5.20) и (3.5.27) получим:

$$\xi = -2p\int_z^0 (y-z)^{-1/2} \frac{d[\ln n(r)]}{dy} dy. \tag{3.5.28}$$

К выражению (3.5.28) применимы инверсионные преобразования Абеля

$$F_1(z) = -A\int_0^z (y-z)^{-1/2} \frac{dF_2(y)}{dy} dy,$$

$$F_2(y) = \frac{1}{A\pi}\int_0^y (z-y)^{-1/2} F_1(z)\, dz. \tag{3.5.29}$$

Здесь $F_{1,2}$ — произвольные функции. Из (3.5.28), с учетом (3.5.29), следует

$$\ln[n(r)] = \frac{1}{\pi}\int_{rn}^{\infty} \xi(p)\left(p^2 - r^2n^2\right)^{-1/2} dp. \tag{3.5.30}$$

Выражение (3.5.30) дает обратное преобразование угла рефракции ξ в высотный профиль коэффициента преломления радиоволн n(r). Формула (3.5.30) допускает упрощение с учетом следующего приближения $\ln[n(r)] \approx N(r)$, $rn \approx r$, поэтому из (3.5.30), с учетом этого приближения, получим

$$N(r) = \frac{1}{\pi}\int_r^{\infty} \xi(p)\left(p^2 - r^2\right)^{-1/2}. \tag{3.5.31}$$

Это выражение позволяет найти высотный профиль приведенного коэффициента преломления N(h), если угол рефракции ξ определен по изменениям частоты Δf.

Рассмотрим далее обратную задачу радиопросвечивания для рефракционного ослабления радиоволн. Для этого путем интегрирования (3.5.31) по частям выделим множитель $d\xi/dp$

$$N(r) = -\frac{1}{\pi}\int_r^{\infty} \frac{d\xi}{dp} \operatorname{arcch}\left(pr^{-1}\right) dp. \tag{3.5.32}$$

Эта формула позволяет по амплитудным данным, т. е. по значениям $d\xi/dp$, найти приведенный коэффициент преломления.

В результате решения обратной задачи затменного радиопросвечивания по вариациям частоты или амплитуды находят зависимость приведенного коэффициента преломления от высоты. Далее находят по формуле (3.1.6) высотный профиль электронной концентрации ионосферы $N_e(h)$ и определяют профиль температуры атмосферы $T_a(h)$. Покажем, как определяется T_a. Для этого запишем уравнение идеального газа

$$P_a = K_b n_a T_a, \tag{3.5.33}$$

уравнение гидростатического равновесия

$$dP_a = -m_a g n_a \, dh \tag{3.5.34}$$

и зависимость приведенного коэффициента преломления от температуры, давления или плотности газа

$$N = \mu_1 P_a T_a^{-1} = \mu_1 K_b n_a. \tag{3.5.35}$$

Здесь K_b — постоянная Больцмана, n_a — плотность газа, g — ускорение силы тяжести, m_a — масса молекулы. Множитель μ_1 зависит от состава газа; для сухого воздуха, когда влиянием влажности можно пренебречь, согласно (3.1.2) $\mu_1 = 77{,}6$. Используя систему уравнений (3.5.33), (3.5.34) и (3.5.35), получим

$$T_a(h) = \frac{T_1 N_1}{N(h)} - \frac{m_a}{K_b N(h)} \int_{h_1}^{h} g(h) N(h) \, dh. \tag{3.5.36}$$

Здесь T_1 и N_1 — температура и приведенный коэффициент преломления на высоте h_1; T_1 и N_1 нужно задать для верхней части атмосферы, тогда неточность этих величин практически не влияет на найденный профиль температуры для $h < h_1$.

При практическом решении обратной задачи используется многоступенчатый алгоритм обработки экспериментальных данных. На рис. 3.11 показана схема обработки данных при исследованиях атмосферы и ионосферы радиозатменным методом.

Блок 1 включает первичные экспериментальные данные об изменениях амплитуды, фазы или частоты радиоволн. Использование баллистических данных (блок 2) и соотношения (3.5.3) позволяет найти зависимость прицельного расстояния от времени — $p(t)$. Далее, в соответствии с выражениями (3.5.26) и (3.5.25), находятся зависимости ξ или $d\xi/dp$ от прицельного

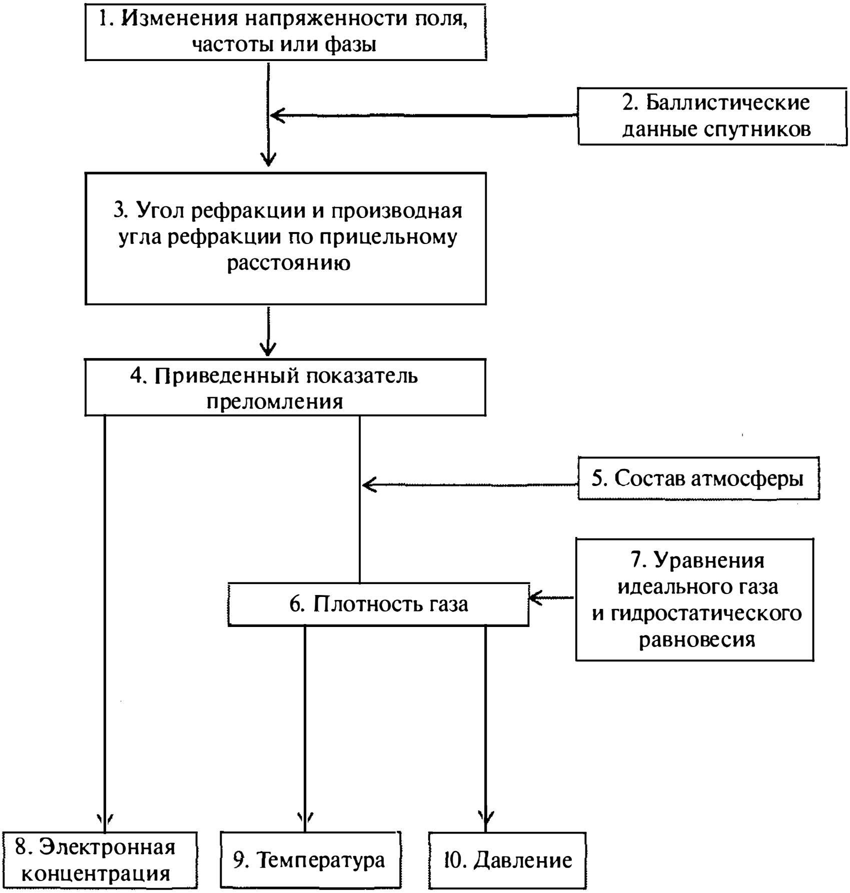


Рис. 3.11. Схема определения параметров атмосферы и ионосферы затменным методом

расстояния (блок 3). Блок 4 соответствует преобразованиям Абеля в форме (3.5.31) или (3.5.32), которые по двум независимым данным позволяют найти коэффициент преломления в зависимости от высоты над поверхностью планеты. Согласно (3.1.6) из данных блока 4 находится электронная концентрация ионосферы (блок 8) и, с учетом состава атмосферы, определяется плотность газа (блок 6). Далее по выражениям (3.5.36) находятся зависимости температуры от высоты (блок 9), а по формуле (3.5.33) давление (блок 10). Из этой таблицы следует, что практическое решение обратной задачи затменного радиопросвечивания является весьма сложным.

Особенно трудным является первый этап, включающий точную регистрацию изменений напряженности поля, фазы или частоты в зависимости от времени и их привязку к траекторным данным.

При анализе закономерностей затменного радиопросвечивания сред мы не учитывали отражения радиоволн поверхностью Земли, хотя диаграммы направленности антенн спутников могут быть широкими и происходит отражение радиоволн поверхностью. Отраженные волны в этой задаче можно не учитывать, потому что доплеровские изменения частот прямой и отраженной волн отличаются и узкополосная фильтрация принимаемых сигналов позволяет исключить влияние отражения радиоволн поверхностью планеты.

Радиозатменная система контроля атмосферы и ионосферы Земли эффективна, если использовать несколько спутников, обеспечивающих массовое радиопросвечивание в различных районах Земли. Радиозатменная система, построенная на базе многих навигационных спутников GPS и ГЛОНАСС как излучателей радиоволн и дополнительных спутников — приемников радиосигналов, дает возможность мониторинга температуры атмосферы и высотного профиля электронной концентрации ионосферы. Она позволяет осуществлять глобальный мониторинг атмосферы и ионосферы для всех районов Земли. Этим методом были исследованы атмосферы и ионосферы Марса, Венеры, Юпитера, Сатурна, Урана и Титана; подробнее радиозатменный метод описан в книге [12].

В заключение главы отметим, что более подробный анализ влияния атмосферы и ионосферы на сантиметровые, дециметровые и метровые волны при их «почти свободном» распространении дан в [9–13]. Для таких задач оправдано применение простых лучевых представлений, обстоятельное изложение которых дано в [14].

Глава 4

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Глава 4

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

4.1. Статистические характеристики неоднородностей коэффициента преломления

В предыдущей главе были проанализированы особенности распространения волн в атмосфере и ионосфере, обусловленные плавными, регулярными изменениями коэффициента преломления. В атмосфере и ионосфере всегда присутствуют флуктуации коэффициента преломления $\delta n(\mathbf{r}, t)$, поэтому рассмотрим их влияние на радиоволны. При анализе влияния случайных неоднородностей среды на радиоволны используют статистические характеристики флуктуаций коэффициента преломления. Из-за движения среды или перемещения лучевой линии в разные моменты времени на радиоволны будут влиять разные реализации случайной функции $\delta n(\mathbf{r}, t)$, поэтому появятся случайные колебания амплитуды и фазы. Решение задачи распространения волн через такие среды предполагает установление связи статистических характеристик поля случайной функции $\delta n(\mathbf{r}, t)$, которые считаются заданными, и статистических параметров волн.

Дадим определения статистических характеристик флуктуаций $\delta n(\mathbf{r}, t)$: пространственной корреляционной функции $B_n(\rho)$, структурной функции $D_n(\rho)$ и пространственного спектра $\Phi_n(K)$ и напомним связь этих характеристик. Будем считать, что флуктуационное поле δn изотропно и стационарно, т. е. $B_n(\rho)$, $D_n(\rho)$ и $\Phi_n(K)$ не зависят от направления и времени.

Пространственная корреляционная функция флуктуаций коэффициента преломления определяется следующим образом:

$$B_n(\rho) = \langle \delta n(\mathbf{r}_1, t) \cdot \delta n(\mathbf{r}_2, t) \rangle, \tag{4.1.1}$$

где $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ — координаты двух близких точек P_1 и P_2, ρ — расстояние между этими точками, а скобки $\langle\ \rangle$ означают усреднение по разным реализациям δn (рис. 4.1). В (4.1.1) флуктуации δn в среднем имеют нулевое значение, так как плавные тренды коэффициента преломления исключены. Из (4.1.1) следует, что $B_n(\rho = 0)$ равно дисперсии флуктуаций коэффициента преломления σ_n^2, а $B_n(\rho \to \infty) = 0$. Корреляционная функция $B_n(\rho)$ характеризует статистическую связь флуктуаций δn в двух точках P_1 и P_2, расположенных на расстоянии ρ. В теории применяют разные аналитические представления корреляционной функции:

$$B_n(\rho) = \sigma_n^2 \left[1 - \left(\frac{\rho}{\Lambda_m} \right)^{2/3} \right] \tag{4.1.2}$$

при $\rho \le \Lambda_m$ или

$$B_n(\rho) = \sigma_n^2 \exp\left\{ -\frac{\rho^2}{l^2} \right\}. \tag{4.1.3}$$

В (4.1.2) Λ_m — «внешний» масштаб неоднородностей, а в (4.1.3) l — формальный, условный масштаб. Используя корреляционную функцию $B_n(\rho)$, можно единообразно ввести «эффективный» масштаб неоднородностей

$$l_e = \sigma_n^{-2} \int_0^\infty B_n(\rho)\, d\rho. \tag{4.1.4}$$

Если B_n соответствует (4.1.2), то эффективный масштаб $l_e = \frac{2}{5}\Lambda_m$, а в случае (4.1.3) $l_e = \frac{\pi^{1/2}}{2} l$.

Для статистического описания поля δn используют также структурную функцию D_n, которая определяется следующим образом:

$$D_n(\rho) = \left\langle \left[\delta n(\mathbf{r}_1, t) - \delta n(\mathbf{r}_2, t) \right]^2 \right\rangle. \tag{4.1.5}$$

Корреляционная B_n и структурная D_n функции связаны соотношениями

$$D_n(\rho) = 2\left[B_n(0) - B_n(\rho)\right], \tag{4.1.6}$$

$$B_n(\rho) = \frac{1}{2}\left[D_n(\rho \to \infty) - D_n(\rho)\right]. \tag{4.1.7}$$

Если считать флуктуации коэффициента преломления изотропными и стационарными, то использование функций $B_n(\rho)$ или $D_n(\rho)$ связано лишь с удобством вычислений, они в этом случае эквивалентны. Структурная функция во многих случаях может быть удовлетворительно аппроксимирована степенной зависимостью

$$D_n(\rho) = C_n^2 \rho^q, \tag{4.1.8}$$

так, например, в случае турбулентного газа $q = 2/3$. Структурной функции (4.1.8) при $q = 2/3$ соответствует корреляционная функция (4.1.2). Зависимости (4.1.2) или (4.1.8) справедливы, если расстояние ρ заключено в пределах $\Lambda_m >> \rho >> \Lambda_0$, где Λ_0 — малый, «внутренний» масштаб. Параметр C_n — структурная характеристика флуктуаций коэффициента преломления, она связана с дисперсией σ_n^2 и внешним масштабом Λ_m.

При описании поля флуктуаций δn эффективен спектральный подход. Если в пространстве выделить произвольное направление Ox, то в силу изотропности и однородности поля δn мы получим случайную функцию переменных x и t и будем иметь соответствующую корреляционную функцию $B_n(\rho)$, где $\rho = x_1 - x_2$. Корреляционной функции B_n соответствует одномерный спектр флуктуаций коэффициента преломления $V_n(K_x)$. Корреляционная функция $B_n(\rho)$ и одномерный спектр $V_n(K)$ связаны Фурье-преобразованием

$$B_n(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(K_x\rho) V_n(K_x)\, dK_x, \tag{4.1.9}$$

$$V_n(K_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(K_x\rho) B_n(\rho)\, d\rho. \tag{4.1.10}$$

Здесь $K_x = 2\pi\Lambda_x^{-1}$ — волновое число неоднородностей среды, а Λ_x — соответствующий масштаб.

Описание флуктуаций δn корреляционной функцией B_n и одномерным спектром $V_n(K_x)$ имеет наглядную аналогию с примером анализа флуктуаций тока $\delta\, i(t)$ в электрической цепи. Если пространственный интервал $\rho = x_1 - x_2$ заменить на временной интервал $\tau = t_1 - t_2$, а пространственное волновое число K_x на круговую частоту ω, то характеристики флуктуирующего тока δi, корреляционная функция $B_i(\tau)$ и энергетический спектр флуктуаций тока $V_i(\omega)$ будут связаны такими же соотношениями, как (4.1.9) и (4.1.10). Можно считать, что спектр $V(K_x)$ описывает распределение интенсивности флуктуаций δn по пространственным масштабам K_x. Трехмерный спектр $\Phi_n(K)$ флуктуационного поля δn определяется путем обобщения (4.1.9) и (4.1.10) на случай трех пространственных координат:

$$B_n(\rho) = \int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int \cos(\mathbf{K\rho})\Phi_n(K)\, dK_x\, dK_y\, dK_z, \qquad (4.1.11)$$

$$\Phi_n(K) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int \cos(\mathbf{K\rho})B_n(\rho)\, dx\, dy\, dz, \qquad (4.1.12)$$

где $(\mathbf{K\rho}) = K_x\rho_x + K_y\rho_y + K_z\rho_z$, $K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$, $K = (2\pi)/\Lambda$ — пространственное волновое число неоднородностей, Λ — пространственный масштаб. Так как в нашем случае поле δn предполагается однородным и изотропным, то в (4.1.11) и (4.1.12) можно провести интегрирование в сферической системе координат по угловым координатам и прийти к более простой связи B_n и Φ_n:

$$B_n(\rho) = \frac{4\pi}{\rho}\int\limits_0^{\infty} K\Phi_n(K)\sin(K\rho)\, dK, \qquad (4.1.13)$$

$$\Phi_n(K) = \frac{1}{2\pi^2 K}\int\limits_0^{\infty} \rho B_n(\rho)\sin(K\rho)\, d\rho. \qquad (4.1.14)$$

Между одномерным и трехмерным спектрами существует следующая связь:

$$\Phi_n(K) = -\frac{1}{2\pi K}\frac{dV_n(K)}{dK}, \qquad (4.1.15)$$

позволяющая найти трехмерный спектр Φ_n, если известен одномерный спектр флуктуаций коэффициента преломления V_n. Положив в (4.1.9) $\rho = 0$, получим соотношение, связывающее дисперсию флуктуаций коэффициента преломления σ_n^2 с одномерным спектром неоднородностей V_n:

$$\sigma_n^2 = B_n(\rho = 0) = 2\int\limits_0^{\infty} V_n(K)\, dK, \qquad (4.1.16)$$

а из (4.1.13) получим связь дисперсии σ_n^2 с трехмерным спектром Φ_n:

$$\sigma_n^2 = B(0) = 4\pi \int_0^\infty K^2 \Phi_n(K)\, dK. \tag{4.1.17}$$

В (4.1.16) и (4.1.17) формально-математически нижний предел есть нуль; реально спектр $\Phi_n(K)$ нам бывает хорошо известен только для $K \geq K_m$. Из (4.1.16) следует, что если корреляционная функция представлена соотношением (4.1.2) или структурная функция соответствует (4.1.8) при q = 2/3, то спектр

$$V_n(K) = \frac{\Gamma(5/3)}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) C_n^2 K^{-5/3}, \tag{4.1.18}$$

где Γ — гамма-функция. Если для $B_n(\rho)$ использовать формулу (4.1.3), то спектр выражается следующим образом:

$$V_n(K) = \frac{\sigma_n^2 l}{2\pi^{1/2}} \exp\left\{-\frac{K^2 l^2}{4}\right\}. \tag{4.1.19}$$

Так как $K = 2\pi \Lambda^{-1}$, то из (4.1.18) и (4.1.19) следует, что спектр V_n имеет наибольшее значение для больших масштабов неоднородностей среды, а для мелкомасштабной части спектра, когда $\Lambda \to 0$, имеем $V_n \to 0$. Необходимо иметь в виду, что формула (4.1.3) для корреляционной функции B_n и выражение (4.1.19) для спектра V_n удобны при теоретическом анализе, но они весьма грубо аппроксимируют реальный спектр и корреляционную функцию. В теории случайных функций доказано, что если структурная функция D_n может быть представлена степенной зависимостью (4.1.8), то и спектр Φ_n также будет степенным, $\Phi_n \sim K^{-(q+3)}$. В случае развитой турбулентности газа, когда справедливо представление структурной функции (4.1.8) при q = 2/3, имеем трехмерный спектр Колмогорова

$$\Phi_n(K) = 0{,}033\, C_n^2 \left(K^2 + K_m^2\right)^{-11/6}, \tag{4.1.20}$$

здесь $K_m = 2\pi\Lambda_m^{-1}$, Λ_m — «внешний», наибольший масштаб. Используя общее выражение для дисперсии флуктуаций σ_n^2 (4.1.17) и формулу спектра неоднородностей (4.1.20), найдем связь C_n и σ_n в случае спектра Колмогорова:

$$C_n^2 = 2\sigma_n^2 \Lambda_m^{-2/3}. \tag{4.1.21}$$

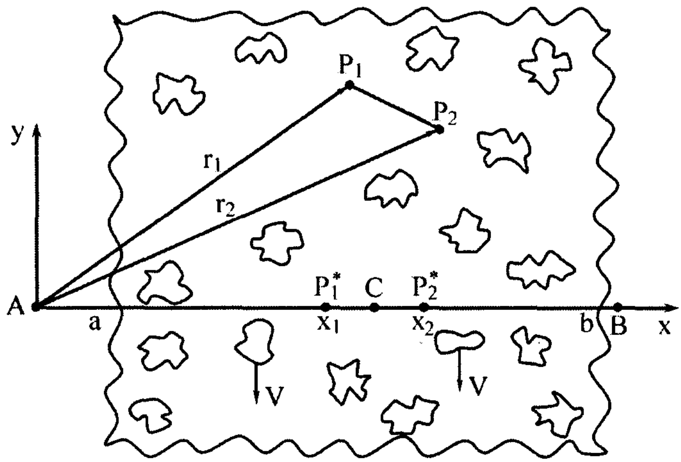


Рис. 4.1. К анализу флуктуаций коэффициента преломления и фазы радиоволн

Пространственный спектр флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n(K)$ разных сред: атмосферы, ионосферы или околосолнечной плазмы зависит от физических процессов, порождающих и гасящих флуктуации температуры или электронной концентрации. Экспериментальные исследования показали, что, несмотря на различие этих процессов, возможно дать приближенное аналитическое представление спектра Φ_n, справедливое для различных сред. Оказалось, что для большого интервала изменения пространственного волнового числа K спектр может быть аппроксимирован функцией

$$\Phi_n = 0{,}033 C_n^2 \left(K^2 + K_m^2\right)^{-q/2} \exp\left\{-\frac{K^2}{K_0^2}\right\} \tag{4.1.22A}$$

или

$$\Phi_n \approx 0{,}033 C_n^2 \left(K^2 + K_m^2\right)^{-q/2}, \tag{4.1.22}$$

где q — показатель трехмерного пространственного спектра флуктуаций δn, а $K_m = 2\pi\Lambda_m^{-1}$ и $K_0 = 2\pi\Lambda_0^{-1}$. Приближенное соотношение в (4.1.22) соответствует большому участку спектра, где $K < K_0$. Условный «внешний» масштаб Λ_m зависит от процессов, порождающих статистическую неоднородность среды, а масштаб Λ_0 связан с явлениями, «гасящими» неоднородности и приводящими к резкому уменьшению спектральной плотности Φ_n при $K > K_0$. Масштабы Λ_m и Λ_0 для разных сред отличаются сильно, а показатель пространственного спектра q варьируется в небольших пределах. В табл. 4.1 приведены приближенные значения Λ_m, Λ_0 и q, характерные для разных сред. Из этой таблицы следует, что при изменении масштабов неоднородностей в больших пределах, когда $\Lambda_m\Lambda_0^{-1} \approx 10^4–10^5$, спектр неоднородностей можно аппроксимировать приближенной степенной зависимостью (4.1.22). Обращает на себя внимание, что спектральный индекс q для тропосферы и межпланетной плазмы близок к теоретическому колмогоровскому значению $q = 11/3$, соответствующему развитой турбулентности среды. Для стратосферы, ионосферы и околосолнечной плазмы спектральный индекс отличается от $q = 11/3$, что связано с большим влиянием волновых явлений в этих средах на формирование спектра $\Phi_n(K)$. Кроме того, в указанных средах неоднородности анизотропны: в стратосфере масштабы по горизонтали много больше размеров неоднородностей по вертикали, а в ионосфере и околосолнечной плазме неоднородности сильно вытянуты в направлении магнитного поля. Спектральный индекс q в конкретной среде может варьироваться при изменении условий возбуждения неоднородностей. Приведенные в табл. 4.1 значения q соответствуют возможным пределам вариаций этого параметра. При $\Lambda < \Lambda_0$ спектральная плотность флуктуаций коэффициента преломления резко уменьшается, зависимость $\Phi_n(K)$ в этой области определяется явлениями «гашения» флуктуаций среды, что отражено введением экспоненциального множителя в (4.1.22). Так как спектральная плотность флуктуации при $\Lambda < \Lambda_0$ мала, то этот участок спектра не дает заметного влияния на флуктуационные характеристики радиоволн. Поэтому будем считать, что приближенный степенной спектр (4.1.22) справедлив и для малых масштабов. При $\Lambda > \Lambda_m$ спектр Φ_n становится мало определенным, а неоднородности всегда сильно анизотропны, поэтому эффекты влияния на радиоволны крупномасштабных неоднородностей, размеры которых больше внешнего масштаба Λ_m, анализировать затруднительно.

Учтем далее движение неоднородностей среды. Если среда перемещается относительно трассы распространения радиоволн, то в раз-

Таблица 4.1

Приближенные значения параметров спектра флуктуаций коэффициента преломления различных сред

Среда	q	Λ_m	Λ_0
Тропосфера	3,5–3,8	1,4 км	1 см
Стратосфера	3,6–4,4	3 км	0,5 см
Ионосфера	3,2–4,4	20 км	10 м
Межпланетная плазма	3,5–3,8	10^6 км	20 км
Околосолнечная плазма	3,1–3,6	$5\cdot10^5$ км	5 км

ные моменты времени t на трассе будут разные реализации $\delta n(\mathbf{r}, t)$ и, в общем случае, следовало бы рассматривать сложные пространственно-временные статистические закономерности. Можно избежать этих сложностей, если предположить, что статистически неоднородная среда, движущаяся со скоростью v, остается на некоторое время Δt «как бы замороженной». Гипотеза «замороженности» неоднородностей может оказаться справедливой, если неоднородности масштаба Λ проходят область пространства, существенного для распространения радиоволн, за время $\tau = \Lambda v^{-1}$, меньшее времени существенного изменения этой неоднородности Δt. Пусть, для простоты, статистически неоднородная среда увлекается ветром так, что вектор $\mathbf{v}$ перпендикулярен трассе распространения радиоволн AB. В предположении «замороженности» неоднородностей флуктуации δn в точке с координатой y в момент t совпадают с флуктуациями в точке $y - vt$ в момент $t = 0$ (см. рис. 4.1). Следовательно, условие «замороженности» неоднородностей можно представить равенством

$$\delta n(\mathbf{r}, t) = \delta n(\mathbf{r} - \mathbf{v}t, 0). \tag{4.1.24}$$

Это соотношение позволит избежать учета сложных пространственно-временных статистических закономерностей поля δn и использовать характеристики среды B_n и Φ_n.

Найдем связь флуктуаций δn со случайными изменениями температуры атмосферы δT_a и флуктуациями электронной концентрации плазмы δN_c. Из (3.1.1) и (3.1.2) для случая флуктуаций коэффициента преломления атмосферы следует соотношение

$$\delta n = -\chi_1 P_a T_a^{-2} \delta T_a \quad \text{или} \quad \sigma_n^2 = \chi_1^2 P_a^2 T_a^{-4} \sigma_t^2, \tag{4.1.25}$$

где σ_t^2 — дисперсия флуктуаций температуры, $\chi_1 = 77{,}6$, если давление P_a выражено в миллибарах, а температура T_a — в градусах Кельвина. В (4.1.25) мы не учитываем влияние флуктуаций влажности, которые могут быть значительными в приземной части атмосферы. В случае ионосферной или околосолнечной плазмы, используя (3.1.1.) и (3.1.6), получим

$$\delta n = -\chi f^{-2} \delta N_c \quad \text{или} \quad \sigma_n^2 = \chi^2 f^{-4} \sigma_c^2. \tag{4.1.26}$$

Здесь σ_c^2 — дисперсия флуктуаций электронной концентрации, $\chi = 40{,}4$, если частота f выражена в Гц, а электронная концентрация имеет размерность м$^{-3}$. Существенно, что σ_n атмосферы не зависит от частоты радиоволны, а в случае плазмы $\sigma_n \sim f^{-2}$.

Статистические характеристики случайных функций, описанные в этом параграфе на примере флуктуаций коэффициента преломления, применяются в разных задачах распространения радиоволн. В следующих разделах мы используем приведенные соотношения при анализе флуктуаций радиоволн; в § 7.2 они понадобятся нам в задаче о рассеянии волн случайными неоднородностями среды. Более подробные сведения об автокорреляционной структурной функции и спектре поля случайных функций, применительно к задачам распространения радиоволн, даны в [15, 16].

4.2. Флуктуации фазы

Найдем связь флуктуаций фазы $\delta\varphi$ со статистическими характеристиками флуктуаций коэффициента преломления δn. Для этого используем лучевые представления и проведем сначала качественный анализ, позволяющий наглядно представить зависимость дисперсии флуктуаций фазы $\sigma_\varphi{}^2$ от длины трассы L, длины волны λ и дисперсии флуктуаций коэффициента преломления $\sigma_n{}^2$. Для этого обратимся к рис. 4.1, где показана лучевая линия AB, проходящая на отрезке ab = ΔL через случайно-неоднородную среду. Будем считать, что на флуктуации фазы оказывают влияние только те неоднородности, которые расположены на линии AB. Одна неоднородность с эффективным масштабом l_c приводит к флуктуационному изменению фазы на величину $\delta\varphi = 2\pi\lambda^{-1} l_c \delta n$. На участке трассы длиной ΔL помещается $j = \Delta L l_c^{-1}$ неоднородностей, их влияние на флуктуации фазы статистически независимо, поэтому суммарный эффект, выраженный дисперсией флуктуации фазы, можно оценить следующим образом:

$$\sigma_\varphi^2 = \left(2\pi\lambda^{-1} l_c\right)^2 \left\langle \delta n^2 \right\rangle j .$$

Так как $j \approx \Delta L l_c^{-1}$, то получим приближенное соотношение

$$\sigma_\varphi^2 = 4\pi^2 \lambda^{-2} l_c \Delta L \sigma_n^2 . \qquad (4.2.1)$$

Из (4.2.1) следует, что $\sigma_\varphi{}^2$ пропорционально $\sigma_n{}^2$ и длине участка трассы ΔL, занятой неоднородностями; неважно, где этот участок расположен на линии AB.

Рассмотрим далее эту задачу более строго. Пусть через среду, характеризуемую корреляционной функцией $B_n(\rho)$, проходит трасса AB и необходимо найти флуктуации фазы в пункте приема сигналов (в точке B на рис. 4.1). По-прежнему будем считать, что на флуктуации фазы оказывают влияние только те неоднородности, которые расположены на линии AB. Флуктуации $\delta\varphi$ обусловлены изменениями фазового пути δL и, согласно (3.2.5), определяются соотношением

$$\delta\varphi(t) = 2\pi\lambda^{-1}\delta L(t) = 2\pi\lambda^{-1}\int_a^b \delta n(x,t)\,dx\,. \qquad (4.2.2)$$

Дисперсия флуктуаций фазы, согласно (4.1.1), будет равна

$$\sigma_\varphi^2(\rho) = 4\pi^2\lambda^{-2}\left\langle \int_a^b \delta n(x_1,t)\,dx_1 \int_a^b \delta n(x_2,t)\,dx_2 \right\rangle =$$

$$= 4\pi^2\lambda^{-2}\int_a^b\int_a^b B_n(x_1 - x_2)\,dx_1\,dx_2. \qquad (4.2.3)$$

В этих равенствах мы учли, согласно (4.1.1), определение корреляционной функции флуктуаций коэффициента преломления $B_n(x_1 - x_2)$. Упростим выражение (4.2.3), для этого введем «разностную» координату $\xi = x_1 - x_2$ и координату «центра» неоднородностей

$$\eta = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)\,.$$

Переменная ξ соответствует расстоянию между точками P_1^* и P_2^*; а η — координата точки C, расположенной посередине между точками P_1^* и P_2^* (рис. 4.1). Из (4.2.3) следует

$$\sigma_\varphi^2 = 4\pi^2\lambda^{-2}\int_a^b d\eta \int_{-\infty}^{\infty} B_n(\xi)\,d\xi\,. \qquad (4.2.4)$$

При переходе от (4.2.3) к (4.2.4) мы учли, что $B_n(\xi)$ убывает до нуля на расстояниях ξ много меньших ΔL и поэтому распространили пределы интегрирования до бесконечности. Если B_n не зависит от η, то

$$\sigma_\varphi^2 = 8\pi^2\lambda^{-2}\Delta L\int_0^{\infty} B_n(\xi)\,d\xi\,, \qquad (4.2.5)$$

где ΔL — участок трассы AB, занятый неоднородностями среды. Введя в (4.2.5), с использованием соотношения (4.1.4), эквивалентный масштаб неоднородностей l_e, получим

$$\sigma_\varphi^2 = 8\pi^2\lambda^{-2}\sigma_n^2 l_e \Delta L\,, \qquad (4.2.6)$$

где l_e зависит от конкретного вида корреляционной функции B_n. Заметим, что строгое выражение (4.2.6) и качественная оценка (4.2.1) отличаются незначительно, а зависимости σ_φ от λ, σ_n и ΔL совпадают.

Найдем дисперсию флуктуаций фазы при распространении волн через турбулентную среду, когда корреляционная функция B_n дана формулой (4.1.2). Учитывая, что $l_c = \frac{2}{5}\Lambda_m$, получим

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{16\pi^2}{5\lambda^2}\sigma_n^2\Lambda_m\Delta L \qquad (4.2.7)$$

или

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{8\pi^2}{5\lambda^2}C_n^2\Lambda_m^{5/3}\Delta L .$$

В последнем соотношении мы учли, согласно (4.1.21), связь σ_n с C_n.

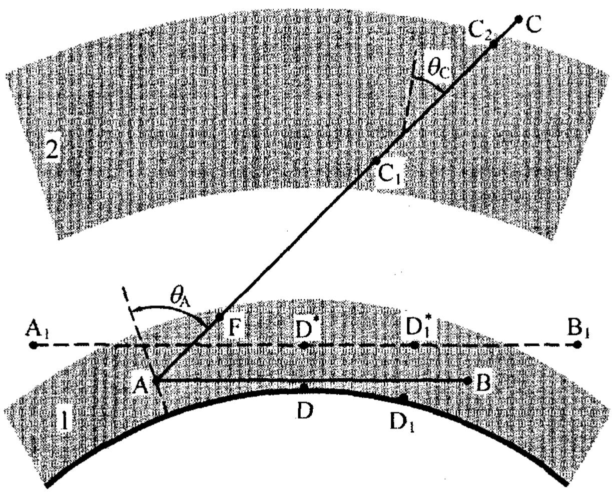


Рис. 4.2. Три случая распространения радиоволн через неоднородности среды

Обратимся к более реальной ситуации распространения радиоволн, показанной на рис. 4.2. Пусть в точке А расположена передающая, а в пунктах В и С — приемные антенны. Линия АВ проходит через тропосферу, этот случай соответствует трассе, когда антенны в точках А и В расположены на мачтах, так что трасса на всем протяжении проходит через тропосферные неоднородности. Трасса АС соответствует радиосвязи с космическим аппаратом; лучевая линия при этом проходит и через тропосферную область 1 и пересекает область 2, занятую неоднородностями ионосферной плазмы. На таких трассах происходят случайные колебания фазы, потому что из-за ветров или движения точки C на лучевой линии в разное время оказываются различные реализации случайной функции δ n. На тропосферных участках трассы флуктуации коэффициента преломления, согласно (4.1.25), зависят в основном от флуктуаций температуры, а на ионосферных участках, согласно (4.1.26), они определяются флуктуациями электронной концентрации. Тропосферные флуктуации на приземной трассе AB определяются формулой (4.2.7), где $\Delta L = AB$. На трассе AC лучевая линия пересекает и область тропосферных неоднородностей FA, и ионосферный участок C_1C_2. Тропосферные флуктуации фазы на трассе AC соответствуют формуле (4.2.7), где $\Delta L = AA_1 = H_t\cos^{-1}\theta_A$, H_t — толщина слоя тропосферных неоднородностей, θ_A — зенитный угол линии AF. Из (4.2.7) следует, что тропосферные флуктуации увеличиваются при уменьшении длины волны. Ионосферная составляющая фазовых флуктуаций, согласно (4.2.7) и (4.1.26), определится соотношением

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{16\pi^2}{5c^4}\chi^2\lambda^2\sigma_e^2\Lambda_m H_i\cos^{-1}\theta_C. \tag{4.2.8}$$

В (4.2.8), согласно (4.1.26), введена дисперсия флуктуаций электронной концентрации σ_e^2 и учтено, что $\Delta L = H_i\cos^{-1}\theta_C$. Из (4.2.8) следует, что ионосферные флуктуации фазы увеличиваются при возрастании длины волны. Так как ионосферные и тропосферные флуктуации независимы, то дисперсия флуктуации фазы на трассе AC соответствуют сумме выражений (4.2.7) и (4.2.8). Заметим, что формулы (4.2.7) и (4.2.8) не справедливы при $\theta > 80°$.

Экспериментальные исследования флуктуаций фазы показали, что формулы (4.2.7), (4.2.8) соответствуют правильной зависимости σ_φ от длины волны, расстояния ΔL и угла θ и дают приближенную оценку величины σ_φ. Сопоставление экспериментальных данных с этими формулами позволяет определить произведение величин σ_n^2 и Λ_m и количественно согласовать теорию с экспериментом.

Оценим тропосферные флуктуации фазы; пусть, для конкретности, длина волны равна 4 см. В работах [23, 24] приведены сведения о флуктуациях коэффициента преломления атмосферы — по этим данным $\sigma n^2 \approx 10^{-12}$. Положим масштаб $\Lambda_m = 1{,}4$ км, а высоту области, занятой мелкомасштабными неоднородностями, $H_t \approx 6$ км. При указанных значениях параметров для вертикального направления трассы AC получим $\sigma_\varphi \approx 0{,}4$ радиан. Естественно, что неоднородности атмосферы сильно зависят от метеоусловий и указанное значение следует рассматривать как приближенную оценку, из которой следует, что максимальные тропосферные флуктуации фазы будут около 1 радиана. Для приземной трассы AB флуктуации фазы будут существенно больше.

Сделаем оценку ионосферных флуктуаций: пусть $\lambda = 1{,}5$ м, $\theta = 0$, область, занятая ионосферными неоднородностями, $H_i \approx 300$ км, масштаб Λ_m положим равным 20 км, а $\sigma_e \approx 10^4$ см$^{-3}$. При принятых значениях параметров по (4.2.8) найдем, что $\sigma_\varphi \approx 6$ радиан. Экспериментальные исследования показали, что в дни спокойного состояния ионосферы для $\lambda = 1{,}5$ м действительно наблюдаются флуктуации фазы порядка 3–5 радиан, а максимальные вариации σ_φ достигают 10 радиан. Сопоставление ионосферных и тропосферных флуктуаций показало, что для $\lambda < 8$ см можно пренебречь ионосферной составляющей флуктуаций фазы, а для $\lambda > 50$ см ионосферные вариации фазы существенно превосходят тропосферные флуктуации.

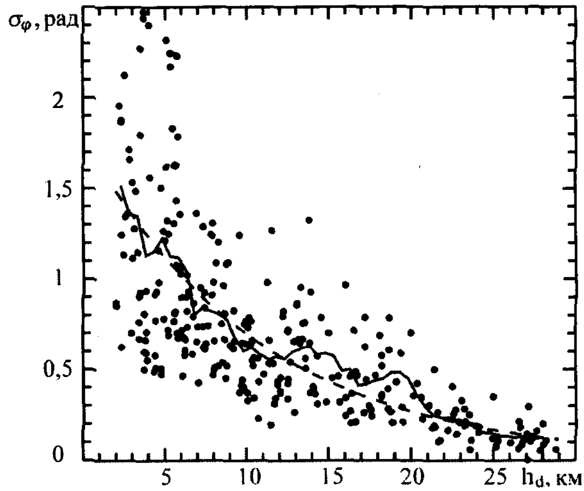


Рис. 4.3. Зависимость среднеквадратичного отклонения фазы σ_φ от минимальной высоты лучевой линии h_d

Флуктуации фазы проявляются тем сильнее, чем больший участок трассы проходит через неоднородности среды. На рис. 4.2 показана линия A_1B_1, соответствующая радиосвязи при затменном просвечивании атмосферы на трассе спутник—спутник. При движении спутников происходит радиопросвечивание всей толщи атмосферы так, что минимальная высота $DD^* = h_d$ линии A_1B_1 уменьшается, что дает возможность определить зависимость σ_φ от h_d. На рис. 4.3 дана для $\lambda = 19$ см экспериментальная зависимость σ_φ от h_d, полученная при таких многократных просвечиваниях атмосферы. Экспериментальные значения σ_φ даны на графике точками, а усредненная экспериментальная зависимость $\sigma_\varphi(h_d)$ показана волнистой кривой. На рис. 4.3 видно быстрое возрастание интенсивности флуктуаций фазы при уменьшении h_d. Найдем приближенную теоретическую зависимость $\sigma_\varphi(h_d)$. Допустим, что дисперсия флуктуаций коэффициента преломления убывает с высотой $h = D_1D_1^*$ по экспоненциальному закону

$$\sigma_n^2 = \sigma_0^2 \exp\{-2\beta h\} ,$$

тогда, согласно (4.2.7), флуктуации фазы на трассе определяются суммарным эффектом на всех участках dx трассы A_1B_1, поэтому

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{16\pi^2}{5\lambda^2}\Lambda_m\sigma_0^2\int\limits_{A_1}^{B_1}\exp\{-2\beta h\}\,dx . \qquad (4.2.9)$$

Так как высота атмосферы много меньше радиуса Земли a, то $x^2 = 2a(h - h_d)$ и из (4.2.9) следует

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{16\pi^2}{5\lambda^2}\Lambda_m\left(\frac{\pi a}{\beta}\right)^{1/2}\sigma_0^2\exp\{-2\beta h_d\} . \qquad (4.2.10)$$

Положив в (4.2.10) $\Lambda_m = 1{,}4$ км, $\sigma_0 = 2\cdot10^{-6}$ и $\beta = 0{,}1$ км, получим теоретическую зависимость $\sigma_\varphi(h_d)$, показанную гладкой кривой на рис. 4.3. Из сопоставления экспериментальной усредненной зависимости $\sigma_\varphi(h_d)$ с результатами теории следует их хорошее соответствие, хотя отдельные экспериментальные данные имеют большой разброс значений σ_φ.

Необходимо подчеркнуть, что теоретические зависимости, описанные в этой главе, соответствуют действительности, если мы имеем большой экспериментальный материал, когда возможно выявить характерные статистические закономерности. При сопоставлении результатов экспериментальных исследований флуктуаций фазы с теорией возникает трудность, связанная с тем, что экспериментальные значения σ_φ зависят от длительности Δt зарегистрированной реализации флуктуаций фазы $\delta\varphi(t)$. Если Δt мало, то в дисперсию σ_φ^2 не дают вклада медленные вариации $\delta\varphi$, соответствующие крупномасштабным неоднородностям среды. Поэтому, при сопоставлении результатов экспериментов с теорией, длительность Δt должна удовлетворять условию $\Delta t > \Lambda_m v^{-1}$, где v — скорость переноса неоднородностей через трассу радиосвязи.

4.3. Корреляционные функции флуктуаций радиоволн

В предыдущем параграфе были проанализированы флуктуации фазы с использованием лучевых представлений. Мы предполагали, что вариации фазы обусловлены неоднородностями коэффициента преломления, расположенными только на лучевой линии, а прилегающие участки среды не оказывают влияния на радиоволны. Такой приближенный подход не позволяет более точно проанализировать флуктуации радиоволн, так как они обусловлены действием неоднородностей среды, расположенных в области пространства, существенного для распространения радиоволн. В § 2.4 было показано, что при распространении радиоволн в однородной среде размеры поперечного сечения этой области примерно соответствуют диаметру второй–третьей зоны Френеля (см. формулу 2.4.25), поэтому во флуктуации амплитуды должны давать вклад все неоднородности, расположенные в пределах такой области, а следовательно нужно использовать волновые представления.

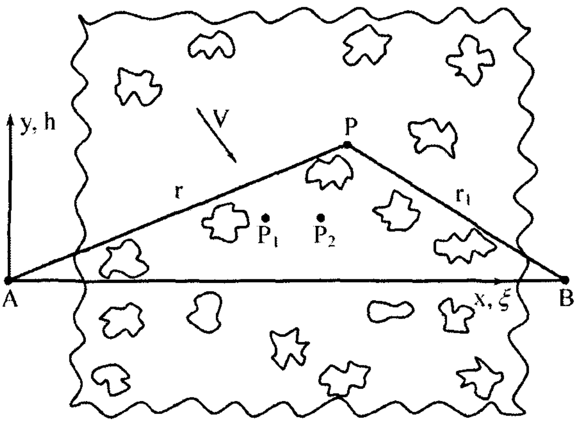


Рис. 4.4. Геометрия задачи о флуктуациях радиоволн в статистически неоднородной среде

Для теоретического анализа флуктуаций радиоволн нужно сначала получить общие соотношения, описывающие временные корреляционные функции флуктуаций амплитуды и фазы при распространении радиоволн по трассе AB (рис. 4.4). На этом рисунке передающая антенна расположена в начале координат в точке A, а прием сигналов осуществляется в пункте B на расстоянии AB = L. Неоднородности среды, отмеченные точками P, P_1 и P_2, занимают показанную область; расстояния от передатчика до неоднородности и от неоднородности до приемника обозначены соответственно $AP = r$, $BP = r_1$; среда перемещается относительно линии AB со скоростью v. Необходимо найти в точке B временные корреляционные функции флуктуаций фазы $B_\varphi(\tau)$, и амплитуды $B_a(\tau)$ при заданных пространственной корреляционной функции флуктуаций коэффициента преломления $B_n(\rho)$ или спектре $\Phi_n(K)$.

Для решения этой задачи используем волновое уравнение (2.1.20), в котором пренебрежем правой частью, т. е. положим $\nabla(\nabla n \cdot \mathbf{E}) = 0$:

$$\nabla^2 E + k^2 n^2(\mathbf{r}) E = 0, \tag{4.3.1}$$

где E — напряженность электрического поля радиоволны, n — коэффициент преломления, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Мы не учитываем слабые эффекты изменения поляризации радиоволны, поэтому уравнение (4.3.1) записано в скалярной форме. Пренебрежем также эффектами регулярной рефракции и будем считать, что при отсутствии неоднородностей коэффициент преломления $n = n_0 \approx 1$, т. е.

$$n = n_0 + \delta n(\mathbf{r}, t). \tag{4.3.2}$$

Заметим, что здесь мы допускаем кажущееся противоречие: полагаем, что $\nabla(\nabla n \cdot \mathbf{E}) = 0$ в правой части уравнения (2.1.20), а в (4.3.1) сохраняем зависимость $n(\mathbf{r})$. Так можно делать, если масштабы неоднородностей много больше длины волны и нас не интересуют малые эффекты изменения поляризации рассеянных волн. Задачу о флуктуациях радиоволн будем решать методом плавных возмущений. Решение уравнения (4.3.1) может быть представлено в следующем виде:

$$E_1(r,t) = \frac{A(r,t)}{r} \exp\{i\varphi(r,t)\}, \tag{4.3.3}$$

здесь r — расстояние от передатчика до произвольной точки в среде, A(r, t) и $\varphi(r, t)$ — флуктуирующие амплитуда и фаза радиоволны. Вместо решения (4.3.3) можно записать следующее представление E(r, t):

$$E(r,t) = \frac{A_0}{r} \exp\{-\psi(r,t)\}, \tag{4.3.4}$$

где A_0 — постоянная, пропорциональная амплитуде волны при отсутствии неоднородностей среды. Из сравнения (4.3.3) и (4.3.4) имеем:

$$\psi(r,t) = \varphi(r,t) + i \ln\left[A_0^{-1} A(r,t)\right], \tag{4.3.5}$$

при отсутствии неоднородностей $\psi = \psi_0 = \mathbf{kr}$. Действительная и мнимая части ψ описывают фазу и амплитуду радиоволны при наличии неоднородностей. Подставив (4.3.4) в (4.3.1), получим следующее уравнение для функции ψ:

$$(\nabla\psi)^2 + i\,\nabla^2\psi - \frac{2i}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} = k^2 n^2(r,t), \tag{4.3.6}$$

здесь

$$(\nabla\psi)^2 = \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2.$$

Если неоднородности среды отсутствуют, то уравнение (4.3.6) имеет вид

$$(\nabla\psi_0)^2 + i\,\nabla^2\psi_0 - \frac{2i}{r}\frac{\partial\psi_0}{\partial r} = k^2 n_0^2. \tag{4.3.7}$$

Введем далее разность функций $\psi_1 = \psi - \psi_0$ и, вычитая из (4.3.6) выражение (4.3.7), получим уравнение

$$2(\nabla\psi_0\nabla\psi_1) + i\,\nabla^2\psi_1 - \frac{2i}{r}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} =$$

$$= k^2\left(n^2 - n_0^2\right) - (\nabla\psi_1)^2 = 2k^2\delta n - (\nabla\psi_1)^2. \tag{4.3.8}$$

В (4.3.8) мы учли, что $(\nabla\psi)^2 - (\nabla\psi_0)^2 = (\nabla\psi_1)^2 + 2\nabla\psi_0\nabla\psi_1$, $n \approx 1$, $(\delta n)^2 << |\delta n|$. Преобразуем в (4.3.8) выражение $2\nabla\psi_0\nabla\psi_1$; учтем, что $\psi_0 = \kappa r$, поэтому $2\nabla\psi_0\nabla\psi_1 = 2k\frac{\partial\psi_1}{\partial r}$. В итоге получим уравнение

$$2k\frac{\partial\psi_1}{\partial r} + i\,\nabla^2\psi_1 - \frac{2i}{r}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} = 2k^2\delta n - (\nabla\psi_1)^2. \tag{4.3.9}$$

Мы преобразовали уравнение (4.3.1) к виду (4.3.9), сделав хорошо выполняемое приближение $(\delta n)^2 << |\delta n|$. Необходимо отметить, что для произвольной функции $\delta n(r, t)$ не удается найти строгое решение уравнения (4.3.1) или (4.3.9). Уравнение (4.3.9) можно решить приближенно, если в правой части положить $(\nabla\psi_1)^2 = 0$. Напомним, что разность $\psi - \psi_0 = \psi_1$ характеризует отличие волны возмущенной действием неоднородностей и волны при отсутствии неоднородностей. Пренебрежение в (4.3.9) слагаемым $(\nabla\psi_1)^2$, т. е. квадратом градиента этой разности, возможно, если среда плавно-неоднордная. Формально можно считать, что при решении уравнения (4.3.9) мы используем первое приближение, когда справа полагаем $\psi_1 = 0$, т. е. $\psi = \psi_0$, и приходим к уравнению

$$2k\frac{\partial\psi_1}{\partial r} + i\,\nabla^2\psi_1 - \frac{2i}{r}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} = 2k^2\delta n(\mathbf{r}, t)\,. \tag{4.3.10}$$

Введем далее новую функцию F:

$$\psi_1 = rF\exp\{ikr\} \tag{4.3.11}$$

и, используя (4.3.10) и (4.3.11), получим уравнение для функции F:

$$\nabla^2 F + k^2 F = -2ik^2 r^{-1}\delta n\,\exp\{-ikr\}\,. \tag{4.2.12}$$

Решение этого неоднородного уравнения имеет вид

$$F = \frac{ik^2}{2\pi}\int\limits_V r^{-1} r_1^{-1}\exp\{-ik(r + r_1)\}\,\delta n(\xi, \eta, \zeta)\,dV\,. \tag{4.3.13}$$

Здесь ξ, η, ζ, — координаты неоднородности в точке P, а интегрирование ведется по области пространства V, расположенной между передающим и приемным пунктами. Напомним, что r — расстояние от передатчика (точка A) до произвольной точки P в неоднородной среде, r_1 — расстояние от точки P до приемного пункта (точка B). На рис. 4.4 показаны оси координат x и ξ, направленные вдоль трассы AB, и координаты y и η, направление координатной оси z и ζ— перпендикулярно плоскости рисунка, а начало координат совмещено с точкой A. Как следует из рис. 4.4,

$$\begin{aligned} r^2 &= \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2\,, \\ r_1^2 &= (L - \xi)^2 + \eta^2 + \zeta^2. \end{aligned} \tag{4.3.14}$$

Положив в (4.3.11) r = L и используя (4.3.11) и (4.3.13), найдем функцию ψ_1 в точке B:

$$\psi_1 = \frac{ik^2 L}{2\pi}\int\limits_V r^{-1} r_1^{-1}\exp\{-ik(r_1 + r - L)\}\,\delta n(\xi, \eta, \zeta, t)\,dV. \tag{4.3.15}$$

Учитывая, что $\psi_1 = \psi - \psi_0$, используя (4.3.5) и разделяя в (4.3.15) действительную и мнимую части, получим следующие выражения для флуктуаций логарифма амплитуды и фазы в точке B:

$$\ln\left(AA_0^{-1}\right)=\frac{k^2}{2\pi}\int\limits_V r^{-1}r_1^{-1}\cos\left[k\left(r_1+r-L\right)\right]\delta n\left(\xi,\eta,\zeta,t\right)dV, \quad (4.3.16)$$

$$\delta\varphi=\frac{k^2}{2\pi}\int\limits_V r^{-1}r_1^{-1}\sin\left[k\left(r_1+r-L\right)\right]\delta n\left(\xi,\eta,\zeta,t\right)dV. \quad (4.3.17)$$

Далее сделаем важное ограничение: пусть характерный размер неоднородностей Λ много больше длины волны, поэтому флуктуации радиоволн обусловлены в основном неоднородностями, расположенными вблизи линии AB. Известно, что при дифракции радиоволн на неоднородности поле испытывает существенное изменение в области пространства ограниченной конусом с углом при вершине порядка $\lambda\Lambda^{-1}$. В связи с этим, при вычислении интегралов (4.3.16) и (4.3.17) можно использовать следующие приближенные соотношения:

$$\begin{gathered} r_1=L-\xi+\frac{1}{2}\left(\eta^2+\zeta^2\right)\left(L-\xi\right)^{-1}, \\ r=\xi+\frac{1}{2}\left(\eta^2+\zeta^2\right)\xi^{-1}, \\ r_1 r=\left(L-\xi\right)\xi. \end{gathered} \quad (4.3.18)$$

Из (4.3.16) и (4.3.17), с учетом (4.3.18), получим

$$\begin{gathered} \ln\left(AA_0^{-1}\right)=\frac{Lk^2}{2\pi}\int\limits_V \xi^{-1}\left(L-\xi\right)^{-1}\cos\left[\frac{Lk\left(\eta^2+\zeta^2\right)}{2\xi\left(L-\xi\right)}\right]\delta n\left(\xi,\eta,\zeta,t\right)dV, \\ \delta\varphi=\frac{Lk^2}{2\pi}\int\limits_V \xi^{-1}\left(L-\xi\right)^{-1}\sin\left[\frac{Lk\left(\eta^2+\zeta^2\right)}{2\xi\left(L-\xi\right)}\right]\delta n\left(\xi,\eta,\zeta,t\right)dV. \end{gathered} \quad (4.3.19)$$

Интегрирование здесь осуществляется по объему, примыкающему к линии AB, элемент объема $dV = d\xi\, d\eta\, d\zeta$, а δn есть случайная функция координат ξ, η, ζ и времени t. Используя (4.3.5) и (4.3.19), можно представить ψ_1 в комплексной форме:

$$\psi_1 = \frac{Lk^2}{2\pi} \int\limits_V \xi^{-1} (L - \xi)^{-1} \exp\left\{ \frac{iLk(\eta^2 + \zeta^2)}{2\xi(L - \xi)} \right\} \delta n \, dV. \tag{4.3.20}$$

Действительная часть функции ψ_1 описывает флуктуации логарифма амплитуды, а мнимая соответствует флуктуациям фазы радиоволны в момент t. Введем значения ψ_1, соответствующие двум моментам времени t и $t + \tau$, и образуем следующие корреляционные функции:

$$\begin{gathered} B_1 = \langle \psi_1(t) \psi_1^*(t + \tau) \rangle, \\ B_2 = \langle \psi_1(t) \psi_1(t + \tau) \rangle. \end{gathered} \tag{4.3.21}$$

Здесь звездочка обозначает комплексно сопряженную функцию, а знак $\langle\ \rangle$ — усреднение по времени. Используя (4.3.21) и учтя, что $\psi_1 = \delta\varphi + i \ln(AA_0^{-1})$, выразим временные корреляционные функции флуктуаций амплитуды $B_a(\tau)$ и фазы $B_\varphi(\tau)$ через B_1 и B_2:

$$\begin{aligned} B_a(\tau) &= \left\langle \ln\left(A(t)A_0^{-1}\right) \ln\left(A(t+\tau)A_0^{-1}\right) \right\rangle = \\ &= \frac{1}{2}(\operatorname{Re} B_1 + \operatorname{Re} B_2), \\ B_\varphi(\tau) &= \langle \delta\varphi(t) \ \delta\varphi(t+\tau) \rangle = \\ &= \frac{1}{2}(\operatorname{Re} B_1 - \operatorname{Re} B_2). \end{aligned} \tag{4.3.22}$$

Из (4.3.20) и (4.3.21) следуют выражения для B_1 и B_2:

$$B_{1,2} = \frac{L^2k^4}{4\pi^2} \int\limits_V \int\limits_V \xi_1^{-1} \xi_2^{-1} (L - \xi_1)^{-1} (L - \xi_2)^{-1} B_n(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2, \xi_1 - \xi_2) \times$$

$$\times \exp\left\{ \frac{1}{2} ikL \left[\xi_1^{-1} (L - \xi_1)^{-1} \left(\eta_1^2 + \xi^2 \right) \pm \xi_2^{-1} (L - \xi_2)^{-1} \left(\eta_2^2 + \zeta_2^2 \right) \right] \right\} dV_1 \, dV_2. \tag{4.3.23}$$

В (4.3.23) ξ_1, η_1, ζ_1 и ξ_2, η_2, ζ_2 — координаты точек P_1 и P_2 в неоднородной среде, dV_1 и dV_2 — элементы объема в области этих точек; величине B_1 соответствует знак минус, а B_2 — знак плюс. Корреляционная функция флуктуаций коэффициента преломления B_n зависит от расстояния между точками P_1 и P_2 и временного интервала τ. Упростим выражение (4.3.23), введя «разностные» координаты ξ, η, ζ и координаты «центра» неоднородностей x, y, z:

$$\xi = \xi_1 - \xi_2, \quad \eta = \eta_1 - \eta_2, \quad \zeta = \zeta_1 - \zeta_2,$$
$$x = \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2), \quad y = \frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2), \quad z = \frac{1}{2}(\zeta_1 + \zeta_2). \tag{4.3.24}$$

Учитывая, что

$$\eta_1^2 + \zeta_1^2 = \left(y + \frac{\eta}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{\zeta}{2}\right)^2, \quad \eta_2^2 + \zeta_2^2 = \left(y - \frac{\eta}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{\zeta}{2}\right)^2, \tag{4.3.25}$$

преобразуем (4.3.23) к виду

$$B_{1,2} = \frac{L^2 k^4}{4\pi^2} \int\limits_0^L \iiint \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int \left(x^2 - \frac{\xi^2}{4}\right)^{-1} \left[(L-x)^2 - \frac{\xi^2}{4}\right]^{-1} B_n(\xi, \eta, \zeta, \tau) \times$$
$$\times \exp\left\{\frac{ikL}{2}\left[\frac{\left(y+\frac{\eta}{2}\right)^2 + \left(z+\frac{\zeta}{2}\right)^2}{\left(x-\frac{\xi}{2}\right)\left(L-x+\frac{\xi}{2}\right)} \pm \frac{\left(y-\frac{\eta}{2}\right)^2 + \left(z-\frac{\zeta}{2}\right)^2}{\left(x+\frac{\xi}{2}\right)\left(L-x-\frac{\xi}{2}\right)}\right]\right\} dx\,dy\,dz\,d\xi\,d\eta\,d\zeta. \tag{4.3.26}$$

Для вычисления громоздкого выражения (4.3.26) существенно, что корреляционная функция флуктуаций коэффициента преломления B_n зависит от разностных координат и убывает до нуля при ξ, η, ζ порядка десяти характерных масштабов неоднородностей, поэтому для этих переменных пределы интегрирования можно положить от $-\infty$ до $+\infty$. Интегрирование по x осуществляется по трассе AB, занятой неоднородностями, т. е. от 0 до L. По переменным y, z пределы также могут быть положены от $-\infty$ до $+\infty$, так как масштабы неоднородностей много больше длины волны и область, существенная для флуктуаций, прижата к линии AB; ранее уже были сделаны приближения (4.3.18), учитывающие это обстоятельство. После интегрирования (4.3.26) по переменным y, z имеем:

$$B_1 = -\frac{iLk^3}{2\pi} \int\limits_0^L \int \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int F_1^{-1} B_n \exp\left\{\frac{ikL}{2}\left(\eta^2 + \zeta^2\right) F_1^{-1}\right\} dx\,d\xi\,d\eta\,d\zeta, \tag{4.3.27}$$

$$B_2=\frac{i\,Lk^3}{2\pi}\int\limits_0^L\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int F_2^{-1}B_n\exp\left\{\frac{ikL}{2}\left(\eta^2+\zeta^2\right)F_2^{-1}\right\}dx\,d\xi\,d\eta\,d\zeta, \qquad (4.3.28)$$

где

$$F_1=\xi\left(L-2x\right),\;\; F_2=2x\left(L-x\right)-\frac{\xi^2}{2}. \qquad (4.3.29)$$

Выражения (4.3.22), (4.3.27) и (4.3.28) позволяют найти корреляционные функции флуктуаций амплитуды $B_a(\tau)$ и фазы $B_\varphi(\tau)$, если задать конкретную формулу для корреляционной функции флуктуаций коэффициента преломления $B_n(\rho)$; однако конкретные вычисления удается довести до итоговых соотношений только для $B_n(\rho)$ вида (4.1.3). Более эффективно использование вместо $B_n(\rho)$ пространственного спектра $\Phi_n(K)$, поэтому введем трехмерный пространственный спектр флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n(K)$ записав соотношение (4.1.11) в комплексной форме:

$$B_n\left(\rho,\tau\right)=\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K,\tau\right)\,\exp\left\{i\left(\mathbf{K}\,\boldsymbol{\rho}\right)\right\}\,dK_x\,dK_y\,dK_z, \qquad (4.3.30)$$

здесь $\left(\mathbf{K}\,\boldsymbol{\rho}\right)=K_x\xi+K_y\eta+K_z\zeta$, $K=2\pi\Lambda^{-1}$ — пространственное волновое число неоднородностей среды, ρ — расстояние между точками P_1 и P_2 в неоднородной среде (рис. 4.4). Напомним, что $k=2\pi\lambda^{-1}$ — волновое число радиоволны.

Проинтегрируем (4.3.27) и (4.3.28), с учетом (4.3.30), по переменным η и ζ, в результате чего получим

$$B_1=k^2\int\limits_0^L\int\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K,\tau\right)\exp\left\{\frac{iF_1}{2kL}\left(K_y^2+K_z^2\right)+i\,K_x\xi\right\}dx\,d\xi\,dK_x\,dK_y\,dK_z, \qquad (4.3.31)$$

$$B_2=k^2\int\limits_0^L\int\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K,\tau\right)\exp\left\{\frac{-i\,F_2}{2kL}\left(K_y^2+\;K_z^2\right)+i\,K_x\xi\right\}dx\;d\xi\;dK_x\;K_y\;K_z. \qquad (4.3.32)$$

Вычислим далее интегралы по ξ и K_x с учетом следующего соотношения для дельта-функции:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{i\left(K_x-\frac{(2x-L)\left(K_y^2+K_z^2\right)}{2kL}\right)\right\}dK_x=$$

$$=\delta\left[K_x-\frac{(2x-L)\left(K_y^2+K_z^2\right)}{2kL}\right]\approx\delta(K_x). \qquad (4.3.33)$$

После интегрирования по K_x

$$\int\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n(K,\tau)\delta(K_x)dK_x\,dK_y\,dK_z=\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K_x=0,K_y,K_z,\tau\right)dK_y\,dK_z \qquad (4.3.34)$$

получим

$$B_1=2\pi k^2\int_0^L\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K_x=0,K_y,K_z,\tau\right)dx\,dK_y\,dK_z, \qquad (4.3.35)$$

$$B_2=$$

$$=-2\pi k^2\int_0^L\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K_x=0,K_y,K_z,\tau\right)\exp\left\{\frac{-i\,x}{kL}\left(K_y^2+K_z^2\right)(L-x)\right\}dx\,dK_y\,dK_z.$$

Флуктуации амплитуды и фазы радиоволны связаны с переносом неоднородностей среды через трассу распространения радиоволн. Если предположить, что неоднородности не изменяют своей структуры за время прохода через область, существенную для распространения радиоволн, т. е. справедлива гипотеза «вмороженности» неоднородностей, то в (4.3.30) следует сделать замену $\boldsymbol{\rho}\to\boldsymbol{\rho}-\mathbf{v}\tau$ и тогда

$$B_n(\rho,\tau)=\int\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n(K)\exp\{i(\mathbf{K}\boldsymbol{\rho}-\mathbf{K}\mathbf{v}\tau)\}dK_x\,dK_y\,dK_z, \qquad (4.3.36)$$

где $\mathbf{v}$ — скорость переноса неоднородностей. Считаем, что вектор $\mathbf{v}$ находится в плоскости xy (рис. 4.4). С учетом предположения «вмороженности» неоднородностей формулы (4.3.35) преобразуются к виду

$$B_1=2\pi k^2\int_0^L\int_{-\infty}^{\infty}\int\Phi_n\left(K_y,K_z\right)\exp\left\{-i\left(K_y v_y+K_z v_z\right)\tau\right\}dx\,dK_y\,dK_z, \qquad (4.3.37)$$

$$B_2 = -2\pi k^2 \int\limits_0^L \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int \Phi_n(K_y, K_z) \exp\left\{-i\left[\frac{x(L-x)(K_y^2+K_z^2)}{kL} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (K_y v_y + K_z v_z)\tau\right]\right\} dx\, dK_y dK_z. \qquad (4.3.38)$$

В случае изотропности спектра $\Phi_n(K)$ можно ввести новые переменные ρ_1 и φ_1: $K_y = \rho_1\cos\varphi_1$, $K_z = \rho_1\sin\varphi_1$, $\rho_1 = K$, и тогда из (4.3.37) и (4.3.28) следует

$$B_1 = 2\pi k^2 \int\limits_0^L \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\rho_1)\rho_1 \int\limits_0^{2\pi} \exp\left\{-i\rho_1\tau\left(v_y \sin\varphi_1 + v_z \cos\varphi_1\right)\right\} dx\, d\rho_1\, d\varphi_1, \qquad (4.3.39)$$

$$B_2 = -2\pi k^2 \int\limits_0^L \int\limits_0^{\infty} \Phi_n(\rho_1)\rho_1 \exp\left\{\frac{-ix}{kL}(L-x)\rho_1^2\right\} \times$$

$$\times \int\limits_0^{2\pi} \exp\left\{-i\rho_1\tau\left(v_y \sin\varphi_1 + v_z \cos\varphi_1\right)\right\} dx\, d\rho_1\, d\varphi_1. \qquad (4.3.40)$$

Используя далее следующее представление функции Бесселя нулевого порядка:

$$J_0(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \exp\{-i\beta\cos\varphi_1\}\, d\varphi_1, \qquad (4.3.41)$$

преобразуем (4.3.39) и (4.3.40) к виду

$$B_1 = (2\pi k)^2 \int\limits_0^L \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\rho_1)\rho_1 J_0(\rho_1 v\tau)\, dx\, d\rho_1, \qquad (4.3.42)$$

$$B_2 = -(2\pi k)^2 \int\limits_0^L \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Phi_n(\rho_1)\rho_1 J_0(\rho_1 v\tau) \exp\left\{\frac{-ix}{kL}(L-x)\rho_1^2\right\} dx\, d\rho_1. \qquad (4.3.43)$$

Здесь $v = \left(v_y^2 + v_z^2\right)^{1/2}$ — компонента скорости переноса неоднородностей, перпендикулярная трассе AB. Используя (4.3.42), (4.3.43), (4.3.22) и учитывая, что $\rho_1 = K$, получим следующее выражение для временных автокорреляционных функций флуктуаций амплитуды $B_a(\tau)$ и фазы $B_\varphi(\tau)$:

$$B_{\varphi,a}(\tau)=2\pi^2k^2\int_0^L\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_n(K)KJ_0(Kv\tau)\left[1\pm\cos\left(\frac{x}{kL}(L-x)K^2\right)\right]dx\,dK.$$

(4.3.44)

Знак плюс соответствует B_φ, а минус — B_a. Выражение (4.3.44) является основным при анализе флуктуаций амплитуды, фазы или частоты радиоволн. Используя общие выражения для $B_\varphi(\tau)$ и $B_a(\tau)$, проанализируем далее дисперсии и спектры флуктуаций радиоволн.

4.4. Флуктуации амплитуды, фазы и частоты

Проанализируем связь дисперсии и частотного спектра флуктуаций амплитуды, фазы и частоты со статистическими характеристиками среды. Сначала найдем выражение для дисперсии флуктуаций логарифма амплитуды σ_a^2, используя формулу (4.3.44) для корреляционной функции флуктуаций амплитуды

$$B_a(\tau,L)=8\pi^2k^2\int_0^L\int_0^{\infty}\Phi_n(K)KJ_0(Kv\tau)\sin^2\left[\frac{x(L-x)K^2}{2kL}\right]dx\,dK. \qquad (4.4.1)$$

Учтем, что при $\tau = 0$ функция Бесселя $J_0(0) = 1$, а $B_a(0) = \sigma_a^2$, и получим соотношение

$$\sigma_a^2=8\pi^2k^2\int_0^L\int_0^{\infty}\Phi_n(K)K\sin^2\left[\frac{x(L-x)K^2}{2kL}\right]dx\,dK. \qquad (4.4.2)$$

Напомним, что начало координат x совмещено с положением излучателя, т. е. с точкой A на рис. 4.4. Рассмотрим влияние спектра флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n(K)$ на дисперсию флуктуаций амплитуды σ_a^2. Подынтегральное выражение в формуле (4.4.2) содержит два множителя $\Phi_n(K)K$ и $\sin^2F_3$, где

$$F_3=\frac{x(L-x)K^2}{2kL}. \qquad 4.4.3)$$

Для многих природных сред трехмерный спектр флуктуаций коэффициента преломления, согласно (4.1.22), может быть аппроксимирован степенной функцией $\Phi_n \sim K^{-q}$, где $q = 3$–4 (см. табл. 4.1). Следовательно, множитель $\Phi_n(K)K$ — быстро убывающая функция при увеличении K. Второй множитель $\sin^2 F_3$, согласно (4.4.3), увеличивается при возрастании K и достигает максимального значения при $F_3 = \pi/2$. Если выделить в статистически неоднородной среде слой толщины ΔL и обозначить расстояния от излучателя и от приемного пункта до центра слоя соответственно $AC = x = l_2$ и $BC = L - x = l_1$ (см. рис. 4.5), то условие максимума множителя $\sin^2 F_3$ приводит к соотношению

$$\frac{l_1 l_2 \lambda K^2}{4\pi(l_1 + l_2)} = \frac{\pi}{2} = \frac{\rho_f^2 K^2}{4\pi}. \tag{4.4.4}$$

В (4.4.4) введен, согласно (2.4.23), радиус первой зоны Френеля $\rho_f^2 = l_1 l_2 \lambda (l_1 + l_2)^{-1}$.

Так как $K = 2\pi\Lambda^{-1}$, то условие максимума подынтегральной функции (4.4.2) сводится к приближенному соотношению $\rho_f \approx \Lambda$. Следовательно, основной вклад в дисперсию флуктуаций амплитуды дают неоднородности с масштабами Λ порядка размера первой зоны Френеля. Первая зона Френеля является как бы пространственным фильтром, «вырезающим» из спектра $\Phi_n(K)$ ту часть неоднородностей, где $\Lambda \approx \rho_f$. Крупномасштабные неоднородности, с масштабами Λ, близкими к максимальному (внешнему) масштабу Λ_m, мало влияют на дисперсию флуктуаций амплитуды. Мелкомасштабные неоднородности, для которых $\Lambda << \rho_f$, также «отсекаются» пространственным фильтром и, кроме того, их спектральная плотность всегда мала.

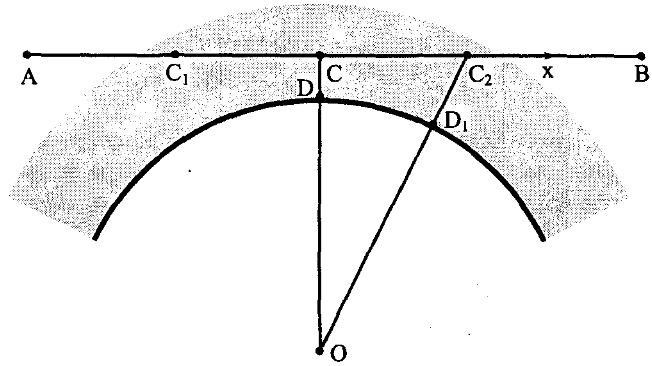


Рис. 4.5. Схема радиопросвечивания неоднородностей атмосферы Земли или околосолнечной плазмы

Проанализируем влияние положения и распределения неоднородностей на трассе, т. е. зависимости $C_n(x)$ или $\sigma_n(x)$ на дисперсию σ_a^2. Пусть, для конкретности, неоднородности обусловлены турбулентностью среды, так что спектр $\Phi_n(K)$ соответствует выражению (4.1.20). Подставим выражение для такого спектра Φ_n в (4.4.2) и осуществим интегрирование по K, при этом учтем, что

$$\int_0^\infty y^{-11/6}\sin^2 y\,dy = 2{,}72\cdot 10^{-2}\,, \tag{4.4.5}$$

в результате получим итоговое выражение для дисперсии флуктуаций логарифма амплитуды:

$$\sigma_a^2 = 0{,}56k^{7/6}L^{-5/6}\int_0^L C_n^2(x)\left[x(L-x)\right]^{5/6}dx$$

или (4.4.6)

$$\sigma_a^2 = k^{7/6}L^{-5/6}\Lambda_m^{-2/3}\int_0^L \sigma_n^2(x)\left[x(L-x)\right]^{5/6}dx.$$

Формулы (4.4.6) дают связь σ_a с C_n или с σ_n. Напомним, что характеристики флуктуаций коэффициента преломления C_n и σ_n связаны соотношением (4.1.21). В зависимости от конкретной ситуации распространения радиоволн функции $C_n(x)$ или $\sigma_n(x)$ могут быть различными.

На трассе AB, проходящей через атмосферу, C_n или σ_n слабо зависит от высоты или расстояния (рис. 4.2), в этом случае можно положить $C_n = \text{const}$, $\sigma_n = \text{const}$ и из (4.4.6) получить соотношения

$$\sigma_a^2 = 0{,}3C_n^2k^{7/6}L^{11/6}, \quad \text{или} \quad \sigma_a^2 = 0{,}6\sigma_n^2k^{7/6}\Lambda_m^{-2/3}L^{11/6}. \tag{4.4.7}$$

Если нас интересуют ионосферные флуктуации радиоволн при связи со спутником на трассе AC (рис. 4.2), то можно выделить слой ионосферных неоднородностей толщины $\Delta L = C_1C_2$, где $C_n = \text{const}$, а вне этого слоя положить $C_n = 0$. Проинтегрировав (4.4.6) по x, для этого случая получим

$$\sigma_a^2 = 0{,}56k^{7/6}C_n^2\Delta L\left(\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{5/6} \tag{4.4.8}$$

здесь $\Delta L = H_i\cos^{-1}\theta_i$, l_2 — расстояние от излучателя до центра слоя, а l_1 — расстояние от пункта приема сигналов до центра слоя. Соотношение (4.4.8) соответствует прохождению радиоволны через турбулентный слой с неоднородностями среды. Если средой является плазма, то в соответствии с (4.1.26), нужно выразить C_n^2 или σ_n^2 через дисперсию флуктуаций электронной концентрации σ_c^2.

Экспериментальные исследования флуктуаций амплитуды показали их изменчивость, связанную с сильным влиянием метеорологических условий в атмосфере и влиянием солнечной активности на ионосферу. При сопоставлении результатов теории с экспериментами было показано, что при условии малой интенсивности флуктуаций $\sigma_a < 0{,}3$ теоретические зависимости σ_a от длины волны λ и зенитного угла лучевой линии θ соответствуют экспериментальным данным. Получить удовлетворительное совпадение теоретического значения σ_a с экспериментальными данными удается, если подобрать подходящие значения C_n или σ_n и Λ_m.

Если трасса радиосвязи на большом протяжении проходит через статистически неоднородную среду, то бывает необходимо учитывать зависимости $C_n(x)$ или $\sigma_n(x)$. Например, при затменном просвечивании атмосферы с использованием трасс спутник—спутник нужно учитывать зависимость интенсивности неоднородностей от высоты над поверхностью Земли. На рис. 3.10 была приведена экспериментальная зависимость напряженности поля E от минимальной высоты h_d на затменной трассе спутник—спутник. Видно, что при уменьшении высоты лучевой линии происходит увеличение интенсивности флуктуаций δE. На рис. 4.5 показана геометрия этой задачи: лучевая линия AB проходит на разном расстоянии от поверхности Земли $C_2D = h$, точка C соответствует минимальной высоте лучевой линии $CD = h_d$, а центр Земли есть точка O. Неоднородности атмосферы убывают с высотой, поэтому на линии AB флуктуации коэффициента преломления имеют разную интенсивность. Если считать, что σ_n убывает с высотой по экспоненциальному закону, то можно, как и в § 4.2, положить

$$\sigma_n^2 = \sigma_0^2 \exp\{-2\beta_1 h\}, \tag{4.4.9}$$

где σ_0 — значение σ_n у поверхности Земли. Из (4.4.6) и (4.4.9) следует

$$\sigma_a^2 = k^{7/6} L^{-5/6} \Lambda_m^{-2/3} \sigma_0^2 \int_0^L \left[x(L-x)\right]^{5/6} \exp\{-2\beta_1 h\}\, dx. \tag{4.4.10}$$

Поместим теперь начало координат в точку C (рис. 4.5) и проведем интегрирование (4.4.10) в пределах от $-\infty$ до ∞. Так как высота атмосферы много меньше радиуса Земли (а), то из треугольника COC_2 следует $x^2 = 2a\,(h - h_d)$, с учетом этого соотношения из (4.4.10) получим

$$\sigma_a^2 = k^{7/6}\Lambda_m^{-2/3}\Delta L\left(\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{5/6}\sigma_0^2\exp\{-2\beta_1 h_d\}, \qquad (4.4.11)$$

где $\Delta L = \left(\dfrac{\pi a}{\beta_1}\right)^{1/2}$. В (4.4.11) $\sigma_0^2\exp\{-2\beta_1 h_d\}$ — значение дисперсии флуктуаций коэффициента преломления в точке C, соответствующей наибольшему приближению лучевой линии к поверхности Земли, а ΔL — эффективная толщина условного слоя статистически неоднородной среды, который обуславливает такие же флуктуации, как и сферически симметричная неоднородная среда. При таком радиопросвечивании атмосферы, когда расстояние между спутниками $AB = l_1 + l_2 = 2{,}9 \cdot 10^4$ км, эффективная толщина «слоя» неоднородностей $\Delta L \approx 400$ км.

Сравним приближенную формулу (4.4.11) с результатами экспериментальных исследований флуктуаций амплитуды на затменных трассах спутник—спутник. На рис. 4.6 приведена экспериментальная зависимость σ_a от высоты h_d, полученная для $\lambda = 19$ см при $l_1 = 3.3 \cdot 10^3$ км, $l_2 = 2{,}5 \cdot 10^4$ км. Раз-

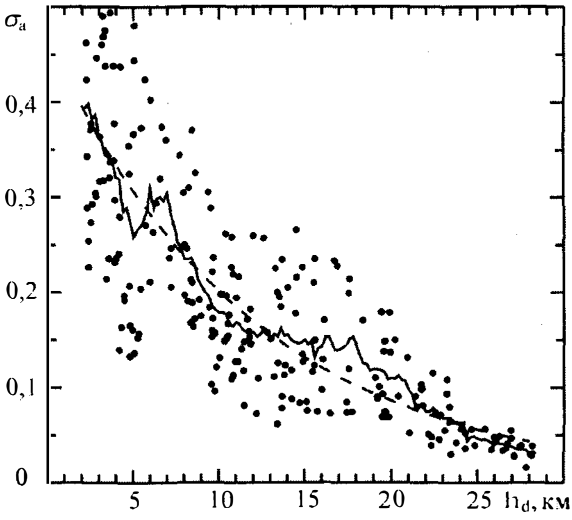


Рис. 4.6. Зависимость среднеквадратичного отклонения амплитуды σ_a от минимальной высоты лучевой линии h_d

брос экспериментальных значений σ_a связан с тем, что радиопросвечивание атмосферы проводилось в различных районах при разных метеорологических условиях. Волнистая кривая на рис. 4.6 соответствует усредненной экспериментальной зависимости $\sigma_a(h_d)$, а гладкая — результатам расчета по формуле (4.4.11), где, как и в § 4.2 при анализе флуктуаций фазы, было положено $\Lambda_m = 1{,}4$ км, $\sigma_0 = 2\cdot 10^{-6}$, $\beta_1 = 0{,}1$ км$^{-1}$. Сопоставление экспериментальной и теоретической зависимостей $\sigma_a(h_d)$ показывает их удовлетворительное соответствие. Существенно, что теоретические зависимости интенсивности флуктуаций амплитуды $\sigma_a(h_d)$ и фазы $\sigma_\varphi(h_d)$ соответствуют результатам экспериментов; это следует из сравнения закономерностей, показанных на рис. 4.3 и 4.6.

При радиопросвечивании околосолнечной и межпланетной плазмы сигналами космических аппаратов наблюдаются флуктуации радиоволн, геометрия задачи здесь почти такая же, как и в предыдущем случае (рис. 4.5): в точке A расположен космический аппарат, движущийся в плоскости эклиптики, пункт B соответствует наземному центру космической связи, а точка O — центру Солнца. Флуктуации амплитуды зависят от расстояния OC = p, так как при приближении лучевой линии к Солнцу сильно возрастает электронная концентрация и неоднородности плазмы. В этом случае принимают, что структурная характеристика C_n может быть аппроксимирована следующим выражением:

$$C_n^2 = C_n^2(p)\exp\left\{-\left(\frac{l_2 - x}{\beta_2 p}\right)^2\right\}, \tag{4.4.12}$$

где $\beta_2 = 0{,}85$, $C_n(p)$ — значение параметра в точке C. Из (4.4.6) и (4.4.12) следует:

$$\sigma_a^2 = 0{,}56k^{7/6}L^{-5/6}C_n^2(p)\int_0^L \left[x(L-x)\right]^{5/6}\exp\left\{-\left(\frac{l_2 - x}{\beta_2 p}\right)^2\right\}dx \tag{4.4.13}$$

В подынтегральном выражении (4.4.13) степенная функция медленно изменяется при изменении x, а экспоненциальный множитель изменяется быстро. Для приближенного вычисления интеграла (4.4.13) положим $x(L - x) = l_1 l_2$, а интегрирование экспоненциальной функции проведем в бесконечных пределах. В результате получим приближенное соотношение

$$\sigma_a^2 = 0{,}56k^{7/6}\Delta L C_n^2(p)\left(\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)^{5/6}, \tag{4.4.14}$$

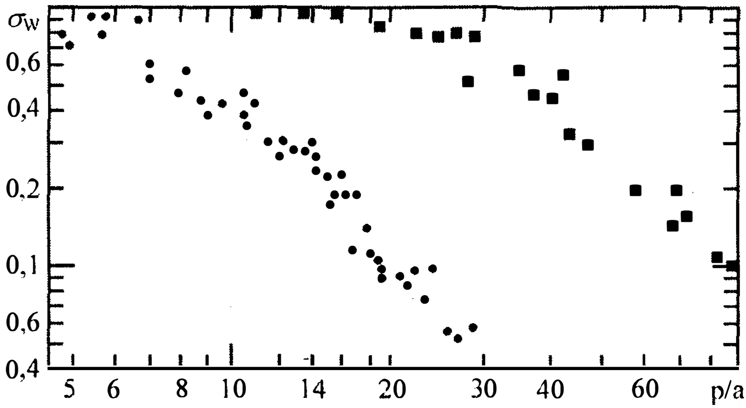


Рис. 4.7. Интенсивность флуктуаций σ_W при распространении радиоволн через межпланетную и околосолнечную плазму на различных расстояниях р/а

где $\Delta L = \beta_2 p \pi^{1/2} \approx p$ — толщина условного эффективного «слоя» неоднородностей плазмы. Эффективная толщина ΔL зависит от расстояния р = ОС; если лучевая линия проходит на расстоянии четырех радиусов Солнца, то $\Delta L \approx 4 \cdot 10^6$ км.

На рис. 4.7 приведены результаты измерений интенсивности флуктуаций на трассе межпланетная станция «Венера-15» — Земля, когда лучевая линия проходила через плазму на различном расстоянии от Солнца. По вертикали указаны среднеквадратичные значения σ_w «по мощности», а по горизонтали — отношение расстояния р к радиусу Солнца а. Заметим, что при малой интенсивности флуктуаций $\sigma_w \approx 2\ \sigma_a$. Точки на этом рисунке соответствуют измерениям в диапазоне $\lambda = 5$ см, а квадраты — длине волны $\lambda = 32$ см. Видно возрастание интенсивности флуктуаций амплитуды при приближении лучевой линии к Солнцу: они становятся особо интенсивными при р < 14а для $\lambda = 32$ см и при р < 6а для $\lambda = 5$ см. При сопоставлении теоретической зависимости $\sigma_a(p)$ с результатами экспериментов нужно учитывать, что теория справедлива для случая малых флуктуаций амплитуды, когда $\sigma_a < 0{,}3$. Используя соотношение (4.4.14) и экспериментальные данные, удается получить приближенную зависимость $C_n(p)$ и так оценить дисперсию флуктуаций электронной концентрации межпланетной и околосолнечной плазмы на разных расстояниях от Солнца.

Обсудим зависимость интенсивности флуктуаций от длины волны. Если флуктуации радиоволн обусловлены турбулентностью атмосферы, то, согласно соотношению (4.4.6), $\sigma_a \sim \lambda^{-7/12}$ — флуктуации увеличиваются при уменьшении длины волны. Если же флуктуации радиоволн обусловлены турбулентностью ионосферной или околосолнечной плазмы, то в (4.4.6) нужно учесть зависимость σ_n от длины волны, т. е. дополнительно использовать соотношение (4.1.26). В этом случае $\sigma_a \sim \lambda^{17/12}$, т. е. флуктуации увеличиваются при увеличении длины волны. Указанные зависимости σ_a от длины волны соответствуют случаю развитой турбулентности среды, когда спектр $\Phi_n(K)$ соответствует (4.1.20). Пространственный спектр флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n \sim K^{-q}$ может характеризоваться разными значениями q, согласно табл. 4.1 имеем $3 < q < 4{,}6$. Если ввести в (4.4.2) степенной спектр $\Phi_n \sim K^{-q}$, то после громоздких вычислений придем к следующей формуле

$$\sigma_a^2 = A_1 \sigma_n^2 \Lambda_m^{q-3} \lambda^{(q-6)/2} \Delta L \left(\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2} \right)^{(q-2)/2}, \tag{4.4.15}$$

здесь A_1 — множитель, слабо зависящий от q. Из (4.4.15) следует, что при распространении волн в неоднородных средах с разным спектром Φ_n будет разная зависимость дисперсии σ_a^2 от длины волны. Если среда — плазма, то нужно учесть, что $\sigma_n^2 \sim \lambda^4$ и, следовательно, зависимость дисперсии флуктуаций амплитуды от длины волны будет иметь вид

$$\sigma_a^2 \sim \lambda^{(q+2)/2}. \tag{4.4.16}$$

Заметим, что измерение дисперсии σ_a^2 на нескольких длинах волн позволяет определить показатель q.

Перейдем к анализу частного спектра флуктуаций амплитуды $\Phi_a(\Omega)$, для этого используем связь спектра $\Phi_a(\Omega)$ и корреляционной функции $B_a(\tau)$

$$\Phi_a(\Omega) = 4\int_0^\infty B_a(\tau)\cos(\Omega\tau)\, d\tau, \tag{4.4.17}$$

где τ — интервал времени, $\Omega = 2\pi F$, F — частота флуктуаций. Из (4.3.44) и (4.4.17) следует:

$$\Phi_a(\Omega) = \\ = 8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \Phi_n(K) K \left[1 - \cos\left(\frac{x(L-x)K^2}{kL} \right) \right] \int_0^\infty J_0(Kv\tau)\cos(\Omega\tau)\, d\tau\, dx\, dK. \tag{4.4.18}$$

Учитывая, что в (4.4.18) интеграл по τ равен $(K^2v^2 - \Omega^2)^{-1/2}$ при $Kv > \Omega$, а при $Kv < \Omega$ он равен нулю, получим

$$\Phi_a(\Omega)=8\pi^2k^2\int_0^L\int_{\Omega/v}^{\infty}\Phi_n(K)K\left(K^2v^2-\Omega^2\right)^{-1/2}\sin^2\left(\frac{x(L-x)K^2}{2kL}\right)dx\,dK. \tag{4.4.19}$$

Пусть статистические неоднородности занимают часть трассы AB, как это показано на рис. 4.5. Упростим выражение (4.4.19), учитывая, что интегрирование по x можно приближенно заменить введением статистически неоднородного «слоя» толщины ΔL; учтем, что центр этого «слоя» расположен в точке C. Преобразуем (4.4.19), учтя, что подынтегральную функцию нужно взять в точке C, где $x = l_2$, в результате получим:

$$\Phi_a(\Omega)=8\pi^2k^2\Delta L\int_{\Omega/v}^{\infty}\Phi_n(K)K\left(K^2v^2-\Omega^2\right)^{-1/2}\sin^2\left(\frac{l_1l_2K^2}{2k(l_1+l_2)}\right)dK. \tag{4.4.20}$$

Введем в (4.4.20) степенной спектр, соответствующий (4.1.22), и получим

$$\Phi_a(\Omega)=0{,}264\pi^2k^2\Delta LC_n^2I, \tag{4.4.21}$$

где

$$I=\int_{\Omega/v}^{\infty}K^{1-q}\left(K^2v^2-\Omega^2\right)^{-1/2}\sin^2\left(\frac{l_1l_2K^2}{2k(l_1+l_2)}\right)dK.$$

Сделав в этом интеграле замену переменных $t = K^2v^2\Omega^{-2} - 1$, преобразуем интеграл I к следующему виду:

$$I=\frac{1}{2v}\left(\frac{\Omega}{v}\right)^{1-q}\int_0^{\infty}(t+1)^{-q/2}\,t^{-1/2}\sin^2\left[\beta_3(t+1)\right]dt, \tag{4.4.22}$$

здесь обозначено

$$\beta_3=\frac{l_1l_2\Omega^2}{2kv^2(l_1+l_2)}. \tag{4.4.23}$$

Из формул (4.4.21) и (4.4.22) следует, что частотная зависимость спектра флуктуаций амплитуды $\Phi_a(\Omega)$ определяется только функцией $I(\Omega)$, поэтому рассмотрим далее зависимость $I(\Omega)$. Выразим $I(\Omega)$ через хорошо изученные и табулированные конфлюэнтную гипергеометрическую функцию ψ и гамма-функцию Γ. Для этого используем соотношение

$$\sin^2 z = \frac{1}{2}\left[1 - \mathrm{Re}\exp\{2iz\}\right]$$

и выделим в (4.4.22) два интеграла

$$I = \frac{1}{2v}\left(\frac{\Omega}{v}\right)^{1-q}\left(I_1 + I_2\right),$$

$$I_1 = \frac{1}{2}\int_0^\infty (t+1)^{-q/2}\, t^{-1/2}\, dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)} \tag{4.4.24}$$

$$I_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{e^{2i\beta_3}\left[\int_0^\infty (t+1)^{-q/2}\, t^{-1/2}\exp\{2i\beta_3 t\}\, dt\right]\right\}.$$

Мы выразили I_1 через гамма-функцию, а I_2 — через конфлюэнтную гипергеометрическую функцию, поэтому из (4.4.24) следует:

$$I = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{4v}\left(\frac{\Omega}{v}\right)^{1-q}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)} + I_2\right]. \tag{4.4.25}$$

Зависимость спектра Φ_a от частоты флуктуаций $\Omega = 2\pi F$ определяется формулой (4.4.25), поэтому проанализируем это выражение более подробно. Отметим, что, согласно (4.4.23), безразмерный параметр β_3, входящий в I_2, зависит от частоты флуктуаций Ω. В соответствии с (4.4.23) введем частоту Ω_0, использовав соотношение $2\beta_3 = \Omega^2\Omega_0^{-2}$, поэтому частота Ω_0 пределится равенством:

$$\Omega_0 = 2\pi F_0 = v\left[\frac{k(l_1 + l_2)}{l_1 l_2}\right]^{1/2} \tag{4.4.26}$$

Напомним, что v — компонента скорости перемещения неоднородностей перпендикулярная трассе АВ. Из (4.4.21) и (4.4.26) следует итоговое выражение для временного спектра флуктуаций амплитуды:

$$\Phi_a(\Omega)=0,264\pi^2k^2\Delta LC_n^2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{4v}\left(\frac{\Omega}{v}\right)^{1-q}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)}+I_2\right]. \qquad (4.4.27)$$

Подробный анализ этого выражения с использованием свойств гамма-функции и конфлюэнтной гипергеометрической функции, а также численный анализ с помощью компьютера показали следующее: при $\Omega\Omega_0^{-1}>1$ вклад второго слагаемого I_2 в скобках выражения (4.4.27) пренебрежимо мал и поэтому зависимость спектра Φ_a от Ω определяется множителем Ω^{1-q}. Если этот участок спектра аппроксимировать степенной зависимостью $\Phi_a\sim\Omega^{-m}$, то

$$m = q-1. \qquad (4.4.28)$$

При $\Omega\Omega_0^{-1}<1$ спектр Φ_a не зависит от частоты. Эти два участка спектра можно разделить частотой $\Omega_1=2\pi F_1\approx 1{,}4\Omega_0$. По этому признаку из экспериментальных спектров $\Phi_a(\Omega)$ может быть определена частота Ω_0 и по (4.4.26) найдено значение скорости перемещения неоднородностей v.

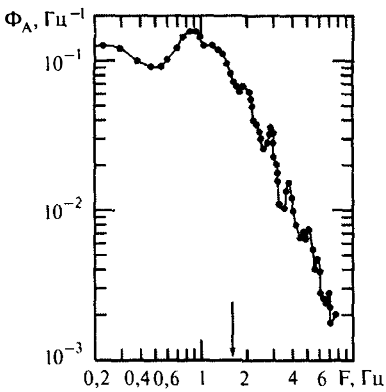


Рис. 4.8. Пример спектра флуктуаций амплитуды при распространении радиоволн через межпланетную плазму

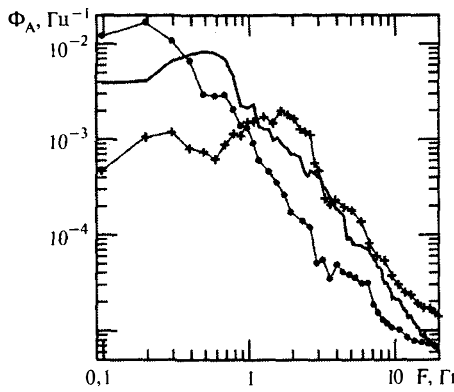


Рис. 4.9. Типичные спектры флуктуаций амплитуды на полярной ионосферной трассе спутник—спутник

Мы проанализировали спектр флуктуаций амплитуды, обусловленный перемещением неоднородностей среды через трассу распространения радиоволн. При этом предполагалось, что пространственный спектр флуктуаций коэффициента преломления степенной, а интенсивность флуктуаций амплитуды радиоволн мала.

Из выражений (4.4.26) и (4.4.28) следует, что экспериментальные спектры флуктуаций амплитуды дают информацию о показателе пространственного спектра неоднородностей q и о скорости их переноса v. В связи с этим были проведены подробные экспериментальные исследования спектров флуктуаций амплитуды при распространении радиоволн через различные среды. На рис. 4.8 дан пример экспериментального спектра $\Phi_a(F)$, полученного при радиопросвечивании межпланетной плазмы, когда «прицельное расстояние p = 18a, а длина волны $\lambda = 32$ см. Аппроксимируя наклонную часть спектра степенной зависимостью $\Phi_a \sim F^{-m}$, находят значение m, а далее по соотношению (4.4.28) определяют показатель пространственного спектра флуктуаций электронной концентрации q. Частота перегиба спектра F_1, показанная стрелкой, позволяет найти скорость потоков плазмы; так была определена зависимость скорости солнечного ветра от расстояния до Солнца. На рис. 4.9 показаны типичные спектры $\Phi_a(F)$, полученные в экспериментах радиопросвечивания сильно возмущенной полярной ионосферы на трассах спутник—спутник при $\lambda = 19$ см. Спектры $\Phi_a(F)$, полученные в таких условиях, определяют важную характеристику спектра ионосферной плазмы q, что позволяет судить о механизмах возбуждения мелкомасштабной неоднородности ионосферы под действием сильной вспышечной активности Солнца. Сопоставление экспериментальных спектров, показанных на рис. 4.8 и 4.9, с теоретическим спектром Φ_a, представленным на рис. 4.10, показывает их хорошее соответствие. Необходимо отметить, что теория соответствует опыту, если $\sigma_a < 0,3$; при большой интенсивности флуктуаций амплитуды спектры Φ_a теряют свою информативность, они не дают правильного значения q.

