

**Специальная теория относительности:
определение импульса и кинетической энергии
замкнутой системы постоянно взаимодействующих тел**

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации
объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
<http://www.matphysics.ru>

В статье делается попытка показать на конкретном примере, что применение специальной теории относительности при рассмотрении движения замкнутой механической системы тел в инерциальных системах отсчета может привести к тому, что импульс и кинетическая энергия замкнутой системы будут функциями времени.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

- 1. Введение (2).**
- 2. Описание замкнутой механической системы тел (2).**
- 3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы (10).**
- 4. Результаты расчета числового примера (14).**
- 5. Заключение (17).**
- Список литературы (17).**

1. Введение

В специальной теории относительности зависимости импульса и кинетической энергии точечного тела от скорости его движения определены из условия обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии для замкнутой системы тел, взаимодействие которых носит кратковременный характер.

В статье предлагается рассмотреть в качестве примера замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, для подтверждения применимости законов сохранения импульса и энергии в случае использования специальной теории относительности.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

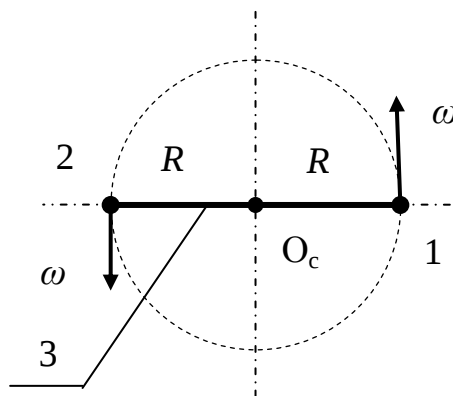


Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, в состоянии покоя имеющей равномерно распределенную по длине массу m_0 .

Тела 1 и 2 (и нить 3) вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O_c .

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O_c равно R .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в инерциальную систему отсчета $Oxyz$ таким образом, чтобы точка O_c была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O , а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелки в плоскости Oxy , как показано на рис.2.

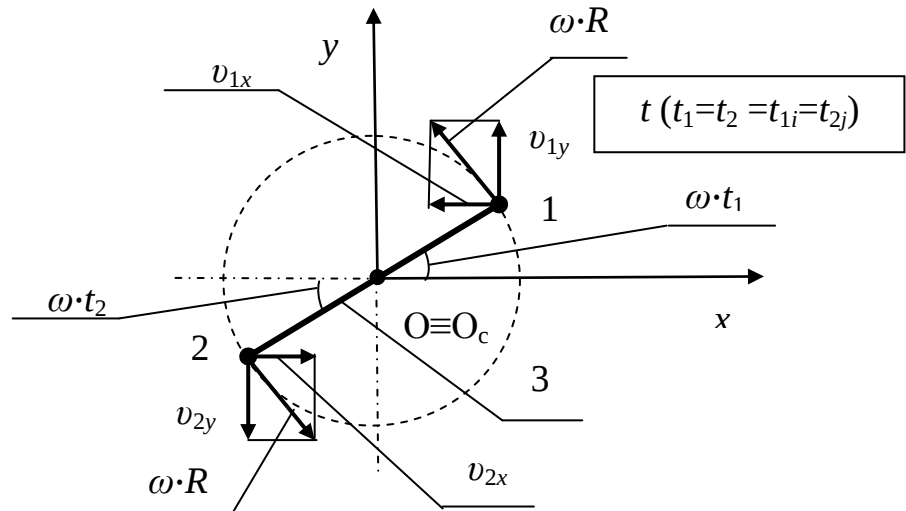


Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($t=0$) в системе отсчета $Oxyz$ тела 1 и 2 находились на оси Ox , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета $Oxyz$:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции v_{1x} и v_{1y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_1 :

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \quad (1)$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \quad (2)$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \quad (3)$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \quad (4)$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции v_{2x} и v_{2y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_2 :

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (5)$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (6)$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (7)$$

$$v_{2y} = - [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (8)$$

Введем еще одну инерциальную системы отсчета $O'x'y'z'$, показанную на рис.3.

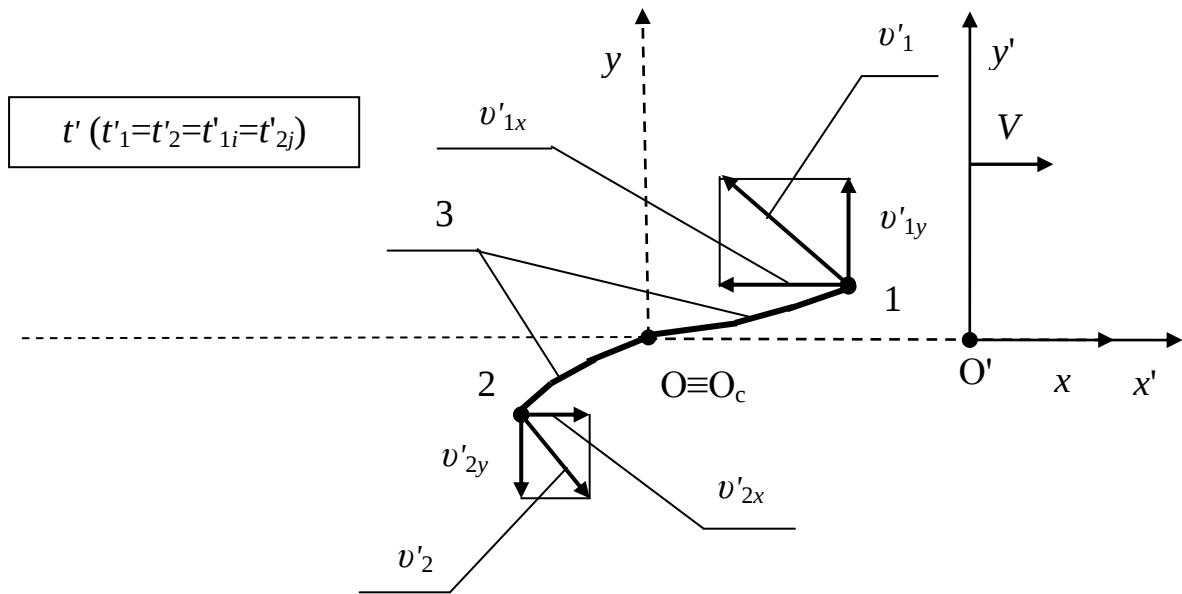


Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета $Oxyz$ и $O'x'y'z'$:

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;
- система $O'x'y'z'$ движется относительно системы $Oxyz$ с постоянной скоростью V вдоль оси Ox ;
- в качестве начала отсчета времени ($t=0$ и $t'=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t' , равный t'_1 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (9)$$

$$y'_1 = y_1 \quad (10)$$

где: c – постоянная величина в преобразованиях Лоренца (согласно предположению c равна скорости света в вакууме),

- связь между моментом времени t'_1 (события с телом 1) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_1 (того же события с телом 1) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (11)$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси Ox и Oy скорости движения v_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = - \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (13)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_1 &= v'^2_{x1} + v'^2_{y1} = \\ &= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (14) \end{aligned}$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t' , равный t'_2 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \quad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 (события с телом 2) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_2 (того же события с телом 2) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси Ox и Oy скорости движения v_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = - \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (19)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_2 &= v'^2_{x2} + v'^2_{y2} = \\ &= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (20) \end{aligned}$$

Для рассмотрения нить 3 в состоянии покоя условно разделим на $2 \cdot n$ равных частей с размещением в центре каждой части точечного тела с массой покоя m_{0n} , равной:

$$m_{0n} = \frac{m_0}{2 \cdot n} \quad (21)$$

Точки нити 3, находящиеся на отрезке от точки O_c до тела 1, обозначим как i -тые точки ($i = 0, 1, 2, 3, \dots n$), а точки нити 3, расположенные на отрезке от точки O_c до тела 2, обозначим как j -тые точки ($j = 0, 1, 2, 3, \dots n$).

При этом расстояние R_i от точки O_c до i -той точки нити 3 равно:

$$R_i = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{i-1}{n} \right) \quad (22)$$

А расстояние R_j от точки O_c до j -той точки нити 3 определится как:

$$R_j = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{j-1}{n} \right) \quad (23)$$

В системе отсчета $Oxyz$:

- i -тая точка нити 3 имеет координаты x_{1i} и y_{1i} и проекции v_{1xi} и v_{1yi} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_{1i} :

$$x_{1i} = R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \quad (24)$$

$$y_{1i} = R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i}) \quad (25)$$

$$v_{1xi} = - [\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] \quad (26)$$

$$v_{1yi} = [\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})] \quad (27)$$

- j -тая точка нити 3 имеет координаты x_{2j} и y_{2j} и проекции v_{2xj} и v_{2yj} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_{2j} :

$$x_{2j} = - R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j}) \quad (28)$$

$$y_{2j} = - R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \quad (29)$$

$$v_{2xj} = \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \quad (30)$$

$$v_{2yj} = - [\omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})] \quad (31)$$

Аналогично используя преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_{1i} и y'_{1i} i -той точки нити 3 в момент времени t' , равный t'_{1i} , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_{1i} и y_{1i} i -той точки нити 3 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_{1i} ,

соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_{1i} = \frac{x_{1i} - (V \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (32)$$

$$y'_{1i} = y_{1i} \quad (33)$$

- связь между моментом времени t'_{1i} (события с i -той точки нити 3) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_{1i} (того же события с i -той точки нити 3) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_{1i} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_{1i} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot x_{1i}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (34)$$