В § 4.2 были рассмотрены флуктуации фазы в лучевом приближении, когда принималось, что только те неоднородности, которые расположены непосредственно на лучевой линии, обуславливают вариации фазы. Проанализируем флуктуации фазы с учетом волновых представлений; по-прежнему будем считать, что масштабы неоднородностей много больше длины волны, а градиенты коэффициента преломления малы. В этом случае применим метод плавных возмущений, рассмотренный в § 4.3, и можно использовать выражение (4.3.44) для корреляционной функции флуктуаций фазы. Найдем выражения для дисперсии и временных спектров флуктуаций фазы и выясним связь этих величин с характеристиками неоднородностей среды. Определим дисперсию флуктуации фазы $\sigma_\varphi^2 = B_\varphi(\tau = 0)$, для этого в (4.3.44) положим $\tau = 0$ и образуем сумму $B_\varphi(0) + B_a(0) = \sigma_\varphi^2 + \sigma_a^2$. Учтем, что флуктуации фазы всегда больше, чем флуктуации амплитуды, т. е. $\sigma_\varphi^2 \approx B_\varphi(0) + B_a(0)$, поэтому из (4.3.44) следует

$$\sigma_\varphi^2 = 8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \Phi_n(K) K \, dK \, dx. \tag{4.4.29}$$

Заметим, что это соотношение может быть получено в лучевом приближении, т. е. волновой подход не внес существенного уточнения задачи о флуктуациях фазы.

Мелкомасштабные неоднородности слабо влияют на флуктуации фаз, это отражается наличием в (4.3.44) множителя $\cos F_3$, где F_3 соответствует (4.4.3). При вычислении интегралов (4.4.29) примем степенной спектр $\Phi_n(K)$ (4.1.20). Из (4.4.29) и (4.1.20) следует:

$$\sigma_\varphi^2 = 0{,}033 \cdot \left(8\pi^2 k^2\right) \int_0^L \int_0^\infty \frac{C_n^2(x) K \, dK \, dx}{\left(K^2 + K_m^2\right)^{11/6}}. \tag{4.4.30}$$

Пусть статистически неоднородная среда занимает часть трассы AB длины ΔL, а параметр $C_n = \text{const}$, тогда после интегрирования (4.4.30) по K и по x получим:

$$\sigma_\varphi^2 = 0{,}37 k^2 \Lambda_m^{5/3} C_n^2 \Delta L \tag{4.4.31}$$

или

$$\sigma_\varphi^2 = 0{,}74 k^2 \sigma_n^2 \Lambda_m \Delta L. \tag{4.4.32}$$

В последнем выражении, используя (4.1.21), перешли от C_n^2 к дисперсии флуктуаций коэффициента преломления σ_n^2. Сравнение выражений (4.4.32) и (4.2.7) снова показывает, что переход к волновым представлениям не внес в эту задачу существенных

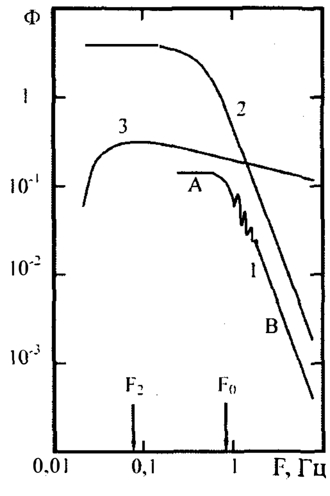


Рис. 4.10. Теоретические спектры флуктуаций амплитуды (1), фазы (2) и частоты (3)

уточнений. Следовательно, анализ флуктуаций фазы можно проводить в лучевом приближении, если имеем «плавные» неоднородности среды и масштабы Λ много больше длины волны. Напомним, что множитель Λ_m в этих формулах отражает преобладающее влияние крупномасштабных неоднородностей на σ_φ.

Рассмотрим далее спектр флуктуаций фазы, для этого перейдем от корреляционной функции $B_\varphi(\tau)$ к спектру $\Phi_\varphi(\Omega)$ и из (4.3.44) и (4.4.17) получим:

$$\Phi_\varphi(\Omega) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \Phi_n(K) K \left[1 + \cos\left(\frac{x(L-x)K^2}{kL}\right)\right] \times$$

$$\times \int_0^\infty J_0(Kv\tau)\cos(\Omega\tau)\, d\tau\, dx\, dK. \qquad (4.4.33)$$

Вычислим интеграл по τ так, как это было сделано в (4.4.18) и (4.4.19); введем участок трассы, занятый неоднородностями ΔL, и осуществим приближенное вычисление интеграла по x. В итоге имеем

$$\Phi_\varphi(\Omega) = 8\pi^2 k^2 \Delta L \times$$

$$\times \int_{\Omega/v}^{\infty} \Phi_n(K) K \left(K^2 v^2 - \Omega^2\right)^{-1/2} \cos^2\left(\frac{l_1 l_2 K^2}{2k(l_1 + l_2)}\right) dK. \qquad (4.4.34)$$

Найдем приближенное выражение спектра $\Phi_\varphi(\Omega)$. Используем (4.4.20) и (4.4.34), сформируем выражение $\Phi_\varphi + \Phi_a$ и учтем, что всегда $\Phi_\varphi >> \Phi_a$, в результате получим:

$$\Phi_\varphi \approx \Phi_\varphi + \Phi_a = 8\pi^2 \kappa^2 \Delta L \int_{\Omega/v}^{\infty} \Phi_n(K) K \left(K^2 v^2 - \Omega^2\right)^{-1/2} dK \qquad (4.4.35)$$

Используем далее следующее представление спектра Φ_n:

$$\Phi_n = 0{,}033\ C_n^2 \left(K^2 + K_m^2\right)^{-q/2} \qquad (4.4.36)$$

и из (4.4.35) и (4.4.36) получим

$$\Phi_\varphi = 0{,}264\pi^2 k^2 C_n^2\, \Delta L \int_{\Omega/v}^{\infty} \frac{K\, dK}{\left(K^2 v^2 - \Omega^2\right)^{1/2} \left(K^2 + K_m^2\right)^{q/2}} \qquad (4.4.37)$$

Сделаем в (4.4.37) замену переменных $y = \left(K^2v^2 - \Omega^2\right)^{1/2}$ и преобразуем это выражение к виду

$$\Phi_{\varphi} = Av^{q-2}\int_0^{\infty}\frac{dy}{\left(y^2 + B^2\right)^{q/2}}, \tag{4.4.38}$$

где обозначено $A = 0{,}264\pi^2k^2C_n^2\Delta L$, $B^2 = v^2K_m^2 + \Omega^2$.

С помощью подстановки $t = y^2B^{-2}$ сведем интеграл (4.4.38) к табличному

$$\Phi_{\varphi} = \frac{1}{2}Av^{q-2}B^{1-q}I_3, \tag{4.4.39}$$

где

$$I_3 = \int_0^{\infty}\frac{dt}{t^{1/2}(t+1)^{q/2}} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)},$$

а Γ — табулированная гамма-функция. Из (4.4.39) следует выражение для частотного спектра флуктуаций фазы:

$$\Phi_{\varphi}(\Omega) = 0{,}132\pi^2k^2C_n^2\Delta Lv^{-1}\left(K_m^2 + \frac{\Omega^2}{v^2}\right)^{(1-q)/2} I_3. \tag{4.4.40}$$

Если $\Omega/v > K_m$, что возможно, если регистрируемая частота флуктуаций $F > v\Lambda_m^{-1}$, то из (4.4.40) имеем:

$$\Phi_{\varphi}(\Omega) = 0{,}264\pi^2k^2C_n^2\Delta Lv^{q-2}\Omega^{1-q}I_3. \tag{4.4.41}$$

Напомним, что, согласно (4.4.39), I_3 — известная величина, зависящая от q. Из (4.4.41) следует, что, при выполнении условия $F > v\Lambda_m^{-1}$, спектр флуктуаций фазы пропорционален степенной функции

$$\Phi_{\varphi}(\Omega) \sim \Omega^{-m}, \quad m = q-1. \tag{4.4.42}$$

Это соотношение указывает способ определения q — характеристики спектра флуктуаций коэффициента преломления — по значению m, найденному в результате обработки экспериментальных спектров флуктуаций фазы. Из (4.4.40) следует, что для очень низких частот флуктуаций фазы, когда $\Omega / v < K_m$, спектр Φ_φ не зависит от частоты Ω. График 2 на рис. 4.10 иллюстрирует теоретическую зависимость спектра флуктуаций фазы от частоты. Существенно, что степенная зависимость (4.4.42) справедлива до очень низких частот. Необходимо отметить, что реальный пространственный спектр флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n(K)$ при $K \le K_m$ известен весьма приближенно, а формула (4.4.36) дает лишь удобную математическую аппроксимацию $\Phi_n(K)$, поэтому теоретический спектр флуктуаций фазы (4.4.40) при $\Omega / v < K_m$ является весьма приближенным.

В современной радиотехнике важно иметь высокую стабильность частоты, в особенности это важно в системах спутниковой навигации или при дальней космической связи, где используются высокостабильные цезиевые или водородные стандарты частоты. При распространении радиоволн через случайно неоднородные среды происходят флуктуации фазы, что приводит к ухудшению стабильности частоты принимаемых сигналов. В связи с этим проанализируем эффект ухудшения стабильности частоты f при радиосвязи через случайно неоднородную среду. Будем различать частоту флуктуаций фазы или частоты $\Omega = 2\pi F$ и частоту радиоволны $\omega = 2\pi f$. Важно отметить, что характерные частоты спектра флуктуаций фазы и амплитуды Ω много меньше частоты радиоволны ω, а флуктуации амплитуды всегда много меньше вариаций фазы. В связи с этим можно пренебречь амплитудными флуктуациями и рассматривать распространение радиоволн через неоднородную плазму как процесс воздействия случайной фазовой модуляции на монохроматический сигнал. При таком подходе флуктуации частоты $\delta\omega$ определяются спектром флуктуаций фаз $\Phi_\varphi(\Omega)$. Флуктуации частоты и энергетический спектр сигнала со случайной фазовой модуляцией изучены в статистической радиотехнике, поэтому воспользуемся этими результатами. Рассмотрим флуктуации частоты, которые будем характеризовать дисперсией σ_ω^2 и частотным спектром $\Phi_\omega(\Omega)$. Из статистической радиотехники имеем следующую связь σ_ω^2 и $\Phi_\omega(\Omega)$ со спектром флуктуаций фазы $\Phi_\varphi(\Omega)$:

$$\Phi_\omega(\Omega) = \Omega^2 \Phi_\varphi(\Omega), \tag{4.4.43}$$

$$\sigma_\omega^2 = \int_0^\infty \Omega^2 \Phi_\varphi(\Omega)\, d\Omega. \tag{4.4.44}$$

Используя (4.4.43) и (4.4.41), получим следующее выражение для спектра флуктуаций частоты:

$$\Phi_{\omega}(\Omega)=0,264\pi^2 k^2 \Delta L C_n^2 v^{q-2}\Omega^{3-q}\left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)}\right). \qquad (4.4.45)$$

Из (4.4.45) следует, что частотная зависимость спектра $\Phi_{\omega}(\Omega)$ выражается соотношениями

$$\Phi_{\omega} \sim \Omega^{-m_1}, \quad m_1 = q-3. \qquad (4.4.46)$$

Формулы (4.4.46) указывают на возможность нахождения параметра q по значению m_1, определенному по экспериментальным спектрам флуктуаций частоты.

Для определения дисперсии флуктуаций частоты, использовав (4.4.44) и (4.4.45), получим:

$$\sigma_{\omega}^2=0,264\pi^2 k^2 \Delta L C_n^2 v^{q-2}\left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)}\right)\int\limits_{\Omega_1}^{\Omega_2}\Omega^{3-q}\,d\Omega.\,. \qquad (4.4.47)$$

Обсудим пределы интегрирования в выражении (4.4.47). Формальнос выражение (4.4.44) требуст учета всех составляющих спектра флуктуаций фазы $\Phi_{\varphi}(\Omega)$, однако при экспериментальных исследованиях можно с достоверностью определять флуктуации фазы или частоты лишь в частотном интервале, ограниченном наименьшими (Ω_1) и наибольшими (Ω_2) регистрируемыми частотами. Измерения частоты осуществляются путем отсчетов через равные интервалы времени Δt, например через 1 с, поэтому наибольшая частота Ω_2 имеет приближенное значение $2\pi/\Delta t$. Наименьшая достоверно регистрируемая частота Ω_1 определяется принятой длительностью реализации случайного процесса T. Можно выразить Ω_1 через внешний масштаб неоднородностей Λ_m, условно считая, что $T \geq \Lambda_m v^{-1}$, а $\Omega_1 \leq 2\pi\,\Delta T^{-1} \approx 2\pi v \Lambda_m^{-1}$. Такое введение Ω_1 предполагает, что длительность T достаточно велика. Положим, для конкретности, q = 11/3 и из (4.4.47) найдем выражение для дисперсии флуктуаций частоты

$$\sigma_{\omega}^2=0,264\cdot\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)\Gamma^{-1}\left(\frac{11}{6}\right)\pi^2 k^2 \Delta L C_n^2 v^{5/3}\left(\Omega_2^{1/3}-\Omega_1^{1/3}\right). \qquad (4.4.48)$$

При анализе медленных флуктуаций частоты, когда возможно определение спектра $\Phi_\omega(\Omega)$ при очень низких частотах Ω, следует использовать соотношения (4.4.40) и (4.4.43), из которых получим:

$$\Phi_\omega(\Omega) \sim \Omega^2\left(K_m^2 + \frac{\Omega^2}{v^2}\right)^{(1-q)/2}. \qquad (4.4.49)$$

Из (4.4.49) следует, что спектр флуктуаций частоты имеет максимум при частоте

$$\Omega_3 = 2\pi F_3 = vK_m\left(\frac{2}{q+1}\right)^{1/2},$$

а при $\Omega >> \Omega_3$, в соответствии с (4.4.46), спектр степенной [72]. На рис. 4.10 спектр $\Phi_\omega(\Omega)$ показан графиком 3.

При распространении монохроматической волны через случайно неоднородную среду происходит уширение спектральной линии. Этот эффект будем характеризовать шириной энергетического спектра волны по уровню половинной мощности Δf. Если флуктуации частоты δf распределены по нормальному закону, то ширина энергетического спектра волны пропорциональна среднеквадратичному отклонению частоты

$$\Delta f = (2\pi)^{1/2}\sigma_f. \qquad (4.4.50)$$

Здесь σ_f соответствует формуле (4.4.47) или (4.4.48), поэтому ширина спектральной линии Δf сильно зависит от скорости переноса неоднородностей v, интенсивности флуктуаций коэффициента преломления и от показателя пространственного спектра q. Флуктуации частоты и размытие спектральной линии проявляются ярко при радиосвязи с межпланетными аппаратами, когда лучевая линия проходит вблизи Солнца. Эксперименты показали, что для $\lambda = 32$ см при расстоянии лучевой линии от центра Солнца, равном двум солнечным радиусам, ширина спектральной линии Δf достигает 1 КГц. Это в 10^4 раз больше технической ширины спектральной линии передатчиков с высокой стабильностью частоты.

Мы провели теоретический анализ воздействия статистически неоднородной среды на радиоволны, при котором было сделано несколько предположений о характеристиках неоднородностей. Предполагалось, что флуктуации коэффициента преломления малы и изотропны, масштабы неоднородностей велики по сравнению с длиной волны, спектр неоднородностей $\Phi_n(K)$ выражается конкретными формулами, неоднородности переносятся через трассу радиосвязи без их существенного изменения.

При анализе волнового уравнения мы пришли к нелинейному уравнению, которое не имеет строгого решения, и нашли методом плавных возмущений приближенное решение этой задачи. В итоге все же удалось найти приближенные формулы, соответствующие экспериментальным закономерностям.

Описанные закономерности используются при изучении различных сред методом радиопросвечивания. Теоретические выражения для дисперсии флуктуаций амплитуды, фазы и частоты трудно согласовать с экспериментальными данными, при этом удается найти лишь приближенные значения дисперсии флуктуаций коэффициента преломления среды. Спектры флуктуаций амплитуды, фазы и частоты более информативны. На рис. 4.10 приведены теоретические спектры. Спектр флуктуаций амплитуды (кривая 1) в высокочастотной области, в соответствии с (4.4.28), позволяет найти показатель q степенного пространственного спектра флуктуаций коэффициента преломления, а по частоте «перегиба» можно определить характерную частоту F_0 и по (4.4.26) оценить скорость переноса неоднородностей v. Спектр флуктуаций фазы (кривая 2 на рис. 4.10) описывается степенной функцией при изменении частоты F в больших пределах, поэтому по экспериментальным спектрам Φ_φ, в соответствии с (4.4.42), можно найти значение показателя q, соответствующее низким частотам F, а следовательно, крупномасштабным неоднородностям среды. Теоретический спектр Φ_φ на крайне низких частотах «насыщается», т. е. спектральная плотность становится постоянной. Спектр флуктуаций частоты (кривая 3) на высоких частотах, в соответствии с (4.4.46), степенной, поэтому также возможно определение показателя q. На частоте F_3 спектральная плотность максимальна, а на крайне низких частотах спектральная плотность уменьшается. Определение частоты F_3 позволяет оценить «внешний» масштаб неоднородностей Λ_m, если скорость v найдена по независимым данным. Необходимо отметить, что для низких частот флуктуаций F теоретические спектры Ф плохо обоснованы, а их экспериментальное определение затруднительно.

Изучение скорости движения сред, например скорости солнечного ветра или скорости перемещения ионосферной плазмы, представляет большой интерес. Для определения скорости v эффективен корреляционный анализ флуктуаций фазы, частоты или амплитуды, зарегистрированных в нескольких разнесенных пунктах. Если расстояние между пунктами l_p меньше радиуса корреляции этих флуктуаций, то временные реализации δA, $\delta\varphi$ или δf в разнесенных приемных пунктах будут подобными и в результате кросс-корреляционного анализа флуктуаций можно определить время запаздывания флуктуаций ΔT в одном пункте относительно другого. Далее определяется проекция вектора скорости v на линию, соединяющую приемные пункты, используя соотношение $v = l_p \Delta T^{-1}$. Так, например, была определена скорость истечения плазмы из Солнца для разных гелиоцентрических расстояний r, т. е. найдена важная характеристика солнечного ветра — зависимость v(r).

Анализ флуктуаций радиоволн важен для выяснения причин ухудшения точности определения координат с помощью глобальной спутниковой навигационной системы в периоды сильного возмущения ионосферы и при оценке предельной точности угловых измерений радиоинтерферометрами с большими базами. Влияние неоднородностей сред проявляется также в ухудшении точности определения скорости с использованием эффекта Доплера и при приеме очень слабых сигналов узкополосным приемником, когда спектральная линия радиоволны расширяется. Эти мешающие эффекты нужно анализировать, если работоспособность радиосистемы требует предельно высокой стабильности частоты и фазы.

В работах [15, 16, 72] дан более полный теоретический анализ рассмотренной задачи, а в [12, 13, 17, 19, 20] описаны экспериментальные закономерности флуктуаций радиоволн в различных средах.

Глава 5

РАДИОВОЛНЫ НАД ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА СРЕД

Глава 5

РАДИОВОЛНЫ НАД ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА СРЕД

5.1. Распространение метровых и дециметровых радиоволн при высокоподнятых антеннах

В главах 3 и 4 мы проанализировали явления, которые наблюдаются при «почти свободном» распространении радиоволн. Если диаграмма направленности передающей антенны и ее ориентация таковы, что происходит облучение земной поверхности, то структура поля в зоне прямой видимости изменяется из-за влияния отраженных радиоволн. При этом направление распространения, поляризация, фаза и амплитуда отраженных радиоволн будут существенно зависеть от рельефа поверхности и структуры верхнего слоя грунта. Рассмотрим простой случай отражения радиоволн от плоской границы раздела атмосфера — однородный грунт. Этот случай важен для расчета трасс радиосвязи, проходящих на относительно небольших расстояниях от передатчика, например для радиорелейных линий связи и для радиолокации, когда передающая антенна и пункт приема сигналов находятся в зоне прямой видимости. Рассмотрим, следуя работе [20], особенности распространения радиоволн при радиосвязи над плоской поверхностью, когда используются высокоподнятые антенны. Антенну можно считать высокоподнятой при следующих условиях: размер антенны должен быть много меньше высоты подъема h, а высота антенны должна быть много больше длины волн λ. Указанным условиям удовлетворяют телевизионные антенны, антенны радиорелейных линий связи и наземных радиолокаторов, работающих в диапазоне метровых, дециметровых и более коротких волн.

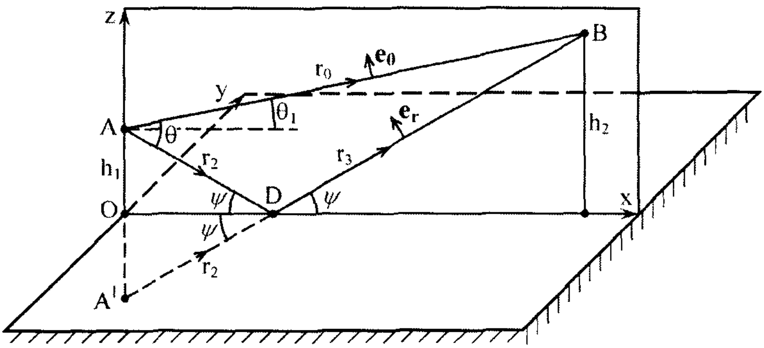


Рис. 5.1. Лучевые линии прямой и отраженной волны

Для описания закономерностей отражения радиоволн введем декартову систему координат xyz, пусть плоскость xy совпадает с границей раздела атмосфера — среда, она отмечена на рис. 5.1 штриховкой. Координаты передающей антенны A и точки наблюдения B равны, соответственно, $(0, 0, h_1)$ и $(x_b, 0, h_2)$, центр системы координат — точка O — является проекцией пункта A на плоскость xy. Электрическое поле **E** в точке наблюдения B можно представить векторной суммой поля прямой волны $\mathbf{E}_0$, т. е. волны, распространяющейся в направлении AB, и отраженной волны $\mathbf{E}_r$, распространяющейся вдоль трассы ADB:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r. \tag{5.1.1}$$

Пункт D является условной точкой зеркального отражения радиоволн, его положение на плоскости xy находится из условия равенства углов скольжения ψ падающей и отраженной радиоволн. Для анализа характеристик отраженной волны введем мнимый источник в точке A′, расположенный на оси Oz при $z = -h_1$. Это позволяет легко определить положение условной точки зеркального отражения волн D и найти фазу отраженной волны. Поле отраженной волны $\mathbf{E}_r$ можно представить как следствие излучения мнимого источника A′ в следующем виде:

$$\mathbf{E}_r = M E_m \mathbf{e}_r r_1^{-1} F(\theta) \exp\{ikr_1\}, \tag{5.1.2}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\mathbf{e}_r$ — единичный вектор поляризации отраженных радиоволн, $F(\theta)$ — нормированная к единице диаграмма направленности передающей антекнны, зависящая от угла θ между направлениями AB и AD, M — коэффициент отражения, зависящий от поляризации. Будем считать, что главный максимум диаграммы направленности передающей антенны ориентирован вдоль направления AB, где $F(\theta) = 1$. Расстояния $r_1 = A'B$, $r_2 = AD = A'D$, $r_3 = DB$ связаны соотношением $r_1 = r_2 + r_3$ (рис. 5.1). Множитель E_m зависит от мощности передатчика W_1 и коэффициента направленного действия передающей антенны G_A, $E_m \sim (W_1 G_A)^{1/2}$. Величина и направление вектора электрического поля отраженных волн $\mathbf{E}_r$ зависит от поляризации излучения передающей антенны, поэтому целесообразно отдельно рассмотреть случай вертикальной и горизонтальной поляризации волн. Горизонтально поляризованной является волна, электрический вектор которой перпендикулярен плоскости падения xz, единичный вектор горизонтальной поляризации $\mathbf{e}_y$ параллелен оси Oy. Вертикально поляризованной является волна, электрический вектор которой находится в плоскости падения xz. Существенно, что направления векторов вертикальной поляризации в прямой $\mathbf{e}_0$ и отраженной волне $\mathbf{e}_r$ различны. Единичные вектора вертикальной поляризации $\mathbf{e}_0$, $\mathbf{e}_r$ параллельны плоскости падения радиоволн xz и перпендикулярны направлениям распространения AB, A'B, соответственно. Далее индексом 1 будем отмечать величины при горизонтальной поляризации, а индексом 2 — при вертикальной поляризации. Таким образом, электрическое поле $\mathbf{E}$ в точке наблюдения, согласно (5.1.1), можно представить в виде

$$\mathbf{E}_1 = E_m\left[r_0^{-1}\exp\{ikr_0\} + M_1 r_1^{-1} F(\theta)\exp\{ikr_1\}\right]\mathbf{e}_y \tag{5.1.3}$$

в случае излучения горизонтально поляризованных радиоволн и

$$\mathbf{E}_2 = E_m\left[r_0^{-1}\mathbf{e}_0\exp\{ikr_0\} + M_2 r_1^{-1}\mathbf{e}_r F(\theta_0)\exp\{ikr_1\}\right] \tag{5.1.4}$$

в случае вертикально поляризованных радиоволн. В этих соотношениях мы учли, что $AB = r_0$ и поле прямой волны $\mathbf{E}_0 = E_m \mathbf{e}_0 r_0^{-1}\exp\{ikr\}$. Коэффициенты отражения Френеля для случаев горизонтальной M_1 и вертикальной M_2 поляризации радиоволн, согласно [2], определяются формулами

$$M_1 = \left[\sin\psi - \left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]\left[\sin\psi + \left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]^{-1}, \tag{5.1.5}$$

$$M_2 = \left[\varepsilon_k\sin\psi - \left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]\left[\varepsilon_k\sin\psi + \left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]^{-1}. \tag{5.1.6}$$

Комплексная величина $\left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{1/2}$ в (5.1.5) и (5.1.6) должна иметь положительную мнимую часть, т. е. должно выполняться условие

$$\mathrm{Im}\left(\varepsilon_{\mathrm{k}} - \cos^2\psi\right)^{1/2} > 0 .$$

Коэффициенты Френеля в (5.1.5), (5.1.6) являются комплексными величинами, которые можно представить в виде

$$\mathrm{M}_{1,2} = \left|\mathrm{M}_{1,2}\right| \exp\left\{i\zeta_{1,2}\right\}, \tag{5.1.7}$$

где $|\mathrm{M}_{1,2}|$, $\zeta_{1,2}$ — соответственно модуль и фаза коэффициентов отражения. Величины $|\mathrm{M}_{1,2}|$, $\zeta_{1,2}$ зависят от длины волны, угла скольжения ψ, а также от проводимости и диэлектрической проницаемости грунта. Если проводимость грунта близка к нулю, то ε в (5.1.5), (5.1.6) — действительная величина. При изменении ψ в диапазоне от 0 до 90° M_1 при действительных значениях $\varepsilon > 1$ отрицательна, при этом фаза коэффициента Френеля при горизонтальной поляризации ζ_1 равна 180°. Фаза коэффициента Френеля M_2 при вертикальной поляризации ζ_2 равна 0 при условии $\sin\psi > (\varepsilon + 1)^{-1/2}$ и равна 180° при $\sin\psi < (\varepsilon + 1)^{-1/2}$. Угол падения $\pi/2 - \psi$, при котором модуль коэффициента Френеля, соответствующего вертикальной поляризации, минимален, называется углом Брюстера. При действительных значениях $\varepsilon > 1$ в окрестности угла Брюстера фаза коэффициента Френеля испытывает скачок, равный 180°. Если проводимость грунта отлична от нуля, то скорость изменения фазы при угле Брюстера максимальна. Подробные графики зависимостей модуля $|\mathrm{M}_{1,2}|$ и фазы $\zeta_{1,2}$ коэффициентов Френеля от диэлектрической проницаемости ε и угла скольжения ψ приведены в [19–21].

Введем функцию ослабления радиоволн $\mathrm{U(r_0)}$, равную отношению комплексной амплитуды поля $\mathrm{E(r_0)}$, принимаемого в точке наблюдения, к комплексной амплитуде поля в свободном пространстве $\mathrm{E_0(r_0)}$:

$$\mathrm{U}(\mathrm{r}_0) = \frac{\mathrm{E}(\mathrm{r}_0)}{\mathrm{E}_0(\mathrm{r}_0)}, \quad \mathrm{E}_0(\mathrm{r}_0) = \mathrm{E}_m \mathrm{r}_0^{-1} \exp\left\{ik\mathrm{r}_0\right\}. \tag{5.1.8}$$

В соответствии с определением (5.1.8) функция ослабления $\mathrm{U(r_0)}$ зависит от поляризации радиоволн, излучаемых передающей антенной, поэтому рассмотрим отдельно случаи, соответствующие горизонтальной $\mathrm{U_1(r_0)}$ и вертикальной $\mathrm{U_2(r_0)}$ поляризации.

В соответствии с (5.1.8) электрическое поле в точке В при горизонтальной поляризации радиоволн можно выразить следующим образом:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{e}_y \mathrm{E}_m \mathrm{r}_0^{-1} \mathrm{U}_1(\mathrm{r}_0) \exp\left\{ik\mathrm{r}_0\right\}. \tag{5.1.9}$$

Представим функцию ослабления $U_1(r_0)$ в виде

$$U_1(r_0) = 1 + \chi_1, \tag{5.1.10}$$

где χ_1 является величиной, зависящей от свойств грунта, коэффициента отражения, диаграммы направленности антенны и разности фаз между прямой и отраженной волной $\Delta\varphi$. В соответствии с формулами (5.1.3), (5.1.7), (5.1.8) и (5.1.10) величина χ_1 равна

$$\chi_1 = M_1 r_0 F(\theta) r_1^{-1} \exp\{i\Delta\varphi\} = |M_1| r_0 F(\theta) r_1^{-1} \exp\{i(\Delta\varphi + \zeta_1)\}. \tag{5.1.11}$$

здесь $\Delta\varphi = k(r_1 - r_0)$ — разность фаз, обусловленная различием расстояний r_1 и r_0, а ζ_1 — фаза коэффициента отражения. С учетом (5.1.10), (5.1.11) функцию $U_1(r_0)$ можно представить в виде

$$U_1(r_0) = |U_1(r_0)| \exp\{i\varphi_1(r_0)\}, \tag{5.1.12}$$

где $|U_1(r_0)|$, $\varphi_1(r_0)$ — модуль и фаза функции ослабления, которые определяются соотношениями

$$|U_1(r_1)| = \left(1 + 2\,\mathrm{Re}(\chi_1) + \chi_1\chi_1^*\right)^{1/2}, \tag{5.1.13}$$

$$\varphi_1 = \mathrm{arctg}\left[\mathrm{Im}(\chi_1)[1 + \mathrm{Re}(\chi_1)]^{-1}\right], \tag{5.1.14}$$

здесь знак * определяет комплексно-сопряженную величину, а $\mathrm{Re}(\chi_1)$, $\mathrm{Im}(\chi_1)$ — действительная и мнимая части комплексной величины χ_1. Следует различать $\Delta\varphi$ — разность фаз из-за различия расстояний r_0 и r_1, ζ_1 — скачок фазы при отражении от поверхности и φ_1 — результирующую фазу функции ослабления. Модуль и фаза функции ослабления, согласно (5.1.13), (5.1.14), зависят только от одной комплексной величины χ_1, которая определяется из соотношения (5.1.11).

Для определения функции ослабления $U_2(r_0)$ в случае вертикальной поляризации предположим, что направление вектора поляризации приемной антенны в точке наблюдения B совпадает с направлением вектора поляризации прямой волны $\mathbf{e}_0$ (рис. 5.1). При этом комплексная амплитуда при приеме в точке B равна

$$E_2 = E_m\left[r_0^{-1}\exp\{ikr_0\} + M_2 r_1^{-1} F(\theta)\cos(\psi - \theta_1)\exp\{ikr_1\}\right], \tag{5.1.15}$$

где θ_1 есть угол с вершиной в точке A между горизонтальным направлением и направлением AB. Напомним, что θ — угол между направлениями AB и AD (рис. 5.1). В соответствии с определением (5.1.8) и уравнением (5.1.15) функцию ослабления $U_2(r_0)$ вертикально поляризованных радиоволн можно представить в виде

$$U_2(r_0)=\left[1+M_2 r_0 r_1^{-1}\,F(\theta)\cos(\psi-\theta_1)\exp\{i\Delta\varphi_2\}\right]=1+\chi_2, \tag{5.1.16}$$

где χ_2 — комплексная величина, зависящая также от свойств грунта, коэффициента отражения M_2, диаграммы направленности антенны $F(\theta)$ и разности фаз между прямой и отраженной волной $\Delta\varphi$:

$$\chi_2 = M_2 r_0 F(\theta)\; r_1^{-1}\cos(\psi-\theta_1)\exp\{i\Delta\varphi\} =$$
$$= |M_2| r_0 F(\theta) r_1^{-1}\cos(\psi-\theta_1)\exp\{i(\Delta\varphi+\zeta_2)\}. \tag{5.1.17}$$

Функция ослабления (5.1.16) содержит множитель $\cos(\theta_1-\psi)$ из-за различия направлений единичных векторов поляризации прямой $\mathbf{e}_0$ и отраженной радиоволн $\mathbf{e}_r$ (рис. 5.1). Модуль и фазу функции ослабления $U_2(r_0)$ находим, используя (5.1.16) и (5.1.17):

$$|\,U_2(r_1)\,| = \left(1+2\,\mathrm{Re}(\chi_2)+\chi_2\chi_2^*\right)^{1/2}, \tag{5.1.18}$$

$$\varphi_2 = \mathrm{arctg}\left[\mathrm{Im}(\chi_2)\left[1+\mathrm{Re}(\chi_2)\right]^{-1}\right]. \tag{5.1.19}$$

Согласно (5.1.11)–(5.1.14) и (5.1.16)–(5.1.19), глубина амплитудных вариаций и положение лепестков интерференционной структуры поля над поверхностью определяется разностью фаз $\Delta\varphi$, формой диаграммы направленности передающей антенны, а также модулем и фазой коэффициента отражения Френеля на соответствующей поляризации. В общем случае различие в пространственном положении лепестков интерференционной картины на горизонтальной и вертикальной поляризациях может быть существенным.

Проанализируем структуру поля при малых углах скольжения ψ. Этот случай представляет интерес при анализе работы пунктов связи, когда $h_{1,2} \ll r_0$, и при работе радиолокаторов под малыми углами к горизонту. В этих случаях лучевые линии AB и A′B практически параллельны. Определим разность фаз между отраженной и прямой волной $\Delta\varphi = k(r_1 - r_0)$. Разность расстояний $r_1 - r_0$ может быть определена из треугольника ADB (рис. 5.1). Для разности фаз $\Delta\varphi$ можно получить следующие соотношения:

$$\Delta\varphi = k(r_1 - r_0) = k\sin^{-1}\psi\left[h_1 + h_2 - \left(h_1^2 + h_2^2 + 2h_1h_2\cos 2\psi\right)^{1/2}\right] =$$

$$= 4h_1h_2k\sin\psi\left[h_1 + h_2 + \left(h_1^2 + h_2^2 + 2h_1h_2\cos 2\psi\right)^{1/2}\right]^{-1} \approx$$

$$\approx 2h_1h_2k\ \sin\psi\left(h_1 + h_2\right)^{-1}. \qquad (5.1.20)$$

Изменение фазы $\Delta\varphi$., вызванное заменой точного соотношения приближенным выражением (5.1.20), можно считать малым, если выполняется условие

$$2kh_1^2h_2^2\sin^3\psi\left(h_1 + h_2\right)^{-3} << 1. \qquad (5.1.21)$$

Заметим, что приближенное соотношение (5.1.20) выполняется также при условиях $h_2 >> h_1$ или $h_1 >> h_2$ при любых значениях угла скольжения ψ. При малых углах скольжения величину $r_0F(\theta)r_1^{-1}$ в формулах (5.1.11) и (5.1.17) можно считать равной единице. При этом модуль и фаза функции ослабления не зависят в явном виде от расстояния r_0, и определяются углом скольжения ψ. При малых углах ψ модули коэффициентов отражения Френеля при вертикальной и горизонтальной поляризации близки к единице, а фаза указанных коэффициентов близка к 180°. При этом различие функций ослабления для вертикальной и горизонтальной поляризации поля исчезает, а фактор χ в уравнениях (5.1.11), (5.1.13), (5.1.14) и (5.1.17)–(5.1.19) можно считать равным $\exp\{i(\Delta\varphi + \pi\}$, $\mathrm{Re}(\chi) = -\cos(\Delta\varphi)$, $\mathrm{Im}(\chi) = -\sin(\Delta\varphi)$. Подставляя эти значения в уравнения (5.11.13), (5.1.14), находим для модуля и фазы функции ослабления упрощенные соотношения:

$$|U| = \left(1 + 2\,\mathrm{Re}(\chi_1) + \chi_1\chi_1^*\right)^{1/2} =$$

$$= \left[2\left(1 - \cos(\Delta\varphi)\right)\right]^{1/2} = 2\left|\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right|, \qquad (5.1.22)$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left[\mathrm{Im}(\chi_1)\left(1 + \mathrm{Re}(\chi_1)\right)^{-1}\right] =$$

$$= -\mathrm{arctg}\left\{\sin(\Delta\varphi)\left[1 - \cos(\Delta\varphi)\right]^{-1}\right\} = \frac{1}{2}(\Delta\varphi - \pi), \qquad (5.1.23)$$

где φ — фаза функции ослабления. Соотношение (5.1.22) является упрощенной интерференционной формулой для модуля функции ослабления. При расстоянии до точки наблюдения много большем высоты передающей и приемной антенн и малых углах скольжения величина r_0 практически совпадает с r_1, при этом связь расстояния r_0 с углом скольжения можно найти с помощью приближенного соотношения

$$r_0 \approx r_1 = (h_2 + h_1)\sin^{-1}\psi, \tag{5.1.24}$$

а модуль функции ослабления (5.1.22) представить в виде

$$|U| \approx 2\left|\sin\left(kh_1h_2r_0^{-1}\right)\right|. \tag{5.1.25}$$

Выражение (5.1.25) дает возможность найти важную для практики зависимость пространственного положения максимумов функции ослабления от расстояния r_0 при фиксированных высотах приемной и передающей антенн.

$$\frac{h_1h_2k}{r_0} = \frac{\pi}{2}(2n-1), \qquad r_0 = 4h_1h_2\left[\lambda(2n-1)\right]^{-1}, \tag{5.1.26}$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — номер интерференционного максимума. Согласно (5.1.26), первый максимум ($n = 1$), считая со стороны больших расстояний, удален от передатчика на расстояние $r_x = 4h_1h_2\lambda^{-1}$. При расстояниях, больших r_x, функция ослабления начинает убывать обратно пропорционально расстоянию, т. е. $U(r_0) \sim r_0^{-1}$. Такая зависимость следует из соотношения (5.1.25). При $4\pi h_1h_2/\lambda < r_x$ из (5.1.25) находим:

$$|U(r_0)| \approx 4\pi h_1h_2(\lambda r_0)^{-1}, \tag{5.1.27}$$

а с учетом формул (5.1.8), (5.1.23), (5.1.27) приближенная зависимость электрического поля $E(r_0)$ от расстояния r_0 будет иметь вид

$$E(r_0) = 4\pi E_m h_1h_2\lambda^{-1}r_0^{-2}\exp\{i(\Delta\varphi - \pi/2)\}\exp\{ikr_0\}. \tag{5.1.28}$$

Если нас интересует модуль амплитуды поля, то, опуская фазовый множитель, для формулы Введенского будем иметь

$$E(r_0) = 4\pi E_m h_1h_2\lambda^{-1}r_0^{-2}. \tag{5.1.29}$$

Согласно (5.1.29) электрическое поле при распространении волн над земной поверхностью при выполнении условия $r > r_x$ убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

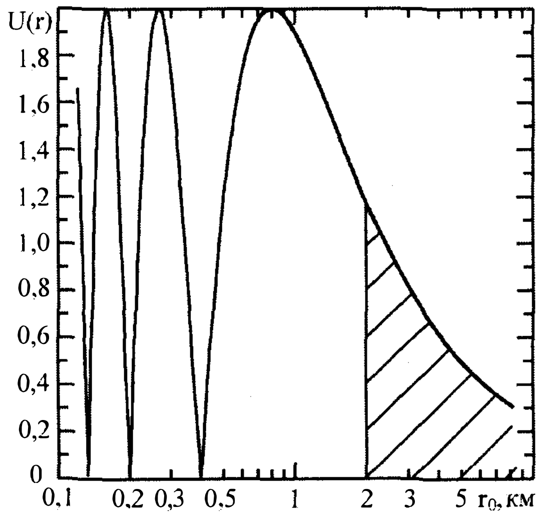


Рис. 5.2. Зависимость модуля функции ослабления от расстояния r_0

На рис. 5.2 показана зависимость модуля функции ослабления $U(r_0)$ от расстояния r_0 при вертикальной поляризации, рассчитанная с помощью уравнений (5.1.17), (5.1.19) при $F(\theta) = 1$, для длины волны $\lambda = 1$ м, при фиксированных высотах пунктов излучения и приема $h_1 = 20$ м, $h_2 = 10$ м. На рис. 5.2 видна зона интерференции на расстояниях от 0,1 до 1 км, где модуль функции ослабления резко изменяется от близких к нулю до максимальных значений ~2. При расстояниях, больших 2 км, модуль функции ослабления убывает пропорционально расстоянию r_0, а поле убывает в зависимости от расстояния r_0 по квадратичному закону, т. е. $E \sim r_0^{-2}$ в соответствии с формулой (5.1.29). Зона действия квадратичной зависимости выделена на рис. 5.2 штриховкой. Квадратичное убывание поля E с расстоянием экспериментально подтверждено в многочисленных работах (см., например, [20]).

Для практических приложений, например для определения зон обнаружения низколетящих объектов в радиолокации, представляет интерес анализ пространственной интерференционной структуры модуля функции ослабления в вертикальной плоскости при фиксированной высоте передающей антенны h_1. Эту зависимость можно построить с помощью соотношения (5.1.20), предполагая, что h_2 много больше h_1. При этом условии угол места между направлениями на точку наблюдения и горизонтальным направлением равен углу скольжения ψ. Так как при малых ψ фаза коэффициента Френеля $\xi_{1,2} = 180°$, то в этом случае из (5.1.20) находим следующее выражение для разности фаз отраженной и прямой волн:

$$\Delta\varphi = 2kh_1 \sin\psi . \qquad (5.1.30)$$

Для практики важное значение имеет угловое положение первого максимума в интерференционной структуре поля, которое можно найти, в соответствии с формулами (5.1.22) и (5.1.30), из условия

$$h_1 h_2 k \sin\psi_1 \left(h_1 + h_2\right)^{-1} = \frac{\pi}{2}, \qquad (5.1.31)$$

которое дает следующую зависимость угла места первого максимума ψ_1 от длины волны и высоты антенн:

$$\sin\psi_1 = \lambda(h_1 + h_2)(4h_1h_2)^{-1}. \qquad (5.1.32)$$

Для $h_2 >> h_1$ и малых ψ получим соотношение

$$\psi_1 \approx \lambda\left(4h_1\right)^{-1}. \qquad (5.1.33)$$

Согласно (5.1.33) угол места первого максимума ψ_1 прямо пропорционален длине волны, и обратно пропорционален высоте антенны h_1. При $h_1 = 5$ м, $\lambda = 1$ м, $h_2 = 100$ м, что соответствует случаю локации низколетящей цели в метровом диапазоне волн, находим из (5.1.33) $\psi_1 \approx 3°$.

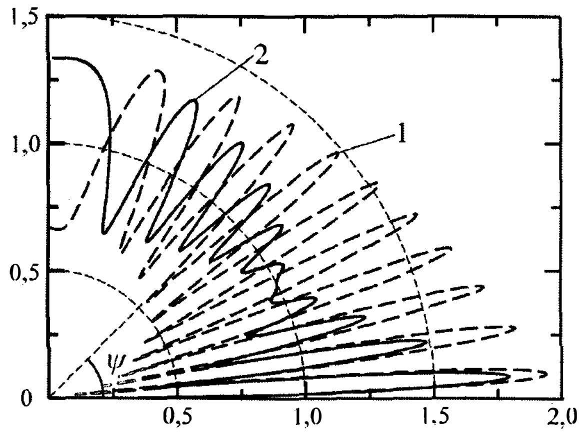


Рис. 5.3. Полярная диаграмма зависимости модуля функции ослабления $U_{1,2}$ от угла места ψ при вертикальной и горизонтальной поляризации волн для сухого грунта

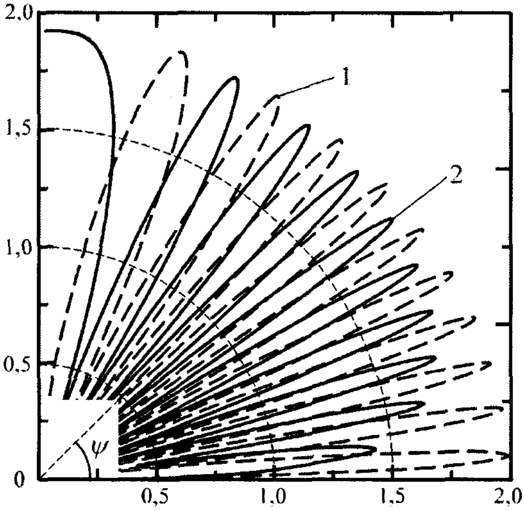


Рис. 5.4 Полярная диаграмма зависимости функции ослабления $U_{1,2}$ от угла места ψ для морской поверхности

Более полное представление о структуре интерференционной картины дают расчеты непосредственно с использованием формул (5.1.10)–(5.1.19). Результаты расчетов с помощью указанных соотношений показаны на рис. 5.3 и 5.4. На этих рисунках показана зависимость модуля функции ослабления U от угла места ψ при горизонтальной и вертикальной поляризации, в форме полярных диаграмм. Эти зависимости соответствуют напряженности поля при ненаправленных антеннах, когда $F(\theta) = 1$. Расчеты проводились по формулам (5.1.10)–(5.1.13) для горизонтальной поляризации и по формулам (5.1.16)–(5.1.18) для вертикальной поляризации с использованием выражений (5.1.5)–(5.1.7) для коэффициентов отражения Френеля, а также соотношения (5.1.20) для разности фаз прямой и отраженной волн. При вычислениях высота передающей антенны и длина волны были приняты равными $h_1 = 5$ м и $\lambda = 1$ м. Расчеты проводились для значений диэлектрической проницаемости грунта $\varepsilon = 4 + 0{,}5\,i$ (сухой грунт, рис. 5.3) и $\varepsilon = 80 + 360\,i$ (морская вода, рис. 5.4). Штрихованные кривые 1 на рис. 5.3 и 5.4 соответствуют горизонтальной, а сплошные кривые 2 — вертикальной поляризации. При малых углах скольжения пространственное положение максимумов и минимумов в интерференционной структуре поля при вертикальной и горизонтальной поляризациях практически совпадает. При углах скольжения, больших угла Брюстера, из-за различия фаз коэффициентов Френеля максимумы в интерференционной структуре поля при вертикальной поляризации сдвинуты относительно максимумов на горизонтальной поляризации. Из рис. 5.3 и 5.4 следует, что влияние отражений от поверхности приводит к изрезанности диаграммы направленности антенны, которая ярче выражена при горизонтальной поляризации передающей антенны.

Мы отмечали, что отражение радиоволн происходит от части поверхности вблизи точки D, оценим размер области на границе раздела, существенной для отражения. В разделе 2.4 было показано, что при свободном распространении радиоволн поле в точке приема формируется в пределах существенной для распространения радиоволн части пространства — эллипсоида, фокусы которого находятся в месте излучения и приема. Для отраженных радиоволн, соответствующих мнимому источнику A′, существенная зона в верхнем полупространстве ограничивается эллипсоидом Френеля с фокусами, расположенными в пункте A′ и точке наблюдения B (рис. 5.5). Радиус поперечного сечения этого эллипсоида в точке D, согласно формуле (2.4.24), примерно соответствует размеру второй зоны Френеля:

$$\rho_2 = \left(\frac{2\lambda r_2 r_3}{r_2 + r_3}\right)^{1/2} = \left\{2\lambda h_1 h_2 \left[(h_1 + h_2)\sin\psi\right]^{-1}\right\}^{1/2}. \qquad (5.1.34)$$

Продольное и поперечное сечения этого эллипсоида плоскостью xy определяют размеры существенной зоны a и b на поверхности в направлениях Ox и Oy соответственно:

$$a \approx 2\rho_2 (\sin\psi)^{-1}, \quad b \approx 2\rho_2 . \qquad (5.1.35)$$

При скользящем падении, когда ψ мало, a >> b, существенная область сильно вытянута вдоль направления Ox.

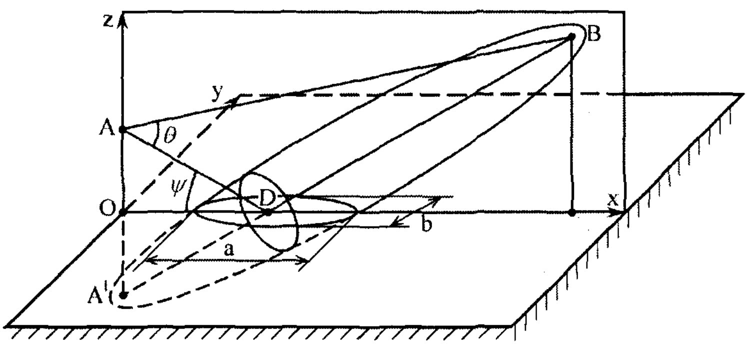


Рис. 5.5. К определению зоны, существенной для отражения радиоволн

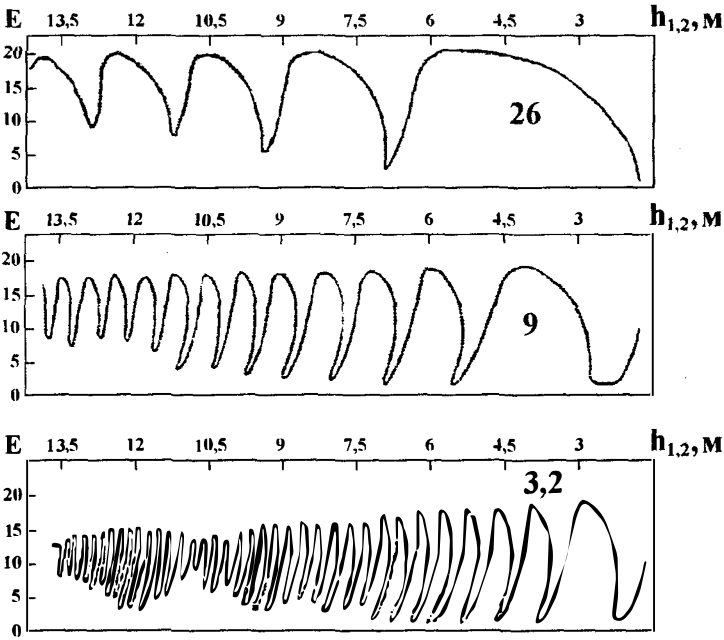


Рис. 5.6. Результаты измерения интерференционной структуры поля; цифры у графиков соответствуют длинам волн в см

Обратимся далее к результатам экспериментальных исследований интерференционной структуры поля. На рис. 5.6 приведены по данным [20] результаты измерений интерференционной картины поля при вертикальной и горизонтальной поляризации волн для трассы длиной 330 м, проходившей над сушей, когда высоты передатчика и приемника были одинаковыми и изменялись от 1,5 до 13 м. На этом рисунке по вертикали указаны значения напряженности поля в относительных единицах, а по горизонтали — высоты $h_{1,2}$. На волнах 26 и 9 см интерференционная картина была отчетливо выражена при вертикальной поляризации, а для $\lambda = 3{,}2$ см при горизонтальной поляризации заметны случайные вариации в величинах максимумов и минимумов. На рис. 5.6 заметно уменьшение ширины верхних лепестков при увеличении высот передатчика и приемника, что согласуется с интерференционными формулами. В [20] описаны экспериментальные исследования интерференционной структуры поля при умеренном волнении морской поверхности. На трассе длиной 1 км при одновременном изменении высот $h_{1,2}$ от 1,5 до 14 м, наблюдалась четкая интерференционная структура поля для $\lambda = 26$ м и $\lambda = 9$ см, а в диапазоне миллиметровых волн она была полностью разрушена. Обычно в диапазоне метровых волн при малых ψ наблюдается четкая интерференционная картина даже при отражении от неровной поверхности, например, когда область существенная для отражения волн, занята вспаханным полем. Интерференционная картина будет наблюдаться, если выполнено условие Рэлея, связывающее среднеквадратическое отклонение высот неровностей поверхности z_0, длину волны λ и угол скольжения ψ:

$$z_0 < \lambda\left(16\sin\psi\right)^{-1}. \tag{5.1.36}$$

Если это условие не выполнено, то будет диффузное рассеяние радиоволн поверхностью и интерференционная структура слабо выражена или же полностью разрушена. Подробнее закономерности отражения и рассеяния волн будут рассмотрены в главе 11.

Реальные поверхности могут иметь холмы, низины или плавные склоны. В ответственных случаях, когда, например, нужно оптимально располагать пункты радиорелейной связи или когда нужно знать радиолокационные зоны уверенного обнаружения целей, приходится экспериментально определять положение интерференционных максимумов и минимумов поля. Отражение радиоволн поверхностью влияют на амплитудно-фазовую структуру поля. Из рис. 5.1 следует, что имеется два направления прихода радиоволн, соответствующих линиям AB и DB, что может приводить к ошибкам определения угла места цели θ_1 при работе радиолокатора под малыми углами к горизонту. Радиолокатор определяет высоту по измеренному углу θ_1 направления на цель, поэтому при малых углах θ_1 могут быть большие ошибки определения высоты. Подробнее анализ этого мешающего эффекта дан в [5, 19]. В этом параграфе мы не учитывали влияния атмосферы, при расположении трассы AB под малыми углами к горизонту большое влияние на положение максимумов и минимумов поля может оказывать рефракция радиоволн.

В этом разделе были использованы простые лучевые представления и введен мнимый источник в точке A′. Амплитуду поля представили векторной суммой прямой $\mathbf{E}_0$ и отраженной $\mathbf{E}_r$ волн, а фазу определяли по длине соответствующих лучевых линий с учетом скачка фазы при отражении от поверхности. При таком подходе электродинамические граничные условия выполнены только в точке D. Эксперименты показывают, что такой приближенный подход справедлив, если $h_{1,2} \geq 5\lambda$, что всегда выполняется в диапазонах метровых и дециметровых и сантиметровых волн. В этих диапазонах обычно используются высоконаправленные антенны, поэтому реальная структура поля в вертикальной плоскости определяется произведением диаграммы направленности антенны и модуля функции ослабления $|U|F(\theta_1)$, при этом верхние лепестки интерференционной структуры могут быть сильно подавлены.

5.2. Распространение коротких и средних радиоволн при расположении антенн у границы раздела сред

При радиосвязи на расстояниях до нескольких десятков километров в диапазонах коротких, средних или длинных волн передающая и приемная антенны — вертикальная мачта или вертикальный провод располагаются непосредственно у грунта или у морской поверхности. Нам в этой ситуации нужно найти функцию ослабления U(D) в точке B для поля, возбуждаемого вертикальным электрическим диполем, расположенном в начале координат в пункте A (рис. 5.7). Будем считать, что ток в передающей антенне имеет только вертикальную составляющую, а соответствующий дипольный момент антенны $\Gamma = \Gamma_z$. Учтем, что грунт или морская вода имеет значительную проводимость, а модуль комплексной диэлектрической проницаемости, определяемый формулой (2.1.16), много больше единицы. Существенно, что в этих условиях волна, проникающая в грунт, сильно поглощается, напряженность поля в грунте быстро убывает при увеличении глубины. Поэтому будем считать, что волна на расстоянии AB = D через грунт не проходит. Так как источник имеет только одну составляющую Γ_z, то для определения поля удобно использовать электрический вектор Герца — **A**, который в этой задаче имеет всюду только одну составляющую $\mathbf{A} = A_z \mathbf{e}_z$ (см. 2.2.10). Это обстоятельство позволяет использовать скалярное интегральное уравнение (2.4.10) и выразить значение вектора Герца в точке B через условия на границе раздела сред, поэтому нам сначала следует проанализировать граничные условия. При анализе этой задачи пренебрежем влиянием атмосферы, ионосферы и сферичности поверхности Земли.

Строгие граничные условия соответствуют непрерывности касательных составляющих электрического и магнитного поля на границе раздела сред. Так как модуль комплексной диэлектрической проницаемости в рассматриваемой задаче $|\varepsilon_k| >> 1$, то оказывается возможным сформировать приближенные граничные условия Щукина—Леонтовича. Для составления приближенных граничных условий представим поле вблизи поверхности в виде суммы плоских падающих и отраженных волн, распространяющихся при малых углах скольжения ψ. Компоненту E_z суммы полей падающей и отраженной вертикально поляризованной плоской волны можно представить в форме

$$E_z = (E_0 + E_r M_2)\cos\psi, \qquad (5.2.1)$$

где E_0, E_r — комплексные амплитуды падающего и отраженного поля, M_2 — коэффициент отражения Френеля, соответствующий вертикальной поляризации, определяемый по (5.1.6). Зависимости полей E_0, E_r от координат x, y для падающей и отраженной волн выражаются следующими соотношениями:

$$E_0 = E_m \exp\left\{ik\left(x\cos\psi - z\sin\psi\right)\right\}, \tag{5.2.2}$$

$$E_r = E_m \exp\left\{ik\left(x\cos\psi + z\sin\psi\right)\right\}. \tag{5.2.3}$$

Подставляя (5.2.2), (5.2.3) в (5.2.1), найдем выражение для вертикальной компоненты суммарного поля:

$$E_z = E_m \cos\psi \exp\left\{ikx\cos\psi\right\} \times$$
$$\times\left[\exp\left\{-ikz\sin\psi\right\} + M_2\exp\left\{ikz\sin\psi\right\}\right]. \tag{5.2.4}$$

Определяя из (5.2.4) производную по z от вертикальной компоненты электрического поля, находим:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -ik\sin\psi\cos\psi E_m \exp\left\{ikx\cos\psi\right\} \times$$
$$\times\left[\exp\left\{-ikz\sin\psi\right\} - M_2\exp\left\{ikz\sin\psi\right\}\right]. \tag{5.2.5}$$

При $z = 0$ из (5.2.4) и (5.2.5) получим:

$$E_z = E_m\left(1 + M_2\right)\cos\psi \exp\left\{ikz\cos\psi\right\}, \tag{5.2.6}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -ikE_m\left(1 - M_2\right)\sin\psi\cos\psi\exp\left\{ikx\cos\psi\right\}. \tag{5.2.7}$$

Подставляя в (5.2.6), (5.2.7) выражение для коэффициента отражения M_2 из (5.1.6), находим связь производной $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ и E_z при $z = 0$:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -ikE_z\left[\varepsilon_k\left(\varepsilon_k - \cos^2\psi\right)^{-1/2}\right]^{-1}. \tag{5.2.8}$$

Из (5.2.8) при $\psi \to 0$ находим граничное условие Щукина—Леонтовича для вертикальной поляризации волн:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{-ikE_z}{(\varepsilon^*)^{1/2}}, \tag{5.2.9}$$

где введен параметр $\varepsilon^* = \varepsilon_k{}^2 (\varepsilon_k - 1)^{-1}$. Заметим, что для большинства грунтов $|\varepsilon_k| >> 1$, поэтому ε^* несущественно отличается от комплексной диэлектрической проницаемости среды ε_k (см. (2.1.16)). Приближенное граничное условие (5.2.9) для поля $\mathbf{E}_z$, согласно [21], можно обобщить на электрический вектор Герца **A**. В случае вертикальной поляризации и плоской границы раздела электрический вектор Герца **A** имеет единственную составляющую $A = A_z$, для которой справедливо аналогичное (5.2.9) приближенное условие

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = \frac{-ikA_z}{(\varepsilon^*)^{1/2}}, \tag{5.2.10}$$

здесь ε^* — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Граничные условия (5.2.9) и (5.2.10) существенно облегчают решение задачи о распространении радиоволн вдоль плоской границы раздела сред.

Введем функцию ослабления $U(D) = A(2A_0)^{-1}$ как отношение поля A на границе раздела сред к удвоенному полю при свободном распространении радиоволн $2A_0$. Напомним, что для случая плоскости с бесконечной проводимостью поле в два раза больше поля свободного распространения волн, поэтому введенная так функция $U(D)$ характеризует изменение поля над реальной поверхностью по сравнению с уровнем поля над плоскостью, когда $\sigma \to \infty$. В § 2.2 было найдено простое выражение (2.2.10) для поля электрического диполя в свободном пространстве A_0. Если считать, что дипольный момент антенны, расположенной над реальной поверхности и в свободном пространстве, одинаков, то при определении $U(D)$ фактор $\Gamma = \mu IL(4\pi)^{-1}$ в (2.2.10) можно положить равным единице; тогда функция ослабления определится соотношением

$$U = \frac{A}{2A_0} = \frac{A}{2} re^{-ikr}, \tag{5.2.11}$$

здесь r — расстояние от пункта A до произвольной точки в пространстве над плоскостью xy.

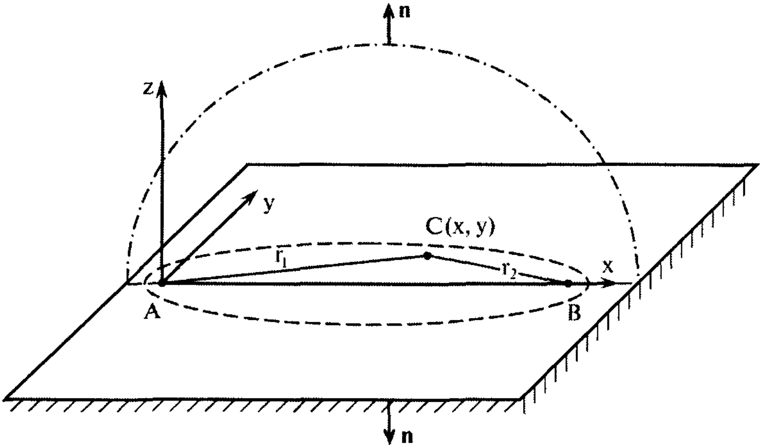


Рис. 5.7. К анализу функции ослабления при расположении антенн у поверхности

Найдем интегральное уравнение для функции ослабления, для этого воспользуемся общей формулой Грина (2.4.10). В нашей задаче замкнутая поверхность S этой формулы охватывает точки A и B, она состоит из двух частей: плоскости xy и полусферы большого радиуса, охватывающей верхнее полупространство (рис. 5.7). Используя условие излучения или предполагая, что среда в верхнем полупространстве имеет хотя бы очень малое поглощение и устремляя радиус полусферы к бесконечности, приходим к выводу, что интеграл по поверхности полусферы равен нулю. Поэтому вектор Герца в пункте B, согласно (2.4.10), выражается через интеграл по плоскости xy и по объему, охватывающему антенну

$$A = -\frac{1}{4\pi}\int_V GJdV + \frac{1}{4\pi}\int_S \left(G\frac{\partial A}{\partial n} - A\frac{\partial G}{\partial n} \right) dx\,dy\,. \qquad (5.2.12)$$

Интеграл по объему был найден в § 2.4, он равен полю электрического диполя в свободном пространстве $A_0 = r^{-1}\exp\{ikr\}$. При определении интеграла по поверхности xy используем функцию Грина (2.4.15), что приводит к соотношению

$$\int_S \left(G\frac{\partial A}{\partial n} - A\frac{G}{\partial n} \right) dx\,dy = 2\int_S \left(\frac{\partial A}{\partial n}\cdot\frac{e^{ikr_2}}{r_2} \right) dx\,dy\,, \qquad (5.2.13)$$

здесь потенциал Герца A зависит от r_1, а $r_1 = AC$ и $r_2 = CB$ — расстояния от произвольной точки C до точек A и B на плоскости xy, а **n** — нормаль к плоскости xy, направленная в сторону среды (рис. 5.7). Используя (5.2.12) и учитывая (5.2.13), получим следующее выражение для вектора Герца в пункте приема сигналов:

$$A(D) = \frac{e^{ikD}}{D} + \frac{1}{2\pi}\int_S \frac{\partial A}{\partial n}\frac{e^{ikr_2}}{r_2}\,dx\,dy. \tag{5.2.14}$$

Используя определение функции ослабления (5.2.11) и (5.2.14) с учетом приближенного граничного условия (5.2.10) и соотношения

$$\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial z},$$

получим

$$U(D) = 1 + \frac{ikD}{2\pi\left(\varepsilon^*\right)^{1/2}}\int_S \exp\left\{ik\left(r_1 + r_2 - D\right)\right\}\frac{U(r_1)}{r_1 r_2}\,dx\,dy, \tag{5.2.15}$$

здесь, согласно рис. 5.7,

$$AC = r_1 = \left(x^2 + y^2\right)^{1/2}, \qquad CB = r_2 = \left(\left(D - x\right)^2 + y^2\right)^{1/2}.$$

Мы пришли к интегральному уравнению (5.2.15) для функции ослабления U(D). Подынтегральная функция в (5.2.15) содержит медленно меняющийся фактор $Ur_1^{-1}r_2^{-1}$ и быстро осциллирующую функцию $\exp\left\{ik\left(r_1 + r_2 - D\right)\right\}$. С интегралами такого типа мы встречались в § 2.4, где отмечали, что подобные интегралы можно вычислить методом «стационарной фазы» или использовать представления о зонах Френеля. Аналогично проведенному в § 2.4 или § 5.1 рассмотрению, существенная область на плоскости xy в нашей задаче имеет форму эллипса, фокусы которого расположены в точках A и B (рис. 5.7). При определении интеграла по x, y можно пренебречь влиянием малой части области, расположенной вблизи точек A и B, т. е. при $x < 0$ и $x > D$, кроме того, в существенной области выполняются условия $y \ll x$, $y \ll D - x$, поэтому показатель быстро осциллирующей экспоненты можно разложить в ряд по y:

$$\begin{aligned} r_1 &= \left(x^2 + y^2\right)^{1/2} \approx x + \frac{y^2}{2x}, \\ r_2 &= \left(\left(D - x\right)^2 + y^2\right)^{1/2} \approx D - x + \frac{y^2}{2(D - x)}. \end{aligned} \tag{5.2.16}$$

Заменяя интеграл в левой части (5.2.28) с помощью соотношения (5.2.29), получим:

$$\mathrm{F(D)} = \mathrm{i}\left(\frac{\eta}{\pi}\right)^{1/2} - \frac{\eta}{\pi}\left[2\mathrm{D}^{1/2} + \pi\int_0^{\mathrm{D}} \mathrm{F}(\nu)\,\mathrm{d}\nu\right]. \tag{5.2.30}$$

Обозначим

$$\Phi = \int_0^{\mathrm{D}} \mathrm{F}(\nu)\,\mathrm{d}\nu \tag{5.2.31}$$

и из (5.2.30) получим следующее неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dD}} + \eta\Phi(\mathrm{D}) = \mathrm{i}\left(\frac{\eta}{\pi}\right)^{1/2} - \frac{2\eta}{\pi}(\mathrm{D})^{1/2}. \tag{5.2.32}$$

Решение уравнения (5.2.32) можно найти с помощью метода вариации произвольной постоянной. Сначала находится общее решение однородного дифференциального уравнения

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dD}} + \eta\Phi(\mathrm{D}) = 0, \tag{5.2.33}$$

которое имеет следующий вид:

$$\Phi = \mathrm{C}\exp\{-\eta\mathrm{D}\}, \tag{5.2.34}$$

где C — произвольный параметр. Частное решение неоднородного уравнения (5.2.32) находится, предполагая параметр C зависящим от переменной D, т. е. C становится функцией D:

$$\Phi = \mathrm{C(D)}\exp\{-\eta\mathrm{D}\}. \tag{5.2.35}$$

Подставляя (5.2.35) в (5.2.32), находим, с учетом (5.2.33), дифференциальное уравнение для функции $\mathrm{C(D)}$:

$$\frac{\mathrm{d\,C(D)}}{\mathrm{dD}} = \mathrm{i}\left[\left(\frac{\eta}{\pi}\right)^{1/2} - \frac{2\eta}{\pi}(\mathrm{D})^{1/2}\right]\exp\{\eta\mathrm{D}\}. \tag{5.2.36}$$

Интегрируя (5.2.36), в пределах от 0 до D, получим:

$$C(D)-C(0)=\frac{i}{(\eta\pi)^{1/2}}\left[\exp\{\eta D\}-1\right]-\frac{2\eta}{\pi}\int\limits_0^D \nu^{1/2}\exp\{\eta\nu\}\,d\nu. \qquad (5.2.37)$$

Согласно (5.2.31), при $D=0$ $\Phi=0$, поэтому, учитывая (5.2.35), имеем $C(0)=0$ и тогда из (5.2.31), (5.2.35) и (5.2.37) получим

$$\int\limits_0^D F(\nu)\,d\nu=\frac{i}{(\pi\eta)^{1/2}}\left[1-\exp\{-\eta D\}\right]-$$

$$-\frac{2\eta}{\pi}\exp\{-\eta D\}\int\limits_0^D \nu^{1/2}\exp\{\eta\nu\}\,d\nu. \qquad (5.2.38)$$

Дифференцируя (5.2.38) по D, получим после простых преобразований

$$F(D)=i\left(\frac{\eta}{\pi}\right)^{1/2}\exp\{-\eta D\}-\frac{\eta\exp\{-\eta D\}}{\pi}\int\limits_0^D\frac{\exp\{\eta\nu\}}{\nu^{1/2}}d\nu. \qquad (5.2.39)$$

Из (5.2.23) и (5.2.39) находим искомую функцию ослабления, сделав под интегралом в правой части (5.2.39) замену переменной $\nu=y^2$.

$$U(D)=1+\pi(D)^{1/2}F(D)=$$

$$=1+i(\eta\pi D)^{1/2}\exp\{-\eta D\}-$$

$$-2(\eta D)^{1/2}\exp\{-\eta D\}\int\limits_0^{(D\eta)^{1/2}}\exp\{y^2\}\,dy. \qquad (5.2.40A)$$

Введем в (5.2.40А) безразмерный параметр $\rho=D\eta$ и сформируем окончательное выражение для функции ослабления:

$$U(D)=1+\pi(D)^{1/2}F(D)=$$

$$=1+i(\pi\rho)^{1/2}\exp\{-\rho\}-2(\rho)^{1/2}\exp\{-\rho\}\int\limits_0^{\rho^{1/2}}e^{y^2}\,dy. \qquad (5.2.40)$$

Результирующее выражение для функции ослабления (5.2.40) зависит от комплексной величины — «численного расстояния» ρ. Напомним, что согласно (5.2.21)

$$\rho = \eta D = \frac{ikD(\varepsilon_k - 1)}{2\varepsilon_k{}^2},$$

где по (2.1.16)

$$\varepsilon_\kappa = \varepsilon + i\sigma\omega^{-1} = \varepsilon + \frac{i\sigma\lambda}{2\pi c_0}. \qquad (5.2.41\ A)$$

Так как для реальных грунтов $\varepsilon << \sigma\omega^{-1}$, то численное расстояние $\rho = \frac{10^5 \pi D}{6\lambda^2 \sigma}$, здесь D — выражено в км, λ — в м, а σ имеет размерность мСм·м$^{-1}$.

Численный анализ (5.2.40) показал, что чем меньше $|\rho|$ при фиксированном расстоянии D, тем меньше U отличается от единицы, т. е. тем ближе напряженность поля к значению E при $\sigma \to \infty$. При малых ρ вертикальная компонента A_z или E_z убывает при увеличении расстояния D по закону $E_z \sim D^{-1}$, а при больших ρ амплитуда поля убывает при увеличении расстояния как D^{-2}. Зависимость модуля функции ослабления от $2|\rho|$, найденная по (5.2.40) численными методами, представлена на рис. 5.8. На этом рисунке кривые 1, 2, 3, 4, 5 и 6 соответствуют значениям параметра $60\lambda\sigma\varepsilon^{-1}$ соответственно равным бесконечности, 5, 2, 1, 0,5 и 0. Кривая 1 на рис. 5.8 соответствует длинным волнам и хорошо проводящей почве, а график 6 относится к случаю сухих грунтов и коротких волн. Зависимость $|U(\rho)|$ хорошо аппроксимируется выражением

$$|U| \approx \frac{2 + 0,3|\rho|}{2 + |\rho| + 0,6|\rho|^2}. \qquad (5.2.41)$$

Для инженерных расчетов можно пользоваться или графиками рис. 5.8 или простой формулой (5.2.41).

В связи с применением средних и длинных волн для целей навигации было важно выяснить, какова скорость волн на трассе AB. Фазовая ско-

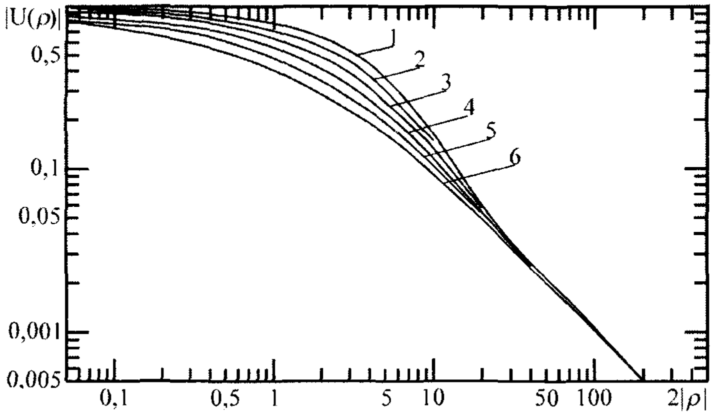


Рис. 5.8. Зависимости модуля функции ослабления $|U|$ от модуля численного расстояния $2|\rho|$

рость v_p может быть найдена, если представить комплексную функцию ослабления U в следующей форме:

$$U(D)=|U(D)|\exp\{i\varphi(D)\}, \tag{5.2.42}$$

где $\varphi(D)$ — дополнительный набег фазы на трассе AB, обусловленный влиянием грунта. Равнофазная поверхность соответствует условию

$$\omega t-kr+\varphi(r)=\text{const}, \tag{5.2.43}$$

поэтому фазовую скорость найдем, дифференцируя (5.2.43),

$$v_p=\frac{dr}{dt}=\frac{\omega}{k+\dfrac{d\varphi}{dr}}=\frac{c_0}{1+k^{-1}\dfrac{d\varphi}{dr}}. \tag{5.2.44}$$

Численный анализ выражения (5.2.44) с учетом соотношений (5.2.42) и (5.2.40) показал, что фазовая скорость на малых расстояниях меньше c_0 и зависит от дальности, а при больших значениях численного расстояния ρ фазовая скорость не зависит от дальности и параметров грунта и равна скорости волны в вакууме c_0.

Проанализируем структуру поля **E** у поверхности, для этого найдем связь вертикальной E_z и горизонтальной E_x компонент поля. Из-за наклона волнового фронта при распространении радиоволн над грунтом возникает горизонтальная компонента поля, ориентированная вдоль оси Ox, фаза которой отличается от фазы вертикальной составляющей электрического поля. Для количественного описания поляризационного эффекта вернемся к рассмотрению граничных условий для вектора электрического поля. Согласно (2.1.13) для верхнего полупространства выполняется соотношение

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \tag{5.2.45}$$

При продольном распространении радиоволн вдоль направления Ox величина $\frac{\partial E_y}{\partial y}$ в (5.2.45) мала по сравнению с величинами $\frac{\partial E_x}{\partial x}$ и $\frac{\partial E_z}{\partial z}$, поэтому из (5.2.45) следует, что $\frac{\partial E_x}{\partial x}$ связана с вертикальной производной от E_z соотношением

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = -\frac{\partial E_z}{\partial z}. \tag{5.2.46}$$

Горизонтальная производная от E_x определяется соотношением

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = ikE_x, \tag{5.2.47}$$

с другой стороны, из граничного условия (5.2.9) следует, что

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{-ikE_z}{(\varepsilon^*)^{1/2}}, \qquad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon_k^{\,2}}{(\varepsilon_k - 1)}. \tag{5.2.48}$$

После подстановки (5.2.47) и (5.2.48) в (5.2.46) находим связь между вертикальной E_z и горизонтальной E_x компонентами электрического поля у поверхности:

$$E_x = \frac{E_z}{(\varepsilon^*)^{1/2}}. \tag{5.2.49}$$

Согласно (5.2.49) модуль горизонтальной компоненты поля E_x меньше модуля вертикальной компоненты E_z в $\left|(\varepsilon^*)^{1/2}\right|$ раз. Если $\left|(\varepsilon^*)^{1/2}\right| >> 1$, что соответствует морской воде или влажной почве, то горизонтальная компонента поля пренебрежима мала по сравнению с вертикальной компонентой. Для сухих грунтов величина $\left|\left(\varepsilon^*\right)^{1/2}\right|$ сравнительно невелика (~ 3–5), и в этом случае необходимо учитывать изменение поляризации при анализе структуры поля над земной поверхностью. Поскольку величина $\left(\varepsilon^*\right)^{1/2}$ является комплексной, то согласно (5.2.49) между компонентами E_x и E_z имеется сдвиг фаз β. Если поляризация излучаемых радиоволн была линейной, то при распространении над земной поверхностью поляризация радиоволн из-за сдвига фаз β становится эллиптической. Эллипс поляризации находится в плоскости xz, а его ось наклонена под углом α по отношению к вертикальному направлению (рис. 5.9). Вектор электрического поля наклонен в направлении распространения радиоволн. Во всех практически важных случаях для грунтов значения угла α не превышают 15°, а для морской воды они меньше, чем 1°.

Мы проанализировали функцию ослабления для вектора Герца, на практике нужно знать эту функцию для вертикальной компоненты электрического поля E_z. Выше было отмечено, что для реальных грунтов или морской поверхности $|\varepsilon| > 4$ и горизонтальная компонента электрического поля $E_x << E_z$. *Кроме того, векторы* **A** *и* **E**, согласно (2.2.6), связаны линейной зависимостью, поэтому можно считать, что A и E_Z связаны линейно, следовательно, функция ослабления U(D) соответствует и вектору Герца, и напряженности электрического поля E_Z.

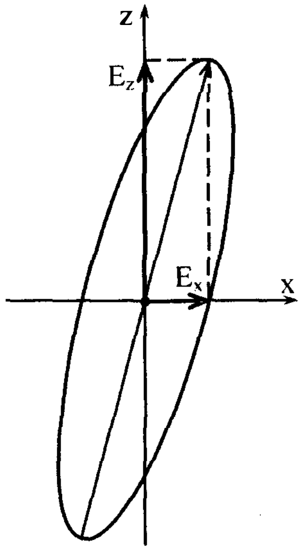


Рис. 5.9. Эллипс поляризации электрического поля у поверхности грунта

В заключение отметим, что при выводе выражения (5.2.40) было сделано несколько приближений, мы не останавливались на обосновании справедливости этих приближений. В монографиях [21, 22] проведен более строгий анализ функции ослабления.

Мы проанализировали важный для практики случай, когда применяется передающая антенна — вертикальная мачта или вертикальный провод, а прием ведется на антенну, воспринимающую вертикальную компоненту поля E_z. При теоретической постановке общей задачи о распространении волны вдоль плоской границы раздела сред рассматриваются и другие типы передающих антенн: горизонтальный диполь или рамочная антенна [21]. При этом находят выражение для функции ослабления, формально предполагая, что параметры таких антенн в свободном пространстве и при расположении у границы раздела сред одинаковы. Это предположение не соответствует действительности, так как, например, горизонтальная дипольная антенна при высоте $h \ll \lambda$ будет крайне не эффективна как излучатель, основная часть энергии передатчика будет затрачена на нагрев среды под антенной. В соответствующих задачах трудно разделить свойства антенн как излучателей и особенности распространения волн вдоль границы среды.

Справедливость результатов описанного теоретического анализа функции U(D) следует из сравнения теории с экспериментами. Эксперименты подтвердили правильность теоретических зависимостей функции ослабления от дальности и частоты радиоволны. При сравнении теории с экспериментами выяснилась следующая трудность: в теорию введена комплексная диэлектрическая проницаемость, или проводимость однородной среды, а на практике почти всегда встречаются с неоднородным и по глубине, и в горизонтальном направлении грунтом. Поэтому вводят некоторое «эффективное» значение проводимости грунта, которое позволяет согласовать теорию с экспериментом. Из теории следует, что линии равных значений напряженности поля на поверхности соответствуют условию D = const, т. е. являются окружностями. Реальные грунты обычно сильно неоднородны, поэтому кривые с равными E могут отличаться от окружностей. Это явление проявляется особенно сильно вблизи береговой линии суша — море, где происходит сильное изменение и амплитуды и фазы радиоволн. Функция ослабления U(D) хорошо описывает зависимость поля от расстояния, но она не справедлива в двух крайних случаях: при малых расстояниях $D < 2\lambda$, когда антенны находятся в зоне индукции, и при относительно больших расстояниях $D > D_m$, когда сказывается сферичность земной поверхности. Значение D_m можно оценить с использованием соотношения $D_m \approx 7\lambda^{1/3}$, где D выражено в километрах, а длина волны λ — метрах. Так для $\lambda = 8$ м и $\lambda = 8000$ м расстояние D_m будет равным соответственно 14 км и 140 км.

Глава 6

ДИФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН НА СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Глава 6

ДИФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН НА СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

6.1. Теория дифракции радиоволн на поверхности Земли

Из экспериментальных исследований следует, что распространение коротких, средних и длинных волн слабо зависит от состояния атмосферы, а метровые и дециметровые волны очень чувствительны к особенностям высотного профиля коэффициента преломления атмосферы. Сильное влияние ионосферы на короткие, средние и длинные волны проявляется, в основном, на относительно больших расстояниях, при этом удается разделить вклад ионосферной и дифракционной компоненты поля. В связи с этим представляет интерес анализ дифракционного, загоризонтного распространения только коротких, средних и длинных волн, когда длина трассы относительно мала, а передающую антенну можно представить вертикальным электрическим диполем и пренебречь влиянием и атмосферы и ионосферы.

Рассмотрим поле, возбуждаемое вертикальным электрическим диполем, расположенным на высоте h_1 над сферической поверхностью Земли. Для описания структуры электрического поля над земной поверхностью введем сферическую систему координат ρ, θ, φ с центром O, совпадающим с центром Земли, и осью Oz, проходящей через диполь. Будем считать, что передающая вертикальная мачтовая или штыревая антенна расположена в точке A с координатами $(a + h_1, 0, 0)$, а пункт

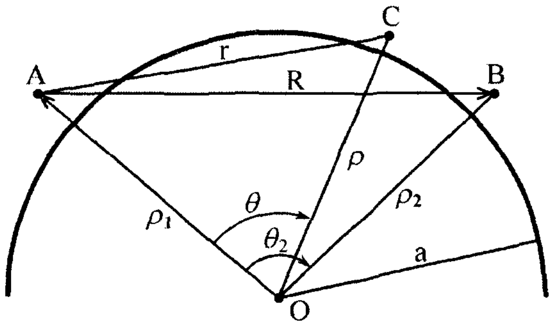


Рис. 6.1. Геометрия задачи о дифракции радиоволн на сферической поверхности Земли

приема B имеет координаты ($a+h_2$, θ_2, 0). Расстояния от центра Земли будем обозначать как ρ_i, а расстояния от передающей антенны (точки A) — как r_i или R. Введем следующие обозначения: a — радиус Земли, $AO = \rho_1 = a + h_1$, $BO = \rho_2 = a + h_2$, $AB = R$, произвольная точка C имеет координаты $C(\rho, \theta, \varphi)$, расстояние $AC = r$. Будем предполагать, что высоты антенн $h_{1,2} \ll a$, для определенности примем $h_1 > h_2$. Расстояние между передающим и приемным пунктами по дуге обозначим $D = a\theta_2$, заметим, что $D \approx R$ (рис. 6.1). Будем предполагать, что $\theta_2 < \frac{\pi}{10}$, т. е. расстояние $D < 1500$ км, а приемная антенна (вертикальный провод или мачта) воспринимает только вертикальную компоненту поля E. Будем считать, что поверхность Земли характеризуется однородным грунтом (или морской водой) с большим значением относительной диэлектрической проницаемости ε_K, так что применимы приближенные граничные условия (5.2.9) или (5.2.10) и можно пренебречь волной, распространяющейся через грунт.

При анализе этой задачи будем использовать волновое уравнение (2.2.8) для вектора Герца **A**:

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \kappa^2 \mathbf{A} = -4\pi A_0 \boldsymbol{\rho}_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1), \qquad (6.1.1)$$

здесь для удобства, согласно (2.2.8) и (2.4.16), мы вводим следующие обозначения: $\mu \mathbf{j} = 4\pi A_0 \boldsymbol{\rho}_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1) = \mu I L \boldsymbol{\rho}_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1)$. В этих обозначениях, согласно (2.4.16), поле в свободном пространстве

$$A = A_0 |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1|^{-1} \exp\left\{ik|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1|\right\} = A_0 r^{-1} \exp\{ikr\}.$$

Для описания источника поля в правой части (6.1.1) введено произведение $4\pi A_0 \boldsymbol{\rho}_0 \delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)$, где $\boldsymbol{\rho}_0$ — единичный вектор, ориентированный в направлении плотности тока $\mathbf{j}$, A_0 — комплексная амплитуда источника, $\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)$ — дельта-функция, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}_1$ — радиус-векторы, проведенные из центра системы координат до произвольной точки С и до передающей антенны А (рис. 6.1).

Напомним, что дельта-функция $\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)$ при $\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1 \neq 0$ равна

$$\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)=0, \tag{6.1.2}$$

а при $\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1 \to 0$

$$\int\limits_{V} \delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)\, dv = 1. \tag{6.1.3}$$

Если точка $\mathbf{r}=\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1=0$ находится в области интегрирования, то для произвольной непрерывной функции $f(\mathbf{r})$ справедливо равенство

$$\int\limits_{V} f(\boldsymbol{\rho}_1)\delta(\mathbf{r})\, dv = f(\boldsymbol{\rho}_1). \tag{6.1.4}$$

В (6.1.4) введен вектор $\mathbf{r}=\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1$, где $|\mathbf{r}| = AC$. Введение дельта-функции в уравнение (6.1.1) важно для корректного описания поведения электромагнитного поля вблизи передающей антенны.

Одна из трудностей теоретического описания распространения радиоволн вблизи сферической поверхности Земли состоит в учете особенности поля вблизи источника. Вблизи источника вектор $\mathbf{A}$ должен иметь вид расходящейся сферической волны:

$$\mathbf{A} = A_0\, \boldsymbol{\rho}_0 \frac{\exp\{ik|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|\}}{|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|} = A_0 \boldsymbol{\rho}_0 r^{-1} e^{ikr}, \tag{6.1.5}$$

где, согласно (2.2.10), $A_0 = \dfrac{\mu IL}{4\pi}$ — коэффициент, зависящий от эффективной длины L и тока I передающей антенны. Покажем, что соотношение (6.1.5) удовлетворяет уравнению (6.1.1). Для этого подставим (6.1.5) в левую часть уравнения (6.1.1), в результате получим

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = A_0 \boldsymbol{\rho}_0 \exp\{ik|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|\} \nabla^2\left(|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|^{-1}\right). \tag{6.1.6}$$

Докажем далее, что

$$\nabla^2 \left| \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1 \right|^{-1} = -4\pi\delta\left(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right). \tag{6.1.7}$$

Уравнение (6.1.7) удовлетворяется тождественно при $\boldsymbol{\rho} \neq \boldsymbol{\rho}_1$, поскольку правая часть по определению дельта-функции равна нулю и применение оператора ∇^2 к функции $\left|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right|$ также дает нуль. Для доказательства (6.1.7) необходимо показать, что

$$\int \nabla^2 \left(\left| \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1 \right|^{-1}\right) \mathrm{dv} = -4\pi . \tag{6.1.8}$$

При написании уравнения (6.1.8) предполагалось, что точка $\left|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right| = 0$ совпадает с точкой A и находится в некотором достаточно малом объеме интегрирования V. Объем V ограничен замкнутой поверхностью S. Применяя теорему Остроградского—Гаусса, преобразуем объемный интеграл в (6.1.8) к поверхностному:

$$\int \nabla^2 \left(\left|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right|^{-1}\right) \mathrm{dv} = \int \nabla \left(\left|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right|^{-1}\right) \mathrm{ds} = \int \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1)\, \mathbf{ds}}{\left|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1\right|^3} = -\int \mathrm{d}\Omega ,$$

где Ω — телесный угол, под которым видна поверхность интегрирования в точке А. Поскольку поверхность S охватывает точку A, то $\int \mathrm{d}\Omega = 4\pi$, что доказывает равенства (6.1.7), (6.1.8). Таким образом, уравнение для вектора Герца **A** в формуле (6.1.1) учитывает особенность поля в источнике типа (6.1.5).

В сферической системе координат электромагнитное поле вертикального электрического диполя не зависит от азимутального угла φ и является функцией переменных ρ, θ. При этом вектор Герца **A** имеет только одну компоненту:

$$\mathbf{A} = \Psi\left(\rho, \theta\right) \boldsymbol{\rho}_0 , \tag{6.1.9}$$

где $\Psi\left(\rho, \theta\right)$ — комплексная волновая функция. Если функция $\Psi\left(\rho, \theta\right)$ известна, то, согласно формулам (2.2.5) и (2.2.6), компоненты электрического и магнитного поля в пространстве над сферой можно определить с помощью соотношений

$$\mathrm{E}_\rho = -\left(\rho^2 \sin\theta\right)^{-1} \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right), \tag{6.1.10}$$

$$E_\theta = \frac{\rho^{-1}\,\partial^2\Psi}{\partial\theta\,\partial\rho}, \tag{6.1.11}$$

$$H_\varphi = \frac{-\,ik\rho^{-1}\,\partial\Psi}{\partial\theta}, \tag{6.1.12}$$

$$E_\varphi = H_\rho = H_\theta = 0\,. \tag{6.1.13}$$

Эти соотношения следуют из (2.2.5) и (2.2.6), если операторы $\mathrm{rot}\,\mathbf{A}$; $\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{A}$ выразить в сферической системе координат и учесть, что производные $\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\varphi}} = 0$. Подставляя соотношение (6.1.9) в (6.1.6), находим следующее уравнение для функции Ψ:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2} + \left(\rho^2\sin\theta\right)^{-1}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right) + k^2\Psi = -\,4\pi A_0\delta\left(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1\right), \tag{6.1.14}$$

где k — волновое число для свободного пространства. Здесь мы использовали выражение оператора ∇^2 в сферической системе координат и учли, что $\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\varphi}} = 0$. Полезные справочные данные о выражениях векторного анализа см. в [1, 2]. Решение уравнения (6.1.14) с учетом граничных условий позволит найти компоненты поля E, H. Анализ этой сложной задачи проведем, следуя работе [76, 26]. Для упрощения уравнения (6.1.14) введем функцию $u(\rho,\theta)$ с помощью соотношения

$$\Psi(\rho,\theta) = u(\rho,\theta)(\sin\theta)^{-1/2}\exp\{ika\theta\}\,. \tag{6.1.15}$$

После подстановки выражения (6.1.15) в уравнение (6.1.14) находим:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\rho^2} + 2ika^{-1}\frac{\partial u}{\partial\theta} + k^2\left(1-a^2\rho^{-2}\right)u +$$

$$+\left[\rho^{-2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2} + \frac{1}{4}\left(1+\sin^{-2}\theta\right)u\right)\right] =$$

$$= -4\pi A_0\delta\left(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1\right)\cdot\exp\{-ika\theta\}(\sin\theta)^{1/2}\,. \tag{6.1.16}$$

Выражение (6.1.16) является неоднородным уравнением в частных производных второго порядка эллиптического типа. Уравнение (6.1.16) можно упростить, учитывая, что длина радиоволны много меньше радиуса Земли, и электромагнитное поле в волновой зоне, где выполняется условие $k|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1| >> 1$, изменяется значительно медленнее в направлении распространения волны по сравнению с его изменением в поперечном направлении. Оценка величин уравнения (6.1.16), проведенная в работе [76], показывает, что членами, выделенными квадратными скобками в левой части уравнения (6.1.16), можно пренебречь при условии $ka\theta >> m$, где $m \approx \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}$, $m >> 1$. В результате из (6.1.16) получается более простое уравнение в частных производных параболического типа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + 2\,ika^{-1}\frac{\partial u}{\partial \theta} + k^2\left(1 - a^2\rho^{-2}\right)u =$$

$$= -4\pi A_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1)\cdot \exp\{-ika\theta\}(\sin\theta)^{1/2}. \qquad (6.1.17)$$

Решение уравнения (6.1.17) можно получить в аналитической форме после некоторых упрощений. Для построения аналитического решения уравнения (6.1.17) введем вместо переменных ρ, θ высоту z над земной поверхностью и переменную x:

$$\rho = a + z, \qquad x = m\theta, \qquad (6.1.18)$$

где

$$m = \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}.$$

Из (6.1.17) с учетом (6.1.18) при условии $a >> z$ следует:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2imka^{-1}\frac{\partial u}{\partial x} + 2zk^2a^{-1}u =$$

$$= -4\pi A_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_1)\cdot \exp\{-ika\theta\}(\sin\theta)^{1/2}. \qquad (6.1.19)$$

Далее введем в (6.1.19) безразмерную координату y:

$$y = \frac{kz}{m}. \qquad (6.1.20)$$

Заметим, что высоты антенн $h_{1,2}$ связаны с $y_{1,2}$ следующим образом $y_{1,2} = \kappa m^{-1} h_{1,2}$. В безразмерных переменных x, y уравнение (6.1.19) принимает более простую форму:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + i\frac{\partial u}{\partial x} + yu =$$

$$= -4\pi A_0 \frac{m^2}{k^2}\delta\left(\left|\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1\right|\right)\cdot\exp\{-ika\theta\}(\sin\theta)^{1/2}. \qquad (6.1.21)$$

Для того чтобы функция u определяла поле, возбуждаемое вертикальным электрическим диполем над сферической поверхностью Земли, необходимо, чтобы, кроме уравнения (6.1.21), она подчинялась граничным условиям на поверхности Земли, имела при малых расстояниях от излучателя особенность вида

$$\frac{e^{ik\left|\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1\right|}}{\left|\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1\right|},$$

и на больших расстояниях от излучателя удовлетворяла условию излучения.

Преобразуем далее дельта-функцию $\delta(\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1)$ к координатам x, y. Для преобразования дельта-функции $\delta(\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1)$ воспользуемся ее свойством:

$$J = \int \delta(\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1)\, dv = 1, \qquad (6.1.22)$$

где интегрирование проводится по объему, включающему место нахождения источника поля — точку А. Учитывая свойство дельта-функции (6.1.2), объем интегрирования в (6.1.22) можно считать неограниченным, и интегрирование по объему можно проводить с помощью ранее введенных сферических координат ρ, θ, φ:

$$J = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \rho^2 \sin\theta\, \delta\left(\left|\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1\right|\right)\, d\theta\, d\varphi\, d\rho. \qquad (6.1.23)$$

В избранной системе координат дельта-функция $\delta(\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1)$ не зависит от азимутального угла φ в силу сферической симметрии. Поэтому из (6.1.23) находим

$$J=2\pi\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\rho^2\sin\theta\;\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)\;d\rho\;d\theta=1. \qquad (6.1.24)$$

Проведем в (6.1.24) замену переменной ρ с помощью соотношений (6.1.18), (6.1.20):

$$y=k(\rho-a)m^{-1}, \qquad \rho=a+mk^{-1}y, \qquad (6.1.25)$$

в результате из (6.1.24) получим

$$J=2\pi m\kappa^{-1}\int_{-a\kappa m^{-1}}^{\infty}\int_0^{\pi}\left(a+m\kappa^{-1}y\right)^2\sin\theta\,\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)\,dy\,d\theta=1. \qquad (6.1.26)$$

Введем дельта-функции $\delta(\theta)$, $\delta(y-y_1)$, удовлетворяющие соотношениям

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\theta)\;d\theta=1, \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(y-y_1)\;dy=1,$$

$$\delta(\theta)=0 \text{ при } \theta\neq 0,\ \delta(y-y_1)=0 \text{ при } y\neq y_1, \qquad (6.1.27)$$

здесь $y_1=km^{-1}h_1$. Для произведения интегралов от функций $\delta(\theta)$, $\delta(y-y_1)$ имеем:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\theta)\;d\theta\int_{-\infty}^{\infty}\delta(y-y_1)\,dy=2\int_0^{\infty}\delta(\theta)\,d\theta\int_{-\infty}^{\infty}\delta(y-y_1)dy=$$

$$=2\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\theta)\delta(y-y_1)\,d\theta\,dy=1. \qquad (6.1.28)$$

В силу свойства (6.1.2) верхний предел интегрирования по θ и нижний предел интегрирования по y в (6.1.26) можно считать бесконечными. Интегрирование в (6.1.26) и (6.1.28) проводится по одинаковым переменным θ, y, кроме того, оба интеграла равны единице. Поэтому из равенства этих интегралов и свойства δ-функции следует равенство подынтегральных функций в (6.1.26) и (6.1.28). Приравнивая подынтегральные функции, получаем следующее равенство:

$$4\pi\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)=4m^{-1}k(a+h_1)^{-2}(\sin\theta)^{-1}\delta(\theta)\delta(y-y_1). \qquad (6.1.29)$$

Соотношение (6.1.29) представляет дельта-функцию $\delta(\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_1)$ в виде произведения двух дельта-функций $\delta(\theta)\cdot\delta(y-y_1)$, зависящих от переменных θ и y. Это позволяет применить для решения неоднородного параболического уравнения (6.1.21) метод разделения переменных. Для применения этого метода к решению уравнения (6.1.21) необходимо найти спектральное представление произведения $\delta(\theta)(\sin\theta)^{-1}$. Предварительно учтем, что $\delta(\theta)=0$ при $\theta\neq 0$, и можно считать в (6.1.29) $\sin\theta=\theta$. Затем воспользуемся вспомогательным соотношением

$$\theta^{-1}=-\mathrm{i}\int\limits_0^{\infty}\exp\{\xi_1(\mathrm{i}\theta-C_2)\}\,\mathrm{d}\xi_1, \tag{6.1.30}$$

где C_2 — малая положительная величина, обеспечивающая экспоненциальное убывание модуля подынтегральной функции в (6.1.30) при $\xi_1\to\infty$. Соотношение (6.1.30) справедливо в пределе при $C_2\to 0$, поэтому ниже принимаем $C_2=0$. Для описания дельта-функции $\delta(\theta)$ в (6.1.30) применим Фурье-разложение:

$$\delta(\theta)=(2\pi)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\{\mathrm{i}\theta\xi\}\,\mathrm{d}\xi. \tag{6.1.31}$$

Из формул (6.1.30) и (6.1.31) следует искомое спектральное представление произведения $\delta(\theta)\theta^{-1}$:

$$\delta(\theta)\theta^{-1}=-\mathrm{i}(2\pi)^{-1}\int\limits_0^{\infty}\exp\mathrm{i}\{\theta\xi_1\}\,\mathrm{d}\xi_1\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\{\mathrm{i}\theta\xi\}\,\mathrm{d}\xi. \tag{6.1.32}$$

Преобразуем двойной интеграл (6.1.32) к однократному интегралу, для этого введем в интеграле (6.1.32) новые переменные

$$\xi=2^{-1/2}\mathrm{ka}\xi_2\cos\varphi_1,\quad \xi_1=2^{-1/2}\mathrm{ka}\xi_2\sin\varphi_1 \tag{6.1.33}$$

и из (6.1.32) получим

$$\delta(\theta)\theta^{-1}=\frac{-\mathrm{i}(\mathrm{ka})^2}{4\pi}\int\limits_0^{\infty}\xi_2\,\mathrm{d}\xi_2\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\exp\{\mathrm{i}\Phi_1\}\,\mathrm{d}\varphi_1, \tag{6.1.34}$$

где

$$\Phi_1 = \mathrm{ka}\theta\xi_2\cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right). \tag{6.1.35}$$

Проведем асимптотическую оценку внутреннего интеграла по φ_1 в (6.1.34) методом стационарной фазы. Напомним, что для применения метода стационарной фазы необходимо, чтобы фаза подынтегральной функции Φ_1 содержала большой множитель, в данном случае будем считать большим множитель $\mathrm{ka}\,\xi_2\theta >> 1$. Это оправдано тем, что в данной задаче радиус Земли много больше длины волны, т. е. $\mathrm{ka} >> 1$. При выполнении условия $\mathrm{ka}\,\xi_2\theta >> 1$ основной вклад в интеграл по переменной φ_1 в (6.1.34) вносят стационарные точки, в которых производная по φ_1 от фазы экспоненты в (6.1.34) равна нулю. Внутри интервала $-\frac{\pi}{2} \le \varphi_1 \le \frac{\pi}{2}$ имеется одна стационарная точка, которую найдем из уравнения

$$\frac{d\Phi_1}{d\varphi} = \left[\mathrm{ka}\theta\xi_2\cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right)\right]'_{\varphi} =$$

$$= -\mathrm{ka}\xi_2\theta\sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right) = 0. \tag{6.1.36}$$

Из уравнения (6.1.36) находим координату стационарной точки

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{4}. \tag{6.1.37}$$

Для вычисления внутреннего интеграла (6.1.34) необходимо найти также вторую производную от фазы экспоненты в стационарной точке, она равна

$$\frac{d^2\Phi_1}{d\varphi_1{}^2} = -\mathrm{ka}\xi_2\,\theta. \tag{6.1.38}$$

Вблизи стационарной точки фазу Φ_1 представим с учетом (6.1.36), (6.1.38) суммой трех первых членов разложения в ряд Тейлора:

$$\Phi_1 = \mathrm{ka}\xi_2\theta\left[1 - 0,5\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right)^2\right]. \tag{6.1.39}$$

Будем считать в (6.1.34) пределы равными бесконечности и используем известное соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-i\xi_2{}^2\right\} \mathrm{d}\xi_2 = \pi^{1/2}\exp\left\{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}\right\}. \tag{6.1.40}$$

Подставим (6.1.39) во внутренний интеграл (6.1.34) и после асимптотического вычисления внутреннего интеграла (6.1.34) получим следующее выражение:

$$\frac{\delta(\theta)}{\theta} \approx \frac{(\mathrm{ka})^{3/2} \exp\left\{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}\right\}}{2(2\pi)^{1/2}\,\theta^{1/2}} \int_0^{\infty} \xi_2{}^{1/2}\exp\left\{\mathrm{ika}\xi_2\theta\right\}\, \mathrm{d}\xi_2. \tag{6.1.41}$$

Для преобразования уравнения (6.1.21) необходимо найти фактор $\delta(\theta)(\sin\theta)^{-1}\cdot\exp\{-\mathrm{ika}\theta\}(\sin\theta)^{1/2}$, который, с учетом (6.1.41), равен

$$\exp\{-\mathrm{ika}\theta\}\theta^{1/2}\delta(\theta)(\sin\theta)^{-1} \approx$$

$$\approx \frac{(\mathrm{ka})^{3/2} \exp\left\{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}\right\}}{2(2\pi)^{1/2}} \int_0^{\infty} \xi^{1/2}\exp\left\{\mathrm{ika}\theta(\xi-1)\right\}\, \mathrm{d}\xi. \tag{6.1.42}$$

Осуществим в (6.1.42) замену переменных:

$$\xi - 1 = \mathrm{m}\xi_3(\mathrm{ka})^{-1}. \tag{6.1.43}$$

После указанной замены из (6.1.42) получим

$$\delta(\theta)(\sin\theta)^{-1}\theta^{1/2}\exp\{-\mathrm{ika}\theta\} =$$

$$= \frac{\mathrm{m}(\mathrm{ka})^{1/2} \exp\left\{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}\right\}}{2(2\pi)^{1/2}} \int_{-\mathrm{ka}/m}^{\infty} \left(1+\mathrm{m}\xi_3(\mathrm{ka})^{-1}\right)^{1/2} \exp\left\{\mathrm{im}\theta\xi_3\right\}\mathrm{d}\xi_3. \tag{6.1.44}$$

Учитывая, что величина κa много больше единицы и $\kappa\mathrm{a} \gg \mathrm{m}$, можно пренебречь под корнем в (6.1.44) величиной $\mathrm{m}(\mathrm{ka})^{-1}\xi_3$ по сравнению с единицей и считать нижний предел равным $-\infty$. В результате из (6.1.44) находим

$$\delta(\theta)(\sin\theta)^{-1}\theta^{1/2}\exp\{-ika\theta\}=$$

$$=\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2(2\pi)^{1/2}}(ka)^{1/2}m\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{i\xi_3 x\}\,d\xi_3, \tag{6.1.45}$$

здесь мы учли, что, согласно (6.1.18), $x=m\theta$. Таким образом, из (6.1.21), (6.1.29) и (6.1.45) с помощью выражения m (6.1.18) получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+i\frac{\partial u}{\partial x}+yu=$$

$$=-e^{i\frac{\pi}{4}}\pi^{-1/2}m^{1/2}a^{-1}A_0\delta(y-y_1)\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{ix\xi_3\}\,d\xi_3. \tag{6.1.46}$$

Соотношение (6.1.46) является неоднородным параболическим уравнением, которое может быть решено методом разделения переменных при учете граничного условия на сферической поверхности Земли.

Приближенное граничное условие (5.2.10) при $\rho=a$ имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z}=\frac{-ikA}{(\varepsilon^*)^{1/2}},\quad \text{где}\quad \varepsilon^*=\varepsilon_k^2(\varepsilon_k-1)^{-1}. \tag{6.1.47}$$

Из (6.1.9) и (6.1.47) следует граничное условие для функции Ψ

$$\frac{\partial\Psi}{\partial z}=-\frac{ik}{(\varepsilon^*)^{1/2}}\Psi. \tag{6.1.48}$$

С учетом (6.1.15), (6.1.20) граничное условие (6.1.48) может быть преобразовано к виду

$$\frac{\partial u}{\partial y}=-qu \quad \text{при } y=0, \tag{6.1.49}$$

где

$$q=\frac{mi}{(\varepsilon^*)^{1/2}}. \tag{6.1.50}$$

От параметра q зависят закономерности дифракции волн на сферической поверхности Земли; он определяется произведением $m = \left(\frac{\kappa a}{2}\right)^{1/3}$ и $\left(\varepsilon^*\right)^{-1/2}$, поэтому q зависит от длины волны и проводимости земной поверхности.

Для решения уравнения (6.1.46) представим функцию u(y, x) в виде интеграла Фурье:

$$u = \frac{\exp\left\{i\frac{\pi}{4}\right\}}{\pi^{1/2}} \frac{m^{1/2} A_0}{a} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{ixt} \Phi(y,t)\, dt \tag{6.1.51}$$

и после подстановки (6.1.51) в (6.1.46) получим следующее неоднородное дифференциальное уравнение для функции Φ(y, t):

$$\frac{d^2\Phi(y,t)}{dy^2} + (y-t)\,\Phi(y,t) = -\delta(y-y_1). \tag{6.1.52}$$

Решение неоднородного уравнения (6.1.52) найдем методом вариации постоянных, представляя $\Phi(y,t)$ в виде комбинации двух линейно независимых решений однородного уравнения $f_1(y, t)$, $f_2(y, t)$:

$$\frac{d^2\Phi(y,t)}{dy^2} + (y-t)\Phi(y,t) = 0, \tag{6.1.53}$$

$$\Phi(y,t) = Af_1(y,t) + Bf_2(y,t), \tag{6.1.54}$$

где A, B — параметры.

При решении неоднородного уравнения (6.1.52), в соответствии с методом вариации постоянных, предполагается, что параметры A и B в (6.1.54) являются функцией переменных y, t. Подставляя (6.1.54) в (6.1.52) и вводя дополнительное соотношение

$$f_1(y,t)\frac{dA(y)}{dy} + f_2(y,t)\frac{dB(y)}{dy} = 0, \tag{6.1.55}$$

необходимое для исключения вторых производных $\frac{d^2A}{dy^2}$ и $\frac{d^2B}{dy^2}$, находим:

$$\frac{dA(y)}{dy}\frac{\partial f_1}{\partial y}+\frac{dB(y)}{dy}\frac{\partial f_2}{\partial y}=-\delta(y-y_1). \tag{6.1.56}$$

Из линейных уравнений (6.1.55) и (6.1.56) находим производные $\frac{dA(y)}{dy}$ и $\frac{dB(y)}{dy}$, а затем после интегрирования определяем функции A(y) и B(y):

$$A(y)=-\frac{1}{\Delta}\int_0^y f_2(\eta,t)\delta(\eta-y_1)\,d\eta+A_1, \tag{6.1.57}$$

$$B(y)=\frac{1}{\Delta}\int_0^y f_1(\eta,t)\delta(\eta-y_1)d\eta+B_1, \tag{6.1.58}$$

где Δ — определитель Вронского:

$$\Delta=f_2\frac{\partial f_1}{\partial y}-f_1\frac{\partial f_2}{\partial y}. \tag{6.1.59}$$

Определитель Δ не зависит от y, поскольку функции f_1, f_2 удовлетворяют однородному уравнению (6.1.53). Величины A_1 и B_1 зависят только от переменной t, выражения для A_1, B_1, будут определены ниже.

Решение уравнения (6.1.52) $\Phi(y,t)$ при $y\to\infty$ должно представлять уходящую волну. Это означает, что при $y\to\infty$ фаза функции $\Phi(y,t)$ растет, а функция $\Phi(y,t)$ при $t\to\infty$ удовлетворяет следующему асимптотическому соотношению:

$$\Phi(y,t)\sim(y-t)^{-1/4}\exp\left\{i\int_{y_1}^{y}(\eta-t)^{1/2}\,d\eta\right\}. \tag{6.1.60}$$

Допустим, что первое из двух линейно независимых решений однородного уравнения (6.1.53) $f_1(y,t)$ удовлетворяет этому условию. В силу линейной независимости второе решение однородного уравнения (6.1.53) $f_2(y, t)$ не будет подчиняться условию (6.1.60). Поэтому искомая функция $\Phi(y, t)$ при $y \to \infty$ должна иметь следующую форму:

$$\Phi(y,t) = A(y) f_1(y,t) . \tag{6.1.61}$$

Из уравнений (6.1.61) и (6.1.54) следует вывод, что определенная выражением (6.1.58) функция $B(y) \to 0$ при $y \to \infty$. В соответствии с этим выводом зависимость $B_1(t)$ может быть определена из уравнения (6.1.58) с помощью соотношения

$$B_1 = -\frac{1}{\Delta}\int_0^\infty f_1(\eta, t)\delta(\eta - y_1)\, d\eta. \tag{6.1.62}$$

Соотношение (6.1.62) позволяет завершить нахождение функции B(y). Согласно (6.1.58) и (6.1.62), функция B(y) равна:

$$B(y) = \frac{1}{\Delta}\int_0^y f_1(\eta, t)\delta(\eta - y_1)\, d\eta - \frac{1}{\Delta}\int_0^\infty f_1(\eta, t)\delta(\eta - y_1)\, d\eta =$$

$$= -\frac{1}{\Delta}\int_y^\infty f_1(\eta, t)\delta(\eta - y_1)\, d\eta . \tag{6.1.63}$$

Исходя из определения дельта-функции имеем:

$$\int_y^\infty f(\eta)\delta(\eta - y_1)\, d\eta = \begin{cases} f(y_1), & \text{если } y < y_1, \\ 0, & \text{если } y > y_1. \end{cases} \tag{6.1.64}$$

Из (6.1.63), (6.1.64) находим окончательные соотношения для функции B(y):

$$\begin{aligned} B(y) &= -\frac{1}{\Delta} f_1(y_1, t) \quad \text{при } y < y_1, \\ B(y) &= 0 \quad \text{при } y > y_1. \end{aligned} \tag{6.1.65}$$

Перейдем далее к нахождению функции $A_1(t)$ с помощью граничного условия (6.1.49):

$$\frac{d\Phi}{dy} + q\Phi = 0 \quad \text{при } y = 0. \tag{6.1.66}$$

Для этого подставим соотношение (6.1.54) в уравнение (6.1.66) и используем (6.1.55) и (6.1.65), в результате находим:

$$A_1 = \frac{1}{\Delta} f_1(y_1, t) \frac{\dfrac{\partial f_2(0, t)}{\partial y} + q f_2(0, t)}{\dfrac{\partial f_1(0, t)}{\partial y} + q f_1(0, t)}. \tag{6.1.67}$$

Используя определение дельта-функции (6.1.64), из соотношений (6.1.57), (6.1.67) получим выражение для функции A(y):

$$A(y) = A_1 = \frac{1}{\Delta} f_1(y_1, t) \frac{\dfrac{\partial f_2(0, t)}{\partial y} + q f_2(0, t)}{\dfrac{\partial f_1(0, t)}{\partial y} + q f_1(0, t)} \quad \text{при } y < y_1, \tag{6.1.68}$$

$$A(y) = -\frac{1}{\Delta}\left[f_2(y_1, t) - f_1(y_1, t)\frac{\dfrac{\partial f_2(0,t)}{\partial y} + q f_2(0,t)}{\dfrac{\partial f_1(0,t)}{\partial y} + q f_1(0,t)}\right] \quad \text{при } y > y_1. \tag{6.1.69}$$

В результате проведенного рассмотрения функция $\Phi(y, t)$, согласно формулам (6.1.54), (6.1.55), (6.1.61), (6.1.65) и (6.1.68), имеет при $y < y_1$ вид

$$\Phi(y,t) = -\frac{f_1(y_1,t)}{\Delta}\left[f_2(y,t) - f_1(y,t)\frac{\dfrac{\partial f_2(0,t)}{\partial y} + q f_2(0,t)}{\dfrac{\partial f_1(0,t)}{\partial y} + q f_1(0,t)}\right]. \tag{6.1.70}$$

Найдем далее конкретные соотношения для функций $f_1(y, t)$ и $f_2(y, t)$. Для определения функций $f_1(y, t)$ и $f_2(y, t)$ используем однородное уравнение (6.1.53):

$$\frac{d^2 f}{dy^2} + (y - t) f = 0. \tag{6.1.71}$$

Вводя вместо переменной y переменную $s = t - y$, из (6.1.71) получим:

$$\frac{d^2 f}{d\,s^2} - sf = 0\,. \qquad (6.1.72)$$

Представим решение уравнения (6.1.72) в форме

$$f(s) = \int\limits_{\alpha}^{\beta} g(\xi) e^{\xi s}\, d\xi \qquad (6.1.73)$$

и из (6.1.72), (6.1.73) найдем:

$$\frac{d^2 f}{ds^2} - sf = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \left[(\xi^2 - s) g(\xi) e^{\xi\, s} \right] d\xi\,. \qquad (6.1.74)$$

Учитывая далее соотношение

$$sg(\xi) e^{\xi s} = \frac{d}{d\xi}\left[g(\xi) e^{\xi s} \right] - e^{\xi s} \frac{dg}{d\xi}, \qquad (6.1.75)$$

приходим к заключению, что функция f(s) в форме (6.1.73) является решением уравнения (6.1.72) при выполнении двух условий. Первое из них состоит в выполнении равенства

$$\xi^2 g + \frac{dg}{d\xi} = 0\,, \qquad (6.1.76)$$

а второе заключается в наложении ограничений на пределы интегрирования α и β в интегральном представлении (6.1.73):

$$g e^{\xi s} \Big|_{\alpha}^{\beta} = 0\,. \qquad (6.1.77)$$

Решая уравнение (6.1.76) относительно функции $g(\xi)$, находим, что первое условие выполняется, если функция $g(\xi)$ имеет вид

$$g = e^{-\frac{\xi^3}{3}}\,. \qquad (6.1.78)$$

Для выполнения второго условия требуется, чтобы, в соответствии с (6.1.77), (6.1.78), соблюдалось равенство

$$e^{\xi s-\frac{\xi^3}{3}}\Big|_{\alpha}^{\beta}=0\,. \qquad (6.1.79)$$

Условие (6.1.79) выполняется, если

$$-\left[\frac{\xi^3}{3}-\xi s\right]_{\alpha}^{\beta}=-\infty\,. \qquad (6.1.80)$$

Подстановка в (6.1.80) верхнего и нижнего пределов интегрирования дает два уравнения для модуля и аргумента:

$$\left|\frac{\xi^3}{3}-\xi s\right|_{\alpha}^{\beta}=\infty\,,\ \arg\left[\frac{\xi^3}{3}-\xi s\right]_{\alpha}^{\beta}=2n\pi\,. \qquad (6.1.81)$$

Первое уравнение (6.1.81) удовлетворяется, если ξ находится в бесконечности, а второе уравнение накладывает ограничения на аргумент параметра ξ. В соответствии со вторым уравнением (6.1.81) аргумент параметра ξ может быть равен 0°, 120° и 240°. Трем значениям аргумента параметра ξ соответствуют два возможных решения уравнения (6.1.72) в форме интегрального представления (6.1.73). Первое из них дается формулой

$$f_1=\omega_1(s)=\frac{1}{\pi^{1/2}}\int\limits_{\Gamma_1}e^{\xi s-\frac{\xi^3}{3}}\,d\xi\,, \qquad (6.1.82)$$

а второе — формулой

$$f_2=\omega_2(s)=\frac{1}{\pi^{1/2}}\int\limits_{\Gamma_2}e^{\xi s-\frac{\xi^3}{3}}\,d\xi\,. \qquad (6.1.83)$$

Контуры интегрирования Γ_1, Γ_2 в формулах (6.1.82), (6.1.83) показаны на рис. 6.2. Первый из них (Γ_1) проходит вдоль линии, ориентированной под углом 240°, из $-2\pi i/3\ \infty$ к началу координат и затем следует вдоль положительной оси, второй контур (Γ_2) проходит под углом 120° из $2\pi i/3\ \infty$ к началу координат и затем по положительной оси в бесконечность. Функции $\omega_1(s)$, $\omega_2(s)$ называются первой и второй функциями Эйри.

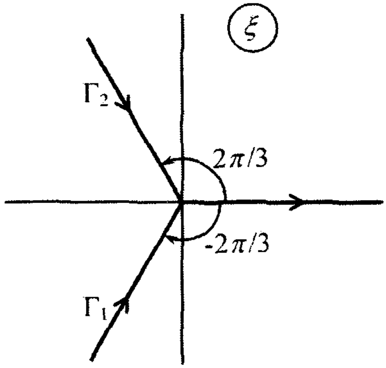


Рис. 6.2. Контуры интегрирования

Функции Эйри табулированы, они могут быть выражены через функции Ханкеля $H_{1/3}^{(1)}$, $H_{1/3}^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \omega_1(s) &= e^{i\frac{2\pi}{3}}(\pi/3)^{1/2}(-s)^{1/2}H_{1/3}^{(1)}\left[\frac{2}{3}(-s)^{3/2}\right], \\ \omega_2(s) &= e^{-i\frac{2\pi}{3}}(\pi/3)^{1/2}(-s)^{1/2}H_{1/3}^{(2)}\left[\frac{2}{3}(-s)^{3/2}\right]. \end{aligned} \tag{6.1.84}$$

В [26] показано, что определитель Вронского равен

$$\Delta = \frac{d\omega_1(s)}{ds}\,\omega_2(s) - \omega_1(s)\,\frac{d\omega_2(s)}{ds} = 2i, \tag{6.1.85}$$

здесь ω_1 и ω_2 — функции Эйри. Асимптотические выражения для первой и второй функций Эйри при $s \to -\infty$, согласно [76], имеют следующий вид:

$$\omega_1(s) \sim \frac{1}{(-s)^{1/4}} e^{i\left[\frac{2}{3}(-s)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right]}, \tag{6.1.86}$$

$$\omega_2(s) \sim \frac{1}{(-s)^{1/4}} e^{-i\left[\frac{2}{3}(-s)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right]}. \tag{6.1.87}$$

Из проведенного рассмотрения следует, что функция $f_1(y, t)$ совпадает с первой функцией Эйри, а функция $f_2(y, t)$ тождественна второй функции Эйри:

$$\begin{aligned} f_1(y, t) &= \omega_1(t-y), \\ f_2(y, t) &= \omega_2(t-y). \end{aligned} \tag{6.1.88}$$

Подстановка (6.1.86), (6.1.87) в выражение (6.1.70) определяет спектр $\Phi(y,t)$ функции $u(y,x)$:

$$\Phi(y,t) = -\frac{\omega_1(t-y_1)}{2i}\left[\omega_2(t-y) - \omega_1(t-y)\frac{\dfrac{d\omega_2(t)}{dt} - q\omega_2(t)}{\dfrac{d\omega_1(t)}{dt} - q\omega_1(t)}\right]. \tag{6.1.89}$$

Функция $u(y, x)$ может быть найдена по ее спектру из уравнения (6.1.51) с помощью соотношения

$$u(y,x) =$$

$$= \frac{e^{i\pi/4}}{2\pi^{1/2}}\frac{m^{1/2}}{a}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix\tau}\omega_1(\tau-y_1)\left[\omega_2(\tau-y) - \omega_1(\tau-y)\frac{\dfrac{d\omega_2(\tau)}{d\tau} - q\omega_2(\tau)}{\dfrac{d\omega_1(\tau)}{d\tau} - q\omega_1(\tau)}\right]d\tau, \tag{6.1.90}$$

В соответствии с принятыми в [76] обозначениями в формуле (6.1.90) и далее мы заменили t на τ. Полученное решение (6.1.90) уравнения (6.1.21) позволяет найти функцию ослабления с помощью соотношения

$$U = \left|\frac{A}{A_{св}}\right| = \left|\frac{\Psi}{\Psi_0}\right|, \tag{6.1.91}$$

где связь функции Ψ с функцией $u(y, x)$ определяется формулой (6.1.15), а функция

$$\Psi_0 = \frac{e^{ikR}}{R}, \tag{6.1.92}$$

где R — расстояние между точками излучения и приема. Считая, что точка наблюдения находится вблизи поверхности Земли и $h_2 \ll a$, из (6.1.90)–(6.1.92) можно получить следующее выражение для функции ослабления $U(y_2, x)$:

$$U(y_2,x)=\frac{m^{1/2}\cdot R}{2\pi^{1/2}a(\sin\theta)^{1/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{ix\tau}\omega_1(\tau-y_1)\times$$
$$\times\left[\omega_2(\tau-y_2)-\omega_1(\tau-y_2)\frac{\frac{d\omega_2(\tau)}{d\tau}-q\omega_2(\tau)}{\frac{d\omega_1(\tau)}{d\tau}-q\omega_1(\tau)}\right]d\tau. \tag{6.1.93}$$

Полагая $\theta<1$, что выполняется при $D<a$, заменим $\sin\theta$ величиной θ и подставим в (6.1.93) вместо R величину ax/m. В результате из (6.1.93) найдем окончательное выражение для функции ослабления:

$$U(y_2,x)=$$
$$=(x/\pi)^{1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}c^{ix\tau}\omega_1(\tau-y_1)\left[\omega_2(\tau-y_2)-\omega_1(\tau-y_2)\frac{\frac{d\omega_2(\tau)}{d\tau}-q\omega_2(\tau)}{\frac{d\omega_1(\tau)}{d\tau}-q\omega_1(\tau)}\right]d\tau. \tag{6.1.94}$$

Если и излучатель и точка наблюдения находятся на поверхности Земли, т. е. $y_1\to 0$, $y_2\to 0$, то из формулы (6.1.94), учитывая уравнение (6.1.85) для вронскиана, можно получить более простое выражение для функции ослабления:

$$U(0,x)=2i(x/\pi)^{1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{ix\tau}\frac{\omega_1(\tau)}{\frac{d}{d\tau}\omega_1(\tau)-q\omega_1(\tau)}d\tau. \tag{6.1.95}$$

Представления функции ослабления интегралами (6.1.94), (6.1.95) сложны для практических вычислений. При больших значениях x эти интегралы можно упростить, заменив интеграл суммой вычетов подынтегральной функции. Для этого воспользуемся леммой Жордана и заменим интеграл в бесконечных пределах в выражениях (6.1.94) и (6.1.95) интегралом по бесконечно удаленной полуокружности, учитывая при этом вклад полюсов подынтегральной функции. Интеграл по бесконечно удаленной полуокружности при действительных значениях x равен нулю. Вклад полюсов определяется положением нулей в знаменателе подынтегральной функции (6.1.94) и (6.1.95):

$$\frac{d\omega_1(\tau)}{d\tau} - q\,\omega_1(\tau) = 0. \tag{6.1.96}$$

Учитывая, что параметр q в (6.1.96) согласно уравнению (6.1.50) является комплексной величиной, вычисление корней уравнения (6.1.96) является сложной задачей. В вычислениях используется то обстоятельство, что модуль параметра q много больше единицы, $|q| = m\left|\varepsilon^*\right|^{-1/2} >> 1$, поскольку практически всегда выполняется условие $m >> 1$. Если $|q| >> 1$, то при вычислении корней уравнение (6.1.96) можно использовать более простое уравнение

$$\omega_1(\tau_s) = 0\,. \tag{6.1.97}$$

Сумма вычетов интеграла (6.1.94) определяется выражением

$$U(y_2, x) = 2i(\pi x)^{1/2}\sum_{s=1}^{\infty} e^{ix\tau_s}\omega_1(\tau_s - y_1)\,\omega_1(\tau_s - y_2)\times\frac{\omega_2'(\tau_s) - q\,\omega_2(\tau_s)}{\omega_1''(\tau_s) - q\,\omega_1'(\tau_s)}, \tag{6.1.98}$$

где $\omega_2'(\tau_s)$, $\omega_1'(\tau_s)$, $\omega_1''(\tau_s)$ соответствуют производным $\frac{d\omega_2(\tau)}{d\tau}$, $\frac{d\omega_1(\tau)}{d\tau}$, $\frac{d^2\omega_1(\tau)}{d\tau^2}$ при $\tau = \tau_s$. Сумму (6.1.98) можно упростить, учитывая соотношение (6.1.72), выполняющееся для функций Эйри:

$$\omega_1''(\tau_s) = \tau\omega_1(\tau_s), \tag{6.1.99}$$

а также уравнение (6.1.96)

$$\omega_1'(\tau_s) = q\omega_1(\tau_s)\,. \tag{6.1.100}$$

Из (6.1.99), (6.1.100) находим:

$$\omega_1''(\tau_s) - q\omega_1(\tau_s) = (\tau_s - q^2)\omega_1(\tau_s), \tag{6.1.101}$$

а далее с помощью выражений (6.1.85) и (6.1.100) получаем соотношение

$$\omega_2'(\tau_s) - q\omega_2(\tau_s) = -\frac{2i}{\omega_1(\tau_s)}. \tag{6.1.102}$$

В результате найдем итоговое соотношение для функции ослабления:

$$U(y_2, x) = 2(\pi x)^{1/2} \sum_{s=1}^{\infty} e^{ix\tau_s} \frac{\omega_1(\tau_s - y_1)\omega_1(\tau_s - y_2)}{(\tau_s - q^2)\omega_1^2(\tau_s)}. \tag{6.1.103}$$

Это итоговое выражение для функции ослабления справедливо в зоне прямой видимости, в области полутени и при расположении приемного пункта в области тени далеко за линией прямой видимости. Конкретные закономерности распространения волн у сферической поверхности Земли могут быть изучены только после численного анализа сложного соотношения (6.1.103) и определения корней уравнения (6.1.96).

6.2. Закономерности дифракции радиоволн

При анализе особенностей распространения радиоволн вдоль земной поверхности различают ситуации, соответствующие разному положению приемного пункта $B_{1,2}$ относительно границы прямой видимости AB (рис. 6.3).

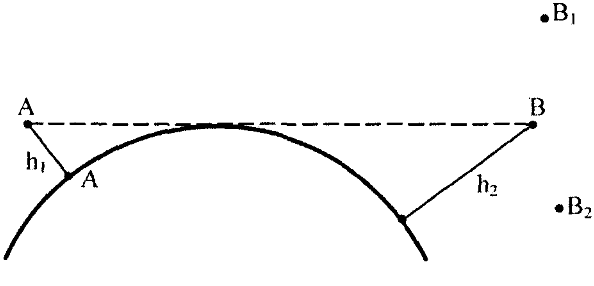


Рис. 6.3. Два положения приемного пункта относительно линии прямой видимости

Если высоты антенн $h_{1,2} > \lambda$ и пункт B_1 расположен существенно выше линии AB, то и в теории, и в экспериментах можно выделить прямую и отраженную волны; суммарное поле при этом имеет выраженных интерференционный характер. При небольшом расстоянии AB_1 можно пренебречь сферичностью земной поверхности и считать часть поверхности, существенную для отражения волн, плоской; этот случай был рассмотрен в § 5.1. Если расстояние AB_1 и высоты антенн $h_{1,2}$ велики, то нужно учитывать сферичность поверхности; этот случай будет рассмотрен в § 11.2. При расположении антенны B_1 в зоне прямой видимости, при $h_{1,2} > \lambda$, можно пользоваться простыми лучевыми представлениями. Более строгий анализ, проводимый на основе волнового уравнения, приводит к сложной математической задаче, решение которой подтверждает справедливость использования лучевых представлений: так из (6.1.103) можно получить простые интерференционные формулы.

Задача распространения волн, когда пункт B_2 расположен вблизи или ниже линии AB, может быть решена только с использованием волнового уравнения с учетом граничных условий на поверхности. Эта сложная задача, в общем виде проанализированная в монографиях [21, 22, 76], может быть разделена на два частных случая. В первом случае высоты антенн $h_{1,2} > \lambda$, что реализуется в диапазонах метровых и более коротких радиоволн. Экспериментальные исследования показали, что в этом случае определяющее влияние на уровень поля за горизонтом оказывает атмосфера, а дифракционная компонента поля мала. Анализ дифракции радиоволн на сферической поверхности Земли без учета реальной структуры атмосферы в этом случае представляет интерес лишь как сложная задача математической физики. Во втором случае, когда антенны располагаются у поверхности, что соответствует использованию длинных, средних и коротких волн, можно не учитывать слабое влияние атмосферы, а если расстояние AB_2 относительно невелико, то можно также пренебречь и влиянием ионосферы. В этом случае напряженность поля за горизонтом определяется дифракцией волн на сферической поверхности Земли.

В § 6.1 был дан математический анализ трудной задачи дифракции волн на сферической поверхности Земли. Было показано, что функция ослабления представима сложным выражением (6.1.103), где члены ряда могут быть найдены после определения корней уравнения (6.1.96). Корни этого уравнения найдены для разных значений параметра q, который зависит от частоты и проводимости поверхности. Анализ общего выражения (6.1.103) показал, что для расстояний

$$D < D_1 \approx 7 \cdot 10^3 \lambda^{1/3} \qquad (6.2.1)$$

найденные по (6.1.103) численные значения функции ослабления совпадают *со случаем плоской поверхности*, который был проанализирован в § 5.2. Для этой области расстояний функцию ослабления можно найти, используя простую формулу (5.2.41). При $D \le D_1$ ослабление поля связано с поглощением радиоволн поверхностным слоем грунта, а влияние сферичности поверхности еще пренебрежимо мало. При увеличении расстояния, когда пункт наблюдения находится в области полутени, т. е. при $D_2 > D > D_1$, где

$$D_2 \approx 37 \cdot 10^3 \lambda^{1/3}, \qquad (6.2.2)$$

существенно и ослабление волн грунтом и начинает проявляться влияние сферичности поверхности. В (6.2.1) и (6.2.2) величины $D_{1,2}$ и λ выражены в метрах. Для области полутени функцию ослабления следует определять по (6.1.103), учитывая много членов ряда. При $D > D_2$ (зона тени) напряженность поля убывает при увеличении расстояния по экспоненциальному закону. В этой области определяющее влияние на уровень поля оказывает сферичность поверхности, а электрофизические параметры грунта сильно влияют на напряженность поля коротких волн и относительно слабо на длинные волны. Численный анализ формулы (6.1.103) показал, что при расположении приемного пункта далеко за линией прямой видимости, когда $D > D_2$, можно использовать только первый член ряда (6.1.103). В этом, практически важном, случае функцию ослабления можно найти, используя «одночленную» формулу

$$U(y_1, y_2, x) = 2(\pi x)^{1/2} \frac{e^{ix\tau_1} \omega_1(\tau_1 - y_1)\, \omega_1(\tau_1 - y_2)}{(\tau_1 - q^2)\omega_1{}^2(\tau_1)}. \qquad (6.2.3)$$

Определение функции ослабления по общей формуле (6.1.103) возможно, если найдены корни уравнения (6.1.96). В итоговые формулы (6.1.103) и (6.2.3) входит безразмерная характеристика длины трассы x, она, согласно (6.1.18), определяется следующими соотношениями:

$$x = m\theta = \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3} \theta = \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3} Da^{-1}. \qquad (6.2.4)$$

16 Заказ 1248

Следует обратить внимание, что x зависит и от дальности D, и от длины волны $\left(k = 2\pi\lambda^{-1}\right)$. В эти итоговые формулы входит также параметр q, который, согласно (6.1.50), зависит от длины волны и комплексной диэлектрической проницаемости

$$q = mi\left(\varepsilon^*\right)^{-1/2} = \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3} i\varepsilon_k^{-1/2}. \qquad (6.2.5)$$

Здесь учтено, что $\varepsilon^* \approx \varepsilon_\kappa$. Так как комплексная диэлектрическая проницаемость ε, согласно (2.1.16), зависит от проводимости земной поверхности σ и длины волны, то и q зависит от σ и λ. Зависимость функции ослабления от длины волны в диапазоне длинных и средних волн для области тени определяется, в основном, множителем $\exp\{ix\tau_1\}$, а в диапазоне коротких волн дополнительное влияние оказывает и множитель $\left(\tau_1 - q^2\right)^{-1}$. Выражение (6.2.3), состоящее из трех сомножителей, имеет наглядную структуру. Первый множитель $\exp\{ix\tau_1\}$ дает экспоненциальную зависимость функции ослабления от дальности, а второй и третий множители $\omega_1\left(\tau_1 - y_{1,2}\right)$ описывают зависимость U от высот антенн $h_{1,2}$. Если $h_{1,2} = y_{1,2} = 0$, то высотные множители равны единице и функция ослабления выражается простым соотношением

$$|U| = 2(\pi x)^{1/2}\left|\frac{\exp\{ix\tau_1\}}{\tau_1 + q^2}\right|. \qquad (6.2.6)$$

Корни τ_s уравнения (6.1.96) имеют значения, указанные в табл. 6.1. Если $q \to \infty$, то $\tau_1 = 2{,}34 \exp\left\{\frac{i\pi}{3}\right\}$, что соответствует длинным волнам и морской поверхности или очень влажным грунтам, если же $q \to 0$, то $\tau_1 = 1{,}02 \exp\left\{\frac{i\pi}{3}\right\}$ — этот случай соответствует коротким волнам и сухим грунтам.

Итоговые соотношения позволяют лучше понять закономерности дифракции волн только после тщательного численного анализа и представления соответствующих графиков. Для этого используем результаты численного анализа задачи дифракции радиоволн на сферической поверх-

Таблица 6.1

Значения корней τ_s для $q \to \infty$ и $q \to 0$

номер s	$\tau_s \cdot \exp\left\{\frac{i\pi}{3}\right\}$, короткие волны, большие значения q	$\tau_s \cdot \exp\left\{-\frac{i\pi}{3}\right\}$, длинные волны, малые значения q
1	2,34	1,02
2	4,09	3,25
3	5,52	4,82
4	6,79	6,16
5	7,94	7,37

ности Земли, приведенные в [21, 22, 75, 76], а также воспользуемся графиками зависимостей напряженности поля от дальности для разных типов поверхностей, опубликованными Международным консультативным комитетом по радиосвязи.

Проанализируем зависимости напряженности поля от дальности и частоты $E(D, f)$ для случая расположения антенн непосредственно на поверхности и примем, что вертикальная мачта — антенна излучает мощность $W_1 = 1$ кВт. На рис. 6.4 показаны зависимости $E(D)$ при $h_{1,2} = 0$ для морской поверхности, цифры у графиков соответствуют частоте радиоволны. Графики А соответствуют средним и длинным волнам, когда расстояние D относительно велико; видно, что дифракционная компонента поля убывает с увеличением D тем медленнее, чем меньше частота радиоволны. Графики В показывают зависимости $E(D)$ для коротких волн и меньших расстояний. Из рис. 6.4 следует, что при увеличении частоты происходит быстрое убывание напряженности поля при увеличении дальности. Поле дифракции зависит от электрических параметров грунта; сильное влияние на напряженность поля оказывает влажность почвы.

На рис. 6.5 даны зависимости $E(D)$ для условного «средневлажного» грунта. Графики А на этом рисунке соответствуют длинным и средним волнам и большим расстояниям, а графики В показывают зависимости $E(D)$ для коротких радиоволн и относительно малых расстояний. Из сравнения зависимостей $E(D)$ на рис. 6.4 и 6.5 следует, что изменение проводимости поверхности слабо влияет на напряженность поля длинных волн. Влияние проводимости грунта на напряженность поля за горизонтом проявляется в диапазоне средних волн, а на коротких волнах уменьшение напряженности поля при уменьшении проводимости грунта становится сильным. При фиксированном расстоянии D напряженность поля коротких и средних волн на морских трассах существенно больше, чем в случае грунтов средней влажности.

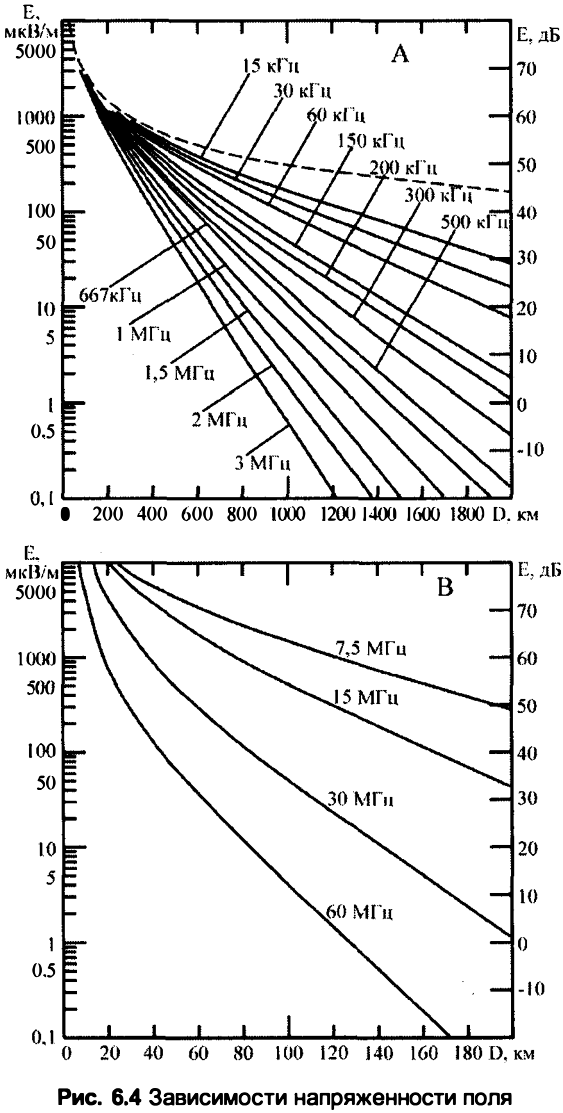
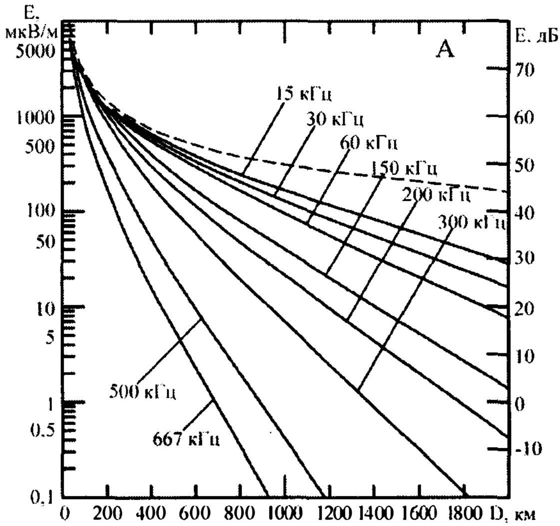


Рис. 6.4 Зависимости напряженности поля от дальности для морской поверхности



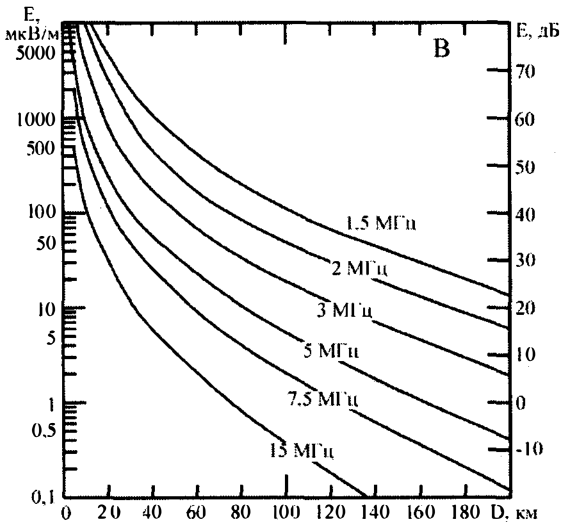


Рис. 6.5. Зависимости напряженности поля от дальности для типичного грунта

В диапазоне метровых и декаметровых волн высоты антенн $h_{1,2}$ могут быть большими. Рассмотрим зависимость функции ослабления от высоты антенны h_2 при расположении приемного пункта в области тени для случая хорошо проводящей поверхности, когда $q \to \infty$. Пусть, для конкретности, передающая антенна расположена на малой высоте над поверхностью, а приемная — может иметь разную высоту h_2. Для этого случая из (6.2.3) имеем

$$U(y_2, x) = 2(\pi x)^{1/2} \frac{e^{ix\tau_1}}{\omega_1'(\tau_1)} \omega_1(\tau_1 - y_2), \tag{6.2.7}$$

где

$$y_2 = km^{-1}h_2 = k\left(\frac{ka}{2}\right)^{-1/3} h_2. \tag{6.2.8}$$

Из (6.2.7) и (6.2.8) следует, что функция ослабления U при постоянном x зависит от высоты как $\omega_1(\tau_1 - y_2)$.

Из (6.2.7) следует возрастание U при увеличении высоты h_2. Такая зависимость $U(h_2)$ будет справедливой, пока приемный пункт находится в области тени. Если и далее увеличивать высоту h_2, то в области полутени изменение $U(h_2)$ будет происходить примерно так же, как при дифракции на полуплоскости. При подъеме антенны в области прямой видимости будет проявляться интерференционная структура поля.

В заключение необходимо подчеркнуть, что зависимости $E(D)$, представленные на рис. 6.4 и 6.5, соответствуют постоянной излучаемой мощности $W_1 = 1$ кВт. На практике излучаемая мощность W_1 зависит от конструкции антенны, частоты и мощности передатчика. На длинных волнах эффективность передающей антенны низка, а на коротких волнах антенны имеют высокую эффективность. Для анализа условий радиосвязи важно знать для разных диапазонов волн не только зависимости функции ослабления от дальности, но и реальный уровень излученной мощности W_1 и частотную зависимость уровня шумов приемных антенн.

Глава 7

ЗАГОРИЗОНТНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ РАДИОВОЛН

Глава 7

ЗАГОРИЗОНТНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ РАДИОВОЛН

7.1. Распространение радиоволн в тропосферном волноводе

При распространении электромагнитных волн сантиметрового, дециметрового и метрового диапазонов наблюдается явление загоризонтного распространения радиоволн. Заключается оно в том, что на расстояниях, превышающих дальность прямой видимости, напряженность поля оказывается больше значения, рассчитанного по дифракционным формулам, на десятки и даже сотни децибел. Объясняется это явление отражением и рассеянием волн на регулярных и нерегулярных неоднородностях атмосферы [23, 24]. К регулярным неоднородностям относят атмосферные волноводы, распространение волн в которых обусловлено рефракционным искривлением лучевых линий и многократным отражением от земной поверхности. К нерегулярным, статистическим неоднородностям, участвующим в загоризонтном распространении волн, относятся турбулентные неоднородности тропосферы и различные неоднородности ионосферы. В этой главе мы проанализируем основные особенности регулярного и нерегурного загоризонтного распространения ультракоротких волн. В тропосфере приведенный коэффициент преломления убывает с увеличением высоты в среднем по экспоненциальному закону (см. 3.1.3). Из-за влияния метеорологических факторов в атмосфере возможно возникновение пространственно протяженных областей, в которых коэффициент преломления n(z) не убывает, а возрастает с высотой. Поэтому в этих областях из-за рефракции траектория наклонно распространяющейся волны начинает «пригибаться» к Земле, и волна может быть «захвачена» атмосферным волноводом. Рассмотрим условия распространения волн в тропосферном волноводе.

Плавные изменения n(z) приводят к рефракционному искривлению траектории волны в атмосфере, радиус кривизны которой определяется согласно (3.1.15) соотношением

$$R_0 = -\frac{n}{\cos\psi_0 \, dn/dz}, \tag{7.1.1}$$

где z — текущая высота лучевой линии, $\psi_0 = \pi/2 - \theta$ — угол возвышения траектории над линией горизонта. Здесь и далее под траекторией волны будем понимать лучевую линию.

Как показано в § 2.5, искривление траектории волны в сферически симметричной модели атмосферы описывается уравнением (2.5.20). Если ввести модифицированный коэффициент преломления n_m в соответствии с формулой

$$n_m = \frac{a+z}{a} n(z) = n(z)\left(1+\frac{z}{a}\right), \tag{7.1.2}$$

то уравнение лучевой линии упрощается и становится подобным уравнению для плоскослоистой атмосферы

$$n_m \cos\psi = n_0 \cos\psi_0 = \text{const}.$$

Здесь величины n_0 и ψ_0 относятся к высоте $z = 0$, т. е. к поверхности Земли. Если учесть, что в пределах тропосферы n мало отличается от единицы, то согласно (7.1.2) n_m также мало отличается от единицы и поэтому для удобства часто вводят связанный с ним так называемый модифицированный индекс преломления

$$M_m = (n_m - 1)10^6 \approx \left(N + \frac{z}{a}\right)10^6,$$

где n_m и M_m зависят от высоты z над поверхностью Земли:

$$n_m = n_m(z) \text{ или } M_m = M_m(z).$$

Каждую из таких зависимостей называют высотным профилем атмосферы (например, для $M_m(z)$ называют М-профилем). Использование модифицированного коэффициента преломления, т. е. замена

$$n(z) \to n_m = n(z)\left(1+\frac{z}{a}\right), \tag{7.1.3}$$

позволяет свести задачу рефракции волны в сферически симметричной атмосфере к задаче рефракции в плоскослоистой среде. Заметим, что формальная замена (7.1.3) даже для однородной атмосферы ($n(z) = n_0 = \text{const}$) приводит к искривлению траектории волны, т. е. к появлению «искусственной» рефракции с радиусом кривизны

$$R_0 = -a, \tag{7.1.4}$$

который следует из (7.1.1) при $\psi_0 = 0$. Это означает, что появляется искусственная отрицательная рефракция. Это вполне естественно — изначально горизонтально испущенный луч продолжает отклоняться от «плоской» Земли точно так же, как изначально сферическая поверхность Земли «отклонялась» от прямолинейной траектории луча. Радиус кривизны искусственно искривленной траектории компенсирует «выпрямление» поверхности Земли.

В случае неоднородной атмосферы к «искусственному» искривлению траектории добавляется обычная, естественная рефракция. Так, считая, что в линейном приближении

$$n \approx n_0 + \frac{dn}{dz}z \qquad \left(\frac{dn}{dz} = \text{const}\right) \tag{7.1.5}$$

или

$$n_m \approx n_0 + \frac{dn}{dz}z + n_0\frac{z}{a},$$

с учетом замены (7.1.3) в (7.1.1) при $\psi_0 = 0$ можно записать

$$R_0 = -\frac{n_0}{\dfrac{dn}{dz} + n_0\dfrac{1}{a}}. \tag{7.1.6}$$

Далее можно, подобно (7.1.4), перейти к «плоской» Земле и заменить $R_0 \to -a_c$, где

$$a_c = \frac{a}{1+\dfrac{a}{n_0}\dfrac{dn}{dz}}.$$

При этом, если вернуться к использованию радиуса кривизны R_0, то с учетом (7.1.6) получим:

$$\frac{1}{a_c} = \frac{1}{a} - \frac{1}{R_0}.$$

Введенная величина a_c характеризует радиус кривизны траектории волны при «выпрямлении» поверхности Земли с учетом естественной рефракции. С другой стороны, наоборот, если искусственно выпрямить траекторию волны, а поверхность Земли сделать сферической, то a_c представляет собой радиус «исправленной» Земли, при котором возможные траектории волны прямолинейны и атмосфера однородна. Величина a_c называется эквивалентным радиусом Земли, для стандартной рефракции $dn/dz = -3{,}6 \cdot 10^{-8}$ м$^{-1}$, поэтому $a_c \approx (4/3)a = 6470$ км. При этом, согласно (7.1.6), радиус кривизны траектории волны оценивается величиной $R_0 \approx 4a$. Иногда величина a_c называется также эффективным радиусом Земли, она дает возможность относительно просто учесть влияние приповерхностной тропосферной рефракции. Например, можно найти увеличивающуюся с учетом стандартной рефракции дальность прямой видимости: $L_{0c} = 1{,}16 \cdot L_0$, где согласно (1.2.6)

$$L_0 = (2ah_1)^{1/2} + (2ah_2)^{1/2}$$

— дальность прямой видимости без учета влияния атмосферной рефракции, $h_{1,2}$ — высоты антенн. Необходимо только помнить, что применимость понятия «эквивалентный радиус Земли» ограничена линейной моделью (7.1.5).

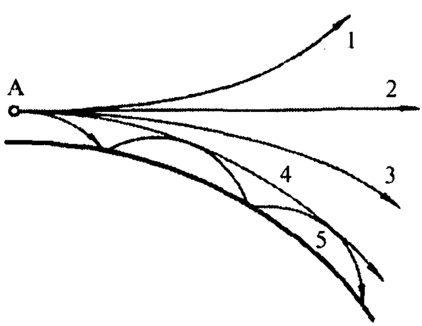


Рис. 7.1. Виды рефракции: 1 — отрицательная, 2 — пониженная, 3 — нормальная, 4 — критическая, 5 — сверхрефракция

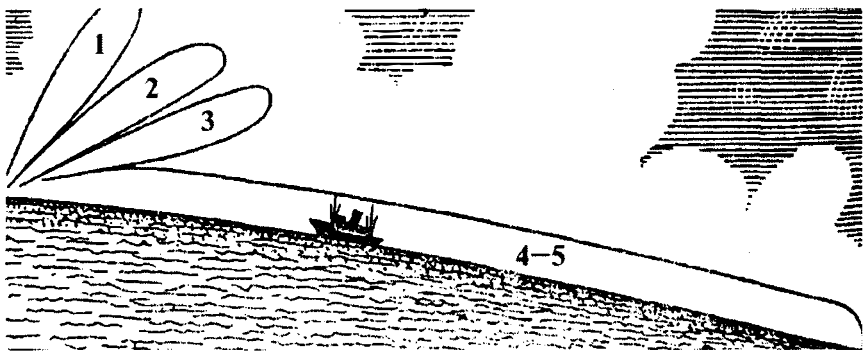


Рис. 7.2. Зоны видимости по видам рефракции: 1 — отрицательная, 2 — пониженная, 3 — нормальная, 4 — критическая, 5 — сверхрефракция

В общем случае направленный горизонтально (угол $\psi_0 = 0$) луч может пойти по 5 различным траекториям (рис. 7.1). При $R_0 = \infty$ луч 2 имеет вид прямой, если $R_0 < 0$ возникает отрицательная рефракция и луч 1 уходит от Земли, а при $0 < R_0 < \infty$ имеет место положительная рефракция и лучи 3–5 отклоняются от прямой в сторону поверхности. Особо выделяют случаи нормальной (стандартной) рефракции $R_0 = 4a$ (луч 3) и критической рефракции $R_0 = a$ (луч 4), соответственно говорят о повышенной ($R_0 < 4a$) и пониженной ($R_0 > 4a$) рефракции. Случай $R_0 < a$ соответствует сверхрефракции (луч 5), при этом возможно загоризонтное распространение волны, этому соответствует условие $dM_m/dz < 0$. Излученная из точки А волна пойдет по искривленной траектории, и тогда за счет переотражений от поверхности возникает «многоскачковое» (волноводное) распространение волн за горизонт.

На рис. 7.2 показана зона видимости при наличии атмосферного волновода над морем (область 4–5). Волна, излученная под малым углом ψ_0 в атмосферный волновод, может достигнуть приемника далеко за горизонтом. Волны же, излученные под большими углами (1–3), уйдут от Земли и не могут быть приняты у поверхности.

Атмосферный волновод подобно металлическому волноводу является фильтром пространственных частот и на его выходе формируется спектр нормальных мод, т. е. набор волн, ослабление которых с расстоянием минимально. Спектр этих мод — дискретный, и существует критическая длина волны, указывающая верхнюю границу длин волн, которые волновод в состоянии захватить и пропустить через себя. Оценим критическую длину волны атмосферного волновода в геометрооптическом приближении, перейдя к эквивалентному плоскому волноводу с приведенным коэффициентом преломления M_m [26, 62]. На рис. 7.3 показаны примеры различных высотных профилей приведенного индекса преломления тропосферы, часть которых не связана (профили A–C) и часть связана (профили D–F) с волноводным механизмом распространения волн в тропосфере, профиль E соответствует приподнятому инверсионному слою. Далее будем рассматривать случай приземного волновода (кривая D на рис. 7.3), который ограничен высотой z_0. На рис. 7.4 показан примерный вид лучевой линии внутри волновода, в периодически повторяющихся точках x_1 и x_2 происходит зеркальное отражение волн от поверхности.

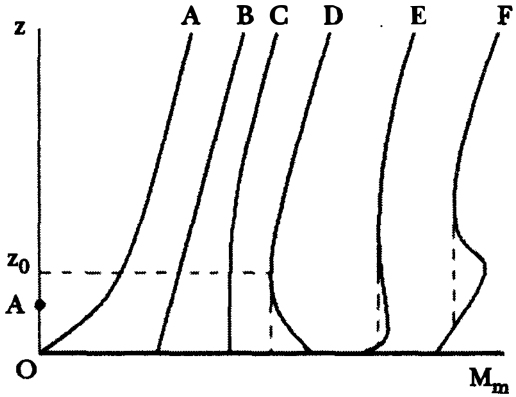


Рис. 7.3. Высотные профили приведенного индекса преломления: несвязанные (A — C) и связанные (D — F) с волноводным распространением радиоволн

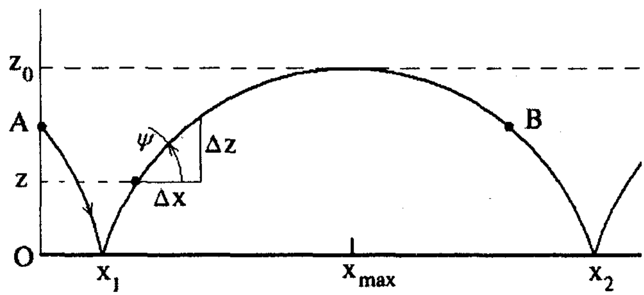


Рис. 7.4. К объяснению волноводного распространения волн в тропосфере

Определим условия волноводного распространения. Набег фазы $\Delta\varphi$ волны с волновым числом $k = 2\pi/\lambda$ на некотором малом участке лучевой линии Δl, определяемом как

$$\Delta l = \Delta x \cos\psi + \Delta z \sin\psi ,$$

будет равен

$$\Delta\varphi = k n_m (l) \Delta l .$$

На одном целом «скачке» (периоде) распространения волны фазовый набег при распространении волны от точки x_1 к точке x_2 будет равен

$$\varphi = k\int n_m (l) dl = k\int n_m (l)\cos\psi\, dx + k\int n_m (l)\sin\psi\, dz .$$

Второе слагаемое в правой части равенства, содержащее выражение

$$\Delta\varphi_1 \equiv k\int n_m (l)\sin\psi\, dz = 2k\int_0^{z_0} n_m (z)\sin\psi\, dz ,$$

описывает пространственный набег фазы по вертикали на одном периоде («скачке») волны внутри волновода. К этому еще следует добавить дополнительные «электрические» набеги фазы, которые возникают при полном внутреннем отражении от верхней границы атмосферного волновода $\Delta\varphi_2 = -\pi/2$, и при идеальном отражении от поверхности Земли $\Delta\varphi_3 = -\pi$. Тем самым предполагается, что «верхнее отражение» происходит от каустики, а коэффициент отражения от поверхности — 1. Значения этих набегов фаз не следуют из геометрооптического приближения, но возникают при строгом электродинамическом расчете [62].

Полный вертикальный набег фазы для установившихся колебаний внутри волновода должен составлять целое число периодов 2π:

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 =$$

$$= 2k\int_0^{z_0} n_m (z)\sin\psi\, dz - \pi - \frac{\pi}{2} = 2\pi (j-1) , \qquad j = 1, 2, 3, \ldots .$$

Только при этом условии осуществляется установившийся режим переотражений волн внутри волновода, в частности, равенство нулю тангенциальной компоненты суммарного вектора напряженности электрического поля на нижней границе волновода. Это условие, будучи выполненным в одной точке отражения, должно будет выполняться для всех остальных точек отражения. Только при этом условии многократно отраженные волны от верхней и нижней границ, складываясь в точке наблюдения, не будут испытывать интерференционное гашение. Длины волн λ, при которых выполняется это условие фазировки, составляют спектр собственных мод атмосферного волновода: фиксированному номеру j соответствует определенная («разрешенная») длина волны λ_j, эти волны называются таже нормальными модами. Оценим λ_j, учитывая, что в верхней точке луча при $z = z_0$ угол скольжения $\psi = 0$. При этом можно записать

$$n_m(z)\sin\psi = n_m(z)\left(1 - n_m{}^2(z_0)/n_m{}^2(z)\right)^{1/2} =$$

$$= \left[n_m(z) + n_m(z_0)\right]^{1/2}\left[n_m(z) - n_m(z_0)\right]^{1/2},$$

далее, учитывая, что $n_m(z) \approx 1$, имеем приближенную оценку

$$n_m(z)\sin\psi \approx \sqrt{2}\left[n_m(z) - n_m(z_0)\right]^{1/2}.$$

В результате из условия фазировки вытекает, что должно выполняться соотношение

$$\lambda_j = \left(\frac{j}{2} - \frac{1}{8}\right)^{-1} \sqrt{2}\int_0^{z_0}\left[n_m(z) - n_m(z_0)\right]^{1/2} dz, \qquad j = 1, 2, 3, \ldots,$$

отсюда при $j = 1$ следует выражение для критической длины волны $\lambda_к$, определяемой как самой большой из всех возможных в спектре

$$\lambda_к = \lambda_1 = \frac{8\sqrt{2}}{3}\int_0^{z_0}\left[n_m(z) - n_m(z_0)\right]^{1/2} dz.$$

Используя приближенную оценку

$$n_m(z) - n_m(z_0) \approx \left|\frac{dM_m}{dz}\right|(z_0 - z)10^{-6},$$

находим, что

$$\lambda_к \approx \frac{16\sqrt{2}}{9}10^{-3}\left|\frac{dM_m(z_0)}{dz_0}\right|^{1/2} z_0^{3/2} \approx \frac{1}{4}\left|\Delta M_m\right|^{1/2} z_0 , \qquad (7.1.7)$$

где ΔM_m — полное изменение M_m в диапазоне высот от 0 до z_0, $\lambda_к$ выражена в сантиметрах (см), z_0 — в метрах (м), а dM_m/dz — в обратных метрах (1/м). Для атмосферы над морем характерно типичное значение $dM_m/dz \approx -0,1$, поэтому можно записать

$$\lambda_к \approx 0,085 z_0^{3/2} .$$

Рассчитанные для этого случая по формуле (7.1.7) значения $\lambda_к$, z_0 приведены на рис. 7.5. Из этого рисунка следует, что атмосферный волновод высотой 60 м (пунктир) в состоянии обеспечить загоризонтную связь с использованием длин волн, меньших чем 40 см.

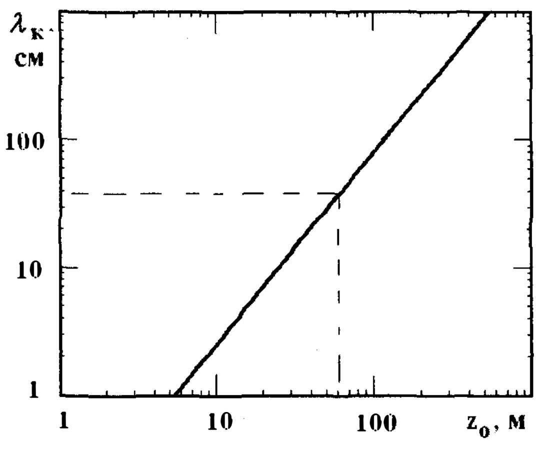


Рис. 7.5. Зависимость критической длины волны от высоты атмосферного волновода

Рассмотрим, следуя [26], метод вычисления напряженности поля в волноводе в приближении геометрической оптики. Заметим, что применимость этого приближения ограничена случаем высот волноводов, превышающих рабочие длины волн. Пусть источник находится на поверхности Земли в точке x_1, в точку $B(x, z)$ поступают лучи, каждый из которых характеризуется или углом выхода из излучателя, или числом отражений от границы (рис. 7.4). Обозначим через ψ_0 угол наклона луча к поверхности в точке излучения, тогда расстояние x от точки излучения x_1 до точки $B(x,z)$ с точностью до членов порядка (z/a) равно

$$A = \cos\psi_0 \int_0^z \left(n_m^2(z) - \cos^2\psi_0\right)^{-1/2} dz.$$

Если при этом луч отразится m раз, то

$$A_m = 2m\cos\psi_0 \int_0^{z_0} \left(n_m^2(z) - \cos^2\psi_0\right)^{-1/2} dz +$$

$$+\cos\psi_0 \int_0^z \left(n_m^2(z) - \cos^2\psi_0\right)^{-1/2} dz. \qquad (7.1.8)$$

Уравнение (7.1.8) позволяет найти те значения углов ψ_0, под которыми для данных m и заданных A, z и $n_m(z)$ должны излучаться волны, чтобы прийти в точку наблюдения. Может оказаться, что такого луча нет, т. е. точка наблюдения находится в тени. Если коэффициент преломления $n_m(z)$ неограниченно убывает с увеличением z, то углы ψ_0 могут принимать любое значение в интервале от 0 до $\pi/2$. Если же величина $n_m(z)$ ограничена, то максимальное значение угла ψ_0 определяется из условия

$$\cos\psi_{0\max} = \min\left\{n_m(z)\right\}, \qquad (7.1.9)$$

которое получено в предположении, что луч в точке минимального значения $n_m(z)$ повернет обратно, т. е. $\cos\psi = 1$. Из (7.1.9) следует, что $\psi_{0\max} = \arccos\left\{\min\left[n_m(z)\right]\right\}$. Если угол выхода ψ_0 больше определенного таким образом угла $\psi_{0\max}$, то на высоте z_0, соответствующей $\min\left\{n_m(z)\right\}$, будет выполняться соотношение

$$\cos\psi = \frac{\cos\psi_0}{\min\left\{n_m(z)\right\}},$$

т. е. угол наклона луча ψ не равен нулю и траектория луча не имеет точки поворота.

Согласно рис. 7.4 элементарный путь вдоль траектории волны

$$\Delta l = \Delta x \cos\psi + \Delta z \sin\psi ,$$

а полный набег фазы φ после m переотражений равен $\varphi = k\int n_m \, dl$. Поэтому подобно (7.1.8) полный набег фазы определяется соотношением

$$\varphi = kx\cos\psi_0 + 2mk\int_0^{z_0}\left(n_m^2(z) - \cos^2\psi_0\right)^{1/2} dz +$$

$$+k\int_0^{z}\left(n_m^2(z) - \cos^2\psi_0\right)^{1/2} dz + \pi\frac{3}{2}m . \qquad (7.1.10)$$

Таким образом, если известны z_0 — высота слоя инверсии, z — высота точки наблюдения и $n_m(z)$ — закон изменения показателя преломления с высотой, то уравнение (7.1.8) позволяет определить число лучей и соответствующие им углы выхода, а уравнение (7.1.10) приводит к нахождению фазового пути для каждого луча. Для определения амплитуды поля необходимо учесть эффект фокусировки энергии в атмосферном волноводе, который возникает вследствие суммарного действия двух факторов: сложения множества волн в точке наблюдения и изменения плотности мощности внутри каждой лучевой трубки. Рассмотрим основные моменты, возникающие при таком расчете.

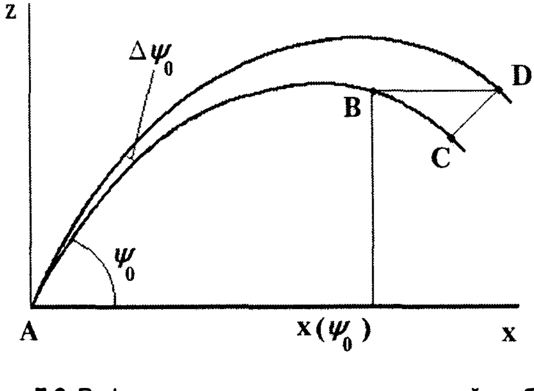


Рис. 7.6. Рефракционное искривление лучевой трубки в тропосфере

Сначала рассмотрим сечение лучевой трубки, изображенной на рис. 7.6,

$$DC = BD\sin\psi = \frac{\partial A}{\partial \psi_0}\Delta\psi_0 \sin\psi .$$

Площадь волнового фронта между двумя лучами определится как площадь кольца

$$\Delta S = 2\pi x \frac{\partial x}{\partial \psi_0}\Delta\psi_0 \sin\psi . \tag{7.1.11}$$

Если полная мощность, излучаемая источником, равна W_1, то излучаемая в интервале углов $\Delta\psi_0$ мощность определится как произведение мощности, приходящейся на единицу площади, на площадь пояса шириной $x\Delta\psi_0$

$$\Delta W_1 = \frac{W_1}{4\pi x^2} 2\pi x \cos\psi_0 \cdot x\,\Delta\psi_0 =$$

$$= \frac{1}{2} W_1 \cos\psi_0 \cdot \Delta\psi_0 . \tag{7.1.12}$$

Из формул (7.1.11) и (7.1.12) определим плотность потока энергии P в точке A:

$$P = \frac{\Delta W_1}{\Delta S} = \frac{W_1 \cos\psi_0}{4\pi x \dfrac{\partial x}{\partial \psi_0} \sin\psi_0} .$$

Найдем отношение этого потока к потоку в свободном пространстве:

$$P_0 = \frac{W_1}{4\pi x^2} ,$$

так что

$$U = \frac{P}{P_0} = \frac{x \cos\psi_0}{\dfrac{\partial x}{\partial \psi_0} \sin\psi_0} .$$

Зная ψ_0, ψ и U для каждого из лучей, приходящих в точку наблюдения, можно найти общую напряженность суммарного поля как результат интерференции лучей, число которых определяется размерами волновода, длиной волны и видом функциональной зависимости показателя преломления от высоты.

В связи с прогрессом в развитии вычислительной техники и вычислительных методов используются различные методы вычислений полей в волноводах. Расчет поля может быть выполнен с использованием разложения поля в спектр собственных функций (нормальных мод) $u_j^{(1)}(z)$, определяемый дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2 u_j^{(1)}}{dz^2} + \left(k^2 n_m^2 - \kappa_j^2\right) u_j^{(1)} = 0, \tag{7.1.13}$$

где κ_j представляют собой собственные значения, при которых удовлетворяется граничное условие

$$u_j^{(1)}(0) = 0. \tag{7.1.14}$$

Сами собственные функции ортогональны и нормированы, т. е.

$$\int_0^\infty \left[u_j^{(1)}(z)\right]^2 dz = 1, \quad j = 1, 2, \ldots. \tag{7.1.15}$$

Как показывает детальное рассмотрение задачи, проведенное в [26, 62], представления (7.1.13)–(7.1.15) позволяют найти функцию ослабления поля

$$U^2 = \left|\frac{E}{E_0}\right|^2 = \lambda d \left|\sum_{j=1}^{\infty} \exp\left\{i\kappa_j D\right\} u_j^{(1)}(z_1) u_j^{(1)}(z)\right|^2. \tag{7.1.16}$$

Здесь E — напряженность поля в волноводе на высоте z на расстоянии D от источника, находящегося на высоте z_1, а E_0 — напряженность поля в свободном пространстве в той же точке. Для выполнения расчетов по распределению поля в волноводе необходимо задать конкретный профиль коэффициента преломления $n(z)$. Выберем для модифицированного индекса преломления следующий профиль:

$$M_m(z) = N_0 + \frac{z}{a_c} + N_1 \exp\left\{-\alpha z\right\}, \tag{7.1.17}$$

с параметрами $N_0 = 300$, $N_1 = 80$, $\alpha = 0.019$ м$^{-1}$ и $a_e = 8500$ км, вид этого профиля показан зависимостью 1 на рис. 7.7. Следуя результатам численных расчетов по формуле (7.1.16), приведенным в [19], для этого случая получается пространственное распределение уровня напряженности поля, показанное зависимостью 2 на рис. 7.7. Здесь кривые A, D, C, E и F относятся к относительным уровням напряженности поля $|E|$, взятым соответственно в пропорции 1 : 2 : 4 : 6 : 8 : 10 для $\lambda = 60$ см. Заданное при расчетах положение источника внутри волновода ($z_1 = 75$ м) отмечено стрелкой на шкале высот рис 7.7. Замкнутые линии равных уровней получились благодаря интерференции между первыми двумя типами мод внутри волновода, когда соответствующие им уровни поля примерно одинаковы. На расстоянии, превышающем 600 км, преобладает первая мода и интерференционные явления отсутствуют. Пунктирная линия представляет касательный луч, т. е. траекторию критической волны, ниже которой волны захватываются, а выше — не захватываются волноводом.

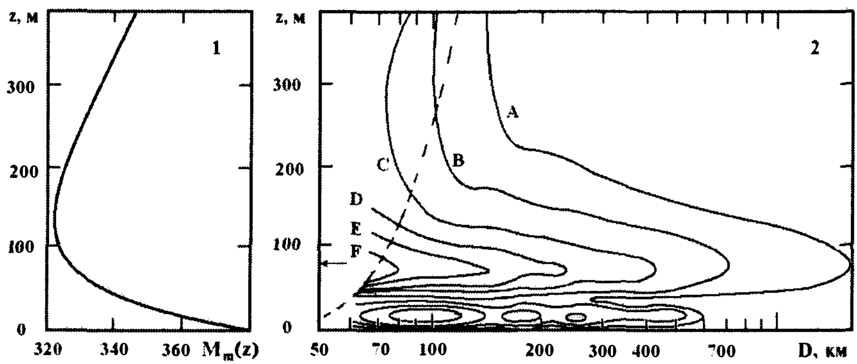


Рис. 7.7. Высотный профиль модифицированного индекса преломления и соответствующее ему двумерное распределение уровня напряженности поля при волноводном распространении по [19]

На рис. 7.8 по данным работы [20] приведены экспериментальные данные по загоризонтному волноводному распространению волн, излучаемых с самолета, который летал на постоянной высоте 25 м над морем, а приемная антенна располагалась на берегу на той же высоте. Зависимостями 1, 2 и 3 показано ослабление поля с расстоянием соответственно для длин волн $\lambda = 3$, 10 и 60 см, сплошная кривая соответствует свободному распространению волн. На трассе радиосвязи постоянно контролировался профиль приведенного коэффициента преломления, и было отмечено существование атмосферного волновода, высота которого была равна 60 м при мощности слоя 20–25 М-единиц, где 1 М-единица = 10^{-6} (рис. 7.9). Видно, что в соответствие с теорией излучение с длиной волны $\lambda = 60$ см практически уже не захватывается волноводом, в то время как для более коротких волн волноводный механизм загоризонтного распространения реализуется.

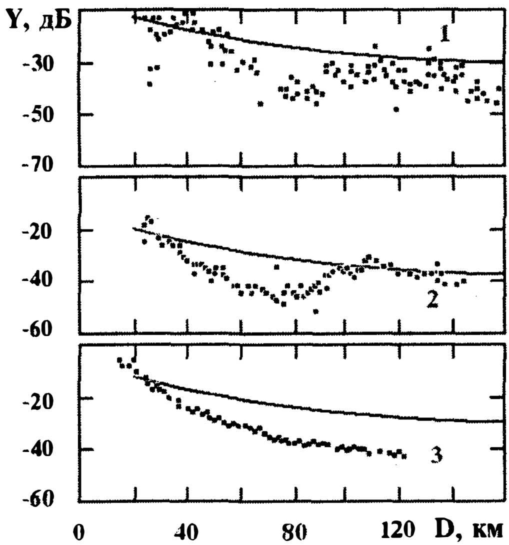


Рис. 7.8. Сравнение ослабления волны в свободном пространстве (сплошная кривая) и в атмосферном волноводе для трех длин волн — 3 см (1), 10 см (2), 60 см (3) (по [20])

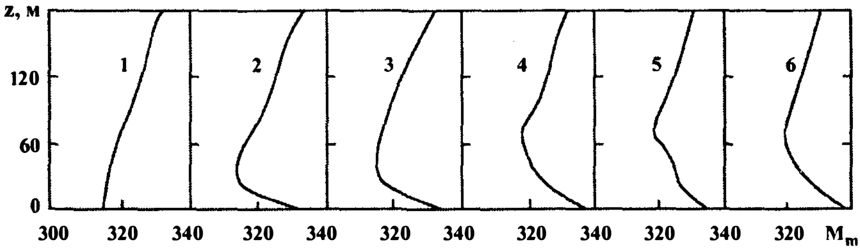


Рис. 7.9. Экспериментальные М-профили тропосферы на различных расстояниях от берега: 1 — 0 км; 2 — 20 км; 3 — 40 км; 4 — 80 км; 5 — 120 км; 6 — 160 км (по [19, 20])

Атмосферный волновод — это открытый волновод, своеобразное образование, верхняя граница которого весьма условна. Отражение волн от верхней границы происходит по криволинейным рефракционным траекториям при возникновении условий образования повышенной рефракции или сверхрефракции. Сравнительно часто атмосферные волноводы возникают на сантиметровых волнах и реже на дециметровых, совсем редко они реализуются на метровых волнах. Необходимая инверсия температуры для сверхрефракции может иметь место не только в приземных слоях тропосферы, но и в слоях, расположенных на некоторой высоте, и даже возможно одновременное существование приземного и приподнятого волноводов. При просачивании энергии через верхнюю «стенку» приземного волновода распространение радиоволн может происходить вдоль приподнятого волновода. Аэрологические измерения показывают, что приподнятые инверсионные слои могут находиться на высотах от 5 до 3000 м.

7.2. Дальнее тропосферное распространение радиоволн

Экспериментальные исследования по загоризонтному распространению радиоволн выявили, что даже в отсутствие сверхрефракции с использованием остронаправленных антенн и приемников высокой чувствительности удается систематически принимать слабые, флуктуирующие радиосигналы станций, расположенных далеко за горизонтом. Это явление, получившее название дальнего тропосферного распространения, объясняется рассеянием волн на турбулентных неоднородностях атмосферы. Уровень наблюдаемых сигналов в дециметровом и метровом диапазонах при этом на 50–80 дБ ниже, чем при приеме в свободном пространстве, но приблизительно на столько же децибел выше уровня дифракционного поля. На рис. 7.10 по данным работы [24] приведены усредненные зависимости ослабления волн с расстоянием в свободном пространстве (кривая 1), при дальнем тропосферном распространении (кривая 2). При дифракции на сферической поверхности Земли ослабление существенным образом зависит от длины волны, соответствующие этому ослабление для диапазона длин волн от 6 м до 50 см лежат между кривыми 3 и 4. При расчетах ослабления дифрагированных волн учтена стандартная атмосферная рефракция.

Многочисленные экспериментальные данные по загоризонтному распространению волн в тропосфере говорят о том, что на расстояниях, больших 200 км, среднее ослабление поля за горизонтом носит экспоненциальный характер и характеризуется величиной погонного ослабления порядка 0,06–0,13 дБ/км, которое растет с уменьшением длины волны.

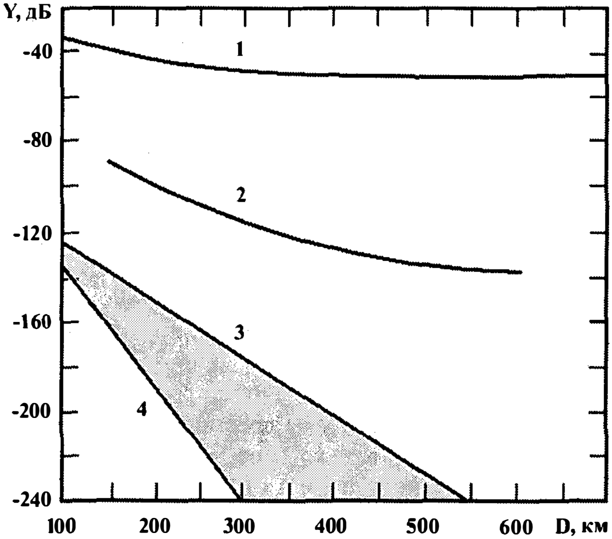


Рис. 7.10. Сравнение характера ослабления волн в свободном пространстве (1), при дальнем тропосферном распространении (2) и при дифракции на сферической поверхности Земли для длин волн 6 м (3) и 50 см (4) соответственно (по [4, 24])

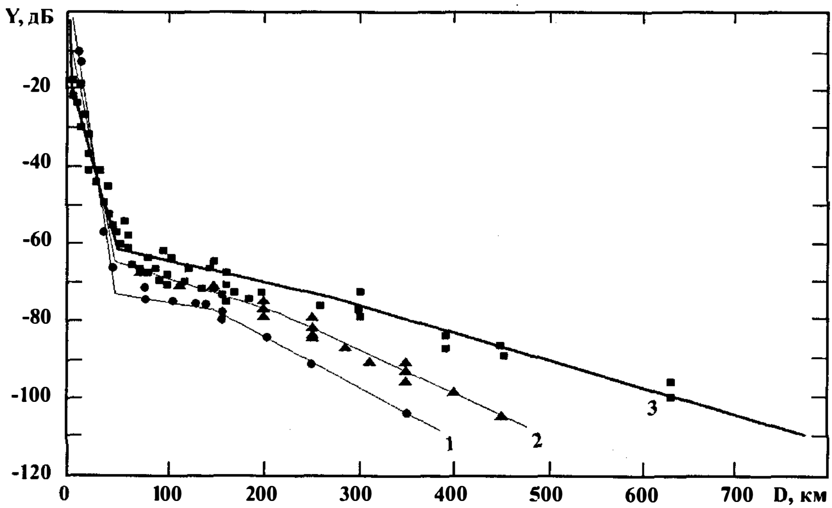


Рис. 7.11. Экспериментальные данные по ослаблению излучения на длине волны 3 см (1), 10 см (2) и 30 см (3) (по [24])

На рис. 7.11 по данным [24] приведен пример экспериментальных значений ослабления поля за горизонтом на длинах волн 3, 10 и 30 см по отношению к уровню поля в свободном пространстве. Как показывает сопоставление многочисленных исследований, погонное ослабление зависит от географического места, сезона и времени суток.

Рассмотрим схему, используемую при объяснении явления дальнего тропосферного распространения волн (рис. 7.12). Здесь точками A и B показаны положения передающего и приемного пунктов, расположенных на поверхности Земли. Изученная передатчиком энергия концентрируется в некотором угловом секторе, определяемом шириной диаграммы направленности передающей антенны, а приемная антенна принимает излучение, приходящее из соответствующего углового сектора. Пересечение первого и второго угловых секторов определяет в пространстве объем V, показанный на рис. 7.12 серым цветом. Неоднородности, расположенные в этом объеме, создают рассеянное поле, которое и будет зафиксировано в приемном пункте. Рассеянное поле является полностью или частично некогерентным, его описание дается на основе теории распространения волн в случайно-неоднородных средах. Для описания этого явления оказывается достаточным использовать приближение однократного рассеяния, известное также как приближение Борна. При этом считается, что и до и после точки рассеяния C волна распространяется как в свободном пространстве, а взаимодействие со статистическими неоднородностями коэффициента преломления воздуха происходит только в точке рассеяния.

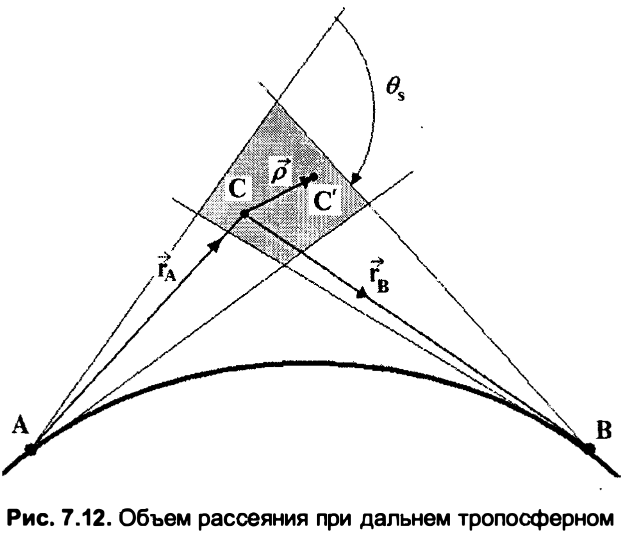


Рис. 7.12. Объем рассеяния при дальнем тропосферном распространении радиоволн

Определим интенсивность рассеянных волн, для этого обратимся ко второму уравнению Максвелла (2.1.12) в комплексном представлении. Для области рассеяния при этом можно записать

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = -\mathrm{i}\omega\left(\varepsilon_0 + \delta\varepsilon\right)\mathbf{E}\,,$$

или

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{j}\,,$$

где $\delta\varepsilon$ означает малые флуктуации диэлектрической проницаемости атмосферы, вызванные турбулентностью ($\delta\varepsilon << \varepsilon_0$). Введенная здесь поляризационная плотность тока

$$\mathbf{j} \equiv -\mathrm{i}\omega\delta\varepsilon\,\mathbf{E} \tag{7.2.1}$$

может рассматриваться как вторичный источник, создающий рассеянное поле, он зависит от напряженности электрического поля, действующего на неоднородности среды в области рассеяния. В первом приближении можно положить, что

$$\mathbf{j} \approx -\mathrm{i}\omega\delta\varepsilon\mathbf{E}_0\,, \tag{7.2.2}$$

где $\mathbf{E}_0$ — напряженность поля, создаваемая источником в точке С, рассчитанная как для свободного пространства. Если первичному источнику в точке А сопоставить, например, антенну с эффективной длиной l и током $\mathbf{I}_\mathrm{A}$, то создаваемое ею поле в объеме рассеяния, согласно (2.2.12), будет равно

$$\mathbf{E}_0 = \mathrm{Z}\frac{\mathrm{ikl}\,\mathbf{I}_{\mathrm{A}\perp}}{4\pi\mathrm{r}_\mathrm{A}}\exp\left\{\mathrm{ikr}_\mathrm{A}\right\}. \tag{7.2.3}$$

Здесь $\mathbf{I}_{\mathrm{A}\perp} = \left[\mathbf{e}_\mathrm{A}\left[\mathbf{I}_\mathrm{A}, \mathbf{e}_\mathrm{A}\right]\right]$, $\mathbf{e}_\mathrm{A} \equiv \mathbf{r}_\mathrm{A}/\mathrm{r}_\mathrm{A}$ — единичный вектор в направлении распространения волны, r_A — расстояние от излучающей антенны в точке А до текущей точки рассеяния С, а $\mathrm{Z} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — волновое сопротивление свободного пространства. Таким образом, $\mathbf{I}_{\mathrm{A}\perp}$ представляет собой просто ортогональную к вектору $\mathbf{e}_\mathrm{A}$ проекцию тока $\mathbf{I}_\mathrm{A}$ линейной антенны. В (7.2.3) мы пренебрегли слабой направленностью элементарного излучателя, т. е. положили $\sin\theta = 1$. Выражение (7.2.3) является векторной записью комплексной амплитуды напряженности электрического поля, связанной с соотношением (2.2.12). С учетом (2.2.7) и далее (2.2.9) для векторного потенциала $\mathbf{dA}$ вторичного поля, в точке наблюдения В справедливо соотношение

$$\mathbf{dA} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{ikr_B}}{r_B} \mathbf{j} \, dV .$$

Здесь r_B — расстояние от текущей точки объема рассеяния dV до точки наблюдения, этому расстоянию соответствует направление распространения волны $\mathbf{e}_B \equiv \mathbf{r}_B / r_B$.

Для магнитной составляющей рассеянного поля в точке наблюдения В согласно (2.2.5) имеем

$$\mathbf{dH} = \frac{1}{\mu_0} \mathrm{rot} \, \mathbf{dA} \approx [\mathbf{e}_B, \mathbf{j}] \frac{ik}{4\pi r_B} \exp\{ikr_B\} \, dV .$$

С учетом соотношения (7.2.2) полный вектор напряженности рассеянного магнитного поля в точке наблюдения представляется интегралом по всему объему рассеяния:

$$\mathrm{H} = ik \iiint\limits_V [\mathbf{e}_B, \mathbf{j}] \frac{1}{4\pi r_B} \exp\{ikr_B\} \, dV =$$

$$= ik^3 l \iiint\limits_V \frac{[\mathbf{e}_B, \mathbf{I}_{A\perp}]}{(4\pi)^2 r_A r_B} \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0} \exp\{ik[r_A + r_B]\} \, dV.$$

Поскольку рассеянное электрическое поле $\mathbf{E}$ вблизи точки В связано с магнитным полем соотношением

$$\mathbf{E} = \frac{iZ}{k} \mathrm{rot} \, \mathbf{H} ,$$

то для него можно записать

$$\mathbf{E} \approx ik^3 lZ \iiint\limits_V \frac{\mathbf{I}_{AB}}{(4\pi)^2 r_A r_B} \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0} \exp\{ik[r_A + r_B]\} \, dV .$$

Здесь введено обозначение $\mathbf{I}_{AB} = [\mathbf{e}_B [\mathbf{I}_{A\perp}, \mathbf{e}_B]]$. При этом учтено, что приемник и передатчик находятся в дальней зоне по отношению к объему рассеяния $(kr_A, kr_B >> 1)$. Плотность потока мощности в точке В представляет собой среднее за период колебаний значение комплексного вектора Пойнтинга $\mathbf{P}_B$:

$$\mathbf{P}_B = \frac{1}{2}\left\langle\left[\mathbf{E},\mathbf{H}^*\right]\right\rangle$$

или, в развернутом виде,

$$\mathbf{P}_B = \frac{Z}{2}k^6 l^2 \iiint\limits_V dV\, \mathbf{e}\frac{I_{AB}^2}{(4\pi)^4 r_A^2 r_B^2}\iiint\limits_V B_\varepsilon \exp\{ik[R - R']\}\, dV',$$

где $R = r_A + r_B$ и $R' = r'_A + r'_B$ — длины путей распространения волн, проходящих через две разнесенные точки рассеяния C и C′ (рис. 7.12), а через B_ε обозначена пространственная корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха

$$B_\varepsilon = \left\langle\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)'\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\right\rangle.$$

В выражении для $\mathbf{P}_B$ учтено, что из-за локализации корреляционной функции точки C и C′ отстоят на относительно небольшое расстояние ρ, не превышающее масштаба пространственной корреляции флуктуаций. В § 4.1 приведены сведения о структуре функции $B(\rho)$. На расстояниях ρ, много больших масштаба корреляции, корреляционная функция обращается в нуль. Для членов, входящих в показатель экспоненты, можно использовать следующее приближение:

$$r'_A - r_A \approx \rho\mathbf{e}_A, \quad r'_B - r_B \approx -\rho\mathbf{e}_B.$$

В результате, вводя в рассмотрение вектор рассеяния $\mathbf{K} = k(\mathbf{e}_A - \mathbf{e}_B)$, для внутреннего интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V B_\varepsilon \exp\{ik[R - R']\}\, dV' \approx$$

$$\approx \iiint B_\varepsilon \exp\{ik\rho[e_A - e_B]\}\, dV' = (2\pi)^3\,\Phi_\varepsilon(K).$$

Здесь в рассмотрение введен пространственный спектр неоднородностей диэлектрической проницаемости $\Phi_\varepsilon(\mathbf{K})$, как 3-мерное преобразование Фурье от функции корреляции B_ε (см. § 4.1 и формулу (4.1.12). С учетом сделанных упрощений имеем

$$\mathbf{P}_B = \frac{Z}{2} k^6 l^2 \iiint\limits_V dV\, \mathbf{e}_B \frac{\mathbf{I}_{AB}^{\;2}}{32\pi r_A^2 r_B^2} \Phi_\varepsilon(\mathbf{K}).$$

Сравним полученное выражение для плотности потока мощности $\mathbf{P}_B$ в точке приема B с плотностью потока мощности $\mathbf{P}_A = P_A \mathbf{e}_A$, падающей на объем рассеяния, которая согласно (7.2.3) определяется как

$$P_A = \frac{1}{2}\left|\left[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*\right]\right| = \frac{1}{2Z}|\mathbf{E}_0|^2 = \frac{Z}{2} k^2 l^2 \frac{\mathbf{I}_{A\perp}^2}{(4\pi)^2 r_A^2} = \frac{W_1 G_A}{4\pi r_A^2},$$

где W_1 — мощность передатчика, а G_A — коэффициент направленного действия передающей антенны. Здесь проведено обобщение, и теперь передающая направленная антенна имеет коэффициент направленного действия G_A. Для плотности потока мощности рассеянного поля можно записать соотношение

$$\mathbf{P}_B = \iiint\limits_V dV\, \mathbf{e}_B P_A \frac{\sigma_0}{4\pi r_B^2}, \tag{7.2.4}$$

где через σ_0 обозначена эффективная площадь рассеяния волн единичным объемом:

$$\sigma_0 = \frac{\pi}{2} k^4 \sin^2(\gamma_0)\, \Phi_\varepsilon(\mathbf{K}). \tag{7.2.5}$$

Введенная здесь величина

$$\sin^2 \gamma_0 \equiv \left(\frac{\mathbf{I}_{AB}}{\mathbf{I}_{A\perp}}\right)^2$$

представляет поляризационный множитель, связанный с углом γ_0 между направлением вектора напряженности первичного поля $\mathbf{E}_0$ в объеме рассеяния и направлением на точку наблюдения B. При дальнем тропосферном распространении обычно можно считать, что $\sin^2\gamma_0 \approx 1$. Важно подчеркнуть, что энергетический спектр неоднородностей (спектральная плотность) в (7.2.5) зависит от вектора рассеяния $\mathbf{K}$, модуль которого выражается через угол рассеяния θ_s:

$$\mathrm{K} = |\mathbf{K}| = 2\mathrm{k}\sin\frac{\theta_s}{2} \equiv \frac{2\pi}{\Lambda}.$$

Следовательно в создании рассеянного поля в направлении, определяемом углом θ_s из всего спектра неоднородностей участвуют лишь те из них, масштабы которых удовлетворяют условию

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}.$$

Экспериментальные данные по исследованию атмосферной турбулентности показывают, что в инерционном интервале ($2\pi/\Lambda_m \le \mathrm{K} \le 2\pi/\Lambda_0$) спектральная плотность близка к закону Колмогорова

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{K}) = 0{,}033\mathrm{C}_\varepsilon^2\mathrm{K}^{-11/3}.$$

Здесь в соответствии с введенными в § 4.1 представлениями $\mathrm{C}_\varepsilon^2 = \mathrm{C}_\mathrm{n}^2/4$ и величины Λ_m, Λ_0 означают соответственно внешний и внутренний масштабы турбулентностей (см. табл. 4.1). Подставляя это выражение $\Phi_\varepsilon(\mathbf{K})$ в (7.2.5), получим

$$\sigma_0 = 0{,}0022\cdot\mathrm{C}_\varepsilon^2\lambda^{-11/3}\left|\sin\frac{\theta}{2}\right|^{-11/3}. \qquad (7.2.5\mathrm{A})$$

Полную мощность W_2, развиваемую на согласованной нагрузке в приемной антенне, найдем, если вектор $\mathbf{P}_\mathrm{B}$ проинтегрируем по эффективной поверхности приемной антенны S_B: $\mathrm{W}_2 = \mathrm{P}_\mathrm{B}\mathrm{S}_\mathrm{B}$. Поскольку эффективная поверхность антенны S_B связана с коэффициентом направленного действия G_B (см. соотношение (1.1.1))

$$\mathrm{S}_\mathrm{B} = \frac{\lambda^2}{4\pi}\mathrm{G}_\mathrm{B},$$

то с учетом (7.2.4) для полной принимаемой мощности W_2 имеем

$$W_2 = W_1 G_A G_B \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \iiint_V \frac{\sigma_0}{r_A^2 r_B^2} dV .$$

Полагая, что в пределах объема рассеяния V подынтегральные функции изменяются слабо, можно приближенно записать

$$W_2 \approx W_1 G_A G_B \lambda^2 \frac{\sigma_0}{(4\pi)^3 r_A^2 r_B^2} V$$

или

$$W_2 \approx W_1 G_A G_B \lambda^2 \frac{S_V}{(4\pi)^3 r_A^2 r_B^2} . \qquad (7.2.6)$$

Здесь через

$$S_V = \sigma_0 V \qquad (7.2.7)$$

обозначена эффективная площадь рассеяния всего объема V.

Подчеркнем важные закономерности, характерные для дальнего тропосферного распространения. Наибольший вклад в поле рассеяния будут давать низко расположенные неоднородности, так как для них угол θ_s минимален; в случае остронаправленного излучения и приема размер объема рассеяния определяется пересечением диаграмм направленности передающей и приемной антенн, и, как следствие, увеличение коэффициентов усиления антенн ведет к уменьшению объема рассеяния; это воспринимается как эффект «потери усиления» антенн; Конечность размеров рассеивающего объема приводит к многолучевости канала связи; как следствие, уменьшается полоса пропускания этого канала до нескольких МГц.