- связь между проекциями v'_{x1i} и v'_{y1i} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_{1i} i -той точки нити 3 в момент времени t'_{1i} в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x1i} и v_{y1i} на оси Ox и Oy скорости движения v_{1i} i -той точки нити 3 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_{1i} , соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x1i} = \frac{v_{x1i} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = - \frac{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \quad (35)$$

$$v'_{y1i} = \frac{v_{y1i} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \quad (36)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_{1i} &= v'^2_{x1i} + v'^2_{y1i} = \\ &= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \end{aligned} \quad (37)$$

- связь между координатами x'_{2j} и y'_{2j} j -той точки нити 3 в момент времени t' , равный t'_{2j} , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_{2j} и y_{2j} j -той точки нити 3 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_{2j} , соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_{2j} = \frac{x_{2j} - (V \cdot t_{2j})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (38)$$

$$y'_{2j} = y_{2j} \quad (39)$$

- связь между моментом времени t'_{2j} (события с j -той точки нити 3) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_{2j} (того же события с j -той точки нити 3) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_{2j} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_{2j} = \frac{t_{2j} - \frac{V \cdot x_{2j}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{2j} + \frac{V \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (40)$$

- связь между проекциями v'_{x2j} и v'_{y2j} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_{2j} j -той точки нити 3 в момент времени t'_{2j} в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x2j} и v_{y2j} на оси Ox и Oy скорости движения v_{2j} j -той точки нити 3 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_{2j} , соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x2j} = \frac{v_{x2j} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2j}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}} \quad (41)$$

$$v'_{y2j} = \frac{v_{y2j} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2j}}{c^2}} = - \frac{\omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j}) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}} \quad (42)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_{2j} &= v'^2_{x2j} + v'^2_{y2j} = \\ &= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_j^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (43) \end{aligned}$$

3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы

Используя зависимости импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости движения [1], можем записать следующие формулы:

- формулы для импульса P'_1 тела 1 и его проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулы (12)-(14)):

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (44)$$

$$P'_{y1} = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (45)$$

$$P'_1 = \frac{v'_1 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = M_0 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \quad (46)$$

- формулы для кинетической энергии E'_1 тела 1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулу (14)):

$$E'_1 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (47)$$

- формулы для импульса P'_2 тела 2 и его проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулы (18)-(20)):

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{x2}}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (48)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{y2}}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (49)$$

$$P'_2 = \frac{v'_2 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} = M_0 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \quad (50)$$

- формулы для кинетической энергии E'_2 тела 2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулу (20)):

$$\begin{aligned} E'_2 &= M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} - 1 \right) = \\ &= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (51)$$

- формулы для импульса P'_{1i} i -той точки нити 3 и ее проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_{1i} , соответствующий моменту времени t_{1i} в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулы (35)-(37)):

$$P'_{x1i} = \frac{v'_{x1i} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{x1i}}{c^2}}} = - \frac{m_{0n} \cdot \{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}}} \quad (52)$$

$$P'_{y1i} = \frac{v'_{y1i} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{y1i}}{c^2}}} = \frac{m_{0n} \cdot \omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}}} \quad (53)$$

$$P'_{1i} = \frac{v'_{1i} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{1i}}{c^2}}} = m_{0n} \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}\right)}} - 1 \quad (54)$$

- формулы для кинетической энергии E'_{1i} i -той точки нити 3 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_{1i} , соответствующий моменту времени t_{1i} в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулу (37)):

$$E'_{1i} = m_{0n} \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{1i}}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= m_{0n} \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (55)$$

- формулы для импульса P'_{2j} j -той точки нити 3 и ее проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_{2j} , соответствующий моменту времени t_{2j} в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулы (41)-(43)):

$$P'_{x2j} = \frac{v'_{x2j} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2j}}{c^2}}} = \frac{m_{0n} \cdot \{[\omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_j^2}{c^2}}} \quad (56)$$

$$P'_{y2j} = \frac{v'_{y2j} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2j}}{c^2}}} = - \frac{m_{0n} \cdot \omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_j^2}{c^2}}} \quad (57)$$

$$P'_{2j} = \frac{v'_{2j} \cdot m_{0n}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2j}}{c^2}}} = m_{0n} \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_j^2}{c^2}\right)}} - 1 \quad (58)$$

- формулы для кинетической энергии E'_{2j} j -той точки нити 3 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_{2j} , соответствующий моменту времени t_{2j}

в системе отсчета $Oxyz$ (используя формулу (43)):

$$E'_{2j} = m_{0n} \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2j}}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= m_{0n} \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_j^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} \quad (59)$$

Для определения величин импульса и кинетической энергии системы тел 1 и 2 и нити 3 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t' необходимо, чтобы моменты времени t'_1 , t'_2 , t'_{1i} , и t'_{2j} (формулы (11), (17), (34) и (40)) были равны между собой и равны t' , т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = t'_{1i} = t'_{2j} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_{2j} + \frac{V \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (60)$$

Учитывая, что система отсчета $O'x'y'z'$ является инерциальной, можно записать следующие формулы для кинетической энергии E' и проекций P'_x и P'_y на оси $O'x'$ и $O'y'$ импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, для момента времени t' в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} + \sum_1^{i=n} P'_{x1i} + \sum_1^{j=n} P'_{x2j} \quad (61)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} + \sum_{i=1}^{i=n} P'_{y1i} + \sum_{j=1}^{j=n} P'_{y2j} \quad (62)$$

$$P' = \sqrt{P'^2_x + P'^2_y} \quad (63)$$

$$E' = E'_1 + E'_2 + \sum_{i=1}^{i=n} E'_{1i} + \sum_{j=1}^{j=n} E'_{2j} \quad (64)$$

4. Результаты расчета числового примера

Для получения наглядного изображения зависимости импульса P' и кинетической энергии E' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, от времени t' в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ можно рассмотреть числовой пример, введя следующие произвольно выбранные исходные данные:

$$\frac{V}{c} = 0,9 \quad (65)$$

$$\frac{\omega \cdot R}{c} = 0,8 \quad (66)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0,1 \quad (67)$$

$$n = 10 \quad (68)$$

Расчет можно провести по следующей схеме:

- задавая значения момента времени t' (допустим, что t' имеет значения: $-2R/c$, $-R/c$, 0 , R/c ... $21R/c$) и используя формулу (60), определяем значения моментов времени t_1 , t_2 , t_{1i} и t_{2j} ;

- далее определяем значения кинетической энергии E'_1 и проекций P'_{x1} и P'_{y1} импульса P'_1 тела 1 (формулы (44), (45) и (47)), кинетической энергии E'_2 и проекций P'_{x2} и P'_{y2} импульса P'_2 тела 2 (формулы (48), (49) и (51)), кинетических энергий E'_{1i} и проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} импульсов P'_{1i} i -тых точек нити 3 (формулы (52), (53) и (55)), кинетических энергий E'_{2j} и проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} импульсов P'_{2j} j -тых точек нити 3 (формулы (56), (57) и (59)) для

различных моментов времени t' в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$;

- затем для различных моментов времени t' в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ определяем значения кинетической энергии E' (формула (64)), проекций P'_x и P'_y импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 (формулы (61) и (62)), абсолютной величины $|P'|$ импульса P' , используя формулу (63), а также значения угла α' между направлением вектора импульса P' и осью $O'x'$, определяемого по формуле:

$$\alpha' = \arctg \left(\frac{P'_y}{P'_x} \right) \quad (69)$$

Результаты расчета приведены в графиках:

- график зависимости абсолютной величины $|P'|$ импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.4;

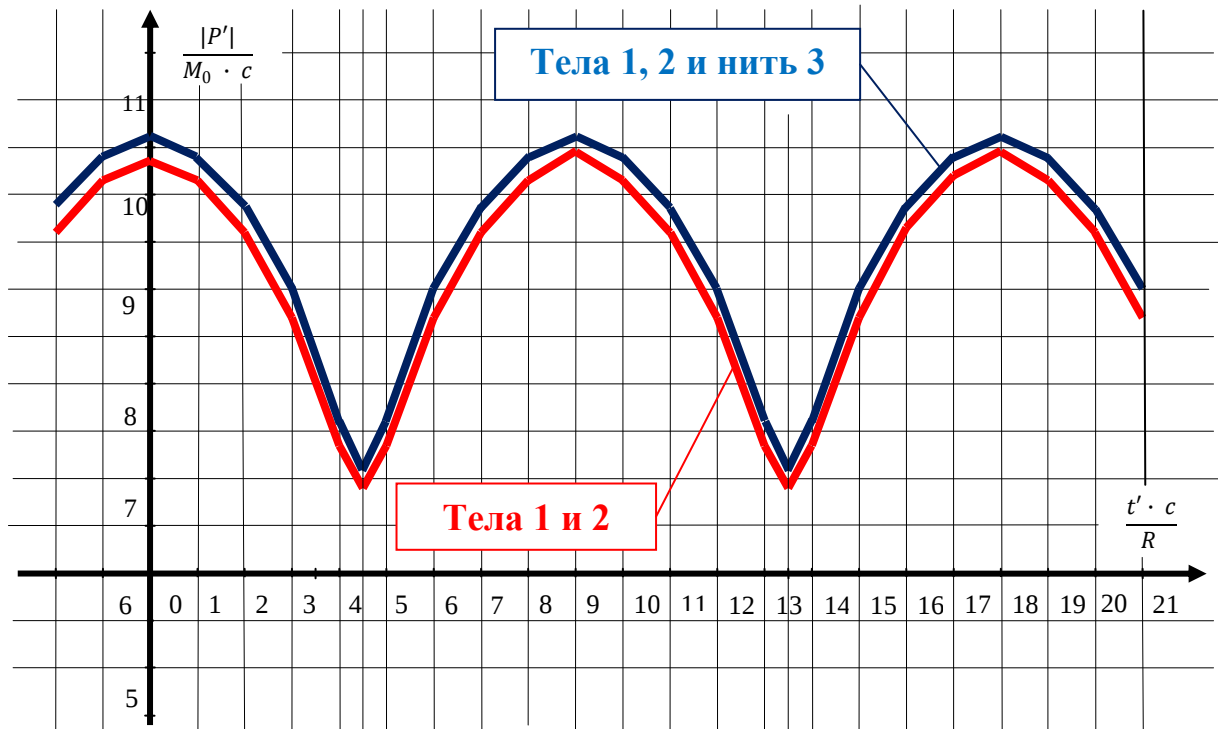


Рис.4

- график зависимости величины угла α' между направлением вектора импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 и осью $O'x'$ от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.5;