7.3. Дальнее ионосферное распространение метровых радиоволн

Механизм дальнего ионосферного распространения радиоволн аналогичен физической сущности дальнего тропосферного распространения. В ионосфере интенсивное рассеяние метровых волн наблюдается в ограниченной области высот 90–120 км, на этих высотах существуют слабые рассеивающие неоднородности двух типов: турбулентные и много-

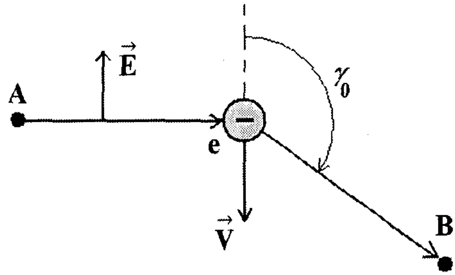


Рис. 7.13. К определению эффективной площади рассеяния электрона в метеорном следе

численные ионизированные следы метеоров. Метеорный компонент является значительным, а в ночное время — основным в принимаемом непрерывно флуктуирующем поле. Метеоры вторгаются в земную атмосферу с большими скоростями и обнаруживаются на высотах примерно 80–120 км. В результате испарения метеорного вещества и ионизации воздуха образуются области повышенной ионизации, представляющие собой в первом приближении тонкий и длинный параболоид вращения, в вершине которого расположена метеорная частица. Протяженность следа 15–50 км, а его радиус 0,5–7 м, длительность существования метеорных следов колеблется от десятых долей секунды до минут. Метеорная связь возможна в виде своего рода «вспышек» — кратковременных появлений отраженных метеорами волн. Наибольший уровень напряженности поля наблюдается при равенстве угла падения и угла отражения волны от метеорного следа. По форме сигналов различают отражения от недоуплотненного и переуплотненного метеорных следов. В первом случае отражение или рассеяние волн осуществляется всей массой ионизированного вещества, попавшей в первую зону Френеля, ответственную за отражение. Метеорный след при этом выступает как полупрозрачный рассеивающий объект. В случае переуплотненного метеорного следа в отражении волн участвует в основном пограничная область следа, для которой частота волны меньше или равна критической частоте ионизированного следа, при этом будет почти полное (зеркальное) отражение волн.

Рассмотрим сначала простейший случай рассеяния плоской волны отдельным электроном (рис. 7.13). Если пренебречь взаимодействием этого электрона с другими электронами, то можно записать уравнение движения

$$m\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -e\mathbf{E}_0,$$

где m и e — масса и заряд электрона. В рамках метода комплексных амплитуд отсюда для скорости электрона следует соотношение

$$\mathbf{V} = \frac{e\mathbf{E}_0}{i\omega m}.$$

Движение заряда можно интерпретировать как некоторый элементарный ток I, протекающий по проводнику длиной l, так что

$$Il = e\left|\mathbf{V}\right| = \frac{e^2\left|\mathbf{E}_0\right|}{i\omega m}.$$

Следуя рассмотренной в главе 2 теории излучения элементарных токов, можно записать, что на расстоянии r_B от электрона согласно (2.2.12) будет наблюдаться следующее вторичное электрическое поле:

$$E = E_\theta = \frac{k^2 Il}{4\pi\omega\varepsilon r_B}\sin\gamma_0 \exp\left\{-i(\omega t - kr_B)\right\} =$$

$$= E_0\frac{e^2\mu_0}{4\pi i m r_B}\sin\gamma_0 \exp\left\{-i(\omega t - kr_B)\right\}.$$

Здесь угол γ_0 соответствует введенному в (7.2.5) углу между направлением вектора напряженности первичного поля $\mathbf{E}_0$ в точке рассеяния и направлением на точку наблюдения B. Соответствующий вектор Пойнтинга в точке B определяется выражением

$$P_A = \frac{1}{2}\left|\left[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*\right]\right| = P_0\frac{S_c}{4\pi r_B^{\,2}},$$

где $P_0 = \left|\mathbf{E}_0\right|^2 / 2Z$ — модуль вектора Пойнтинга первичной плоской волны, а величина

$$S_c = \left[\frac{e^2\mu_0}{m}\right]^2 \frac{\sin^2\gamma_0}{4\pi} \qquad (7.3.1)$$

имеет смысл эффективной площади рассеяния радиоволн отдельным электроном. Зеркально отражающий метеорный след в первом приближении может быть интерпретирован как отрезок прямой, заполненный потоком невзаимодействующих между собой электронов. Если обозначить через N_L линейную плотность электронной концентрации метеорного следа, а через ρ_1 размер первой зоны Френеля, в пределах которой в основном формируется отражение первичной волны, то метеорному следу может быть сопоставлена эффективная площадь рассеяния

$$S_M = \rho_1 N_L S_c = \rho_1 N_L \left[\frac{e^2 \mu_0}{m}\right]^2 \frac{\sin^2 \gamma_0}{4\pi}. \qquad (7.3.2)$$

Размер первой зоны Френеля согласно (2.4.23) равен

$$\rho_1 = \left[\frac{\lambda r_A r_B}{\left(r_A + r_B\right)\,(1-\cos^2\beta \sin^2\varphi)}\right]^{1/2}, \qquad (7.3.3)$$

где r_A и r_B — расстояния от передатчика и от приемника до точки зеркального отражения на метеорном следе (рис. 7.14). Тригонометрический множитель в знаменателе (7.3.3) учитывает ориентацию метеорного следа относительно плоскости зеркального отражения, здесь β представляет собой угол наклона метеорного следа к плоскости зеркального отражения, а φ — угол падения, равный углу зеркального отражения.

С учетом радиолокационной формулы (7.2.6) для принимаемой мощности имеем:

$$W_2 \approx W_1 G_A G_B \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{S_M}{\left(4\pi\right)^2 r_A^2 r_B^2}. \qquad (7.3.4)$$

Эта формула получена для описания дальнего ионосферного распространения с использованием метеорных следов слабой концентрации, однако после уточнения выражения для эффективной поверхности рассеяния S_M она применима и в общем случае. Изменение S_M во времени объясняет сложный, флуктуационный вид метеорных сигналов. Измерения показывают, что оптимальные условия приема рассеянных волн зависят от ширины и ориентации диаграмм направленности антенн. Рекомендуется использовать антенны с шириной лепестка около 10°, сужение диаграмм направленности антенн приводит к ослаблению метеорной составляющей поля, поскольку она распределена в относительно широком угловом секторе. В вертикальной плоскости основные лепестки диаграмм антенн при передаче и приеме должны быть ориентированы так, чтобы их средние линии пересекались на высоте 85 км. Наилучшая метеорная связь осуществляется, если приемная и передающая антенны несколько отвернуты в горизонтальной плоскости приблизительно на 7–10° в сторону; это связано с тем, что наибольшие метеорные следы возникают при встречном движении метеора и атмосферы Земли, когда скорость их сближения максимальна и максимальна ионизация. Метеорные системы связи — это системы с низким уровнем сигнала, так как потери достаточно велики, например, на частоте 50 МГц на трассе длиной 1300 км ослабление по отношению к свободному пространству составляет около 170 дБ. Для сравнения — при ионосферном рассеянии на статистических неоднородностях ослабление близко к 180 дБ.

Теория некогерентного рассеяния волн на статистических неоднородностях ионосферной плазмы слоя E аналогична рассмотренной в § 7.1, однако имеется ряд особенностей. Так, с учетом дисперсионных свойств

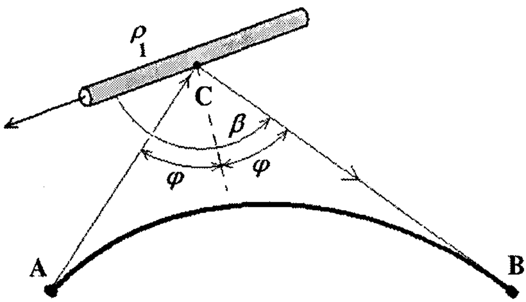


Рис. 7.14. Схема отражения волны от метеорного следа

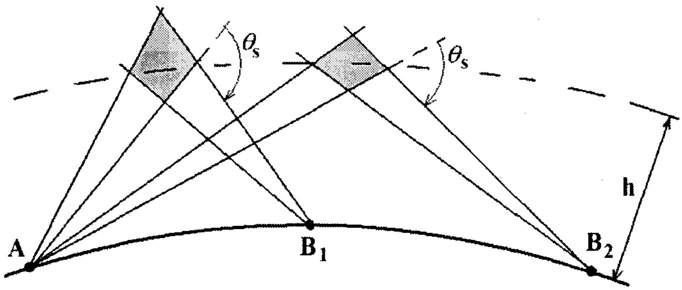


Рис. 7.15. Геометрия ориентации антенн при дальней ионосферной связи на УКВ

ионосферных флуктуаций (4.1.26) на трассе протяженностью D при угле рассеяния θ_s и на частоте f принимаемая мощность определяется следующим соотношением:

$$W_2 \approx D^{-2} f^{-m} \sin^{-n} \frac{\theta_s}{2},$$

где $n \approx 6{,}5$ и $m \approx 7{,}8$. Это означает, что при ионосферном рассеянии поле быстро спадает при увеличении угла θ_s и частоты f. Следует заметить, что дальнее ионосферное распространение реализуется на частотах не выше 60 МГц. Поскольку интенсивное рассеяние радиоволн в ионосфере происходит в диапазоне высот 80–120 км, то независимо от длины трассы область пересечения диаграмм передающей и приемной антенн должна располагаться в пределах этих высот (рис. 7.15). Для выполнения этого условия необходимо согласовывать ориентацию антенн с протяженностью радиолинии. Однако на линиях протяженностью меньше 1000 км, где $\theta_s \geq 22^\circ$, рассеяние мало и механизм дальнего ионосферного распространения за счет рассеяния на флуктуациях электронной концентрации использовать затруднительно. В пределах расстояний 1000—1600 км ослабление минимально и не увеличивается при увеличении трассы, поскольку убывание по закону D^{-2} компенсируется увеличением интенсивности рассеяния за счет уменьшения θ_s. Суточные вариации уровня сигнала дальнего ионосферного рас-

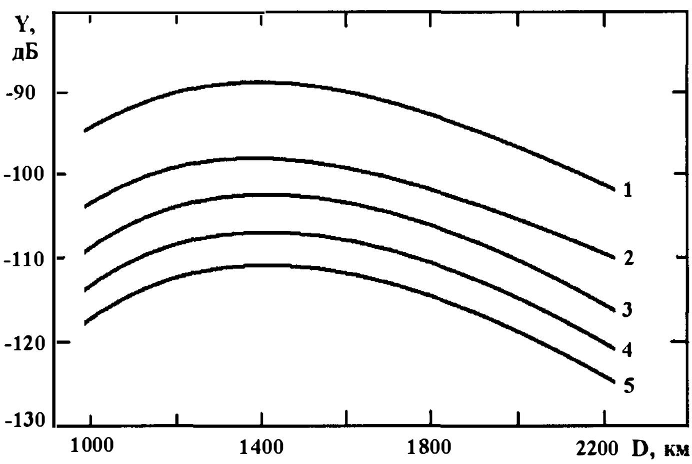


Рис. 7.16. Часовые медианные значения ослабления излучения при дальнем ионосферном распространении в зависимости от расстояния для различных частот: 1 — 30 МГц, 2 — 40 МГц, 3 — 50 МГц, 4 — 60 МГц, 5 — 70 МГц (по [6])

пространения достигают 5–10 дБ с максимумом в дневные часы, когда наиболее интенсивны турбулентные неоднородности, а амплитуда сезонного хода достигает 8–16 дБ. На рис. 7.16 приведены кривые часовых медианных значений множителя ослабления относительно свободного пространства, превышаемые в течение 99 % времени, эти кривые получены в результате статистической обработки данных за год низкой солнечной активности на трассах, проходящих в районе 50–60° северной широты. Устойчивый прием на линиях дальнего ионосферного рассеяния метровых волн возможен только с применением разнесенного приема. Наиболее эффективным оказывается пространственное разнесение антенн на $(7–10)\lambda$ в направлении поперек трассы.

Обычно механизм дальнего ионосферного распространения можно использовать только на метровых волнах в диапазоне $\lambda = 5–10$ м на трассах протяженностью примерно от $D = 1000$ до 2300 км. Волны этого диапазона могут не только рассеиваться, но и отражаться от областей ионосферы с повышенной электронной концентрацией: от ионизированных метеорных следов и от спорадического слоя E_s. Поэтому всегда на фоне слабого непрерывного флуктуирующего сигнала появляются всплески высокой интенсивности.

Глава 8

ИОНОСФЕРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН

ГЛАВА 8

ИОНОСФЕРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН

8.1. Характеристики ионосферной плазмы

В главах 3 и 7 мы учитывали влияние ионосферы на дециметровые и метровые волны, когда соответствующие эффекты были слабо выражены. При анализе распространения коротких, средних и длинных волн ионосфера оказывает определяющее влияние на все характеристики принимаемых сигналов. В связи с этим рассмотрим основные характеристики ионосферной плазмы.

Ионосферой называется верхняя часть атмосферы Земли, начиная с высот 60–80 км, она представляет собой частично ионизованную плазму, находящуюся во внешнем магнитном поле. Это неоднородная среда, свойства которой существенно меняются с высотой. Ионосфера образуется в результате воздействия ионизирующего волнового и корпускулярного излучения Солнца на различные газы, содержащиеся в атмосфере. Структура и свойства ионосферы существенно зависят от солнечной активности, плотности и состава атмосферного газа на разных высотах, движений в атмосфере, вариаций магнитного поля Земли и других факторов. Основными факторами, влияющими на распространение радиоволн, являются концентрация электронов, магнитное поле Земли и соударения электронов с нейтральными частицами и ионами. По высотной зависимости электронной концентрации ионосферу разделяют на три характерных области (см. рис. 8.1). Нижнюю область на высотах $h = 60–80$ км называют слоем D, область на высотах 80–130 км называют слоем E, а свыше 150 км — слоем F. Последнюю область часто подразделяют на слой F_1 от 150 до 200 км (более четко выражен летом в дневные часы) и слой F_2 — свыше

200 км. Кроме того, на высотах 90–120 км случайным образом может возникать тонкий слой с высокой концентрацией электронов, получивший название спорадического слоя E_s. Так как ориентация геомагнитного поля Земли оказывает сильное влияние на ионосферу, то последнюю разделяют на высокоширотную, или авроральную ($|\Phi| \geq$ 55–60°), с почти вертикальным направлением поля, среднеширотную и низкоширотную ($|\Phi| \leq 30°$) с почти горизонтальным направлением поля, выделяя в особую область зону геомагнитного экватора ($|\Phi| \leq$ 5–10°). Здесь Φ — геомагнитная широта.

В условиях средних и низких широт свойства ионосферы определяются, прежде всего, волновым излучением Солнца. Особенно это относится к слою D, где ионизация существует только в дневное время. Изменение концентрации электронов со временем суток и с широтой в среднем определяется углом падения солнечного излучения на ионосферу. На высоких широтах часто наблюдаются возмущения, обусловленные корпускулярным излучением Солнца. Когда заряженные частицы достигают зоны действия магнитного поля Земли, они направляются этим полем к высокоширотным областям и, вторгаясь в атмосферу, вызывают полярные сияния, возмущения электрического и магнитного полей и другие эффекты. Этот комплекс явлений называют ионосферно-магнитными возмущениями или магнитными бурями. Во время сильных бурь возмущения распространяются и на средние широты. Наиболее характерными проявлениями магнитных бурь на средних широтах являются «отрицательные» возмущения, когда электронная концентрация в F-области понижается на 50 % и более.

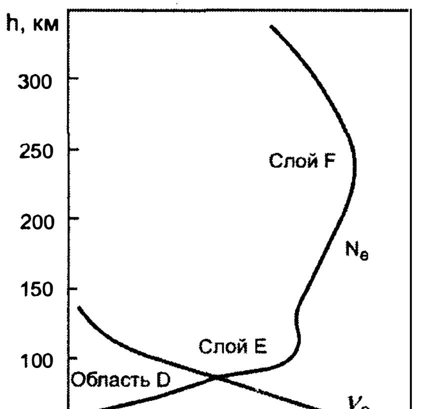


Рис. 8.1. Типичное высотное распределение электронной концентрации N_e и частоты соударений ν_e для дневных условий невозмущенной ионосферы

Широтный ход электронной концентрации в F-области характеризуется рядом особенностей, оказывающих существенное влияние на распространение радиоволн. Одной из них является экваториальная аномалия, состоящая в том, что в дневные часы по обе стороны от магнитного экватора имеются два максимума значений электронной концентрации, центрированных на широтах $\Phi = \pm(15\text{–}20°)$. Другой особенностью широтного хода электронной концентрации N_c является уменьшение N_c на субавроральных широтах ($\Phi \sim 55\text{–}65°$) на высотах F-области (200–500 км), это так называемый главный ионосферный провал. Это преимущественно зимнее, ночное явление. Глубина провала, т. е. уменьшение электронной концентрации, может достигать порядка величины (10 раз). На характеристики радиоволн влияют присутствующие в ионосфере области с повышенной и пониженной концентрацией электронов, называемые неоднородностями. Их размеры варьируются от долей метра до нескольких сотен километров. Механизмы образования неоднородностей связаны с движениями газов атмосферы, турбулентностью и с процессами в ионосферной плазме, называемых неустойчивостями. Неоднородности ионосферы наиболее развиты в авроральной и ночной экваториальной областях ионосферы.

Приведем ряд характеристик ионосферы. Для нейтральной атмосферы, находящейся в состоянии гидростатического равновесия, в изотермическом случае ($T_m(h)$ = const) изменение концентрации нейтральных частиц с высотой описывается барометрической формулой

$$n_a = n_0 \exp\left\{-(h - h_0)/H_m\right\}, \tag{8.1.1}$$

где $n_a = \sum\limits_{\alpha} n_\alpha$, n_0 — концентрация частиц на высоте $h = h_0$, $H_m(\text{м}) = K_b T / M_m g$ — высота однородной атмосферы, $K_b = 1{,}381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана,

$$M_m = \frac{\sum\limits_{\alpha} m_\alpha n_\alpha}{n_A},$$

α — сорт нейтральных частиц, m_α — масса частиц в кг, g = 9,8 м/с^2 — ускорение свободного падения, T — абсолютная температура газа в К. В этой главе высота над поверхностью Земли будет обозначаться буквой h. Формула (8.1.1) применима к ионосфере до тех пор, пока в результате столкновений молекул и атомов друг с другом сохраняется гидростатическое равновесие. Она применима до высот $h_э \approx 1000\text{–}2000$ км. При $h \geq h_э$ длина свободного пробега l_α частицы газа сорта α превышает высоту однородной атмосферы H_m и частицы могут двигаться без столкновений, покидая атмосферу Земли. Область высот $h > h_э$, в которой кинетическая энергия частиц превышает потенциальную энергию в поле тяготения Земли и они покидают атмосферу, называется экзосферой. В реальной ионосфере температура нейтральных частиц T_m растет с высотой, что приводит к отклонению от барометрической формулы (8.1.1), параметр H_m увеличивается с высотой и является функцией широты. На высотах менее 100 км атмосфера в основном состоит из молекул азота и кислорода. На высотах более 100 км основными компонентами являются образовавшиеся вследствие диссоциации молекул атомы азота и кислорода. На высотах ~500–600 км быстро увеличивается относительная концентрация атомарного гелия, а при $h \geq 1000$ км — атомарного водорода.

Концентрация заряженных частиц ионосферы — электронов и ионов зависит от процессов, приводящих к образованию ионосферы, — спектра и интенсивности волнового излучения, энергии корпускулярных потоков солнечного ветра и космических лучей, состава атмосферы, процессов нейтрализации электронов и ионов, процессов переноса частиц и др. В табл. 8.1 приведены высотный ход температуры и концентрации электронов T_c и N_c и температуры ионов T_i (плазма считается квазинейтральной, т. е. концентрации электронов и ионов в среднем равны). Видно, что концентрация электронов и ионов возрастает до высоты 300–400 км, а при $h > 400$ км она плавно спадает. Степень ионизации ионосферной плазмы определяется отношением концентрации заряженных частиц (электронов и ионов N_c) в плазме к концентрации нейтральной компоненты n_a. Степень ионизации плазмы в нижней ионосфере очень мала ($N_c / n_a \approx 10^{-8}$–$10^{-6}$) и растет с увеличением высоты (при $h \geq 300$ км $N_c / n_a \approx 5 \cdot 10^{-3}$). На высотах экзосферы ($h \geq 1000$ км) степень ионизации достигает десятых долей. Температура электронов T_c и ионов T_i сильно зависит от времени суток и плавно увеличивается с высотой. В нижней ионосфере ($h < 200$ км) температура электронов и ионов практически совпадает, тогда как в верхней ионосфере ($h \geq 300$ км) температура электронов может в 1,5–2 раза превышать температуру ионов.

Кроме концентрации и температуры нейтральных и заряженных частиц плазмы важную роль в динамических явлениях, происходящих в ионосфере, определяют такие параметры, как частота соударений заряженных и нейтральных частиц ν, длина свободного пробега l, гирочастоты электронов и ионов, коэффициенты диффузии и проводимости. В период низкой и средней солнечной активности длина свободного пробега l заряженных частиц, определяющая характерные масштабы плазмы в направлении магнитного поля, меняется с высотой для электронов от 29 см до 12 км,

Таблица 8.1

Электронная концентрация и температура ионосферы
на средних широтах, высокая солнечная активность, зима

h, км	День			Ночь		
	N, $м^{-3}$	T_e, К	T_i, К	N, $м^{-3}$	T_e, К	T_i, К
60	$8 \cdot 10^7$	270	270			
70	$2 \cdot 10^8$	200	200			
80	10^9	180	180	10^7	180	180
90	$8 \cdot 10^9$	200	190	$6{,}0 \cdot 10^7$	190	190
100	$8 \cdot 10^{10}$	240	210	$1{,}2 \cdot 10^9$	210	210
110	$1{,}2 \cdot 10^{11}$	320	270	$1{,}8 \cdot 10^9$	270	270
120	$1{,}3 \cdot 10^{11}$	400	360	$2{,}1 \cdot 10^9$	360	360
130	$1{,}5 \cdot 10^{11}$	500	460	$2{,}2 \cdot 10^9$	480	470
150	$3 \cdot 10^{11}$	800	670	$2{,}4 \cdot 10^9$	670	650
200	$5 \cdot 10^{11}$	1300	1100	$3{,}0 \cdot 10^9$	900	850
250	$1{,}0 \cdot 10^{12}$	1700	1300	$1{,}0 \cdot 10^{10}$	1000	910
300	$1{,}6 \cdot 10^{12}$	2000	1400	$1{,}0 \cdot 10^{11}$	1200	930
400	$1{,}5 \cdot 10^{12}$	2400	1450	$3{,}0 \cdot 10^{11}$	1400	950
500	$9 \cdot 10^{11}$	2600	1600	$2{,}0 \cdot 10^{11}$	1500	1000
600	$4 \cdot 10^{11}$	2700	2100	$1{,}3 \cdot 10^{11}$	1600	1020
700	$2 \cdot 10^{11}$	2800	2200	$8{,}0 \cdot 10^{10}$	1700	1100
800	$1{,}0 \cdot 10^{11}$	2870	2870	$5{,}0 \cdot 10^{10}$	1800	1200
900	$7{,}0 \cdot 10^{10}$	2940	2940	$3{,}0 \cdot 10^{10}$	1900	1300
1000	$5{,}0 \cdot 10^{10}$	3000	2500	$2{,}0 \cdot 10^{10}$	2000	1400

для ионов от 0,5 см до 2 км при изменении h от 90 до 500 км. Гирорадиус (радиус вращательного движения заряженной частицы при ее движении перпендикулярно магнитному полю со средней тепловой скоростью) электронов ρ_e и ионов ρ_i, определяющий характерный масштаб плазмы поперек внешнего магнитного поля, изменяется на высотах h = 90–500 км от 1 до 4 см для ρ_e и от 0,4 до 7,4 м для ρ_i. Для выполнения условия квазинейтральности плазмы все характерные ее масштабы должны превышать дебаевский радиус r_d (расстояние, на котором заряды в плазме собираются вокруг данного заряда и экранируют его поле), который для случая низкой солнечной активности и среднеширотной ионосферы изменяется с высотой от 0,5 до 1 см при h = 90–500 км. Важным ионосферным параметром, влияющим на динамические процессы в ионосфере и на характеристики распространяющихся в ионосфере радиоволн, является частота соударений электронов с нейтральными частицами ν. Параметры эмпирической модели среднеширотной ионосферной плазмы на высотах 90–600 км представлены в табл. 8.2 для дневной и ночной ионосферы для периода средней солнечной активности. Мы ввели обозначения

$$q_H = \omega_H / \nu_{cm}, \quad Q_H = \Omega_H / \nu_{im},$$

где m, ω_H; M_i, Ω_H — масса и гиромагнитная частота для электрона и иона соответственно. Гиромагнитная частота представляет собой круговую частоту вращения заряженных частиц (электронов, ионов) вокруг силовых линий магнитного поля Земли:

$$\omega_H = \frac{eB_0}{m}, \qquad \Omega_H = \frac{eB_0}{M_i}.$$

Параметры q_H и Q_H характеризуют так называемую замагниченность электронов и ионов. Если $q_H \gg 1$ и $Q_H \gg 1$ (гирочастоты больше частоты соударений), то соударения почти не влияют на движение заряженных частиц, плазма в этом случае считается замагниченной: ее поведение определяется магнитным полем, как и в случае невзаимодействующих заряженных частиц. В обратном случае, когда $q_H \ll 1$ и $Q_H \ll 1$, поведение плазмы приближается к поведению обычного газа в изотропной среде. Как видно из табл. 8.2, с ростом высоты ионосферы степень замагниченности заряженных частиц ионосферной плазмы монотонно растет. На высотах ионосферы электроны везде замагничены ($q_H > 1$ и $\omega_H > \nu_{cm}$), в то время как ионы замагничены только в верхней ионосфере (при $z \geq 150$ км $Q_H \gg 1$ и $\Omega_H \gg \nu_{im}$). В нижней ионосфере при $h < 100$ км $Q_H \ll 1$ ($\Omega_H \ll \nu_{im}$), ионы не замагничены. Из табл. 8.2 видно, что с ростом высоты уменьшаются эффективные значения частот соударений ν_{cm} и ν_{im} (см. также рис. 8.1).

Реальное высотное распределение электронной концентрации в ионосфере не описывается в виде простых зависимостей. Для теоретического анализа и практического использования предложен ряд простых аппроксимаций профилей электронной концентрации, при которых решение уравнений распространения радиоволн представляется в аналитическом виде. Часто используются следующие модели реальных профилей электронной концентрации.

Таблица 8.2

Частота столкновений ν, параметры q_H и Q_H

h, км	День				Ночь			
	ν_{em}, c^{-1}	ν_{im}, c^{-1}	$q_H = \frac{\omega_H}{\nu_{em}}$	$Q_H = \frac{\Omega_H}{\nu_{im}}$	ν_{em}, c^{-1}	ν_{im}, c^{-1}	$q_H = \frac{\omega_H}{\nu_{em}}$	$Q_H = \frac{\Omega_H}{\nu_{im}}$
90	$2{,}97\cdot10^5$	$1{,}67\cdot10^4$	29,3	$9{,}94\cdot10^{-3}$	$2{,}97\cdot10^5$	$1{,}67\cdot10^4$	29,3	$9{,}94\cdot10^{-3}$
100	$5{,}63\cdot10^4$	$3{,}2\cdot10^3$	153	$5{,}2\cdot10^{-2}$	$5{,}63\cdot10^4$	$3{,}2\cdot10^3$	153	$5{,}2\cdot10^{-2}$
110	$1{,}34\cdot10^4$	$7{,}71\cdot10^2$	664	0,22	$1{,}34\cdot10^4$	$7{,}71\cdot10^2$	664	0,22
120	$5{,}29\cdot10^3$	$3{,}0\cdot10^2$	$1{,}62\cdot10^3$	0,57	$5{,}87\cdot10^3$	$3{,}04\cdot10^2$	$1{,}46\cdot10^3$	0,57
130	$2{,}41\cdot10^3$	$1{,}21\cdot10^2$	$3{,}55\cdot10^3$	1,45	$2{,}27\cdot10^3$	$1{,}22\cdot10^2$	$3{,}77\cdot10^3$	1,44
140	$1{,}26\cdot10^3$	$6{,}1\cdot10^1$	$6{,}75\cdot10^3$	2,94	$1{,}09\cdot10^3$	$6{,}01\cdot10^1$	$7{,}8\cdot10^3$	2,98
150	$7{,}32\cdot10^2$	$3{,}51\cdot10^1$	$1{,}16\cdot10^4$	5,21	$5{,}77\cdot10^2$	$3{,}34\cdot10^1$		5,5
160	$4{,}57\cdot10^2$	$2{,}15\cdot10^1$	$1{,}85\cdot10^4$	8,65	$3{,}39\cdot10^2$	$1{,}97\cdot10^1$	$2{,}49\cdot10^4$	5,5
170	$2{,}94\cdot10^2$	$1{,}4\cdot10^1$	$2{,}86\cdot10^4$	13,6	$2{,}12\cdot10^2$	$1{,}23\cdot10^1$	$3{,}93\cdot10^4$	15,6
180	$1{,}07\cdot10^2$	9,41	$4{,}24\cdot10^4$	20	$1{,}38\cdot10^2$	8,12	$6{,}06\cdot10^4$	24,3
190	$1{,}37\cdot10^2$	6,62	$6{,}1\cdot10^4$	20	$9{,}42\cdot10^1$	5,54	$8{,}8\cdot10^4$	36,5
200	$9{,}86\cdot10^1$	4,83	$4{,}0\cdot10^3$	41,8	$6{,}53\cdot10^1$	3,81	$1{,}27\cdot10^5$	54,3
220	$5{,}38\cdot10^1$	2,66	$1{,}53\cdot10^5$	79,3	$3{,}4\cdot10^1$	2,02	$2{,}41\cdot10^5$	107,4
240	$3{,}05\cdot10^1$	1,57	$2{,}7\cdot10^5$	139,5	$1{,}88\cdot10^1$	1,1	$4{,}32\cdot10^5$	205,5
260	$1{,}87\cdot10^1$	0,915	$4{,}31\cdot10^5$	248	$1{,}11\cdot10^1$	0,65	$7{,}26\cdot10^5$	361,5
280	$1{,}2\cdot10^1$	0,62	$6{,}7\cdot10^5$	376	6,72	0,39	$1{,}2\cdot10^6$	620
300	7,81	0,41	$1{,}0\cdot10^6$	585	4,15	0,24	$1{,}9\cdot10^6$	$1{,}04\cdot10^3$
350	2,72	0,11	$2{,}8\cdot10^6$	$2{,}36\cdot10^5$	1,35	0,09	$5{,}7\cdot10^6$	$2{,}9\cdot10^3$
400	1,03	0,05	$7{,}35\cdot10^6$	$5{,}39\cdot10^3$	0,48	0,028	$1{,}57\cdot10^6$	10^4
450	0,40	0,02	$1{,}85\cdot10^7$	$1{,}36\cdot10^4$	0,19	$8{,}6\cdot10^{-3}$	$3{,}8\cdot10^7$	$3{,}6\cdot10^4$
500	0,25	$9{,}6\cdot10^{-3}$	$2{,}9\cdot10^7$	$3{,}15\cdot10^4$	0,11	$2{,}6\cdot10^{-3}$	$8{,}54\cdot10^7$	$1{,}46\cdot10^5$
600	0,072	$4{,}9\cdot10^{-3}$	$9{,}74\cdot10^7$		0,04	$2{,}5\cdot10^{-3}$	$4{,}7\cdot10^8$	$1{,}7\cdot10^6$

Если брать небольшой интервал высот, за исключением высот вблизи максимумов ионосферных слоев, то любой профиль электронной концентрации можно аппроксимировать линейной функцией

$$N - N_0 = b(h - h_0), \qquad (8.1.2)$$

где b — градиент электронной концентрации, N_0 — концентрация на некоторой опорной высоте h_0. Такая аппроксимация часто оказывается полезной, поскольку реальный слой можно представить в виде совокупности тонких линейных слоев.

Аппроксимация высотного профиля электронной концентрации с помощью экспоненциальной зависимости используется главным образом для описания верхней части F области расположенной выше максимума электронной концентрации, а также нижней части E области. В первом случае высотный профиль имеет вид

$$N = N_m e^{-(h-h_m)/2H}, \tag{8.1.3}$$

где N_m — электронная концентрация в максимуме слоя F_2 на высоте h_m, H — характерная высота. Во втором случае (ниже максимума E области) высотный ход электронной концентрации представляется в виде

$$N = N_m e^{(h-h_m)/2H}, \tag{8.1.4}$$

где N_m — электронная концентрация в максимуме слоя E на высоте h_m.

Параболическая аппроксимация часто используется для описания высотного профиля электронной концентрации ниже максимума F_2 области ионосферы, многие расчеты в приближении плоскослоистой ионосферы делаются именно на основе этой модели. Параболическое распределение имеет вид

$$N = N_m \left[1 - \left(\frac{h_m - h}{d}\right)^2\right], \tag{8.1.5}$$

где N_m — электронная концентрация в максимуме слоя F_2 на высоте h_m, d — полутолщина параболического слоя.

В случае расчетов характеристик волны при наклонном распространении на большие расстояния, когда необходимо учитывать кривизну Земли, параболический слой плохо поддается интегрированию. При небольшой модификации профиля можно получить высотные распределения, которые позволяют проводить такие расчеты. К ним относится квазипараболический слой, который записывается в виде

$$N = N_m \left[1 - \left(\frac{h_m - h}{d} \cdot \frac{h_0 + a}{h + a}\right)^2\right], \tag{8.1.6}$$

где h_0 — высота начала слоя, a — радиус Земли.

Для анализа особенностей распространения радиоволн используются также глобальные модели ионосферы, которые описывают ионосферу на всей Земле в зависимости от времени суток, сезона, солнечной активности. Например, модель IRI (International Reference Ionosphere) представляет собой глобальную полуэмпирическую модель ионосферы, разрабатываемую объединенной рабочей группой Международного союза по радионаукам (URSI) и Комитета по космическим исследованиям (COSPAR) [30]. Модель относится к классу полуэмпирических, поскольку использует как экспериментальные данные, так и аналитические зависимости. Эта модель позволяет вычислять высотные профили параметров ионосферы (электронной и ионной концентрации, температуры, ионного состава) и параметры ионосферных слоев (критические частоты, высоты максимумов) для любой точки Земли. Для расчетов необходимо задать дату, время и число солнечных пятен, характеризующее солнечную активность. Подробнее сведения об ионосфере приведены в [27–30].

8.2. Общие закономерности распространения радиоволн в плазме

Рассмотрим сначала простой случай, когда плоская электромагнитная волна $E = E_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{kr})}$ распространяется в плазме без внешнего магнитного поля. Получим выражения для диэлектрической проницаемости и проводимости плазмы, которые определяются движением заряженных частиц в поле волны.

Плотность полного тока в среде состоит из двух составляющих

$$\mathbf{J}_{п} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

где $\mathbf{J}$ — ток проводимости, $\mathbf{P}$ — вектор электрической поляризации среды. Электрическая поляризация обусловлена смещением электронов относительно ионов в среде под действием электрического поля, в результате которого появляется собственное электрическое поле среды. При наличии только одной пары электрон–ион с радиус-векторами $\mathbf{r}_p$ и $\mathbf{r}_p^i$ это поле характеризовалось бы электрическим моментом величиной $e(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_p^i)$, где e — заряд электрона. Вектор электрической поляризации среды равен сумме всех электрических моментов в единице объема

$$\mathbf{P} = e\sum_{p=1}^{N}(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_p^i), \qquad (8.2.1)$$

где N — концентрация электронов.

Выражения для $\mathbf{r}_p$ и $\mathbf{r}_p^i$ можно найти из уравнения движения для электронов и ионов. С учетом соударений уравнение движения для электронов в электрическом поле **E** можно представить в виде

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_p}{dt^2} + m\nu\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = e\mathbf{E}, \qquad (8.2.2)$$

где m — масса электрона, ν — эффективное число соударений электронов с нейтральными частицами и ионами. Второе слагаемое в левой части можно интерпретировать как силу трения, обусловленную столкновениями электронов с другими частицами. Решение (8.2.2) ищем в виде

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{A}e^{-i\omega t}. \qquad (8.2.3)$$

После подстановки (8.2.3) в (8.2.2) получим

$$\mathbf{r}_p = -\frac{e\mathbf{E}}{m\omega(\omega + i\nu)}. \qquad (8.2.4)$$

Аналогично можно получить решение для $\mathbf{r}_p^i$:

$$\mathbf{r}_p^i = \frac{e\mathbf{E}}{M\omega(\omega + i\nu_i)}, \qquad (8.2.5)$$

где M — масса иона, ν_i — эффективное число соударений ионов с нейтральными частицами и электронами.

С другой стороны, вектор электрической поляризации среды показывает, насколько электрическая индукция в данной среде отличается от индукции в вакууме

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \mathbf{D}_0 = \varepsilon_k\mathbf{E} - \varepsilon_0\mathbf{E} = (\varepsilon_k - \varepsilon_0)\mathbf{E}, \qquad (8.2.6)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9} = 8{,}854\cdot 10^{-12}\,\Phi/м$ — диэлектрическая постоянная вакуума, ε_k — комплексная диэлектрическая проницаемость (2.1.16). Для простоты ограничимся одним сортом ионов и воспользуемся квазинейтральностью плазмы $N_c = N_i = N$. Тогда из (8.2.1) и (8.2.6) с учетом (8.2.4) и (8.2.5) получим

$$(\varepsilon_k - \varepsilon_0)\mathbf{E} = -\frac{e^2 N\mathbf{E}}{\omega}\left(\frac{1}{m(\omega + i\nu)} + \frac{1}{M(\omega + i\nu_i)}\right). \tag{8.2.7}$$

В ионосфере для наиболее распространенных ионов кислорода отношение $\frac{m}{M} = 1,7 \cdot 10^{-5}$, так что вторым членом в правой части (8.2.7) можно пренебречь и не учитывать влияние ионов на диэлектрическую проницаемость. Тогда для комплексной диэлектрической проницаемости получаем выражение

$$\varepsilon_k = \varepsilon + \frac{i\sigma}{\omega} = \varepsilon_0 - \frac{e^2 N}{m\omega(\omega + i\nu)}. \tag{8.2.8}$$

Разделив мнимую и действительную части, получим выражения для относительной диэлектрической проницаемости ε* и проводимости плазмы σ

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1\frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m(\omega^2 + \nu^2)} = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2 + \nu^2}, \quad \sigma = \frac{e^2 N\nu}{m(\omega^2 + \nu^2)}, \tag{8.2.9}$$

где

$$\omega_c = 2\pi f_c = \left(\frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}. \tag{8.2.10}$$

Частота ω_c называется угловой плазменной частотой и представляет собой собственную частоту продольных колебаний пространственного заряда электронов. Подставив в (8.2.10) значения e, m и ε_0, получаем

$$f_c = (80,8N)^{1/2}, \tag{8.2.11}$$

где N — число электронов в м^3, f_c — плазменная частота в герцах.

Для случая высоких частот ($\omega^2 >> \nu^2$)

$$\varepsilon^* = 1 - \frac{e^2 N}{m\varepsilon_0\omega^2} = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{f_c^2}{f^2}, \quad \sigma = \frac{e^2 N\nu}{m\omega^2}, \tag{8.2.12}$$

а для случая $\omega^2 << \nu^2$ из (8.2.9) имеем

$$\varepsilon^* = 1 - \frac{e^2 N}{m\varepsilon_0 \nu^2} = 1 - \frac{\omega_e^2}{\nu^2}, \qquad \sigma = \frac{e^2 N}{m\nu}. \tag{8.2.13}$$

Найдем выражения для показателей преломления n и поглощения χ. Используя их, вместо (2.1.33) для волнового числа можно записать

$$k = \frac{\omega}{c_0}(n + i\chi), \tag{8.2.14}$$

тогда выражение для поля плоской волны принимает вид

$$E = E_0\, e^{-i(\omega t - kr)} = E_0 e^{-\frac{\omega}{c_0}\chi r}\, e^{-i\left(\omega t - \frac{\omega}{c_0} n r\right)}. \tag{8.2.15}$$

Как ясно из (8.2.15), в среде длина волны λ и фазовая скорость c_p равны

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \qquad c_p = \frac{c_0}{n}, \tag{8.2.16}$$

где c_0 и $\lambda_0 = \dfrac{2\pi c_0}{\omega}$ — значения этих величин для вакуума. Формула (8.2.16) является определением показателя преломления. Смысл показателя поглощения χ заключается в том, что на пути длиной в $\dfrac{\lambda_0}{2\pi\chi}$ амплитуда волны уменьшается в e раз. Ранее был введен коэффициент поглощения α, из сравнения (2.1.36) и (8.2.15) следует, что $\alpha = 2\pi\lambda_0^{-1}\chi$. Соотношение для нахождения n и χ получим, подставив (8.2.14) в выражение (2.1.23) при учете (2.1.16) и (2.1.31):

$$(n + i\chi)^2 = \varepsilon^* + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}, \tag{8.2.17}$$

отсюда следует

$$n^2 - \chi^2 = \varepsilon^*, \qquad 2n\chi = \frac{\sigma}{\omega\,\varepsilon_0}, \tag{8.2.18}$$

$$n=\left(\frac{\varepsilon^*}{2}+\left[\left(\frac{\varepsilon^*}{2}\right)^2+\left(\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}\right)^2\right]^{1/2}\right)^{1/2},$$

$$\chi=\left(-\frac{\varepsilon^*}{2}+\left[\left(\frac{\varepsilon^*}{2}\right)^2+\left(\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}\right)^2\right]^{1/2}\right)^{1/2}. \qquad (8.2.19)$$

В непроводящей среде $\sigma = 0$ поглощение электромагнитной энергии (т. е. переход ее в тепловую энергию) отсутствует и

$$n=(\varepsilon^*)^{1/2}, \qquad \chi=0, \qquad (8.2.20)$$

В этом случае (8.2.15) имеет вид чисто бегущих волн. Тем не менее, если $\varepsilon^* < 0$, показатель преломления становится мнимым, и волна является затухающей. Затухание волны в этом случае означает, что в такой плазме бегущие волны распространяться не могут, и волна полностью отражается. В случае слабого поглощения $\left|\varepsilon^*\right| \gg \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$ из (8.2.19) получаем:

При $\varepsilon^* > 0$

$$n\approx(\varepsilon^*)^{1/2}=\left(1-\frac{e^2N}{m\varepsilon_0(\omega^2+\nu^2)}\right)^{1/2}=\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2+\nu^2}\right)^{1/2},$$

$$\chi\approx\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0(\varepsilon^*)^{1/2}}=\frac{e^2N\nu}{2m\varepsilon_0\omega(\omega^2+\nu^2)\left(1-\dfrac{e^2N}{m\varepsilon_0(\omega^2+\nu^2)}\right)^{1/2}}= \qquad (8.2.21)$$

$$=\frac{\omega_c^2\nu}{2\omega(\omega^2+\nu^2)\left(1-\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2+\nu^2}\right)^{1/2}}.$$

На высоких частотах, когда $f^2 \gg f_c^2$, $f^2 \gg \nu^2$, выражение для показателя преломления n с учетом (8.2.21) и (8.2.11) можно представить в виде

$$n=\left(1-\frac{f_c^2}{f^2}\right)^{1/2}\approx 1-\frac{1}{2}\frac{f_c^2}{f^2}=1-(40{,}4N)f^{-2}. \qquad (8.2.22)$$

При $\varepsilon^* < 0$ имеем

$$n \approx \frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0(-\varepsilon^*)^{1/2}} = \frac{\omega_e^2\nu}{2\omega(\omega^2+\nu^2)\left(\dfrac{\omega_e^2}{\omega^2+\nu^2}-1\right)^{1/2}},$$

$$\chi \approx (-\varepsilon^*)^{1/2} = (\varepsilon_0)^{1/2}\left(\frac{\omega_e^2}{\omega^2+\nu^2}-1\right)^{1/2}. \tag{8.2.23}$$

В другом предельном случае сильного затухания, когда

$$\left|\varepsilon^*\right| \ll \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0},$$

получаем

$$n \approx \chi \approx \left(\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}\right)^{1/2} = \left(\frac{\omega_e^2\nu}{2\omega(\omega^2+\nu^2)}\right)^{1/2}. \tag{8.2.24}$$

Рассмотрим теперь случай, когда плоская волна распространяется в плазме при наличии внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$. Магнитное поле приводит к анизотропии ионосферной плазмы (различию свойств в зависимости от направления), что заметно сказывается на поведении радиоволн в зависимости от направления их распространения относительно $\mathbf{H}_0$. Электромагнитные свойства плазмы в этом случае характеризуются тензором комплексной диэлектрической проницаемости $(\varepsilon_{pq})_k$

$$(\varepsilon_{pq})_k = \varepsilon_{pq} + \frac{i}{\omega}\sigma_{pq}, \quad D_p = \sum_{q=1}^{3}\varepsilon_{pq}E_q, \quad j_p = \sum_{q=1}^{3}\sigma_{pq}E_q. \tag{8.2.25}$$

Здесь индексы p и q принимают значения 1, 2, 3, соответствующие осям координат x, y, z (т. е. $\varepsilon_{11} \equiv \varepsilon_{xx}$, $\varepsilon_{12} \equiv \varepsilon_{xy}$, $\varepsilon_{13} \equiv \varepsilon_{xz}$ и т. д.). Важно отметить, что в анизотропной среде векторы напряженности электрического поля **E** и индукции **D**, вообще говоря, не будут параллельны. При этом вектор **D** перпендикулярен волновому вектору **k**, а вектор **E** не перпендикулярен.

Распространение электромагнитных волн описывается волновым уравнением (2.1.19), которое при наличии тока будет иметь вид

$$\nabla^2\mathbf{E} - \mathrm{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{E}) + \omega^2\mu\left(\mathbf{D} + \frac{i}{\omega}\mathbf{j}\right) = 0, \tag{8.2.26}$$

$$D_p + \frac{i}{\omega}j_p = \sum_{q=1}^{3}(\varepsilon_{pq})_k E_q. \tag{8.2.27}$$

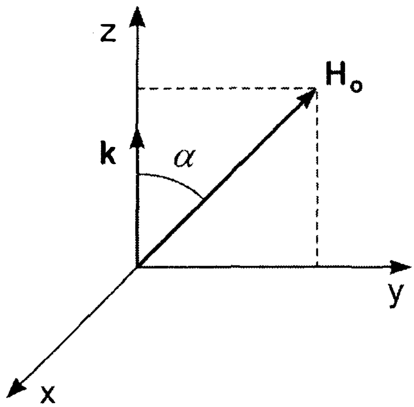


Рис. 8.2. Система координат, использованная при анализе распространения радиоволн в магнитоактивной плазме

Для нахождения $(\varepsilon_{pq})_k$ решается уравнение для движения электрона в электрическом и магнитном полях, аналогичное (8.2.2):

$$m\frac{d^2 r_p}{dt^2}+m\nu\frac{dr_p}{dt}=e\mathbf{E}+e\left[\frac{dr_p}{dt}\mathbf{B}_0\right], \qquad (8.2.28)$$

где $\mathbf{B}_0$ — вектор магнитной индукции геомагнитного поля, последнее слагаемое в правой части представляет собой силу Лоренца. В общем случае, когда $(\varepsilon_{pq})_k$ зависит от всех координат и волновой вектор направлен произвольно, решение (8.2.26) аналитически невозможно. Поэтому практический и теоретический интерес представляют частные случаи. В первую очередь это случай плоскослоистой среды, когда $(\varepsilon_{pq})_k$ зависит только от одной координаты z. Здесь также можно выделить важный частный случай нормального падения волны на слой (волновой вектор **k** направлен вдоль z, т. е. вертикально вверх). При учете анизотропии сложна уже задача о нормальном падении, а для случая наклонного падения строгих решений не получено. Тем не менее, на примере нормального падения можно выяснить основные особенности распространения волн в магнитоактивной плазме. Практически этот случай приближенно реализуется при вертикальном распространении радиоволн в ионосфере.

При нормальном падении плоских волн на плоскослоистую анизотропную ионосферу (см. рис. 8.2), когда поле **E** зависит только от координаты z, уравнения для поля (8.2.26) записываются в виде

$$\frac{d^2E_p}{dz^2}+\omega^2\mu\left(D_p+\frac{i}{\omega}j_p\right)=0,\quad p=x,y,$$
$$D_z+\frac{i}{\omega}j_z=0. \qquad (8.2.29)$$

Уравнения (8.2.27) и (8.2.29) для компонент поля $E_{x,y}$ плоской волны (8.2.15) с волновым числом (8.2.14) можно записать в виде системы алгебраических уравнений [31]:

$$\left(A-(n+i\chi)^2\right)E_x+iCE_y=0,$$
$$-iCE_x+\left(B-(n+i\chi)^2\right)E_y=0. \qquad (8.2.30)$$

Здесь обозначено

$$A=\frac{(1+is)u-(1+is)(1+is-\upsilon)^2-u\upsilon\cos^2\alpha}{(1+is)u-(1+is)^2(1+is-\upsilon)-u\upsilon\cos^2\alpha},$$

$$B=\frac{u(1+is-\upsilon)-(1+is)(1+is-\upsilon)^2}{(1+is)u-(1+is)^2(1+is-\upsilon)-u\upsilon\cos^2\alpha},$$

$$C=\frac{-\sqrt{u}(1+is-\upsilon)\upsilon\cos\alpha}{(1+is)u-(1+is)^2(1+is-\upsilon)-u\upsilon\cos^2\alpha},$$

$$\sqrt{u}=\frac{\omega_H}{\omega}=\frac{|e|B_0}{m\omega},\qquad \upsilon=\frac{\omega_c^2}{\omega^2},\qquad s=\frac{\nu}{\omega},$$

ω_H — круговая гирочастота электронов, $\omega=2\pi f$ — круговая частота падающей волны, α — угол между волновым вектором падающей волны и вектором магнитного поля Земли $\mathbf{H}_0$, который лежит в плоскости yz (см. рис. 8.2).

Для получения нетривиального решения системы (8.2.30) необходимо, чтобы определитель системы равнялся нулю. Отсюда получаем дисперсионное уравнение, связывающее n и χ с частотой ω,

$$(n+i\chi)^4-(A+B)(n+i\chi)^2+AB-C^2=0,$$

решая которое относительно $(n+i\chi)^2$, находим

$$(n+i\chi)^2 =$$
$$=1-\frac{2\upsilon(1-\upsilon+is)}{2(1-\upsilon+is)(1+is)-u\sin^2\alpha\pm\left(u^2\sin^4\alpha+4u\cos^2\alpha(1-\upsilon+is)^2\right)^{1/2}}. \tag{8.2.31}$$

Два различных знака у корня определяют две пары значений коэффициентов преломления и поглощения n_1, χ_1 и n_2, χ_2 и фазовые скорости $\frac{c}{n_1}$ и $\frac{c}{n_2}$ двух различных волн, называемых обыкновенной (+) и необыкновенной (–). В дальнейшем индекс 1 для знака (–) будем относить к необыкновенной волне. Обыкновенная и необыкновенная волны отличаются также поляризацией.

Анализу соотношения (8.2.31) посвящено большое число работ [27, 28, 31, 32]. Здесь мы рассмотрим лишь некоторые частные случаи, иллюстрирующие наиболее важные особенности распространения радиоволн в анизотропной ионосфере. Если магнитное поле и соударения отсутствуют ($u=0$, $s=0$), то из (8.2.31) получаем

$$n^2=1-\upsilon=1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2},$$

что, как и следовало ожидать, совпадает с (8.2.21). Для нахождения точки отражения волны учтем, что в соответствии с законом преломления углы падения θ_a и преломления θ_b волны, падающей на границу раздела двух сред a и b, связаны соотношением

$$\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_b}=\frac{n_b}{n_a}.$$

Если $n_a>n_b$, то для углов $\theta_a\ge\arcsin\frac{n_b}{n_a}$ имеет место полное внутреннее отражение. При нормальном падении $\theta_a=0$ отражение возможно только при $n_b=0$. Таким образом, при нормальном падении отражение волны ($n=0$) имеет место при $\upsilon=1$, т. е. когда частота волны равна плазменной частоте электронов $\omega=\omega_c$. Это соответствует уровню, где электронная концентрация N равна

$$N=\frac{m\varepsilon_0\omega^2}{e^2}=1{,}24\cdot10^{-2}f^2. \tag{8.2.32}$$

Вообще говоря, при отсутствии резкой границы раздела о точке отражения в буквальном смысле говорить нельзя, так как отражение происходит в некоторой области. Тем не менее, за точку отражения можно приближенно принять место, где $n^2 = 0$. При $\upsilon > 1$ показатель преломления n является чисто мнимым, что соответствует волне с экспоненциально спадающей амплитудой. Максимальное значение электронной концентрации ионосферного слоя в (8.2.32) определяет максимальную частоту волны, которая еще отражается этим слоем. Ее обычно называют критической частотой слоя.

$$f_к = \left(80{,}8N_{max}\right)^{1/2}. \qquad (8.2.33)$$

Рассмотрим теперь случай с магнитным полем, но без соударений $s = 0$. Тогда (8.2.31) принимает вид

$$n_{1,2}^2 = 1 - \frac{2\upsilon(1-\upsilon)}{2(1-\upsilon) - u\sin^2\alpha \pm \left(u^2\sin^4\alpha + 4u\cos^2\alpha(1-\upsilon)^2\right)^{1/2}}. \qquad (8.2.34)$$

Исходя из условия $n_2 = 0$ для точки отражения на частотах $\omega > \omega_Н$ $(u < 1)$ из (8.2.34) получаем, что $n_2 = 0$ при $\upsilon = 1$, т. е. отражение обыкновенной волны с частотой ω происходит там же, где и в отсутствие магнитного поля. Поэтому эта волна, на которую не влияет магнитное поле, и называется обыкновенной волной. Для нее по-прежнему справедливы соотношения (8.2.32) и (8.2.33) с изменением обозначений на $f_к^о$.

Показатель преломления n_1 необыкновенной волны при $u < 1$ обращается в нуль в двух точках $\upsilon_1^{\mp} = 1 \mp u^{1/2}$. При не слишком малых углах α необыкновенная волна полностью отражается от уровня, где $\upsilon_1^- = 1 - u^{1/2}$, и не доходит до уровня $\upsilon_1^+ = 1 + u^{1/2}$. Итак, отражение необыкновенной волны при $u < 1$ происходит от уровня, где электронная концентрация N равна

$$N_1 = \frac{m\varepsilon_0\omega(\omega - \omega_Н)}{e^2} = 1{,}24 \cdot 10^{-2} f(f - f_Н). \qquad (8.2.35)$$

Здесь и в (8.2.32), (8.2.33) размерности [N] — $м^{-3}$, [f] — Гц.

Сравнивая (8.2.32) и (8.2.35), видим, что в магнитоактивной плазме волна с частотой f отражается от двух уровней электронной концентрации N_2 и N_1, причем $N_2 > N_1$, т. е. обыкновенная волна отражается от уровня более высокой электронной концентрации, чем необыкновенная волна. Если подставить в левую часть (8.2.35) максимальное значение электронной концентрации из (8.2.33), то критическую частоту $f_к^x$ отражения необыкновенной волны можно найти по формуле

$$f_к^x = \frac{f_H}{2} + \left(\frac{f_H^2}{4} + 80{,}8N_{max}\right)^{1/2} = \frac{f_H}{2} + \left(\frac{f_H^2}{4} + (f_к^o)^2\right)^{1/2}. \qquad (8.2.36)$$

Если $(f_к^o)^2 >> \frac{f_H^2}{4}$, то $f_к^x - f_к^o \approx \frac{f_H}{2}$. Для средних широт f_H = 1,4 МГц и разница критических частот между необыкновенной и обыкновенной волнами составляет 0,7 МГц.

Как можно видеть из (8.2.34), показатель преломления может обращаться в бесконечность. При этом, если волна достигает области, в которой $n^2 \to \infty$, то она сильно поглощается. Это явление называют резонансом, поскольку физически оно связано с возбуждением из-за обмена энергией между частицами и волной тех или иных колебаний плазмы при совпадении частоты волны с их собственной частотой. При этом фазовая скорость волны (8.2.16) $c_p \to 0$ и мы имеем дело не с волной, а с колебанием. В случае $u < 1$ показатель преломления необыкновенной волны обращается в бесконечность, когда

$$1 - u - \upsilon + u\upsilon\cos^2\alpha = 0. \qquad (8.2.37)$$

Решение (8.2.37) относительно ω дает резонансные частоты ω_∞:

$$\omega_{\infty 1,2}^2 = \frac{\omega_c^2 + \omega_H^2}{2} \pm \left\{\left(\frac{\omega_c^2 + \omega_H^2}{2}\right)^2 - \omega_c^2\omega_H^2\cos^4\alpha\right\}^{1/2}. \qquad (8.2.38)$$

При α = 0 имеем $\omega_{\infty 1} = \omega_c$ и $\omega_{\infty 2} = \omega_H$. В этом случае резонанс связан с совпадением частоты волны соответственно с плазменной частотой и гирочастотой электронов, что приводит к возбуждению соответствующих колебаний. При $\alpha = \pi/2$ получим $\omega_{\infty 1} = \left(\omega_c^2 + \omega_H^2\right)^{1/2}$ и $\omega_{\infty 2} = 0$. Частоту $\omega_p = \left(\omega_c^2 + \omega_H^2\right)^{1/2}$ называют верхней гибридной частотой. Для иллюстрации общих закономерностей поведения показателя преломления на рис. 8.3 приведены зависимости $n_{1,2}^2(\upsilon)$ для угла α ~ 45° и двух значений u: $u < 1$ (рис. 8.3 а) и $u > 1$ (рис. 8.3 б). Как видно из рис. 8.3 а, при $u < 1$ для обыкновенной волны существует область прозрачности в интервале

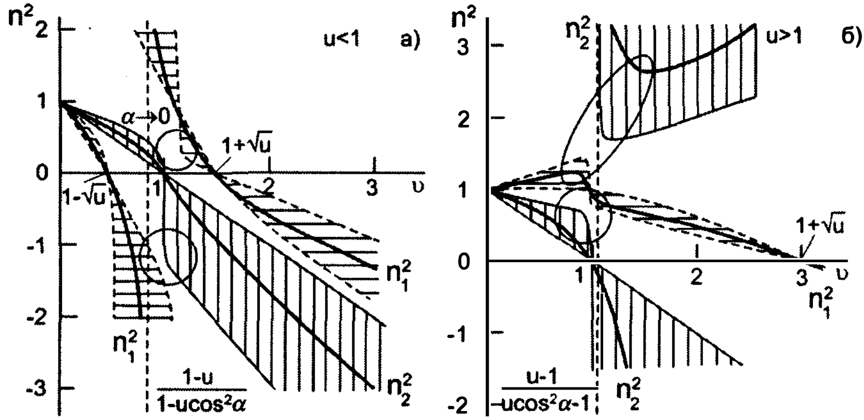


Рис. 8.3. Дисперсионные кривые для u < 1 (а) и u > 1 (б). Вертикальная штриховка соответствует области изменения показателя преломления для обыкновенной волны (n_2^2), а горизонтальная штриховка — для необыкновенной волны (n_1^2)

значений $0 \le \upsilon \le 1$, где возможно распространение радиоволн; для необыкновенной волны имеются две области прозрачности $0 \le \upsilon \le 1 - u^{1/2}$ и $\dfrac{1-u}{1-u\cos^2\alpha} < \upsilon \le 1 + u^{1/2}$. При $u > 1$ (см. рис. 8.3 б) для обыкновенной волны существуют две области прозрачности $0 \le \upsilon \le 1$ и $\upsilon > \dfrac{u-1}{u\cos^2\alpha - 1}$ (при $u\cos^2\alpha > 1$); для необыкновенной волны область прозрачности находится в интервале $0 \le \upsilon \le 1 + u^{1/2}$. Как видно из рис. 8.3 б, если $u > 1$, то в ионосфере при $\upsilon > \dfrac{u-1}{u\cos^2\alpha - 1}$ могут распространяться обыкновенные волны достаточно низких частот. Следует иметь в виду, что отрицательные значения $n_{1,2}^2(\upsilon)$ не имеют физического смысла, в этой области волна является быстро затухающей.

Рассмотрим частные случаи продольного (параллельно $\mathbf{H_0}$) и поперечного (перпендикулярно $\mathbf{H_0}$) распространения радиоволн. В случае продольного распространения ($\alpha = 0$) из (8.2.34) имеем

$$n_1^2 = 1 - \frac{\upsilon}{1 - u^{1/2}}, \qquad (8.2.39)$$

$$n_2^2 = 1 - \frac{\upsilon}{1 + u^{1/2}}. \tag{8.2.40}$$

На первый взгляд уравнение (8.2.40) соответствует обыкновенной волне, но это не совсем правильно. Действительно, в интервале $0 \le \upsilon \le 1$ знак «+» в уравнении (8.2.34) соответствует обыкновенной волне n_2, но в интервале $1 < \upsilon < 1 + u^{1/2}$ эта волна соответствует предельному случаю уравнения (8.2.34) со знаком «–», т. е. соответствует необыкновенной волне. Если угол α мал, но не равен нулю, то отражение происходит от точек $\upsilon_2 = 1$ для обыкновенной волны и $\upsilon_1 = 1 - u^{1/2}$ для необыкновенной волны. Лучше всего предельный переход от $\alpha \ne 0$ к $\alpha \to 0$ понятен из дисперсионных кривых для $n_{1,2}^2(\upsilon)$, показанных на рис. 8.3 а. В общем случае необыкновенная волна распространяется лишь до точки, в которой электронная концентрация удовлетворяет условию $\upsilon_1 = 1 - u^{1/2}$, где происходит ее полное отражение. Для углов $\alpha \ne 0$ обыкновенная волна отражается от точки $\upsilon_2 = 1$. При уменьшении угла α геометрическая оптика в области $\upsilon \approx 1$ становится неприменимой и будет происходить лишь частичное отражение обыкновенной волны от области $\upsilon \approx 1$. В области, обведенной на рис. 8.3 а кружками, при сближении дисперсионных кривых для n_1^2 и n_2^2 (при $\alpha \to 0$) будет происходить трансформация обыкновенной волны в необыкновенную волну и распространяющаяся вверх волна типа n_1^2 отразится от точки $\upsilon = 1 + u^{1/2}$. Идущая после отражения вниз необыкновенная волна в области $\upsilon \approx 1$ частично трансформируется в обыкновенную волну и частично поглотится в резонансной области $\upsilon \approx 1$. При $u > 1$ для продольного распространения ($\alpha = 0$) отражение в ионосфере имеет место только от уровня $\upsilon = 1 + u^{1/2}$. Подставляя (8.2.39) и (8.2.40) в (8.2.30) для волны с показателем преломления n_1^2, получаем $E_x = iE_y$, а для волны с показателем n_2^2 имеем $E_x = -iE_y$, т. е. для продольного распространения поляризация обеих волн является круговой. При этом направление вращения вектора **E** в необыкновенной волне совпадает с направлением вращения электрона в магнитном поле, а в обыкновенной волне они противоположны.

Для поперечного распространения ($\alpha = \pi / 2$) из (8.2.34) имеем

$$n_2^2 = 1 - \upsilon,$$

$$n_1^2 = 1 - \frac{\upsilon(1-\upsilon)}{1 - u - \upsilon}.$$

Как было показано выше, условия $n_2^2 = 0$ ($\upsilon = 1$) для обыкновенной волны и $n_1^2 = 0$ ($\upsilon = 1 \pm u^{1/2}$) для необыкновенной волны определяют высоты отражения. При $u < 1$ резонанс ($n_1^2 \to \infty$) возникает при $\upsilon = 1 - u$, т. е. на верхней гибридной частотой $\omega_p = (\omega_c^2 + \omega_H^2)^{1/2}$ (см. рис. 8.3 а). Как следует из (8.2.30), при поперечном распространении ($\alpha = \pi/2$) $C = 0$ и уравнения для компонент поля E_x и E_y разделяются. При этом эллипсы, описываемые вектором **E** в плоскости xy, вырождаются в прямые линии. Для обыкновенной волны $E_x = 0$ и вектор **E** направлен по оси y, т. е. по направлению магнитного поля H. В необыкновенной волне $E_y = 0$ и вектор **E** лежит в плоскости xz, т. е. необыкновенная волна является эллиптически поляризованной и имеет компоненты как по оси x, так и по оси z. При этом составляющая поля E_z определяется из (8.2.29) [31]:

$$D_z + \frac{i}{\omega} j_z = \varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z = 0,$$

$$E_z = -\frac{\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y}{\varepsilon_{zz}} = \frac{i u^{1/2} \upsilon \sin\alpha}{u - (1-\upsilon) - u\upsilon\cos^2\alpha} E_x + \frac{u\upsilon\cos\alpha\sin\alpha}{u - (1-\upsilon) - u\upsilon\cos^2\alpha} E_y$$

и для $\alpha = \pi/2$ имеем

$$E_z = \frac{i u^{1/2} \upsilon}{u - 1 + \upsilon} E_x .$$

Чисто продольное и чисто поперечное распространения реализуются далеко не всегда, во многих случаях практический интерес представляют квазипродольное и квазипоперечное приближения. Приближение квазипоперечного распространения определяется условием

$$u^2 \sin^2\alpha \gg 4u\cos^2\alpha(1-\upsilon),$$

тогда из (8.2.34) без учета соударений ($s = 0$) получим

$$n_1^2 = 1 - \frac{\upsilon(1-\upsilon)}{1 - \upsilon - u\sin^2\alpha}, \qquad n_2^2 = 1 - \upsilon .$$

Заметим, что при выводе формулы для n_2^2 в разложении корня в ряд пренебрегли членами высокого порядка малости. Это накладывает дополнительное условие на использование формулы для n_2^2:

$$\mathrm{tg}^2\alpha >> 1+\upsilon .$$

Приближение квазипродольного распространения определяется условием

$$(1-\upsilon)^2 >> \frac{\mathrm{u}\sin^4\alpha}{4\cos^2\alpha},$$

тогда из (8.2.34) получим

$$\mathrm{n}^2 = 1 - \frac{2\upsilon(1-\upsilon)}{2(1-\upsilon)(1\pm \mathrm{u}^{1/2}\cos\alpha) - \mathrm{u}\sin^2\alpha}. \qquad (8.2.41)$$

Если же справедливо неравенство

$$\left|1\pm \mathrm{u}^{1/2}\cos\alpha\right| >> \left|\frac{\mathrm{u}\sin^2\alpha}{2(1-\upsilon)}\right|, \qquad (8.2.42)$$

то из (8.2.41) получаем

$$\mathrm{n}^2 = 1 - \frac{\upsilon}{1\pm \mathrm{u}^{1/2}\cos\alpha}. \qquad (8.2.43)$$

Рассмотрим применение формул квазипродольного распространения при распространении волн относительно низких частот

$$\omega \le \omega_{\mathrm{H}},\ \omega^2 << \omega_{\mathrm{c}}^2. \qquad (8.2.44)$$

Из (8.2.43) видно, что при выполнении условия (8.2.44) волна со знаком «+» имеет показатель преломления

$$\mathrm{n}_2^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{1}{1+\dfrac{\omega_{\mathrm{H}}}{\omega}\cos\alpha} < 0$$

и распространяться не может. Для волны со знаком «–» с учетом (8.2.44) в правой части (8.2.43) единицей можно пренебречь, тогда получим

$$\mathrm{n}_1^2 = \frac{\upsilon}{\mathrm{u}^{1/2}\cos\alpha - 1}. \qquad (8.2.45)$$

Это приближение называется «свистовым», а саму волну, распространение которой возможно при $\mathrm{u}^{1/2}\cos\alpha > 1$, называют «свистовой» волной. Оно применимо к распространению длинных радиоволн в магнитосфере. При условии $\cos\alpha \sim 1$ и $u^{1/2}\cos\alpha >> 1$ волна с показателем преломления $n_1^2 = \dfrac{\omega_0^2}{\omega\omega_H \cos\alpha}$ может распространяться вдоль силовых линий магнитного поля Земли на значительные расстояния, вплоть до магнитосопряженной точки. Эти низкочастотные волны имеют большую дисперсию — время распространения сильно зависит от частоты. Сигналы такого типа называют свистящими атмосфериками, их источником являются грозовые разряды.

При изучении закономерностей распространения низкочастотных волн необходим учет движения ионов. При этом плазму можно рассматривать как электрически нейтральный газ и описывать его движение с помощью гидродинамических переменных (плотности, скорости, давления). Для двухкомпонентной плазмы (электроны и один сорт ионов) в приближении

$$\omega << \omega_H, \quad \omega << \omega_i, \quad \omega << \omega_c$$

выражение для коэффициента преломления можно получить в виде [32]

$$n_{1,2}^2 = \frac{A(1+\cos^2\alpha) \pm (A^2\sin^4\alpha + 4B\cos^2\alpha)^{1/2}}{2\cos^2\alpha}, \qquad (8.2.46)$$

где $A = 1 + \dfrac{\omega_c^2}{\omega_H^2} - \dfrac{\omega_i^2}{\omega^2 - \Omega_H^2}$, $B = -\dfrac{\omega\omega_i^2}{\Omega_H(\omega^2 - \Omega_H^2)}$.

Напомним, что $\Omega_H = \dfrac{eB_0}{M}$ — гирочастота ионов. В области очень низких частот $\omega << \Omega_H$ из (8.2.46) имеем

$$n_1^2 = \frac{\omega_{io}^2}{\Omega_H^2} = \frac{c_0^2}{\upsilon_A^2}, \qquad n_2^2 = \frac{c_0^2}{\upsilon_A^2\cos^2\alpha},$$

где $\upsilon_A = \dfrac{c_0\Omega_H}{\omega_{io}} = \dfrac{B_0}{(\mu_0 M N_i)^{1/2}}$ — скорость альвеновских волн. Здесь $\mu_0 = 1{,}257\cdot 10^{-6}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума. Поскольку $\upsilon_A^2 << c_0^2$, то $n^2 >> 1$. Волну с $n^2 = n_1^2$ называют быстрой магнитозвуковой волной, а волну с $n^2 = n_2^2$ — альвеновской. Альвеновские волны представляют собой поперечные колебания силовых линий магнитного поля, которые «вморожены» в плазму и движутся вместе с ней.

В области частот $\omega \approx \Omega_{\text{Н}}$ из (8.2.46) имеем

$$n_2^2 = \frac{c_0^2}{\upsilon_A^2} \cdot \frac{1+\cos^2\alpha}{2\cos^2\alpha} \cdot \frac{\omega\Omega_{\text{Н}}}{\Omega_{\text{Н}}^2 - \omega^2}. \tag{8.2.47}$$

Как видно из (8.2.47), при $\omega = \Omega_{\text{Н}}$ имеется резонанс, связанный с совпадением частоты волны с гирочастотой ионов, что приводит к возбуждению колебаний ионов. При этом n_1^2 остается конечной величиной. В области частот $\omega \approx \Omega_{\text{Н}}$ волну (8.2.47) называют ионно-циклотронной волной. Случай $\omega >> \Omega_{\text{Н}}$ соответствует условиям распространения «свистовой» волны и для нее показатель преломления выражается в виде (8.2.45). Подробное изложение особенностей распространения низкочастотных волн в ионосфере можно найти в [27, 31, 32]. В заключении заметим, что сложная зависимость показателя преломления от частоты, электронной концентрации, направления распространения волны относительно магнитного поля и наличие ионов делает необходимым проверку в каждом конкретном случае условий применимости того или иного приближения.

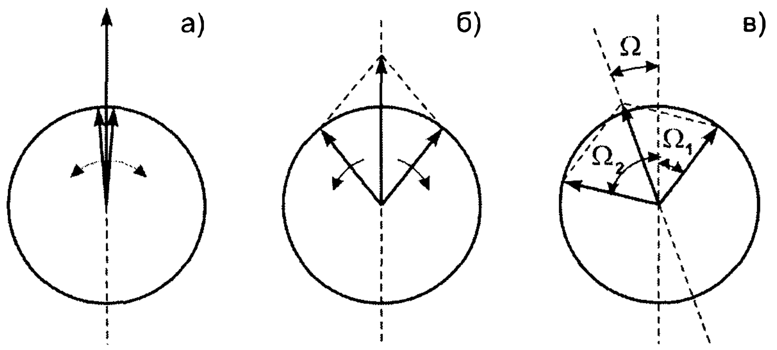


Рис. 8.4. Вращение плоскости поляризации при распространении волны вдоль магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскости рисунка

При падении волны на анизотропную ионосферу она расщепляется на две нормальные волны (обыкновенную и необыкновенную), которые распространяются с различными фазовыми скоростями. Пусть падающая волна линейно поляризована и распространяется вдоль магнитного поля. Тогда ее можно представить в виде двух поляризованных по кругу компонент, вращающихся в противоположных направлениях. Если бы показатели преломления обеих волн были равны, то векторы поля вращались бы с одинаковой угловой скоростью. При этом плоскость поляризации результирующей волны при ее распространении оставалась бы фиксированной (см. рис. 8.4 а, б). Из-за различия фазовых скоростей двух нормальных волн результирующий вектор будет вращаться по мере распространения волны и плоскость поляризации результирующей волны будет вращаться (см. рис. 8.4 в). Явление поворота плоскости поляризации при прохождении волны через анизотропную среду называют эффектом Фарадея.

Если в начальный момент векторы обыкновенной и необыкновенной волн совпадают, то при распространении на расстояние L результирующий вектор повернется на угол

$$\Omega = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2}$$

относительно исходного положения. Здесь Ω_2 и Ω_1 — углы поворота векторов поля обыкновенной и необыкновенной волн соответственно. На расстоянии длины волны λ вектор поля поворачивается на угол 2π. Следовательно, поворот в радианах при прохождении расстояния L равен

$$\Omega_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} L$$

для обыкновенной волны и

$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} L$$

для необыкновенной волны. Поскольку

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2} \text{ и } \lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1},$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве, а n_2 и n_1 — показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн соответственно, то

$$\Omega = \frac{\pi L}{\lambda_0}(n_2 - n_1). \qquad (8.2.48)$$

Из уравнения (8.2.34) следует, что

$$n_2^2 - n_1^2 = \frac{\upsilon\left(u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-\upsilon)^2 \cos^2 \alpha\right)^{1/2}}{(1-\upsilon)(1-u\cos^2 \alpha) - u\sin^2 \alpha}.$$

На частотах, значительно превышающих плазменную частоту ($\upsilon \ll 1$), показатели преломления n_2 и n_1 близки к единице, так что

$$n_2 - n_1 \approx \frac{1}{2}\frac{\upsilon\left(u^2\sin^4\alpha + 4u(1-\upsilon)^2\cos^2\alpha\right)^{1/2}}{(1-\upsilon)(1-u\cos^2\alpha) - u\sin^2\alpha}.$$

При квазипродольном распространении, когда $\sin\alpha \to 0$, получим

$$n_2 - n_1 \approx \frac{\upsilon u^{1/2}\cos\alpha}{1-u\cos^2\alpha}. \qquad (8.2.49)$$

Подставляя (8.2.49) в (8.2.48), получим

$$\Omega \approx \frac{\pi L}{\lambda_0}\cdot\frac{\upsilon u^{1/2}\cos\alpha}{1-u\cos^2\alpha} = \frac{\pi L}{c_0}\cdot\frac{f_e^2 f_H\cos\alpha}{f^2 - f_H^2\cos^2\alpha}.$$

Поскольку частота волны f много больше гирочастоты f_H ($f \gg f_H$), имеем

$$\Omega \approx \frac{\pi L}{c_0}\cdot\frac{f_e^2 f_H\cos\alpha}{f^2}.$$

Если на пути распространении волны электронная концентрация и магнитное поле изменяются, то выражение для Ω надо заменить интегральной формой записи:

$$\Omega = 0{,}05 f^{-2}\int_L N_e H_0\cos\alpha\, dl,$$

где частота f выражается в герцах, электронная концентрация N_e — в $м^{-3}$, а Ω — в радианах. Напомним, что напряженность геомагнитного поля $H_0 = \frac{B_0}{\mu_0}$ имеет размерность Ампер/м. Если в пределах ионосферы величина $H_0\cos\alpha$ меняется мало, то ее можно вынести за знак интеграла, тогда

$$\Omega = 0{,}05 f^{-2} H_0\cos\alpha\int_L N_e\, dl. \qquad (8.2.50)$$

Напомним, что выражение (8.2.50) получено в приближении квазипродольного распространения, с увеличением угла α и переходом к поперечному распространению оно перестает быть справедливым.

Обсудим фазовую и групповую скорость волны в плазме. Скорость перемещения уровня постоянной фазы монохроматической волны ($\omega t - kr = \text{const}$)

$$c_p = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{k_0 n} = \frac{c_0}{n}$$

называют фазовой скоростью. В различных задачах часто используется понятие «фазовый путь». Это полный набег фазы волны, отнесенный к волновому вектору в вакууме, т. е.

$$L_\phi = \frac{\Delta\Phi}{k_0} = \frac{k_0 n \Delta r}{k_0} = n\Delta r .$$

В неоднородной среде фазовый путь L_ϕ записывается в виде

$$L_\phi = \int n(r,\omega)\, dr . \qquad (8.2.51)$$

В диспергирующей среде показатель преломления зависит от частоты, поэтому каждая спектральная компонента сигнала распространяется со своей фазовой скоростью

$$c_p = \frac{c_0}{n(\omega, r)} .$$

В этом случае для оценки скорости распространения сигнала вводят групповую скорость c_g, которая характеризует скорость распространения огибающей сигнала, согласно (2.6.4)

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0}{d(\omega n)/d\omega} ,$$

если $n^2 = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}$, то имеем $c_g = c_0 n$. Аналогично фазовому пути вводят групповой путь волны

$$L_{гр} = \frac{d\Phi}{dk_0} = \frac{d(\omega n)}{d\omega}\Delta r ,$$

для неоднородной среды имеем

$$L_{гр} = \int \frac{d(\omega n)}{d\omega} dr. \qquad (8.2.52)$$

Из (8.2.51) и (8.2.52) получаем соотношение, связывающее групповой и фазовый пути распространения волны,

$$L_{гр} = L_{ф} + \omega \frac{dL_{ф}}{d\omega}.$$

Поскольку в ионосфере $n^2 < 1$, то $c_g < c_0$ и $c_p > c_0$, а их произведение $c_g c_p = c_0^2$. В изотропной диспергирующей среде направления фазовой и групповой скоростей совпадают с направлением вектора Пойнтинга, характеризующего направление распространения энергии волны. В магнитоактивной ионосфере величина групповой скорости согласно [31] определяется выражением

$$c_g = \left|\frac{\partial \omega}{\partial k}\right| = \frac{c_0 \left(1 + \dfrac{1-\gamma^2}{n_{1,2}^2}\left(\dfrac{\partial n_{1,2}}{\partial \gamma}\right)^2\right)^{1/2}}{n_{1,2} + \omega\left(\dfrac{\partial n_{1,2}}{\partial \omega}\right)},$$

где $\gamma = \cos\alpha$, α — угол между направлением вектора **k** и вектором постоянного магнитного поля H_0. В анизотропной ионосфере направления распространения фазы и энергии волны не совпадают, т. е. векторы $\mathbf{c}_p$ (или **k**) и $\mathbf{c}_p$ не параллельны. Угол β между нормалью к фронту волны $\mathbf{c}_p$ (**k**) и вектором $\mathbf{c}_p$ согласно [31] равен

$$\cos\beta = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{1-\gamma^2}{n_{1,2}^2}\left(\dfrac{\partial n_{1,2}}{\partial \omega}\right)^2\right)^{1/2}}.$$

Величина угла β зависит от направления распространения волны относительно магнитного поля. В двух предельных случаях продольного ($\alpha = 0$) и поперечного ($\alpha = \pi/2$) распространения угол $\beta = 0$.

Рассмотрим далее поглощение радиоволн в плазме. Соударения между электронами и другими частицами приводят к ослаблению радиоволн при их распространении в ионосфере. Поглощающие свойства среды описываются мнимой частью комплексного показателя преломления (8.2.31). В пренебрежении магнитным полем ($u = 0$) из (8.2.31) имеем

$$\left(n + i\chi\right)^2 = 1 - \frac{\upsilon}{1 + is}. \tag{8.2.53}$$

Мнимая часть χ определяет затухание волны. Из (8.2.53), разделяя действительную и мнимую части, получаем

$$n^2 - \chi^2 = 1 - \frac{\upsilon}{1 + s^2}, \quad \chi = \frac{1}{2n} \cdot \frac{\upsilon s}{1 + s^2}. \tag{8.2.54}$$

Это выражение совпадает с (8.2.18). Поглощение радиоволн в ионосфере можно разделить на две части: неотклоняющее поглощение, где показатель преломления $n \approx 1$, но велико произведение $N\nu$ — это поглощение высокочастотных волн, которое имеет место в нижних слоях D и E ионосферы и отклоняющее поглощение в области существенной рефракции при уменьшении показателя преломления n. Найдем коэффициент ослабления для неотклоняющего поглощения. При распространении в ионосфере волна в результате поглощения испытывает ослабление

$$E = E_0 e^{-\frac{\omega}{c_0}\int \chi\, dl} = E_0 e^{-\Gamma}.$$

Коэффициент ослабления Г, выраженный в децибелах, запишем в виде

$$\Gamma = 20\lg\frac{E_0}{E} = 20\frac{\omega}{c_0}\int \chi\, dl\ \lg e. \tag{8.2.55A}$$

Отсюда с учетом (8.2.54) можно определить нормированный на единицу длины коэффициент ослабления

$$\alpha = 20\frac{\omega}{c_0}\chi \lg e = 4{,}6 \cdot 10^{-2}\frac{N\nu}{\omega^2 + \nu^2}\ \text{дБ/км}, \tag{8.2.55}$$

где N — в м$^{-3}$, а ω и ν — в Гц. В этом параграфе мы привели основные закономерности распространения радиоволн в плазме, более полные сведения можно найти в [27–32].

8.3. Закономерности ионосферного распространения коротких радиоволн

В коротковолновом диапазоне эффективное функционирование радиоэлектронных систем различного назначения в значительной мере зависит от понимания механизмов ионосферного распространения радиоволн и наличия оперативных данных о состоянии ионосферы для адаптации таких систем к условиям распространения радиоволн. Для объяснения наблюдаемых характеристик коротковолновых сигналов необходимо привлекать различные механизмы распространения, которые определяются особенностями пространственно-временного распределения электронной концентрации. Механизмы ионосферного распространения включают скачковое распространение, когда волна попадает в точку приема после последовательных отражений от ионосферы и земной поверхности, волноводное распространение, когда волна распространяется в приподнятых над Землей ионосферных волновых каналах, не касаясь земной поверхности, распространение лучом Педерсена, когда волна «скользит» в окрестности максимума F2-слоя, а также их комбинации. Верхний предел диапазона частот, который может быть использован для коротковолновой радиосвязи, обычно определяется максимальным значением электронной концентрации в ионосфере, а нижний — совокупностью таких факторов, как ослабление и замирания сигнала, уровень помех от посторонних радиостанций и чувствительность приемной аппаратуры.

Основные составляющие ослабления — это потери из-за поглощения при распространении радиоволн в ионосфере, связанные с переходом электромагнитной энергии в тепловую за счет столкновений заряженных частиц с нейтральными частицами, и потери при отражении от Земли, которые зависят от электрических свойств земной поверхности и ее рельефа. Кроме того, изменение уровня сигнала может происходить за счет фокусировки или дефокусировки сигнала при распространении в сферической ионосфере и рефракции радиоволн на горизонтальных градиентах электронной плотности, а также в результате рассеяния на неоднородностях электронной концентрации. Уровень принимаемого сигнала зависит от согласования диаграмм направленности антенн передатчика и приемника в вертикальной плоскости с угловой структурой поля радиоволн в канале Земля — ионосфера, а также от согласования поляризаций волны принимаемого сигнала и приемной антенны. С точки зрения связиста, для организации надежной радиосвязи важную роль играет выбор частоты с минимальным уровнем помех в точке приема, который в коротковолновом диапазоне определяется в первую очередь уровнем сигналов посторонних радиостанций и зависит от времени суток, частоты, месте расположения приемника и диаграммы антенны. Замирания сигнала обусловлены интерференцией радиоволн, когда в точку приема приходят лучи, прошедшие различное число скачков. Замирания бывают быстрые с длительностью замираний от долей секунды до нескольких десятков секунд — они связаны с изменением фаз интерферирующих волн за счет пространственно-временных вариаций показателя преломления. Медленные замирания с периодами от нескольких минут до десятков минут обусловлены фокусировкой или дефокусировкой радиоволн на перемещающемся крупномасштабном возмущении типа волнового возмущения, а также связаны с вариациями поглощения. Важно отметить, что во время магнитно-ионосферных возмущений, а особенно во время рентгеновских вспышек на Солнце, на трассах, проходящих через дневную ионосферу, может наблюдаться эффект блэкаута — непрохождения коротких радиоволн. Этот эффект связан с увеличением ионизации в нижней ионосфере, когда электронная концентрация на высотах D-слоя возрастает в десятки и сотни раз, что приводит к сильному (на 40–50 дБ) поглощению коротких радиоволн. Длительность блэкаута может составлять единицы–десятки минут в зависимости от интенсивности рентгеновской вспышки и ее временного профиля. В настоящем параграфе в геометрооптическом (лучевом) приближении описаны основные закономерности ионосферного распространения коротких радиоволн, рассмотрены особенности волноводного распространения и механизмы возбуждения ионосферных волновых каналов, которые приводят к волноводному распространению радиоволн.

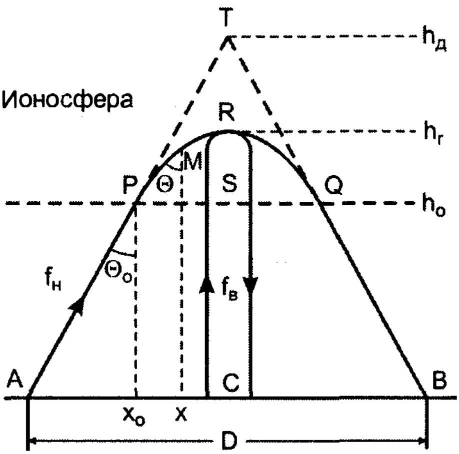


Рис. 8.5. Траектории лучей на частотах $f_н$ и $f_в$ при наклонном и вертикальном падении на плоскослоистую ионосферу при отражении радиоволн на одной и той же истинной высоте h_r

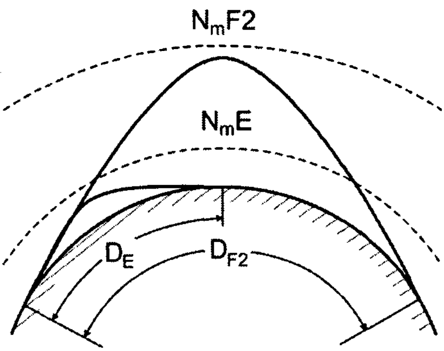


Рис. 8.6. Максимальные дальности одного скачка при отражении радиоволн от E и F2-слоев

Начнем с изложения нескольких теорем, которые связывают характеристики наклонно и вертикально распространяющихся волн, когда они отражаются на одной истинной высоте. Первая из них устанавливает связь между частотами наклонно и вертикально падающих волн. Для простоты рассмотрим случай плоскослоистой ионосферы в пренебрежении магнитным полем. На рис. 8.5 показаны траектории при наклонном (частота $f_н$) и вертикальном (частота $f_в$) распространении волн, отражающихся от одной истинной высоты. Согласно закону преломления Снеллиуса $n\sin\theta = n_0 \sin\theta_0$ отражение вертикально падающей волны ($\theta_0 = 0$) имеет место на высоте, где $\theta = \pi/2$, т. е. при $n = 0$. Для наклонно падающей волны отражение имеет место на высоте, где $n = \sin\theta_0$ (на поверхности Земли $n_0 = 1$). Учитывая, что $n^2 = 1 - f_c^2 \cdot f^{-2}$, где f_c — плазменная частота на высоте отражения, получим

$$1 - \frac{f_c^2}{f_н^2} = \sin^2\theta_0, \tag{8.3.1}$$

$$1 - \frac{f_c^2}{f_в^2} = 0. \tag{8.3.2}$$

Отсюда получаем связь между частотами наклонно и вертикально падающих волн, когда они отражаются на одной истинной высоте, соответствующей плазменной частоте f_c,

$$f_н = f_в \cdot \cos^{-1}\theta_0, \tag{8.3.3}$$

т. е. частота волны, которую еще способна отражать ионосфера, тем выше, чем более наклонно волна падает на нее. Наибольшая частота, которая обеспечивает прохождение волн к приемному пункту, называется применимой частотой. При увеличении угла $_0$ для расстояний между передатчиком и приемником D > 500 км необходимо учитывать сферичность Земли. В этом случае связь между частотами $f_н$ и $f_в$ можно установить, используя обобщенный закон Снеллиуса (2.5.21) для сферически-симметричной ионосферы

$$n(a+h)\sin\theta = n_0 a \sin\theta_0, \tag{8.3.4}$$

где a — радиус Земли. Максимальная частота f_{max}, которая еще отражается ионосферой, будет для луча, излученного касательно к поверхности Земли ($_0$ = /2). Этому лучу будет соответствовать максимальная дальность скачка D. Для E-слоя $D_E \sim 2000$ км, для F2-слоя $D_{F2} \sim 4000$ км (см. рис. 8.6). Полагая, что в точке отражения = /2, после подстановки $n^2 = 1 - \frac{f_к^2}{f_{max}^2}$ в (8.3.4) получаем

$$\left(1 - \frac{f_к^2}{f_{max}^2}\right)\left(1 + \frac{h}{a}\right)^2 = 1, \tag{8.3.5}$$

где $f_к$ — критическая частота ионосферы. Критической частотой называется частота вертикально падающей волны, которая отражается от уровня наибольшей электронной концентрации данного слоя ионосферы. В соответствии с (8.1.11) $f_к = (80{,}8N_m)^{1/2}$. Здесь N_m — максимальное значение электронной концентрации ионосферного слоя. Из (8.3.5) получаем

$$f_{max} = \frac{f_к}{\left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{a}\right)^2}\right)^{1/2}} \approx f_к \left(\frac{a}{2h}\right)^{1/2}. \tag{8.3.6}$$

В итоговой формуле (8.3.6) мы пренебрегли членами $\frac{h}{a} \ll 1$, $\frac{h^2}{a^2} \ll 1$ (в ионосфере h < 400 км, a = 6370 км). Согласно формуле (8.3.6) при отражении от E-слоя (h= 110 км) имеем $f_{max} \approx 5{,}4 f_к E$, при отражении от F-слоя (h = 250 км) $f_{max} \approx 3{,}58 f_к F$, где $f_к E$ и $f_к F$ — критические частоты для E-слоя и F-слоя соответственно.

Вторая теорема устанавливает равенство времени группового распространения волны по истинному, искривленному за счет рефракции в ионосфере пути ARB с временем, которое необходимо волне, чтобы пройти в вакууме вдоль эквивалентного пути ATB по сторонам треугольника, описанного около истинной траектории (см. рис. 8.5). Ее еще называют теоремой Брейта—Тьюва [28]. Время распространения волны вдоль лучевой линии равно

$$t = \int_{ARB} \frac{dl}{c_g} = \frac{1}{c_0} \int_{ARB} \frac{dl}{n_н}, \qquad (8.3.7)$$

где $c_g = c_0 n_н$ — групповая скорость, c_0 — скорость света, $n_н$ — показатель преломления для наклонного распространения. Делая замену $dl = dx / \sin\theta$ и используя закон Снеллиуса $\sin\theta = \sin\theta_0 / n_н$, после подстановки dl и $n_н$ в (8.3.7) получаем

$$t = \frac{1}{c_0 \sin\theta_0} \int_{ATB} dx = \frac{D}{c_0 \sin\theta_0} = \frac{AT + TB}{c_0}, \qquad (8.3.8)$$

где D — проекция луча на поверхность Земли.

Важное практическое значение имеет теорема Мартина [28], устанавливающая равенство действующих высот отражения при наклонном и вертикальном падении волны на ионосферу, когда обе волны отражаются от одной истинной высоты. При наклонном распространении волны по пути ARB действующая высота отражения

$$h_д = \frac{c_0 t_н \cos\theta_0}{2} = \frac{P_{гр} \cos\theta_0}{2},$$

где $t_н$ и $P_{гр}$ — время запаздывания и групповой путь волны соответственно. $P_{гр}$ можно представить в виде

$$P_{гр} = 2\left(AP + \int_{PR} \frac{dl}{n_н} \right). \qquad (8.3.9)$$

Используя закон Снеллиуса, формулы для показателей преломления наклонной $n_н = \left(1 - \frac{f_c^2}{f_н^2}\right)^{1/2}$ и вертикальной $n_в = \left(1 - \frac{f_c^2}{f_в^2}\right)^{1/2}$ волн, а также связь (8.3.3) между частотами $f_н$ и $f_в$, можно получить формулу

$$n_п \cos\theta = n_в \cos\theta_0 . \qquad (8.3.10)$$

Подставляя (8.3.10) в выражение (8.3.9), получаем

$$\frac{1}{2}P_{гр} = AP + \int\limits_{PR} \frac{dl\cos\theta}{n_в \cos\theta_0} = AP + \frac{1}{\cos\theta_0}\int\limits_{SR}\frac{dh}{n_в}, \qquad (8.3.11)$$

отсюда имеем

$$h_д = \frac{1}{2}\cos\theta_0 P_{гр} = AP\cos\theta_0 + \int\limits_{SR}\frac{dh}{n_в} = \frac{c_0 t_в}{2},$$

где $t_в$ — время запаздывания при вертикальном распространении волны до области отражения и обратно на пути CRC (рис. 8.5).

Для анализа экспериментальных данных наклонного распространения коротких радиоволн часто бывает полезным другое представление для группового пути $P_{гр}$. На участке траектории от точки P до точки M (см. рис. 8.5) формулу для группового пути $P_{гр}$ можно записать в виде

$$P_{гр} = \int\frac{dl}{n_п} = \int\limits_{x_0}^{x}\frac{dx}{\sin\theta_0} = \frac{x - x_0}{\sin\theta_0}, \qquad (8.3.13)$$

отсюда

$$x = P_{гр}(f, \theta_0)\sin\theta_0 + h_0 tg\theta_0 . \qquad (8.3.14)$$

С другой стороны, групповой путь волны на ионосферном участке трассы до точки отражения PR можно представить в виде

$$P_{гр} = \int\limits_{h_0}^{h}\frac{dh}{n\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta_0}\int\limits_{h_0}^{h}\frac{dh}{\left(1 - \dfrac{f_c^2(h)}{f^2\cos^2\theta_0}\right)^{1/2}} . \qquad (8.3.15)$$

Анализ выражений (8.3.14) и (8.3.15) показывает, что с увеличением угла θ_0 путь $P_{гр}(f, \theta_0)$ уменьшается от значения, равного бесконечности, когда $f\cos\theta_0 = f_c^2(h)$, до нуля, когда $\theta_0 = \pi/2$ и волна не проникает в ионосферу. Второй член в (8.3.14) $h_0 tg\theta_0$, наоборот, возрастает с увеличением угла θ_0. Таким образом, проекция траектории луча на поверхность земли $x(\theta_0)$, являющаяся суммой двух членов, имеет минимум при некотором значении угла θ_m.

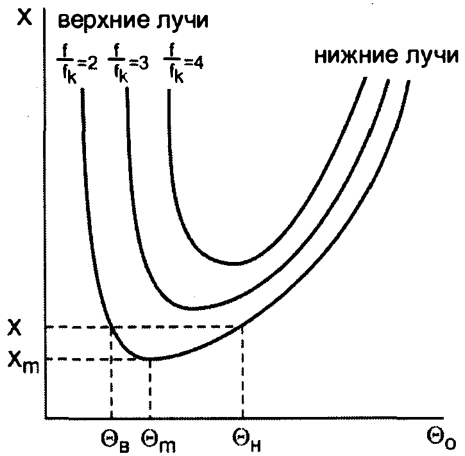


Рис. 8.7. Зависимость дальности распространения радиоволн от излучателя до приемника от угла θ_0

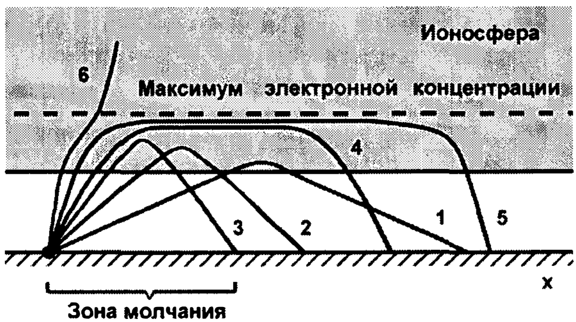


Рис. 8.8. Лучевые траектории на фиксированной частоте при различных углах излучения

На рис. 8.7 показана зависимость величины x от угла θ_0 для различных значений отношения частоты волны f к критической частоте $f_к$ ионосферного слоя. Из рисунка видно, что при углах, меньших и больших θ_m, значение x двузначно, т. е. одному и тому же значению x соответствуют два угла θ_0. Меньшему значению угла θ_0 соответствует верхний луч, который распространяется на высотах вблизи максимума слоя, его называют модой Педерсена. Большему значению угла θ_0 соответствует нижний луч, который отражается на меньших высотах. Из рис. 8.7 видно, что дальность распространения верхнего луча весьма чувствительна к изменению угла θ_0. Это означает, что энергия, излучаемая в узком угловом интервале $\Delta\theta$, «размазывается» по очень большой площади земной поверхности. Значение x_m и соответствующий ему угол θ_m характеризуют так называемую зону молчания («мертвую зону») коротких волн при заданной частоте f. Величина x_m есть минимальное расстояние, начиная с которого при наклонном падении волны заданной частоты f появляются отражения от ионосферы. На этом расстоянии частота f является максимальной частотой, при которой еще наблюдается отражение. Эту частоту называют максимальной применимой частотой для расстояния x_m. На этой и бóльших частотах отсутствуют лучи, которые могли бы, отразившись от ионосферы, попасть внутрь зоны молчания и достичь расстояний $x < x_m$. На рис. 8.8 показаны траектории лучей фиксированной частоты для различных углов θ_0. При больших углах падения на ионосферу (луч 1) волна отражается к Земле на больших расстояниях. С уменьшением угла падения расстояние уменьшается до тех пор, пока не достигает «зоны молчания» (луч 3). При еще меньших углах луч глубже проникает в ионосферу, и расстояние вновь увеличивается (лучи 4 и 5) до тех пор, пока волна не пройдет через слой (луч 6). Траектории 1–3 соответствуют нижним лучам, а траектории 4 и 5 — верхним.

Если известны функция $P_{гр}(f,\theta_0)$, значение h_0 и задана частота f, то x_m и θ_m определяются из условия равенства нулю производной x по углу θ_0 (см. (8.3.14))

$$\frac{\partial x}{\partial\theta_0}=\frac{\partial P_{гр}}{\partial\theta_0}\sin\theta_0+P_{гр}\cos\theta_0+\frac{h_0}{\cos^2\theta_0}=0 \qquad (8.3.16)$$

и формулы (8.3.14).

Расстояние D (проекция луча на поверхность Земли) и групповой путь волны $P_{гр}(f,\theta_0)$ при ионосферном распространении радиоволн можно определить путем расчета лучевых траекторий. Особенно просто это сделать в случае плоскослоистой ионосферы и в пренебрежении магнитным полем. Как видно из рис. 8.5, выражение для расстояния D между передатчиком A и приемником B можно представить в виде

$$D=2h_0\,tg\theta_0+2\int_{h_0}^{h_r}tg\theta\,dh=2h_0\,tg\theta_0+2\sin\theta_0\int_{h_0}^{h_r}\frac{dh}{\left(n^2-\sin^2\theta_0\right)^{1/2}}, \qquad (8.3.17)$$

где h_0 — высота начала слоя, h_r — высота отражения волны от ионосферы.

При выводе (8.3.17) использовали закон Снеллиуса $n\sin\theta = n_0\sin\theta_0$ для плоскослоистой ионосферы. Для простоты расчетов рассмотрим параболический профиль электронной концентрации (8.1.5), тогда для показателя преломления имеем

$$n^2 = 1-\frac{f_c^2(h)}{f^2} = 1-\frac{f_к^2}{f^2}\left[1-\left(\frac{h_m-h}{d}\right)^2\right], \tag{8.3.18}$$

где $h_m = h_0 + d$ — высота максимума слоя, d — полутолщина слоя, $f_к$ — критическая частота ионосферы. Высота отражения h_r находится из условия $n^2(h_r) = \sin^2\theta_0$ или

$$1-\frac{f_к^2}{f^2}\left[1-\left(\frac{h_m-h_r}{d}\right)^2\right] = \sin^2\theta_0. \tag{8.3.19}$$

После подстановки (8.3.18) и (8.3.19) в (8.3.17) и интегрирования получаем

$$D = 2h_0\mathrm{tg}\theta_0 + \sin\theta_0\frac{f}{f_к}d\ln\frac{1+\dfrac{f}{f_к}\cos\theta_0}{1-\dfrac{f}{f_к}\cos\theta_0}. \tag{8.3.20}$$

Групповой путь волны $P_{гр}(f,\theta_0)$ можно определить на основе теоремы Брейта—Тьюва (см. (8.3.8))

$$P_{гр}(f,\theta_0) = \frac{D}{\sin\theta_0} = 2h_0\sec\theta_0 + \frac{f}{f_к}d\ln\frac{1+\dfrac{f}{f_к}\cos\theta_0}{1-\dfrac{f}{f_к}\cos\theta_0}. \tag{8.3.21}$$

На основании формул (8.3.20) и (8.3.21) для заданной модели ионосферного слоя можно построить зависимости $P_{гр}(f,\theta_0)$ и $D(f,\theta_0)$, по которым можно определить временные и угловые-частотные характеристики радиоволн, распространяющихся между точками А и В. Выражения для $P_{гр}(f,\theta_0)$ и $D(f,\theta_0)$ легко обобщаются на случай сферически-симметричной ионосферы для квазипараболического профиля (8.1.6).

Если частота волны меньше максимально применимой частоты, то радиоволны могут распространяться на значительные расстояния путем последовательного отражения от Земли и ионосферы. При распространении волн на расстояния порядка 1–3 тыс. км ионосферу можно считать сравнительно однородной в горизонтальном направлении, за исключением трасс, пересекающих сумеречную зону (границу день/ночь), экваториальную аномалию или ионосферный провал, где существуют заметные горизонтальные градиенты электронной концентрации. Анализ распространения коротких радиоволн в этом случае может быть проведен на основе приведенных выше соотношений, устанавливающих связь ключевых характеристик сигнала (максимальная применимая частота, углы прихода и излучения, время группового запаздывания и др.) с параметрами ионосферы.

Иная ситуация возникает в случае дальнего, в частности, кругосветного распространения. Трасса может проходить через сильно различающиеся области ионосферы, например ее дневную и ночную стороны или полярные, среднеширотные и экваториальные зоны. Состояние ионосферы в этих областях и условия распространения коротких радиоволн в них существенно различны. При этом теория скачкового распространения (последовательного отражения волны от ионосферы и Земли) во многих случаях не согласуется с экспериментальными данными. Так, максимальная частота, на которой наблюдаются кругосветные сигналы, довольно часто существенно превышает максимально применимую частоту скачкового распространения. Расчетные значения поля на протяженных радиолиниях во многих случаях оказываются заниженными по сравнению с экспериментом. Эти факты свидетельствуют о наличии других механизмов дальнего распространения, отличных от скачкового. Качественный анализ закономерностей дальнего распространения коротких радиоволн удобно проводить, используя механическую аналогию с движением частицы в потенциальном поле. Дело в том, что радиальная часть поля волны R при распространении в сферическом слое ионосферы описывается тем же уравнением шредингеровского типа, которое в механике описывает движение частицы в силовом поле (см. [33])

$$\frac{d^2R}{dz^2}+k_0^2\left(\Pi-U(z)\right)R=0, \tag{8.3.22}$$

где $k_0=\omega/c_0$, Π — постоянная, z — вертикальная координата,

$$U(z)\equiv U(h)=-1+\frac{f_e^2(h)}{f^2}-\frac{2h}{a}=-1+\frac{80{,}8N_e(h)}{f^2}-\frac{2h}{a} \tag{8.3.23}$$

— потенциальная функция, h — высота над поверхностью Земли.

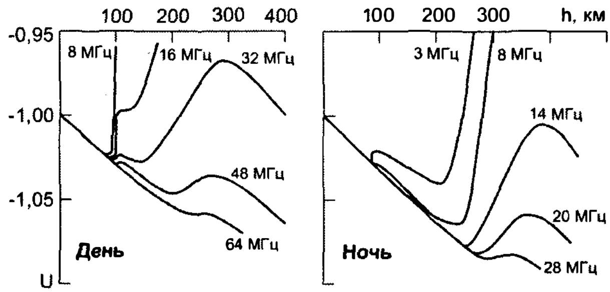


Рис. 8.9. Зависимость $U(h)$ от высоты h для различных частот для условий дневной и ночной ионосферы

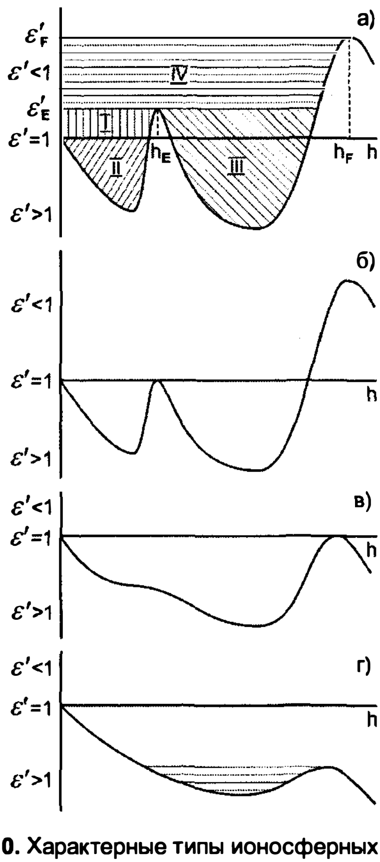


Рис. 8.10. Характерные типы ионосферных каналов для различного вида потенциала u(f, h)

Заметим, что $-U = \varepsilon'$, где ε' — модифицированная диэлектрическая проницаемость ионосферной плазмы с учетом сферичности Земли [33]. Как видно из (8.3.23), вид функции $U(h)$ определяется высотным распределением электронной концентрации $N_c(h)$. На рис. 8.9 показан высотный ход функции $U(h)$ для различных частот f, построенный для типичных профилей электронной концентрации для дневных и ночных условий среднеширотной ионосферы периода высокой солнечной активности. Поскольку функция $U(h)$ играет роль потенциала в уравнении Шредингера, то при наличии минимумов $U(h)$ (максимумов ε') возникают потенциальные ямы, в которые может быть захвачена частица. На языке распространения радиоволн наличие минимумов $U(h)$ определяет ионосферные каналы, в которых могут распространяться радиоволны, совершая осцилляции по высоте h. Минимумы функции $U(h)$ определяют области волноводного («устойчивого») распространения, а в окрестности максимумов функции $U(h)$ реализуется механизм скользящего распространения, когда энергия радиоволн сосредоточена в небольшом интервале высот вблизи максимума электронной концентрации ионосферного слоя. На волновом языке это область «неустойчивого» распространения верхнего луча (моды Педерсена), где по мере распространения волны происходит ее высвечивание («вытекание») из ионосферного канала. Поэтому этот механизм распространения называют еще антиволноводным. Характерные типы ионосферных каналов показаны на рис. 8.10 а:

- Канал I (вертикальная штриховка) расположен между Землей и высотой максимума Е-слоя ионосферы h_E. В этом канале радиоволны распространяются *скачками* путем последовательного отражения от Е-слоя ионосферы и Земли. Согласно закону Снеллиуса $(\varepsilon')^{1/2} \cos\psi = \cos\psi_0$ для радиоволн, распространяющихся в канале I, углы излучения ψ_0, составляемые волновым вектором волны с горизонталью на поверхности Земли, лежат в интервале $0 \le \psi_0 \le \arccos(\varepsilon'_E)^{1/2}$.
- Канал II (наклонная штриховка) — это приподнятый над Землей канал, в котором радиоволны могут распространяться по рикошетирующим траекториям, не касаясь поверхности Земли с верхней границей отражения от Е-слоя ионосферы.
- Канал III (наклонная штриховка) — это приподнятый над Землей межслоевой канал FE, расположенный выше основных поглощающих слоев ионосферы, в котором радиоволны могут распространяться между E и F областями ионосферы на значительные расстояния без промежуточных отражений от Земли.

- Канал IV (горизонтальная штриховка) расположен между Землей и высотой максимума F-слоя ионосферы h_F. В этом канале радиоволны распространяются скачками путем последовательного отражения от F-слоя ионосферы и Земли. Для радиоволн, распространяющихся в канале IV, углы излучения ψ_0, составляемые волновым вектором волны с горизонталью на поверхности Земли, лежат в интервале $\arccos(\varepsilon'_E)^{1/2} \le \psi_0 \le \arccos(\varepsilon'_F)^{1/2}$.

Полная классификация ионосферных каналов при наличии D и F1 слоев приведена в [33]. Используя закон Снеллиуса для сферически-симметричной ионосферы $n(h)(a+h)\cos\psi = n_0 a\cos\psi_0$, можно получить полезное соотношение, связывающее угол ψ, составляемый волновым вектором волны с горизонталью ($\psi = \pi/2-\theta$), с потенциальной функцией $U(h)$. Примем, что для дальнего распространения углы ψ_0, $\psi \ll 1$ и сделаем замену $\cos\psi_0 \approx 1-\psi_0^2/2$, $\cos\psi \approx 1-\psi^2/2$. На основе закона Снеллиуса для высоких частот $\frac{f_0^2}{f^2} \ll 1$ в пренебрежении магнитным полем имеем

$$\left(1-\frac{f_c^2(h)}{f^2}\right)\left(1+\frac{2h}{a}\right)\left(1-\psi^2\right) = 1-\psi_0^2, \tag{8.3.24}$$

$$1+\frac{2h}{a}-\frac{f_c^2(h)}{f^2}-\psi^2 \approx 1-\psi_0^2, \tag{8.3.25}$$

$$-U(f,h)-\psi^2 = 1-\psi_0^2, \tag{8.3.26}$$

$$\psi(f,h) = \left[\psi_0^2-1-U(f,h)\right]^{1/2}. \tag{8.3.27}$$

Если угол излучения с Земли $\psi_0 = 0$, то имеем

$$\psi(f,h) = \left[-1-U(f,h)\right]^{1/2} = \left[-1+\varepsilon'(f,h)\right]^{1/2}. \tag{8.3.28}$$

Отсюда видно, что если $U(f,h) > -1$, ($\varepsilon'(f,h) < 1$), то подкоренное выражение в (8.3.28) меньше нуля. Это означает, что волна на данной частоте f отражается от ионосферы. Этому случаю соответствует вид потенциала $-U = \varepsilon'$ на рис. 8.10 а. С ростом частоты f реализуется ситуация, когда во всем высотном интервале $U(f,h) < -1$, ($\varepsilon' > 1$). При этом подкоренное выражение в (8.3.28) больше нуля. Это означает, что при распространении в ионосфере угол $\psi > 0$ и радиоволна на этой частоте, излученная с Земли, не отражается и пронизывает ионосферу. Это частота выше максимальной применимой частоты и ей соответствует вид потенциала $-U = \varepsilon'$ на рис. 8.10 г. Из рис. 8.10 г видно также, что и в этом случае потенциальная функция $U(f, h)$ может иметь минимум (максимум ε'), который определяет возможность распространения в приподнятом над Землей подслойном канале F (горизонтальная штриховка). Поведение лучей в таком канале аналогично явлению шепчущей галереи: лучи рикошетируют, не касаясь поверхности Земли. Между ситуациями, представленными на рис. 8.10 а и 8.10 г, реализуется случай, когда на какой-либо частоте кривая $U(f, h)$ касается уровня -1, (т. е. уровня $\varepsilon' = 1$) на высоте h, близкой либо к высоте h_E максимума E-слоя, либо к высоте h_F максимума F-слоя ионосферы. Согласно (8.3.28) на этой частоте угол ψ, составляемый волновым вектором распространяющейся волны с горизонталью на высоте h, равен нулю. Эта частота является максимальной применимой частотой, т. е. предельной частотой, которая еще отражается от ионосферы. Это может быть либо частота f_E, равная максимальной применимой частоте для E-слоя ионосферы (вид потенциала $-U = \varepsilon'$ для этой частоты f_E показан на рис. 8.10 б), либо частота f_F, равная максимальной применимой частоте для F-слоя ионосферы (вид потенциала $-U = \varepsilon'$ для этой частоты f_F показан на рис. 8.10 в). При плавном изменении свойств ионосферного волновода, когда изменение параметров волновода (например, его эффективной ширины или высоты) на протяжении одной осцилляции луча происходит медленно (как говорят, адиабатически), распространение радиоволн происходит с сохранением интегральных величин, называемых адиабатическими инвариантами [33]. В частности, при ионосферном распространении радиоволн адиабатический инвариант определяется интегралом

$$I = \frac{4}{a} \int_{h_{min}}^{h_{max}} \left(\Pi - U(f,h)\right)^{1/2} dh\,, \tag{8.3.29}$$

где h_{min} и h_{max} — высоты отражения волны (для скачкового распространения $h_{min} = 0$), Π — значение $U(f, h)$ на уровне отражения волны. Изменение значения инварианта вдоль трассы распространения может приводить к изменению траектории и переходу на другой уровень отражения волны. Условие $I > I_m$, где I_m — максимальное значение инварианта при $\Pi = U_m$ (U_m — значение одного из максимумов $U(f, h)$), означает выход волны из ионосферного волновода. Для дальнего распространения коротких радиоволн важное значение имеют приподнятые над Землей каналы:

межслоевой FE и подслойный F. Волноводные моды, распространяясь в приподнятых над Землей каналах, расположенных выше основных поглощающих слоев D и E ионосферы, испытывают меньшее, чем при скачковом распространении, поглощение и могут распространяться на частотах, превышающих максимальные применимые частоты скачкового распространения. Эти особенности волноводного распространения — слабое затухание и возможность дальнего распространения радиоволн на частотах, превышающих максимальные применимые частоты скачкового распространения, привлекли к нему внимание, и с этим связаны поиски механизмов, способствующих возбуждению ионосферных волноводов. Для наземных источников в сферически-симметричной ионосфере в приближении геометрической оптики захват в приподнятые ионосферные волноводы невозможен, поскольку угол ψ между волновым вектором волны и горизонталью в точке вхождения луча в ионосферу на высоте h канала превышает критический угол ψ_c, необходимый для захвата волны в канал. В реальных условиях захват радиоволн в ионосферные каналы и их вывод из канала могут осуществляться за счет рефракции на горизонтальных градиентах электронной концентрации, рефракции и рассеяния на ионосферных неоднородностях, а иногда и при «просачивании» за счет дифракционных эффектов.

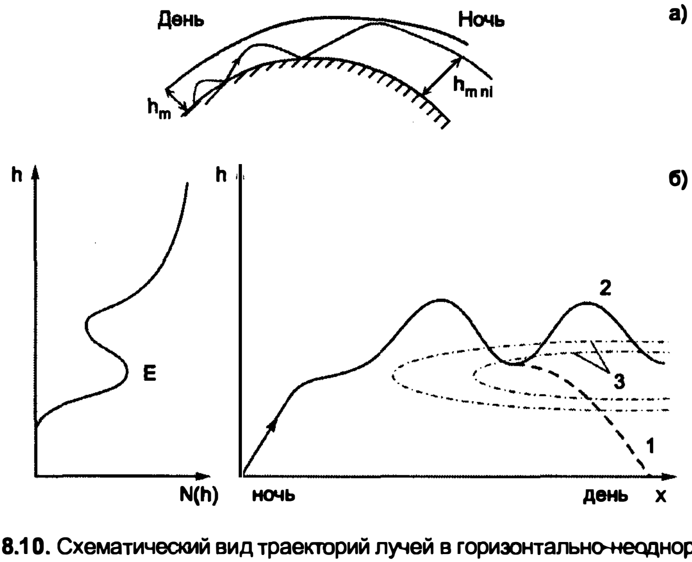


Рис. 8.10. Схематический вид траекторий лучей в горизонтально-неоднородной ионосфере: (а) — распространение поперек границы день–ночь, h_m — высота максимума электронной концентрации, h_{min} — минимальная высота рикошетирующего луча; (б) — распространение радиоволн при наличии вдоль трассы E-слоя

Обсудим основные механизмы возбуждения ионосферных волноводов. В ионосфере одним из наиболее эффективных механизмов возбуждения ионосферных волновых каналов является рефракционный захват и выход радиоволн, например, на трассах пересекающих сумеречную зону или область экваториальной аномалии, где существуют сильные горизонтальные градиенты ионизации. При этом для возбуждения подслойного F канала существенны горизонтальные градиенты электронной концентрации вблизи максимума F-слоя: $\frac{\partial f_к F2}{\partial x} < 0$, $\frac{\partial h_m}{\partial x} > 0$, x — координата вдоль трассы распространения, когда луч, отразившийся от наклонной переходной области не возвращается на Землю, а распространяется по рикошетирующей траектории (см. рис. 8.11 а). Для захвата радиоволн в межслоевой канал FE важны горизонтальные градиенты электронной концентрации вблизи максимума слоя E $\left(\frac{\partial f_к E}{\partial x} > 0\right)$. Так, при наличии на трассе E-слоя волна после отражения от F-области оказывается «запертой» в межслоевом канале FE (см. рис. 8.11 б, где кривая 1 изображает луч в горизонтально-однородной ионосфере, кривая 2 — луч, захваченный в межслоевой канал FE, штриховые линии 3 — изолинии электронной концентрации). Другими словами, если потенциальная яма эффективно «углубляется» в направлении распространения, то лучи, излученные с Земли и близкие к критическому лучу, могут быть захвачены в канал FE (см. рис. 8.12 б). Для критического луча значение $\Pi \approx \Pi_m = U_m$ показано на рис. 8.12 а пунктиром. Таким образом, условия захвата в канал FE могут быть сформулированы следующим образом:

$$\psi_0 \approx \psi_a, \quad \frac{dI_m}{dx} > 0. \tag{8.3.30}$$

Здесь ψ_a — угол излучения с Земли для критического луча, отражающегося от максимума E-слоя, x — координата вдоль трассы распространения. Как следует из (8.3.27), для $\psi = 0$ имеем

$$\psi_0 = \psi_a = \left[1 + U_m(h_E)\right]^{1/2}, \tag{8.3.31}$$

где $U_m(h_E)$ — максимальное значение потенциальной функции, определяющее границу канала FE для данной частоты f (см. рис. 8.12 а). Для выхода радиоволн из канала за счет рефракционного механизма соответствующие градиенты ионосферных параметров должны быть обратного знака по сравнению с градиентами, обеспечивающими захват радиоволн в канал. Захваченная в ионосферный канал энергия радиоволн и интервал углов захвата $\Delta\psi$ пропорциональны изменению инварианта I на периоде осцилляции волны в канале Θ:

$$\Delta\psi = \left(\frac{dI_m}{d\Theta}\right)^{1/2} = \frac{2}{a}\int_{h_{min}}^{h_{max}} \frac{\dfrac{\partial U_m}{\partial\Theta} - \dfrac{\partial U}{\partial\Theta}}{\left(U_m - U(f,h)\right)^{1/2}} dh. \tag{8.3.32}$$

Оценки показывают, что для типичных ионосферных условий при реализации рефракционного механизма возбуждения ионосферных волновых каналов величина $\Delta\psi \sim 0{,}1$–$5°$. При этом коэффициент захвата, равный отношению интервала углов захвата в канал к ширине диаграммы направленности антенны $\Delta\theta$ в вертикальной плоскости $Q = \dfrac{\Delta\psi}{\Delta\theta}$, составляет для $\Delta\theta \approx 10°$ величину $Q \sim 0{,}01$–$0{,}5$.

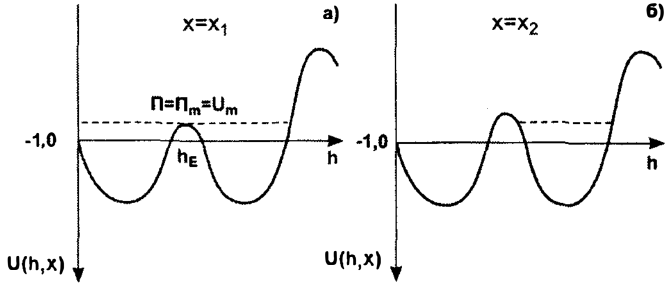


Рис. 8.12. Захват критического луча ($\Pi = \Pi_m = U_m$) в ионосферный волновод при углублении потенциальной ямы вдоль трассы распространения радиоволн

В ионосфере существуют крупномасштабные неоднородности с горизонтальными размерами ~100–500 км. К таким неоднородностям относятся перемещающиеся ионосферные возмущения, спорадические образования типа Es, а также зоны с повышенной электронной концентрацией в области высыпания энергичных частиц. Неоднородности указанных размеров характеризуются меньшими горизонтальными градиентами, чем в сумеречной зоне. Тем не менее, возможно возбуждение ионосферных волновых каналов за счет рефракции на крупномасштабных неоднородностях. Возбуждение ионосферного канала может быть осуществлено также путем рефракции луча при встрече с крупномасштабной неоднородностью, когда происходит переход луча с наземной на волноводную траекторию. При этом изменение угла поворота траектории луча может быть рассчитано методом возмущений. Расчеты, проведенные для неоднородности электронной концентрации вида

$$\frac{\Delta N}{N} = \left(\frac{\Delta N}{N}\right)_0 \exp\left\{-\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right\}$$

с параметрами $l_0 = 10$ км и с относительным значением электронной концентрации $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_0 = 10^{-2}$ показали, что угловая ширина пучка лучей, захваченных в ионосферный волновод за счет рефракции на такой неоднородности, составляет величину $\Delta\psi \sim 0{,}25°$. При этом коэффициент захвата радиоволн в канал, определяемый как отношение $\Delta\psi/\Delta\theta$, ($\Delta\theta$ — угловая ширина диаграммы направленности антенны излучателя в вертикальной плоскости), для $\Delta\theta \sim 20°$ составляет величину $Q \sim 2\cdot 10^{-2}$.

Важную роль в возбуждении ионосферных волновых каналов может играть рассеяние на мелкомасштабных неоднородностях, с размерами, сравнимыми с длиной волны ($\lambda \sim 10$–100 м), когда возможно изменение траектории — «доворот» луча на большие углы. В естественных условиях неоднородности такого масштаба существуют в ночные часы вблизи геомагнитного экватора и практически в любое время суток на полярных широтах. На средних широтах мелкомасштабная структура ионосферной плазмы выражена значительно слабее. Преимущество возбуждения ионосферных волновых каналов за счет рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях заключается в возможности захвата и вывода из канала любых мод, в том числе мод с малым поглощением, распространяющихся вблизи оси ионосферного волновода, расположенного выше основных поглощающих слоев D и E ионосферы.

Рассмотрим более подробно захват радиоволн в ионосферный волновой канал для наиболее интересного случая, когда частота волны превышает максимальную применимую частоту (МПЧ) для F-слоя ионосферы ($f >$ МПЧF). Вид функции $U(h)$ для этого случая показан на рис. 8.13 а, а на рис. 8.13 б показана траектория луча, вышедшего с Земли под углом ψ_0 к горизонту. Как видно из рис. 8.13 а, в интервале высот от h_1 до h_2 существует приподнятый над Землей подслойный канал F. На этой частоте луч не отражается от ионосферы и пронизывает ее (см. рис. 8.13 б). Однако при его распространении в ионосфере на участке траектории (a_1, b_1) рассеяние на неоднородностях может приводить к захвату части энергии волны в волноводный канал. Траекторию луча в волноводном канале будем характеризовать

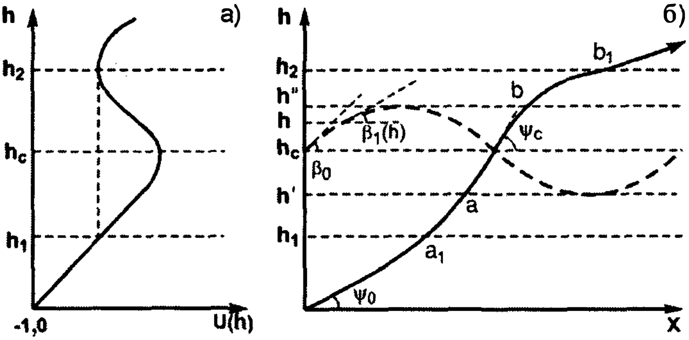


Рис. 8.13. Вид функции $U(h)$ (а) и траекторий лучей при захвате радиоволн в ионосферный волновод за счет рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях (б)

углом β_0 — углом между направлением луча и горизонталью на уровне скольжения h_c (см. рис. 8.13 б). Угол β_1 на уровне h для данной траектории связан с β_0 законом Снеллиуса

$$n_m(h)\cos\beta_1(h) = n_m(h_c)\cos\beta_0\,, \tag{8.3.33}$$

где

$$n_m(h) = \left(-U(h)\right)^{1/2} \tag{8.3.33a}$$

— модифицированный показатель преломления.

Аналогичное соотношение имеет место для рефракционного угла $\psi(h)$:

$$n_m(h)\cos\psi(h) = \cos\psi_0\,. \tag{8.3.34}$$

Траектория захваченного луча показана пунктиром на рис. 8.13 б. В волноводе луч имеет две точки поворота h′ и h″, которые определяются из условия

$$n_m(h) = n_m(h_c)\cos\beta_0\,. \tag{8.3.35}$$

Уровни h′ и h″ определяют на траектории основной волны отрезок (a, b) (см. рис. 8.13 б), рассеяние в котором дает вклад в интенсивность луча β_0. Лучи, для которых угол рассеяния больше $\psi(h) - \beta_1(h)$, будут захвачены в ионосферный волновод. Для расчета энергии луча, захваченного в волновод, необходимо учесть вклад каждого элемента траектории основной волны на отрезке (a, b); величина этого отрезка зависит от β_0 (см. (8.3.35)).

Отметим, что предельный угол для ионосферного волновода $\beta_п$ определяется из условия удержания волны в канале F (см. рис. 8.13б)

$$n_m(h_2) = n_m(h_c)\cos\beta_п . \qquad (8.3.36)$$

После подстановки (8.3.33а) и (8.3.23) в (8.3.36) для малых углов $\beta_п << 1$ получаем

$$\beta_п(h_c) = \left(\frac{2}{a}(h_c - h_2) + \frac{f_c^2(h_2) - f_c^2(h_c)}{f^2}\right)^{1/2},$$

где h_c и h_2 — высоты минимума $U(h)$ и верхней границы канала соответственно.

Расчеты показывают, что захват радиоволн в ионосферный волновод за счет рассеяния происходит в том случае, когда на высотах ионосферного канала имеются неоднородности с масштабами $l \sim 30–100$ м с величиной относительных флуктуаций электронной концентрации

$$\delta N = \frac{\left(\left\langle(\Delta N)^2\right\rangle\right)^{1/2}}{N} \sim 10^{-3} .$$

При этом коэффициент захвата составляет величину $Q \sim 10^{-3}–10^{-5}$. Выше рассматривалось рассеяние на изотропных неоднородностях. В реальных условиях мелкомасштабные неоднородности вытянуты вдоль силовых линий магнитного поля, при этом в расчетах геометрии захвата (вывода) радиоволн необходимо учитывать особенность рассеяния радиоволн на сильно вытянутых неоднородностях. С подробным изложением этого вопроса можно ознакомиться в [41]. В ионосфере, особенно на трассах большой протяженности, пересекающих различные области (полярную, среднеширотную, экваториальную, дневную и ночную ионосферу), возможно распространение не только скачковыми и волноводными модами, но и путем комбинаций этих механизмов. Очевидно, что наиболее эффективным оказывается канал распространения с наименьшими потерями.

Для иллюстрации механизмов распространения коротких радиоволн в волноводе Земля — ионосфера приведем ионограммы наклонного зондирования, полученные с помощью ионозонда с использованием сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-ионозонда), обеспечивающего высокую разрешающую способность по времени группового запаздывания и частоте. Ионограммой наклонного зондирования называется зависимость времени группового распространения радиосигнала от частоты

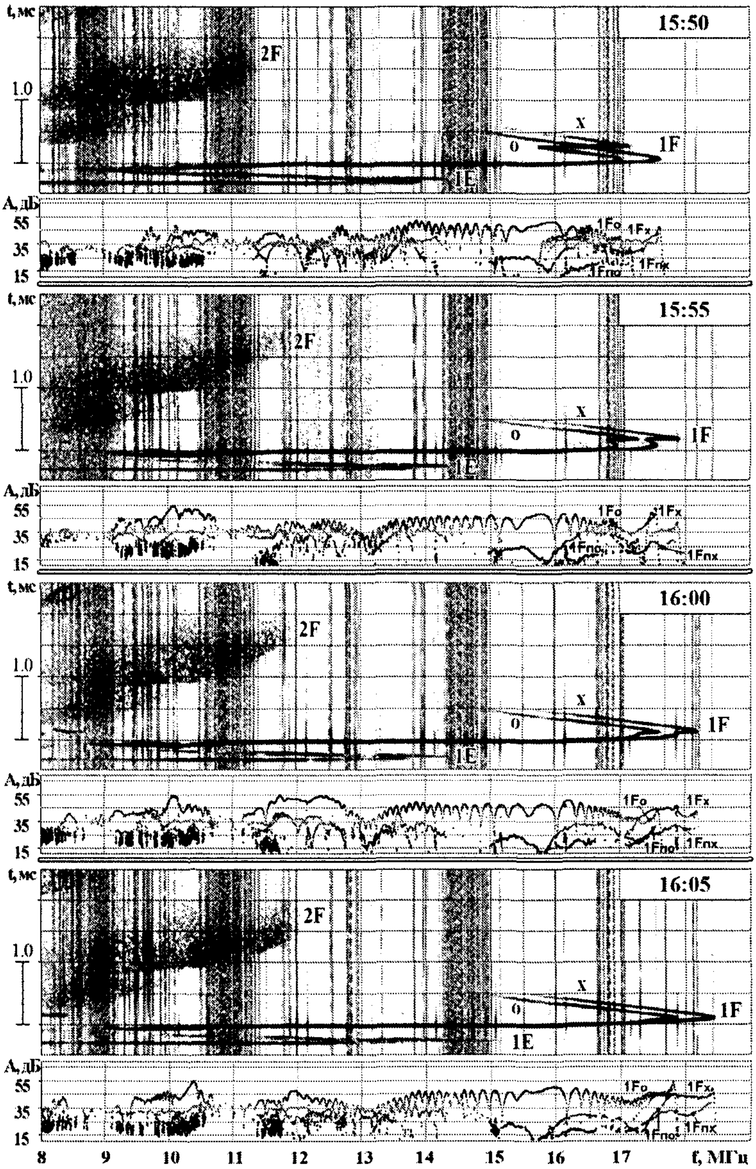


Рис. 8.14. Примеры дистанционно-частотных характеристик (верхняя часть каждой пары рисунков) и амплитудно-частотные характеристики (нижняя часть каждой пары рисунков) при наличии перемещающихся ионосферных возмущений на трассе Кипр—Ростов-на-Дону, 17 марта 2004 г.

при распространении радиоволн между разнесенными на значительное расстояние передатчиком и приемником. На рис. 8.14 показана последовательность ионограмм наклонного зондирования, зарегистрированных на трассе Кипр—Ростов-на-Дону. Каждая пара записей включает ионограмму (верхняя панель) и амплитудно-частотную (нижняя панель) характеристику ионосферного канала. На ионограммах маркерами 1F, 2F, 1E обозначены различные моды распространения, отличающиеся числом скачков (1 или 2) и отражением от F или E-слоев ионосферы. Индексами «о» и «х» отмечены зависимости, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам. Отметим, что разделение магнитоионных компонент на лучи «о» и «х» имеет место только для верхних лучей, для нижних лучей аппаратурного разрешения для разделения магнитоионных компонент не хватает. На амплитудно-частотных характеристиках (на частотах, где лучи и магнитоионные компоненты разделяются) маркерами $1F_o$ и $1F_x$ отмечены зависимости, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам для нижнего луча, а маркерами $1F_{\text{по}}$ и $1F_{\text{пх}}$ — зависимости, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам для моды Педерсена (верхнего луча).

Ионограммы регистрировались каждые 5 минут. Особенностью данных ионограмм является наличие «z»-образных возмущений на треке верхнего луча моды 1F, которые со временем перемещаются с низких частот на высокие частоты. Такие особенности (с различным уровнем возмущения трека верхнего луча) наблюдаются в любые часы суток на трассах различной протяженности и ориентации, но наиболее часто и с максимальными амплитудами волновые возмущения возникают на односкачковых трассах протяженностью ~1500–3000 км в восходно-заходные часы суток, когда трасса пересекает терминатор. Согласно модельным расчетам «z»-образные возмущения обусловлены наличием среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений с периодами ~100–200 км с относительной амплитудой возмущения электронной концентрации δN ~15–20 %. Как видно из рис. 8.14, амплитудно-частотные характеристики отдельных мод распространения испытывают сильные вариации, период и глубина вариаций зависят от частоты. Возникновение вариаций может быть объяснено интерференцией неразделенных магнитоионных («о» и «х») компонент нижних лучей. При этом глубина вариаций будет определяться соотношением амплитуд лучей, а квазипериод — разностью групповых задержек. На частотах, где групповые задержки лучей совпадают, будут наблюдаться нулевые биения, т. е. период вариаций резко увеличится, что и наблюдается в области пересечения треков магнитоионных компонент (см. амплитудно-частотные характеристики на рис. 8.14 в области частот ~15,5–16,0 МГц). Как уже отмечалось, в естественных условиях исследование механизмов дальнего распростране-

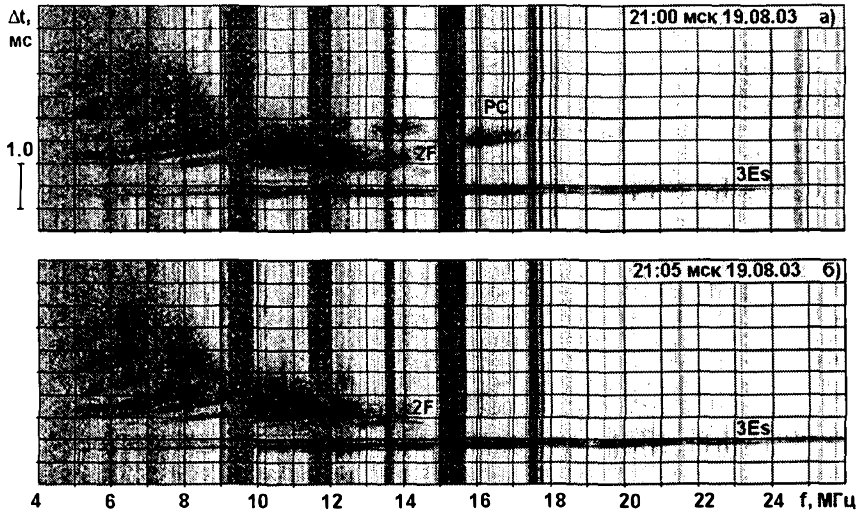


Рис. 8.15. Ионограммы наклонного ЛЧМ зондирования на трассе Иркутск—Ростов-на-Дону: а — во время работы нагревного стенда, б — во время паузы. РС — рассеянный сигнал

ния коротких волн сталкивается со значительными трудностями из-за неконтролируемого воздействия многих факторов на характеристики сигнала, интегральный эффект которых может приводить к весьма сложной картине формирования поля.

Создание исследовательских стендов — передатчиков для воздействия на ионосферную плазму мощным коротковолновым радиоизлучением позволило проводить исследование механизмов дальнего распространения коротких волн в контролируемых условиях, что существенно облегчило задачу выделения и идентификации различных мод распространения [34]. На рис. 8.15 приведены ионограммы на трассе Иркутск—Ростов-на-Дону во время работы нагревного стенда «СУРА» (рис. 8.15 а) и в период времени, когда стенд не работал (рис. 8.15 б). Ионограммы иллюстрируют влияние искусственной ионосферной турбулентности на дальнее распространение радиоволн. В данном случае воздействие на ионосферу мощного радиоизлучения проявилось в появлении дополнительного сигнала на частотах выше максимально наблюдаемой частоты для моды 2F, на рис. 8.15 а он отмечен маркером РС — рассеянный сигнал. Из рисунков видно, что рассеянный сигнал наблюдался в интервале частот ~15–18,5 МГц, в то время как при распространении через F-область ионосферы стандартным скачковым способом максимально наблюдаемая частота для моды 2F со-

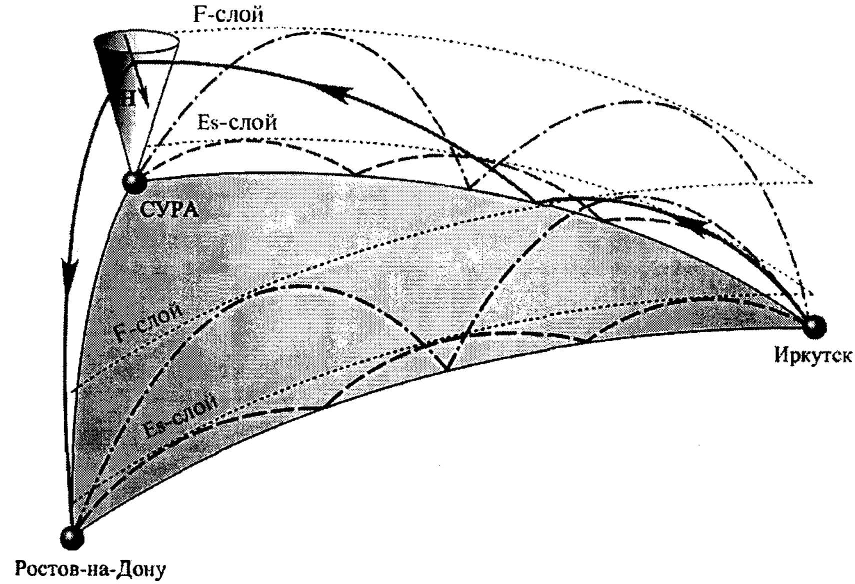


Рис. 8.16. Лучевые траектории на трассах зондирования

ставляла величину ~14 МГц. В период времени, когда стенд был выключен, рассеянного сигнала не было (см. рис. 8.15 б).

Отметим, что в период проведения эксперимента принимался достаточно интенсивный сигнал 3-скачковой моды 3Es, обусловленный отражением от спорадического слоя Es с максимальной наблюдаемой частотой ~24 МГц. Согласно расчетам лучевых траекторий (см. рис. 8.16), мощный спорадический слой Es играл ключевую роль в появлении дополнительного сигнала на частотах выше максимально наблюдаемой частоты для F-слоя на трассе Иркутск—«СУРА». При наличии слоя Es на трассе Иркутск—«СУРА» реализуются траектории, распространяющиеся на первом скачке через слой Es на частотах выше максимально наблюдаемой частоты для F-слоя. На втором скачке часть энергии радиоволн просачивается через слой Es и попадает на высоты F-области над нагревным стендом «СУРА», откуда радиоволны выводятся на поверхность Земли за счет рассеяния на искусственных мелкомасштабных магнитно-ориентированных неоднородностях. Таким образом, создание на высотах ионосферы искусственных рассеивателей позволяет осуществлять диагностику модовой структуры поля радиоволн в верхней ионосфере. Существует обширная литература по распространению коротких радиоволн в ионосфере, в монографиях [27, 28, 33, 35–39] дан исчерпывающий анализ этой задачи.

8.4. Методы мониторинга ионосферы

Основная информация о параметрах ионосферной плазмы, таких как концентрация электронов, температура, состав и скорость движения заряженных и нейтральных частиц, получена с помощью методов и технических средств зондирования и просвечивания ионосферы. В § 3.4 были описаны методы исследований ионосферы с помощью спутников. Здесь мы рассмотрим традиционные методы вертикального зондирования, возвратно-наклонного зондирования, когерентного и некогерентного рассеяния, метод измерения поглощения космического радиоизлучения с помощью риометра, а также метод наклонного зондирования с использованием современных ЛЧМ-ионозондов. При этом интерпретация получаемых данных основана на теории распространения радиоволн в магнитоактивной плазме.

В первые годы исследований ионосферы основная информация о состоянии ионосферы была получена с помощью ионозондов вертикального зондирования, представляющих собой перестраиваемый по частоте радиопередатчик, совмещенный с радиоприемником. И сейчас они остается одним из основных инструментов в арсенале технических средств мониторинга ионосферы. Ионозонд излучает вертикально вверх радиоволны с периодически изменяющейся частотой и принимает отраженный от ионосферы сигнал, измеряя время его распространения (интервал времени между излучением и приемом). Обычно используется диапазон частот от 1 до 20 МГц. График зависимости времени распространения от частоты называется ионограммой. Время распространения определяет высоту отражения, поэтому можно сказать, что ионозонд измеряет действующую высоту отражения $h_д(f)$ как функцию частоты — высотно-частотную характеристику. Действующая высота отражения отличается от истинной высоты (уровня в ионосфере, где показатель преломления для вертикально распространяющейся волны обращается в нуль), так как волна распространяется в ионосфере с групповой скоростью c_g, которая меньше скорости света c_0 (см. § 8.2). Типичная высотно-частотная характеристика для условий летнего дня, когда существуют четко выраженные слои E, F1 и F2, показана на рис. 8.17. Ее характерной особенностью является расщепление треков для обыкновенной и необыкновенной волн в F-области. В E-области магнитоионное расщепление также имеет место, однако вследствие малой толщины E-слоя и большего поглощения необыкновенной волны на низких частотах это явление наблюдается нерегулярно. Другой особенностью является увеличение действующей высоты в окрестности критических частот слоев E, F1 и F2, особенно сильное в F-области. Этот эффект объясняется резким увеличением времени группового запаздывания $t_{гр} \to \infty$ в области отражения, близкой к максимальной электронной концентрации ионосферных слоев, где высотный градиент концентрации

$$\frac{dN}{dh} \to 0.$$

Поскольку ионосфера представляет собой стратифицированную среду с разделением на слои, то из ионограмм вертикального зондирования можно определить критические частоты этих слоев. На рис. 8.17 указаны $f_к^o E$ — критическая частота E-слоя, $f_к^o F1$ и $f_к^x F1$ — критические частоты при отражении от F1-слоя для обыкновенной и необыкновенной волн соответственно, $f_к^o F2$ и $f_к^x F2$ — критические частоты при отражении от F2-слоя для обыкновенной и необыкновенной волн соответственно. Определение истинной высоты отражения волны представляет собой более трудную задачу и требует проведения расчетов. Для этого разработаны специальные методы. Для действующей высоты $h_д$ при вертикальном зондировании имеем (см. (8.2.52))

$$h_д(\omega) = L_{гр}(\omega) = \int_0^{h_r} \frac{d(\omega n)}{d\omega} dh. \tag{8.4.1}$$

В пренебрежении магнитным полем для показателя преломления

$$n = \left(1 - \frac{\omega_c^2(h)}{\omega^2}\right)^{1/2}$$

подынтегральное выражение преобразуется к виду

$$\frac{d(\omega n)}{d\omega} = n + \omega \frac{dn}{d\omega} = \frac{1}{n}$$

и для $h_д$ получаем формулу

$$h_д = \int_0^{h_r} \frac{dh}{n}. \tag{8.4.2}$$

Выражение (8.4.2) для

$$n = \left(1 - \frac{\omega_c^2(h)}{\omega^2}\right)^{1/2}$$

представляет собой уравнение Абеля и решается аналитически. Обращение интегрального уравнения Абеля приводит к уравнению

$$h(f_в) = \frac{2}{\pi}\int_0^{f_в} \frac{h_д(f)\,df}{(f_в^2 - f^2)^{1/2}}, \qquad (8.4.3)$$

где $h(f_в)$ — истинная высота отражения волны с частотой $f_в$.

Делая подстановку $f = f_в \sin\beta$, получим

$$h(f_в) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} h_д(f_в \sin\beta)\,d\beta. \qquad (8.4.4)$$

Используя формулу (8.4.4), можно найти зависимость $h(f_в)$, а по ней найти высотный профиль электронной концентрации $N_c(h)$, поскольку N_c связана с $f_в$ выражением (8.2.11). В общем случае с учетом магнитного поля уравнение (8.4.1) решается численным методом, который описан в [28]. Ионосфера подвержена воздействию многих факторов: солнечной радиации, влиянию электрических полей, движению нейтральных частиц, в ней происходят сложные физико-химические процессы. Все это формирует сложную картину отраженного сигнала, и, чтобы разобраться в ней, необходимы комплексные измерения характеристик отраженного сигнала. С этой целью цифровые ионозонды оснащаются оборудованием, которое позволяет наряду со стандартной высотно-частотной характеристикой измерять доплеровские, угловые, поляризационные характеристики, что в сочетании с развитым программным обеспечением дает в руки исследователей современный инструмент, способный давать ценную информацию как о состоянии ионосферы, так и динамике ионосферных процессов. В настоящее время имеется несколько типов ионозондов для вертикального зондирования: Парус, Бизон, Digisonde, Dynasonde и др. В современных ионозондах, благодаря цифровой обработке и развитому программному обеспечению, высотно-частотная характеристика регистрируется, обрабатывается в реальном времени и через Интернет доступна широкому кругу пользователей.

22 Заказ 1248

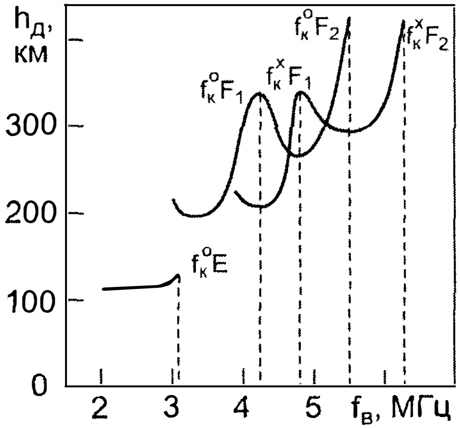


Рис. 8.17. Типичная высотно-частотная характеристика для летнего дня при вертикальном зондировании ионосферы

Другой метод зондирования заключается в следующем. Пусть передатчик, нагруженный на антенну с прижатой к Земле диаграммой направленности, излучает радиоволны под некоторым углом к горизонту на частоте меньшей максимально применимой частоты. Волна отражается от ионосферы и попадает на поверхность Земли. Основная часть энергии волны зеркально отражается от земной поверхности и распространяется дальше в направлении от передатчика. В то же время небольшая часть энергии волны рассеивается неровностями земной поверхности в обратном направлении и после отражения от ионосферы возвращается назад. При этом сигнал, принятый в том же месте, где размещен передатчик, содержит информацию как об условиях ионосферного распространения, так и о характеристиках рассеивающей поверхности. Этот метод получил название возвратно-наклонного зондирования [40]. Амплитуда рассеянного сигнала определяется мощностью передатчика, направленными свойствами передающей и приемной антенн, поглощением радиоволн в ионосфере, рассеивающими свойствами земной поверхности, уровнем помех и чувствительностью аппаратуры. Существенную помощь в распознавании сигнала возвратно-наклонного зондирования дает использование техники с перестраиваемой частотой в широком диапазоне частот. При плавном изменении частоты передатчика приемник будет регистрировать в координатах частота—дальность зависимость группового пути $P_{гр} = ct_{гр}/2$ (где $t_{гр}$ — время группового запаздывания сигнала) от частоты. Такая зависимость называется дистанционно-частотной характеристикой или ионограммой возвратно-наклонного зондирования. Для расшифровки таких ионограмм используют то обстоятельство, что дистанционно-частотные характеристики различных сигналов существенно отличаются друг от друга. Рассмотрим поведение этих характеристик для высотного профиля электронной концентрации в виде параболического слоя. Для простоты рассмотрим случай плоскослоистой ионосферы без учета магнитного поля. В § 8.3 для этого случая мы получили выражения для группового пути $P_{гр}$ (формула (8.3.21)) и соответствующей дальности вдоль Земли (формула (8.3.20)). Как видно из (8.3.21),

$P_{гр}$ зависит от угла излучения θ_0. Из уравнения $\dfrac{\partial P_{гр}}{\partial \theta_0} = 0$ определим угол θ_0, при котором $P_{гр}$ достигает минимума:

$$\frac{\partial P_{гр}}{\partial \theta_0} = -2\sin\theta_0 \left(\frac{h_0}{\cos^2\theta_0} - \frac{d}{q^{-2} - \cos^2\theta_0} \right) = 0,$$

где $q = \dfrac{f}{f_к}$. Имеется два решения этого уравнения. Первое решение, когда

$$\sin\theta_o = 0, \text{ т. е. } \theta_0 \equiv \theta_i = 0,$$

случай вертикального зондирования, при этом

$$P_{гр} = 2h_0 + qd\ln\frac{1+q}{1-q}.$$

Второе решение

$$\frac{h_0}{\cos^2\theta_0} - \frac{d}{q^{-2} - \cos^2\theta_0} = 0,$$

отсюда получаем

$$\cos\theta_0 \equiv \cos\theta_k = q^{-1}\left(\frac{h_0}{h_0 + d} \right)^{1/2}. \qquad (8.4.5)$$

Для этого значения угла θ_k из (8.3.21) получаем

$$P_{min} = q\left(2h_0\left(\frac{h_m}{h_0} \right)^{1/2} + d\ln\frac{1 + \frac{h_0}{h_m}}{1 - \frac{h_0}{h_m}} \right). \qquad (8.4.6)$$

Формула (8.4.6) определяет основную особенность поведения дистанционно-частотной характеристики — P_{min} при наклонном зондировании линейно зависит от q, т. е. от частоты, поскольку $q = \dfrac{f}{f_к}$. Анализ поведения $P_{гр}$ показывает, что в достаточно широком секторе углов вблизи угла θ_k, соответствующего минимальному значению группового пути волны, $P_{гр}$ изменяется незначительно. Поскольку время группового запаздывания пропорционально $P_{гр}$, то энергия принятого сигнала, соответствующая групповому времени вблизи P_{min}, сосредоточена в небольшом интервале групповых задержек. Это определяет эффект фокусировки на переднем фронте сигнала, т. е. достаточно резкое увеличение интенсивности сигнала на границе его появляемости. Поскольку P_{min} связана с дальностью D_m (проекцией луча на поверхность Земли) соотношением (8.3.21), то, используя (8.4.5), можно определить дальность скачка D_m:

$$D_m = \left(P_{min}^2 - \frac{h_0}{h_m}\left(2\left(\frac{h_0}{h_m}\right)^{1/2} + d \ln \frac{1+(h_0/h_m)^{1/2}}{1-(h_0/h_m)^{1/2}} \right)^2 \right)^{1/2}. \qquad (8.4.7)$$

Следует иметь в виду, что дальность D_m будет несколько больше (на 10–20 км) расстояния до границы зоны молчания. Действительно, из условия достижения минимума дальности луча вдоль поверхности Земли при изменении угла излучения θ_0 имеем

$$\frac{\partial D}{\partial \theta_0} = \frac{\partial P_{гр}}{\partial \theta_0} \sin\theta_0 + P_{гр} \cos\theta_0 = 0,$$

а для угла θ_0, соответствующего минимуму P_{min}, получаем

$$\left.\frac{\partial D}{\partial \theta_0}\right|_{\theta_0 = \theta_k} = P_{min}(\theta_k)\cos\theta_k > 0.$$

Таким образом, расстояние до границы зоны молчания $D_з$, определяемое из условия

$$\frac{dD}{d\theta_0} = 0,$$

будет меньше расстояния D_m и будет достигаться для угла $\theta_j < \theta_k$. Процедуру определения дальности скачка, соответствующего зоне молчания, и максимально применимую частоту для этой дальности по данным возвратно-наклонного зондирования можно представить следующим образом. Рассчитывается дистанционно-частотная характеристика и путем подбора параметров ионосферной модели достигается наилучшее совпадение расчетной и экспериментальной ионограмм. Далее для этой модели рассчитывается зависимость дальности зоны молчания $D_з$ от частоты, которая и будет определять зависимость максимальной применимой частоты от дальности скачка $D_з$. На рис. 8.18 а, б в качестве примера показаны ионограммы возвратно-наклонного зондирования, полученные с помощью ионозонда с непрерывным излучением линейно-частотно-модулированного сигнала (ЛЧМ-ионозонда) в Иркутске. Пункт излучения — Зуй (52,5° N, 104° E), пункт приема — Торы (51,7° N, 103° E). В качестве передающих антенн использовались горизонтальные логопериодические антенны с азимутами излучения 55° (направление на Магадан) и 121° (Азиатско-Тихоокеанский регион), а в качестве приемных — антенны бегущей волны, ориентированные соответственно вдоль азимутов 55° и 121°. Мощность излучения — 5 кВт, диапазон рабочих частот — 4–28 Мгц, скорость изменения частоты ЛЧМ-сигнала — 40 кГц/с. Это позволяло регистрировать сигналы, рассеянные с дальностей от 1 до 8 тыс. километров. На рис. 8.18 а приведена ионограмма, полученная 26 июня 1989 г. в 14:02 UT при зондировании в северо-восточном направлении. Здесь же тонкими линиями приведены результаты моделирования дистанционно-частотной характеристики. Данная ионограмма относится к наиболее простым типам ионограмм. Наблюдаются односкачковый (мода 1F) и двухскачковый (мода 2F) сигналы возвратно-наклонного зондирования, которые уверенно интерпретируются по результатам моделирования ионограмм по переднему фронту. На рис. 8.18 б приведена ионограмма, полученная 27 февраля 1996 г. в 9:04 UT при зондировании в азиатско-тихоокеанском направлении (азимут 121°). Здесь же приведены результаты моделирования. Видно, что модельные ионограммы для мод 2F и 3F не «дотягивают» по групповому пути и частотному интервалу до экспериментальных сигналов, поэтому восстановление полной ионограммы проводилось только для моды 1F. Из рисунков видно, что дистанционно-частотная характеристика близка к линейной зависимости, что подтверждает теоретические выводы. Отличие от чисто линейной зависимости может быть связано с влиянием горизонтальных градиентов электронной концентрации вдоль трассы распространения. Кроме того, с увеличением дальности начинает сказываться влияние кривизны земной поверхности, что также приводит к отклонению от чисто линейной зависимости $P_{гр}$ от частоты f. Метод возвратно-наклонного зондирования позволяет решать следующие задачи: определять дальность скачка в различных геоионосферных условиях, находить максимально применимую частоту на различных дальностях, осуществлять контроль и прогнозирование условий работы систем коротковолновой радиосвязи, изучать рассеивающие характеристики земной поверхности, определять параметры ионосферы путем решения обратной задачи, осуществлять загоризонтную радиолокацию с использованием коротких радиоволн.

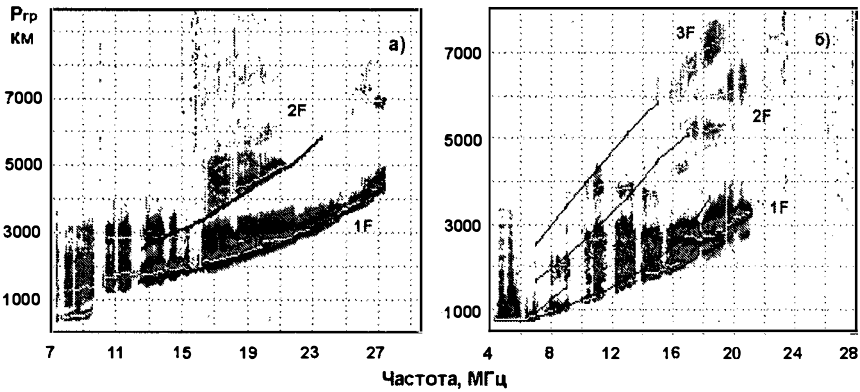


Рис. 8.18. Примеры ионограмм возвратно-наклонного зондирования ионосферы

В ионосферных исследованиях широко используется радарный метод, основанный на локации мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации E и F областей с помощью КВ и УКВ радаров. Вследствие замагниченности ионосферной плазмы мелкомасштабные неоднородности сильно вытянуты вдоль силовых линий геомагнитного поля. Такие неоднородности существуют в высокоширотной ионосфере, ночной экваториальной ионосфере и возбуждаются искусственно мощным наземным радиоизлучением в ионосферной плазме средних широт. Было обнаружено, что поперечник рассеяния резко увеличивается, когда в области рассеяния вектор рассеяния $\mathbf{K} = \mathbf{k}_o - \mathbf{k}_s$ ориентирован перпендикулярно магнитному полю и рассеяние остается достаточно интенсивным, пока перпендикулярность не нарушается более чем на 1–2° ($\mathbf{k}_o$ и $\mathbf{k}_s$ — волновые вектора падающей и рассеянной волн соответственно). Это явление получило название ракурсной чувствительности.

Рассмотрим основные элементы теории обратного рассеяния радиоволн на вытянутых неоднородностях ионосферной плазмы. В приближении слабого рассеяния выражение для поперечника рассеяния σ из единицы объема имеет вид

$$\sigma = \frac{\pi}{2} \mathrm{k}^4 \Phi_\varepsilon(\mathbf{K}) \sin^2 \chi, \tag{8.4.8}$$

где $\mathbf{K}$ — вектор рассеяния, χ — угол между вектором поля падающей волны и волновым вектором рассеянной волны, $\Phi_\varepsilon(\mathbf{K})$ — спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости. Она связана преобразованием Фурье с корреляционной функцией неоднородностей диэлектрической проницаемости $B_\varepsilon(\rho)$:

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{K}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint B_\varepsilon(\rho) e^{iK\rho}\, d\rho\,. \tag{8.4.9}$$

Рассмотрим анизотропные неоднородности с корреляционной функцией гауссова вида

$$B_\varepsilon(\rho) = \langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle \exp\left\{-\frac{x^2}{\Lambda_1^2} - \frac{y^2}{\Lambda_2^2} - \frac{z^2}{\Lambda_3^2}\right\}, \tag{8.4.10}$$

где $\rho = x e_x + y e_y + z e_z$, а Λ_1, Λ_2 и Λ_3 — радиусы корреляции вдоль осей x, y и z (см. рис. 8.19), неоднородности вытянуты вдоль оси z. После подстановки (8.4.10) в (8.4.9) получаем

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{K}) = \frac{\langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle\Lambda_1\Lambda_2\Lambda_3}{8\pi^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{4}\left(K_x^2\Lambda_1^2 + K_y^2\Lambda_2^2 + K_z^2\Lambda_3^2\right)\right\}, \tag{8.4.11}$$

где

$$\mathbf{K} = K_x e_x + K_y e_y + K_z e_z\,,$$

$$K_x = k(\sin\beta_0 \cos\varphi_0 - \sin\beta_s \cos\varphi_s)\,,$$

$$K_y = k(\sin\beta_0 \sin\varphi_0 - \sin\beta_s \sin\varphi_s)\,,$$

$$K_z = k(\cos\beta_0 - \cos\beta_s)\,.$$

Рассеяние на неоднородностях носит селективный характер, т. е. значению вектора рассеяния $\mathbf{K} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_s$ отвечает пространственная гармоника неоднородностей с пространственным периодом вдоль **K**, равным

$$\Lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta_s}{2}}, \tag{8.4.12}$$

где θ_s — угол рассеяния между векторами $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_s$. При рассеянии на магнитно-ориентированных неоднородностях значению Λ отвечает масштаб неоднородностей поперек магнитного поля. Эта общая закономерность известна из теории дифракции рентгеновских лучей на кристаллах как условие Брэгга и означает резонансное усиление волн в направлении,

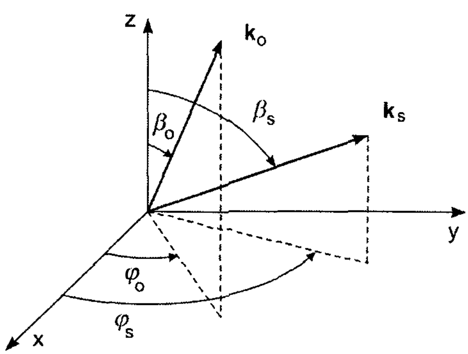


Рис. 8.19. Направления волновых векторов падающей ($\mathbf{k}_0$) и рассеянной ($\mathbf{k}_s$) волн

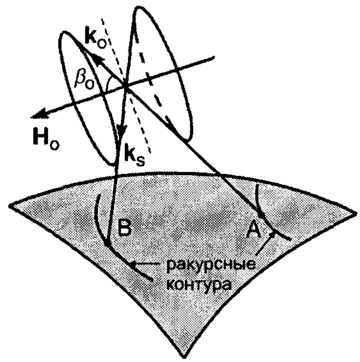


Рис. 8.20. Геометрия ракурсного (зеркального) рассеяния радиоволн на анизотропных магнитно-ориентированных неоднородностях

определяемом уравнением (8.4.12). Поэтому такое рассеяние называют когерентным рассеянием. Выражение (8.4.11) можно привести к более удобному виду. Пусть неоднородности имеют цилиндрическую форму с поперечным размером $\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda$ и с продольным размером $\Lambda_3 >> \Lambda, \lambda$; неоднородности вытянуты вдоль оси z, совпадающей с направлением магнитного поля $\mathbf{H}_0$ (заметим, что в общем случае направление $\mathbf{H}_0$ отлично от вертикали к поверхности Земли). Введем угол ϕ, составляемый вектором рассеяния $\mathbf{K}$ с магнитным полем $\mathbf{H}_0$ в области рассеяния, тогда имеем

$$K_z^2 = K^2 \cos^2 \phi = 4k^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \cos^2 \phi . \qquad (8.4.13)$$

Перейдем от угла ϕ к дополнительному углу

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \phi .$$

Фактически угол ψ определяет отклонение волнового вектора рассеянной волны $\mathbf{k}_s$ от направления зеркального отражения. Выражение (8.4.13) перепишем в виде

$$K_z^2 = 4k^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \sin^2 \psi , \qquad (8.4.14)$$

при этом имеем

$$K_x^2 + K_y^2 = K^2 - K_z^2 = 4k^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} -$$

$$- 4k^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \sin^2 \psi = 4k^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \cos^2 \psi, \tag{8.4.15}$$

и после подстановки (8.4.14) и (8.4.15) в (8.4.11) получаем

$$\Phi_\varepsilon = \frac{\langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle \Lambda^2 \Lambda_3}{8\pi^{3/2}} \exp\left\{-(k\Lambda)^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \cos^2 \psi\right\} \exp\left\{-(k\Lambda_3)^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \sin^2 \psi\right\}. \tag{8.4.16}$$

Для сильно-вытянутых неоднородностей, когда $\frac{\Lambda_3}{\lambda} >> 1$, имеем $\psi << 1$ и с учетом $\sin\psi \approx \psi$ и $\cos\psi \approx 1$ после подстановки (8.4.16) в (8.4.8) получаем

$$\sigma = \frac{\langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle k^4 \Lambda^2 \Lambda_3 \sin^2 \chi}{16\pi^{1/2}} \exp\left\{-(k\Lambda)^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2}\right\} \exp\left\{-(k\Lambda_3)^2 \sin^2 \frac{\theta_s}{2} \psi^2\right\}. \tag{8.4.17}$$

Ракурсная чувствительность — степень ослабления сигнала при отклонении от направления зеркального рассеяния — определяется последним множителем формулы (8.4.17). Отсюда можно оценить угловую полуширину индикатрисы рассеяния в плоскости, проходящей через магнитное поле H_0,

$$\Delta\psi \approx \frac{\lambda}{2\pi\Lambda_3 \sin \frac{\theta_s}{2}}. \tag{8.4.18}$$

Итак, при рассеянии на сильно-вытянутых магнитно-ориентированных неоднородностях волновые векторы рассеянных волн образуют коническую поверхность с осью направленной вдоль магнитного поля $\mathbf{H}_0$ и углом между осью и образующей равным углу между $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{H}_0$. Пересечение конуса с поверхностью Земли образует ракурсный контур. Геометрия ракурсного (зеркального) рассеяния радиоволн на сильно-вытянутых магнитно-ориентированных неоднородностях показана на рис. 8.20. В радарных измерениях передатчик и приемник должны располагаться на сопряженных контурах: $\beta_0 = 90^\circ \pm m$, где $m = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \ldots$ (т. е. передатчик располагается на контуре, соответствующем $\beta_0 = 90^\circ - m$, а приемник — на контуре

$\beta_0 = 90^\circ + m$, или наоборот). Здесь β_0 — угол, составляемый волновым вектором падающей волны $\mathbf{k}_0$ с магнитным полем $\mathbf{H}_0$ в области рассеяния (см. рис. 8.20). При $m = 0$ конус вырождается в плоскость, перпендикулярную магнитному полю, т. е. в этом случае передатчик и приемник должны располагаться на одном самосопряженном контуре. При построении ракурсных контуров необходимо учитывать рефракцию радиоволн.

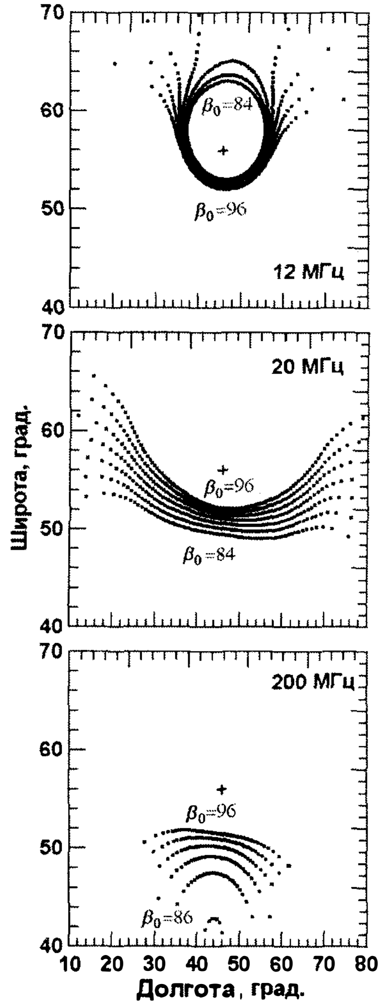


Рис. 8.21. Ракурсные контура для различных частот

В качестве примера на рис. 8.21 показаны ракурсные контура, рассчитанные с учетом рефракции радиоволн в ионосфере для трех частот: 12 МГц, 20 МГц и 200 МГц с шагом изменения угла $_0 = 2°$. Расчеты сделаны с использованием ионосферной модели для дневных условий среднеширотной ионосферы при зеркальном рассеянии радиоволн от единичного объема на высоте 220 км для положения рассеивающей области с координатами проекции точки рассеяния на поверхность Земли (56,1° N, 46,1° E). Эта точка отмечена на рис. 8.21 крестиком. Из рисунков видно, что рефракция радиоволн оказывает существенное влияние на конфигурацию и расположение ракурсных контуров на поверхности Земли и этот фактор необходимо учитывать при проведении эксперимента и анализе данных при использовании метода ракурсного рассеяния радиоволн для диагностики мелкомасштабных магнитно-ориентированных неоднородностей.

Значительные успехи в изучении высокоширотных мелкомасштабных неоднородностей были достигнуты с внедрением в практику ионосферных исследований новой радиолокационной техники. Современные радары способны вести непрерывные систематические наблюдения динамики ионосферной конвекции, регистрировать динамику развития магнитных бурь и являются ценным инструментом для изучения эффектов космической погоды в околоземном пространстве. К их числу относится система STARE — двойной радар, расположенный в Северной Скандинавии. Наблюдение рассеяния из общей области ионосферы производится двумя радарами, расположенными в Ханкасалми (Финляндия), частота зондирования 143,8 МГц, и в Тронхейме (Норвегия), частота зондирования 140,0 МГц. Аналогичная система SABRE функционирует на базе двух радаров, установленных в Уике (Шотландия), частота зондирования 153,2 МГц, и в Упсале (Швеция), частота зондирования 142,5 МГц. Двойные доплеровские УКВ радары позволяют исследовать динамику пространственно-временной структуры ионосферных электрических полей и токов высокоширотной E-области. Если для высот E-области условие ортогональности $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$ достигается даже для радиоволн УКВ диапазона, т. е. при малой рефракции, то в высокоширотной F-области ионосферы с большим наклонением магнитного поля это условие может быть выполнено только с учетом сильной рефракции радиоволн, т. е. в КВ диапазоне.

Вследствие изменения состояния ионосферы с течением суток или во время возмущений частота, для которой будет выполняться условие обратного рассеяния (угол рассеяния $_s =$), будет изменяться. Поэтому радары должны работать в достаточно широкой полосе частот, чтобы адаптироваться к текущей ионосферной обстановке. При работе радаров в высокоширотных районах необходимо учитывать также широтные и долготные вариации крупномасштабной и мелкомасштабной структур высокоширотной ионосферы, которые оказывают существенное влияние на характеристики рассеянных сигналов. Чтобы минимизировать эту проблему, необходимо использовать направленные антенны с узкой диаграммой в азимутальной плоскости с возможностью изменения ориентации луча в достаточно широком угловом секторе. Всем этим требованиям удовлетворяет КВ радар, разработанный в лаборатории прикладной физики Университета Дж. Гопкинса (США). На основе этого радара создана сеть высокоширотных КВ радаров от Финляндии до Аляски, так называемая сеть SuperDARN. Эта сеть радаров ориентирована на исследование динамики мелкомасштабных неоднородностей в авроральной зоне и полярной шапке. По данным доплеровских измерений для бистатического расположения радара (пространственно разнесенные передатчик и приемник) можно определить скорость дрейфа анизотропных магнитно-ориентированных неоднородностей, ответственных за ракурсное рассеяние радиоволн, в направлении, ортогональном магнитному полю вдоль биссектрисы угла, составляемого направлениями из области рассеяния на передатчик и приемник зондирующего сигнала

$$V_{д} = \frac{\lambda \cdot \Delta F_{д}}{2\sin\frac{\theta_s}{2}},$$

где λ — длина волны, $\Delta F_{д}$ — доплеровский сдвиг частоты, θ_s — угол рассеяния.

Одновременная работа сети доплеровских КВ радаров SuperDARN, покрывающих обширный сектор высокоширотной ионосферы, позволяет получать данные о крупномасштабной конвекции в ионосфере, во многом определяемой вариациями межпланетного магнитного поля на границе магнитосферы. Рассеяние радиоволн на анизотропных сильно-вытянутых неоднородностях (метод ракурсного рассеяния радиоволн) широко применяется в исследованиях динамики искусственных мелкомасштабных магнитно-ориентированных неоднородностей.

На рис. 8.22 показан пример динамического спектра сигнала станции точного времени РВМ (55,8° N, 38,3° E) на частоте 9996 кГц во время работы нагревного стенда «СУРА» (56,1°N, 46,1°E). Прием осуществлялся в Ростове-на-Дону (47° N, 40° E). Наблюдения проходили в условиях магнитной бури (индекс магнитной активности Kp = 5–6), и это отразилось на поведении частотного спектра рассеянного сигнала. Если в спокойных условиях типичные значения доплеровского сдвига частоты рассеянного сигнала обычно составляют значения ~0 ± 2 Гц, то во время магнитной бури они достигают ~8–10 Гц. Для данной геометрии расположения радара измерялась юго-западная (относительно стенда «СУРА») компонента скорости дрейфа неоднородностей с азимутом A ~ 234°, величина которой составляла ~186 м/с. Следует отметить, что в магнитно-возмущенный

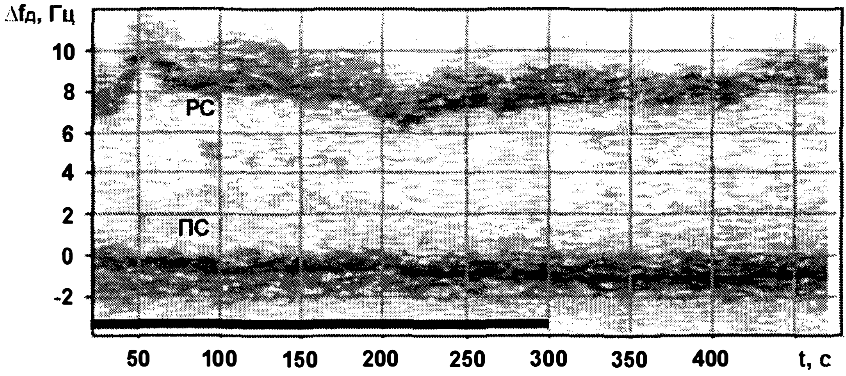


Рис. 8.22. Зависимость от времени доплеровского смещения частоты прямого (ПС) и рассеянного (РС) сигналов на частоте 9996 кГц. Горизонтальной жирной линией отмечен период работы стенда «СУРА»

период наблюдались спорадически возникающие цуги квазипериодической модуляции доплеровского сдвига частоты рассеянного сигнала с периодом ~40–60 с и амплитудой, доходящей до 2 Гц (см. рис. 8.22). Появление квазипериодических вариаций $\Delta F_{д}$ свидетельствует о наличии волновых процессов в области, содержащей искусственные мелкомасштабные неоднородности.

Рассмотрим особенности метода наклонного зондирования ионосферы сигналами с линейной частотной модуляцией. В настоящее время создано новое поколение современных помехозащищенных маломощных систем наклонного зондирования ионосферы, основанных на использовании сигналов с линейной частотной модуляцией — ЛЧМ-ионозондов. Как показал многолетний опыт эксплуатации ЛЧМ-ионозондов, такие системы являются эффективным инструментом мониторинга ионосферы при проведении как фундаментальных, так и прикладных исследований. Рассмотрим кратко принцип работы ЛЧМ-ионозонда (более полные сведения о работе ЛЧМ-ионозонда можно найти в [34, 41]). Пусть на передающем пункте ионозонда передатчик возбуждает непрерывный сигнал с линейной модуляцией частоты

$$u_T(t) = u_0 \cos\left(\omega_н t + \beta t^2/2\right), \tag{8.4.19}$$

здесь u_0 — амплитуда сигнала, $\omega_н = 2\pi f_н$ — начальная круговая частота, $\beta = 2\pi \dfrac{df}{dt}$ — скорость изменения круговой частоты. Мгновенная частота

$$f = \frac{1}{2\pi}\frac{d(\omega_{н}t + 0,5\beta t^2)}{dt}$$

меняется по линейному закону от начальной частоты $f_{н}$ до конечной частоты $f_{к}$ со скоростью, которая может принимать фиксированное значение в пределах от 50 кГц/с до 1 МГц/с в зависимости от режима зондирования и решаемой задачи. Обычно $f_{н} \sim$ 2–3 МГц и $f_{к} \sim$15–30 МГц, и поэтому излучаемый сигнал имеет длительность несколько минут и занимает полосу частот несколько десятков мегагерц. Произведение полосы частот сигнала $\Delta f = f_{к} - f_{н}$ на длительность сигнала $T = \Delta f\left(\frac{df}{dt}\right)^{-1}$ называют базой сигнала. Например, если $f_{н}$ = 1 МГц, $f_{к}$ = 30 МГц, $\frac{df}{dt}$ = 100 кГц/с, то база сигнала $B = \Delta f \cdot T$ составляет $\sim 10^{10}$. Распространяясь в ионосфере, ЛЧМ-сигнал испытывает дисперсионные искажения, в результате чего база сигнала не реализуется в полной мере. Реализуется лишь база элемента сигнала, для которого эти искажения малы. Согласно экспериментальным данным частотный диапазон элемента сигнала с малыми дисперсионными искажениями составляет величину $\Delta f_{э} \approx$ 30–100 кГц. База такого элемента при $\frac{df}{dt}$ = 100 кГц/с будет составлять 10^4–10^5. В общем случае сигнал на входе приемника можно представить в виде суммы нескольких сигналов (мод), которые прошли через ионосферу различными путями:

$$u_R = \sum_{p=1}^{n} u_T R_p(\omega)\cos\left[\omega_{н}(t - t_p) + 0.5\beta(t - t_p)^2\right], \qquad (8.4.20)$$

где $R_p(\omega)$ — коэффициент, характеризующий потери на поглощение p-й моды при распространении в ионосфере, t_p — время группового запаздывания p-й моды сигнала.

Гетеродин приемника формирует ЛЧМ-сигнал, идентичный излучаемому сигналу (8.4.19), в приемнике происходит перемножение сигналов (8.4.19) и (8.4.20) и выделение низкочастотной составляющей сигнала. В результате выполнения этой операции на выходе приемника получаем разностный сигнал

$$A(t) = \sum_{p=1}^{n} A_p(\omega)\cos(\beta t_p t + \varphi_p). \qquad (8.4.21)$$

Согласно (8.4.21) каждой моде распространения в разностном сигнале $A(t)$ будет соответствовать квазигармоническое слагаемое с амплитудой $A_p(\omega)$ и частотой

$$F_p = \frac{d(\beta t_p t + \varphi_p)}{dt} = \beta t_p. \quad (8.4.22)$$

В результате многолучевости в точку приема могут прийти одновременно несколько мод. Для приема всех мод необходимо, чтобы полоса пропускания приемника составляла величину

$$\Delta F = \frac{df}{dt} \Delta t_p, \quad (8.4.23)$$

где $\Delta t_p = t_n - t_1$. Здесь t_n и t_1 — групповое время распространения для мод с наибольшей и наименьшей задержками соответственно. Например, для типичных значений Δt_p = 3 мс и $\dot{f}$ = 100 кГц/с получаем ΔF = 300 Гц. Далее осуществляется оцифровка разностного сигнала A(t) и его спектральный анализ. Алгоритм спектральной обработки комплексного низкочастотного разностного сигнала предусматривает получение и сохранение дистанционно-частотных и амплитудно-частотных характеристик ионосферного канала, очистку ионограмм от помех, определение параметров отдельных лучей, межмодовых задержек, среднего отношения мощности сигнала к мощности шума и ряда других параметров. Программа допускает автоматизированную работу по одному или двум каналам с различной формой визуализации получаемой в процессе зондирования информации. Высокая помехозащищенность ЛЧМ-ионозонда по сравнению с импульсным ионозондом, достигаемая за счет использования линейно-частотно-модулированных сигналов с большой базой (B >> 1), предопределила широкое использование ЛЧМ-ионозондов в фундаментальных и прикладных исследованиях физики ионосферы и распространения радиоволн.

Ионозонды вертикального и слабонаклонного зондирования применяются для мониторинга ионосферы в месте расположения диагностического комплекса, а также для исследования физических процессов, протекающих в ионосфере при естественных и искусственных возмущениях. Ионозонды наклонного зондирования применяются для исследования ионосферы вдоль трассы распространения, изучения закономерностей распространения коротких радиоволн в различных условиях, в системах частотного обеспечения адаптивных (подстраиваемых под условия распространения радиоволн) систем связи при оперативном выборе оптимальных рабочих частот. ЛЧМ-ионозонды возвратно-наклонного зондирования применяются при исследованиях ионосферы и состояния морской поверхности в обширных пространственных областях, а также в системах частотного обеспечения КВ радиосвязи и загоризонтных КВ радаров. В России с 1988 г. функционирует экспериментальная сеть ЛЧМ-ионозондов для наклонного зондирования ионосферы, оснащенная отечественными ЛЧМ-ионозондами. В настоящее время работают диагностические комплексы с передатчиками, расположенными в Хабаровске, Магадане, Иркутске, Норильске и Йошкар-Оле, и приемниками — в Иркутске, Нижнем Новгороде, Ростове-на-Дону, Москве и Йошкар-Оле. Для обеспечения надежной КВ связи за рубежом развернута глобальная сеть ЛЧМ-ионозондов по земному шару, основанная на системе AN/TRQ-35 (Tactical Frequency Sounding System). Список ее передатчиков включает 77 пунктов. Известно, что 16 передатчиков расположены в Северной Америке и Северной Атлантике; 28 — в Европе; 12 — в Азии (Австралии) и Атлантическом и Тихом океанах.

ЛЧМ-ионозонд широко используется в адаптивных системах КВ радиосвязи для получения оценок ионосферного канала в реальном времени и управления рабочими частотами радиолинии. Система оценивает качество канала для предварительно выбранного множества частот, использование которых разрешено для передачи данных. Благодаря своей адаптивности, система автоматически поддерживает качество КВ радиосвязи в течение сеанса связи посредством изменения основных параметров передачи в соответствии с изменением текущего состояния ионосферы. Такими параметрами являются мощность, частота, скорость передачи данных, тип кодирования и ряд других. Развитие широкополосных адаптивных связных и пеленгационных радиосистем декаметрового диапазона выводит на первый план проблемы изучения динамических, спектральных и статистических характеристик нестационарного ионосферного радиоканала. Нестационарность ионосферного канала в значительной мере обусловлена влиянием волновых возмущений различного происхождения (прохождение терминатора, магнитные бури, землетрясения, ураганы, молниевые разряды, старты космических аппаратов, взрывы, мощное радиоизлучение и другие факторы), проявление которых на высотах ионосферы приводит к суперпозиции возмущений и определяет изменчивость характеристик ионосферного канала. В связи со сложностью и многообразием связей в системе «Солнце — магнитосфера — ионосфера — атмосфера — Земля», наличием различных физических механизмов, ответственных за генерацию волновых возмущений, их нестационарностью, актуальным представляется проведение комплексных систематических исследований таких возмущений с привлечением всего арсенала существующих методов и средств наблюдений. Одним из эффективных методов проведения систематических наблюдений за проявлением волновых возмущений, является использование сети станций наклонного ЛЧМ-зондирования, работающих в автоматизированном режиме. Одним из проявлений возмущений на трассах наклонного зондирования, являются квазипериодические вариации максимальной наблюдаемой частоты. На основе непрерывных многомесячных наблюдений условий распространения коротких радиоволн на трассах различной протяженности и ориентации установлено, что волновые возмущения присутствуют практически постоянно. Характерные периоды волновых возмущений лежат в интервале от 15 минут до 2 часов, а амплитуда вариаций максимальной наблюдаемой частоты может достигать 3–5 МГц.

Высокая помехозащищенность ЛЧМ-зонда позволила использовать маломощные сигналы для исследования дальнего и сверхдальнего распространения радиоволн. Для дальнего распространения коротких радиоволн характерно многообразие механизмов распространения — это скачковый, волноводный, антиволноводный (луч Педерсена) механизмы и их комбинации. В естественных условиях исследование волноводного распространения сталкивается со значительными трудностями и это связано с проблемой идентификации волноводных мод и неконтролируемым характером механизмов возбуждения ионосферного волнового канала. Целенаправленное изменение под действием мощного радиоизлучения параметров ионосферной плазмы, создание на высотах канала искусственных неоднородностей коренным образом меняет ситуацию и открывает перспективу управления дальним распространением коротких волн, используя механизм искусственного возбуждения волноводных мод. Экспериментальные исследования волноводного распространения, механизмов возбуждения волноводных мод за счет рефракции на крупномасштабных структурах и рассеяния на мелкомасштабных ионосферных неоднородностях естественного и искусственного происхождения проводились на базе российской сети ЛЧМ-ионозондов и австралийского ЛЧМ-ионозонда [34]. Эксперимент с выводом радиоволн из канала за счет ракурсного рассеяния на искусственных мелкомасштабных неоднородностях проводился в марте 1991 г. на трассе Хабаровск—«СУРА» — Темрюк (Краснодарский край). Наблюдения проводились с 22.00 до 06.00 мск, когда для периода равноденствия на широтной трассе Хабаровск—«СУРА» был наибольший отрицательный градиент электронной концентрации, обеспечивающий рефракционный захват радиоволн в ионосферный волновод. Искусственные неоднородности возбуждались с помощью нагревного стенда «СУРА», который работал с эффективной мощностью PG ~ 100 МВт и излучал вертикально вверх волны на частоте, близкой к критической частоте слоя $f_к F2$. Воздействие на ионосферу осуществлялось циклами: 5 минут — нагрев, 5 минут — пауза.

Характерные примеры ионограмм, зарегистрированные в приемном пункте Темрюк показаны на рис. 8.23. Рис. 8.23 а иллюстрирует случай, когда нагревный стенд не работал. При этом принимались только прямые сигналы на трассе Хабаровск—Темрюк. Во время работы мощного передатчика стенда «СУРА», кроме прямых сигналов, принимались дополнительные сигналы, отмеченные на рис. 8.23 б и 8.23 в индексом РС (рассеянный сигнал). Их появление коррелировало с включением и выключением нагревного стенда. Малые времена развития и релаксации дополнительных сигналов (длительностью менее 1 минуты) совершенно определенно указывают на их связь с возбуждением искусственных мелкомасштабных магнитно-ориентированных неоднородностях, ответственных за ракурсное рассеяние радиоволн. Рис. 8.23 б иллюстрирует случай, когда рассеянный сигнал наблюдался на частотах ниже максимально наблюдаемой частоты регулярной моды 2F (два отражения от слоя F), а рис. 8.23 в — на частотах выше максимально наблюдаемой частоты этой моды, т. е. в данном случае рассеянный сигнал однозначно имеет волноводное происхождение. Моделирование распространения радиоволн на трассе Хабаровск—«СУРА» показало, что условия ракурсного рассеяния радиоволн могут реализоваться как для скачковых, так и для волноводных мод. С ростом отрицательного градиента электронной концентрации происходил эффективный рефракционный захват радиоволн в ионосферный волновод. На рис. 8.24 показаны лучевые траектории на трассе Хабаровск—«СУРА», рассчитанные для ионосферных условий марта 1991 г. для 01:00 мск, здесь же пунктиром приведены изолинии плазменных частот. Вывод радиоволн из приподнятого над Землей ионосферного канала осуществлялся за счет ракурсного рассеяния на искусственных мелкомасштабных магнитно-ориентированных неоднородностях.

При вертикальном зондировании ионосферы мощным излучением дециметровых радиоволн наблюдается слабое рассеянное поле, приходящее от основной части толщи ионосферы. Эксперименты показали, что при этом эффективный поперечник обратного рассеяния радиоволн пропорционален электронной концентрации, а размытый частотный спектр рассеянных радиоволн имеет сложный характер. Это явление называют некогерентным рассеянием радиоволн. Рассмотрим кратко сущность метода некогерентного рассеяния радиоволн для диагностики ионосферной плазмы. Под действием электрического поля волны $E = E_0\, e^{-i(\omega t - kr)}$ электрон приобретает скорость $v = \dfrac{ieE}{m\omega}$. Осциллирующий в поле волны E электрон можно представить в виде диполя. В волновой зоне ($kr \gg 1$) поле волны, переизлученной электроном, имеет вид

$$E = E_\theta = \frac{\mu_0 e^2 E_0 e^{-i(\omega t - kr)}}{4\pi m r} \sin\theta, \tag{8.4.24}$$

где θ — угол между осью диполя и направлением волнового вектора рассеянной волны.

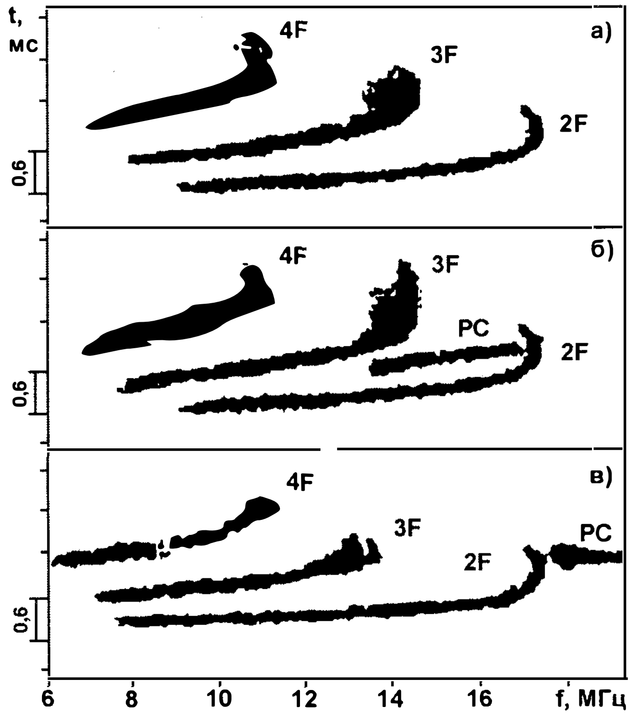


Рис. 8.23. Ионограммы наклонного ЛЧМ-зондирования на трассе Хабаровск — Темрюк в паузе (а) и во время работы стенда «СУРА» (б, в), РС — рассеянный сигнал

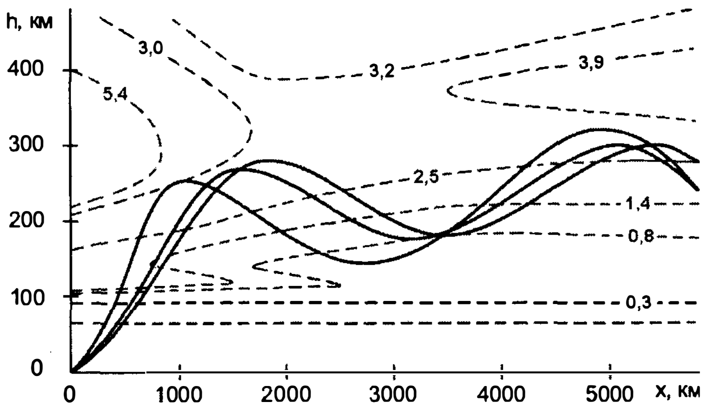


Рис. 8.24. Лучевые траектории на трассе Хабаровск—«СУРА»

Плотность потока энергии, рассеянной одним электроном, будет равна

$$S=\frac{1}{2}EH^{*}=\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2}E^2=\frac{e^4E_0^2\sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 m^2c_0^3r^2}. \qquad (8.4.25)$$

Напомним, что $c_0=(\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$. Полный поток рассеянной электроном энергии находится интегрированием по сфере радиуса r :

$$W=\oint S\,d\sigma=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\frac{e^4E_0^2\sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 m^2c_0^3r^2}r^2\sin\theta\,d\theta=\frac{e^4E_0^2}{12\pi\varepsilon_0 m^2c_0^3}=\frac{4\pi c_0\varepsilon_0 r_e^2E_0^2}{3}, \qquad (8.4.26)$$

где $r_e=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc_0^2}$ — классический радиус электрона. Нормируя W на плотность потока энергии падающей волны $\dfrac{\varepsilon_0c_0}{2}E_0^2$, получим выражение для эффективного сечения рассеяния одного электрона

$$\sigma_e=\frac{8\pi}{3}r_0^2. \qquad (8.4.27)$$

Если электроны распределены хаотически, то мощности рассеянного излучения от отдельных электронов складываются и полная рассеянная мощность будет пропорциональна электронной концентрации, т. е. $\sigma=N_e\sigma_e$. Поэтому такое рассеяние и было названо некогерентным рассеянием радиоволн. Поскольку электроны движутся с тепловыми скоростями, то частота рассеянных волн будет иметь доплеровский сдвиг

$$\omega_s=\omega_o+|\mathbf{K}|v_e, \qquad (8.4.28)$$

где $\mathbf{K}=\mathbf{k}_0-\mathbf{k}_s$ — вектор рассеяния, v_e — тепловая скорость электронов. Как следует из статистической физики,

$$v_e=\left(\frac{8K_bT_e}{\pi m}\right)^{1/2},$$

где T_e — температура электронов, $K_b=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/град — постоянная Больцмана, m — масса электрона. Для обратного рассеяния $K=2k$ и ширина частотного спектра рассеянного излучения вследствие эффекта Доплера на множестве электронов равна

$$\Delta f = \frac{2v_e}{\lambda} = \frac{2}{\lambda} \cdot \left(\frac{8K_b T_e}{\pi m} \right)^{1/2}. \tag{8.4.29}$$

Первые эксперименты позволили обнаружить некогерентное рассеяние радиоволн и подтвердили возможность измерения высотного распределения электронной концентрации. В то же время спектральное уширение рассеянных сигналов Δf оказалось существенно меньше, чем предсказывалось этой упрощенной теорией. Для объяснения экспериментальных данных было высказано предположение, которое в дальнейшем получило теоретическое обоснование, что рассеяние следует рассматривать скорее на случайных флуктуациях электронной концентрации, чем на отдельных рассеивающих электронах. Более строгий анализ показал, что эффективное сечение рассеяния, проинтегрированное по всем частотам, приближенно определяется выражением

$$\sigma = N_e \sigma_e \left[\frac{\left(\frac{4\pi\lambda_D}{\lambda} \right)^2}{\left(\frac{4\pi\lambda_D}{\lambda} \right)^2 + 1} + \frac{1}{\left\{ \left(\frac{4\pi\lambda_D}{\lambda} \right)^2 + 1 \right\} \left\{ \left(\frac{4\pi\lambda_D}{\lambda} \right)^2 + 1 + \frac{T_e}{T_i} \right\}} \right], \tag{8.4.30}$$

здесь λ_D — дебаевский радиус.

Физический смысл дебаевского радиуса состоит в том, что он определяет расстояние, на которое простирается воздействие положительного иона на электроны в условиях теплового движения частиц. Он определяется следующей формулой:

$$\lambda_D = \left[\frac{K_b T_e T_i \varepsilon_0}{e^2 (T_e + T_i) N} \right]^{1/2} = 69 \left[\frac{T_e T_i}{(T_e + T_i) N} \right]^{1/2} \text{(м)}. \tag{8.4.31}$$

Если величина $\gamma = \frac{1}{2k\lambda_D \sin(\theta_s / 2)} \ll 1$, то в плазме не могут развиваться коллективные колебания. При этом доплеровское уширение рассеянного сигнала определяется отдельными неэкранированными электронами. Показано, что при максвелловской функции распределения электронов по скоростям форма спектра рассеянного излучения является гауссовой.

Когда величина $\gamma \geq 1$, то ширина спектра характеризует в большей степени движение ионов и, следовательно, наблюдаемая спектральная линия рассеянных сигналов более узкая. В спектре появляются дополнительные резонансы на частотах $\omega_s \approx \omega \pm \omega_c$ (электронная плазменная линия), $\omega_s \approx \omega \pm \omega_i |\mathbf{K}| \lambda_D$ (ионно-звуковая линия). Первый член (8.4.30) является преобладающим в тех случаях, когда длина волны локатора λ существенно меньше дебаевского радиуса λ_D, т. е. $\lambda << 4\pi\lambda_D$. При этом кулоновское взаимодействие не оказывает влияния на рассеяние электронов и это соответствует случаю «чисто» некогерентного рассеяния, когда поперечник обратного рассеяния единицы объема плазмы пропорционален электронной концентрации $\sigma \to N_e\sigma_e$. Второй член (8.4.30) преобладает при $\lambda >> 4\pi\lambda_D$, при этом $\sigma \to \dfrac{N_e\sigma_e}{1+T_e/T_i}$.