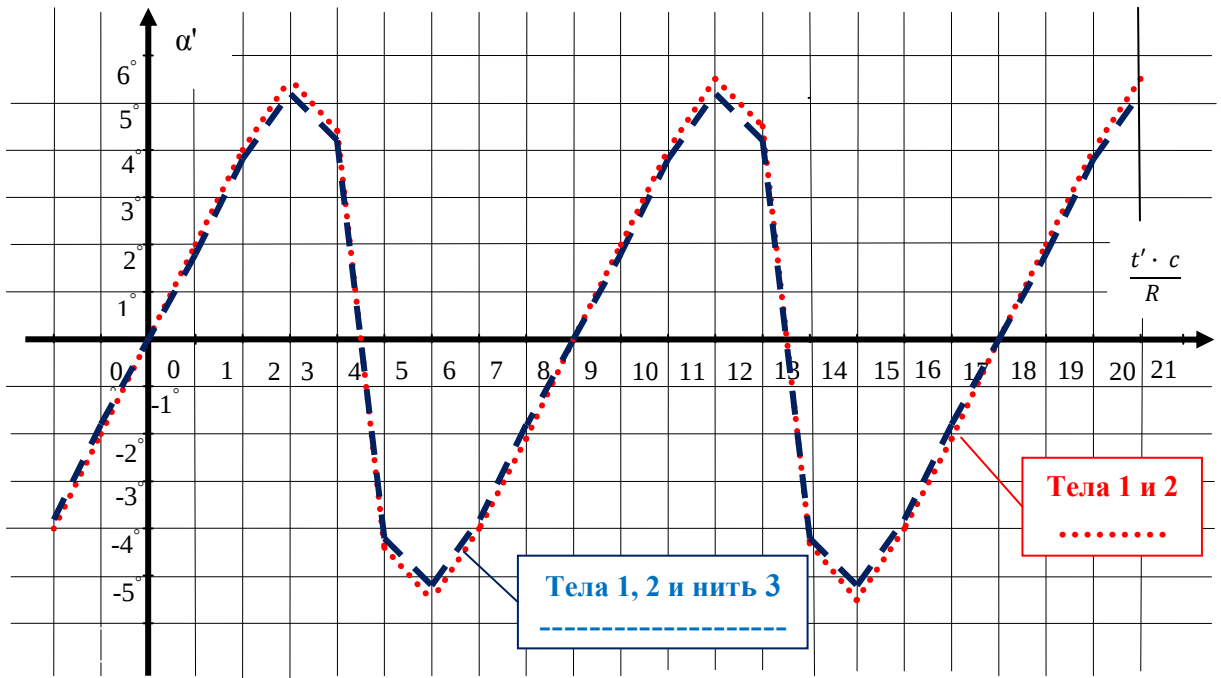


Рис.5

- график зависимости кинетической энергии E' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.6;

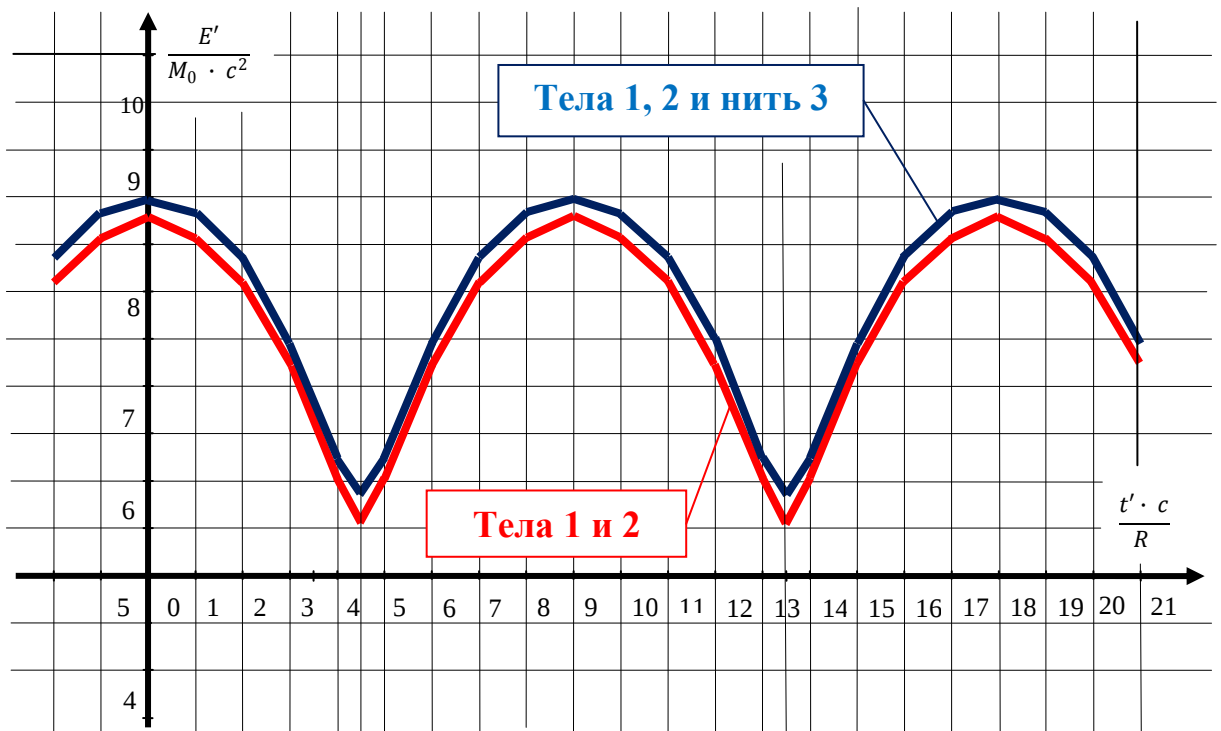


Рис.6

В результате расчета было получено, что использование специальной теории относительности приводит к тому, что в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ замкнутая механическая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет

переменный во времени t' по абсолютной величине и направлению вектор импульса P' и переменное во времени t' значение кинетической энергии E' (т.е. кинетическая энергия E' и импульс P' этой замкнутой системы являются функциями времени t'), что противоречит закону сохранения импульса и закону сохранения энергии (если верно предположение, что если в одной инерциальной системе отсчета у замкнутой механической системы и ее составляющих не происходит изменение величины потенциальной энергии, то и в любой другой инерциальной системе отсчета у этой же замкнутой механической системы и ее составляющих не будет происходить изменение величины потенциальной энергии).

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса и закона сохранения энергии (т.к. в замкнутой механической системе происходит изменение величины кинетической энергии без изменения величины потенциальной энергии).

5. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).

Автор

В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: <http://www.matphysics.ru> .

**Специальная теория относительности:
условия выполнения законов сохранения
импульса и энергии**

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации
объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
<http://www.matphysics.ru>

В статье делается попытка показать, что использование законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы может позволить теоретически проверить справедливость специальной теории относительности.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

- 1. Введение (2).**
- 2. Описание замкнутой механической системы тел (2).**
- 3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы (7).**
- 4. Момент времени t'_p (9).**
- 5. Момент времени t'_h (11).**
- 6. Проверка выполнения закона сохранения импульса (14).**
- 7. Проверка выполнения закона сохранения энергии (17).**

8. Заключение (18).

Список литературы (18).

1. Введение

Как показано в [1] на примере замкнутой механической системы тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, применение специальной теории относительности может привести к тому, что в инерциальной системе отсчета импульс и энергия замкнутой механической системы станут переменными по времени величинами.

С целью определения условий, при которых при использовании специальной теории относительности будут выполняться законы сохранения импульса и энергии, предлагается:

- рассмотреть замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых будет носить постоянный характер;
- выбрать две инерциальные системы отсчета подвижную и неподвижную относительно центра масс этой замкнутой системы тел;
- выбрать два момента времени в подвижной системе отсчета;
- с помощью преобразования Лоренца и преобразования скоростей определить координаты положение тел этой замкнутой системы и их скорости в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета;
- определить значения импульсов и кинетических энергии тел в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета, используя зависимости импульса и кинетической энергии тела от скорости;
- записать законы сохранения импульса и энергии для этой замкнутой системы тел для двух выбранных моментов времени в подвижной системе отсчета и определить условия их выполнения.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

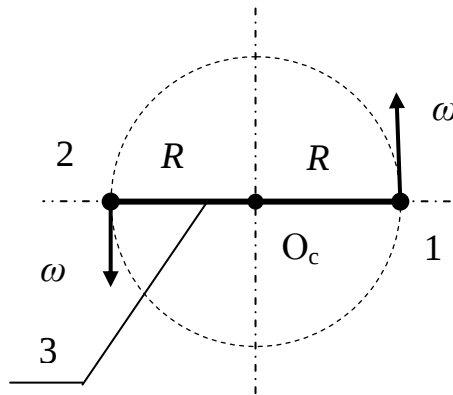


Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, массой которой из-за ее малости можно пренебречь.