Пример формы спектра рассеянных радиоволн при $\lambda >> 4\pi\lambda_D$ для различных значений T_e/T_i показан на рис. 8.25. По вертикальной оси отложена нормированная мощность, ω_s и ω_0 — частоты принятого и излученного сигналов, $\mathbf{K} = |\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_s|$, V_i — тепловая скорость ионов. Для больших значений T_e/T_i в спектре рассеянного сигнала наблюдаются максимумы, обусловленные рассеянием на ионно-звуковых волнах. С учетом магнитного поля спектр рассеянного сигнала становится более сложным, особенно когда направление волнового вектора рассеянной волны (направление наблюдения) перпендикулярно магнитному полю. При определенных условиях могут возникать резонансные пики, сдвинутые по частоте на величину, кратную электронной гирочастоте, ионной гирочастоте и гибридной частоте $(\omega_H\Omega_H)^{1/2}$.

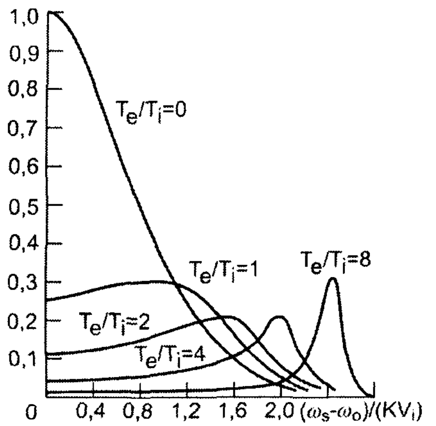


Рис. 8.25. Спектр некогерентно рассеянного сигнала [43]

При достаточном разрешении по высоте метод некогерентного рассеяния радиоволн позволяет получать информацию о высотном распределении электронной концентрации, электронной и ионной температурах, ионном составе и скорости дрейфа плазмы. Малая величина отношения мощности полезного сигнала к мощности шумов на входе приемника делает необходимым использование мощных передатчиков и процедуры накопления сигнала. Определенные условия накладываются на длительность импульса и частоту повторения. С одной стороны, для повышения пространственного разрешения необходимо использовать короткие импульсы, но это ведет к ухудшению спектрального разрешения. С другой стороны, произведение длительности импульса на частоту повторения, определяющее среднюю мощность излучения, лимитировано энергетическим потенциалом установки. Для повышения пространственного разрешения используют антенны с узкой диаграммой направленности, а для определения полного вектора скорости движения ионосферной плазмы используют многопозиционные системы с разнесенным приемом. В настоящее время существует всего несколько станций некогерентного рассеяния, этих сложных и дорогостоящих инструментов. С начала 80-х гг. прошлого века в Северной Скандинавии вступила в строй наиболее мощная установка некогерентного рассеяния — EISCAT, построенная силами шести европейских стран. Установка работает в двух диапазонах частот. На частоте 224 МГц используется моностатическая схема: передатчик и приемник размещены в одном месте (Тромсе, Норвегия, геомагнитная широта $\varphi_м = 66{,}3°$ N). Антенна выполнена в виде параболического цилиндра с размерами 40 × 120 м. Вторая установка на частоте 929,5 МГц используется для многопозиционного приема — *передатчик/приемник размещены* в Тромсе, а дополнительный прием рассеянного излучения осуществляется в Кируне (Швеция) и Соданкюле (Финляндия). С середины 1990-х гг. функционирует радар некогерентного рассеяния в Иркутске ($\varphi_м = 47{,}8°$ N), его рабочая частота $f = 154$–162 МГц, импульсная мощность 2,5–3,2 МВт, длительность импульса 140–820 мкс, частота повторения 24,4 Гц. Антенной служит рупор с размерами апертуры 12,2 × 246 м. В заключение отметим, что радар некогерентного рассеяния является мощным наземным инструментом, позволяющим получать информацию о нескольких ключевых параметрах ионосферной плазмы практически во всей толще ионосферы от 100 км до нескольких тысяч километров. Подробно метод некогерентного рассеяния радиоволн изложен в [42].

Данные об измерениях поглощения коротких радиоволн в ионосфере имеют большое значение для практики радиосвязи. Для измерений поглощения используют различные методы, в том числе измерение амплитуды отраженных от ионосферы радиоволн. Однако в периоды сильного поглощения отражения могут вообще не регистрироваться, например во время мощных рентгеновских вспышек или высыпания энергичных частиц в полярных областях, когда имеет место эффект блэкаута — непрохождения коротких радиоволн. Для измерения поглощения имеется подходящий источник — радиоволны, приходящие на Землю из космического пространства. Мощность космического излучения, принимаемая из данного направления в пространстве, является постоянной во времени, хотя и зависит от координат на небесной сфере. Если правильно выбрать направление антенны, то вращение Земли приводит к сканированию неба, которое дает суточную вариацию принимаемой мощности шума, даже при отсутствии поглощения (уровень спокойного дня). На эту медленную вариацию интенсивности излучения накладываются изменения, вызванные вариацией ионосферного поглощения. Для измерений принимаемой мощности космического радиоизлучения создан специальный прибор — риометр (от английского riometer — relative ionospheric opacity meter — измеритель относительной непрозрачности ионосферы). Типичные рабочие частоты риометра заключены в диапазоне от 20 до 50 МГц.

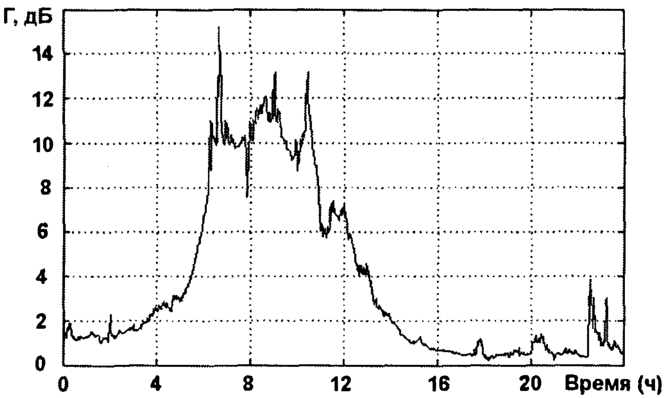


Рис. 8.26. Поглощение космического излучения на частоте 38 МГц во время магнитной бури 29 октября 2003 г. [44]

При этом измеряется поглощение радиоволн, которое сравнительно невелико. Риометр представляет собой следящую систему, которая непрерывно сравнивает уровень шума, поступающий в антенну, с шумом, генерируемым шумовым диодом, и поддерживает их равенство. Непрерывная калибровка осуществляется путем поочередного подключения к входу приемника принимаемого сигнала и сигнала от шумового генератора. Частота переключения выбирается достаточно большой (~300 Гц). На выходе приемника получаются прямоугольные импульсы с частотой следования, равной частоте переключения, и амплитудой, пропорциональной разности между интенсивностями сигнала, принятого антенной, и сигнала шумового генератора. После усиления последовательность прямоугольных импульсов подается на синхронный детектор. Величина постоянного тока на выходе синхронного детектора пропорциональна разности между интенсивностями сигнала, принятого антенной, и сигнала шумового генератора, а полярность тока определяется тем, какой из сигналов больше. Постоянный ток с выхода синхронного детектора используется для управления температурой нити накала шумового диода (а следовательно, и уровнем генерируемого шума) таким образом, чтобы интенсивности обоих сигналов на входе приемника были равны друг другу. Мощность шумового генератора автоматически и непрерывно регулируется так, что она остается равной мощности принятого сигнала при всех его изменениях. Поскольку мощность шумового диода пропорциональна его анодному току, последний является мерой мощности принятого космического шума. Поглощение оценивается по формуле

$$\Gamma = 10\lg(P_0/P)\ \text{дБ},$$

где P — мощность принятого сигнала, P_0 — мощность сигнала, который был бы принят в отсутствие ионосферы. Риометр является ценным прибором для исследования ионосферы. Запись уровня космического радиошума ведется непрерывно в автоматическом режиме с минимальным контролем. Риометр работоспособен даже во время очень сильного поглощения, поэтому риометрический метод хорошо подходит для статистических исследований поглощения. В качестве примера на рис. 8.26 показано изменение уровня поглощения космического излучения во время экстремально сильной магнитной бури 29 октября 2003 г., зарегистрированное с помощью риометра на частоте $f = 38{,}2$ МГц в Килписарви (69,05° N, 20,79° E), Финляндия. Из рисунка видно, что во время магнитной бури поглощение увеличилось примерно с 1 до 10 дБ. Согласно результатам многолетних наблюдений в спокойной ионосфере поглощение на частоте 30 МГц составляет доли децибела, с изменением частоты поглощение $\Gamma \propto f^{-2}$ (см. (8.2.55)), а с увеличением угла θ_0 (угол отклонения от зенита) оно растет как $\dfrac{1}{\cos\theta_0}$. Оценки показывают, что на частотах $f \geq 120$–150 МГц поглощение радиоволн в ионосфере пренебрежимо мало и даже во время сильных магнитно-ионосферных возмущений не превышает долей децибела.

Подробные сведения о рассмотренных и других методах мониторинга ионосферы можно найти в монографиях [27, 28, 32, 34, 40–43].

Глава 9

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СРЕДНИХ И ДЛИННЫХ РАДИОВОЛН

ГЛАВА 9

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СРЕДНИХ И ДЛИННЫХ РАДИОВОЛН

9.1. Особенности распространения средних радиоволн

Диапазон средних волн выделен для нужд радиовещания ($\lambda = 200–550$ м и $\lambda = 1050–2000$ м), для радиослужб морского флота ($\lambda = 550–750$ м) и для авиации ($\lambda = 750–1050$ м). Исследования распространения радиоволн этого диапазона были направлены в основном на выяснение зон устойчивой связи и на определение необходимой мощности передатчика, обеспечивающей заданное превыпение уровня сигнала над помехами. Исследования показали, что распространение средних волн обусловлено двумя разными явлениями: дифракцией на сферической поверхности Земли и отражением от нижней области ионосферы. В дневное время средние волны испытывают столь большое поглощение в ионосфере, что существенна только дифракционная компонента поля E_d; напряженность поля при этом отличается постоянством. Ночью ионосферное поглощение уменьшается и поэтому в пункте приема присутствует две компоненты поля, соответствующие и дифракции на сферической поверхности Земли E_d, и отражению радиоволн от ионосферы E_i. В ночное время напряженность поля увеличивается и наблюдаются глубокие замирания, обусловленные интерференцией этих двух компонент поля, а также многолучевостью ионосферной составляющей поля. На рис. 9.1 показано типичное изменение напряженности поля в течение суток для $\lambda = 1200$ м и дальности 420 км, видно, что в ночное время напряженность поля E увеличена и присутствуют глубокие замирания, обусловленные интерференцией разных компонент поля.

На больших расстояниях дифракционная компонента поля ослаблена столь сильно, что ночью напряженность поля обусловлена только условиями многократного отражения средних волн от ионосферы и поверхности Земли, а днем прием сигналов оказывается невозможным. В связи с этими особенностями распространения средних волн различают три области дальностей: зону уверенного приема в любое время суток, соответствующую дифракции радиоволн, область сильных замираний и зону неустойчивого дальнего приема сигналов ночью.

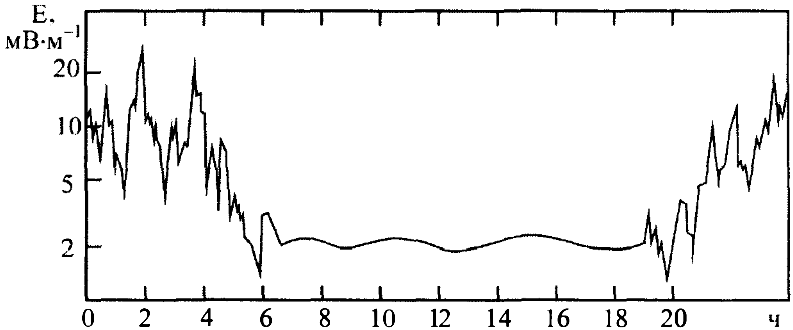


Рис. 9.1. Типичные изменения напряженности поля средних радиоволн в течение суток [45]

Особенности распространения радиоволн зависят от диаграммы направленности передающей антенны. В качестве передающих антенн этого диапазона используются высокие мачты; в зависимости от отношения высоты мачты L_a к длине волны различают «антифединговые» антенны $L_a\lambda^{-1} \approx 0{,}56$, четвертьволновые мачты $L_a\lambda^{-1} \approx 0{,}25$ и короткие антенны $L_a\lambda^{-1} \approx 0{,}1$. Диаграммы направленности четвертьволновой и короткой мачты отличаются несущественно, их излучение в направлении на горизонт $\psi = 0°$ и под углом $\psi = 35°$ примерно одинаково, и вследствие этого они эффективно создают и дифракционную, и ионосферную компоненты поля. Антифединговые антенны имеют глубокий минимум диаграммы направленности в направлении $\psi \approx 35°$, поэтому они подавляют ионосферную компоненту поля. Использование «антифединговой» передающей антенны увеличивает зону уверенного приема, в которой вариации напряженности поля малы. В горизонтальной плоскости интенсивность излучения таких антенн не зависит от направления.

При экспериментальных исследованиях можно разделить дифракционную E_d и ионосферную E_i компоненты поля. Для этой цели используют простые рамочные и штыревые приемные антенны, позволяющие «отстроиться» от влияния дифракционной компоненты и принимать только ионосферную составляющую поля. Более эффективно применение на передающем пункте импульсной амплитудной модуляции, что позволяет на приемном пункте осуществить разделение по времени прихода сигналы, соответствующие дифракции и отражению от ионосферы [45, 46]. В связи с этим оправдан раздельный анализ распространения средних радиоволн путем дифракции на сферической поверхности Земли и в результате отражения от ионосферы.

В главах 5 и 6 была рассмотрена задача о распространении радиоволн над плоской и сферической поверхностями; используем результаты этого анализа и опишем особенности распространения средних волн в дневное время, когда напряженность поля обусловлена дифракцией. При теоретическом анализе задачи о распространении радиоволн вдоль поверхности Земли была введена функция ослабления U, которая показывает, на сколько напряженность поля над земной поверхностью меньше, чем в случае распространения радиоволн над плоскостью с бесконечной проводимостью, если излучаемая антенной мощность и расстояние в этих двух случаях одинаковы. Будем учитывать, что передающая и приемная антенны средних волн располагаются на поверхности, а передающие антенны — мачты создают электрическое поле с вертикальной поляризацией. Напомним, что в этой ситуации при распространении волн над плоской поверхностью с бесконечной проводимостью напряженность поля в два раза больше, чем при распространении в свободном пространстве. При свободном распространении радиоволн, согласно (1.2.2), плотность потока мощности P зависит от излучаемой мощности W_1, коэффициента направленного действия передающей антенны G и расстояния между передающим и приемным пунктами D. Учтем, что $E^2 = 120\pi P$, и перейдем к употребляемым в технике радиосвязи размерностям. Для случая свободного распространения будем иметь следующее соотношение:

$$E = 245\left(W_1 G\right)^{1/2} D^{-1}, \tag{9.1.1}$$

здесь E — имеет размерность мв·м$^{-1}$, W_1 — кВт, D — км.

Учитывая определение функции ослабления U и соотношение (9.1.1), получим выражение для вертикальной компоненты напряженности электрического поля вблизи поверхности Земли:

$$E_d = 300 W_1^{1/2} D^{-1} U. \tag{9.1.2}$$

В (9.1.2) мы учли, что для мачтовых антенн средних волн $G \approx 1{,}5$, а размерности величин такие же, как и в (9.1.1). В главах 5 и 6, при анализе функции ослабления U, использовались приближенные граничные условия, которые справедливы при большом значении модуля относительной диэлектрической проницаемости грунта $|\varepsilon|$. В диапазоне средних волн условие $|\varepsilon| >> 1$ всегда выполняется и, кроме того, токи проводимости много больше токов смещения, т. е. $\varepsilon << 60\ \lambda\sigma$. Как было показано в главах 5 и 6, в этих условиях функция ослабления зависит от безразмерного параметра — «численного расстояния» ρ, определяемого соотношением (5.2.41А). Из (5.2.41А), при условии $\varepsilon << 60\ \lambda\sigma$, было получено следующее выражение:

$$\rho = \frac{\pi D}{60\sigma\lambda^2}, \tag{9.1.3}$$

а если использовать размерности [D] — км, [λ] — м, [σ] — мСм·м$^{-1}$, то

$$\rho = \frac{10^5\pi D}{6\sigma\lambda^2}. \tag{9.1.4}$$

В главе 5 было отмечено, что, если пренебречь сферичностью поверхности, то для определения модуля функции ослабления можно пользоваться следующей приближенной формулой:

$$|U| = \frac{2 + 0{,}3\rho}{2 + \rho + 0{,}6\rho^2}. \tag{9.1.5}$$

Из (9.1.5) следует, что в случае приближения плоской поверхности при малых $\rho < 0{,}05$ функция $U \approx 1$ и слабо зависит от проводимости грунта σ, а при больших ρ она сильно зависит от σ. При меньшей проводимости σ для более коротких волн потери в грунте возрастают и U уменьшается. В главе 6 отмечалось, что сферичность поверхности Земли можно не учитывать, если выполняется условие

$$D \le D_m \approx 7\lambda^{1/3}, \tag{9.1.6}$$

в этом соотношении размерность [D] — км, а [λ] — м. Для $\lambda = 1000$ м предельное расстояние, для которого еще справедлива модель плоской поверхности, $D_m = 70$ км. Напомним, что при использовании передающих вертикальных мачтовых антенн возбуждается электрическое поле E_d с основной вертикальной составляющей E_z и имеется малая горизонтальная составляющая E_x. Эти компоненты поля связаны простым соотношением

$$E_x = E_z(60\lambda\sigma)^{1/2}. \tag{9.1.7}$$

В главе 6 была проанализирована задача о распространении радиоволн вдоль сферической поверхности Земли и получены сложные выражения для зависимостей напряженности поля от проводимости грунта, длины волны и расстояния. По результатам такого теоретического анализа составлены графики зависимостей $E_d(D)$, рекомендованные Международным консультативным комитетом по радиосвязи для инженерных расчетов напряженности поля средних радиоволн. На рис. 9.2 приведены зависимости напряженности поля E_d от дальности D, рекомендованные этим комитетом. Эти графики соответствуют излученной мощности 1 кВт и проводимости грунта $\sigma = 3$ мСм·м$^{-1}$, цифры у графиков указывают частоту в кГц. Из этого рисунка следует, что при увеличении частоты происходит сильное уменьшение напряженности дифракционной компоненты поля.

При практическом использовании результатов теории, когда нужно определить необходимую мощность передатчика, обеспечивающую надежную работу сети радиостанций вещания или радиосвязи, возникает необходимость определения зависимости $E_d(D)$ на реальных трассах с неизвестным значением проводимости грунта. Проводимость σ зависит от типа грунта, от его влажности, от уровня промерзания, глубины и степени засоленности грунтовой воды. Часто грунт сильно неоднороден и вдоль трассы радиосвязи, и по глубине и представляет неоднородную слоистую структуру с сильно отличающимися значениями σ. Так как глубина проникновения радиоволны в грунт сильно зависит от длины волны, то эффективная проводимость σ оказывается зависящей от λ. Под эффективной проводимостью понимается такое значение σ, которое позволяет согласовать измеренное значение напряженности поля на реальной трассе с теоретической зависимостью $E_d(D)$. Найденная таким образом эффективная проводимость оказывается различной в разных пунктах трассы радиосвязи. Так, по данным [45], на участке трассы длиной 100 км, расположенной в Ленинградской области, эффективная проводимость изменялась в пределах 7–50 мСм·м$^{-1}$. Эффективная проводимость грунта в диапазоне средних волн может быть определена путем измерения напряженности поля радиостанций при погружении приемника на разную глубину в грунт. В § 2.1 было показано, что напряженность поля убывает при погружении в среду по экспоненциальному закону, скорость убывания, согласно (2.1.36) и (2.1.39), зависит от проводимости среды. При практическом использовании этого метода применяют малую рамочную антенну с ферритовым сердечником и простой измерительный приемник, которые опускают в колодцы в разных точках трассы. Значения напряженности поля, измеренные на разной глубине, позволяют определять показатель экспоненты в формуле (2.1.36) и, следовательно, найти проводимость грунта σ. Другой метод определения проводимости базируется на связи вертикальной и горизонтальной

24 Заказ 1248

компонент электрического поля, т. е. на соотношении (9.1.7), в которое входит σ. Оказалось, что этим методом определение проводимости затруднительно, так как измерение компонент поля E_z и E_x не удается осуществить с достаточной точностью. Экспериментальные исследования показали, что напряженность поля средних волн зависит от рельефа трассы: наличие холмов и гор приводит к уменьшению напряженности поля. Для таких трасс также вводится «эффективная» проводимость, хотя она, конечно, не соответствует истинной проводимости грунта. На рис. 9.3 приведены, по данным [45], теоретические (линии) и экспериментальные (точки) зависимости функции ослабления U от расстояния для частоты 272 кГц. График 1 соответствует ровной местности в направлении восток—запад, а кривая 2 — холмистой местности в направлении север—юг. Для ровной местности теория соответствует эксперименту при $\sigma = 17$ мСм·м$^{-1}$, а для холмистой местности приходится принять $\sigma = 8$ мСм·м$^{-1}$. Обстоятельный анализ особенностей распространения средних радиоволн на реальных трассах и методов определения эффективной проводимости дан в [45].

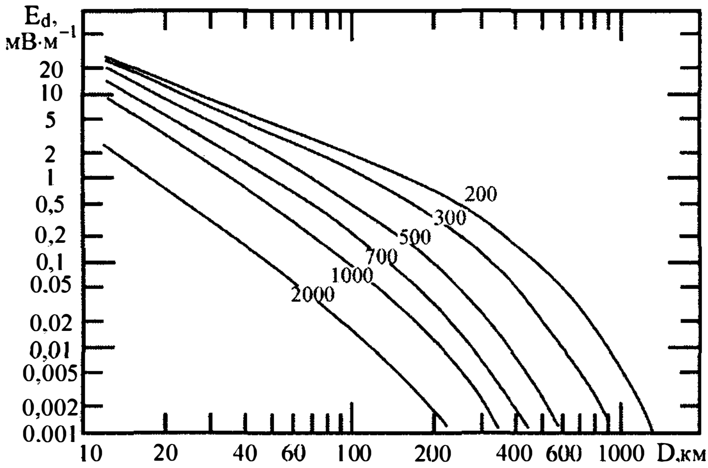


Рис. 9.2. Теоретические зависимости напряженности поля средних радиоволн E_d от расстояния D при мощности передатчика 1 кВт

Рассмотрим далее особенности ионосферного распространения средних радиоволн, при этом используем общие закономерности, описанные в § 8.2. В модели изотропной плазмы при отсутствии геомагнитного поля диэлектрическая проницаемость и проводимость плазмы сильно зависят от частоты и определяются формулами (8.2.9). Радиоволна, распростра-

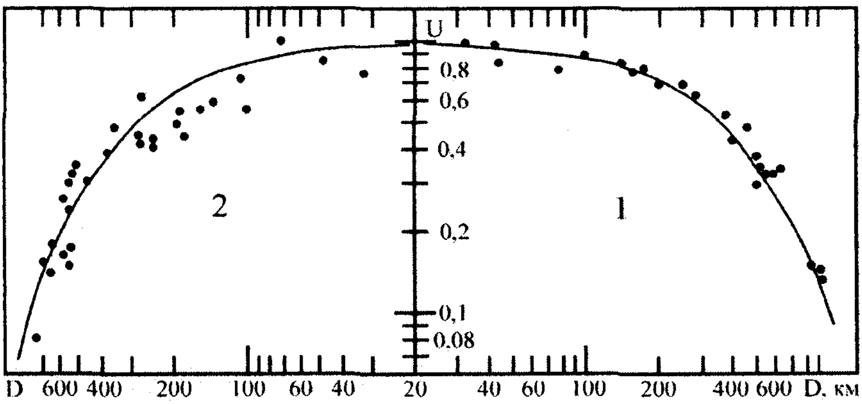


Рис. 9.3. Экспериментальные зависимости функции ослабления от дальности для двух трасс [45]

няющаяся в такой среде, ослабляется за счет поглощения в соответствии с соотношением

$$E_j = E_0 \exp\left\{-\frac{2\pi}{\lambda_0}\int \chi(h)\, dl\right\}, \tag{9.1.8}$$

где dl — элемент длины лучевой линии в плазме, а коэффициент поглощения χ выражается формулой (8.2.21). На распространение средних радиоволн сильное влияние оказывает геомагнитное поле H_0, так как диэлектрическая проницаемость плазмы и коэффициент поглощения зависят от H_0 и от угла α между вектором геомагнитного поля H_0 и направлением распространения радиоволны. Теория распространения радиоволн в плазме при наличии внешнего постоянного магнитного поля доведена до конкретных формул для двух случаев: при малых углах α (продольное распространение) и при $\alpha \approx 90°$ (поперечное распространение) (см. § 8.2). Радиоволна под влиянием геомагнитного поля H_0 распадается в ионосфере на две составляющие: «обыкновенную» и «необыкновенную», фазовые скорости обыкновенной и необыкновенной волны отличаются. При вертикальном падении волны на ионосферу только обыкновенная волна отражается от той же области высот, что и при отсутствии H_0, т. е. критическая частота $f_к$ соответствует формуле (8.2.33). При продольном распространении радиоволны, когда $\alpha < 10°$, если частота радиоволны f близка или совпадает с гиромагнитной частотой f_H, должно происходить значительное резонансное поглощение волн. При поперечном распространении ($\alpha \approx 90°$)

параметры необыкновенной волны такие же, как и при отсутствии геомагнитного поля H_0. Необыкновенная волна при этом будет ослабляться больше, чем в случае $H_0 = 0$. Магнитное поле H_0 влияет на поляризацию волны: если антенна излучает волну с линейной поляризацией, то после прохождения через анизотропную ионосферу обыкновенная и необыкновенная волны могут стать эллиптически поляризованными.

Трудность теоретического анализа дальнего ионосферного распространения средних радиоволн связана с тем, что реальная ионосфера имеет сложный высотный профиль электронной концентрации $N_e(h)$ и недостаточно известную зависимость частоты столкновений от высоты $\nu(h)$. Кроме того, на протяженных трассах связи угол α между лучевой линией и вектором геомагнитного поля может иметь разное значение, при этом нельзя пользоваться приближениями только продольного или только поперечного распространения волн. Формулы (8.2.33) и (8.2.36) и сведения о зависимостях $N_e(h)$, $\nu(h)$, представленные в табл. 8.1 и 8.2, позволяют оценить критическую частоту $f_к$, высоту области отражения средних волн и интегральное поглощение радиоволн на трассе. Такие теоретические оценки показывают, что средние волны должны отражаться от E-области ионосферы и что днем поглощение должно быть большим.

Основные закономерности дальнего ионосферного распространения средних волн были получены в результате экспериментальных исследований [46]. Эксперименты показали, что на «коротких» трассах, когда дальность $D < 400$ км, поглощение радиоволн в нижней ионосфере в дневное время столь велико, что присутствие волны отраженной от ионосферы можно не учитывать, так как основным является поле дифракции радиоволн. В ночное время поглощение уменьшается, ионосферная компонента поля может быть сравнима с полем дифракции радиоволн, в этом случае наблюдаются значительные интерференционные замирания напряженности поля. Это явление «ближнего фединга» ухудшает условия вещания и связи на средних волнах. Применение передающей антифединговой антенны уменьшает ионосферную компоненту поля, при этом уменьшается глубина замираний и увеличивается зона уверенного приема. На расстояниях, больших 500 км, дифракционная составляющая поля мала, поэтому днем из-за очень большого ионосферного поглощения напряженность поля также мала. В ночное время, из-за уменьшения электронной концентрации в нижней ионосфере, поглощение уменьшается и средние волны распространяются путем многократных отражений от ионосферы и поверхности Земли на большие расстояния. При этом наблюдаются интенсивные флуктуации напряженности поля E_i, обусловленные двумя разными явлениями: интерференционные замирания связаны с многолучевым механизмом распространения волн, а почти периодические, поляризационные замирания обусловлены изменением поляризации радиоволн в нестационарной ионосфере. В результате обширных экспериментальных исследований удалось получить сведения о напряженности поля средних радиоволн на больших дальностях. На рис. 9.4 приведены экспериментальные зависимости медианных значений напряженности поля ионосферных волн E_i от расстояния D для средних широт в полночь. Графики 1 и 2 соответствуют частоте радиоволны, равной 200 и 1200 кГц, и передатчику с мощностью 1 кВт. В течение ночи напряженность поля изменяется, наибольшие значения E_i наблюдаются в интервале 23–4 ч местного времени для середины трассы, а в утренние и вечерние часы происходит уменьшение E_i в среднем на 10–15 дБ. Обнаружена явная зависимость ночных медианных значений напряженности поля E_i от времени года: наименьшие значения E_i регистрируются в июне–июле, когда напряженность поля уменьшается в среднем на 10–14 дБ. Напряженность поля средних радиоволн даже в ночное время зависит от солнечной активности, эта зависимость особенно велика для трасс проходящих через полярные районы.

Для изучения особенностей ионосферного распространения средних радиоволн на относительно небольших расстояния эффективно использование импульсного излучения. На таких трассах, когда D = 100–400 км, возможен одновременный прием и разделение по времени импульсных сигналов, обусловленных и дифракционным, и ионосферным распространением радиоволн. «Дифракционные» сигналы используются как опорные, а «ионосферные» импульсы позволяют измерять время распространения радиоволн по ионосферной трассе Δt. Таким методом удается получать надежные сведения о высотах областей отражения радиоволн, о наличии многолучевости и получать зависимость напряженности ионосферных волн от расстояния. На рис. 9.5 приведены, по данным [46], экспериментальные зависимости медианных значений E_i от расстояния, цифры у графиков указывают частоту радиоволны в кГц. Анализ большого экспериментального материала показал следующее. На низких частотах f = 200–500 кГц для дальностей D = 100–400 км отражение радиоволн происходит чаще от области E ионосферы, но нерегулярно появляются импульсные сигналы соответствующие отражению от больших высот. На трассах средней протяженности на частотах 1000–1500 кГц регулярно наблюдаются импульсные сигналы с двумя различными задержками Δt, соответствующими отражению радиоволн на высотах 100–120 км и 170–240 км, и нерегулярно появляются отражения от ионосферы на высотах h = 290–380 км.

При теоретическом анализе ионосферного распространения средних волн на расстояния 100–400 км задают упрощенные модели высотных зависимостей электронной концентрации $N_e(h)$ и частоты столкновений $\nu(h)$,

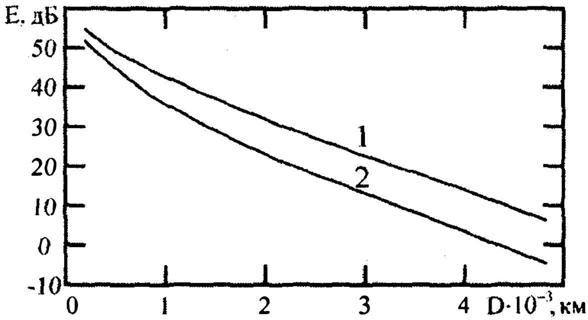


Рис. 9.4. Экспериментальные зависимости медианных значений напряженности поля E_i от дальности для больших расстояний. Средние широты, ночь, 1 — для f = 200 кГц, 2 — для f = 1000 кГц

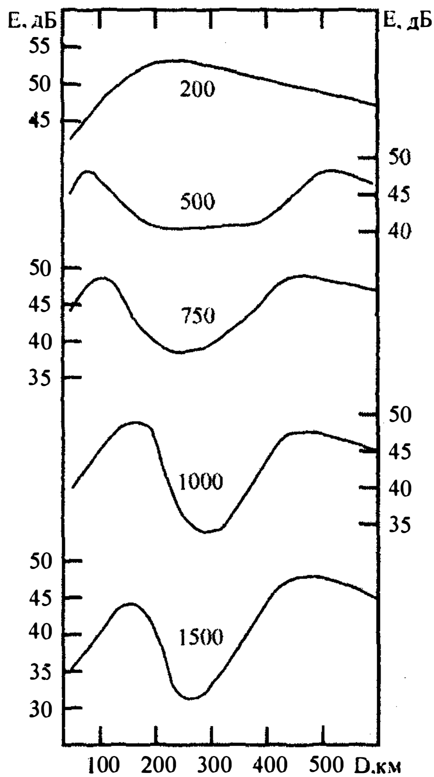


Рис. 9.5. Экспериментальные зависимости годовых медианных значений напряженности поля E_i от дальности, цифры у графиков — частота в кГц [46]

ослабление из-за поглощения оценивают по формуле (9.1.8), интегрируя коэффициент поглощения χ по лучевой линии. Использование лучевых представлений, упрощенных формул для коэффициента преломления и поглощения (либо продольное, либо поперечное распространение), а также приближенных модельных зависимостей $N_e(h)$ и $\nu(h)$ делает результаты расчета зависимости E_i (D) весьма приближенными. Такая теория дает качественное объяснение экспериментальных зависимостей напряженности поля от дальности. Зависимость E_i (D) для низких частот f = 200–300 кГц соответствует такой упрощенной теории в предположении, что отражение происходит только в области E ионосферы. Зависимости E_i(D) для более высоких частот 1000–1500 кГц, имеющие два максимума на дальностях 150 и 400 км, объясняются переходом отражения радиоволн от области E к области F ионосферы.

Напряженность поля средних волн является векторной суммой дифракционной E_d и ионосферной E_i компонент; под действием разных факторов составляющие E_d и E_i испытывают флуктуации с разными статистическими распределениями и спектрами. Компонента E_d подвержена неглубоким медленным вариациям, а для E_i характерен широкий спектр флуктуаций. Медленные изменения E_i обусловлены вариациями интегрального поглощения в ионосфере, а быстрые — связаны с интерференцией при многолучевом характере распространения радиоволн. В [46] описаны результаты статистического анализа флуктуаций напряженности поля при разной длине трассы. Экспериментальные исследования показали, что для дальностей и времени суток, когда $E_d \geq E_i$, функция распределения и глубина замираний зависят от длины трассы, а при $E_i > E_d$ статистические характеристики флуктуаций напряженности поля не зависят от дальности.

При дальнем ионосферном распространении радиоволны становятся эллиптически поляризоваными. При экспериментальных исследованиях поляризационной структуры волн измеряют отношение вертикальной E_z и горизонтальной E_x компонент поля; эксперименты показали, что отношение $E_z E_x^{-1}$ изменяется в больших пределах (от 5 до 0,3).

9.2. Нелинейные эффекты при распространении средних волн в ионосфере

При большой мощности передатчика на средних волнах наблюдаются нелинейные свойства ионосферной плазмы, приводящие к перекрестной модуляции сигналов двух радиостанций и к самовоздействию радиоволн. Явление перекрестной модуляции состоит в том, что поле E_1 мощного передатчика с несущей круговой частотой ω_1, промодулированное по амплитуде низкой частотой Ω, воздействует на область ионосферы и при распространении через эту область немодулированных радиоволн E_2 частоты ω_2 происходит амплитудная модуляция волны E_2. Это явление связано с тем, что при большой напряженности поля E_1 происходит передача энергии волны электронам; эффективная температура электронов T_e увеличивается и, следовательно, изменяется частота столкновений электронов ν. Проводимость плазмы σ зависит от ν и, следовательно, изменяется поглощение радиоволн E_2. Поле E_1 модулирует ионосферное поглощение радиоволн E_2, поэтому на несущей частоте ω_2 появляется амплитудная модуляция низкой частоты Ω. При очень большой напряженности поля E_1 нелинейные свойства ионосферной плазмы могут приводить даже к появлению модуляции поля E_2 с частотами и Ω, и 2Ω. Если несущая частота мощного передатчика ω_1 близка к гиромагнитной частоте ω_H, то эффект перекрестной модуляции усиливается и при $\omega_1 = \omega_H$ наблюдается резонансное увеличение глубины модуляции с частотой Ω на несущей частоте ω_2. Этот эффект связан с тем, что при $\omega_1 = \omega_H$ происходит эффективное взаимодействие радиоволны с электронами плазмы, что приводит к увеличению ν, а следовательно, и к изменению коэффициента поглощения радиоволн на круговой частоте ω_2. Это явление наблюдается, если длина волны мощной радиостанции $\lambda_1 \approx 266$ м.

Второе явление — самовоздействие модулированной радиоволны E_1, возбуждаемой мощным передатчиком, состоит в том, что на частоте ω_1 может происходить уменьшение глубины амплитудной модуляции и в спектре появляться гармоники частоты модуляции.

Проанализируем эффект перекрестной модуляции. Сначала найдем влияние поля E_1 на электронную температуру плазмы T_e, для этого используем уравнение движения электрона без учета влияния геомагнитного поля:

$$m\frac{dv}{dt} + m\nu v = eE_1 . \qquad (9.2.1)$$

Здесь v и m — средняя направленная скорость электрона и его масса, ν — средняя частота столкновений электронов с молекулами или ионами. Используем также закон сохранения энергии для единицы объема плазмы

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}K_bNT_e\right) + \frac{3}{2}\delta\nu K_bN\left(T_e - T\right) = jE_1 , \qquad (9.2.2)$$

где K_b — постоянная Больцмана, N — электронная концентрация, δ — доля энергии, теряемая электроном при одном столкновении, T — температура молекулярного газа. В формуле (9.2.2) $jE_1 = eNvE_1$ — работа электрического поля над электронами в единицу времени, $\frac{3}{2}\delta\nu K_b N(T_e - T)$ — доля энергии, теряемая или приобретаемая электронами за 1 сек при столкновениях с молекулами или ионами, $\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}K_b N T_e\right)$ — скорость изменения энергии электронов. При $T_e > T$ электроны при столкновениях отдают энергию газу, а при $T_e < T$ энергия электронов при столкновениях увеличивается. Отметим, что v — средняя направленная скорость, приобретаемая электроном под действием поля E_1. Из (9.2.2) следует

$$\frac{dT_e}{dt} + \delta\nu(T_e - T) = \frac{2evE}{3K_b}. \qquad (9.2.3)$$

Совместное решение уравнений (9.2.1) и (9.2.3) позволяет определить T_e и скорость v. При этом важно учесть, что при одном столкновении электрона с молекулой передается очень малая часть энергии $\delta \approx 10^{-4}$–10^{-5} и, кроме того, хаотическая тепловая скорость электрона v_t всегда много больше его направленной скорости v. Положив

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t) \qquad (9.2.4)$$

и пренебрегая слабой зависимостью υ от T_e, найдем решение уравнения (9.2.1):

$$v = \frac{-eE_{01}}{m(\omega_1^2 + \nu^2)}\left[\nu\cos(\omega_1 t) + \omega\sin(\omega_1 t)\right]. \qquad (9.2.5)$$

Подставив выражение (9.2.5) для скорости v и формулу (9.2.4) в (9.2.3), получим уравнение для температуры электронов

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{e^2E_{01}^2}{3K_b m(\omega_l^2 + \nu^2)}\left[\nu + \nu\cos(2\omega_1 t) + \omega_1\sin(2\omega_1 t)\right] -$$
$$-\delta\nu(T_e - T). \qquad (9.2.6)$$

Решая это уравнение, получим выражение для температуры электронов плазмы, находящейся под действием переменного поля E_1:

$$T_e = T + \frac{e^2E_{01}^2}{3K_b m\delta\left(\omega_1^2+\nu^2\right)} +$$
$$+\frac{e^2E_{01}^2}{3K_b m\left(\omega_1^2+\nu^2\right)}\left[\frac{\left(\nu^2-2\omega_1^2\right)\cos\left(2\omega_1 t\right)}{4\omega_1^2+\left(\delta\nu\right)^2}+\frac{2\omega_1\nu\sin\left(2\omega_1 t\right)}{4\omega_1^2+\left(\delta\nu\right)^2}\right]. \qquad (9.2.7)$$

Из (9.2.7) следует, что под действием поля E_1, когда частота $\omega_1 >> \delta\nu$, электронная температура увеличивается на постоянную величину

$$\Delta T_e = T_e - T = \frac{e^2E_{01}^2}{3K_b m\delta\left(\omega_1^2+\nu^2\right)}, \qquad (9.2.8)$$

а малой переменной составляющей частот $2\omega_1$ можно пренебречь. Если в какой-то момент времени убрать поле E_1, то электронная температура за характерное время релаксации τ станет равной T. Для определения τ обратимся снова к уравнению (9.2.3), положим $E_1 = 0$ и учтем, что $\frac{dT}{dt} = 0$:

$$\frac{d\left(T_e - T\right)}{dt} + \delta\nu\left(T_e - T\right) = 0, \qquad (9.2.9)$$

следовательно $\Delta T_e = \Delta T_{e0}\exp\{-\delta\nu t\}$, поэтому $\tau = (\delta\nu)^{-1}$. При «включении» или «выключении» поля E_1, т. е. при такой амплитудной модуляции, происходит плавное увеличение или уменьшение ΔT_e с временем релаксации электронной температуры τ.

Рассмотрим теперь изменение электронной температуры плазмы $\Delta_\Omega T_e$ под действием поля E_1, промодулированного низкой частотой Ω:

$$E_1 = E_{01}\left[1+\mu_1\cos\left(\Omega t\right)\right]\exp\left\{-\Gamma_1\right\}. \qquad (9.2.10)$$

Здесь мы ввели коэффициент модуляции $\mu_1 < 1$ и учли, что амплитуда волны уменьшается из-за поглощения в плазме, Γ_1 — интегральный коэффициент поглощения для напряженности поля E_1. Из баланса энергии, с учетом (9.2.8), следует

$$\frac{d\Delta_\Omega T_e}{dt}+\delta\nu\Delta_\Omega T_e=\frac{e^2E_{01}^2\left[1+\mu_1\cos(\Omega t)\right]^2\exp\{-2\Gamma_1\}}{3\,K_b m\delta\left(\omega_1^2+\nu^2\right)},\tag{9.2.11}$$

учтем, что

$$\left[1+\mu_1\cos(\Omega t)\right]^2=\left[1+\frac{\mu_1^2}{2}+2\mu_1\cos(\Omega t)+\frac{\mu_1^2}{2}\cos(2\Omega t)\right]$$

и найдем решение уравнения (9.2.11)

$$\begin{aligned}\Delta_\Omega T_e={}&\frac{E_{01}^2e^{-2\Gamma_1}e^2}{3K_b m\delta\left(\omega_1^2+\nu^2\right)}\left\{\left(1+\frac{\mu_1^2}{2}\right)+\left[\frac{2\mu_1}{\Omega^2+(\delta\nu)^2}\right]\times\right.\\&\times\left[(\delta\nu)^2\cos(\Omega t)+\Omega\delta\nu\sin(\Omega t)\right]+\\&\left.+\frac{\mu_1^2}{2\left[4\Omega^2+(\delta\nu)^2\right]}\left[(\delta\nu)^2\cos(2\Omega t)+2\Omega\delta\nu\sin(2\Omega t)\right]\right\}.\end{aligned}\tag{9.2.12}$$

Используем тождество

$$A\cos(\Omega t+\varphi)=a\cos(\Omega t)+b\sin(\Omega t),\ A=\left(a^2+b^2\right)^{1/2},\ \operatorname{tg}\varphi=-\frac{b}{a}$$

и преобразуем (9.2.12) к виду

$$\begin{aligned}\Delta_\Omega T_e={}&\frac{2\mu_1E_{01}^2e^{-2\Gamma_1}e^2}{3K_b m\delta\left(\omega_1^2+\nu^2\right)}\times\\&\times\left[\frac{\delta\nu\cos(\Omega t+\varphi_1)}{\left[(\delta\nu)^2+\Omega^2\right]^{1/2}}+\frac{\mu_1\delta\nu\cos(2\Omega t+\varphi_2)}{4\left[(\delta\nu)^2+4\Omega^2\right]^{1/2}}\right].\end{aligned}\tag{9.2.13}$$

В (9.2.13), в отличие от (9.2.12), учтена только та часть изменений электронной температуры, которая зависит от частоты модуляции Ω. Из этого соотношения следует, что в спектре изменений $\Delta_\Omega T$ кроме основной частоты Ω присутствует гармоника удвоенной частоты 2Ω, но ее амплитуда мала. Далее гармоникой 2Ω будем пренебрегать. Из (9.2.13) следует, что модуляция электронной температуры будет максимальной при $\Omega < \delta\nu$, а при $\Omega > \delta\nu$ эффект модуляции будет проявляться слабо.

Изменения электронной температуры $\Delta_\Omega T$ и частоты столкновений $\Delta_\Omega \nu$ связаны соотношением

$$\Delta_\Omega \nu = \left(\frac{\partial \nu}{\partial T}\right)_{T_0} \Delta_\Omega T_e, \qquad (9.2.14)$$

поэтому коэффициент поглощения плазмой χ_2 волны E_2 будет промодулирован частотой Ω.

Используем выражения для интегрального коэффициента поглощения «по напряженности поля» Г (см. формулу (8.2.55) и дифференциального коэффициента поглощения χ (см. соотношения (8.2.15) и (8.2.21)). Эти величины связаны соотношением

$$\Gamma_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{c} \int_0^{h_{1,2}} \chi_{1,2}(h)\, dh,$$

индексы 1, 2 здесь относятся к волнам E_1 и E_2.

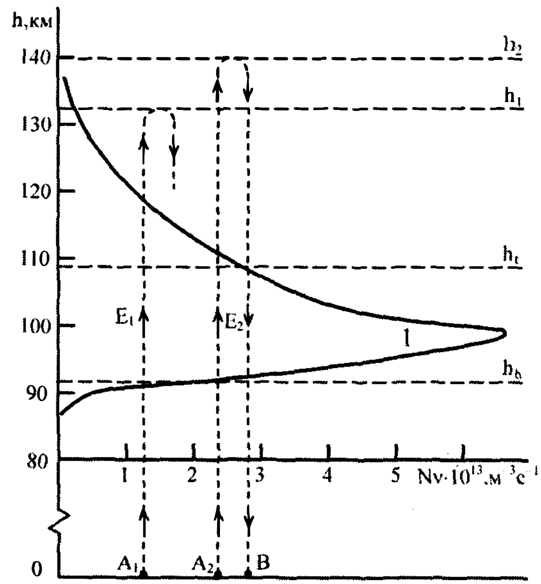


Рис. 9.6. К анализу нелинейных эффектов при вертикальном зондировании ионосферы

Проанализируем далее эффект перекрестной модуляции в случае вертикального зондирования ионосферы. Пусть радиоволны E_1 и E_2 с частотами ω_1 и ω_2 распространяются в вертикальном направлении; на наземном приемном пункте B, расположенном вблизи передающих антенн A_1 и A_2, осуществляется прием отраженных радиоволн E_2 (рис. 9.6). На этом рисунке совмещены график зависимости фактора поглощения радиоволн $N\upsilon$ от высоты (кривая 1) и условная схема прохождения волн через основной поглощающий слой (пунктир). Будем считать, что осуществляется почти полное поглощение радиоволны E_1 ионосферой и малым влиянием отраженной волны E_1 на E_2 можно пренебречь. Воздействие волны E_1 на плазму тем сильнее, чем больше ее поглощение. Зависимость диференциального коэффициента поглощения от высоты $\chi_1(h)$, согласно (8.2.21), определяется высотными профилями электронной концентрации N(h) и частоты столкновений $\nu(h)$:

$$\chi_1 = \frac{2\pi e^2 N\nu}{m\omega_1 n_1\left(\omega_1^2+\nu^2\right)}, \tag{9.2.15}$$

она задается, в основном, фактором $N\cdot\nu$. В табл. 8.1 и 8.2 были приведены значения N и ν; по этим данным получена для ночных условий зависимость $N\cdot\nu$ от высоты h, которая представлена на рис. 9.6. Из графика рис. 9.6 следует, что ночью в средних широтах основное поглощение средних радиоволн происходит в узком интервале высот Δh между $h_t \approx 100$ км и $h_b \approx 90$ км. Будем считать, что волны E_1 и E_2 отражаются от ионосферы на высотах h_1 и h_2 соответственно. Пусть частоты ω_1 и ω_2 выбраны так, что $h_{1,2}$ больше высоты основного поглощающего слоя h_t (рис. 9.6), поэтому в формуле (9.2.15) можно полагать коэффициент преломления n = 1. При отражении волны E_2 от ионосферы она дважды проходит через основной поглощающий слой Δh, поэтому в пункте приема сигналов

$$E_2 = E_{02}\exp\{-2\Gamma_2\}. \tag{9.2.16}$$

Мы обозначили E_{01} и E_{02} — напряженности полей на высоте начала поглощающего слоя h_b. Коэффициент поглощения χ_2 промодулирован частотой Ω, т. е.

$$\chi_2 = \chi_{02} + \left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)_{T_0}\Delta_\Omega\nu, \tag{9.2.17}$$

здесь первое слагаемое не зависит от Ω, а второе, согласно (9.2.14) и (9.2.13), зависит от частоты модуляции Ω. Из (9.2.16) и (9.2.17) следует выражение для амплитуды волны E_2 у наземного приемного пункта

$$E_2 = E_{02}\exp\left\{-\frac{2\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\chi_0(h)\,dh - \frac{2\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)\Delta_\Omega\nu\,dh\right\}. \qquad (9.2.18)$$

Преобразуем (9.2.18), учтя соотношение (9.2.14),

$$\left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)_{T_0}\Delta_\Omega\nu = \left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)_{T_0}\frac{\partial\nu}{\partial T_e}\Delta_\Omega T_e, \qquad (9.2.19)$$

при этом использовали следующее приближение:

$$\exp\left\{-\frac{2\,\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\Delta_\Omega\nu\,dh\right\} \approx 1 - \frac{2\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\Delta_\Omega\nu\,dh. \qquad (9.2.20)$$

Это приближение справедливо, если глубина модуляции $\Delta_\Omega\nu$ и ΔT_e мала. Из (9.2.18) с учетом (9.2.19) и (9.2.20) следует

$$E_2 = E_{02}\left[1 - \frac{2\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)_{T_0}\frac{\partial\nu}{\partial T_e}\Delta_\Omega T_e\,dh\right]\exp\left\{-\frac{2\omega_2}{c}\int_0^{h_2}\chi_0(h)\,dh\right\}. \qquad (9.2.21)$$

Подставим далее в (9.2.21) $\Delta_\Omega T_e$, т. е. формулу (9.2.13), и получим

$$E_2 = E_{20}\left[1 - \mu_2\cos(\Omega t)\right],$$

$$\mu_2 = \frac{4\mu_1\omega_2 E_{01}^2 e^2}{3cK_b m}\int_0^{h_2}\frac{\left(\frac{\partial\nu}{\partial T_e}\right)\left(\frac{\partial\chi_2}{\partial\nu}\right)_{T_0}\nu\exp\{-2\Gamma_1\}\,dh}{\left(\omega^2+\nu^2\right)\left[(\delta\nu)^2+\Omega^2\right]^{1/2}}. \qquad (9.2.22)$$

Структура выражения для дифференциального коэффициента поглощения волны E_2

$$\chi_2 = \frac{2\pi e^2 N\nu}{m\omega_2\left(\omega_2^2+\nu^2\right)} \qquad (9.2.23)$$

и формула (9.2.15) позволяют получить полезное равенство

$$\frac{\omega_2}{c}\left(\frac{\partial \chi_2}{\partial \nu}\right)\frac{1}{\omega_1^2+\nu^2}=\frac{\omega_2^2-\nu^2}{\left(\omega_2^2+\nu^2\right)^2}\cdot\frac{\omega_1\chi_1}{c\nu}. \tag{9.2.24}$$

Далее будем предполагать, что в пределах поглощающего слоя ν и $\dfrac{\partial \nu}{\partial T_e}$ не зависят от высоты. Подставим (9.2.24) в (9.2.22) и вынесем постоянные величины из под знака интегрирования:

$$\mu_2=\frac{4\mu_1 e^2 E_{01}^2\left(\dfrac{\partial \nu}{\partial T_e}\right)\left(\omega_2^2-\nu^2\right)\omega_1}{3\,m\,K_b\left[(\delta\nu)^2+\Omega^2\right]^{1/2}\left(\omega_2^2+\nu^2\right)^2 c}\int_0^{h_1}\chi_1(h)\exp\left\{-2\frac{\omega_1}{c}\int_0^{h}\chi_1(h)\,dh\right\}dh. \tag{9.2.25}$$

Учтем, что $\dfrac{\omega_1}{c}\chi_1=\dfrac{d\Gamma_1}{dh}$, и осуществим в (9.2.25) интегрирование

$$\int_0^{h_1}\chi_1(h)\exp\left\{-2\frac{\omega_1}{c}\int_0^{h}\chi_1(h)\,dh\right\}=$$

$$=\int_0^{h_1}\frac{c}{\omega_1}\frac{d\Gamma_1(h)}{dh}\exp\left\{-2\frac{\omega_1}{c}\Gamma_1(h)\right\}dh=\frac{1}{2}\left[1-\exp\{-2\Gamma_1\}\right]. \tag{9.2.26}$$

В итоге получим выражение для коэффициента перекрестной модуляции μ_2 слабой волны E_2 под действием сильной модулированной волны E_1:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1}=\frac{2e^2E_{01}^2\left(\omega_2^2-\nu^2\right)\left(\dfrac{\partial \nu}{\partial T_e}\right)\left(1-\exp\{-2\Gamma_1\}\right)}{3mK_b\left(\omega_2^2+\nu^2\right)^2\left[(\delta\nu)^2+\Omega^2\right]^{1/2}}. \tag{9.2.27}$$

Обсудим это итоговое выражение. Производная $\dfrac{\partial \nu}{\partial T_e}$ зависит от преимущественного влияния или столкновений электронов с молекулами, или с ионами, так как при столкновении с молекулами $\nu = \nu_0 \left(\frac{T_c}{T} \right)^{1/2}$, а при столкновениях с ионами $\nu = \nu_0 \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2}$. Влияние мощной волны E_1 отражено в (9.2.27) множителем E_{01}^2, т. е. эффект перекрестной модуляции пропорционален мощности передатчика. Если поглощение Γ_1 велико, то множитель $\left[1 - \exp\{-2\Gamma\}\right]$ не зависит от частоты ω_1 и его можно полагать равным единице. Зависимость μ_2 от ω_2 и частоты модуляции Ω определяется соотношением

$$\mu_2 \sim \frac{\omega_2^2 - \nu^2}{\left(\omega_2^2 + \nu^2\right)^2 \left[(\delta \nu)^2 + \Omega^2\right]^{1/2}}. \tag{9.2.28}$$

Если $\omega_2 > \nu$, то $\mu_2 \sim \omega_2^{-2}$ и эффект перекрестной модуляции быстро уменьшается при увеличении частоты ω_2. При уменьшении ω_2 волна E_2 может отражаться от уровня $h_2 < h_b$ и не проходить через основной поглощающий слой, в этом случае μ_2 будет также уменьшаться. Поэтому эффект перекрестной модуляции наблюдается только в диапазоне средних волн. Зависимость коэффициента перекрестной модуляции от частоты модуляции Ω

$$\mu_2 \sim \left[(\delta \nu)^2 + \Omega^2\right]^{-1/2} \tag{9.2.29}$$

показывает, что эффект максимален при $\Omega < \delta\ \nu$ и быстро уменьшается при увеличении частоты Ω.

Если пункты излучения и приема радиоволн разнесены, то следует учитывать изменение поглощения волн E_1 и E_2 на таких трассах. Приближенное выражение коэффициента перекрестной модуляции в этом случае получают используя связь ионосферного поглощения радиоволн при вертикальном падении и для трассы с разнесенными пунктами. В результате получают формулу

$$\mu_2 \sim \frac{\left(\omega_2^2 \cos^2 \psi_2 - \nu^2\right) \cos \psi_1 \cos \psi_2}{\left(\omega_2^2 \cos^2 \psi_2 + \nu^2\right)^2 \left[(\delta \nu)^2 + \Omega^2\right]^{1/2}}. \tag{9.2.30}$$

Здесь $\psi_{1,2}$ — углы падения волн $E_{1,2}$ на поглощающий слой. Сравнение формул (9.2.28) и (9.2.30) показывает, что зависимости μ_2 от Ω в этих двух случаях одинаковы, а при $\omega_2 \cos\psi_2 > \nu$ зависимости от частоты ω_2 отличаются несущественно.

При теоретическом анализе эффекта перекрестной модуляции делается несколько допущений. Предполагается, что E_1 меньше характерного плазменного поля E_p:

$$E_p = \left[3K_b T \frac{m\delta}{e^2} \left(\omega^2 + \nu^2 \right)^{1/2} \right].$$

Это ограничение выполняется, если мощность передатчика не более 200 кВт. Рассматривается изменение электронной температуры, хотя при действии поля E_1, распределение энергии электронов не максвелловское. Трудно корректно учесть влияние вектора геомагнитного поля H_0 для разных трасс с разнесенными пунктами излучения и приема радиоволн. Поэтому итоговые соотношения (9.2.27) и (9.2.30) являются приближенными.

Экспериментальные исследования перекрестной модуляции радиоволн выявили следующие закономерности. Этот эффект наблюдается при мощности передатчика более 50 кВт, только в диапазоне средних волн и только в ночное время. Обычно экспериментальные значения μ_2 менее 0,1. Коэффициент модуляции $\mu_2 \sim E_{01}^2$, т. е. пропорционален мощности передатчика, он зависит от частоты Ω в соответствии с соотношением (9.2.29). При $\Omega/2\pi$ < 100 Гц μ_2 максимально, а при $\Omega/2\pi$ > 2 кГц эффект перекрестной модуляции мал и его измерение затруднительно. Экспериментальная зависимость μ_2 от Ω позволяет определить параметр $\delta\nu$. Оказалось, что в разных экспериментах этот параметр изменяется от $5 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^3$, что соответствует частоте столкновений $\nu = (1-4) \cdot 10^5$ с$^{-1}$. При определении ν полагают $\delta = 2$ m/M (M — масса молекулы, m — масса электрона). Получаются разные значения ν, так как из-за изменений высотного профиля электронной концентрации высоты области взаимодействия радиоволн различаются. Поэтому экспериментальные значения ν соответствуют высоте от 80 до 110 км. Геомагнитное поле влияет на интенсивность эффекта перекрестной модуляции. Эксперименты показали, что в некоторых случаях наблюдается резонансное увеличение μ_2 при приближении частоты мощного передатчика к гиромагнитной частоте.

При анализе нелинейных свойств плазмы мы не учитывали, что мощная волна E_1, изменяя частоту столкновений ν, будет влиять на условия ее

25 Заказ 1248

распространения. Самовоздействие волны E_1 может проявляться в ее фокусировке или дефокусировке, а также в изменении коэффициента модуляции μ_1. При отражении от ионосферы может создаваться система стоячих волн E_1, что приведет к появлению пространственных периодических изменений коэффициента преломления плазмы. На таких пространственных структурах может происходить рассеяние радиоволн E_2. Более полный анализ нелинейных взаимодействий радиоволн в ионосферной плазме дан в [47].

9.3. Длинные радиоволны в волноводе «поверхность — ионосфера»

На начальном этапе развития радиотехники были освоены методы генерирования, излучения и приема длинных радиоволн, что позволило реализовать первые передачи телеграфных сообщений на расстояния в несколько тысяч километров. Эти опыты дальней узкополосной радиосвязи привели к предположению существования ионосферы. Сначала возникло представление о распространении длинных волн на большие расстояния путем многократных отражений от ионосферы и поверхности Земли, а затем было развито понимание волноводного способа распространения волн на большие расстояния. Первые экспериментальные исследования показали очень медленное уменьшение напряженности поля при увеличении расстояния; оказалось, что в диапазоне f = 10–20 кГц ослабление составляет всего несколько децибел на 1000 км. Трудность создания передающих антенн, большой уровень помех, необходимость использования мощных генераторов, а в конечном счете возможность передачи только узкополосных телеграфных сообщений сильно ограничили, а затем и исключили применение этого диапазона волн для целей связи. Интерес к использованию этого диапазона возродился в сороковые годы в связи с созданием навигационных систем. Высокая стабильность фазы на больших расстояниях позволила с помощью сети передающих центров создать навигационное поле и реализовать фазово-дальномерный метод определения координат на поверхности Земли. Было создано несколько навигационных систем, позволяющих определять координаты приемных пунктов с ошибкой в сотые доли длины волны. Поэтому возникла необходимость детального изучения изменений амплитуды и фазы, связанных с особенностями дальнего распространения длинных волн. Оказалось, что амплитуда и фаза волн зависят от многих факторов: параметров поверхности, состояния ионосферы, неровностей рельефа и даже влияния сооружений. В девяностые годы были созданы более эффективные спутниковые навигационные системы дециметрового диапазона, поэтому снова уменьшился интерес к использованию длинных радиоволн. Применение длинных волн может иметь преимущество перед использованием других диапазонов только при необходимости осуществления узкополосной связи через поглощающие среды — грунт или воду, где велико ослабление более коротких радиоволн. Результаты обширных экспериментальных и теоретических исследований особенностей распространения длинных волн изложены в [48–52], мы используем эти работы и ограничимся анализом диапазона частот f = 4–40 кГц.

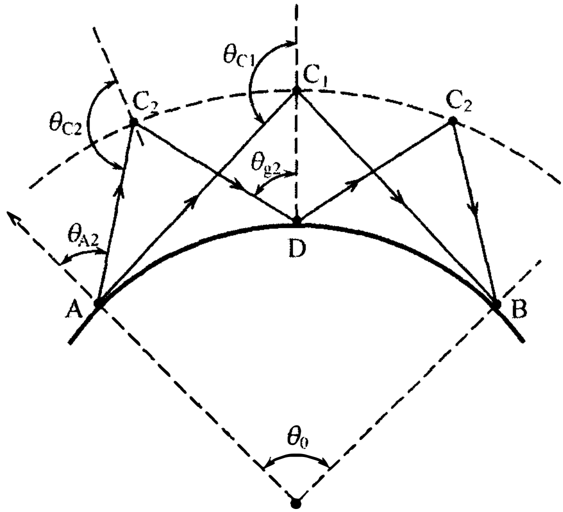


Рис. 9.7. Схема многократного отражения волн

На рис. 9.7 показана геометрия задачи: сплошная окружность AB соответствует поверхности Земли, а пунктирная — нижней границе ионосферы. Поверхность и ионосфера образуют сферический волновод с высотой около 80 км, что для частоты 20 кГц составляет всего 5,3λ. В точке A на поверхности расположена передающая мачтовая антенна, ее эффективная высота L меньше длины волны. Будем считать, что источником радиоволн является элементарный диполь с моментом Г = IL, здесь I — ток. Диполь, согласно (2.2.12), в свободном пространстве возбуждает электрическое поле с вертикальной поляризацией. Такой источник создает в волноводе систему волн со сложной структурой поля E. Нам необходимо найти вертикальную компоненту поля E_r в пункте B, расположенном на поверхности Земли на большом расстоянии AB = D. Введем сферическую систему координат с началом в центре Земли; пусть источник радиоволн — антенна с моментом **Г**, ориентирована по оси Oz, т. е. ток имеет только одну радиальную компоненту **I** = I$\mathbf{e}_r$. Для решения этой задачи нужно определить граничные условия, т. е. задать проводимость ионосферы и поверхности для диапазона длинных волн. В случае моря можно считать проводимость $\sigma \to \infty$, а проводимость грунта может быть различной, ее значения были приведены в § 9.1. Ионосферные граничные условия определяются зависимостями электронной концентрации N, частоты столкновений ν от высоты h и геомагнитным полем $\mathbf{H}_0$. Мы будем пренебрегать влиянием поля $\mathbf{H}_0$ и учтем, что для длинных волн в нижней части ионосферы $\nu^2 \gg \omega^2$. При этих ограничениях относительная диэлектрическая проницаемость ε и проводимость плазмы σ, согласно (8.2.13), не зависят от частоты радиоволны, они выражаются соотношениями

$$\varepsilon = 1 - \frac{e^2 N}{m\varepsilon_0 \nu^2}, \qquad \sigma = \frac{e^2 N}{m\nu}, \tag{9.3.1}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, m — масса электрона. Зависимости N(h) и ν(h) для высот 60–90 км известны весьма приближенно. Можно считать, что днем на высотах 70 и 80 км электронная концентрация равна примерно 10^2 и 10^3 см^{-3}, а ночью такие значения N наблюдаются при h, соответственно равных 86 и 93 км. При теоретическом анализе задачи дальнего распространения длинных волн обычно задают приближенные аналитические зависимости N(h) и ν(h), например, их можно аппроксимировать экспоненциальными функциями

$$\begin{aligned} N(h) &= N_0 \exp\{\gamma_c (h - h_c)\}, \\ \nu(h) &= \nu_0 \exp\{-\gamma_\nu (h - h_\nu)\}, \end{aligned} \tag{9.3.2}$$

здесь N_0 и ν_0 — значения N и ν при h = h_e и h = h_ν. Тогда проводимость плазмы, согласно (9.3.1), будет задана экспонентой

$$\sigma(h) = \sigma_0 \exp\{\gamma_\sigma (h - h_\sigma)\}. \tag{9.3.3}$$

Параметры этих зависимостей имеют следующие приближенные значения. Условная «начальная высота» ионосферы h_N днем равна 65 км, а ночью — 90 км. Остальные параметры для дня и ночи принимаются следующими: γ_c = 0,35 км^{-1}, γ_ν = 0,15 км^{-1}, h_ν = 89 км, $\nu_0 = 7 \cdot 10^{5}$ сек^{-1}. Приведенные значения параметров получены по данным многих экспериментальных исследований, осуществленных разными методами, в том числе и путем сопоставления результатов теории распространения длинных волн с экспериментальными зависимостями напряженности поля от расстояния. Обратим внимание, что, согласно (9.3.1) и (9.3.2), параметр $\gamma_\sigma \approx 0{,}5$ км$^{-1}$, т. е. проводимость плазмы, быстро увеличивается при возрастании h и, следовательно, длинные волны взаимодействуют с весьма тонким слоем нижней части ионосферы. Это важное обстоятельство позволяет использовать приближенные импедансные граничные условия и анализировать структуру волн в волноводе не интересуясь распределением электромагнитного поля в толще ионосферы. Заметим, что такое приближение возможно, если пренебречь влиянием геомагнитного поля. Теоретический анализ особенностей распространения длинных волн проводят с использованием двух различных методов: или с использованием простых лучевых представлений, или путем сложного решения волнового уравнения.

При относительно малом расстоянии D < 700 км результирующее поле представляют суммой дифракционных и ионосферных — отраженных — волн. При таких расстояния достаточно учитывать две–три отраженные волны, а при больших расстояниях такой подход оказывается не эффективным, так как нужно учитывать множество отраженных и дифракционных волн. На рис. 9.7 показана схема формирования поля длинных волн в ближней зоне. В точке A находится антенна — электрический диполь, имеющий диаграмму направленности $F(\theta_a) = \sin\theta_a$. В пункте приема (точка B) присутствует дифракционная составляющая поля E_d и несколько компонент поля E_n, обусловленных многократными отражениями волн от ионосферы и поверхности. На этом рисунке, для простоты, показано только два типа волн: отраженных один раз от ионосферы в точке C_1 и претерпевших двукратное отражение от ионосферы в точках C_2 и отражение от поверхности Земли в точке D. Результирующая составляющая поля E_r равна сумме

$$E_r = E_d + \sum_{n=1}^{\infty} E_n , \tag{9.3.4}$$

где E_d и E_n — вертикальные компоненты поля дифракции и многократных отражений. Напряженность поля E_n обусловлена действием нескольких факторов: из-за диаграммы направленности передающей антенны $F(\theta_a) = \sin\theta_a$ наибольшее поле будет у компоненты E_1, так как при уменьшении угла θ_a излучение антенны убывает, поэтому компоненты E_n будут уменьшатся из-за увеличения угла θ_{an}. Наименьший угол падения на ионосферу θ_{c1} будет при однократном отражении волн от ионосферы, поэтому коэффициент отражения волн от ионосферы будет наибольшим при n = 1 и он будет уменьшатся при увеличении n. При определении результирующего поля E_r необходимо учитывать фазовые соотношения дифракционной составляющей E_d и всех компонент E_n. Нужно учесть также, что при отражении от сферической поверхности ионосферы происходит увеличение, а при отражении от поверхности Земли уменьшение напряженности поля; этот слабый эффект обусловлен сужением или расширением лучевой трубки при отражении от вогнутой (ионосфера) или выпуклой (поверхность Земли) сферической поверхности. Действие этих факторов приводят к быстрому уменьшению составляющих многократного отражения E_n при увеличении номера n. Учет всех этих факторов приводит к следующему приближенному выражению суммы отраженных волн:

$$E_n = \sum_{n=1}^{\infty} F^2(\theta_{an}) X_n \cdot \left[M_g(\theta_{gn})\right]^{n-1} \cdot \left[M_i(\theta_{in})\right]^n \cdot \frac{e^{ikL_n}}{L_n}. \qquad (9.3.5)$$

Здесь $F^2(\theta_{an}) = 4\sin^2\theta_{an}$ — произведение одинаковых диаграмм направленности передающей и приемной антенн, X_n — изменение напряженности поля, обусловленное отражением от вогнутой (ионосфера) и выпуклой (Земля) сферической поверхности, $M_g(\theta_{gn})$ — коэффициент отражения волн от земной поверхности, $M_i(\theta_{in})$ — коэффициент отражения волн от ионосферы, L_n — длина лучевой линии при учете n отражений от ионосферы и $n-1$ отражений от грунта. Углы $\theta_{a2}, \theta_{g2}, \theta_{i2}$ показаны на рис. 9.7. Из (9.3.5) следует, что существенным фактором, определяющим поле в ближней зоне, является коэффициент отражения волн от ионосферы M_{in} как функция угла падения θ_{in}. Для определения M_{in} нужно задать зависимости электронной концентрации и частоты столкновений от высоты, а следовательно, проводимость $\sigma(h)$, например (9.3.3). Зависимость $\sigma(h)$ для нижней части ионосферы известна весьма приближенно, поэтому обратимся к результатам экспериментальных определений M_i. На рис. 9.8 приведены результаты измерений в средних широтах зимой коэффициента отражения при вертикальном падении радиоволн, где график 1 соответствует ночи, а 2 — дню. Видно, что коэффициент отражения для частоты f = 20 кГц в разное время равен примерно 0,3–0,05, а при увеличении частоты он быстро уменьшается. При наклонном падении волн на ионосферу M_i будет увеличиваться при уменьшении угла θ_{in}, поэтому $M_{1i} > M_{2i} > M_{3i}$. Основная трудность нахождения E_r в ближней зоне ($D \le 700$ км) связана с определением коэффициентов отражения M_i для разных углов θ_{in}. Существенно, что нужно найти модуль M_i и фазу отраженной волны. Вычисление напряженности поля E_r на основе описанных лучевых представлений дает удовлетворительное соответствие с экспериментом при $D < 700$ км. На расстоянии $D \approx 500$ км дифракционная E_d и однократно отраженная E_1 компоненты поля имеют примерно одинаковую амплитуду, а их фазы отличаются на 180°, поэтому на этой дальности должен быть первый глубокий минимум напряженности поля.

При расстояниях $D > 1000$ км результирующее поле E_r представляют суммой нормальных волн, являющихся частными решениями строгого волнового уравнения. Такой подход эффективен при больших расстояниях потому, что можно учитывать два–три типа нормальных волн, а высшие типы — моды волн — быстро затухают при увеличении расстояния. Для малых расстояний этот метод не эффективен, так как нужно учитывать много типов нормальных волн. Обычно анализ структуры поля на малых расстояниях проводят с использованием первого метода, а на больших — вторым методом. Существенно, что ни в первом, ни во втором случае не удается получить простых итоговых формул, расчеты приходится проводить приближенными, численными методами с использованием компьютера. Далее опишем только сущность метода нормальных волн и приведем результаты теоретического анализа. Для решения этой задачи вводят векторный потенциал Герца **А** так, как это было сделано в (2.2.5) и (2.2.6). В сферической системе координат связь вертикальной компоненты напряженности поля E_r с потенциалом **А** была дана формулой (6.1.10). Будем учитывать, что из-за сферической симметрии задачи производные всех величин по координате φ равны нулю, поэтому

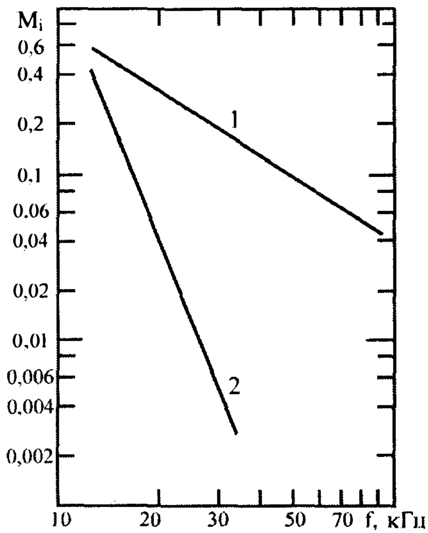


Рис. 9.8. Зависимости коэффициента отражения длинных волн от частоты в полдень, 1 — зимой, 2 — летом

вертикальная компонента электрического поля связана с потенциалом соотношением

$$E_r = \frac{i}{r^2}\left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial A}{\partial\theta}\right). \tag{9.3.6}$$

Для определения потенциала у нас есть уравнение (2.2.7), которое в сферической системе координат имеет вид

$$\left(L_r + L_\theta\right)\mathbf{A} = -r^2\mathbf{\Gamma}. \tag{9.3.7}$$

Здесь L_r и L_θ — операторы, определенные следующими соотношениями:

$$L_\theta = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right),\quad L_r = r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2\varepsilon r^2, \tag{9.3.8}$$

а $\mathbf{\Gamma} = \Pi L\mathbf{e}_r$ — момент диполя, имеющий одну компоненту $\mathbf{e}_r$.

Потенциал **A** должен удовлетворять граничным условиям на поверхности Земли и на нижней границе ионосферы: **A** и $\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial r}$ должны быть непрерывны. Эти граничные условия для потенциала следуют из условия непрерывности касательных составляющих **E** и **H**. Решение строгого волнового уравнения (9.3.7) проводят в приближенной импедансной постановке. Такой подход исключает возможность анализа структуры поля в грунте и в ионосфере (считаем, что поле там отсутствует), но позволяет проанализировать структуру волн в волноводе «Земля — ионосфера». Обратим внимание, что уравнение (9.3.7) и граничные условия на поверхности Земли такие, как и в главе 6, где анализировалась задача о дифракции радиоволн. Существенное отличие состоит в том, что нам нужно учесть граничные условия и на нижней границе ионосферы, и на поверхности; это обстоятельство меняет структуру решения волнового уравнения. Решение уравнения (9.3.7) позволяет найти потенциал, а следовательно, напряженность поля E_r. Напряженность поля E_r представляют произведением функции ослабления U и напряженности поля при распространении волн над бесконечно проводящей плоскостью аналогично формуле (9.1.2):

$$E_r = 300 W_1^{1/2} D^{-1} U. \tag{9.3.9}$$

Функцию ослабления выражают суммой нормальных волн:

$$U = \frac{\theta_o}{(\sin\theta_o)^{1/2}} \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n \exp\{i(\nu_n - ka)\theta_o\}, \qquad (9.3.10)$$

где $\theta_o = D/a$ — центральный угол между пунктами A и B, Λ_n — коэффициент возбуждения нормальных волн. Комплексные собственные числа $\nu_n = \beta_n + i\alpha_n$ уравнения (9.3.7) определяют коэффициент поглощения α и фазовую скорость каждой нормальной волны номера n. Следует различать ν — частоту столкновений и ν_n — собственные числа уравнения. Каждый член суммы (9.3.10) описывает один тип или одну «моду» нормальных волн. Численный анализ суммы (9.3.10) показывает, что на расстояниях D ≈ 1000 км нужно учитывать два–три слагаемых, а на больших расстояниях D > 2000 км достаточно использовать одно–два слагаемых. При увеличении номера нормальной волны n коэффициент поглощения α_n обычно увеличивается; волны высших типов (n > 4) затухают столь быстро, что их влияние на напряженность поля можно не учитывать. Функция ослабления для одной моды волн определяется модулем коэффициента возбуждения Λ_n и коэффициентом затухания α_n:

$$U_n = \frac{\theta_o}{(\sin\theta_o)^{1/2}} |\Lambda_n| \exp\left\{\frac{-\alpha_n D}{20\lg e}\right\}. \qquad (9.3.11)$$

Основная трудность определения структуры электрического поля в волноводе путем его представления суммой нормальных волн состоит в определении собственных чисел $\nu_л$. Их находят путем использования граничных условий для потенциала A, которые приводят к сложному трансцендентному уравнению для определения ν_n. Значения ν_n, а следовательно, коэффициента затухания α_n и фазовой скорости определяют решением этого уравнения с использованием компьютера.

На рис. 9.9 и 9.10 приведены, по данным [50, 51], результаты теоретического анализа зависимостей $|\Lambda_n|$ и α_n от частоты радиоволны f. На этих графиках сплошные кривые соответствуют дню, а пунктирные — ночи. Из рис. 9.9 следует, что коэффициент ослабления для дня и ночи отличается незначительно, он быстро увеличивается при уменьшении частоты: α_1 резко возрастает при f < 8 кГц, а быстрое увеличение α_2 наступает при f < 15 кГц. Коэффициент затухания зависит от высоты ионосферы, поэтому ночью α_n меньше, чем днем. Проводимость грунта также

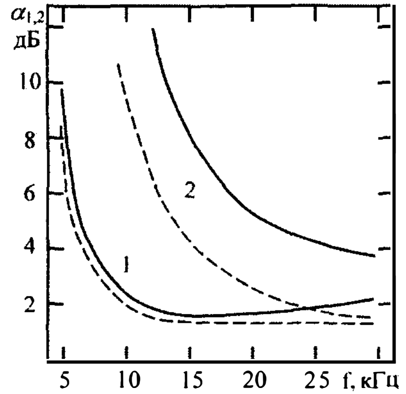


Рис. 9.9. Зависимости коэффициента затухания от частоты для первой — 1 и второй — 2 моды [50]

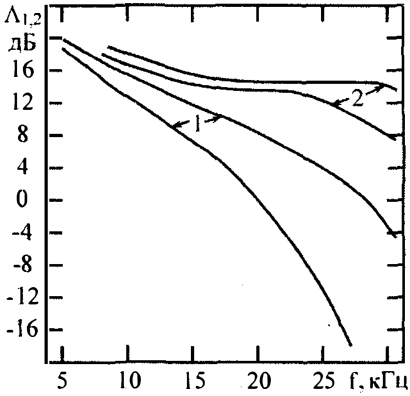


Рис. 9.10. Зависимости модуля коэффициента возбуждения от частоты для первой — 1 и второй — 2 моды [50]

влияет на значения α_n, при переходе от морской поверхности ($\sigma \to \infty$) к грунту с проводимостью $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ коэффициент α_1 для частоты f = 15 кГц увеличивается примерно на 4 дБ. Из зависимости модуля коэффициента возбуждения от частоты (рис. 9.10) следует, что при увеличении частоты $|\Lambda_n|$ уменьшается. Это уменьшение особенно заметно на частотах, больших 30 кГц. При увеличении номера моды коэффициент возбуждения увеличивается, поэтому на больших расстояниях ночью может преобладать не первая, а вторая мода. Частотная характеристика функции ослабления U определяется, в основном, зависимостями α_n и Λ_n от f. На низких частотах (f < 8 кГц) резко увеличивается α_n, а при f > 30 кГц сильно уменьшается коэффициент Λ_n, поэтому наилучшие условия для дальнего распространения длинных волн реализуются в диапазоне f ≈ 10–20 кГц. При определении суммарного действия нормальных волн следует учитывать фазовые соотношения между типами волн, так как фазовые скорости для разных мод отличаются. Фазовая скорость c_n и коэффициент затухания α_n связаны с собственными числами ν_n соотношениями

$$c_n = \frac{a\omega}{\operatorname{Re} \nu_n}, \quad \alpha_n = \frac{\operatorname{Im} \nu_n}{a}. \tag{9.3.12}$$

Принято выражать коэффициент затухания в децибелах на 1000 км расстояния; в таких единицах $\alpha_n = 1{,}36 \operatorname{Im} \nu_n$.

При анализе особенностей работы навигационных фазовых систем важно знать разность фазы волны и значения, которое было бы при распространении волн над плоской поверхностью с бесконечной проводимостью. Это отличие фаз называют дополнительной фазой, φ_c показывает, насколько искажается фаза волны в волноводе «поверхность — ионосфера» по сравнению со случаем плоской поверхности. Если на больших расстояниях реализуется одномодовый тип распространения волн, то дополнительная фаза может быть найдена по формуле

$$\varphi_c = \arg \Lambda_n + \beta_n D, \qquad \beta_n = 2{,}1 \cdot 10^{-2} f \left(1 - \frac{c_n}{c_o}\right). \tag{9.3.13}$$

Здесь c_o — скорость волны в вакууме, β_n имеет размерность радиан на 1000 км, а частота f выражена в Гц. Из (9.3.13) следует, что дополнительная фаза возрастает линейно при увеличении расстояния D. Анализ показал, что фазовая скорость c_n зависит, в основном, от высоты волновода, а влияние проводимости его границ мало.

Суммарное действие нормальных волн приводит к различным зависимостям модуля функции ослабления от расстояния для разных частот, при этом появляются характерные максимумы и минимумы E_r при некоторых дальностях. Если существенны первые две моды, то функция ослабления, согласно (9.3.10), выражается формулой

$$U = \frac{\theta_o C \Lambda_1}{(\sin\theta_o)^{1/2}} \exp\{i(\nu_1 - ka)\theta_o\}, \tag{9.3.14}$$

где

$$C = 1 + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} \exp\{i(\nu_2 - \nu_1)\theta_o\}.$$

Так как $\nu_1 = \beta_1 + i\alpha_1$, то из (9.3.14) следует, что при одномодовом типе распространения волн функция ослабления U монотонно убывает при увеличении D. Когда же существенна и вторая мода, то из-за различия фаз первой и второй мод зависимость U от дальности будет иметь характерные максимумы и минимумы.

Мы ограничились постановкой задачи о дальнем распространении длинных волн и привели результаты теоретического анализа. Полный анализ этой трудной задачи дан в монографии [51]. Результаты определений напряженности поля и фазы волны для расстояний D = 400–1000 км, осу-

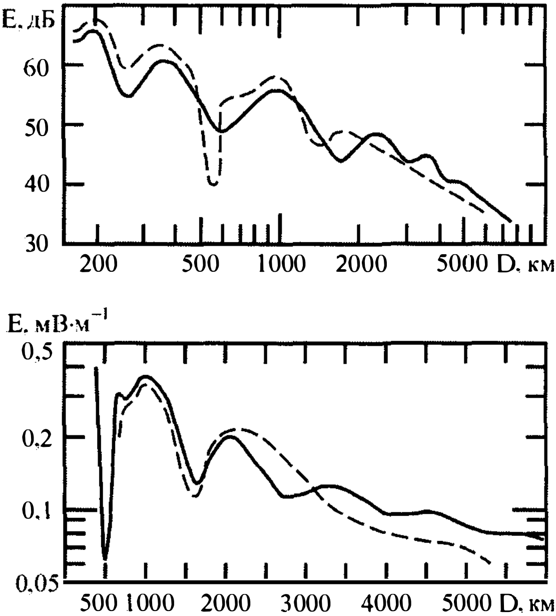


Рис. 9.11. Типичные зависимости напряженности поля длинных волн от дальности. Пунктир — эксперимент, сплошная линия — теория. Морская трасса, день, частота 18,6 кГц (внизу) и 16 кГц (вверху) [48]

ществленных как с использованием простых лучевых представлений, так и путем решения волнового уравнения, находятся в хорошем соответствии. Это редкий случай, когда оказывается возможным использование лучевых представлений даже при большой длине волны.

Перейдем к сравнению результатов теории с экспериментальными данными. Подробное описание экспериментальных закономерностей распространения длинных волн дано в обстоятельных обзорах [49, 50]. На рис. 9.11 приведены теоретические и экспериментальные зависимости напряженности поля E_r от дальности для морских трасс. Из сопоставления результатов теории с экспериментами следует, что в условиях дня и для морских трасс наблюдается хорошее соответствие теории и опыта. Существенно, что экспериментальные зависимости, представленные на этих рисунках, получены в разное время на различных трассах. Для частот 16–18 кГц первый глубокий минимум поля E_r присутствует на дальности около 600 км — это результат взаимодействия E_d и первой моды. При дальнейшем увеличении расстояния, где существенны первая и вторая моды, второй минимум поля наблюдается при $D \approx 1600$ км. Далее, при увеличении расстояния, напряженность поля монотонно убывает; можно считать, что для указанных частот при D > 3000 км реализуется одномодовый тип распространения волн. При сопоставлении экспериментальных и теоретических зависимостей E_r от D, полученных в ночных условиях, отмечается худшее соответствие теории и опытов. Экспериментальные зависимости E_r от D в этих условиях имеют более глубокие и частые минимумы. Для согласования теории с опытом приходится подбирать значение условной высоты ночной ионосферы и так согласовывать интенсивность и фазы первых двух–трех мод с результирующей напряженностью поля E_r. При анализе дальнего распространения волн над сушей появляется еще один свободный параметр — проводимость грунта. Подбором эффективной проводимости грунта и высоты ионосферы удается и в этом случае получить удовлетворительное соответствие теоретической и экспериментальной зависимостей E_r от дальности. В ночных условиях заметное влияние на E_r оказывает геомагнитное поле, которое трудно учесть при теоретическом анализе распространения длинных волн.

Напряженность поля в пункте приема испытывает медленные суточные вариации. Днем стабильность E_r больше, чем ночью, когда наблюдаются медленные глубокие замирания E_r, связанные с взаимодействием разных мод. В связи с необходимостью анализа точности определения координат фазовыми навигационными системами были проведены подробные исследования вариаций фазы. На больших расстояниях D > 3000 км наблюдаются медленные, регулярные суточные изменения фазы, достигающие 2π, а при D < 2000 км нерегулярно происходят быстрые скачкообразные изменения фазы на 2π. Анализ показал, что плавные суточные и скачкообразные вариации фазы удается объяснить изменением высоты ионосферы, которое влияет на фазовые соотношения мод поля.

Закономерности распространения волн низких частот исследовались также путем анализа атмосферных помех, обусловленных дальними грозами. Измерения спектральной плотности Φ_1 вертикальной составляющей напряженности поля таких помех показало следующее. В диапазоне f = 10–50 кГц наблюдается увеличение Φ_1 при уменьшении частоты, слабо выраженный максимум помех регистрируется при $f \approx 10$ кГц, а для f < 2 кГц спектральная плотность Φ_1 снова увеличивается при уменьшении частоты. Спектр Φ_1 на больших расстояниях от места грозовой активности обусловлен спектром электромагнитного поля молний и частотной характеристикой волновода «поверхность — ионосфера». Спектр поля близких разрядов молний изучен детально, что позволяет по данным о спектре Φ_1 найти частотную зависимость затухания волн в канале «поверхность — ионосфера».

Такой анализ показал, что для $f = 500$ Гц ослабление составляет примерно 8 дБ на 1 тыс. км, а для $f = 200$ Гц ослабление около 3 дБ на 1 тыс. км. Изучение спектра шумов крайне низких частот показало, что наблюдаются слабо выраженные максимумы Φ_1 на следующих частотах: $f_1 = 7{,}8$ Гц, $f_2 = 14$ Гц, $f_3 = 20$ Гц и $f_4 = 26$ Гц. На таких низких частотах сферическая полость «поверхность — ионосфера» ведет себя как резонатор, возбуждаемый грозовой активностью. Резонансные частоты f_n соответствуют длинам волн λ_n, которые укладываются целое число раз вдоль окружности Земли, т. е. $\lambda_n / 2\pi a = 1, 2, 3, 4$. Подробные сведения о шумах и особенностях распространения волн крайне низких частот даны в [53].

Глава 10

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ПОГЛОЩАЮЩИЕ СРЕДЫ

Глава 10

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ПОГЛОЩАЮЩИЕ СРЕДЫ

10.1. Поглощение волн в однородных средах

Среды могут оказывать сильное влияние на поглощение радиоволн, теряемая при этом энергия волны в виде тепла передается среде. Меру этих потерь определяют электрофизические параметры сред, которые зависят от их состава, температуры, влажности. Как правило, все среды являются смесями и композитами других более простых сред, наиболее изменчивыми являются среды, способные содержать воду (грунт, почва, растительность, атмосфера), а менее изменчивыми — среды, не содержащие воду (минералы и сухие горные породы). В большинстве случаев содержание воды — это основной фактор, влияющий на поглощение.

В § 2.1 были рассмотрены общие параметры сред, влияющие на распространение радиоволн. Напомним кратко основные представления, связанные с электрофизическими параметрами сред. Прежде всего, это комплексная относительная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0} = \varepsilon' + i\varepsilon'' = \varepsilon'(1 + i\ \mathrm{tg}\Delta), \qquad (10.1.1)$$

вещественная и мнимая части которой определяются через соответствующие значения абсолютной диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}, \quad \varepsilon'' = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}. \qquad (10.1.2)$$

26 Заказ 1248

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $\mathrm{tg}\,\Delta$ — тангенс угла потерь. К электрофизическим параметрам среды относится также комплексный коэффициент преломления $n^* \equiv \sqrt{\varepsilon^*}$, вещественная часть которого — обычный коэффициент преломления n, а мнимая часть — показатель поглощения χ:

$$n^* = n + i\chi . \tag{10.1.3}$$

При этом в соответствие с теорией, описанной в § 2.1, имеют место простые соотношения

$$\varepsilon' = n^2 - \chi^2 , \quad \varepsilon'' = 2n\chi , \tag{10.1.4}$$

и

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}} , \quad \chi = \sqrt{\frac{-\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}} . \tag{10.1.5}$$

При распространении плоской электромагнитной волны с волновым числом k в однородной среде на расстояние x возникает определенный фазовый сдвиг и затухание, которые связаны с уменьшением фазовой скорости волны и преобразованием электромагнитной энергии в тепло, что для комплексной амплитуды плоской волны описывается соотношением

$$E = E_0 \exp\{ikx(n + i\chi)\} = E_0 \exp\{-\alpha x\} \exp\{i\beta x\}$$

или для плотности потока мощности

$$P = P_0 \exp\{-2\alpha x\} = P_0 \exp\{-\gamma x\} . \tag{10.1.6}$$

Отсюда видно, коэффициент поглощения α по напряженности поля прямо пропорционален показателю поглощения χ: $\alpha = k\chi$. Коэффициент поглощения потока мощности определяется как $\gamma[1/\text{м}] = 2\alpha = 2k\chi$, или в логарифмическом масштабе

$$\gamma[\text{дБ/м}] = 8{,}7 \cdot k\chi = 182 \cdot f \cdot \sqrt{\frac{-\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}} , \tag{10.1.7}$$

здесь f — частота в ГГц. Часто величину коэффициента поглощения относят к расстоянию в 1 км, и тогда полагают, что

$$\gamma[\text{дБ/км}] = 10^3 \cdot \gamma[\text{дБ/м}].$$

Из соотношения (10.1.2) видно, что показатель поглощения χ или коэффициент поглощения γ отличны от нуля, только если не равна нулю мнимая часть диэлектрической проницаемости ε''. При этом мощность волны убывает в e раз на толщине

$$l_c = \frac{\lambda_0}{4\pi\chi} = \frac{1}{\gamma}, \qquad (10.1.8)$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве. В случае малых потерь, когда $\operatorname{tg}\Delta \ll 1$, коэффициент поглощения и толщина $l_э$ оцениваются по формулам

$$\gamma[\text{дБ/м}] \approx 91 \cdot f \cdot \sqrt{\varepsilon'}\operatorname{tg}\Delta, \quad l_c = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon'}\operatorname{tg}\Delta}.$$

Расстояние l_c определяется электрофизическими параметрами среды и сильно зависит от частоты. Как правило, волны низких частот поглощаются существенно слабее, чем волны более высоких частот, что следует из формулы (10.1.7). Поэтому глубина проникновения $l_э$ для волн низких частот согласно (10.1.8) больше, чем для волн высоких частот. Типичные значения электрофизических параметров наиболее распространенных сред, а также параметры γ, l_c, пересчитанные к частоте 100 МГц, представлены в табл. 10.1 [1–6, 58, 65, 66]. Из приведенных данных видно, что наименьшее поглощение наблюдается для сухого песка, а наибольшее — для морской воды.

В случае границы раздела между непоглощающей (1) и поглощающей (2) средами возможны два различных варианта расположения корреспондирующих пунктов A и B, показанные на рис. 10.1. В первом случае, когда один пункт (A) находятся в непоглощающей среде (1), а второй пункт (B) — в поглощающей среде (2), распространение волны будет происходить в основном за счет эффекта преломления и боковой волны. Во втором случае, когда оба корреспондирующих пункта находятся в поглощающей среде, распространение волны осуществляется двумя способами — за счет прямой и за счет боковой или поверхностной волн. Первая волна при этом экспоненциально ослабляется на расстоянии порядка толщины скин-слоя l_c, а вторая (боковая) волна идет по ломанной траектории, большая часть которой лежит в непоглощающей среде (1). Эти выводы математически строго обоснованы в работах [21, 62].

Таблица 10.1

Диэлектрическая проницаемость ε', удельная проводимость σ, коэффициент поглощения γ и толщина скин-слоя l_c для частоты $f = 100$ МГц

Среда распространения	ε'	σ, 1/(м Ом)	γ, дБ/м для $f = 100$ МГц	l_c, м для $f = 100$ МГц
Сухая почва	3–4	0,000011–0,002	0,01–1,6	2,7–434
Влажная почва	10–30	0,003–0,030	1,5-8,9	0,49–2,9
Грунт песчаный сухой	3	0,00015	0,14	31
Грунт песчаный влажный	25	0,007	2,3	1,9
Грунт песчаный мерзлый	5	0,008	5,7	0,76
Песчаник влажный	6	0,04	34	0,13
Сланец глинистый влажный	7	0,1	45	0,097
Известняк влажный	8	0,025	14	0,31
Базальт влажный	8	0,01	5,6	0,78
Гранит влажный	7	0,001	0,6	7,2
Вода пресная	81	0,001	0,18	24
Вода морская	81	4	330	0,013
Лед при $T = -20°$ C	3,7	$2{,}1 \cdot 10^{-8}$	0,01	430

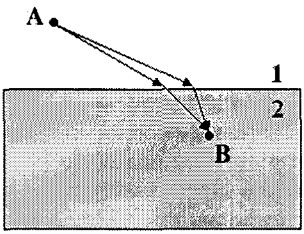
В этой главе мы рассмотрим особенности распространения волн в некоторых наиболее типичных однородных средах. Теория обычно дает весьма приближенные зависимости электрических характеристик природных сред от различных факторов, поэтому при анализе поглощения радиоволн мы будем опираться на результаты экспериментальных исследований.

10.2. Распространение радиоволн в воде

Вода обладает ярко выраженными дисперсионными свойствами электрофизических параметров, эти свойства наиболее сильно проявляются на высоких частотах. Для диэлектрической проницаемости дистиллированной воды применяется полуэмпирическая формула Дебая, согласно которой

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{1 - i\omega\tau}, \tag{10.2.1}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad \varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \tag{10.2.2}$$



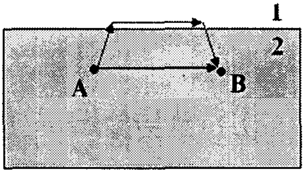


Рис. 10.1. Два способа распространения радиоволн при наличии поглощающей среды

Входящие сюда параметры имеют простой физический смысл: $\varepsilon_\infty = \lim_{\omega\to\infty} \varepsilon^*$ соответствует предельно высоким частотам, а $\varepsilon_c = \lim_{\omega\to 0} \varepsilon^*$ — предельно низким частотам. Поэтому параметры ε_∞ и ε_c называют соответственно оптической и статической диэлектрическими проницаемостями воды. Параметр τ описывает характерное время релаксации молекул воды. Непосредственно путем исследования на экстремум выражения для ε'' в (10.2.2) видно, что максимум мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости приходится на частоту $\omega = \tau^{-1}$, это соответствует условию максимума поглощения энергии электромагнитного поля. Перечисленные параметры сильно зависят от температуры воды и находятся на основе сопоставления теоретической модели с экспериментальными данными. Так, в [66] приводится температурная зависимость статической диэлектрической проницаемости вида

$$\varepsilon_c = 97{,}74 - 40{,}08\cdot 10^{-2}\mathrm{T} + 9{,}398\cdot 10^{-4}\mathrm{T}^2 - 1{,}41\cdot 10^{-6}\mathrm{T}^3 .$$

Здесь и далее температура измеряется по шкале Цельсия. Эта формула с погрешностью, не превышающей 5 %, описывает экспериментальные данные в области температур $\mathrm{T} = 0\text{–}100°$ C. Аналогичная зависимость оптической диэлектрической проницаемости описывается простой аппроксимацией

$$\varepsilon_\infty = 5 + 0{,}023\cdot \mathrm{T}, \qquad (10.2.3)$$

а зависимость времени релаксации τ от T имеет вид

$$\tau = 3{,}1 \cdot 10^{-12} \exp\left\{\left[\frac{T-100}{75{,}6}\right]^2\right\}, \tag{10.2.4}$$

где τ измеряется в секундах. При типичных температурах соответствующая резонансная частота поглощения

$$f = \omega/2\pi = (2\pi\tau)^{-1}$$

приходится на гигагерцовый диапазон. Известны и другие аппроксимации для изменения параметров модели Дебая, например

$$\varepsilon_c = 88{,}04574 - 41{,}47 \cdot 10^{-2}\,T + 6{,}295 \cdot 10^{-4}\,T^2 + 1{,}075 \cdot 10^{-5}\,T^3,$$

$$\tau = \left(1{,}1109 \cdot 10^{-10} - 3{,}824 \cdot 10^{-12}\,T + 6{,}938 \cdot 10^{-14}\,T^2 - 5{,}096 \cdot 10^{-16}\,T^3\right)\Big/2\pi,$$

$$\varepsilon_\infty = 4{,}9\,.$$

В случае соленой воды для учета ионной проводимости солей используется формула

$$\varepsilon^* = \varepsilon'_\infty + \frac{\varepsilon'_c - \varepsilon'_\infty}{1 - i\omega\tau} + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}, \tag{10.2.5}$$

где σ — удельная проводимость, характеризующая ионную проводимость солей.

Удельная проводимость воды морей и океанов варьируется в пределах 2–7 См/м, она зависит от солености воды s. По данным многочисленных исследований, соленость s морской воды оценивается как $s \approx 32{,}5$–$34{,}7$ ‰. Здесь и далее соленость измеряется в промилле — величине, равной количеству растворенных в воде солей в граммах на 1 литр. Для расчета изменчивости удельной проводимости соленой воды в зависимости от солености и температуры предложена эмпирическая формула

$$\sigma = \sigma_{25} \exp\{-u\}, \tag{10.2.6}$$

где

$$\sigma_{25} = s\left(0{,}18252 - 1{,}4619 \cdot 10^{-3}\,s + 2{,}093 \cdot 10^{-5}\,s^2 - 1{,}282 \cdot 10^{-7}\,s^3\right),$$

$$u = \Delta T(2{,}033 \cdot 10^{-2} + 1{,}266 \cdot 10^{-4}\,\Delta T + 2{,}464 \cdot 10^{-6}\,\Delta T^2 -$$

$$-s\left(1{,}849 \cdot 10^{-5} - 2{,}551 \cdot 10^{-7}\,\Delta T + 2{,}551 \cdot 10^{-8}\,\Delta T^2\right), \quad \Delta T = 25 - T.$$

На рис. 10.2 приведены результаты сравнения расчетов по этой формуле с экспериментальными данными, снятыми при различных соленостях и температурах воды [67]. Подчеркнем, что эта проводимость связана с ионами солей. Детальные исследования показали, что даже при отсутствии солей чистая вода также обладает проводимостью. Удельная проводимость чистой воды много меньше удельной проводимости соленой воды и в зависимости от температуры, она может быть рассчитана по формуле

$$\sigma = 1,2 \cdot 10^{-2} \exp\left\{\frac{T}{17}\right\}. \qquad (10.2.7)$$

На рис. 10.3 приведено сравнение результатов расчета σ по этой формуле с экспериментальными данными для чистой воды в зависимости от ее температуры [67]. В общем случае при расчете комплексной диэлектрической проницаемости (10.2.5) следует учитывать суммарное действие обеих проводимостей (10.2.6) и (10.2.7).

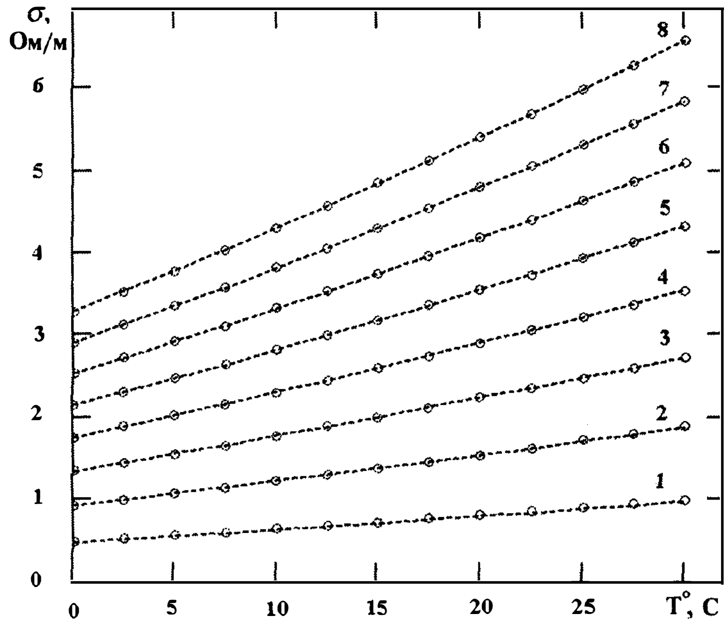


Рис. 10.2. Температурная зависимость удельной проводимости воды при различных уровнях солености: 1 — 5 ‰, 2 — 10 ‰, 3 — 15 ‰, 4 — 20 ‰, 5 — 25 ‰, 6 — 30 ‰, 7 — 35 ‰, 8 — 40 ‰ (по [67])

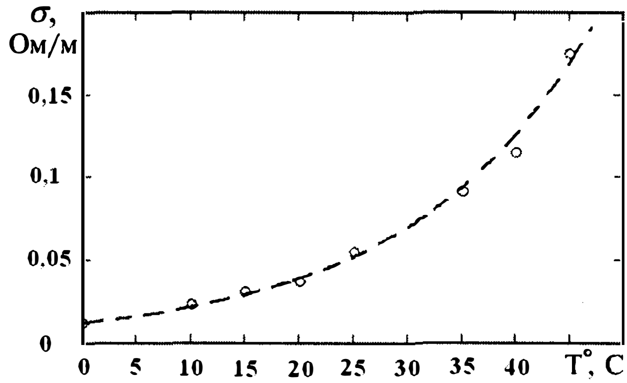


Рис. 10.3. Температурная зависимость удельной проводимости пресной воды (по [65])

Хорошее совпадение эмпирических формул с экспериментальными данными позволяет использовать их для расчета комплексной диэлектрической проницаемости воды. На рис. 10.4 приведены типичные зависимости диэлектрической проницаемости дистиллированной (s = 0 ‰) и морской (s = 32,54 ‰) воды от частоты, рассчитанные по формуле (10.2.5) для частот от 10 кГц до 300 ГГц [67]. Видно, что электрофизические свойства воды существенно изменяются с переходом в гигагерцовый диапазон; так с приближением к частоте 1 ГГц вещественная часть диэлектрической проницаемости ε' уменьшается с 80 до 6, а ее мнимая часть ε'' имеет резонансный максимум в области частоты 10 ГГц. Увеличение температуры воды приводит как к уменьшению вещественной части комплексной диэлектрической проницаемости ε' в диапазоне до 1 ГГц, так и к увеличению ее в диапазоне частот выше 10 ГГц. Для мнимой части диэлектрической проницаемости увеличение температуры приводит, наоборот, к возрастанию ε'', но в основном до частоты 1 ГГц. Изменение солености s влияет в основном на ε'' и лишь в области частот до 10 ГГц. Зависимость диэлектрической проницаемости от частоты далее будем называть спектром. Увеличение солености воды приводит в целом к сглаживанию резонансного поведения спектра ε'' вблизи частоты 10 ГГц, на спектральные свойства ε' соленость воды влияет незначительно.

При распространении радиоволн в воде интерес представляет коэффициент поглощения γ. Рассчитанные по формуле (10.1.7) спектральные значения γ приведены на рис. 10.5. Видно, что в соленой воде поглощение

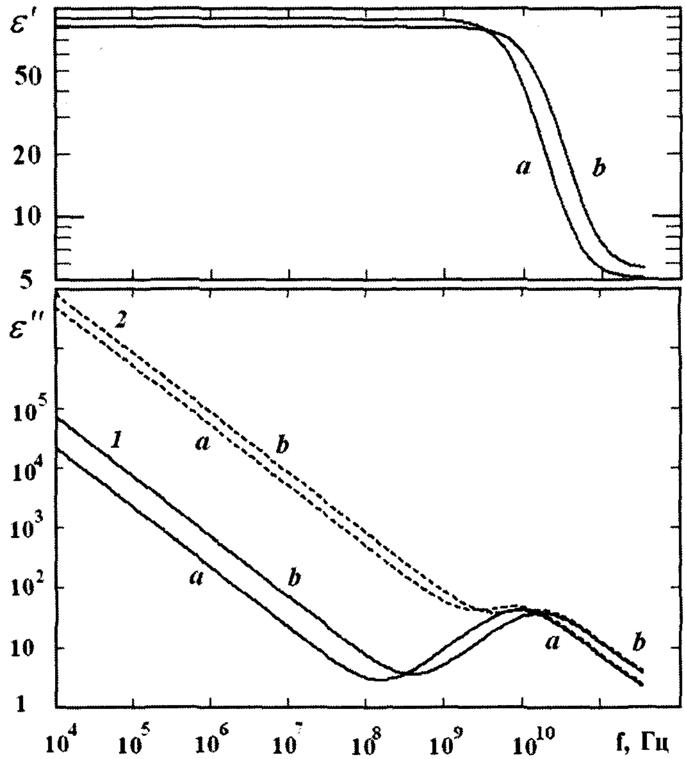


Рис. 10.4. Спектральная зависимость вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости для чистой (1) и морской (2) воды при температуре 0° С (a) и 20° С (b)

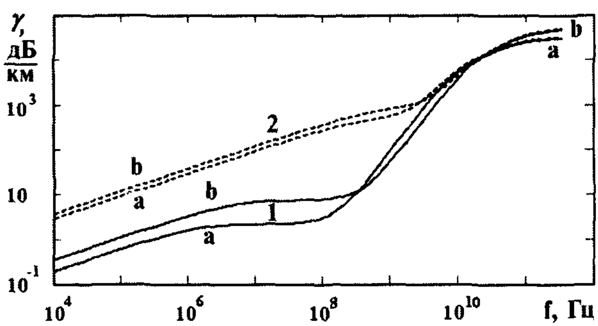


Рис. 10.5. Спектральная зависимость коэффициента поглощения для чистой (1) и морской (2) воды при температуре 0° С (a) и 20° С (b)

достаточно велико и более чем на порядок превышает поглощение в пресной воде. Приведенные выше соотношения (10.2.2) и (10.2.5) для воды применимы и для льда, меняются лишь значения входящих в них параметров. По данным многочисленных экспериментов [67], для частот $f > 10^8$ Гц параметр ε_∞ практически не зависит от температуры T и оценивается как $\varepsilon_\infty \approx 3{,}17$, а параметры τ и ε_c гораздо существенней зависят от T и могут быть рассчитаны с использованием эмпирических соотношений

$$\lg\tau = \frac{2900}{273+T} - 15{,}3 \quad \text{и} \quad \varepsilon_c = 97{,}5 - 3{,}30\cdot \mathrm{sh}\left(\frac{T+21}{15{,}3}\right).$$

Проводимость чистого льда мала и оценивается как $\sigma \approx 2{,}1\cdot 10^{-8}$ См/м при температуре –20° C; с понижением температуры удельная проводимость льда, связанная с ионной диссоциацией молекул, уменьшается по закону, близкому к экспоненциальному:

$$\sigma = 3\cdot 10^{-6}\exp\left\{\frac{T}{4}\right\}.$$

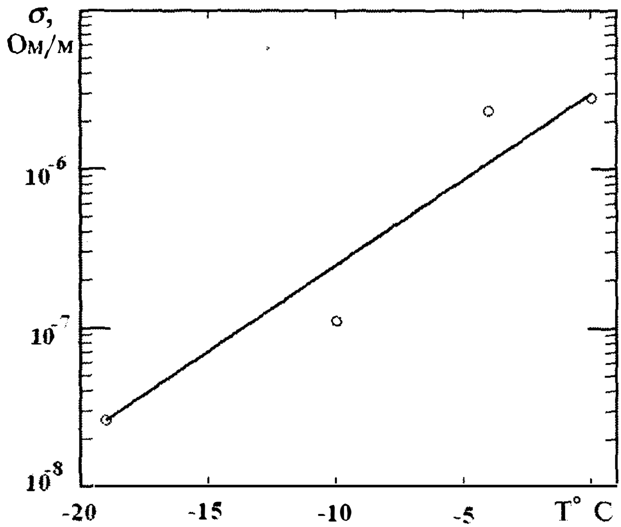


Рис. 10.6. Температурная зависимость удельной проводимости чистого льда в сопоставлении с экспериментальными данными [67]

На рис. 10.6 приведено сопоставление результатов расчетов по этой формулы с экспериментальными данными [67]. На основе представленных зависимостей и формулы (10.2.5) была рассчитана показанная на рис. 10.7 спектральная зависимость комплексной диэлектрической проницаемости чистого льда в диапазоне температур от 0 до –60° C. Видно, что резонансная область приходится на частоты до 100 кГц. Для более высоких частот можно считать, что

$$\operatorname{Re}\varepsilon^* = \varepsilon' \approx \varepsilon_\infty, \quad \text{а} \quad \operatorname{Im}\varepsilon^* = \varepsilon'' \approx \frac{\varepsilon_c' - \varepsilon_\infty'}{\omega\tau} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega},$$

ε' — почти постоянная величина, а значение ε'' убывает обратно пропорционально частоте. При этом наблюдается сильная температурная зависимость ε'' — почти экспоненциальное возрастание при увеличении температуры T .

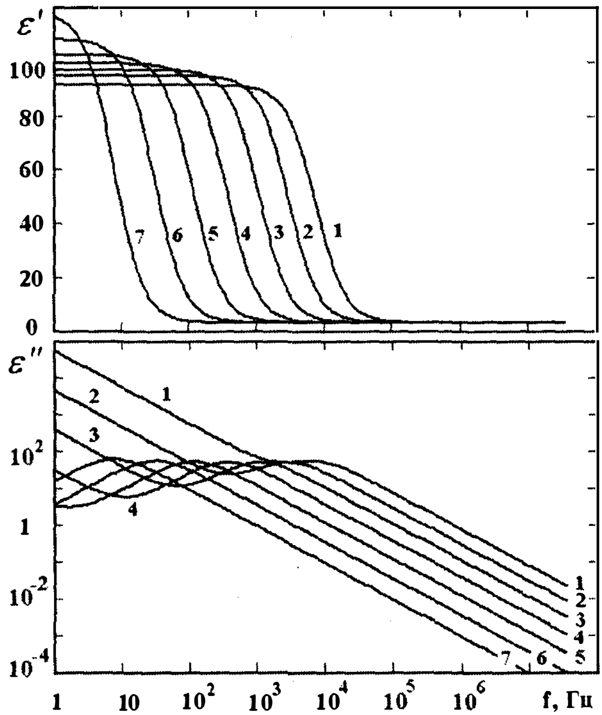


Рис. 10.7. Спектральная зависимость вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости для чистого льда при различной температуре: 0° C (1), –10° C (2), –20° C (3), –30° C (4), –40° C (5), –50° C (6), –60° C (7)

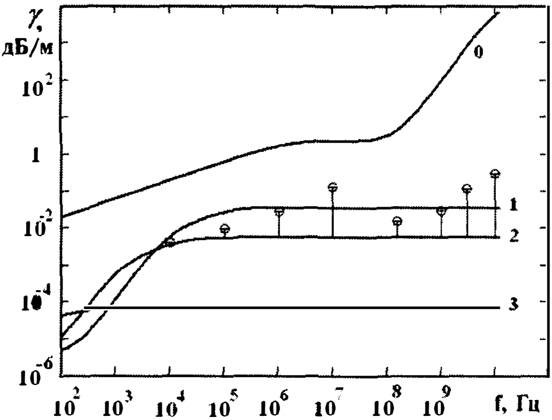


Рис. 10.8. Спектральная зависимость коэффициента поглощения для чистого льда при различной температуре: 0° С (1), –20° С (2), –60° С (3); а также для чистой воды при температуре 0° С (0); точки — результаты измерений для чистого льда при температуре –20° С (по [58])

На рис. 10.8 приведены результаты расчета спектральной зависимости коэффициента поглощения для чистого льда при отрицательных температурах (кривые 1–3), точками нанесены экспериментальные данные различных авторов, относящиеся к температуре –20° С: видно, что экспериментальные значения оказываются выше теоретических [58]. Заметим, что в целом коэффициент поглощения γ для чистого льда остается на порядок ниже соответствующего значения для воды. На рис. 10.8 фазовый переход вода—лед соответствует почти скачкообразной деформации кривой 0 (вода при 0° С) к кривой 1 (лед при 0° С).

Морской лед является сложной многокомпонентной структурой, состоящей из кристаллов пресного льда и солевых ячеек, содержащих рассол и выпавшие в осадок соли. Электрофизические характеристики морского льда сильно зависят от его уровня солености и температуры: ε' и ε'' возрастают с увеличением солености и температуры. Спектральная зависимость коэффициента поглощения γ при солености льда 5,12 ‰ показана на рис. 10.9; видно, что волны с частотой $f > 3 \cdot 10^7$ Гц испытывают большое затухание.

10.3. Распространение волн в грунтах

С точки зрения распространения радиоволн грунты представляют собой среду, обладающую сильным поглощением. Сильное взаимодействие радиоволн с грунтами используется в геофизических исследованиях для их зондирования. Экспериментально установлено, что в диапазоне частот

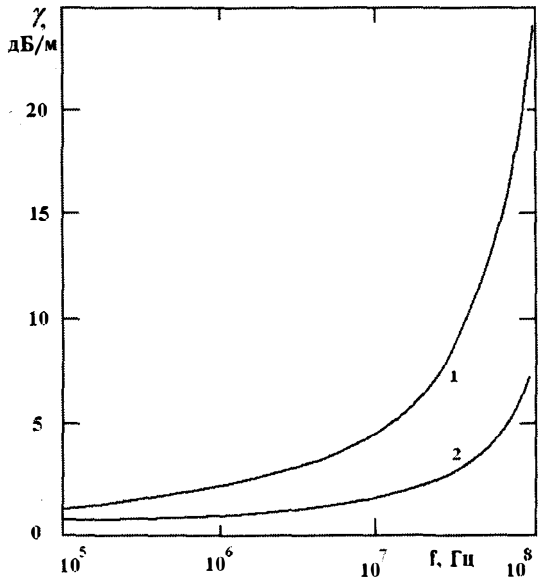


Рис. 10.9. Спектральная зависимость коэффициента поглощения для морского льда с соленостью 5,12 ‰ при температурах –12,5° С (1) и –25° С (2) (по [58])

от 20 Гц до 10 ГГц в грунтах возможно появление всех видов релаксационной поляризуемости, обусловленных движением и переориентацией во внешнем электрическом поле полярных молекул, диполей почвенных коллоидов, двойных электрических слоев и ионов почвенного раствора, т. е. таких видов поляризаций вещества, как дипольно-релаксационная, ионно-релаксационная, структурная, граничная. В конечном счете, все эти эффекты описываются эффективными электрофизическими параметрами среды. Для описания электрофизических свойств почвогрунтов так же как и для соленой воды можно использовать формулу (10.2.4). Электрофизические параметры заметно варьируются для различных грунтов и их компонент. В табл. 10.1 приведены электрофизические параметры некоторых природных сред, образующих почвогрунты, а также коэффициенты поглощения характерные для них. Электрофизические свойства сложных грунтов в первом приближении могут быть описаны как свойства смеси по так называемой рефракционной модели, согласно которой

$$n^* = \sum_j n_j^* w_j , \qquad (10.3.1)$$

где w_j — относительное объемное содержание j-й компоненты с показателем n_j^*. В числе всех компонент наибольшее влияние на свойства грунтов оказывает объемное содержание воды w , т. е. влажности грунта. Эксперименты с почвами различной влажности позволили выявить три области наличия резонансного поглощения [58]. Первая из них, соответствующая релаксационному поглощению льда, наблюдается при отрицательных температурах почв и приходится на частоту порядка f =1 кГц. Вторая область связана с релаксационным поглощением диполями связанной воды и приходится на диапазон около 100 кГц. Третий максимум поглощения электромагнитного поля, находящийся в диапазоне порядка 1 ГГц, определяется свойствами свободной воды в почве. На рис. 10.10 приведены экспериментальные частотные зависимости электрофизических свойств обыкновенного чернозема при температуре T = 20 ° C для 5 различных влажностей: 1 — абсолютно сухого состояния (w ≈ 0 %), 2 — состояния гигроскопической влаги (w = 4,3 %), 3 — максимально гигроскопической влаги (w = 9,1 %), 4 — максимально молекулярной влагоемкости (w = 13,5 %), 5 — наибольшей влагоемкости (w = 28,5 %).

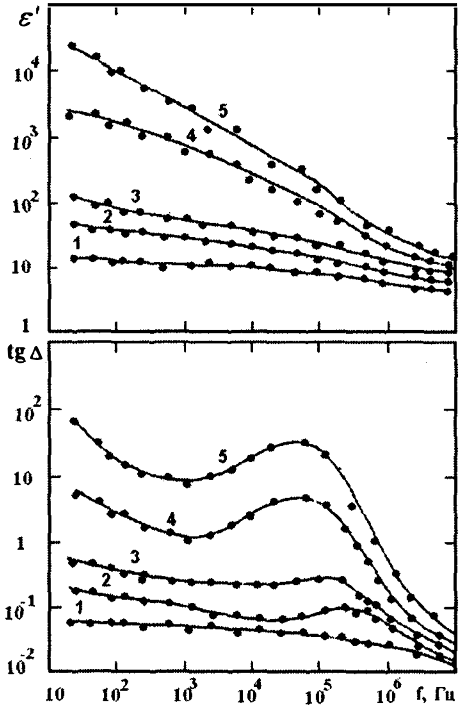


Рис. 10.10. Спектральная зависимость вещественной части диэлектрической проницаемости (') и тангенса угла потерь (tg) обыкновенного чернозема при различной влажности w : 0 % (1), 4,3 % (2), 9,1 % (3), 13,5 % (4), 28,5 % (5) (по [58])

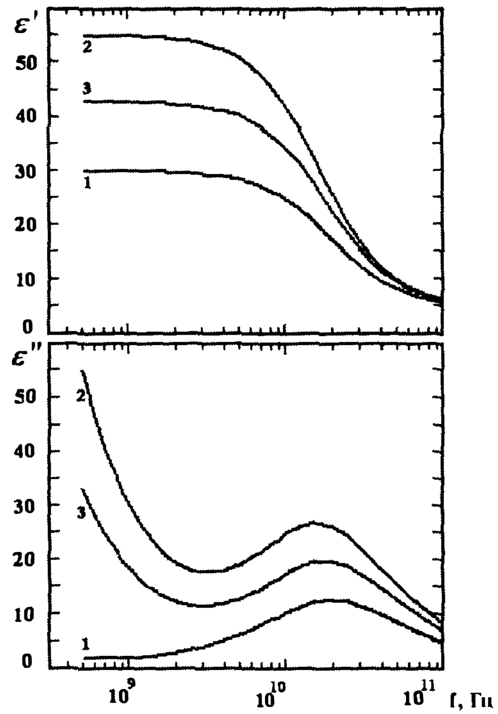


Рис. 10.11. Спектральная зависимость вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости при температуре 24° C для бентонита (1), почвы с малым (0,6 % — кривая 2) и большим (6,6 % — кривая 3) содержанием гумуса в случае связанной почвенной влаги

По мере увлажнения почвогрунтов состояние воды изменяется коренным образом. Сначала при малом ее количестве она находится только в химическом или механическом связанном состоянии, когда молекулы воды вступают в химические связи с молекулами грунтов или когда тонким слоем покрывают поверхности твердых компонент грунта и находятся под значительным влиянием сил поверхностного натяжения, это — так называемая связанная вода. Затем при увеличении ее количества в почве вода начинает находиться уже в свободном состоянии, в результате заметно изменяются электрофизические свойства грунта в целом.

На рис. 10.11 и 10.12 приведены значения комплексной диэлектрической проницаемости почвы в случае малого и большого содержания влаги. Видно, что при накоплении воды диэлектрическая проницаемость увеличивается характерным образом. Лучше всего это видно на графике зависимости коэффициента преломления n и показателя поглощения χ от содержания влаги, показанном на рис. 10.13 [68]. До и после критической влажности зависимости хорошо аппроксимируются прямыми линиями, но разными для связанной и свободной воды. Как видно из рис. 10.13, для случая бентонитовой глины при температуре T=27° C на частоте f = 1,43 ГГц излом аппроксимационных прямых приходится на влажность w = 21–23 %. Для песка имеют место аналогичные зависимости, показанные на рис. 10.14.

Согласно (10.1.7) коэффициент поглощения $\gamma\,[\text{дБ/м}]$ прямо пропорционален коэффициенту поглощения χ, и приведенные данные непосредственно пересчитываются в коэффициент поглощения $\gamma\,[\text{дБ/м}]$ с коэффициентом, пропорциональным частоте. Так были рассчитаны приведенные в табл. 10.1 характерные значения коэффициента поглощения γ для некоторых природных материалов.

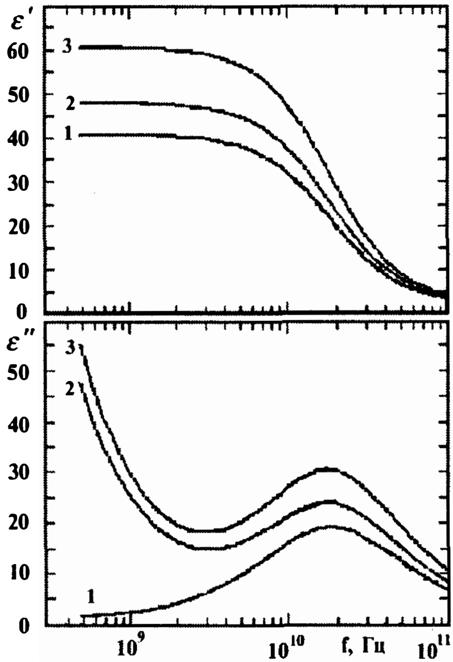


Рис. 10.12. Спектральная зависимость вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости при температуре 24° C для бентонита (1), почвы с малым (0,6 % — кривая 2) и большим (6,6 % — кривая 3) содержанием гумуса в случае свободной почвенной влаги

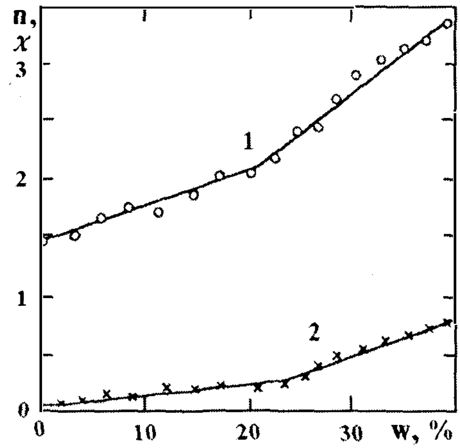


Рис. 10.13. Зависимость коэффициента преломления n (1) и показателя поглощения χ (2) от влажности бентонитовой глины (по [68])

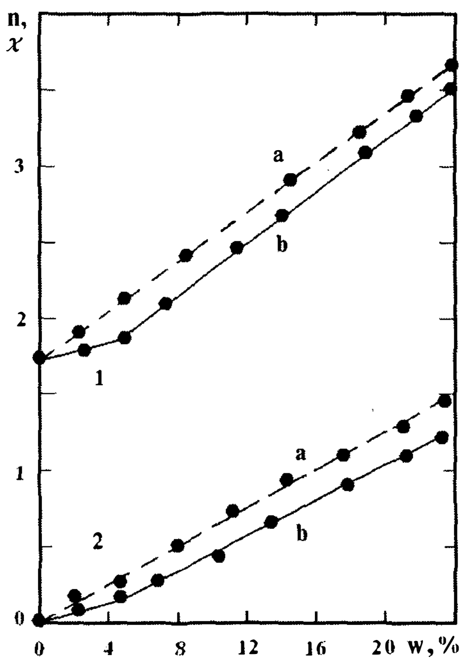


Рис. 10.14. Зависимость коэффициента преломления n (1) и показателя поглощения χ (2) от влажности для очищенного (a) и измельченного (b) песка (по [68])

27 Заказ 1248

Описанные выше характеристики соответствуют случаю, когда электромагнитная волна полностью распространяется в безграничном однородном грунте. Если же имеется граница раздела воздух—грунт, то закономерности распространения волн усложняются. Как уже отмечалось в § 10.1, процесс распространения радиоволн между двумя точками A и B, находящимися в однородном грунте на глубинах h_A и h_B (рис. 10.15), можно представить состоящим из двух более простых процессов — распространения первичной волны $\mathbf{E}_1$ и вторичной волны $\mathbf{E}_2$, отраженной от границы земля—воздух:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 . \tag{10.3.2}$$

Первичная волна $\mathbf{E}_1$ — это волна, распространяющаяся по прямой AB в среде с комплексным коэффициентом преломления $n^* = n + i\chi$. Если источником излучения является, например, вертикальный электрический вибратор длиной l, по которому течет ток I, то создаваемое им первичное поле описывается векторным потенциалом (см. (2.2.10))

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_z \frac{\mu I l}{4\pi} \cdot \frac{\exp\{ik^* r\}}{r}, \tag{10.3.3}$$

где $k^* = k \cdot n^*$ — комплексное волновое число для грунта, $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор, направленный вдоль оси Oz. Расстояние $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|$ соответствует длине вектора, соединяющего точку источника $\mathbf{r}_A = (0, 0, -h_A)$, находящегося на глубине h_A, и текущую точку $\mathbf{r}$, где определяется первичное поле. Для прямой волны $\mathbf{E}_1$ текущей точкой становится точка B, для которой $\mathbf{r}_B = (D, 0, -h_B)$, здесь h_B — глубина точки приема. Поле сферической волны (10.3.3) в однородном грунте можно представить в виде разложения по плоским волнам:

$$\frac{\exp\{ik^* r\}}{r} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{i\left[\kappa_x x + \kappa_y y + \kappa_z (z + h_A)\right]\right\} \frac{d\kappa_x \, d\kappa_x}{\kappa_z} . \tag{10.3.4}$$

Последовательный вывод этого интегрального представления приводится в работах [21, 62]. Введенная в (10.3.4) переменная $\kappa_z = \sqrt{k^{*2} - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}$ соответствует вертикальной компоненте комплексного волнового вектора $\boldsymbol{\kappa}^* = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ из спектра составляющих плоских волн. Заметим, что для грунта в силу комплексности волнового числа k^* все эти плоские волны являются затухающими. Для нахождения подобного (10.3.4) соотношения для электрического поля достаточно воспользоваться соотношением (2.2.6), в результате имеем следующее интегральное представление

$$\mathbf{E}=Z^*\frac{Il}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\left[\mathbf{e}_z\,\boldsymbol{\kappa}^*\right]\frac{\boldsymbol{\kappa}^*}{k^*}\right]\exp\left\{i\left[\kappa_x x+\kappa_y y+\kappa_z\left(z+h_A\right)\right]\right\}\frac{d\kappa_x\,d\kappa_x}{2\kappa_z}, \tag{10.3.5}$$

где $Z^*=Z_0\left(\varepsilon^*\right)^{-1/2}$ — волновое сопротивление грунта, в общем случае величина комплексная, а через $Z_0=\left(\mu_0/\varepsilon_0\right)^{1/2}=120\pi\,[\text{Ом}]$ обозначено волновое сопротивление вакуума. С учетом разложения (10.3.5) для поля прямой волны, распространяющейся из точки А в точку В (рис. 10.17), можно записать

$$\mathbf{E}_1=Z^*\frac{Il}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\left[\mathbf{e}_z\,\boldsymbol{\kappa}^*\right]\frac{\boldsymbol{\kappa}^*}{k^*}\right]\exp\left\{i\left[\kappa_x D+\kappa_z\left(-h_B+h_A\right)\right]\right\}\frac{d\kappa_x\,d\kappa_x}{2\kappa_z}. \tag{10.3.6}$$

Что касается поля вторичной волны, которая отражается вниз от границы раздела земля—воздух, то для него имеем следующее представление:

$$\mathbf{E}_2=Z^*\frac{Il}{(2\pi)^2}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\left[\mathbf{e}_z\,\boldsymbol{\kappa}^*\right]\frac{\left(\boldsymbol{\kappa}^*-2\kappa_z\mathbf{e}_z\right)}{k^*}\right]M_2\exp\left\{i\left[\kappa_x d+\kappa_z\left(+h_B+h_A\right)\right]\right\}\frac{d\kappa_x\,d\kappa_x}{2\kappa_z}. \tag{10.3.7}$$

Здесь

$$M_2=\frac{Z_0\kappa_{0z}-Z\kappa_z}{Z_0\kappa_{0z}+Z\kappa_z}$$

— коэффициент отражения вертикально поляризованной волны, приходящей снизу вверх и отражающейся вниз, а величина $\kappa_{0z}=\sqrt{k^2-\kappa_x^2-\kappa_y^2}$ соответствует вертикальной составляющей волнового вектора преломленной в воздухе волны. Выражения (10.3.6) и (10.3.7) являются точными, справедливыми как на малых, так и на больших расстояниях между точками излучения A и приема B. Полное поле в точке приема B равно сумме (10.3.2) полей. Результат интегрирования поля прямой волны $\mathbf{E}_1$ выражается в элементарных функциях, но этого не удается сделать для поля $\mathbf{E}_2$, соответствующего вторичной волне. Последовательный асимптотический анализ выражения (10.3.7) для $\mathbf{E}_2$, проведенный в работах [21, 62], показал, что оно распадается на два слагаемых, одно из которых соответствует полю зеркально отраженной волны $\mathbf{E}_2'$ (ломаная ACB на рис. 10.15), а второе слагаемое соответствует так называемой боковой волне $\mathbf{E}_2''$, распространяющейся по траектории ADEB. Зеркально отраженная волна $\mathbf{E}_2'$ ведет себя подобно прямой волне $\mathbf{E}_1$, но проходит большее расстояние в грунте и потому сильно ослабляется, главным образом за счет экспоненциального поглощения электромагнитной энергии в грунте. Боковая волна экспоненциально ослабляется только на отрезках AD и EB, но не испытывает такого ослабления на отрезке DE, проходя его в верхнем полупространстве, т. е. в воздухе. Если горизонтальное расстояние D между точками A и B достаточно велико по сравнению с глубинами погружения этих точек ($D \gg h_A, h_B$), то, очевидно, доминирующей будет именно боковая волна, которая большую часть пути проходит в воздухе. Комплексная амплитуда боковой волны согласно [62] описывается следующим выражением:

$$E_2'' \approx \frac{2\,i\,n^{*2}}{kD^2(1-n^{*2})}\exp\left\{ik\left[D+\left(h_A+h_B\right)\sqrt{n^{*2}-1}\right]\right\}, \qquad (10.3.8)$$

где k — волновое число для вакуума. Видно, что боковая волна ослабляется с расстоянием не по экспоненциальному, а по степенному закону $\left|\vec{E}_2''\right| \sim D^{-2}$ и доминирует в суммарном поле. Экспоненциальное ослабление характерно только для участков AD и EB, когда волна покидает грунт, а затем возвращается в него, этот вывод подтверждается как результатами численного счета интеграла (10.3.7), так и результатами экспериментальных исследований. Вклад боковой волны возрастает с увеличением рабочей частоты, при этом фазовая скорость боковой воны определяется верхней средой. Таким образом, подземная связь может реализовываться двумя способами [59]. При первом способе приемо-передающая аппаратура и антенные устройства размещаются на больших глубинах: в шахтах, подземных выработках, скважинах и т. д. В этом случае трасса распространения радиоволн целиком лежит в грунте и электромагнитная энергия не выходит на поверхность. Эксперименты показывают, что, например, в соляных пластах на частоте 200 кГц при мощности передатчика 100 Вт удавалось реализовать связь на расстоянии 29 км. Второй способ связи реализуется, если приемо-передающая аппаратура и антенные устройства размещаются на небольших глубинах, основная область распространения радиоволн (боковой волны) при этом находится в атмосфере; Дальность связи в этом случае может увеличиться до нескольких сотен километров.

Экспериментальных данных подземного распространения радиоволн немного, но есть данные, которые свидетельствуют, что для глубин погружения корреспондирующих пунктов до 300–700 м и при дальности порядка 5 км на частотах, превышающих 50 кГц, начинает преобладать

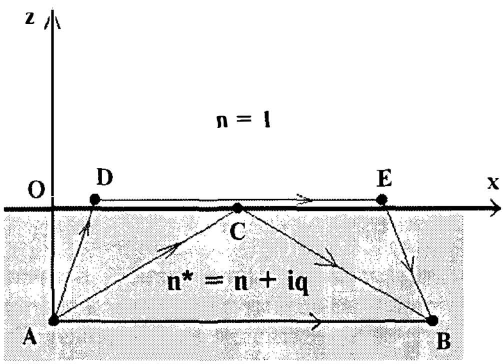


Рис. 10.15. Возможные траектории распространения волн при подземной связи

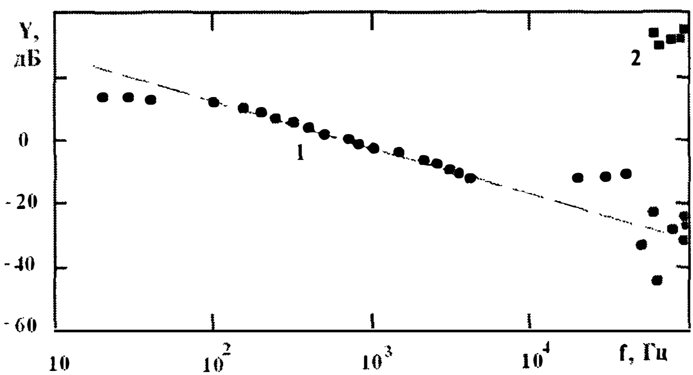


Рис. 10.16. Спектральная зависимость изменения напряженности поля на подземной трассе при установке приемной антенны: в скважине на глубине 300 м (1) и непосредственно над скважиной (2) (по [59])

боковая волна. На рис. 10.16 приведена экспериментальная спектральная зависимость напряженности поля на трассе длиной 5 км между двумя антеннами, помещенными в скважины (глубина передающей — 700 м, приемной — 300 м) [59]. За начальный уровень (ноль децибел) принято значение напряженности поля на частоте 1 кГц. Эффективная удельная проводимость пород грунта оценивалась как $\sigma \approx 8 \cdot 10^{-8}$ См/м. Пунктирной кривой показан характер ослабления, соответствующий обратно пропорциональной зависимости напряженности поля от частоты, а квадратиками показан уровень поля по наблюдениям над скважиной с приемной антенной. Приведенные данные подтверждают существование боковой волны на этой трассе.

10.4. Распространение радиоволн в лесу

В настоящее время значительно возрос интерес к физико-биологическому и экологическому состоянию лесов и их влиянию на распространение радиоволн, при этом объектом зондирования и средой распространения радиоволн является лесной полог. С радиофизической точки зрения лесной полог представляет собой композиционную среду, состоящую из множества неплотно упакованных неоднородностей различной формы и ориентации. Хотя основной по объему компонентой лесной среды является воздух, тем не менее, ее эффективная диэлектрическая проницаемость отлична от проницаемости воздуха. Имеется ряд теорий, которые на основе ограниченных экспериментальных данных в той или иной степени объясняют эффекты взаимодействия электромагнитного излучения с лесным пологом. Диэлектрическая проницаемость леса определяется по рефракционной формуле (10.2.2), в которой присутствуют две компоненты — воздух и биомасса. Хотя диэлектрическая проницаемость биомассы (стволов, веток, листьев, иголок) имеет заметные величины (например, $\varepsilon_b^* \approx 20 + i\,8$ на частоте 8 ГГц), но ее объемное содержание даже в густом лесу невелико и имеет порядок $w \approx 0{,}002$. Под объемным содержанием понимается отношение объема твердой компоненты биомассы к общему объему, в который она помещена. В результате, вычисляя по формуле (см. 10.3.1)

$$\sqrt{\varepsilon_f^*} = 1 + w\left(\sqrt{\varepsilon_b^*} - 1\right),$$

имеем $\varepsilon_f^* = 1{,}014 + i\,0{,}004$. Поскольку тангенс угла потерь для леса относительно мал, то для коэффициента поглощения леса по напряженности поля $\alpha = k\chi_f$ можно записать

$$\alpha \approx \frac{1}{2}\left(k\frac{\varepsilon''}{\sqrt{\varepsilon'}}\right).$$

При этом на частоте 8 ГГц имеем коэффициент поглощения $\alpha = 0{,}29$ м$^{-1}$ или $\gamma = 2{,}56$ дБ/м, а на частоте 800 МГц расчет дает $\gamma = 0{,}26$ дБ/м.

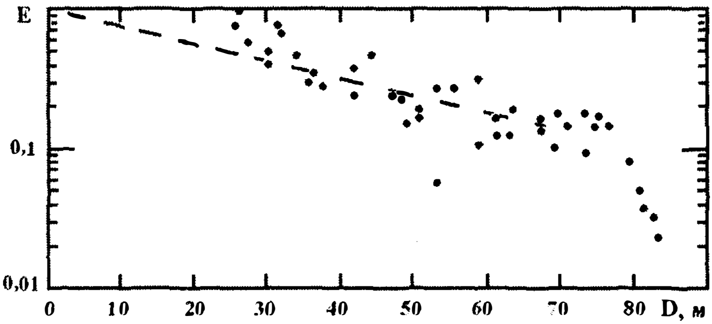


Рис. 10.17. Экспоненциальное ослабление горизонтально поляризованного излучения на частоте 200 МГц в лиственном лесу

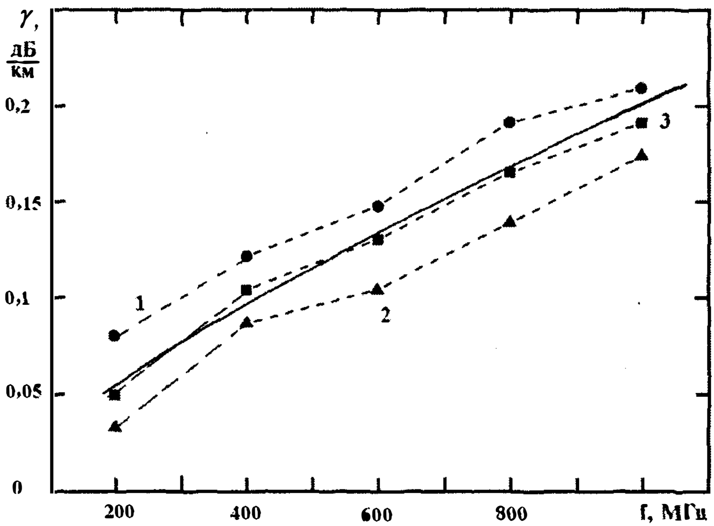


Рис. 10.18. Спектральная зависимость коэффициента поглощения вертикально (1), горизонтально (2) и де- (3) поляризованного излучения в лиственном лесу

Рассмотрим подробней особенности распространения радиоволн в лиственном лесу. Обработка экспериментальных данных по ослаблению радиоволн, полученных авторами [69] в диапазоне от 0,2 до 1 ГГц, показала, что амплитуда радиоволны до расстояний порядка 30–40 м в среднем убывает по закону, близкому к экспоненциальному, что согласуется с (10.1.6). На рис. 10.17 представлены подтверждающие это результаты измерений ослабления поля с увеличением расстояния для горизонтально поляризованного излучения на частоте 200 МГц. Распространение волны шло по наклонной трассе так, что передающая антенна располагалась над лесом на высоте 22,5 м, а приемная антенна находилась в лесу на высоте 1,6 м и перемещалась горизонтально вдоль грунта. Видно, что наблюдаемые изменения ослабления поля с расстоянием D носят немонотонный характер, однако в среднем хорошо описываются зависимостью вида (штриховая кривая)

$$E=\left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\frac{1}{2}}=E_0\left(1+\left(\frac{D}{h}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left\{-\alpha H\left(1+(D)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right\},$$

где h — высота подъема передающей антенны над приемной антенной, D — горизонтальное расстояние между антеннами, H — высота лесного полога над уровнем установки приемной антенны, α — коэффициент поглощения по напряженности поля. В данном выражении учтены как экспоненциальное ослабление принимаемой мощности W_2 в слое леса по отношению к излученной мощности W_1, так и ослабление свободного пространства — сферическая расходимость волны. В работе [69] изучена частотная и поляризационная зависимости коэффициента поглощения $\gamma=2\alpha$, установленные зависимости представлены на рис. 10.18. Видно, что коэффициент поглощения монотонно растет с увеличением частоты и имеет наибольшее значение для вертикально поляризованного излучения на всех частотах. Приведенные экспериментальные данные для лиственного типа леса хорошо согласуются с известными усредненными результатами для других типов лесов, представленными на рис. 10.18 сплошной кривой [70]. Из данных рис. 10.18 видно, что для вертикальной поляризации коэффициент поглощения увеличивается, а для горизонтальной поляризации уменьшается от среднего значения на соответствующей частоте на 0,023 дБ/м. Если учесть поляризационную зависимость коэффициента поглощения, то в диапазоне частот от 200 до 1000 МГц экспериментальные данные могут быть аппроксимированы следующей формулой:

$$\gamma\,[\text{дБ/км}]=a+bf\,, \tag{10.4.1}$$

где f — частота, выражаемая в МГц. Коэффициент поглощения имеет наибольшее значение для вертикальной поляризации и линейно увеличивается с частотой. При этом для всех поляризаций параметр $b = 1{,}69 \cdot 10^{-4}$ [дБ·м$^{-1}$·МГц$^{-1}$], а параметр a равен 0,003, 0,050 и 0,027 [дБ/м] соответственно для горизонтальной, вертикальной и кроссовой поляризаций. Под кроссовой поляризацией понимается случай, когда передающая антенна излучала вертикально поляризованную волну, а прием проводился на антенну, выделяющую горизонтально поляризованную составляющую поля. На фоне экспоненциальной зависимости ослабления от дальности всегда присутствует наложенная на нее интерференционная картина. Эта картина возникает при сложении по крайней мере трех волн, две из которых — прямая волна и волна, отраженная от земли. Третья волна возникает за счет отражения от какого-нибудь ближайшего к точке наблюдения рассеивателя (ветки, ствола), который попадает в зону, существенную для распространения волн. Поскольку изменения всех трех волн носят стохастический характер, то результат их сложения имеет нерегулярный характер. Начиная с расстояний 40–50 м ослабление меняет свой характер и становится степенным, этому на рис. 10.19 соответствует аппроксимация в виде штриховой линии [71]. Такой закон связан с боковой волной, которая распространяется в основном над лесом, рассеивается на вершинах деревьев и затем «погружается» в толщу леса (траектория ADEB на рис. 10.15). Большую часть пути эта волна, слабо ослабляясь, проходит над лесом, и потому она часто называется боковой волной. Боковая волна должна проявляться на больших расстояниях, когда прямая волна, проходящая всю толщу леса по кратчайшему расстоянию, существенно ослабляется. Степенная зависимость ослабления поля в соответствие с (10.3.8) на этих расстояниях описывается простым соотношением

$$E = E_0\left(1+\left(\frac{D}{h}\right)^2\right)^{-1} \approx E_0\left(\frac{h}{D}\right)^2.$$

Приведенные данные подтверждают существование двух конкурирующих механизмов распространения волн в лесу, что подобно ранее рассмотренной ситуации при распространении волн в грунте. Первый механизм связан с экспоненциальным ослаблением прямой волны, это ослабление минимально для горизонтальной поляризации и уменьшается с уменьшением частоты волны. Второй механизм связан с рассеянием волн кронами деревьев вблизи корреспондирующих точек, этот тип ослабления проявляется на расстояниях больших 40–50 м и частотах выше 400 МГц. Ему свойственна слабая зависимость от поляризации и частоты, что объясняется почти вертикальным направлением распространения волны через толщу леса вблизи корреспондирующих точек.

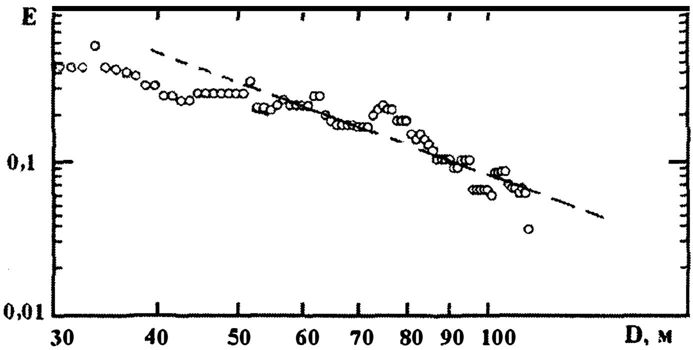


Рис. 10.19. Степенное ослабление горизонтально поляризованного излучения на частоте 800 МГц в лиственном лесу

10.5. Поглощение миллиметровых волн в атмосфере

Наибольшее ослабление в атмосфере испытывают радиоволны миллиметрового диапазона, причем в основном в тропосфере. Происходит это потому, что в миллиметровом диапазоне расположены линии поглощения молекулами кислорода и паров воды, содержащихся в тропосфере [60, 61]. Поэтому коротковолновая граница окна прозрачности атмосферы обусловлена поглощением радиоволн указанными газами, и при этом можно записать

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2, \tag{10.5.1}$$

где γ_1 и γ_2 — соответственно коэффициенты поглощения паров воды и кислорода. Строгое теоретическое определение этих величин в задачах радиоспектроскопии требует учета квантово-механических эффектов.

Молекула паров воды имеет постоянный электрический момент, взаимодействие которого с электромагнитным полем обусловливает поглощение радиоволн. При сопоставлении теории с экспериментами выявилось, что нужно учитывать вклад поглощения, обусловленного крыльями далеких спектральных линий. В настоящее время осуществлены многочисленные измерения коэффициента поглощения миллиметровых радиоволн парами воды. Эксперименты показали, что поглощение пропорционально абсолютной влажности w_a и квадрату давления P_a^2, что соответствует теории. Температурная зависимость γ_1 более сложная, однако приближенно ее можно считать близкой к T_a^{-1}. Поэтому коэффициент поглощения паров воды может быть представлен приближенным соотношением вида

$$\gamma_1 \approx w_a P_a^2 T_a^{-1} F_1(\lambda), \tag{10.5.2}$$

здесь и далее температура выражается в градусах Кельвина. Представление (10.5.2) удобно потому, что метеорологические параметры влажность w_a, давление P_a и температура T_a, зависящие от высоты над поверхностью земли, выделены отдельными множителями, а эффекты, обусловленные формой линии поглощения и требующие квантово-механического анализа, отражены функцией $F_1(\lambda)$. Функция $F_1(\lambda)$ в интересующем нас диапазоне имеет два максимума, соответствующих спектральным линиям на частотах 22,2 и 183,3 ГГц. Показано, что вблизи земной поверхности в диапазоне температур T=15–20° применима формула

$$\gamma_1 \approx 10^{-4}\left[0,067 + \frac{\alpha_1}{(f-22,3)^2+\beta_1} + \frac{\alpha_2}{(f-183,4)^2+\beta_2}\right] w_a f^2. \tag{10.5.3}$$

Входящие сюда параметры приведены в табл. 10.2, а величина w_a соответствует влажности, измеряемой в $г \cdot м^{-3}$. На рис. 10.20 приведены результаты расчета (сплошная кривая) и измерений (точки) коэффициента поглощения радиоволн парами воды при нормальных условиях (P_a = 1 атм, T_a = 293°, w_a = 7,5 $г \cdot м^{-3}$).

Молекула кислорода имеет дипольный магнитный момент, что обусловливает появление одиночной линии поглощения на частоте 119 ГГц и

Таблица 10.2

Значения параметров спектральной зависимости коэффициента поглощения паров воды при двух значениях температуры T

Параметры	T = 15° C	T = 20° C
α_1	3	2,4
α_2	10	7,3
β_1	7,3	6,6
β_2	9	5

комплекса линий вблизи частоты 60 ГГц. При давлении ~1 атм линии вблизи частоты 60 ГГц не разрешаются и воспринимаются как одна размытая линия; разрешение этих линий наступает на высотах, больших 20 км, но общее ослабление при этом оказывается малым. Коэффициент поглощения кислорода зависит от давления и температуры, эта зависимость может быть представлена приближенным выражением

$$\gamma_2 \approx P^2 T^{-5/2} F_2(\lambda). \qquad (10.5.4)$$

Функция $F_2(\lambda)$ вблизи резонансных линий поглощения также зависит от давления и температуры. Показано, что для коэффициента поглощения кислорода на частотах $f < 56$ ГГц применима формула

$$\gamma_2 \approx 10^{-3}\left[\frac{6,6}{f^2+0,33}+\frac{9}{(f-57)^2+1,96}\right]f^2. \qquad (10.5.5)$$

На рис. 10.21 приведена частотная зависимость коэффициента поглощения радиоволн кислородом при давлении P_a = 1 атм и температуре T_a = 293° К. Кривая на этом рисунке соответствует теории, а точками отмечены экспериментальные значения коэффициента поглощения радиоволн. Можно указать два окна прозрачности для волн миллиметрового диапазона вблизи $\lambda_1 \approx 8$ мм и $\lambda_2 \approx 3$ мм, на которых ослабление минимально.

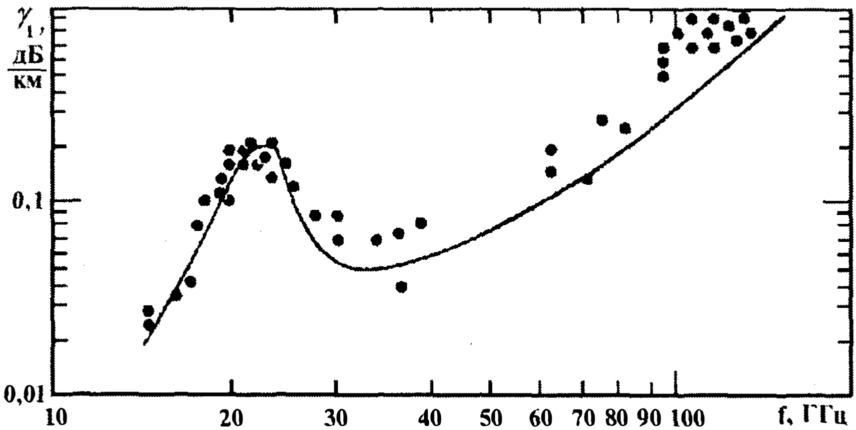


Рис. 10.20. Спектральная зависимость коэффициента поглощения паров воды (по [60])

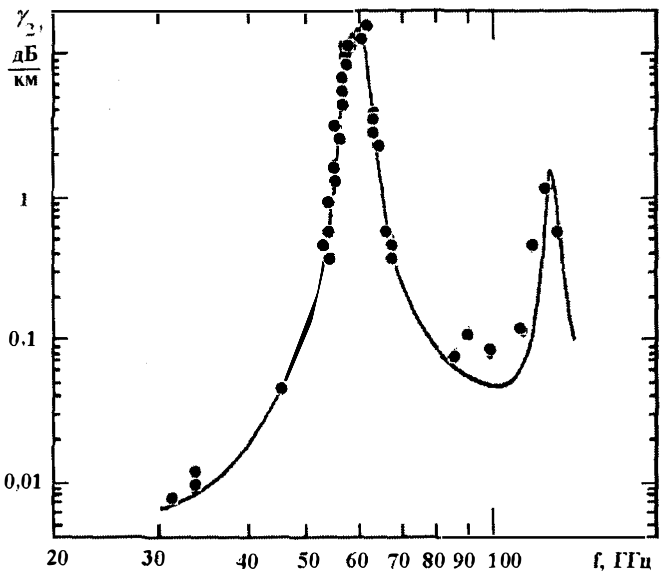


Рис. 10.21. Спектральная зависимость коэффициента поглощения кислородом (по [60])

Приведенные выше данные относились к условиям вблизи поверхности Земли. При анализе поглощения радиоволн в задачах распространения радиоволн нужно определить ослабление, соответствующее вертикальному или наклонному лучу, проходящему через атмосферу. При этом следует учитывать изменения давления, температуры и влажности с высотой. В первом приближении для описания высотной зависимости полного коэффициента поглощения можно использовать аппроксимацию

$$\gamma = \gamma_1 \exp\{-h/H_1\} + \gamma_2 \exp\{-h/H_2\}. \qquad (10.5.6)$$

Первое слагаемое связано с влиянием влажности, а второе — с влиянием кислорода. В результате, например, для ослабления на наклонной трассе, проходящей в атмосфере под зенитным углом θ, можно записать

$$\Gamma = \frac{W}{W_0} = \exp\left\{-\frac{\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2}{\cos\theta}\right\}. \qquad (10.5.7)$$

Эта простая формула применима вплоть до зенитных углов $\theta < 85°$. При этом параметр $H_1 = (0,3–4,2)$ км относится к парам воды и сильно меняется, а $H_2 = (4,3–5,4)$ км — к кислороду и слабо меняются в зависимости от сезона и региона.

Рассмотренное выше тропосферное поглощение является регулярным явлением, наряду с ним в тропосфере наблюдается нерегулярное ослабление радиоволн, обусловленное выпадением осадков [60, 61]. Оказалось, что в сухом снеге, облаках и туманах ослабление мало, а дожди могут приводить к нерегулярным глубоким замираниям радиоволн. Можно считать, что на частотах, больших 10 ГГц, вне полос молекулярного поглощения главным фактором, влияющим на радиосвязь, является ослабление в дожде. Ослабление в дожде обусловлено как рассеянием, так и поглощением радиоволн. При теоретическом анализе ослабления используют строгое решение задачи о рассеянии и поглощении радиоволн диэлектрической сферой. Теория дает выражение для эффективной площади капли воды $S_Q(a_k, \lambda)$, которая связывает плотность потока энергии падающей радиоволны P_0 с потоком энергии W, затрачиваемой на рассеяние и нагрев капли:

$$W = P_0 S_Q(a_k, \lambda). \tag{10.5.8}$$

Эффективная площадь S_Q сложным образом зависит от радиуса капли a_k, длины волны λ, диэлектрической проницаемости и проводимости воды. В связи со случайным распределением капель в пространстве можно считать, что уменьшение энергии при прохождении волной отрезка единичной длины пропорционально концентрации капель N_k:

$$W = N_k P_0 S_Q(a_k, \lambda). \tag{10.5.9}$$

Если $f(a_k)$ — плотность распределения размеров капель, то на отрезке длиной dl поток энергии волны уменьшится в среднем на величину

$$dP_0 = -dl\, P_0 N_k \int_0^\infty f(a_k) S_Q(a_k, \lambda)\, da_k. \tag{10.5.10}$$

В соответствие с (10.1.6) для коэффициента поглощения в дожде можно записать

$$\gamma_3 = N_k \int_0^\infty f(a_k)\, S_Q(a_k, \lambda)\, da_k. \tag{10.5.11}$$

Обычно в метеорологии дождь характеризуют не концентрацией капель и их размером, а интенсивностью J, измеряемой в мм/час, т. е. как высоту столбика воды в миллиметрах, накопленного за 1 час. Связь интенсивности дождя с размером и концентрацией капель неоднозначна. На практике для оценки ослабления радиоволн в дожде предпочитают пользоваться аппроксимациями экспериментальных данных. На рис. 10.22 дан пример измерений поглощения на частоте 35 ГГц в зависимости от интенсивности дождя. Анализ приведенных в [66] экспериментальных данных по частотной зависимости коэффициента поглощения дождем показал, что для ее описания вполне применима аппроксимация вида

$$\gamma_3 = \left(\frac{f}{70}\right)^2 J, \tag{10.5.12}$$

где размерность частоты f — ГГц, коэффициента поглощения γ_3 — дБ/км, интенсивности дождя J — мм/час. Эта закономерность справедлива для интенсивности дождя от 2 до 150 мм/час в диапазоне частот от 3 до 200 ГГц. Выражение (10.5.12) указывает на сильное возрастание ослабления при увеличении частоты.

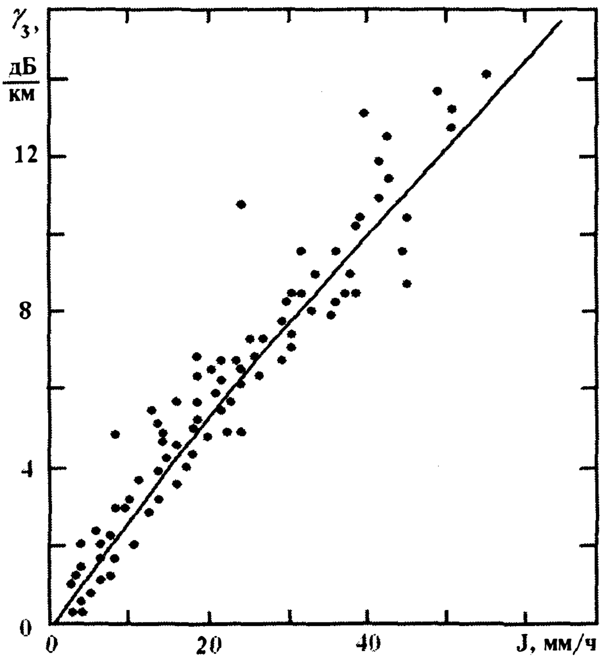


Рис. 10.22. Зависимость коэффициента поглощения дождя от его интенсивности для частоты 35 ГГц

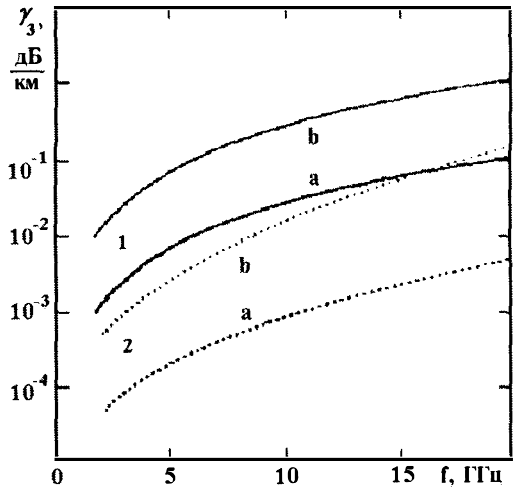


Рис. 10.23. Спектральная зависимость коэффициента поглощения дождя (1) и снега (2) для различных их интенсивностей 1 мм/ч (a) и 10 мм/ч (b) (по [66])

Закономерности, подобные ослаблению в дожде, наблюдаются и при ослаблении в мокром снеге, при этом коэффициент поглощения приблизительно на 10 дБ/км меньше, чем в дожде. На рис. 10.23 приведены, по данным [66], типичные значения коэффициента поглощения для дождя и снега. Более подробные сведения об ослаблении миллиметровых радиоволн в атмосфере приведены в [60, 61].

Глава 11

ОТРАЖЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ПОВЕРХНОСТЯМИ

28 Заказ 1248

Глава 11

ОТРАЖЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ПОВЕРХНОСТЯМИ

11.1. Общие соотношения

Необходимость исследований влияния поверхности на радиоволны возникает всегда, когда передающая антенна облучает поверхность Земли и электромагнитное поле является суммой прямой и отраженной или рассеянной волны. При этом происходит сильное изменение структуры поля у поверхности с появлением более или менее выраженных максимумов и минимумов напряженности поля, а также изменение зависимости напряженности поля от дальности (см. главу 5).

В этой главе рассмотрим особенности структуры поля волн при радиолокации поверхности, когда специализированное передающее устройство облучает поверхность, а на приемном пункте осуществляется прием, измерение и анализ сигналов, обусловленных отражением или рассеянием радиоволн поверхностью. Будем различать три случая, соответствующие разным положениям передающей и приемной антенн относительно поверхности. Они показаны на рис. 11.1, где сплошные прямые соответствуют лучевым линиям падающих, а пунктирные — рассеянных радиоволн.

Первый случай, отмеченный цифрой 1, соответствует облучению поверхности под углом $\psi = 90°$. Радиолокатор, расположенный в точке A_1, принимает радиоволны, рассеянные небольшим участком поверхности с центром в точке D_1, размер этого участка определяется в основном шириной диаграммы направленности антенны и высотой расположения локатора. Это типичная ситуация работы радиолокатора-высотомера, когда при его движении осуществляется точное измерение высотного профиля и коэффициента отражения поверхности. Если приемо-передающая антенна локатора расположена на расстоянии больше радиуса планеты, то принимаются радиоволны рассеянные большим участком поверхности D*D*.

При излучении радиоволн из пункта A_2 и приеме сигналов в другом месте в точке B_2 (случай 2), отражение радиоволн происходит участком поверхности вблизи точки D_2, где угол падения ψ примерно равен углу отражения. Это случай бистатической радиолокации, когда при движении пунктов A_2 и B_2 точка D_2 перемещается по поверхности так, что возможно исследование рассеивающих свойств обширных районов поверхности Земли или другой планеты. Передающее и приемное устройство при этом могут располагаться на самолете или спутнике. Анализ отраженных радиоволн позволяет исследовать рельеф, особенности поверхности и определять коэффициент отражения радиоволн при разных углах ψ.

Третий вариант реализуется при работе радиолокатора бокового обзора, установленного на самолете или космическом аппарате. При этом локатор, расположенный в точке A_3, облучает участок поверхности D_3 под некоторым углом ψ и принимает радиоволны, рассеянные в обратном направлении. Обработка принятых сигналов позволяет получать изображение поверхности в районе D_3. При движении радиолокатора в направлении перпендикулярном плоскости рис. 11.1, происходит «боковой обзор» протяженной полосы поверхности, в результате чего получают детальное изображение обширных районов.

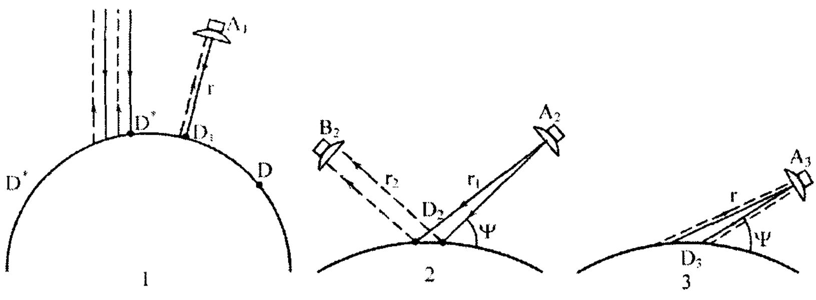


Рис. 11.1. Типичные ситуации радиолокации поверхностей

В зависимости от степени неровности поверхности и длины волны в указанных случаях может реализоваться или почти зеркальное отражение, или диффузное рассеяние радиоволн. Если исследуется относительно ровный участок поверхности и используются метровые радиоволны, то в ситуациях 1 и 2 будут справедливы законы отражения радиоволн от плоской поверхности или от гладкой сферы. Если же применяются дециметровые или сантиметровые радиоволны, то в ситуации 3 будут проявляться в основном особенности диффузного рассеяния радиоволн поверхностью со случайным распределением неровностей. Представления о зеркальном отражении или диффузном рассеянии является условной идеализацией. Реальный рельеф имеет мелкомасштабные неровности (камни и валуны) и крупномасштабные особенности (холмы и склоны хребтов). Если мелкомасштабные неровности рельефа имеют высоту и радиус кривизны сравнимые с длиной волны, то они обусловливают диффузное рассеяние радиоволн, с широкой индикатрисой рассеяния $F_d(\psi)$, где ψ — угол скольжения радиоволн. Индикатриса рассеяния характеризует распределение интенсивности рассеянных волн по углу ψ. Для крупномасштабных элементов рельефа характерны пологие квазиплоские участки с размерами и радиусами кривизны много большими длины волны. Эти участки отражают радиоволны в основном в направлениях, для которых угол падения равен углу отражения, что приводит к появлению узкой индикатрисы рассеяния $F(\psi)$ с максимумом, ориентированным в направлении зеркального отражения волн от средней поверхности. В общем случае индикатриса рассеяния определяется суммарным эффектом, т. е. вкладом $F_d(\psi)$ и $F(\psi)$.

Сформулируем условие, когда переизлучение радиоволн неровной поверхностью происходит почти также как отражение волн плоскостью. На рис. 11.2 волнистой кривой показано сечение неровной поверхности $z(x)$, а прямой — след плоскости. Лучевая линия 1 соответствует отражению волн от произвольного участка поверхности с высотой z_d = DC, расположенного вблизи точки D, а пунктирная лучевая линия 2 «отражается» от плоской поверхности в районе точки C. Для того чтобы отражение волн от неровной поверхности происходило почти как и от плоскости, нужно, чтобы не происходило значительного искажения равнофазной поверхности отраженных радиоволн. Равнофазная поверхность падающих волн есть плоскость AD, перпендикулярная лучевым линиям, а равнофазная поверхность отраженных волн соответствует линии BD. Изменение фазы при отражении от неровной поверхности по сравнению с отражением от плоскости равно $\delta\varphi = 2\pi\lambda^{-1}(AC + CB)$, так как $AB = BC = z_d \sin\psi$, то $\delta\varphi = 4\pi\lambda^{-1} z_d \sin\psi$. Это изменение фазы должно быть меньше чем $\pi/4$, поэтому имеем

$$z_0 < \lambda\, (16 \sin\psi)^{-1}, \qquad (11.1.1)$$

где z_0 — среднеквадратичное отклонение высот неровностей поверхности. Неравенство (11.1.1) есть критерий Рэлея, который позволяет дать приближенную оценку условия, при котором отражение волн от неровной поверхности происходит почти также как от ровной поверхности. Из этого неравенства следует, что при малых углах скольжения ψ неровная поверхность будет отражать волны почти как плоскость, при этом индикатриса

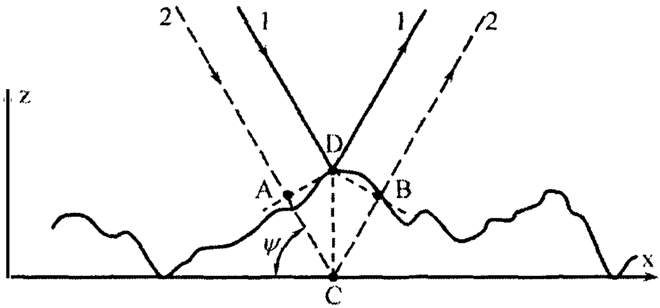


Рис. 11.2. К формулировке условия Рэлея

рассеяния $F(\psi)$ очень узкая, ее максимум соответствует условию: угол падения равен углу отражения волн, а волны, рассеянные в других направлениях, будут иметь очень малую интенсивность. Если же

$$z_0 > \lambda\,(16\sin\psi)^{-1}, \qquad (11.1.2)$$

то реализуется диффузное рассеяние волн с широкой индикатриссой $F_d(\psi)$.

Рассмотрим далее отражение волн от плоской границы раздела двух сред. На рис. 11.3 показана геометрия этой задачи. Из верхнего полупространства, где относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$, на границу раздела сред в направлении вектора $\boldsymbol{\alpha}$ падает волна. Нижнее полупространство заполнено средой с известным значением ε. Отраженная волна распространяется в направлении вектора $\boldsymbol{\beta}$; так как угол скольжения ψ равен углу отражения, то угол между векторами $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ равен $180° - 2\psi$. В курсе электродинамики для этого случая получены следующие формулы для коэффициента отражения:

$$M_1 = \frac{\left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2} - \sin\psi}{\left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2} + \sin\psi}, \qquad (11.1.3)$$

$$M_2 = \frac{\left|\varepsilon\,\sin\psi - \left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right|}{\varepsilon\,\sin\psi + \left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2}}. \qquad (11.1.4)$$

В этих формулах Френеля M_2 есть коэффициент отражения по напряженности поля для вертикальной поляризации волн, а M_1 — для горизонтальной поляризации. При горизонтальной поляризации вектор $\mathbf{E}_h$ падающей волны параллелен отражающей границе раздела сред, а при вертикальной поляризации вектор E_V расположен в плоскости падения волны ADB (рис. 11.3). На рис. 11.4 приведены зависимости $M_{1,2}$ от ψ для двух значений $\varepsilon = 25$ и $\varepsilon = 3$; первое значение соответствует влажной песчаной почве (сплошные линии), а второе — характерно для очень сухого песка или лунного грунта (пунктир). Из рис. 11.4 следует, что при горизонтальной поляризации волн M_1 монотонно уменьшается при увеличении ψ, а в случае вертикальной поляризации имеется минимум M_2. Угол Брюстера ψ_b, где $M_2(\psi_b) \approx 0$, согласно (11.1.4), соответствует соотношению

$$\varepsilon \sin\psi - \left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2} = 0,$$

из которого следует

$$\sin\psi_b = \left(1+\varepsilon\right)^{-1/2}. \qquad (11.1.5)$$

При наличии проводимости ε — становится комплексной величиной, поэтому $M_2(\psi_b)$ не равно нулю. В этой главе нас будет интересовать отражение радиоволн высоких частот, когда влиянием проводимости среды на $M_{1,2}$ можно пренебречь, поэтому будем считать ε действительной величиной. Проводимость среды будем учитывать только при оценке глубины скин-слоя.

Заметим, что формулы (11.1.3), (11.1.4) дают значение модуля коэффициента отражения. При отражении происходит изменение фазы волны, это изменение зависит от ε и угла ψ. В случае отражения волны от идеально проводящей плоскости фаза изменяется на постоянную величину, равную 180°. Отражательные свойства сред удобно характеризовать

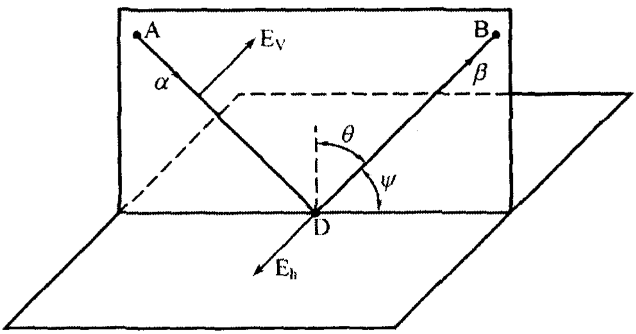


Рис. 11.3. Схема отражения волн от плоской границы раздела сред

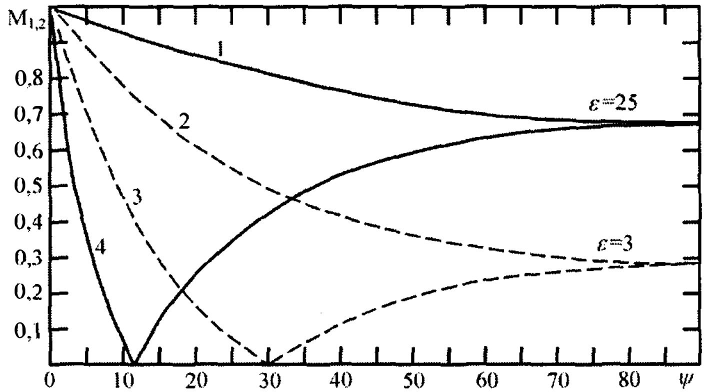


Рис. 11.4. Зависимости коэффициента отражения $M_{1,2}$ от угла скольжения ψ для вертикальной (3, 4) и горизонтальной (1, 2) поляризации радиоволн

значением M при вертикальном падении волны, когда $\psi = 90°$. В этом случае, согласно (11.1.3) или (11.1.4), имеем

$$M = \frac{\varepsilon^{1/2} - 1}{\varepsilon^{1/2} + 1}. \quad (11.1.6)$$

При $\psi \to 0$ для любых значений ε имеем $M \to 1$. В табл. 11.1 приведены приближенные значения ε и коэффициента отражения по мощности M^2 при $\psi = 90°$ для различных сред. Необходимо иметь в виду, что коэффициент отражения сильно зависит от состояния среды, особенно велико влияние влажности. Например, для влажных торфяников M^2 примерно в десять раз больше чем при отражении волн от сухой песчаной почвы. Приведенные выше формулы соответствуют однородному грунту, когда ε не зависит от глубины. Обычно плотность поверхностных пород и влажность, а следовательно, и ε увеличиваются с глубиной. Поэтому под ε следует понимать среднюю, или «эффективную», диэлектрическую проницаемость, соответствующую толщине скин-слоя. Оценим толщину скин-слоя для случая отражения радиоволн от грунта с малой проводимостью. При проникновении волны в грунт напряженность поля убывает по экспоненте, в соответствии с выражениями (2.1.36) и (2.1.40) имеем:

$$E = E_0 \exp\{-\alpha z\},$$
$$\alpha = \frac{\kappa}{2}\mathrm{tg}\Delta = \pi\lambda^{-1}\varepsilon^{1/2}\mathrm{tg}\Delta. \quad (11.1.7)$$

Определим толщину скин-слоя Δz условием убывания плотности потока мощности в e = 2,73 раз, тогда, согласно (11.1.7), получим

$$\Delta z = \lambda \left(2\pi\varepsilon^{1/2} \mathrm{tg}\Delta\right)^{-1}. \tag{11.1.8}$$

Здесь $\mathrm{tg}\Delta$ характеризует потери в среде, а λ — длина волны при $\varepsilon = 1$. Из (11.1.8) следует, что «эффективная» толщина верхнего слоя грунта, существенного для отражения радиоволн, пропорциональна λ и обратно пропорциональна $\mathrm{tg}\Delta$. Очень сухой песчаный или известковый грунт в диапазоне λ = 5–1 м имеет $\mathrm{tg}\Delta \approx 0{,}017$, поэтому в метровом диапазоне величина $\Delta z \approx 5\,\lambda$. Сантиметровые волны сильно поглощаются в грунтах, Δz в этом случае меньше λ. Влажность сильно уменьшает Δz, при влажных грунтах можно считать, что при отражении сантиметровых волн существенен лишь тонкий поверхностный слой почвы.

Лабораторные исследования показали, что относительная диэлектрическая проницаемость высушенных пород пропорциональна их плотности ρ_s, что позволило установить следующие эмпирические зависимости:

$$\rho_s = 2\left(\varepsilon^{1/2} - 1\right) \tag{11.1.9}$$

или

$$\rho_s = 1{,}5\ln\varepsilon\,. \tag{11.1.10}$$

Здесь ρ_s имеет размерность г·см$^{-3}$.

Таблица 11.1

Диэлектрическая проницаемость ε и коэффициент отражения по мощности M^2 для различных сред при λ = 20–100 см

Среда	ε	M^2
Пресная или морская вода	81	0,64
Торфяник влажный	60	0,59
Песчаная почва влажная	25	0,38
Глинистая почва влажная	15	0,35
Известняк влажный	8	0,23
Мерзлый грунт	6	0,17
Гранит сухой	5	0,14
Поверхностные породы Венеры	4,7	0,14
Лед	3,2	0,08
Глинистая или песчаная почва сухая	3	0,07
Поверхностный грунт Луны	3	0,07

Рассмотрим энергетические соотношения при радиолокации поверхностей. На практике важно знать мощность отраженного сигнала на входе приемника W_2, если задана мощность передатчика W_1 и известны характеристики антенн и поверхности. Можно найти связь W_2 и W_1, если ввести эффективную площадь рассеяния S_c поверхности как радиолокационной цели или коэффициент отражения η. Плотность потока мощности волны, падающей на поверхность, определяется соотношением

$$P_0 = \frac{W_1 G_a}{4\pi r_1^2}, \qquad (11.1.11)$$

где G_a — коэффициент усиления антенны, r_1 — расстояние от передающей антенны до поверхности. Поверхность является источником отраженных или рассеянных волн, мощность этого условного источника равна $P_0 S_c$. На расстоянии r_2 плотность потока мощности рассеянных или отраженных волн будет равна

$$P_1 = \frac{P_0 S_c}{4\pi r_2^2} = \frac{W_1 G_a S_c}{16\pi^2 r_1^2 r_2^2}. \qquad (11.1.12)$$

Если приемная антенна имеет эффективную поверхность S_a, то принятая мощность $W_2 = P_1 S_a$ и, согласно (11.1.12), имеем:

$$W_2 = \frac{W_1 G_a S_a S_c}{16\pi^2 r_1^2 r_2^2}, \qquad (11.1.13)$$

$$S_c = \frac{16\pi^2 r_1^2 r_2^2 W_2}{G_a S_a W_1}. \qquad (11.1.14)$$

Выражение (11.1.13) дает связь мощностей W_2 и W_1, а соотношение (11.1.14) может рассматриваться как формальное определение S_c — эффективной площади рассеяния радиоволн. Формулы (11.1.13) и (11.1.14) соответствуют бистатической радиолокации (случай 2 на рис. 11.1). Если радиолокация осуществляется из одного пункта с использованием одной приемо-передающей антенны, то справедливо соотношение (1.1.1), связывающее коэффициент усиления G_a и эффективную поверхность S_a одной и той же антенны $G_a = 4\pi S_a \lambda^{-2}$, и $r_1 = r_2 = r$. Учитывая (11.1.13), (11.1.14) и (1.1.1), для этого случая получим

$$W_2 = \frac{W_1 G_a^2 \lambda^2 S_c}{64\pi^3 r^4}, \qquad (11.1.15)$$

$$S_c = \frac{64\pi^3 r^4 W_2}{G_a^2 \lambda^2 W_1}. \qquad (11.1.16)$$

Формулы (11.1.15) или (11.1.16) соответствуют работе радиолокатора-высотомера (случай 1 на рис. 11.1) или системы бокового обзора (случай 3). В приведенных формулах S_c зависит от угла ψ и от площади поверхности, облучаемой радиолокатором S; эта площадь определяется шириной диаграмм направленности антенн и высотой радиолокатора. Для характеристики рассеивающих свойств поверхности вводят удельную эффективную площадь рассеяния $\sigma(\psi) = S_c(\psi)S^{-1}$. Определенная таким образом удельная площадь рассеяния $\sigma(\psi)$ не зависит от параметров антенн и высоты расположения радиолокатора. Обозначим удельную площадь рассеяния при $\psi = 90$ как σ_0, тогда $\sigma = \sigma_0 F(\psi)$, где $F(\psi)$ — нормированная к единице индикатрисса рассеяния.

Если влияние неровностей поверхности мало, т. е. когда выполнено условие (11.1.1), то удобно использовать коэффициент отражения η. Дадим определение η, для этого сравним мощности отраженных волн на входе приемника W_2 со значением мощности W_2^*, которая была бы, если поверхность заменить идеально отражающей плоскостью. Эта плоскость должна быть касательной к поверхности в точке зеркального отражения радиоволн. На рис. 11.1 пунктиром показана для ситуации 2 плоскость AB, касательная к средней поверхности в точке D_2. Мощность на входе приемника при отражении волн от идеальной плоскости будет равна

$$W_2^* = \frac{W_1 G_a S_a}{4\pi(r_1 + r_2)^2}. \qquad (11.1.17)$$

При отражении от неровной поверхности мощность W_2 будет меньше на коэффициент отражения η^2, т. е.

$$W_2 = \frac{W_1 G_a S_a \eta^2}{4\pi(r_1 + r_2)^2}. \qquad (11.1.18)$$

Согласно определению

$$\eta^2 = W_2 (W_1^*)^{-1}.$$

Если неровная поверхность в среднем плоская, то $\eta = M_{1,2}$. Если же нас интересует отражение метровых волн в ситуации бистатической радиолокации (случай 2 на рис. 11.1), то нужно учитывать дополнительное ослабление, связанное с отражением от сферической поверхности — X, в этом случае

$$\eta^2 = M_{1,2}^2\ X .$$

Здесь X — зависит от угла ψ и расстояний r_1, r_2. Эти зависимости будут проанализированы в следующем разделе. Найдем связь эффективной площади рассеяния S_c и коэффициента отражения по мощности η^2. Приравнивая выражения для мощности на входе приемника W_2 в (11.1.18) и (11.1.13) найдем

$$\eta^2 = \frac{(r_1 + r_2)^2 S_c}{4\pi r_1^2 r_2^2}, \tag{11.1.19}$$

если $r_1 = r_2$, то

$$\eta^2 = \frac{S_c}{\pi r^2}. \tag{11.1.20}$$

При отражении от неровной поверхности происходит изменение поляризации радиоволн; например, при облучении волной с горизонтальной поляризацией отраженная волна имеет и горизонтальную, и вертикальную компоненты. Если условие Рэлея (11.1.1) выполнено, то изменение поляризации незначительно и им можно пренебречь, если же имеем условие (11.1.2), то изменение поляризации диффузно рассеянных волн будет значительным. При экспериментальных исследованиях закономерностей рассеяния волн обычно применяют антенны, имеющие линейную или круговую поляризации, поэтому возможны ситуации с приемом сигналов, соответствующих различным поляризациям падающих и рассеянных радиоволн, эти ситуации приведены в табл. 11.2. Из принципа взаимности следует, что ситуации 2 и 4 неразличимы, т. е. $\sigma_{hv} = \sigma_{vh}$. Применяя антенны с разной поляризацией, можно получить несколько энергетических характеристик рассеивающих свойств поверхности. Важно отметить, что характеристики, указанные в табл. 11.2, имеют различные зависимости от угла ψ.

Обсудим особенности рассеяния радиоволн, имеющих круговую поляризацию. Удельная поверхность обратного рассеяния радиоволн σ^* может быть представлена суммой двух составляющих

$$\sigma_{cc}^* = \sigma_d F_d(\psi) + \sigma F(\psi). \tag{11.1.21}$$

Здесь σ_d и $F_d(\psi)$ — соответственно удельная поверхность и индикатрисса рассеяния, обусловленные влиянием мелкомасштабных неровностей

Таблица 11.2

Характеристики рассеяния при различной поляризации радиоволн

Ситуация	Обозначение	Поляризация падающей волны	Прием волн антенной с поляризацией
1	σ_{hh}	горизонтальная	горизонтальная
2	σ_{hv}	горизонтальная	вертикальная
3	σ_{vv}	вертикальная	вертикальная
4	σ_{vh}	вертикальная	горизонтальная
5	σ_{cc}	круговая	круговая согласованная
6	σ_{ci}	круговая	круговая обратная

рельефа (камни и валуны), а σ и $F(\psi)$ — удельная поверхность и индикатрисса, связанные с отражением радиоволн от крупномасштабных форм рельефа — холмов и склонов гор. Выражение (11.1.21) соответствует случаю приема радиоволн с согласованной круговой поляризацией (ситуация 5) в табл. 11.2. При приеме радиоволн с обратной круговой поляризацией (ситуация 6) второе слагаемое формулы (11.1.21) дает пренебрежимо малый вклад, поэтому

$$\sigma = \sigma_{ci} F_{ci}(\psi). \tag{11.1.22}$$

Здесь σ_{ci} — удельная поверхность диффузного рассеяния при приеме радиоволн с обратной круговой поляризацией, $F_{ci}(\psi)$ — соответствующая индикатрисса рассеяния. Отношение $\sigma_{ci} / \sigma^*_{cc}$ при вертикальном падении радиоволн, когда $\psi = 90°$, является условной характеристикой степени мелкомасштабной неровности поверхности.

В настоящее время отсутствует удовлетворительная теория диффузного рассеяния радиоволн для различных поверхностей, поэтому значение σ_d и зависимость $F_d(\psi)$ определяются экспериментально. Известно, что в оптике для неровных поверхностей справедлив эмпирический закон Ламберта

$$F_d = \sin^2\psi. \tag{11.1.23}$$

Эксперименты, осуществленные в сантиметровом и миллиметровом диапазонах, показали, что для диффузного обратного рассеяния справедлива аппроксимация

$$F_d(\psi) = \sin^m \psi, \tag{11.1.24}$$

где $m \approx 2$–4. Для случаев круговой согласованной и круговой обратной поляризации радиоволн параметр m может отличаться. Если крупномасштабные неровности рельефа отсутствуют, то обратное диффузное рассеяние радиоволн может характеризоваться тремя параметрами σ_d, m и $\sigma_{ci}/\sigma^*_{cc}$.

При применении дециметровых и в особенности метровых радиоволн для некоторых участков поверхности диффузной компонентой поля можно пренебречь, так как основной вклад создает поле, обусловленное отражением радиоволн от квазиплоских участков крупных форм рельефа. Если дисперсия наклонов γ^2 таких участков поверхности невелика, то ширина углового спектра отраженных радиоволн по уровню половины мощности $\Delta\psi$ мала, она определится очевидным приближенным соотношением $\Delta\psi \approx 2\gamma$. Максимум функции $F(\psi)$ в этом случае направлен в соответствии с условием: угол падения равен углу отражения радиоволн.

При анализе обратного рассеяния радиоволн принято характеризовать положение лучевой линии или углом между лучевой линией и поверхностью ψ или углом между лучевой линией и нормалью к поверхности θ (см. рис. 11.3). Для плоской поверхности угол скольжения ψ и угол падения θ связаны соотношением $\psi + \theta = 90°$. Необходимо иметь в виду, что при движении локатора наблюдаются сильные флуктуации принимаемых сигналов, поэтому σ и $F(\psi)$ являются усредненными характеристиками рассеивающих свойств поверхности.

11.2. Отражение радиоволн от сферической поверхности

Рассмотрим отражение радиоволн гладкой сферической поверхностью. Реальный рельеф может сильно отличаться от сферы, если же выполнено условие (11.1.1), то можно считать, что неровная поверхность Земли отражает радиоволны как идеальная сфера. В этом параграфе примем, что условие (11.1.1) выполнено, а радиус сферы a много больше длины волны. При выполнении этих условий можно использовать лучевые представления и найти коэффициент отражения путем определения изменения площади сечения лучевой трубки. Пусть на область сферической поверхности с центром в точке D опирается лучевая трубка с угловыми размерами $d\tau_1$ в плоскости рисунка и $d\chi_1$ в перпендикулярном направлении (рис. 11.5). При отражении радиоволн от сферы лучевая трубка будет иметь большие угловые размеры, следовательно плотность потока мощности будет меньше, чем при отражении от плоскости, касательной к сфере в точке D. Площадь поперечного сечения лучевой трубки при отражении от плоскости обозначим ds, а при отражении от сферы — dS. Коэффициент отражения радиоволн по мощности η^2 будет равен отношению указанных площадей, умноженному на квадрат коэффициента отражения Френеля $M_{1,2}$, найденный для точки D:

$$\eta^2 = M_{1,2}^2 \frac{ds}{dS}. \qquad (11.2.1)$$

Для определения ds и dS обратимся к рис. 11.5, где введены следующие обозначения: точка A — место расположения излучателя, B — приемника радиоволн, O — центр сферы, $AO = R_1$, $BO = R_2$. Точка D соответствует району зеркального отражения радиоволн, где угол падения равен углу отражения радиоволн, $AD = r_1$, $BD = r_2$. Угол $AOB = \theta_1$, углы AOD и BOD обозначены соответственно φ_1 и φ_2, а углы OAD и OBD обозначены τ_1 и τ_2.

Угол $d\tau_1$ лежит в плоскости zy (рис. 11.5 а), а $d\chi_1$ — в перпендикулярной плоскости (рис. 11.5 б). Выделим лучевую трубку ограниченную малыми углами $d\tau_1$ и $d\chi_1$. При отражении радиоволн от касательной плоскости в точке D площадь ds определяется соотношением:

$$ds = (r_1 + r_2)^2 \, d\tau_1 \, d\chi_1. \qquad (11.2.2)$$

Лучевые линии AD, AD_1 и AD_2, отразившись от сферы, имеют соответствующие направления DB, D_1B_1 и D_2B_2. Лучевая трубка, соответствующая отраженным от сферы радиоволнам, будет иметь большие угловые размеры и поэтому плотность потока мощности в точке B будет меньше, чем в случае отражения радиоволн от плоскости, касательной к сфере. При определении площади поперечного сечения лучевой трубки

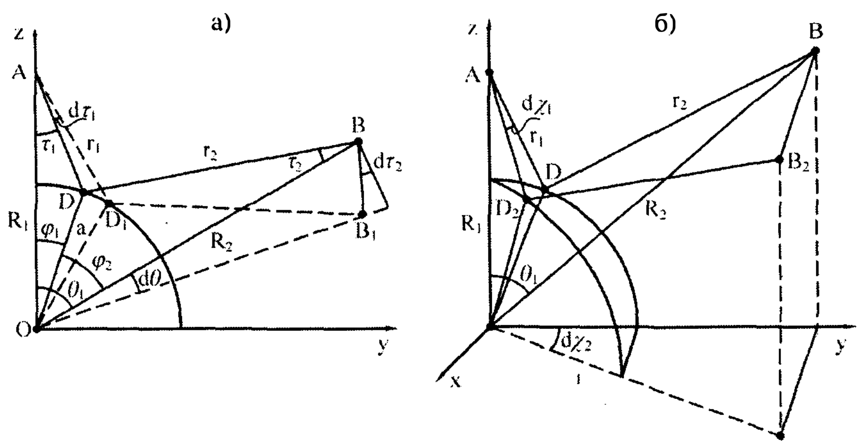


Рис. 11.5. К определению коэффициента отражения от сферической поверхности

в точке B нужно ее находить для равнофазной поверхности, т. е. нужно иметь в виду условие $r_1 + r_2 = \text{const}$. Размер элемента этой поверхности в плоскости zy (рис. 11.5 а) есть

$$BB_1 = R_2 \cos\tau_2 \, d\theta_1 , \tag{11.2.3}$$

а в перпендикулярном направлении (рис. 11.5б) BB_2 определяется соотношением

$$BB_2 = R_2 \sin\theta_1 \, d\chi_2 . \tag{11.2.4}$$

Площадь элемента равнофазной поверхности dS равна произведению BB_1 и BB_2, поэтому имеем:

$$dS = R_2^2 \sin\theta_1 \cos\tau_2 \, d\theta_1 \, d\chi_2 . \tag{11.2.5}$$

Найдем связь между углами $d\chi_1$ и $d\chi_2$. Так как $DD_2 = r_1 \, d\chi_1 = a \sin\varphi_1 \, d\chi_2$, то

$$d\chi_2 = \frac{r_1 d\chi_1}{a \sin\varphi_1} , \tag{11.2.6}$$

из (11.2.5) и (11.2.6) получим

$$dS = \frac{R_2^2 \sin\theta_1 \cos\tau_2 \, r_1 \, d\theta_1 \, d\chi_1}{a \sin\varphi_1} . \tag{11.2.7}$$

Используя выражения (11.2.2) и (11.2.7), найдем отношение площадей:

$$\frac{ds}{dS} = \frac{(r_1 + r_2)^2 a \sin\varphi_1}{r_1 R_2^2 \left(\dfrac{d\theta_1}{d\tau_1} \right) \cos\tau_2 \sin\theta_1} . \tag{11.2.8}$$

Учитывая, что $a \sin\varphi_1 = r_1 \sin\tau_1$, преобразуем (11.2.8) к виду

$$\frac{ds}{dS} = \frac{(r_1 + r_2)^2 \sin\tau_1}{R_2^2 \left(\dfrac{d\theta_1}{d\tau_1} \right) \cos\tau_2 \sin\theta_1} . \tag{11.2.9}$$

Вычислим далее производную $\dfrac{d\theta_1}{d\tau_1}$; так как $\theta_1 = \varphi_1 + \varphi_2$, то

$$\frac{d\theta_1}{d\tau_1} = \frac{d\varphi_1}{d\tau_1} + \frac{d\varphi_2}{d\tau_1}. \qquad (11.2.10)$$

Учитывая, что $r_1^2 = R_1^2 + a^2 - 2aR_1\cos\varphi_1$, $r_1 \sin\tau_1 = a \sin\varphi_1$ получим

$$\frac{d\varphi_1}{d\tau_1} = \frac{\frac{dr_1}{d\tau_1}}{R_1\sin\tau_1}; \qquad (11.2.11)$$

аналогично имеем

$$\frac{d\varphi_2}{d\tau_1} = \frac{\frac{dr_2}{d\tau_2}}{R_2\sin\tau_2}. \qquad (11.2.12)$$

Найдем производные $\frac{dr_1}{d\tau_1}$ и $\frac{dr_2}{d\tau_2}$, использовав следующие геометрические соотношения:

$$\begin{gathered} r_1 = R_1\cos\tau_1 - a\sin\psi, \\ r_2 = R_2\cos\tau_2 - a\sin\psi, \\ r_1\sin\tau_1 = a\sin\varphi_1, \\ r_2\sin\tau_2 = a\sin\varphi_2, \\ a\cos\psi = R_2\sin\tau_2 = R_1\sin\tau_1, \end{gathered} \qquad (11.2.13)$$

здесь ψ — угол скольжения в точке D. Из (11.2.13) следует

$$\begin{gathered} \frac{dr_1}{d\tau_1} = r_1\operatorname{ctg}\psi, \\ \frac{dr_2}{d\tau_2} = \frac{R_1 r_2\operatorname{ctg}\psi\cos\tau_1}{R_2\cos\tau_2}. \end{gathered} \qquad (11.2.14)$$

Учитывая (11.2.10), (11.2.11), (11.2.12) и (11.2.14), получим

$$\frac{d\theta_1}{d\tau_1} = \frac{2r_1r_2 + a(r_1 + r_2)\sin\psi}{a\sin\psi(r_2 + a\sin\psi)}. \qquad (11.2.15)$$

Подставив далее (11.2.15) в (11.2.9), после преобразований найдем отношение площадей

$$\frac{ds}{dS}=\frac{a^2(r_1+r_2)^2\sin\psi\cos\psi}{\left[2r_1r_2+a(r_1+r_2)\sin\psi\right]R_1R_2\sin\theta_1}. \tag{11.2.16}$$

Выражение (11.2.16), согласно (11.2.1), дает значение коэффициента отражения при $M=1$. Формула (11.2.16), с учетом (11.2.1), может быть приведена к виду

$$\eta^2=\frac{M_{1,2}^2\sin\psi}{\left[\sin\psi+\frac{2r_1r_2}{a(r_1+r_2)}\right]\left[1+\frac{2r_1r_2\sin\psi}{a(r_1+r_2)}\right]}. \tag{11.2.17}$$

Использовав связь (11.1.19) коэффициента отражения с эффективной радиолокационной площадью и формулу (11.2.17), получим

$$S_c=\frac{4\pi M_{1,2}^2r_1^2r_2^2\sin\psi}{(r_1+r_2)^2\left[\sin\psi+\frac{2r_1r_2}{a(r_1+r_2)}\right]\left[1+\frac{2r_1r_2\sin\psi}{a(r_1+r_2)}\right]}. \tag{11.2.18}$$

Формулы (11.2.17), (11.2.18) позволяют определить коэффициент отражения η и эффективную площадь S_c при произвольном расположении излучателя и приемника радиоволн. Рассмотрим далее частные случаи отражения радиоволн гладкой сферической поверхностью. Пусть передающая и приемная антенны расположены в одном пункте — это случай моностатической радиолокации поверхности. Положим в (11.2.17) и (11.2.18) $r_1 = r_2 = r$, $\psi = 90°$ и найдем, что

$$\eta^2=\frac{a^2M^2}{(r+a)^2}, \tag{11.2.19}$$

$$S_c=\frac{\pi a^2M^2r^2}{(r+a)^2}. \tag{11.2.20}$$

Если осуществляется радиолокация планеты, когда $r \gg a$, то из (11.2.20) получим $S_c=\pi a^2M^2$. В этом случае измерение S_c позволяет определить M и, согласно (10.1.6), определить диэлектрическую проницаемость грунта ε. Так были сделаны определения ε поверхностных пород Луны, Марса и Венеры.