Тела 1 и 2 (и нить 3) вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O_c .

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O_c равно R .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в инерциальную систему отсчета $Oxuz$ таким образом, чтобы точка O_c была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O , а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелки в плоскости Oxy , как показано на рис.2.

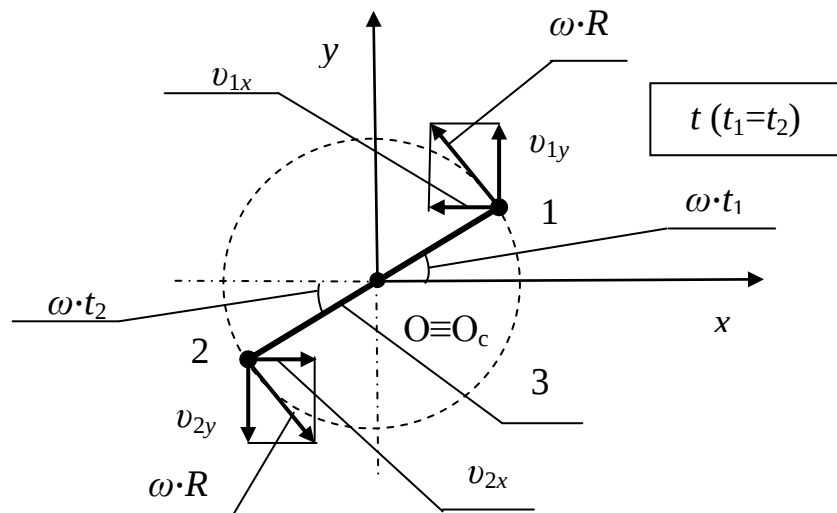


Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($t=0$) в системе отсчета $Oxyz$ тела 1 и 2 находились на оси Ox , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета $Oxyz$:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции v_{1x} и v_{1y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_1 :

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \quad (1)$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \quad (2)$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \quad (3)$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \quad (4)$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции v_{2x} и v_{2y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_2 :

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (5)$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (6)$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (7)$$

$$v_{2y} = -[\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (8)$$

Введем еще одну инерциальную системы отсчета $O'x'y'z'$, показанную на рис.3.

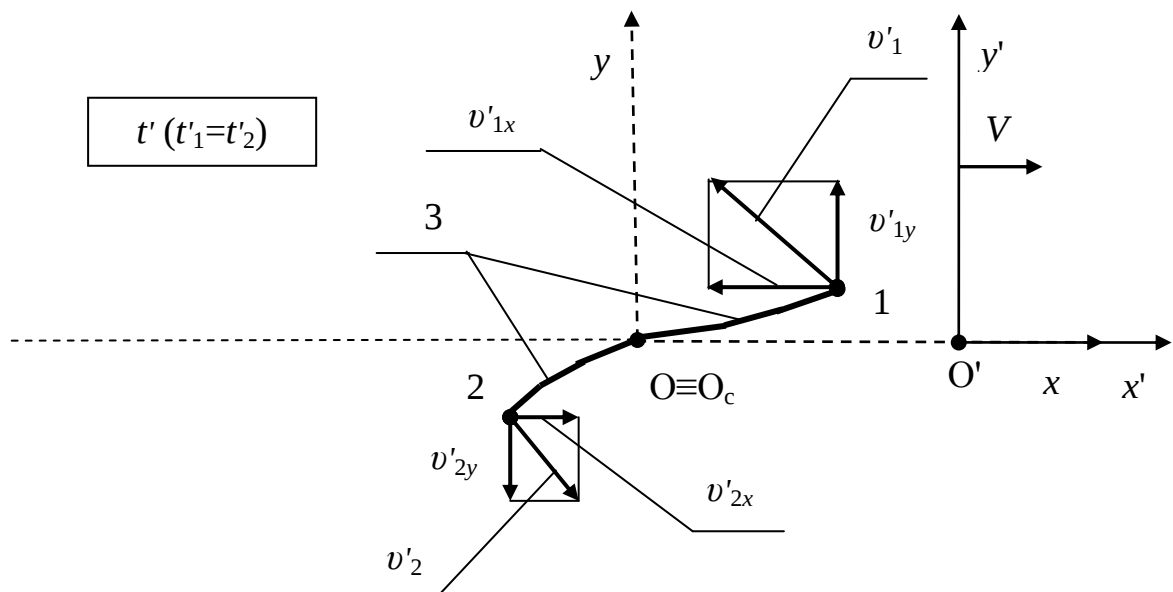


Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета $Oxyz$ и $O'x'y'z'$:

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $O'x'y'z'$ движется относительно системы $Oxyz$ с постоянной скоростью V вдоль оси Ox ;

- в качестве начала отсчета времени ($t=0$ и $t'=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [2] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t' , равный t'_1 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (9)$$

$$y'_1 = y_1 \quad (10)$$

где: c – постоянная величина в преобразованиях Лоренца (согласно предположению c равна скорости света в вакууме),

- связь между моментом времени t'_1 (события с телом 1) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_1 (того же события с телом 1) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (11)$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси Ox и Oy скорости движения v_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = - \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (13)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_1 &= v'^2_{x1} + v'^2_{y1} = \\ &= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (14) \end{aligned}$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t' , равный t'_2 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \quad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 (события с телом 2) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_2 (того же события с телом 2) в системе отсчета $Oxyz$, соответствующим моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости движения v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси Ox и Oy скорости движения v_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = - \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (19)$$

причем:

$$\begin{aligned} v'^2_2 &= v'^2_{x2} + v'^2_{y2} = \\ &= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (20) \end{aligned}$$

3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы

Зная зависимости импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости движения [2] и используя формулы (12)-(14) и (18-20), можем записать следующие формулы:

- формулы для импульса P'_1 тела 1 и его проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета $Oxyz$:

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (21)$$

$$P'_{y1} = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (22)$$

$$P'^2_1 = \left(\frac{v'_1 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} \right)^2 = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \quad (23)$$

- формулы для кинетической энергии E'_1 тела 1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета $Oxyz$:

$$\begin{aligned}
E'_1 &= M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} - 1 \right) = \\
&= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} \quad (24)
\end{aligned}$$

- формулы для импульса P'_2 тела 2 и его проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета $Oxyz$:

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{ [\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V \}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (25)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (26)$$

$$P'^2_2 = \left(\frac{v'_2 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} \right)^2 = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{ 1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2} \right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)} - 1 \right] \quad (27)$$

- формулы для кинетической энергии E'_2 тела 2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета $Oxyz$:

$$\begin{aligned}
E'_2 &= M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} - 1 \right) = \\
&= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} \quad (28)
\end{aligned}$$

Для определения величин импульса и кинетической энергии системы тел 1 и 2 (и нити 3) в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'

необходимо, чтобы моменты времени t'_1 и t'_2 (формулы (11) и (17)) были равны между собой и равны t' , т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (29)$$

Учитывая, что система отсчета $O'x'y'z'$ является инерциальной, можно записать следующие формулы для кинетической энергии E' и проекций P'_x и P'_y на оси $O'x'$ и $O'y'$ импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 (и нити 3), для момента времени t' в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} \quad (30)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} \quad (31)$$

$$P'^2 = P'^2_x + P'^2_y \quad (32)$$

$$E' = E'_1 + E'_2 \quad (33)$$

4. Момент времени t'_p

В инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в качестве первого момента времени можно выбрать момент времени t' , равный t'_p .

Допустим, что положению тела 1 в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , равный t'_p , будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , равный t_{1p} :

$$t_{1p} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (34)$$

Тогда положению тела 2 в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , равный t'_p , будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , равный t_{2p} .

Величину момента времени t_{2p} можно определить из уравнения (29):

$$t_{1p} - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{1p})}{c^2} = t_{2p} + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{2p})}{c^2} \quad (35)$$

С учетом уравнения (34) формула (35) примет вид:

$$\frac{c^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - (\omega \cdot t_{2p}) \right]}{V \cdot R \cdot \omega} = \cos(\omega \cdot t_{2p}) \quad (36)$$

Используя графический метод решения уравнений [3], можно получить, что в уравнении (36) момент времени t_{2p} равен:

$$t_{2p} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (37)$$

Т.е., исходя из формул (34) и (37) в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_p тела 1 и 2 будут находиться на линии, параллельной оси $O'y'$.

Используя формулы (34), (37), (12)-(14) и (18)-(20) можно записать значения проекций v'_{x1p} и v'_{y1p} скорости движения v'_{1p} тела 1 и проекций v'_{x2p} и v'_{y2p} скорости движения v'_{2p} тела 2 в момент времени t'_p в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x1p} = - \frac{V + (\omega \cdot R)}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \quad (38)$$

$$v'_{y1p} = 0 \quad (39)$$

$$v'_{1p}{}^2 = \left[\frac{V + (\omega \cdot R)}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \right]^2 \quad (40)$$

$$v'_{x2p} = \frac{\omega \cdot R - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \quad (41)$$

$$v'_{y2p} = 0 \quad (42)$$

$$v'_{2p}{}^2 = \left[\frac{\omega \cdot R - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \right]^2 \quad (43)$$

Вставив формулы (34), (37) в уравнения (21)-(23) и (25)-(27) получим значения проекций P'_{x1p} и P'_{y1p} импульса P'_{1p} тела 1 и проекций P'_{x2p} и P'_{y2p} импульса P'_{2p} тела 2 в момент времени t'_p в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_{x1p} = - \frac{M_0 \cdot \{ V + [\omega \cdot R] \}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (44)$$

$$P'_{y1p} = 0 \quad (45)$$

$$P'^2_{1p} = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \quad (46)$$

$$P'_{x2p} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (47)$$

$$P'_{y2p} = 0 \quad (48)$$

$$P'^2_{2p} = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \quad (49)$$

А вставив формулы (34), (37) в уравнения (24) и (28) можно получить значения кинетической энергии E'_{1p} тела 1 и кинетической энергии E'_{2p} тела 2 в момент времени t'_p в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$E'_{1p} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (50)$$

$$E'_{2p} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (51)$$

5. Момент времени t'_h

В инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в качестве второго момента времени можно выбрать момент времени t' , равный t'_h .

Допустим, что положению тела 1 в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , равный t'_h , будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , равный t_{1h} :

$$t_{1h} = 0 \quad (52)$$

Тогда положению тела 2 в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , равный t'_h , будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , равный t_{2h} .

Величину момента времени t_{2h} можно определить из уравнения (29):

$$\frac{c^2 \cdot \omega \cdot t_{2h}}{V \cdot R \cdot \omega} = -1 - \cos(\omega \cdot t_{2h}) \quad (53)$$

Как видно из уравнения (53), значение момента времени t_{2h} должно быть меньше 0.

Т.е., исходя из формул (52) и (53) в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_h тело 1 будут находиться на оси $O'x'$, а тело 2 на оси $O'x'$ находиться не может.

Используя формулы (52) и (12)-(14) можно получить значения проекций v'_{x1h} и v'_{y1h} скорости движения v'_{1h} тела 1 в момент времени t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$v'_{x1h} = -V \quad (54)$$

$$v'_{y1h} = \omega \cdot R \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad (55)$$

$$v'^2_{1h} = \left\{ 1 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right) \right] \right\} \cdot c^2 \quad (56)$$

Вставив формулу (52) в уравнения (21)-(23) можно записать значения проекций P'_{x1h} и P'_{y1h} импульса P'_{1h} тела 1 в момент времени t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_{x1h} = - \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (57)$$

$$P'_{y1h} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (58)$$

$$P'^2_{1h} = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)} - 1 \right] \quad (59)$$

Вставив формулу (52) в уравнение (24) получим значение кинетической энергии E'_{1h} тела 1 в момент времени t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$E'_{1h} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (60)$$

Предположим, что тело 2 в момент времени t_{2h} в системе отсчета Охуз имеет проекции v_{x2h} и v_{y2h} скорости движения v_{2h} , причем как следует из формул (7) и (8):

$$v_{2h}^2 = v_{x2h}^2 + v_{y2h}^2 = \omega^2 \cdot R^2 \quad (61)$$

Тогда, исходя из формул (18)-(20), значения проекций v'_{x2h} и v'_{y2h} скорости движения v'_{2h} тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета О'х'у'z' будут определяться как:

$$v'_{x2h} = \frac{v_{x2h} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}} \quad (62)$$

$$v'_{y2h} = \frac{v_{y2h} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}} \quad (63)$$

$$v'_{2h}^2 = v'_{x2h}^2 + v'_{y2h}^2 = \frac{(v_{x2h} - V)^2 + \left[v_{y2h}^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \right]}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}\right)^2} \quad (64)$$

Вставив формулы (62)-(64) в уравнения (25)-(27) с учетом формулы (61) можно получить значения проекций P'_{x2h} и P'_{y2h} импульса P'_{2h} тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета О'х'у'z':

$$P'_{x2h} = \frac{v'_{x2h} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2h}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot (v_{x2h} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (65)$$

$$P'_{y2h} = \frac{v'_{y2h} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2h}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot v_{y2h}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (66)$$

$$P'_{2h}^2 = \left(\frac{v'_{2h} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2h}^2}{c^2}}} \right)^2 = \frac{M_0^2 \cdot \left\{ (v_{x2h} - V)^2 + \left[v_{y2h}^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \right] \right\}}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} \quad (67)$$

Вставив формулу (64) в уравнение (28) с учетом формулы (61) можно записать значение кинетической энергии E'_{2h} тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$E'_{2h} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2h}}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \quad (68)$$

6. Проверка выполнения закона сохранения импульса

Закон сохранения импульса замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства – однородностью пространства [2], утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t'_p и t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$ следующие уравнения:

$$P'_{x1p} + P'_{x2p} = P'_{x1h} + P'_{x2h} \quad (69)$$

$$P'_{y1p} + P'_{y2p} = P'_{y1h} + P'_{y2h} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} & (P'_{x1p} + P'_{x2p})^2 + (P'_{y1p} + P'_{y2p})^2 = \\ & = (P'_{x1h} + P'_{x2h})^2 + (P'_{y1h} + P'_{y2h})^2 \end{aligned} \quad (71)$$

Вставив в уравнение (69) формулы (44), (47), (57) и (65) получим:

$$\begin{aligned}
& - \frac{M_0 \cdot \{V + [\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} = \\
& = - \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot (v_{x2h} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (72)
\end{aligned}$$

или:

$$- \{V + [\omega \cdot R]\} + \{[\omega \cdot R] - V\} = -V + (v_{x2h} - V) \quad (73)$$

Из уравнения (73) следует, что:

$$v_{x2h} = 0 \quad (74)$$

Далее вставив в уравнение (70) формулы (45), (48), (58) и (66) получим:

$$0 + 0 = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{y2h}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (75)$$

Из уравнения (75) следует, что:

$$v_{y2h} = -(\omega \cdot R) \quad (76)$$

А если вставить в уравнение (71) формулы (44), (45), (47), (48), (57), (58), (65), (66) и используя (76) получим:

$$\begin{aligned}
& \left(- \frac{M_0 \cdot \{V + [\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \right)^2 + 0 = \\
& = \left(- \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot (v_{x2h} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \right)^2 \\
& + \left(\frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{y2h}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \right)^2 \quad (77)
\end{aligned}$$

или:

$$\begin{aligned}
& [-V - (\omega \cdot R) + (\omega \cdot R) - V]^2 = \\
& = [-V + v_{x2h} - V]^2 + \left[(\omega \cdot R + v_{y2h}) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right]^2 \quad (78)
\end{aligned}$$

Из уравнения (78) следует, что:

$$v_{y2h} = -(\omega \cdot R) + \frac{\sqrt{4V^2 - (v_{x2h} - 2V)^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (79)$$

$$v_{x2h} = 2V - \sqrt{4V^2 - \left[(\omega \cdot R + v_{y2h}) \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right]^2} \quad (80)$$

Уравнения (74) и (76) являются необходимыми условиями (значениями проекций скоростей v'_{x2h} и v'_{y2h}), при которых в рассматриваемом примере будет выполняться закон сохранения импульса в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$.

Подставив условия (74) и (76) в уравнения (7) и (8), получим:

$$t_{2h} = 0 \quad (81)$$

А подставив уравнения (52) и (81) в формулу (29) или (53):

$$0 = \frac{V \cdot R}{c^2} \cdot [1 + 1] \quad (82)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ для рассматриваемого примера:

$$0 = \frac{1}{c^2} \quad (83)$$

Но т.к. величина скорости света c не равна бесконечности, поэтому условие (83) не выполнимо при использовании специальной теории относительности, и следовательно в данном случае закон сохранения импульса выполнен быть не может.

Также возможно, что сделанное предположение, что постоянная величина c в преобразованиях Лоренца является скоростью света, не верно.

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета

O'x'y'z' применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса.

7. Проверка выполнения закона сохранения энергии

Закон сохранения энергии замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства и времени – однородностью времени [2], утверждает, что энергия замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина энергии замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

До начала рассмотрения сделаем предположение, что если в одной инерциальной системе отсчета у замкнутой механической системы и ее составляющих не происходит изменение величин потенциальной энергии, то и в любой другой инерциальной системе отсчета у этой же замкнутой механической системы и ее составляющих не будет происходить изменение величин потенциальной энергии.

С учетом сделанного предположения и в связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения энергии позволяет записать для моментов времени t'_p и t'_h в системе отсчета O'x'y'z' следующее уравнение:

$$E'_{1p} + E'_{2p} = E'_{1h} + P'_{x2h} \quad (84)$$

Вставив в уравнение (84) формулы (50), (51), (60) и (68) получим:

$$M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& +M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} = \\
& = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} + \\
& +M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}\right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \quad (85)
\end{aligned}$$

или:

$$\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right] + \left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right] = 1 + \left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}\right] \quad (86)$$

Из уравнения (86) следует, что:

$$v_{x2h} = 0 \quad (74)$$

В итоге здесь также, как и при проверке выполнения закона сохранения импульса, можно сделать следующий вывод: в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения энергии (т.к. в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в замкнутой механической системе происходит только изменение величин кинетических энергий без изменения величин потенциальных энергий).

8. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Cochetkov V.N., Special Relativity: Depending on the Definition of the Momentum of a Closed System of Bodies from Time, Journal of Vectorial Relativity (JVR) 6 (2011) 1 65-76.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, Наука, Москва (1986).

Автор

В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: <http://www.matphysics.ru> .

**Специальная теория относительности:
условие выполнения законов сохранения
импульса и энергии**

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации
объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
<http://www.matphysics.ru>

В статье показывается, что использование законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы может позволить теоретически проверить справедливость специальной теории относительности.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

- 1. Введение (2).**
- 2. Описание замкнутой механической системы тел (2).**
- 3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы (7).**
- 4. Момент времени t'_p (8).**
- 5. Момент времени t'_h (10).**
- 6. Проверка выполнения закона сохранения импульса (12).**
- 7. Проверка выполнения закона сохранения энергии (14).**

8. Заключение (15).

Список литературы (16).

1. Введение

Как показано в [1] на примере замкнутой механической системы тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, применение специальной теории относительности может привести к тому, что в инерциальной системе отсчета импульс и энергия замкнутой механической системы станут переменными по времени величинами.

С целью определения условий, при которых использование специальной теории относительности обеспечит выполнение законов сохранения импульса и энергии, предлагается:

- рассмотреть замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых будет носить постоянный характер;
- выбрать две инерциальные системы отсчета подвижную и неподвижную относительно центра масс этой замкнутой системы тел;
- выбрать два момента времени в подвижной системе отсчета;
- с помощью преобразования Лоренца и преобразования скоростей определить координаты положение тел этой замкнутой системы и их скорости в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета;
- определить значения импульсов и кинетических энергии тел в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета, используя зависимости импульса и кинетической энергии тела от скорости;
- записать законы сохранения импульса и энергии для этой замкнутой системы тел для двух выбранных моментов времени в подвижной системе отсчета и определить условия их выполнения.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

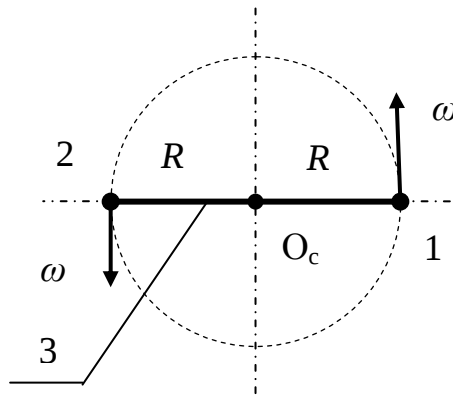


Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, массой которой из-за ее малости можно пренебречь, и вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O_c .

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O_c равно R .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в неподвижную (инерциальную) систему отсчета $Oxuz$ таким образом, чтобы точка O_c была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O , а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелки в плоскости Oxy , как показано на рис.2.

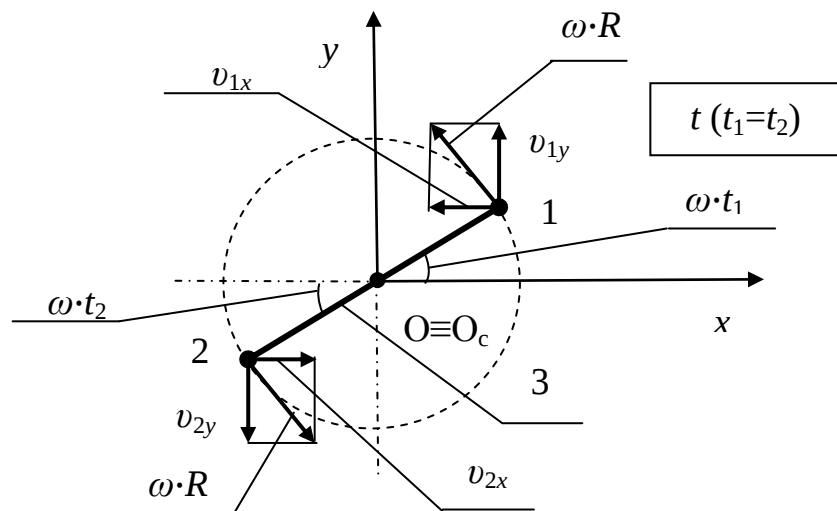


Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($t=0$) в системе отсчета $Oxyz$ тела 1 и 2 находились на оси Ox , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета $Oxyz$:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции v_{1x} и v_{1y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_1 :

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \quad (1)$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \quad (2)$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \quad (3)$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \quad (4)$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции v_{2x} и v_{2y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t , равного t_2 :

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (5)$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (6)$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (7)$$

$$v_{2y} = -[\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (8)$$

Введем еще одну подвижную инерциальную системы отсчета $O'x'y'z'$, показанную на рис.3.

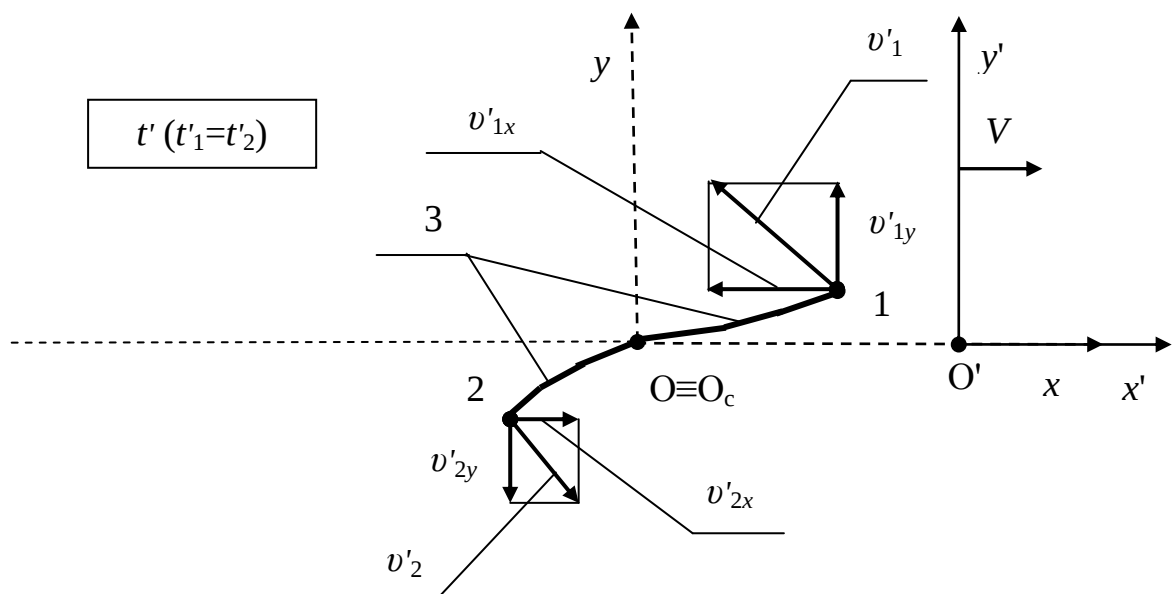


Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета $Oxyz$ и $O'x'y'z'$:

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система отсчета $O'x'y'z'$ движется относительно системы отсчета $Oxyz$ с постоянной скоростью V вдоль оси Ox ;

- в качестве начала отсчета времени ($t=0$ и $t'=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [2] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t' , равный t'_1 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (9)$$

$$y'_1 = y_1 \quad (10)$$

где: c – постоянная величина в преобразованиях Лоренца (согласно предположению c равна скорости света в вакууме),

- связь между моментом времени t'_1 (события с телом 1) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_1 (того же события с телом 1) в системе отсчета $Oxyz$:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (11)$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси Ox и Oy скорости v_1 тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 :

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = - \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (13)$$

причем:

$$\begin{aligned} v_1'^2 &= v_{x1}'^2 + v_{y1}'^2 = \\ &= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (14) \end{aligned}$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t' , равный t'_2 , в системе отсчета $O'x'y'z'$ и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \quad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 (события с телом 2) в системе отсчета $O'x'y'z'$ и моментом времени t_2 (того же события с телом 2) в системе отсчета $Oxyz$:

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ скорости v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси Ox и Oy скорости v_2 тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 :

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = - \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (19)$$

причем:

$$v'_2{}^2 = v'_{x2}{}^2 + v'_{y2}{}^2 =$$

$$= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (20)$$

3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы

Зная зависимости импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости движения [2] и используя формулы (12)-(14) и (18-20), можем записать:

- формулы для проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси $O'x'$ и $O'y'$ импульса P'_1 и кинетической энергии E'_1 тела 1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета $Oxyz$:

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (21)$$

$$P'_{y1} = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (22)$$

$$E'_1 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_1}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (23)$$

- формулы для проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси $O'x'$ и $O'y'$ импульса P'_2 и кинетической энергии E'_2 тела 2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета $Oxyz$:

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (24)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (25)$$

$$E'_2 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} \quad (26)$$

Для определения величин импульса и кинетической энергии системы тел 1 и 2 (и нити 3) в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t' необходимо, чтобы моменты времени t'_1 и t'_2 (формулы (11) и (17)) были равны между собой и равны t' , т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (27)$$

Учитывая, что система отсчета O'x'y'z' является инерциальной, можно записать следующие формулы для кинетической энергии E' и проекций P'_x и P'_y на оси O'x' и O'y' импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 (и нити 3), для момента времени t' в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} \quad (28)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} \quad (29)$$

$$E' = E'_1 + E'_2 \quad (30)$$

4. Момент времени t'_p

В инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в качестве первого момента

времени можно выбрать момент времени t' , равный t'_p .

Допустим, что положению тела 1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , равный t'_p , будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , равный t_{1p} :

$$t_{1p} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (31)$$

Тогда положению тела 2 в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , равный t'_p , будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , равный t_{2p} .

Величину момента времени t_{2p} можно определить из уравнения (27):

$$t_{1p} - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{1p})}{c^2} = t_{2p} + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{2p})}{c^2} \quad (32)$$

С учетом уравнения (31) формула (32) примет вид:

$$\frac{c^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - (\omega \cdot t_{2p}) \right]}{V \cdot R \cdot \omega} = \cos(\omega \cdot t_{2p}) \quad (33)$$

Используя графический метод решения уравнений [3], можно получить, что в уравнении (33) момент времени t_{2p} равен:

$$t_{2p} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (34)$$

Из формул (31) и (34) следует, что в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_p тела 1 и 2 будут находиться на линии, параллельной оси $O'y'$.

Вставив формулы (31), (34) в уравнения (21)-(26) получим значения проекций P'_{x1p} и P'_{y1p} импульса P'_{1p} и кинетической энергии E'_{1p} тела 1 и проекций P'_{x2p} и P'_{y2p} импульса P'_{2p} и кинетической энергии E'_{2p} тела 2 в момент времени t'_p в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_{x1p} = - \frac{M_0 \cdot \{ V + [\omega \cdot R] \}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (35)$$

$$P'_{y1p} = 0 \quad (36)$$

$$E'_{1p} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} \quad (37)$$

$$P'_{x2p} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (38)$$

$$P'_{y2p} = 0 \quad (39)$$

$$E'_{2p} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (40)$$

5. Момент времени t'_h

В инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в качестве второго момента времени можно выбрать момент времени t' , равный t'_h .

Допустим, что положению тела 1 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_1 , равный t'_h , будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_1 , равный t_{1h} :

$$t_{1h} = 0 \quad (41)$$

Тогда положению тела 2 в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_2 , равный t'_h , будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета $Oxyz$ в момент времени t_2 , равный t_{2h} .

Используя формулу (41), величину момента времени t_{2h} можно определить из уравнения (27):

$$\frac{c^2 \cdot \omega \cdot t_{2h}}{V \cdot R \cdot \omega} = -1 - \cos(\omega \cdot t_{2h}) \quad (42)$$

Как видно из формулы (42), значение момента времени t_{2h} должно быть меньше 0.

Из формул (41) и (42) следует, что в системе отсчета $O'x'y'z'$ в момент времени t'_h тело 1 будут находиться на оси $O'x'$, а тело 2 на оси $O'x'$ находиться не может.

Вставив формулу (41) в уравнения (21)-(23) можно записать значения проекций P'_{x1h} и P'_{y1h} импульса P'_{1h} и кинетической энергии E'_{1h} тела 1 в момент времени t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$:

$$P'_{x1h} = - \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (43)$$

$$P'_{y1h} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (44)$$

$$E'_{1h} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \quad (45)$$

Предположим, что тело 2 в момент времени t_{2h} в системе отсчета Охуз имеет проекции v_{x2h} и v_{y2h} скорости v_{2h} , причем как следует из формул (7) и (8):

$$v_{2h}^2 = v_{x2h}^2 + v_{y2h}^2 = \omega^2 \cdot R^2 \quad (46)$$

Тогда, исходя из формул (18)-(20), значения проекций v'_{x2h} и v'_{y2h} скорости v'_{2h} тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета О'х'у'z' будут определяться как:

$$v'_{x2h} = \frac{v_{x2h} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}} \quad (47)$$

$$v'_{y2h} = \frac{v_{y2h} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}} \quad (48)$$

$$v'_{2h}^2 = v'_{x2h}^2 + v'_{y2h}^2 = \frac{(v_{x2h} - V)^2 + \left[v_{y2h}^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \right]}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2}\right)^2} \quad (49)$$

Вставив формулы (47)-(49) в уравнения (24)-(26) с учетом формулы (46) можно получить значения проекций P'_{x2h} и P'_{y2h} импульса P'_{2h} и кинетической энергии E'_{2h} тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета О'х'у'z':

$$P'_{x2h} = \frac{v'_{x2h} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2h}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot (v_{x2h} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (50)$$

$$P'_{y2h} = \frac{v'_{y2h} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2h}}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot v_{y2h}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (51)$$

$$E'_{2h} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2_{2h}}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \quad (52)$$

6. Проверка выполнения закона сохранения импульса

Закон сохранения импульса замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства – однородностью пространства [2], утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t'_p и t'_h в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ следующие уравнения:

$$P'_{x1p} + P'_{x2p} = P'_{x1h} + P'_{x2h} \quad (53)$$

$$P'_{y1p} + P'_{y2p} = P'_{y1h} + P'_{y2h} \quad (54)$$

Вставив в уравнение (53) формулы (35), (38), (43) и (50) получим:

$$\begin{aligned}
& - \frac{M_0 \cdot \{V + [\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} = \\
& = - \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot (v_{x2h} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (55)
\end{aligned}$$

или:

$$- \{V + [\omega \cdot R]\} + \{[\omega \cdot R] - V\} = -V + (v_{x2h} - V) \quad (56)$$

Из уравнения (56) следует, что:

$$v_{x2h} = 0 \quad (57)$$

Далее вставив в уравнение (54) формулы (36), (39), (44) и (51) получим:

$$0 + 0 = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{y2h}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (58)$$

Из уравнения (58) следует, что:

$$v_{y2h} = -(\omega \cdot R) \quad (59)$$

Уравнения (57) и (59) являются необходимыми условиями (значениями проекций скоростей v'_{x2h} и v'_{y2h}), при которых в рассматриваемом примере будет выполняться закон сохранения импульса в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$.

Подставив условия (57) и (59) в уравнения (7) и (8), получим:

$$t_{2h} = 0 \quad (60)$$

А подставив уравнения (41) и (60) в формулу (27) или (42):

$$0 = \frac{V \cdot R}{c^2} \cdot [1 + 1] \quad (61)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ для рассматриваемого примера:

$$0 = \frac{1}{c^2} \quad (62)$$

Но т.к. величина скорости света c не равна бесконечности, поэтому условие (62) не выполнимо при использовании специальной теории

относительности, и следовательно в данном случае закон сохранения импульса быть не может выполнен.

Возможно, что предположение о том, что постоянная величина c в преобразованиях Лоренца является скоростью света, неверно.

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса.

7. Проверка выполнения закона сохранения энергии

Закон сохранения энергии замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства и времени – однородностью времени [2], утверждает, что энергия замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина энергии замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

До начала рассмотрения сделаем предположение, что если в одной инерциальной системе отсчета у замкнутой механической системы и ее составляющих не происходит изменение величин потенциальных энергий, то и в любой другой инерциальной системе отсчета у этой же замкнутой механической системы и ее составляющих не будет происходить изменение величин потенциальных энергий.

С учетом сделанного предположения и в связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения энергии позволяет записать для моментов времени t'_p и t'_h в системе отсчета $O'x'y'z'$ следующее уравнение:

$$E'_{1p} + E'_{2p} = E'_{1h} + P'_{x2h} \quad (63)$$

Вставив в уравнение (63) формулы (37), (40), (45) и (52) получим:

$$\begin{aligned}
& M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} + \\
& + M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} = \\
& = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2} \right)}} - 1 \right\} + \\
& + M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \quad (64)
\end{aligned}$$

или:

$$\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right] + \left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2} \right] = 1 + \left[1 - \frac{V \cdot v_{x2h}}{c^2} \right] \quad (65)$$

Из уравнения (65) следует, что:

$$v_{x2h} = 0 \quad (57)$$

В итоге здесь также, как и при проверке выполнения закона сохранения импульса, можно сделать следующий вывод: в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения энергии (если верно предположение, что в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ в замкнутой механической системе происходит только изменение величин кинетических энергий без изменения величин потенциальных энергий).

8. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может

привести к невыполнению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Cochetkov V.N., Special Relativity: Depending on the Definition of the Momentum of a Closed System of Bodies from Time, Journal of Vectorial Relativity (JVR) 6 (2011) 1 65-76.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, Наука, Москва (1986).

Автор

В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: <http://www.matphysics.ru> .

Специальная теория относительности: критические замечания

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации
объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
<http://www.matphysics.ru>

1. Введение.

Для начала мне бы хотелось сказать несколько слов об истории создания специальной теории относительности (СТО).

В конце XIX столетия между двумя разделами физики - механикой и электродинамикой - возникли серьезные противоречия.

С одной стороны, в классической механике использовался принцип относительности Галилея, утверждавший полное равноправие систем отсчета, движущихся относительно друг друга прямолинейно и равномерно.

А с другой стороны, в электродинамике движение частиц и поля описывалось в абсолютной системе отсчета, координаты которой были жестко связаны с эфиром.

Под эфиром понималась среда, заполняющая мировое пространство, и в которой происходят все физические процессы, в т.ч. электромагнитные колебания.

В то время физикам казалось, что для приведения классической механики в соответствие с электродинамикой необходимо только подтвердить существование эфирного ветра.

С целью определения величины эфирного ветра в 1881, 1886 - 1887 годах А. Майкельсоном и Э. Моли были проведены эксперименты.

Но эксперименты дали отрицательный результат: эфирный ветер зарегистрирован не был.

В итоге электродинамика с эфирной теорией, казалось надежно подтвержденная опытами, не согласовывалась с классической механикой.

С целью выхода из сложившейся ситуации крупнейшими физиками того времени было сделано следующее:

- в 1881 году английский физик Д. Томсон предположил, что масса M тела, движущегося со скоростью v , будет больше, чем его масса M_0 в состоянии покоя, причем:

$$M = M_0 / [1 - (v^2 / c^2)]^{1/2} \quad (1)$$

где: c - скорость света;

- в 1889 году ирландский физик Д. Фицджеральд предложил зависимость для продольного размера l' тела, имеющего длину l в неподвижном состоянии относительно эфира, от скорости v движения тела относительно эфира:

$$l' = l \cdot [1 - (v^2 / c^2)]^{1/2} \quad (2)$$

- в 1892 году нидерландский физик Х. Лоренц дополнил гипотезу Д. Фицджеральда идеей "местного" времени t' , связанного с "истинным" универсальным временем t преобразованием:

$$t' = t - [(x \cdot v) / c^2] \quad (3)$$

где: v - скорость движения тела при прохождении точки пространства с координатой x ;

а позднее Х. Лоренц видоизменил преобразования Галилея для случая больших скоростей:

$$x' = \beta \cdot (x - V \cdot t) \quad (4)$$

$$x = \beta \cdot (x' + V \cdot t') \quad (5)$$

$$y' = y \quad (6)$$

$$z' = z \quad (7)$$

путем введения "релятивистского" множителя β :

$$\beta = 1 / [1 - (V^2 / c^2)]^{1/2} \quad (8)$$

причем формулы (4)-(7) получили наименование - преобразования Лоренца;

- в 1905 году А. Эйнштейн, взяв из классической механики принцип равноправия всех инерциальных систем отсчета (принцип относительности), а из электродинамики принцип постоянства скорости света, установил, что пространственно-временная связь между инерциальными системами отсчета представляет собой преобразования Лоренца.

СТО существует уже более ста лет, даже несмотря на наличие большого количества ее противников.

Одной из причин живучести СТО - ее простота.

Так вся кинематическая часть СТО строится на четырех простейших уравнениях - преобразованиях Лоренца.

А основанием для СТО служат следующие исходные условия:

- симметрия пространства и времени (пространство - однородно и изотропно, а время – однородно);

- принцип относительности, утверждающий, что в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково, т.е. физические законы независимы (инвариантны) по отношению к выбору инерциальной системы отсчета, а уравнения, выражающие эти законы, имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета;

- принцип инвариантности скорости света, утверждающий, что скорость света в вакууме не зависит от движения источника света, т.е. скорость света одинакова во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчета.

Целью моей статьи является намерение предложить Вам посмотреть на СТО не взглядом ортодокса или противника СТО, а взглядом стороннего наблюдателя, не верящего никому на слово и старающегося опираться

только на те законы или принципы, которые можно считать не подлежащими сомнению.

2. СТО в общем виде

Критическое рассмотрение СТО можно начать с выбора исходных условий.

Симметричность пространства и времени – это область применения теории.

Я думаю, что принцип относительности, тесно связанный с симметрией пространства и времени, вряд ли может вызвать возражение.

А вот в отношении справедливости принципа инвариантности скорости света у некоторых критиков СТО имеются сомнения, связанные в первую очередь с их несогласием с методикой проведения экспериментов по регистрации эфирного ветра (А. Майкельсоном и Э. Моли и др.).

Ну что же, если есть сомнения, а тем более учитывая, что действительная природа света пока неизвестна, может быть стоит попробовать построить СТО в общем виде без использования принципа инвариантности скорости света.

Если в СТО в качестве исходных условий использовать только симметрию пространства и времени и принцип относительности, то пространственно-временная связь между инерциальными системами отсчета будет записана в виде преобразований Лоренца (формулы (4)-(7)), только множитель β , который для отличия назовем коэффициентом пропорциональности β , может определяться из зависимостей:

- для случая, если значение коэффициента пропорциональности β лежит в диапазоне $\beta > 1$:

$$\beta = 1 / [1 - (V^2 / c_1^2)]^{1/2} \quad (9)$$

- для случая, если значение коэффициента пропорциональности β лежит в диапазоне $0 < \beta < 1$:

$$\beta = 1 / [1 + (V^2 / c_2^2)]^{1/2} \quad (10)$$

где: c_1 и c_2 – действительные постоянные величины.

Об указанных диапазонах коэффициента пропорциональности β можно сказать следующее:

- при значениях коэффициента пропорциональности β , лежащих в диапазоне $\beta > 1$, должна существовать такая скорость c_1 движения точки, которая была бы инвариантна в любой инерциальной системе отсчета;
- при значениях коэффициента пропорциональности β , лежащих в диапазоне $0 < \beta < 1$, не может существовать скорость движения точки, инвариантная в любой инерциальной системы отсчета.

В СТО для получения зависимости массы тела от его скорости использовались законы сохранения энергии и импульса при рассмотрении замкнутой механической системы, состоящей из двух тел, испытывающих однократное и ограниченное во времени абсолютно упругое или абсолютно пластичное столкновение, в инерциальных системах отсчета в моменты времени до и после столкновения (также для этой цели применялась и функция Лагранжа).

Думаю, что у Вас не вызывает сомнения законность применения в инерциальных системах отсчета закона сохранения энергии, связанного с однородностью времени, и закона сохранения импульса, связанного с однородностью пространства, замкнутой механической системы.

Поэтому, используя аналогичным образом законы сохранения энергии и импульса, можно получить зависимость массы M движущего со скоростью v тела, имеющего массу покоя M_0 , для случая рассмотрения СТО в общем виде (без использования принципа инвариантности скорости света):

$$M = \gamma \cdot M_0 \quad (11)$$

где коэффициент пропорциональности γ , как и коэффициент пропорциональности β , может определяться из зависимостей:

- для случая, если значение коэффициента пропорциональности γ лежит в диапазоне $\gamma > 1$:

$$\gamma = 1 / [1 - (v^2 / c_1^2)]^{1/2} \quad (12)$$

- для случая, если значение коэффициента пропорциональности γ лежит в диапазоне $0 < \gamma < 1$:

$$\gamma = 1 / [1 + (v^2 / c_2^2)]^{1/2} \quad (13)$$

Для сравнения в таблицах 1 и 2 приведены основные значения массы **М**, импульса **Р** и кинетической энергии **Е** тела в зависимости от величины его скорости **v**:

- для значений коэффициента пропорциональности γ , лежащих в диапазоне $\gamma > 1$:

Таблица 1

Скорость v	Масса М	Импульс Р	Кинетическая энергия Е
$v \ll c_1$	M_0	$M_0 \cdot v$	$(M_0 \cdot v^2)/2$
$v < c_1$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = c_1$	∞	∞	∞
$v > c_1$	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения

- для значений коэффициента пропорциональности γ , лежащих в диапазоне $0 < \gamma < 1$:

Таблица 2

Скорость v	Масса М	Импульс Р	Кинетическая энергия Е
$v \ll c_2$	M_0	$M_0 \cdot v$	$(M_0 \cdot v^2)/2$
$v < c_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = c_2$	$M_0/2^{1/2}$	$(M_0 \cdot c_2)/2^{1/2}$	$M_0 \cdot c_2^2 \cdot (1-1/2^{1/2})$
$v > c_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = \infty$	стремится к нулю	$M_0 \cdot c_2$	$M_0 \cdot c_2^2$

Как видно из таблиц 1 и 2, если не брать во внимание эксперименты А. Майкельсоном и Э. Моли, то оба диапазона возможных значений коэффициента пропорциональности $\gamma > 1$ и $0 < \gamma < 1$ являются равноценными, т.к. оба удовлетворяют граничному условию для малых скоростей.

3. Теоретическая проверка СТО

Прежде чем начать проверку СТО нужно ответить на несколько вопросов.

Первый вопрос: если проводить проверку справедливости СТО, то на какие законы можно опереться?

Я думаю, что в первую очередь, конечно, на законы сохранения импульса и энергии.

Тем более, что они уже применялись при определении зависимости массы тела от скорости.

Законы сохранения импульса и энергии утверждают, что импульс и энергия замкнутой механической системы (на которую не действуют внешние силы) не изменяются с течением времени, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени вектор импульса и величина энергии замкнутой механической системы постоянны (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

Теперь другой вопрос – что рассматривать?

Для определения зависимости массы тела от скорости использовалась замкнутая механическая система тел, взаимодействие которых носило разовый и ограниченный во времени характер, что позволяло выбрать в инерциальных системах отсчета два события: первое события – до начала взаимодействия тел, второе событие - после окончания взаимодействия тел.

Тогда для проверки СТО можно задать законный вопрос.

Обеспечит ли зависимость массы тела от скорости (формула (11)) выполнение законов сохранения импульса и энергии замкнутой системы тел,

у которых взаимодействие носит постоянный по времени характер, в инерциальных системах отсчета?

Чтобы установить это, можно рассмотреть простейший пример.

Допустим, что имеется замкнутая механическая система, состоящая из двух тел 1 и 2, соединенных между собой нитью 3 и имеющих равные массы в состоянии покоя.

В инерциальной системе отсчета **К**, в которой центр масс системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, неподвижен, тела 1 и 2 с нитью 3 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс.

Причем расстояние от тела 1 или тела 2 до центра масс системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, равно **R**.

Я думаю, что у Вас не будет сомнения по поводу того, что для любого момента времени **t** в инерциальной системе отсчета **К** импульс и кинетическая энергия системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, постоянны.

Отсутствие изменения кинетической энергии системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, связано с невозможностью изменения потенциальных энергий у тел 1 и 2 и нити 3 в инерциальной системе отсчета **К**.

Также для рассмотрения возьмем инерциальную систему отсчета **К'**, движущуюся относительно инерциальной системы отсчета **К** с некоторой скоростью **V** в плоскости, параллельной плоскости вращения тел 1 и 2 с нитью 3.

Проведенные цифровые расчеты показывают, что в инерциальной системе отсчета **К'** импульс **P'** и кинетическая энергия **E'** системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, являются функциями времени **t'**, что противоречит законам сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы.

Причем нарушение законов сохранения импульса и энергии имеет место как для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности β и γ лежат в диапазонах $\beta > 1$ и $\gamma > 1$, так и для случая, когда значения

коэффициентов пропорциональности β и γ лежат в диапазонах $0 < \beta < 1$ и $0 < \gamma < 1$.

Для наглядности на рис. 1, рис. 2 и рис. 3 приведены графики изображающие зависимости абсолютной величины $|\mathbf{P}'|$ импульса $\mathbf{P}'$, значения угла α' между направлением вектора импульса $\mathbf{P}'$ и осью $\mathbf{O}'x'$ системы отсчета $\mathbf{K}'$, кинетической энергии $\mathbf{E}'$ механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, в инерциальной системе отсчета $\mathbf{K}'$ в зависимости от величины времени t' для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности β и γ