При моностатической радиолокации Земли со спутника, когда $\psi = 90°$ и можно считать, что $r \ll a$, $\eta = M$. Это соотношение позволяет сделать простую оценку вариаций уровня принимаемого сигнала при радиолокации разных участков поверхности Земли, когда M может изменяться в больших пределах.

При бистатической радиолокации, когда, например, приемный пункт расположен на Земле, а передатчик — на спутнике Луны, справедливо неравенство $r_2 \gg r_1$ и из (11.2.17) и (11.2.18) следует:

$$S_c = \frac{4\pi a^2 M_{1,2}^2 r_1^2 \sin\psi}{(a \sin\psi + 2r_1)(a + 2r_1 \sin\psi)}, \tag{11.2.21}$$

$$\eta^2 = \frac{a^2 M_{1,2}^2 \sin\psi}{(a \sin\psi + 2r_1)(a + 2r_1 \sin\psi)}. \tag{11.2.22}$$

Здесь r_1 — расстояние от космического аппарата до области отражения радиоволн, т. е. до точки, где угол падения равен углу отражения. Коэффициент отражения Френеля во всех формулах (11.2.17)–(11.2.22) определяется выражением (11.1.3) и (11.1.4). На рис. 11.6 дана зависимость отношения $S_c(\pi a^2 M^2)^{-1}$ от угла скольжения ψ для случая бистатической радиолокации, когда $r_2 \gg r_1$. Графики 1, 2 и 3 даны для ar_1^{-1} соответственно равного 0,685, 0,813 и 0,897. Например, в случае бистатической радиолокации лунной поверхности со спутника Луны графики 1, 2 и 3 соответствуют высотам спутника, равным 800, 400 и 200 км. На рис. 11.7 приведена зависимость коэффициента отражения по напряженности поля η от угла ψ при бистатической радиолокации Луны для случая горизонтальной поляризации. На этом рисунке пунктир соответствует теоретической зависимости, а точки — результаты измерений для $\lambda = 1{,}7$ м и высоте спутника, равной 250 км. Из рис. 11.6 и 11.7 следует, что при убывании ψ от 90 до 60° коэффициент отражения увеличивается незначительно, при $\psi = 15$–$25°$ он достигает максимальных значений, а затем быстро уменьшается до нуля.

Рассмотренные в этом параграфе соотношения справедливы, если выполнено условие (11.1.1) и поверхность может считаться гладкой сферой. Это условие хорошо выполняется для метровых радиоволн, а для отдельных участков поверхности оно может быть справедливо и в дециметровом диапазоне. Реальные поверхности имеют сложный рельеф, так что часто реализуется рассеяние радиоволн статистически неровной поверхностью, а не их зеркальное отражение.

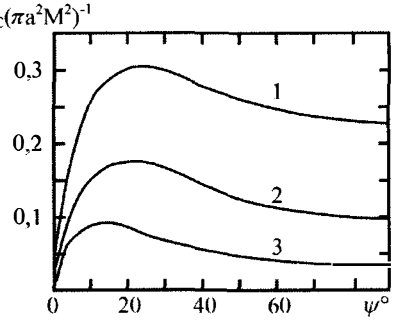


Рис. 11.6. Зависимости $S_c(\pi a^2 M^2)^{-1}$ от угла ψ для трех значений a/r_1

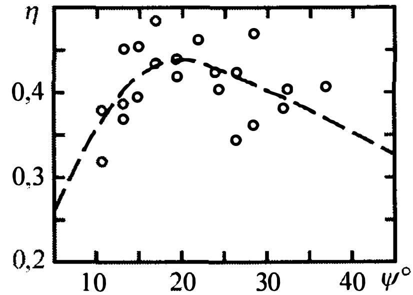


Рис. 11.7. Зависимость коэффициента отражения η от угла скольжения ψ при бистатической радиолокации Луны

11.3. Рассеяние радиоволн неровной поверхностью

Проанализируем особенности рассеяния волн неровной поверхностью, когда средняя поверхность плоская, а ее линейные размеры много больше длины волны и много меньше расстояний до излучателя или приемника. Будем считать также, что расстояние корреляции высот неровностей много меньше линейных размеров участка рассеивающей поверхности, т. е. на поверхности располагается много характерных неровностей высот. Нам необходимо найти удельную площадь рассеяния σ как функцию угловых координат при заданных статистических характеристиках поверхности. Теоретический анализ этой задачи удается довести до конечных соотношений для двух основных моделей поверхности. В первой модели предполагается, что неровности поверхности имеют радиусы кривизны много большие длины волны, а их наклоны малы. В этой модели высоты неровностей могут быть сколь угодно больше длины волны. Такая поверхность имеет обширные квазиплоские участки от которых происходит почти зеркальное отражение волн. Вторая модель соответствует мелкомасштабной неровности, когда отклонение поверхности от плоскости меньше длины волны, а наклоны поверхности невелики. Влияние такой поверхности приводит к диффузному рассеянию радиоволн.

Начнем анализ рассеяния волн со случая первой модели поверхности. Рассеянное поле найдем методом Кирхгофа по значениям поля на поверхности (см. § 2.4). Приближенное значение поля на рассеивающей поверхности может быть найдено как сумма падающей и отраженной волн; отраженную волну будем вычислять по правилам геометрической оптики для множества плоскостей, касательных к неровной поверхности. Метод Кирхгофа в такой форме дает правильный результат при выполнении следующих условий: длина волны должна быть мала по сравнению с радиусом кривизны неровностей поверхности, а направление наблюдения близко к направлению зеркального отражения от наклонного участка поверхности. Последнее условие выполняется только для некоторых участков поверхности. Однако этим методом можно пользоваться для всей поверхности, так как основной вклад в рассеянное поле дают те участки, от которых волна при зеркальном отражении попадает в точку наблюдения. Эффектами деполяризации будем пренебрегать, т. е. рассмотрим скалярное волновое поле. Форму неровной поверхности зададим случайной функцией z(x, y), причем в среднем $\langle z\rangle = 0$. Будем предполагать, что высоты неровностей z распределены по нормальному закону, а соответствующая корреляционная функция известна. Пусть на неровную площадку из точки A падает радиоволна, а рассеянное поле необходимо найти в точке B (рис. 11.8 а). Рассеянное поле E в точке B может быть определено, согласно (2.4.12), через значения поля на поверхности E_S с помощью формулы Грина

$$E = -\frac{1}{4\pi}\int_S\left[E_s\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR_2}}{R_2}\right) - \frac{e^{ikR_2}}{R_2}\frac{\partial E_s}{\partial n}\right]dS\ . \qquad (11.3.1)$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial n}$ — производная по нормали к поверхности, R_2 — расстояние от произвольной точки P на поверхности до точки B, $k = 2\pi\lambda^{-1}$. Строгое выражение формулы Грина предполагает интегрирование по замкнутой поверхности, охватывающей точки A и B. Мы полагаем, что источником поля является отражающая поверхность S, поэтому интегрирование в (11.3.1) проводим только по этой поверхности. Будем предполагать, что поле на поверхности E_S приближенно можно представить как результат отражения от квазиплоских участков с соответствующим коэффициентом отражения Френеля. При отражении волны от плоскости имеют место соотношения:

$$E_s = M_{1,2}\frac{e^{ikR_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial E_s}{\partial n} = -M_{1,2}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR_1}}{R_1}\right). \qquad (11.3.2)$$

Здесь $M_{1,2}$ — коэффициент отражения Френеля, R_1 — расстояние от источника радиоволн (точка A) до произвольной точки P на поверхности (рис. 11.8). Из (11.3.1) и (11.3.2) следует

$$E = \frac{1}{4\pi}\int_S M_{1,2}\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp\{ik(R_1+R_2)\}}{R_1R_2}\right]ds\,. \qquad (11.3.3)$$

Введем в плоскости z = 0 систему координат, начало которой совместим с условной точкой D зеркального отражения волн. Координаты произвольной точки P на неровной поверхности определим вектором $\mathbf{r}$ или x, y, z, введем также единичные векторы направлений падающей волны $\boldsymbol{\alpha}$ и отраженной волны $\boldsymbol{\beta}$, а также соответствующий угол скольжения радиоволн ψ. Так как неровная поверхность находится в дальней зоне по отношению к источнику A и приемнику радиоволн B, то $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ являются постоянными в пределах неровной поверхности и, следовательно,

$$R_1 = L_1 + (\boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{r}), \qquad R_2 = L_2 - (\boldsymbol{\beta}\,\mathbf{r}), \qquad (11.3.4)$$

где L_1 = AD, L_2 = BD. В подынтегральном выражении (11.3.3) осуществим дифференцирование по нормали, учтем, что

$$\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp\{ik(R_1+R_2)\}}{R_1R_2}\right] = \frac{ik(\mathbf{n}\,\mathbf{q})}{R_1R_2}\exp\{ik(R_1+R_2)\}\,. \qquad (11.3.5)$$

Здесь мы учли, что $\mathrm{grad}\,(R_1 + R_2) = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta} = \mathbf{q}$ — вектор рассеяния. Так как наклоны неровностей малы, а площадка S находится в дальней зоне, то можно считать, что угол скольжения ψ одинаков для всех точек P, а $R_1 R_2 = L_1 L_2$. Из (11.3.3), с учетом (11.3.4) и (11.3.5), имеем:

$$E = \frac{ikM_{1,2}\exp\{ik(L_1+L_2)\}}{4\pi L_1L_2}\int_S(\mathbf{n}\,\mathbf{q})\exp\{ik(\mathbf{q}\,\mathbf{r})\}\,ds\,. \qquad (11.3.6)$$

В (11.3.6) медленно меняющиеся множители вынесены за знак интегрирования.

Для вычисления интеграла (11.3.6) с осциллирующей подынтегральной функцией используем метод стационарной фазы. В соответствии с этим методом наиболее существенный вклад в интеграл вносят те участки поверхности, в которых осциллирующая функция имеет экстремум, т. е.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{q}\,\mathbf{r}) = 0\,. \qquad (11.3.7)$$

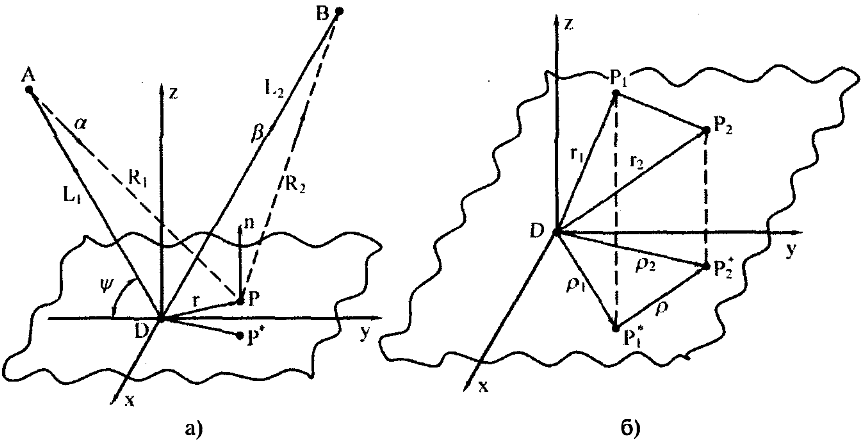


Рис. 11.8. К анализу рассеяния волн неровной поверхностью

Так как

$$(\mathbf{q}\ \mathbf{r}) = q_x x + q_y y + q_z z,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{q}\ \mathbf{r}) = q_x + q_z \frac{\partial z}{dx},$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\mathbf{q}\ \mathbf{r}) = q_y + q_z \frac{\partial z}{\partial y},$$

то условию (11.3.7) удовлетворяют те участки поверхности, для которых выполняются следующие соотношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{q_x}{q_z}, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{q_y}{q_z}. \tag{11.3.8}$$

Для проекций нормали к поверхности n справедливы соотношения

$$n_x = -\frac{\partial z}{\partial x}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{-1/2},$$

$$n_y = -\frac{\partial z}{\partial y}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{-1/2}, \tag{11.3.9}$$

$$n_z = \left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{-1/2}.$$

Из (11.3.8) и (11.3.9) следует, что в точках стационарной фазы выполняется важное соотношение

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{q}}{q}. \tag{11.3.10}$$

Следовательно, в этих точках вектор рассеяния $\mathbf{q} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}$ направлен по нормали к склонам неровностей поверхности, что свидетельствует о зеркальном отражении радиоволн от этих наклонных участков. Далее под q будем подразумевать модуль вектора рассеяния, который равен

$$q = \left[2\left[1 - (\boldsymbol{\alpha}\,\boldsymbol{\beta})\right]\right]^{1/2}. \tag{11.3.11}$$

Взяв множитель $(\mathbf{n}\,\mathbf{q}) = q$ в точках стационарной фазы с учетом (11.3.14) и (11.3.9) и вынося его из под знака интеграла, из (11.3.6) получим

$$E = \frac{ikqM_{1,2}\exp\{ik(L_1+L_2)\}}{4\pi L_1L_2}\int\limits_S \exp\{ik(\mathbf{q}\,\mathbf{r})\}\,ds. \tag{11.3.12}$$

Найдем элемент площади неровной поверхности

$$ds = \frac{dx\,dy}{n_z}.$$

Так как в окрестности стационарных точек в соответствии с (11.3.8), (11.3.9) $n_z = q_z / q$, то

$$ds = \frac{dx\,dy}{n_z} = \frac{q\,dx\,dy}{q_z}, \tag{11.3.13}$$

где dx dy — элемент площади средней плоской поверхности, т. е. проекция ds на плоскость $z = 0$. Подставляя (11.3.13) в (11.3.12), получим

$$E = \frac{ikq^2M_{1,2}\exp\{ik(L_1+L_2)\}}{4\pi q_z L_1L_2}\int\limits_S \exp\{ik(\mathbf{q}\,\mathbf{r})\}\,dx\,dy. \tag{11.3.14}$$

В результате этих преобразований мы перешли от интегрирования по неровной поверхности к интегрированию по плоскости $z = 0$. Найдем далее величину $\langle E\,E^*\rangle$, пропорциональную средней плотности потока мощности радиоволн:

$$\left\langle E\,E^{*}\right\rangle = \frac{k^2 M_{1,2}^2 (1-\alpha\beta)^2 F_1}{4\pi^2 L_1^2 L_2^2 q_z^2},$$

$$F_1 = \left\langle \iint\limits_{S\,S} \exp\left\{ik\left(\mathbf{q}_1\mathbf{r}_1 - \mathbf{q}_2\mathbf{r}_2\right)\right\}\, dx_1\, dx_2\, dy_1\, dy_2 \right\rangle. \qquad (11.3.15)$$

Здесь учтено соотношение (11.3.11), знак $\langle\ \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций неровной поверхности, а индексы 1 и 2 соответствуют произвольным точкам P_1 и P_2 (рис. 11.8 б). Нас не интересует средняя фаза рассеянной волны, поэтому множитель $\exp\{ik(L_1 + L_2)\}$ положили равным единице. Напомним, что мы рассматриваем скалярную задачу и не учитываем эффект деполяризации, обусловленный неоднородностями рельефа поверхности. Крупномасштабные, пологие формы рельефа не приводят к заметной деполяризации радиоволны, поэтому оправдано использование скалярных представлений. Особенности рассеяния радиоволн разной поляризации отражены в (11.3.15) только коэффициентами Френеля $M_{1,2}$.

Проанализируем выражение (11.3.15). Так как мы полагаем, что линейные размеры рассеивающей площадки много меньше расстояний до источника и приемника радиоволн, то в (11.3.15) можно положить $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}$, тогда

$$F_1 = \left\langle \iint\limits_{S\,S} \exp\left\{ik\left(\mathbf{q}_\rho\boldsymbol{\rho} + q_z\left(z_1 - z_2\right)\right)\right\}\, dx_1\, dx_2\, dy_1\, dy_2 \right\rangle. \qquad (11.3.16)$$

Здесь мы ввели проекции векторов $\mathbf{r}$ и $\mathbf{q}$ на плоскость $z = 0$ и обозначили эти проекции соответственно $\boldsymbol{\rho}$ и $\mathbf{q}_\rho$. В этих обозначениях

$$\left(\mathbf{q}\cdot\left(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right)\right) = \left(\mathbf{q}_\rho\ \boldsymbol{\rho}\right) + q_z\left(z_1 - z_2\right). \qquad (11.3.17)$$

Здесь $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ — векторы расстояния от точки D до P_1 и P_2, z_1 и z_2 — высоты двух произвольных точек P_1 и P_2, $\boldsymbol{\rho}$ — вектор расстояния между двумя точками P_1^* и P_2^* в плоскости $z = 0$, q_ρ — проекция $\mathbf{q}$ на плоскость $z = 0$. Точки P_1 и P_2 находятся на неровной поверхности, а P_1^* и P_2^* — на плоскости $z = 0$ (рис. 11.8 б). Для усреднения по различным реализациям случайной поверхности нужно найти вероятность $U_1(z_1, z_2, \rho)$ того, что высота точки P_2, отстоящей от точки P_1 (с высотой z_1) на величину ρ, есть z_2. Если допустить, что распределение высот подчинено нормальному закону, то искомая вероятность определится соотношением

$$U_1 = \frac{\exp\left\{-\dfrac{z_1^2 - 2\,z_1 z_2 B(\rho) + z_2^2}{2\,z_0^2\left[1 - B^2(\rho)\right]}\right\}}{2\pi z_0^2\left[1 - B^2(\rho)\right]^{1/2}}, \tag{11.3.18}$$

где $B(\rho) = \langle z_1(\rho_1)\, z_2(\rho_2)\rangle\, z_0^{-2}$ — нормированная к единице корреляционная функция высот неровностей поверхности, z_0^2 — средний квадрат отклонения неровностей поверхности от плоскости. Найдем среднее значение F_1. Из (11.3.16) и (11.3.18) следует

$$F_1 = \int\limits_S\int\limits_S\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int \exp\left\{ik\left[q_\rho\, \rho + q_z(z_1 - z_2)\right]\right\} U_1\, dx_1\, dx_2\, dy_1\, dy_2\, dz_1\, dz_2. \tag{11.3.19}$$

Выражения (11.3.15) и (11.3.19) определяют плотность потока мощности рассеянных радиоволн, если известна функция распределения U_1. После интегрирования (11.3.19) по переменным z_1 и z_2, с учетом (11.3.18), получим:

$$F_1 = \int\limits_S\int\limits_S \exp\left\{ikq_\rho\, \rho - k^2 q_z^2 z_0^2\left[1 - B(\rho)\right]\right\} dx_1\, dx_2\, dy_1\, dy_2. \tag{11.3.20}$$

Введем в (11.3.20) новые переменные

$$\rho_x = x_1 - x_2,\ \ \rho_y = y_1 - y_2,\ \ \xi = \frac{1}{2}(x_1 + x_2),\ \ \zeta = \frac{1}{2}(y_1 + y_2).$$

Интегрирование в (11.3.20) по ξ и ζ дает площадь рассеивающей поверхности S; поэтому для F_1, с учетом того, что $dx\, dy = \rho\, d\rho\, d\varphi$, получим:

$$F_1 = S\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{2\pi} \exp\left\{ikq_\rho \rho - k^2 q_z^2 z_0^2\left[1 - B(\rho)\right]\right\} \rho\, d\rho\, d\varphi. \tag{11.3.21}$$

Ввиду малости радиуса корреляции неровностей поверхности по сравнению с линейными размерами площадки S пределы интегрирования по ρ в (11.3.21) распространены до бесконечности. Интегрируя (11.3.21) по φ, получим

$$F_2 = 2\pi\int_0^\infty J_0\left(k\left|q_\rho\right|\rho\right)\rho \exp\left\{-k^2 q_z^2 z_0^2\left[1-B(\rho)\right]\right\} d\rho, \qquad (11.3.22)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. Следует обратить внимание, что мы ввели новое обозначение $F_2 = F_1 S^{-1}$. Выражения (11.3.15) и (11.3.22) позволяют найти плотность потока мощности рассеянных радиоволн при произвольном расположении рассеивающей поверхности относительно источника и точки наблюдения, если известна дисперсия высот неровностей поверхности z_0^2 и корреляционная функция $B(\rho)$.

Для дальнейшего анализа выражения (11.3.22) необходимо задаться конкретным видом функции $B(\rho)$, которая должна возможно точнее описывать статистические свойства неровной поверхности. Обычно используют следующие представления корреляционной функции:

$$B(\rho) = \exp\left\{-\frac{|\rho|}{l}\right\}, \qquad (11.3.23)$$

$$B(\rho) = \exp\left\{-\frac{\rho^2}{l^2}\right\}. \qquad (11.3.24)$$

В (11.3.23) и (11.3.24) l — характерный горизонтальный масштаб неровностей. Осуществим в (11.3.22) интегрирование по переменной ρ с учетом (11.3.24). Из структуры (11.3.22) следует, что область, существенная для интегрирования, из-за поведения функции Бесселя J_0 включает лишь малые ρ, поэтому, разлагая (11.3.24) в ряд и учитывая, что

$$B(\rho) \approx 1 - \rho^2 l^{-2}, \qquad (11.3.25)$$

получим

$$F_2 = 2\pi\int_0^\infty J_0\left(k\left|q_\rho\right|\rho\right)\rho \exp\left\{-k^2 q_z^2 z_0^2 l^{-2}\rho^2\right\} d\rho. \qquad (11.3.26)$$

Напомним, что $q_\rho^2 = q_x^2 + q_y^2$, а q_x, q_y и q_z есть проекции вектора рассеяния $\mathbf{q} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}$. Из структуры формулы (11.3.26) следует, что основная доля рассеянной энергии приходит в приемный пункт из области вблизи условной точки зеркального отражения, так как в этой точке $q_x^2 + q_y^2 \approx 0$.

Рассмотрим далее коэффициент отражения η и эффективную поверхность рассеяния σ, введем их так как это было сделано в § 11.1. Плотность потока мощности рассеянных радиоволн в пункте приема, согласно (11.3.15), выразится соотношением

$$P = \frac{W_1 G k S U_2 F_2}{32\pi^3 L_1^2 L_2^2}. \tag{11.3.27}$$

Здесь W_1 и G — мощность передатчика и коэффициент усиления передающей антенны, $L_1 = AD$ и $L_2 = BD$ (рис. 11.8 а). В (11.3.27) F_2 определяется выражением (11.3.26), а U_2, согласно (11.3.15), равно

$$U_2 = M_{1,2}^2 (1 - \alpha\beta)^2 q_z^{-2}. \tag{11.3.28}$$

Коэффициент рассеяния по мощности, согласно введенному в § 11.1 определению, выразится соотношением:

$$\eta^2 = \frac{k^2 (L_1 + L_2)^2 S\, U_2 F_2}{8\pi^2 L_1^2 L_2^2}. \tag{11.3.29}$$

Сравнивая (11.3.29) с формулой (11.1.19), найдем эффективный поперечник рассеяния радиоволн неровной поверхностью площади S:

$$S_c = 2\pi\lambda^{-2} S U_2 F_2. \tag{11.3.30}$$

В (11.3.29) и (11.3.30) U_2 определяется формулой (11.3.28), а F_2 дается соотношением (11.3.22) или (11.3.26). Мы получили общие соотношения, справедливые при расположении передающей и приемной антенны в разных пунктах.

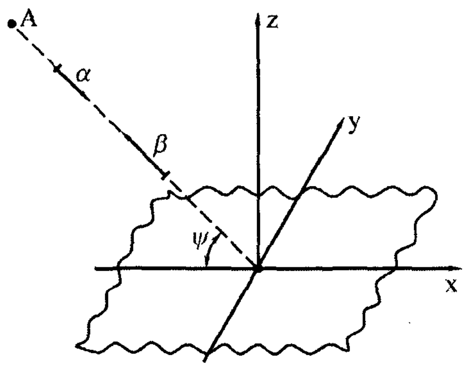


Рис. 11.9. Схема обратного рассеяния радиоволн крупномасштабными неровностями поверхности

Рассмотрим далее закономерности обратного рассеяния радиоволн крупномасштабными неровностями поверхности, когда передающая и приемная антенны совмещены (ситуации 1 и 3 на рис. 11.1). Будем считать, что направленная приемно-передающая антенна выделяет из обширной поверхности ограниченный участок площади S. По определению $S_c = \sigma S$, поэтому, согласно (11.3.30), имеем следующее выражение для удельной эффективной поверхности обратного рассеяния:

$$\sigma = \sigma_0 F(\psi) = 2\pi\lambda^{-2} U_2 F_2 . \qquad (11.3.31)$$

Здесь σ_0 — удельная поверхность обратного рассеяния для $\psi = 90°$, отнесенная к единичной площадке; $F(\psi)$ — индикатрисса обратного рассеяния, описывающая зависимость плотности потока мощности рассеянных волн от угла ψ. Эта величина нормирована к единице, т. е. $F(\psi) = 1$ при $\psi = 90°$. На рис. 11.9 показана геометрия задачи об обратном рассеянии волн, в точке А расположен радиолокатор, облучающий поверхность под углом скольжения ψ. Из геометрии этого рисунка следует:

$$\boldsymbol{\alpha} = -\boldsymbol{\beta}, \quad \mathbf{q} = 2\boldsymbol{\alpha}, \quad q_z = -2\sin\psi, \quad q_\rho = 2\cos\psi, \qquad (11.3.32)$$

поэтому из выражения (11.3.22) имеем

$$F_2 = 2\pi\int_0^\infty J_0(2k\rho\cos\psi)\rho\exp\left\{-4k^2 z_0^2 \sin^2\psi\left(1-B(\rho)\right)\right\}d\rho. \qquad (11.3.33)$$

Найдем выражение (11.3.28) для множителя U_2, учтя, что для обратного рассеяния радиоволн существенны лишь те участки поверхности, для которых вектор $\boldsymbol{\beta}$ и местная нормаль $\mathbf{n}$ параллельны. В этом случае коэффициент отражения $M_{1,2} = M(\psi = 90^0)$ определяется простой формулой (11.1.6), а (11.3.28) преобразуется к виду

$$U_2 = M^2 \sin^{-2}\psi . \qquad (11.3.34)$$

Подставив в (11.3.31) выражения (11.3.33) и (11.3.34), найдем

$$\sigma = 2\pi M^2 F_2 \lambda^{-2} \sin^{-2}\psi . \qquad (11.3.35)$$

Формулы (11.3.35) и (11.3.33) позволяют проанализировать особенности обратного рассеяния радиоволн, если задаться конкретным видом корреляционной функции $B(\rho)$. Как уже было отмечено, интеграл F_2 определяется поведением подынтегральной функции при малых ρ. Пусть $B(\rho)$ задано выражением (11.3.24), тогда можно использовать приближение (11.3.25) и соотношение (11.3.33) преобразуется к табличному интегралу

$$F_2 = 2\pi l^2 \int_0^\infty J_0\left(2k\left(\frac{\rho}{l}\right) l \cos\psi\right) \exp\left\{-4k^2 \sin^2\psi\, z_0^2 \left(\frac{\rho}{l}\right)^2\right\} \left(\frac{\rho}{l}\right) d\left(\frac{\rho}{l}\right) =$$
$$= \frac{2\pi l^2}{8k^2 z_0^2 \sin^2\psi} \exp\left\{-\frac{l^2 \operatorname{ctg}^2\psi}{4z_0^2}\right\}. \qquad (11.3.36)$$

Из (11.3.35) и (11.3.36) следует

$$\sigma = \sigma_0 F(\psi) = \frac{M^2}{2\gamma^2 \sin^4\psi} \exp\left\{-\frac{\operatorname{ctg}^2\psi}{2\gamma^2}\right\}, \qquad (11.3.37)$$

здесь $\gamma^2 = 2 z_0^2 l^{-2}$ — средний квадрат наклонов неровностей поверхности. Выражение (11.3.37) позволяет найти диаграмму обратного рассеяния:

$$F(\psi) = \sin^{-4}\psi \exp\left\{-\frac{\operatorname{ctg}^2\psi}{2\gamma^2}\right\}. \qquad (11.3.38)$$

Из формул (11.3.37) и (11.3.38) следует, что диаграмма обратного рассеяния определяется только средним квадратом наклонов неровностей поверхности γ^2, а σ_0 зависит от γ^2 и от диэлектрической проницаемости грунта. Существенно, что σ для $B(\rho)$ вида (11.3.24) не зависит от длины волны.

Рассмотрим далее случай экспоненциальной корреляционной функции (11.3.23), для которой при вычислении интеграла (11.3.33) можно полагать

$$1 - B(\rho) = |\rho| l^{-1}. \qquad (11.3.39)$$

Вычисляя интеграл (11.3.33), учитывая (11.3.39) из (11.3.35) получим:

$$\sigma = \sigma_0 F(\psi) = \frac{CM^2}{2}\left(\sin^4\psi + C\cos^2\psi\right)^{-3/2}, \qquad (11.3.40)$$

$$F(\psi) = \left(\sin^4\psi + C\cos^2\psi\right)^{-3/2}. \qquad (11.3.41)$$

Здесь $C = \left(4\pi z_0 \lambda^{-1} \gamma_1\right)^{-2}$, а средний квадрат углов наклона неровностей определяется соотношением $\gamma_1^2 = z_0^2 l^{-2}$. Из (11.3.40) следует, что характеристики обратного рассеяния радиоволн для экспоненциальной корреляционной функции $B(\rho)$ зависят не только от параметров неровностей поверхности, но и от длины волны.

Два варианта теории, соответствующие разным корреляционным функциям, включают в итоговые формулы разные параметры γ и C. При сравнении теории с экспериментальными данными оказалось, что параметры γ и C зависят от длины волны, однако теория не дает правильной зависимости этих величин от λ. Принято считать, что при рассеянии радиоволн разных диапазонов существенны составляющие рельефа с различными характерными масштабами, поэтому γ и C должны быть разными для разных длин волн. Обратим внимание, что характеристики рассеяния σ и $F(\psi)$ не зависят от поляризации радиоволн, а деполяризация отсутствует, т. е. $\sigma_{hh} = \sigma_{vv}$, $\sigma_{hv} = 0$ (см. табл. 11.2).

Обратимся далее к задаче об обратном рассеянии волн мелкомасштабными неровностями для второй модели поверхности. Приведем результаты решения этой задачи без вывода формул, отметив лишь основные моменты теории. Анализ этой задачи удается провести с использованием метода малых возмущений, если выполнены следующие условия:

$$kz_0 \sin\psi \ll 1, \qquad \left|\frac{dz}{dx}\right| < 0{,}3, \qquad \left|\frac{dz}{dy}\right| < 0{,}3. \tag{11.3.42}$$

В случае второй модели поверхности среднеквадратическое отклонение высот неровностей z_0 должно быть меньше λ, а наклоны неровностей могут быть значительными. Поле в этом случае представляют суммой когерентной и диффузной составляющих. Когерентная составляющая в первом приближении метода малых возмущений равна полю, соответствующему отражению от плоской поверхности с учетом коэффициентов Френеля $M_{1,2}$. Диффузная компонента, порождаемая рассеянием на неровностях поверхности, обусловливает изменение поляризации рассеянных волн и приводит к незначительному уменьшению энергии когерентной составляющей поля. Анализ диффузной составляющей представляет практический интерес в случае радиолокации, когда приемник и передатчик совмещены и существенно лишь обратное рассеяние волн. При решении этой задачи неровную поверхность z = z(x, y) представляют разложением в двумерный интеграл Фурье, что позволяет ввести спектр неровностей поверхности $\Phi_z(K_s)$ и говорить об «интенсивности» спек-

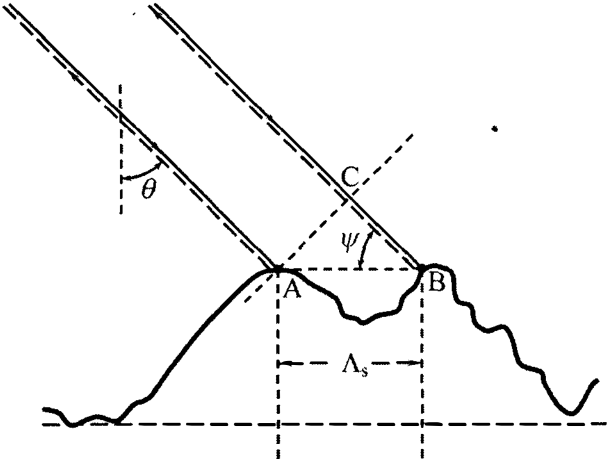


Рис. 11.10. К условию обратного рассеяния радиоволн мелкомасштабными неровностями поверхности

тральной компоненты неровной поверхности с соответствующим «волновым числом поверхности» $K_s = 2\pi\Lambda_s^{-1}$. Здесь Λ_S — «период» горизонтального масштаба неровностей поверхности. В результате анализа показано, что плотность потока энергии рассеянных радиоволн пропорциональна «интенсивности спектральной компоненты» неровной поверхности, соответствующей следующему условию:

$$K_s = 2\pi\Lambda_s^{-1} = 4\pi\lambda^{-1}\cos\psi\,, \tag{11.3.43}$$

где λ — длина радиоволны. Отметим, что это соотношение соответствует условию Брэгга для рассеяния электромагнитных волн на кристалле. Условие (11.3.43) означает, что разность фаз между радиоволнами, рассеянными под углом ψ на неровностях масштаба Λ_S равна 2π и, следовательно, рассеянные волны суммируются в дальней зоне в фазе.

На рис. 11.10 показана схема обратного рассеяния, соответствующая этой ситуации. Волна, падающая на неровную поверхность, переизлучается малыми участками поверхности в точках A и B, отстоящих на расстоянии Λ_S. Равнофазной поверхности волн, рассеянных в обратном направлении, соответствует линия AC. Максимум излучения в обратном направлении соответствует условию $2CB = \lambda$, следовательно, $2\Lambda_S\cos\psi = \lambda$, что идентично условию (11.3.43). В результате решения задачи об обратном рассеянии волн получены следующие выражения для удельной эффективной поверхности:

$$\sigma_{hh} = 4\pi k^4 \sin^4\psi\, \Phi_z(K_s) M_h^2,$$
$$\sigma_{vv} = 4\pi k^4 \left(1-\cos^2\psi\right)^2 \Phi_z(K_s) M_v^2, \qquad (11.3.44)$$
$$\sigma_{hv} = 0.$$

Здесь $\Phi_z(K_s)$ — спектральная плотность высот неровной поверхности для волнового числа K_s, соответствующего условию (11.3.43). Множители M_h и M_v зависят от угла ψ и диэлектрической проницаемости вещества поверхности:

$$M_h = \frac{\varepsilon - 1}{\left[\sin\psi + \left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]^2},$$
$$M_v = \frac{(\varepsilon-1)\left[\varepsilon\left(\cos^2\psi - 1\right) + \cos^2\psi\right]}{\left[\varepsilon \sin\psi + \left(\varepsilon - \cos^2\psi\right)^{1/2}\right]^2}. \qquad (11.3.45)$$

Из (11.3.44) следует, что зависимость σ_{hh} и σ_{vv} от длины волны одинакова, она определяется спектром $\Phi_z(K_s)$; если осуществить измерения σ_{hh} или σ_{vv} на нескольких длинах волн λ, то можно получить сведения о спектре неровностей поверхности $\Phi_z(K_s)$. На этом принципе развит и используется эффективный метод изучения спектра волнения морской поверхности. Теорию рассеяния волн на мелкомасштабных неровностях поверхности можно довести до численных результатов, если задать конкретный вид спектра $\Phi_z(K_s)$ или соответствующую корреляционную функцию высот неровностей $B(\rho)$. В § 4.1 мы обсуждали связь спектра $\Phi(K)$ и корреляционной функции $B(\rho)$ флуктуаций коэффициента преломления (см. формулы (4.1.9), (4.1.10) и (4.1.11), (4.1.12)). Есть аналогичная связь между двумерным спектром $\Phi_z(K_s)$ и корреляционной функцией $B(\rho)$ высот неровной поверхности. Если распределение высот изотропно, то $B(\rho)$ зависит только от расстояния между двумя точками на поверхности $\rho^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2$. В этом случае можно подобрать подходящую зависимость $B(\rho)$, примерно соответствующую реальной поверхности, найти спектр $\Phi_z(K_s)$ и, согласно (11.3.44), получить явную зависимость эффективной поверхности обратного рассеяния σ от угла ψ, длины волны λ и статистических характеристик неровностей. Если задать $B(\rho)$ формулой (11.3.24), то из (11.3.44) получают следующие зависимости:

$$\sigma_{hh} = 4\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 z_0^2\, l^2 M_h^2 \sin^4\psi \exp\left\{-\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)^2 \cos^2\psi\right\},$$
$$\sigma_{vv} = 4\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 z_0^2\, l^2 M_v^2 \sin^4\psi \exp\left\{-\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)^2 \cos^2\psi\right\}. \qquad (11.3.46)$$

Здесь множители M_h и M_v определяются формулой (11.3.45). При вертикальном падении радиоволн диффузная компонента поля, согласно (11.3.45) и (11.3.46), выражается соотношениями:

$$\sigma = 4\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 z_0^2\, l^2 M^2,$$
$$M = \frac{\varepsilon^{1/2} - 1}{\varepsilon^{1/2} + 1}, \qquad (11.3.47)$$

где M, согласно (11.1.6), есть коэффициент отражения Френеля для угла $\psi = 90°$.

Обсудим результаты теоретического анализа задачи об обратном рассеянии радиоволн неровной поверхностью. Заметим, что параметры неровной поверхности z_0, l в формулах (11.3.46) для мелкомасштабных неровностей (вторая модель поверхности) и γ, z_0, l в формулах (11.3.37), (11.3.40) для крупномасштабных неровностей (первая модель) имеют совершенно различные численные значения. Если поверхность имеет плавные пологие склоны, радиусы кривизны которых много больше длины волны (первая модель), то вне зависимости от высоты неровностей поверхности должны проявляться следующие закономерности. Для гауссовой корреляционной функции $B(\rho)$ удельная площадь рассеяния σ описывается формулой (11.3.37), в которую входит один параметр γ — средний наклон неровностей; при уменьшении угла ψ происходит резкое убывание σ, не зависящее от длины волны. Для случая экспоненциальной корреляционной функции $B(\rho)$ получаются иные закономерности $\sigma(\psi)$, выраженные формулой (11.3.40). Рассеивающие свойства поверхности формально описываются одним параметром C, в который включены две характеристики γ_1 и $z_0\lambda^{-1}$. Существенно, что в этом случае σ

зависит и от λ, и от отношения средней высоты неровностей к длине волны. При уменьшении ψ также проходит быстрое убывание $\sigma(\psi)$, зависящее от C, а следовательно, от λ. В обоих вариантах теории σ не зависит от поляризации радиоволн. На рис. 11.11 показаны зависимости индикатрисы рассеяния $F(\theta)$ для гауссовой (график 1) и экспоненциальной (график 2) корреляционной функции $B(\rho)$. Эти зависимости соответствуют следующим парамстрам: $\gamma = 6^\circ$ (график 1) и $C = 100$, так как $C \approx \gamma^{-2}$. Вторая модель соответствует поверхности, когда средние высоты неровностей малы по сравнению с длиной волны, а углы наклонов γ могут быть значительными (условие 11.3.42). Согласно (11.3.46) зависимость $\sigma(\psi)$ определяется двумя параметрами z_0l и $l\lambda^{-1}$. Существенно, что функция $\sigma(\psi)$ зависит от поляризации радиоволн. Для второй модели поверхности характерно относительно медленное уменьшение σ при уменьшении угла ψ и очень сильная зависимость от λ, для случая вертикального падения радиоволн $\sigma \sim \lambda^{-4}$.

Реальные поверхности имеют и крупномасштабные неровности с малыми углами наклона (холмы, барханы) и мелкомасштабные особенности рельефа, поэтому зависимость $\sigma(\psi)$ будет содержать свойства и первой и второй моделей поверхности. В связи с этим был развит вариант теории, включающий обе модели, когда на крупномасштабные неровности были «наложены» мелкомасштабные неровности. В этом варианте теории были

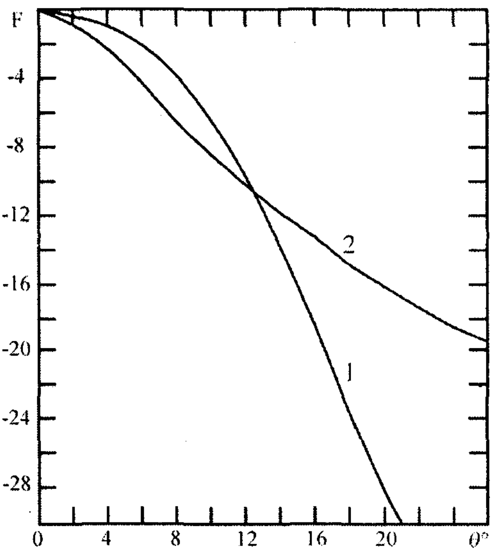


Рис. 11.11. Теоретические зависимости индикатрисы обратного рассеяния радиоволн от угла падения θ

введены три независимых параметра поверхности и так удалось получить лучшее соответствие теоретической и экспериментальных зависимостей. Реальные поверхности: холмы, барханы пустынь, горные районы, льды или поверхность моря столь сильно различны, что более надежные сведения о зависимостях $\sigma(\psi)$ могут быть получены только в результате проведения обширных экспериментальных исследований.

11.4. Закономерности рассеяния радиоволн и методы исследований поверхностей

Рассмотрим экспериментальные закономерности обратного рассеяния радиоволн, будем считать, что радиолокатор расположен на спутнике или самолете. Антенна радиолокатора облучает большой район поверхности и принимает радиоволны рассеянные разными участками; диаграмма направленности антенны «выделяет» большой район, показанный на плоскости xy пунктиром (рис. 11.12 а). Пусть антенна, расположенная в точке A на высоте A0 = H, имеет ширину диаграммы направленности по уровню половины мощности $\Delta\theta$ и ориентирована под углом θ. Тогда этот район будет иметь протяженность

$$B_1B_2 = H\Delta\theta\cos^{-1}\theta. \tag{11.4.1}$$

Если, например, $\Delta\theta = 6^\circ$, что для $\lambda = 20$ см соответствует параболической антенне диаметром 2 м, то при H = 300 км и $\theta = 45^\circ$ получим $B_1B_2 = 43$ км. На такой большой поверхности могут располагаться участки с различными характеристиками, поэтому применяют методы выделения сигналов, соответствующих рассеянию радиоволн малыми, однородными участками. Для этой цели используют модулированные сигналы. Если, например, применить импульсную амплитудную модуляцию, то по запаздыванию сигналов τ можно осуществить выделение кольцевых зон на поверхности. Запаздыванию τ_i соответствует расстояние $AP_i = 1/2c\tau$ или — в плоскости xy — окружность радиуса ρ_i = OP. Минимальному времени запаздывания $\tau_0 = 2Hc^{-1}$ соответствует точка O, а запаздыванию $\tau_i + \Delta\tau$ соответствует узкая полоса с радиусом ρ_i и с шириной $\Delta\rho$. Радиолокатор с импульсной модуляцией имеет блок-селектор, который выделяет сигналы, соответствующие разным запаздываниям τ_i, и так осуществляется выделение рассеяния радиоволн узкими кольцевыми участками радиуса ρ_i (окружности на рис. 11.12 б). Для выделения малого участка поверхности используют эффект Доплера. Пусть радиолокатор движется со скоростью v в направлении Ox, тогда радиоволны, рассеянные участками поверхности, будут иметь разные значения доплеровского изменения частоты Δf. Доплеровское изменение частоты, соответствующее произвольному участку поверхности в районе точки P, определяется скоростью изменения расстояния AP = r:

$$\Delta f = 2\lambda^{-1}\frac{dr}{dt}. \qquad (11.4.2)$$

Использование частотной фильтрации в полосе частот $\delta\Delta f$ позволяет выделить сигналы, соответствующие рассеянию волн узкой полоской поверхности, ограниченной штрих-пунктирными линиями (рис. 11.12 б). Применение и частотной фильтрации, и селекции по запаздыванию сигналов позволяет выделить сигналы, соответствующие рассеянию радиоволн малым участком поверхности Δs, который показан на рис. 11.12 б штриховкой. Так можно получать зависимости $\sigma(\psi)$ для различных относительно однородных участков поверхности.

Для исследования поверхностей применяют три вида радиолокаторов: высотомеры, скатерометры и бокового обзора. Радиолокатор-высотомер имеет узкую диаграмму направленности, ориентированную вниз по вертикали, он позволяет измерять профиль поверхности и определять удельную поверхность рассеяния при углах ψ, близких к 90°. Скатерометр имеет диаграмму направленности антенны с несколькими максимумами в вертикальной плоскости и работает в нескольких диапазонах радиоволн, например в сантиметровом и дециметровом диапазонах. Радиолокатор-скатерометр обеспечивает измерение характеристик рассеяния в широком диапазоне углов ψ, для нескольких диапазонов волн и может работать как при горизонтальной, так и при вертикальной поляризации радиоволн. Радиолокатор бокового обзора позволяет измерять значения σ и получать видимое изображение поверхности с высоким разрешением, что даст широкие возможности его практического применения.

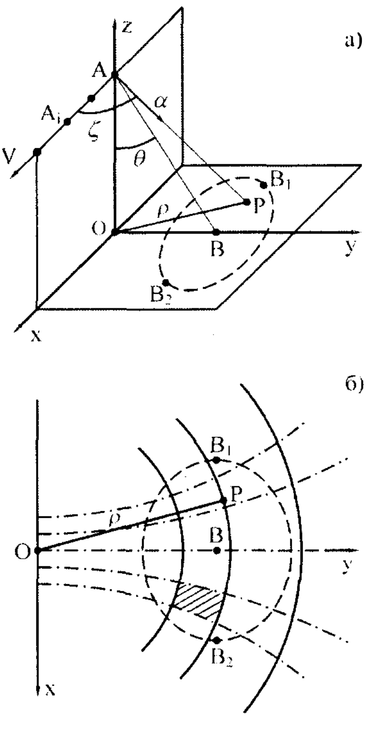


Рис. 11.12. Схема радиолокационного бокового обзора поверхности

Рассмотрим характеристики обратного рассеяния радиоволн для раз-

Таблица 11.3

Удельная площадь обратного рассеяния радиоволн при θ = 30°–40° для λ_1 = 70 см и λ_2 = 24 см

$-\sigma_{hh}$, дБ		$-\sigma_{vv}$, дБ		$-\sigma_{hv}$, дБ		Тип поверхности
λ_1	λ_2	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2	
25	16	20	15	34	30	Голый грунт
20	13	18	12	32	25	Луг
9	8	10	10	18	16	Сельскохозяйственные поля
11	9	12	9	18	14	Горный лес
14	7	13	7	20	14	Влажный заболоченный лес
5	6	10	10	14	13	Хвойный лес
	8		8		15	Лиственный лес
	8		7		13	Смешанный лес

ных видов поверхностей: грунтов без растительности, почв покрытых лесами или сельскохозяйственными культурами. В табл. 11.3 приведены для θ = 30°–40° и длин волн λ_1 = 70 см и λ_2 = 24 см значения σ_{hh}, σ_{vv} и σ_{hv}. Для полей с сельскохозяйственными культурами и хвойного леса наблюдаются большие значения σ_{hh} = –(5–8) дБ, а для ровных грунтов без растительности характерны малые σ_{hh} = –(16–25) дБ. Деполяризация радиоволн большая для хвойного или влажного леса σ_{hv} = –(13–20) дБ, а для грунта или лугов характерно малое значение σ_{hv} = –(25–34) дБ. В дециметровом диапазоне зависимость σ_{hh}, σ_{vv} от λ проявляется слабо, она заметна для грунтов и лугов, а в случае лесов она отсутствует.

Гораздо большие различия σ_{hh}, σ_{vv}, σ_{hv} наблюдаются при сравнении данных диапазонов сантиметровых, дециметровых и метровых волн. Поэтому возможен радиолокационный мониторинг состояния поверхностей, если σ_{hh}, σ_{vv}, σ_{hv} измеряются в этих диапазонах для трех значений угла θ, например 10°, 30°, 50°. При этом получают матрицу из 27 значений σ, дающую полные сведения о рассеивающих свойствах поверхности. Такая матрица, определенная в разные сезоны, позволяет осуществлять мониторинг поверхностей; она дает сведения о состоянии лесов, биомассе растений, о влажности почв.

В связи с развитием метода возвратно-наклонного зондирования ионосферы были изучены закономерности обратного рассеяния коротких радиоволн, когда λ = 60–15 м [40]. Исследования показали, что слабо всхолмленным, равнинным участкам при ψ = 15–20° соответствует σ = –35 дБ, а горные районы дают увеличение интенсивности обратного рассеяния на 12–16 дБ.

Исследования обратного рассеяния радиоволн поверхностью моря были сначала осуществлены с целью изучения мешающего влияния отражений при радиолокации морских целей, для этого проводились измерения зависимости $\sigma(\psi)$ с использованием береговых радиолокаторов, когда угол $\psi = 0{,}3\text{–}5^\circ$ [20]. Использование радиолокаторов, установленных на самолетах и спутниках, позволило подробно исследовать зависимость $\sigma(\psi)$ в диапазоне углов $\psi = 10\text{–}90^\circ$ при разной степени волнения. В результате обширных экспериментальных исследований было установлено, что в зависимости $\sigma(\psi)$ следует выделить три области изменения угла ψ, где проявляются различные закономерности. На рис. 11.13 приведена типичная экспериментальная зависимость $\sigma(\psi)$ для $\lambda = 3$ см. При $\psi = 90\text{–}70^\circ$ (первая область) наблюдается быстрое уменьшение σ при уменьшении ψ. Для этой области экспериментальная зависимость $\sigma(\psi)$ удовлетворительно соответствует теории квазизеркального отражения от крупномасштабных волн с малыми наклонами поверхности. При подборе подходящего значения γ формула (11.3.37) удовлетворительно соответствует экспериментальным данным. При уменьшении угла скольжения в пределах от 60 до 15° (вторая область) σ медленно уменьшается. В этой области углов ψ почти всегда $\sigma_{vv} > \sigma_{hh}$, что не соответствует варианту теории с крупномасштабными неровностями поверхности, в которой σ не зависит от поляризации радиоволн. Принято считать, что во второй области углов ψ существенен другой фактор рассеяния радиоволн, когда на крупномасштабные неровности накладываются «капиллярные», мелкие волны ряби. Для согласования теории с экспериментами был разработан третий вариант теории в котором учитывается наложение на крупномасштабные пологие неровности мелких «капиллярных» волн ряби. Такое согласование теории с экспериментом мало убедительно, так как в теорию входит несколько «свободных» параметров, варьированием которых и достигается соответствие теории с опытами. Для малых углов $\psi = 0{,}3\text{–}4^\circ$ (третья область) происходит резкое убывание σ при уменьшении угла скольжения, при этом σ_{vv} больше σ_{hh}. Различие этих величин в сантиметровом диапазоне при слабом волнении достигает 5–17 дБ, а при сильном волнении σ_{vv} и σ_{hh} имеют примерно одинаковые значения. При увеличении длины волны σ уменьшается: так при переходе от $\lambda = 3$ см к $\lambda = 9$ см σ уменьшается на 3–12 дБ. При теоретическом анализе оказалось, что для столь малых углов скольжения важен учет затенения части рассеивающей поверхности крупными волнами. В теорию был введен «множитель затенения», куда вошли трудно контролируемые параметры. Для малых углов скольжения становятся неэффективными уточнения теории, и поэтому часто используют аппроксимацию экспериментальных зависимостей $\sigma(\psi)$ простыми функциями. Для первой и второй области изменения углов падения $\theta = 90° - \psi$ хорошо соответствует экспериментам следующая аппроксимация:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left\{-\frac{\theta}{\theta_{1,2}}\right\}. \qquad (11.4.3)$$

Здесь для углов $1° < \theta < 10°$ параметр $\theta_1 = 6°$, а для $15° < \theta < 60°$ следует положить $\theta_2 = 12°$. Для очень малых углов скольжения применяют аппроксимацию

$$\sigma = \sigma_0 \sin^m \psi, \qquad (11.4.4)$$

где $m \approx 2$–4. Эти эмпирические формулы соответствуют весьма условному «среднему» волнению морской поверхности. Для целей развития радиолокационного мониторинга морской поверхности необходимо было найти связь параметров рассеяния радиоволн со скоростью ветра v_w. Оказалось, что для углов θ = 40–70° можно установить связь σ и v_w. Исследования показали, что измеренные значения σ_{vv} и σ_{hh} в направлении «против ветра» почти всегда больше чем эти величины, зарегистрированные на трассах «по ветру»; при $\theta = 40°$ и $\lambda = 2$ см это различие может достигать 3–5 дБ. Было показано, что для второй области углов $\sigma \sim v_w^{1,6}$. Связь σ со скоростью ветра обусловлена влиянием «капиллярных», мелкомасштабных волн. В итоге многолетних исследований рассеяния радиоволн был развит метод радиолокационного спутникового мониторинга волнения моря и определения величины и направления скорости приводного ветра.

Рассмотрим принципы исследований поверхностей методом бокового обзора. Пусть на спутнике или самолете, расположенном в точке А, установлен радиолокатор, направленная антенна которого ориентирована так, что максимум ее диаграммы направленности перпендикулярен вектору скорости спутника v и отклонен от вертикали на угол θ (рис. 11.12 а). Антенна облучает часть поверхности, показанную на этом рисунке пунктирным овалом B_1B_2, линия АВ соответствует ориентации максимума диаграммы направленности антенны, AO = H есть высота расположения радиолокатора, плоскость xy касательна к поверхности

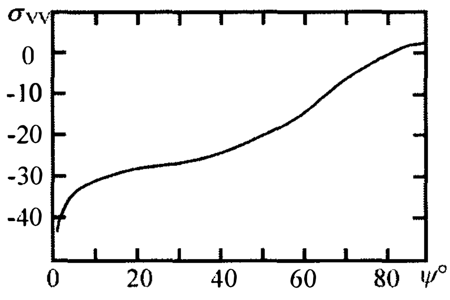


Рис. 11.13. Типичная зависимость удельной площади обратного рассеяния сантиметровых радиоволн от угла скольжения для морской поверхности

Земли в точке О. Пренебрежем отклонением сферической поверхности от плоскости и будем считать, что в пределах пунктирного овала средняя поверхность есть плоскость. Элемент рельефа поверхности Δs, расположенный в произвольной точке P, переизлучает радиоволны в обратном направлении, они принимаются радиолокатором в точке А. Для формирования радиоизображения поверхности необходимо получить однозначное соответствие координат точки P и интенсивности радиоволн, переизлучаемых элементом поверхности Δs. Модулированный сигнал радиолокатора позволяет определить по запаздыванию радиоволн на пути AP первую координату ρ = OP. Линии равного запаздывания τ образуют на плоскости xy семейство окружностей радиуса

$$\rho = \left(4c^2\tau^2 - H^2\right)^{1/2}. \tag{11.4.5}$$

Вторая координата точки P определяется по доплеровскому изменению частоты волн, рассеянных элементом рельефа Δs. Изменение частоты для точки P равно

$$\Delta f = 2\lambda^{-1}(\mathbf{v}\,\boldsymbol{\alpha}) = 2\lambda^{-1}v\cos\zeta, \tag{11.4.6}$$

где $\mathbf{v}$ — вектор скорости спутника, параллельный плоскости xy, $\boldsymbol{\alpha}$ — единичный вектор направления AP, ζ — угол между $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\alpha}$. Заметим, что доплеровское изменение частоты можно найти или по (11.4.2), или по (11.4.6), так как эти соотношения эквивалентны. Для точек, лежащих на линии OB, изменение частоты $\Delta f = 0$, так как угол $\zeta = 90°$; для точки B_1 Δf — отрицательно, так как $\zeta > 90°$, а для элемента поверхности в точке B_2, где $\zeta < 90°$, изменение частоты положительно. Линии равных значений частоты на плоскости xy соответствуют постоянным значениям угла ζ, они показаны штрихпунктиром на рис. 11.12 б. Линии равных значений Δf образованы сечением плоскости xy поверхностью конуса с углом при вершине ζ. Таким образом, применение модулированных высокостабильных когерентных сигналов позволяет определить координаты ρ и ζ. Связь ρ, ζ с координатами xy точки P на поверхности определяется из геометрии задачи.

Разрешающая способность радиолокатора бокового обзора по дальности AP, а следовательно по координате ρ, определяется шириной спектра модулированного сигнала ΔF_m. Разрешение по времени запаздывания для модулированных сигналов $\delta\tau \approx \Delta F_m^{-1}$, поэтому разрешение по координате ρ определяется, согласно (11.4.5), соотношением

$$\delta\rho = 2c\Delta F_m^{-1}\left[1 + \left(\frac{H}{\rho}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{11.4.7}$$

Заметим, что для линии OB координаты ρ и y совпадают. Так как максимум диаграммы направленности антенны отклонен от вертикали на угол θ, то для центра поверхности вблизи точки B $y = H\,\mathrm{tg}\theta$, поэтому для центральной области разрешающая способность определится приближенным соотношением

$$\delta y = 2c\Delta F_m^{-1}\left(1+\mathrm{ctg}^2\theta\right)^{1/2}. \tag{11.4.8}$$

Разрешающая способность по угловой координате $\delta\zeta$ связана с различием доплеровских частот $\delta\Delta f$, соответствующих отражению радиоволн от двух элементов поверхности Δs_1 и Δs_2, расположенных на одинаковой дальности AP, поэтому из (11.4.6) имеем

$$\delta\Delta f = 2\lambda^{-1}v\delta\zeta . \tag{11.4.9}$$

Измерение частоты возможно в течение интервала времени T, пока точка P не выйдет из части поверхности, облученной антенной локатора. Если ширина диаграммы направленности антенны по уровню половины мощности $\Delta\theta$, то время T равно

$$T = v^{-1}\Delta\theta\left(H^2+\rho^2\right)^{1/2}. \tag{11.4.10}$$

Частотная селекция $\delta\Delta f$ ограничена временем наблюдения гармонического сигнала, так как $\delta\Delta f \approx T^{-1}$, поэтому

$$\delta\Delta f = (\Delta\theta)^{-1}v\left(H^2+\rho^2\right)^{-1/2}. \tag{11.4.11}$$

Из (11.4.9) и (11.4.11) следует

$$\delta\zeta = (2\Delta\theta)^{-1}\lambda\left(H^2+\rho^2\right)^{-1/2}, \tag{11.4.12}$$

поэтому разрешающая способность по координате x будет равна

$$\delta x = \delta\zeta\left(H^2+\rho^2\right)^{1/2} = (2\Delta\theta)^{-1}\lambda . \tag{11.4.13}$$

Учитывая, что ширина диаграммы направленности антенны по уровню половины мощности $\Delta\theta$ связана с размером ее апертуры D соотношением $\Delta\theta = \lambda D^{-1}$, из (11.4.13) получим

$$\delta x = \frac{D}{2}. \tag{11.4.14}$$

Мы показали, что предельная разрешающая способность в направлении Ox определяется условным размером антенны D. Соотношения (11.4.8) и (11.4.14) справедливы, если мощность передатчика достаточно велика и влиянием шумов и других технических факторов можно пренебречь. Реальная разрешающая способность радиолокатора бокового обзора примерно вдвое ниже этого теоретического предела.

Принцип работы станции бокового обзора может быть объяснен с использованием представлений о синтезированной апертуре. При движении спутника антенна радиолокатора с апертурой D в последовательные моменты времени занимает положения, обозначенные точками A_i на рис. 11.12 а. Сложение сигналов, принимаемых антенной, с учетом времени запаздывания эквивалентно синтезированию линейной синфазной антенны длиной $L = vT$, где T — время сложения сигналов. Время T определяется тем же условием прохождения точки P через область, облученную антенной, и фазовой стабильностью радиолокатора. Синтезированная линейная синфазная антенна размером L имеет ширину диаграммы направленности $\delta\zeta = \lambda(vT)^{-1}$, поэтому разрешающая способность по координате x также будет равна D/2. Определение координаты вдоль линии пути, т. е. координаты x, может быть объяснено или доплеровской частотной селекцией сигналов, или с использованием представлений о синтезированной апертуре; эти подходы к принципу работы радиолокатора бокового обзора эквивалентны.

Важным параметром радиолокатора бокового обзора является контрастность получаемых изображений. Контрастность зависит от длины радиоволны, диаграммы обратного рассеяния поверхности $F(\psi)$ и от угла наклона максимума диаграммы направленности антенны θ. Метод радиолокационного бокового обзора эффективен для исследования и экологического контроля поверхности Земли. Система бокового обзора должна давать контрастные изображения разных видов поверхности. Море, горные массивы, тундра, пустыни, ледовые поля характеризуются сильно отличающимися зависимостями $F(\psi)$, поэтому и контрастность получаемых изображений отличается сильно. Рассеяние радиоволн районами с обильной растительностью зависит от влажности, а следовательно от сезона, а неровности морской поверхности зависят от метеоусловий, главным образом — от ветров. Для целей геологических исследований желательно применять метровые волны, на рассеяние которых оказывает малое влияние мелкомасштабный рельеф. При геологических исследованиях стремятся выявить характерные прямолинейные участки на радиоизображениях — линеаменты. Анализ линеаментов позволяет сделать заключения о крупных геологических структурах исследуемого района. Методом радиолокационного бокового обзора возможно изучение растительного покрова, так как растения в разных стадиях роста дают отличающиеся характеристики рассеяния радиоволн. Эксперименты показали, что для уверенного анализа состояния растительного покрова нужно применять сантиметровые и дециметровые волны при двух взаимно перпендикулярных компонентах линейной поляризации радиоволн. Особое значение радиолокационный боковой обзор имеет для исследования ледовой обстановки в северных и арктических районах. Радиолокационные изображения позволяют определять направления больших разводий, зон, свободных от льда, наличие айсбергов и даже определять основные признаки льдов (молодой лед, торосный лед, многолетние мощные льды). На рис. 11.14 б приведен пример радиолокационного участка поверхности Земли.

Первое применение метода бокового обзора для изучения рельефа другой планеты было осуществлено с помощью российских спутников «Венера-15, 16». На этих аппаратах был установлен радиолокатор бокового обзора диапазона λ = 8 см с антенной размером 6 м × 1 м, а угол θ был выбран равным 10°. Выбор правильного значения угла θ важен потому, что от этого параметра сильно зависит контрастность изображения поверхности. Была достигнута разрешающая способность $\delta x \approx 1500$ м, что примерно соответствует четкости картины рельефа, видимой невооруженным глазом с высоты 1000 км. Итогом этой выдающейся работы стало создание атласа Венеры. Через 6 лет был запущен американский спутник «Венера-Магеллан» с радиолокатором бокового обзора. Этот радиолокатор работал в диапазоне λ = 12,6 см, имел параболическую антенну диаметром 3,7 м; с помощью его была достигнута разрешающая способность изображения $\delta x \approx 140$ м. В результате работы спутников «Венера-15, 16» и «Магеллан» впервые с большой детальностью были получены изображения поверхности Венеры. Эти изображения открыли первозданный лик планеты, практически не искаженный эрозией. Анализ изображений позволил выявить ударные кратеры с ясно видимыми зонами выбросов и вулканические кратеры, разломы и горные хребты, обширные равнины и новый тип вулканических образований — огромные лавовые купола. На рис. 11.14 а дан пример радиолокационного изображения участка поверхности Венеры.

Рассмотрим далее особенности рассеяния радиоволн при локации небесных тел с Земли; геометрия этой задачи показана на рис. 11.15. Поверхность сферы облучается радиоволнами так, что вектор падающей волны $\boldsymbol{\alpha}$ параллелен оси Oz и направлен в сторону планеты, а вектор рассеянных волн $\boldsymbol{\beta}$, принимаемых на Земле, направлен по оси Oz. Определим сначала эффективную поверхность рассеяния планеты, проинтегрировав $\sigma(\psi)$ по половине поверхности сферы:

$$S_c = \int_S \sigma(\psi)\, ds\,. \tag{11.4.15}$$

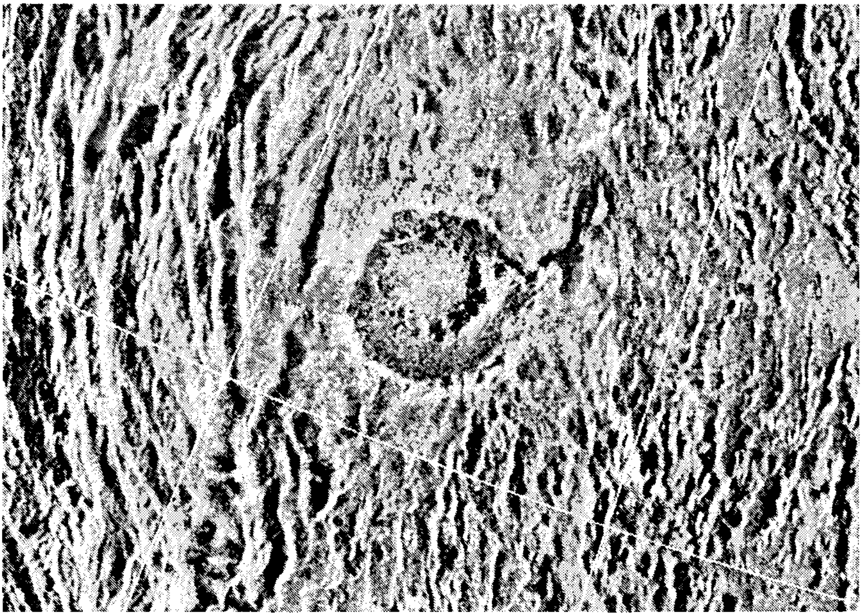


Рис. 11.14 а. Первое изображение поверхности Венеры; ударный кратер Клеопатра, глубина провала 2 км, диаметр 100 км

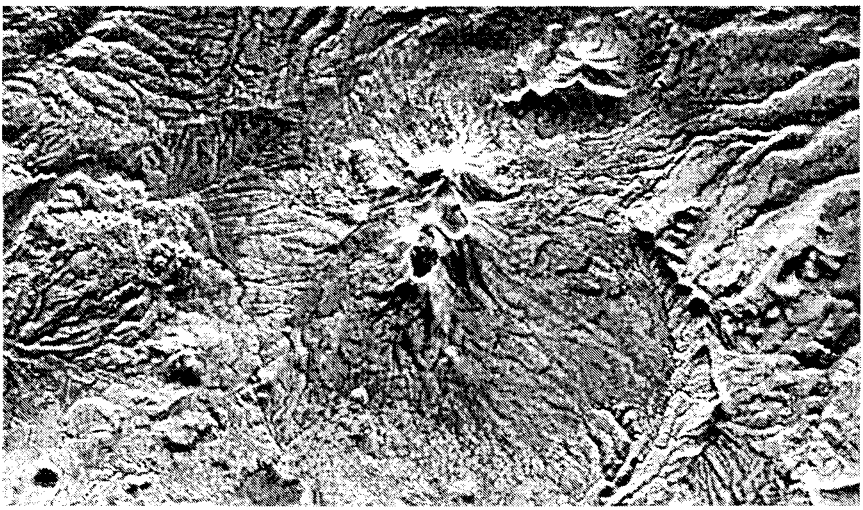


Рис. 11.14 б. Карымский вулкан, Камчатка; диаметр основания около 20 км, высота 1,5 км

Для заштрихованной на рис. 11.15 кольцевой площадки углы ψ постоянны, а ее площадь равна

$$ds = 2\pi a^2 \cos\psi \, d\psi \,, \qquad (11.4.16)$$

поэтому из (11.4.15) следует

$$S_c = 2\pi a^2 \int\limits_{\pi/2}^{0} \sigma(\psi)\cos\psi \, d\psi \,, \qquad (11.4.17)$$

где a — радиус планеты. Введем коэффициент g, определяемый соотношением

$$g = \frac{S_c}{\pi a^2 M^2} = \frac{2}{M^2}\int\limits_{\pi/2}^{0} \sigma(\psi)\cos\psi \, d\psi \,, \qquad (11.4.18)$$

тогда

$$S_c = \pi a^2 M^2 g \,. \qquad (11.4.19)$$

Из (11.4.19) следует, что g показывает, во сколько раз эффективная площадь рассеяния для планеты с неровным рельефом отличается от этой величины для гладкого шара. Если неоднородности крупномасштабные и справедлива формула (11.3.37), то можно показать, что $g \approx 1 + \gamma^2$. Так как $\gamma^2 << 1$, то g практически не отличается от единицы. Следовательно, для метровых и дециметровых волн справедлива формула (11.2.20) и при $r >> a$ имеем $S_c = \pi a^2 M^2$. Этот неожиданный вывод справедлив, если можно применять первую модель поверхности (см. § 11.3). Так как в метровом и дециметровом диапазонах g близко к единице, то по радиолокационным измерениям σ может быть определен коэффициент отражения M, а по (11.1.6) найдена диэлектрическая проницаемость поверхностных пород ε.

При работе радиолокатора в импульсном режиме наблюдается растягивание заднего фронта импульса, обусловленное рассеянием радиоволн разными участками планеты, поэтому радиолокационные эксперименты позволили получить диаграммы обратного рассеяния радиоволн. Рассмотрим принцип такого способа определения зависимости $F(\psi)$. На рис. 11.15 а условно показана форма отраженного импульса, а рис. 10.15 б иллюстрирует кольцевую область поверхности, ответственную за энергию импульса в момент времени t. Основная энергия отраженного импульса сосредоточена в малом начальном интервале времени, соответствующем отражению радиоволн от области вблизи точки D. Запаздывание радиоволн, рассеянных заштрихованной областью, относительно точки D равно

$$t = 2ac^{-1}\left(1 - \sin\psi\right). \qquad (11.4.20)$$

Заштрихованная кольцевая рассеивающая поверхность соответствует интервалу времени Δt, этот временной интервал Δt связан с углом $d\psi$ соотношением

$$\Delta t = 2ac^{-1}\cos\psi \, d\psi. \qquad (11.4.21)$$

Площадь заштрихованной кольцевой зоны Δs, соответствующая временному интервалу Δt, будет равна:

$$\Delta s = \pi ac\Delta t. \qquad (11.4.22)$$

Из этого соотношения следует, что для равных интервалов Δt имеем равные площади Δs. Следовательно, распределение мощности в импульсе от времени $W(t)$ дает зависимость плотности потока мощности рассеянных радиоволн от угла $F(\psi)$, отнесенную к единичной площади поверхности. Зависимость $W(t)$ пропорциональна диаграмме обратного рассеяния $F(\psi)$, если учесть связь t и ψ (11.4.20). Коэффициент пропорциональности зависит от аппаратурных параметров, но он несущественен, так как $F(\psi)$ нормируется к единице при $\psi = 90^\circ$. Таким образом были определены зависимости $F(\psi)$ для поверхностей Луны, Марса и Венеры. Перейдем к изложению экспериментальных результатов радиолока-

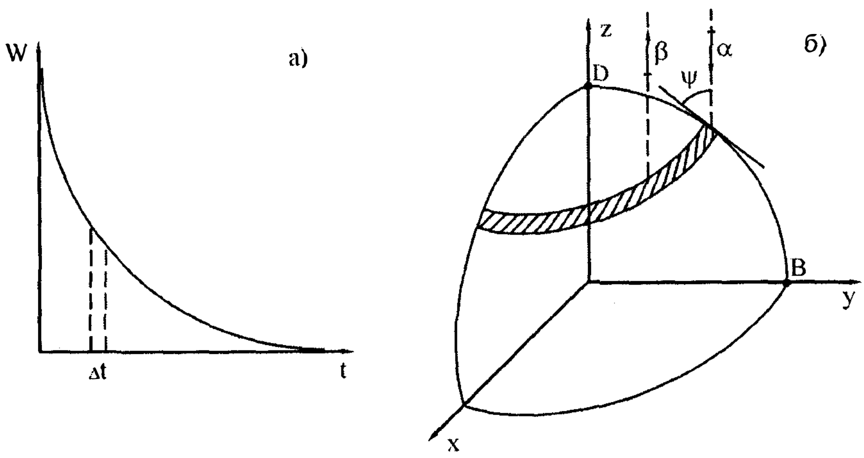


Рис. 11.15. К анализу обратного рассеяния радиоволн планетой

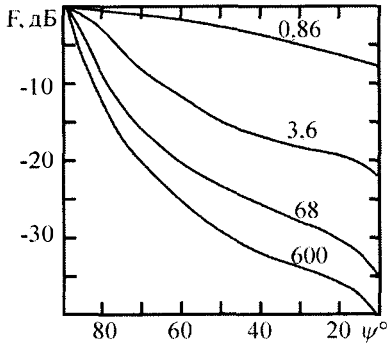


Рис. 11.16. Индикатриссы обратного рассеяния поверхностью Луны для четырех длин волн

ционных исследований небесных тел. Первым объектом радиолокационных исследований стала Луна. При наземной радиолокации Луны можно измерить эффективный поперечник рассеяния радиоволн S_c, определить коэффициент отражения M и диэлектрическую проницаемость поверхностных пород ε. Радиолокационные исследования поверхности Луны осуществлены в диапазоне от λ = 0,86 мм до λ = 19 м. Эффективная диэлектрическая проницаемость в диапазоне λ = = 10–100 см слабо зависит от длины волны ε = 2,6–3, а в диапазоне λ = = 3–10 м она имеет явную зависимость от λ. Зависимость $\varepsilon(\lambda)$ обусловлена увеличением глубины проникновения радиоволн где плотность лунных пород выше.

На рис. 11.16 приведены экспериментальные зависимости $F(\psi)$ для длин волн, указанных у соответствующей кривой. Для метровых и дециметровых радиоволн $F(\psi)$ хорошо описывается формулой (11.3.41), если подобрать соответствующее значение параметра G; для λ = 3–5 см C ≈ 25, а для λ = 30–70 см C ≈ 90. Из рис. 11.16 следует, что в метровом и дециметровом диапазонах зависимости $F(\psi)$ отличаются незначительно, а в сантиметровом и миллиметровом диапазонах она имеет иной характер. Радиолокационные высотомеры, установленные на спускаемых на поверхность Луны аппаратах, позволили осуществить определение удельной площади обратного рассеяния при вертикальном падении радиоволн. В результате измерений, осуществленных в разных районах Луны, было показано, что в диапазоне λ = 2–3 см значения $\sigma(\psi = 90°)$ изменяются в пределах от –1 дБ до –6 дБ. В результате обширных радиолокационных исследований Марса были получены сведения об индикатриссе рассеяния $F(\psi)$ и диэлектрической проницаемости ε. Различные участки планеты имеют отличающиеся значения диэлектрической проницаемости: светлые участки характеризуются значениями ε = 2,2, а для темных областей характерны значения ε = 4,3. Значение параметра C, характеризующего неровности рельефа Марса, для λ = 3–4 см равно 300, а для λ = 70 см C = 90. При радиолокационных исследованиях Венеры были определены для нескольких длин волн диэлектрическая проницаемость поверхностных пород и индикатрисса обратного рассеяния. Было показано, что экспериментальная зависимость $F(\psi)$ хорошо описывается формулой (11.3.41), поэтому из сравнения данных экспериментов с расчетом по этой формуле был определен параметр С. Оказалось, что S_c и ε не зависят от длины волны, а параметр С сильно зависит от λ. Из экспериментальных данных следует, что для дециметровых радиоволн $\varepsilon = 4{,}9$. Радиолокационные определения ε позволили с помощью соотношения (11.1.9) или (11.1.10) найти плотность поверхностных пород Луны, Марса и Венеры. Измерение времени распространения радиоволн, проведенное в разные годы, позволило получить с высокой точностью меру расстояний в Солнечной системе — астрономическую единицу и дать высокоточные эфемериды планет. Высокий потенциал планетных радиолокаторов позволил исследовать отражательные свойства Меркурия, крупных спутников Юпитера и сближающихся с Землей астероидов. Особенно впечатляющие результаты были получены при радиолокационных исследованиях астероида Таутатис, который приблизился к Земле на расстояние 3,6 млн км, когда удалось получить его изображение с разрешением около 20 м, что превосходит возможности оптических телескопов, выведенных в космос.

Приведем краткие сведения об особенностях бистатической радиолокации, когда приемный и передающий пункты разнесены и быстро перемещаются относительно исследуемой поверхности (рис. 11.17). В случае бистатической локации поверхности Земли передатчик и приемник (точки А и В) могут располагаться на спутниках, а при локации Луны или планет передатчик находится на спутнике планеты, а приемный пункт — на Земле. Отражение радиоволн осуществляется заштрихованным участком поверхности, примыкающим к точке D, где угол падения равен углу отражения. При этом осуществляется прием радиоволн, соответствующих сво-

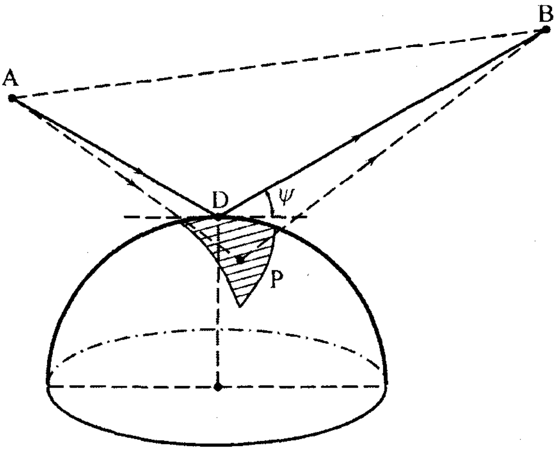


Рис. 11.17. Схема бистатической радиолокации поверхности

бодному распространению по трассе AB и обусловленных отражением от поверхности (трасса ADB). Возможность пространственного разделения этих компонент поля связана с эффектом Доплера. Доплеровское изменение частоты для трасс AB и ADB различается, поэтому возможно частотное разделение сигналов, соответствующих прямой и отраженным волнам. При бистатической радиолокации плотность потока энергии радиоволн в основном обусловлена эффектом отражения от сферической поверхности, поэтому коэффициент отражения или эффективная площадь рассеяния может быть определена по формулам (11.2.17) или (11.2.18). На рис. 11.7 была показана зависимость η от угла ψ, она определяется эффектом расходимости лучевой трубки при отражении волн от гладкой сферической поверхности. Коэффициент отражения η в схеме бистатической радиолокации зависит от поляризации радиоволн, он определяется множителем $M_{1,2}$. Влияние неровностей поверхности сказывается на уширении спектральной линии. При теоретическом анализе энергетических спектров радиоволн и их связи с неровностями рельефа рассматривают распределение доплеровских частот волн, рассеянных произвольными малыми участками поверхности (точка P на рис. 11.17) и осуществляют интегрирование энергии сигналов по участкам поверхности с одинаковыми доплеровскими частотами. Такой анализ показал, что ширина энергетического спектра радиоволн по уровню половины мощности определяется следующим соотношением:

$$\Delta F_s = 4,7 f v_d c^{-1} \gamma \sin\psi , \qquad (11.4.23)$$

где f — частота волны, v_d — скорость перемещения точки D зеркального отражения волн, ψ— угол скольжения в точке D, γ— средний угол наклона крупномасштабных неровностей поверхности. При движении спутника область, существенная для отражения волн (точка D на рис. 11.17), перемещается, и так осуществляется зондирование больших районов поверхности. Измеряют два параметра: коэффициент отражения η и ширину спектра ΔF_s, по этим данным определяется диэлектрическая проницаемость ε и степень неровности поверхности — угол γ. Если применить модулированные сигналы, то селекция по доплеровским частотам и по запаздыванию радиоволн позволит получить однозначное соответствие интенсивности отраженных волн и двух координат на поверхности, т. е. осуществить радиовидение поверхности планеты.

Мы завершили изложение основных закономерностей рассеяния радиоволн поверхностями. Более подробное описание основ теории рассеяния волн дано в [16, 54], а результаты обширных экспериментальных исследований и конкретные «расчетные» формулы для разных ситуаций изложены в [12, 19, 55–58, 63].

СИСТЕМА ЕДИНИЦ И РАЗМЕРНОСТИ

Наименование	Значение	Единица измерения
Заряд		Кулон, [Кл]
Плотность заряда		Кулон/на $м^3$, [$Кл \cdot м^{-3}$]
Ток		Ампер, [А]
Плотность тока		Ампер/на $м^2$, [$А \cdot м^{-2}$]
Сопротивление		Ом, [ом]
Проводимость		См/на м, [$См \cdot м^{-1}$]
Разность потенциалов, напряжение		Вольт [В]
Напряженность электрического поля		Вольт/на м, [$В \cdot м^{-1}$]
Индукция электрического поля		Кулон/на $м^2$, [$Кл \cdot м^{-2}$]
Напряженность магнитного поля		Ампер/на м, [$А \cdot м^{-1}$]
Индукция магнитного поля		Тесла, [Т]
Емкость		Фарада, [Ф]
Индуктивность		Генри, [Г]
Частота		Герц, [Гц]
Скорость радиоволны в вакууме	$c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8$	[$м \cdot с^{-1}$]
Диэлектрическая проницаемость вакуума	$\varepsilon_0 = (36\pi)^{-1} \cdot 10^{-9}$	Фарада/на м, [$Ф \cdot м^{-1}$]
Магнитная проницаемость вакуума	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	Генри/на м, [$Г \cdot м^{-1}$]
Заряд электрона	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$	Кулон, [Кл]
Масса электрона	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$	Килограмм, [кг]
Отношение заряда к массе электрона	$1{,}759 \cdot 10^{11}$	Кулон/кг
Постоянная Планка	$6{,}626 \cdot 10^{-34}$	[$Дж \cdot с$]
Постоянная Больцмана	$1{,}381 \cdot 10^{-23}$	[Дж/К°]
Сила		Ньютон, $кг \cdot м/с^2$
Энергия		Джоуль
Длина		Метр
Время		Секунда

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров Б. М.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Телеком, 2004.
2. *Неганов В. А., Осипов О. В., Раевский С. Б., Яровой Г. Г.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Радио и связь, 2005.
3. *Кессених В. Н.* Распространение радиоволн. М.: ГИЗ Технико-теоретическая литература, 1952.
4. *Долуханов М. П.* Распространение радиоволн. М.: Связь, 1972.
5. *Черный Ф. Б.* Распространение радиоволн. М.: Советское радио, 1972.
6. *Черенкова Е. Л., Чернышев О. В.* Распространение радиоволн. М.: Радио и связь, 1984.
7. *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. М.: Наука, 1990.
8. *Кравченко И. Т.* Теория волновых процессов. М.: УРСС, 2003.
9. *Колосов М. А., Шабельников А. В.* Рефракция электромагнитных волн. М.: Ссветткое радио, 1976.
10. *Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу. М.: Радио и связь, 1983.
11. *Куницын В. Е., Терещенко Е. Д., Андреева Е. С.* Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007.
12. *Яковлев О. И.* Космическая радиофизика. М.: РФФИ, 1998.
13. *Томпсон А. Р., Моран Д. М., Свенсон Д. Я.* Интерферометрия и синтез в радиоастрономии. М.: Физматлит, 2003.
14. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
15. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Т. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
16. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981.
17. *Семенов А. А., Арсеньян Т. И.* Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах. М.: Наука, 1978.
18. *Якубов В. П.* Доплеровская сверхбольшебазовая интерферометрия. Томск: Водолей, 1997.

19. Распространение ультракоротких радиоволн / Под ред. Б. А. Шиллерова. М.: Советское радио, 1954.
20. *Аренберг А. Г.* Распространение дециметровых и сантиметровых волн. М.: Советское радио, 1957.
21. *Фейнберг Е. Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Наука; Физматлит, 1999.
22. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т.* Распространение радиоволн над земной поверхностью. М.: Наука, 1991.
23. *Казаков Л. Я., Ломакин А. Н.* Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере. М.: Наука, 1976.
24. Дальнее тропосферное распространение радиоволн / Под ред. Б. А. Введенского и др. М.: Советское радио, 1965.
25. *Бин Б. Р., Даттон Е. Д.* Радиометеорология. Л.: Гидрометеоиздат, 1971.
26. *Виноградова М. Б., Семенов А. А.* Основы теории распространения ультракоротких волн в тропосфере. М., 1963.
27. *Альперт Я. Л.* Распространение радиоволн и ионосфера. М.: Изд. АН, 1960.
28. *Дэвис К.* Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973.
29. *Фаткулин М. Н., Зеленова Т. И., Козлов В. К., Легенька А. Д., Соболева Т. Н.* Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. М. Наука, 1981.
30. *Bilitza D.* International Reference Ionosphere // Radio Science. 2001. V. 36. № 2.
31. *Гинзбург В. Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
32. *Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я.* Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984.
33. *Гуревич А. В., Цедилина Е. Е.* Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. М.: Наука, 1979.
34. *Иванов В. А., Куркин В. И., Носов В. Е., Урядов В. П., Шумаев В. В.* ЛЧМ-ионозонд и его применение в ионосферных исследованиях // Радиофизика. 2003. Т. 46. № 11.
35. Основы долгосрочного радиопрогнозирования / Под ред. Т. С. Керблая, Л. Н. Ляховой. М.: Наука, 1969.
36. *Чернышев О. В., Васильева Т. Н.* Прогноз максимально применимых частот. М.: Наука, 1973.
37. *Благовещенский Д. В.* Распространение декаметровых радиоволн в высоких широтах. М.: Наука, 1981.
38. *Горохов Н. А.* Особенности ионосферного распространения декаметровых волн в высоких широтах. Л.: Наука, 1980.
39. *Мизун Ю. Г.* Распространение радиоволн в высоких широтах. М.: Радио и связь, 1986.
40. *Чернов Ю. А.* Возвратно-наклонное зондирование ионосферы. М.: Связь, 1971.
41. *Филипп Н. Д., Блаунштейн Н. Ш., Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Урядов В. П.* Современные методы исследований динамических процессов в ионосфере. Кишинев: Штиница, 1991.

42. *Брюнелли В. Е., Кочкин Н. И.* Метод некогерентного рассеяния радиоволн. Л.: Наука, 1979.
43. *Брюнелли Б. Е., Намгаладзе А. А.* Физика ионосферы. М.: Наука, 1988.
44. Электронный ресурс: www.wdc.rl.ac.uk.
45. *Кашпровский В. Е., Кузубов Ф. А.* Распространение средних радиоволн земным лучом. М.: Связь, 1971.
46. *Виленский И. М., Ямпольский В. С.* Распространение средних радиоволн в ионосфере. Новосибирск: Наука, 1983.
47. *Гуревич А. В., Шварцбург А. Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973.
48. Распространение длинных и сверхдлинных радиоволн / Под ред. В. Б. Пестрякова. М.: Иностранная литература, 1960.
49. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Орлов А. Б.* Современное состояние исследований распространения СДВ в волноводном канале Земля—ионосфера // Радиофизика. 1970. Т. 13. № 3.
50. *Орлов А. Б., Азарин Г. В.* Основные закономерности распространения сигналов СДВ диапазона в волноводном канале Земля—ионосфера // Проблемы дифракции и распространения радиоволн. Ленинградский университет., 1970. Вып. 10.
51. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т.* Распространение радиоволн в волноводном канале Земля—ионосфера. М.: Наука, 1993.
52. *Белоглазов М. И., Ременец Г. Ф.* Распространение сверхдлинных радиоволн в высоких широтах. Л.: Наука, 1982.
53. *Блиох П. В., Николаенко А. П., Филипов Ю. Ф.* Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера. Киев: Наукова думка, 1977.
54. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
55. *Мельник Ю. А., Зубкович С. Г. и др.* Радиолокационные методы исследования Земли. М.: Советское радио, 1980.
56. *Зубкович С. Г.* Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности. М.: Советское радио, 1970.
57. *Кулемин Г. П., Разсказовский В. Б.* Рассеяние миллиметровых радиоволн поверхностью Земли под малыми углами. Киев: Наукова думка, 1987.
58. *Финкельштейн М. И., Кутев В. А., Золотарев В. П.* Применение радиолокационного подповерхностного зондирования. М.: Недра, 1986.
59. *Зверева Е. В., Рязанцев А. М., Самуйлов И. Н., Шахсуваров Д. Н.* Изучение распространения электромагнитных волн в земной коре // Распространение радиоволн. М.: Наука, 1975.
60. *Соколов А. В., Сухонин Е. В.* Ослабление миллиметровых волн в толще атмосферы // Итоги науки и техники. Радиотехника. М.: ВИНИТИ, 1980. Т. 20.
61. *Сухонин Е. В.* Прогнозирование ослабления миллиметровых волн в толще атмосферы // Итоги науки и техники. Радиотехника. М.: ВИНИТИ, 1990. Т. 41.
62. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.

63. *Павельев А. Г., Кучерявенков А. И.* Двухпозиционное зондирование планет // Итоги науки и техники. Радиотехника. М., 1994. Т. 44.

64. Метеорная радиосвязь на ультракоротких волнах / Под ред. Ф. Н. Казанцева. М.: Иностранная литература, 1961.

65. *Кинг З., Смит Г.* Антенны в материальных средах. М.: Мир, 1984.

66. *Ulaby F. T., Moore R. K., Fung A. K.* Microwave remote sensing. London: Addison-Wesley Public. Comp., 1981.

67. *Poison A.* Conductivity temperature relationship of diluted and concentrated standard sea water // IEEE J. of Ocean Eng. 1980. № 1. P. 41.

68. *Комаров С. А., Миронов В. Л.* Микроволновое зондирование почв. Новосибирск: Научно-издательский центр СО РАН, 2000.

69. *Mironov V. L., Yakubov V. P., Telpukhovsky E. D., Novik S. N.* and *Chukhlantsev A. A.* Spectral Study of Microwave Attenuation in a Larch Forest Stand for Oblique Wave Incidence // Proc. IGARSS'05. Seoul, Korea, 2005. Vol. 5. P. 3204.

70. *Чухланцев Ф. Ф., Шутко А. М., Головачев С. П.* Ослабление электромагнитных волн растительными покровами // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 11. С. 1285.

71. *Yakubov V. P., Telpukhovskiy E. D., Sarabandi K., Mironov V. L., Kashkin V. B.* Attenuation and depolarization data measured for Scattered field inside larch canopy // Proc. IGARSS'03. Toulouse, France, 2003. Vol. 7. P. 4195.

72 *Арманд Н. А., Ефимов А. И., Самознаев Л. Н. и др.* Спектры и кросскорреляция флуктуаций частоты радиоволн // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 9. С. 1058.

73. *Андрианов В. А., Смирнов В. М.* Определение высотного профиля электронной концентрации ионосферы Земли по двухчастотным измерениям радиосигналов искусственных спутников Земли // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38. № 7. С. 1326.

74. *Смирнов В. М.* Решение обратной задачи радиопросвечивания ионосферы Земли градиентными методами // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 1. С. 47.

75. *Азрилянт П. А., Белкина М. Г.* Численные результаты теории диффракции радиоволн вокруг земной поверхности. М.: Советское радио, 1957.

76. *Фок В. А.* Проблемы диффракции и распространения электромагнитных волн. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2007.

77. *Афраймович Э. Л., Перевалова Н. П.* GPS-мониторинг верхней атмосферы Земли. Иркутск, 2006.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Представляем Вам наши лучшие книги:

URSS

Механика

Кирхгоф Г. **Механика. Лекции по математической физике.**
Жуковский Н. Е. **Аналитическая механика.**
Жуковский Н. Е. **Механика системы. Динамика твердого тела.**
Жуковский Н. Е. **Кинематика, статика, динамика точки: университетский курс.**
Чаплыгин С. А. **Исследования по динамике неголономных систем.**
Арнольд В. И. **Математические методы классической механики.**
Арнольд В. И. и др. **Математические аспекты классической и небесной механики.**
Якоби К. **Лекции по динамике.**
Уиттекер Е. Т. **Аналитическая динамика.**
Кориолис Г. **Математическая теория явлений бильярдной игры.**
Малкин И. Г. **Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний.**
Малкин И. Г. **Некоторые задачи теории нелинейных колебаний.**
Малкин И. Г. **Теория устойчивости движения.**
Ляпунов А. М. **Работы по теории потенциала.**
Котельников А. П. **Винтовое счисление и некоторые приложения его к геометрии и механике.**
Кузьмина Р. П. **Математические модели небесной механики.**
Пановко Я. Г., Губанова И. И. **Устойчивость и колебания упругих систем.**
Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Я. Г. **Прикладная математика.**
Пфейффер П. **Колебания упругих тел.**
Геккелер И. В. **Статика упругого тела.**
Новожилов В. В. **Основы нелинейной теории упругости.**
Победря Б. Е., Георгиевский Д. В. **Лекции по теории упругости.**
Георгиевский Д. В. **Устойчивость процессов деформирования вязкопластических тел.**
Петкевич В. В. **Основы механики сплошных сред.**
Гетлинг А. В. **Конвекция Рэлея—Бенара. Структуры и динамика.**
Шмыглевский Ю. Д. **Аналитические исследования динамики газа и жидкости.**
Розенблат Г. М. **Механика в задачах и решениях.**
Розенблат Г. М., Паншина А. В., Козлова З. П. **Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского.** Кн. 1–3.
Партон В. З. **Механика разрушения: От теории к практике.**
Партон В. З., Морозов Е. М. **Механика упруго-пластического разрушения.**
Морозов Е. М., Солнцев С. С. **Разрушение стекла.**
Морозов Е. М., Зернин М. В. **Контактные задачи механики разрушения.**
Морозов Е. М., Никишков Г. П. **Метод конечных элементов в механике разрушения.**
Колесников Ю. В., Морозов Е. М. **Механика контактного разрушения.**
Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. **ANSYS в руках инженера.**
Морозов Е. М., Муйземнек А. Ю., Шадский А. С. **ANSYS в руках инженера: Механика разрушения.**

Серия «Физико-математическое наследие: физика (механика)»

Вебстер А. Г. **Механика материальных точек, твердых, упругих и жидких тел.** В 2 т.
Кирпичев В. Л. **Беседы о механике.**

Олег Изосимович ЯКОВЛЕВ

Профессор, доктор технических наук, главный научный сотрудник Института радиотехники и электроники РАН, лауреат двух Государственных премий СССР и премии им. А. С. Попова РАН, заслуженный деятель науки и техники РФ, член редколлегии журнала «Известия высших учебных заведений — Радиофизика».

Владимир Петрович ЯКУБОВ

Профессор, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой радиофизики Томского государственного университета, почетный работник высшего профессионального образования РФ, член редколлегии журналов «Известия высших учебных заведений — Радиоэлектроника» и «Оптика атмосферы и океана».

Валерий Павлович УРЯДОВ

Доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией физики ионосферы и распространения радиоволн Научно-исследовательского радиофизического института, доцент кафедры распространения радиоволн и радиоастрономии Нижегородского университета, почетный работник науки и техники РФ, член редколлегии журнала «Известия высших учебных заведений — Радиофизика».

Александр Геннадьевич ПАВЕЛЬЕВ

Профессор, заведующий лабораторией распространения радиоволн Института радиотехники и электроники РАН.

5513 ID 65009

9 785971 001836

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУ…

Тел./факс: 7 (499) 135–42–16
Тел./факс: 7 (499) 135–42–46

URSS

E-mail: URSS@URSS.ru

Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru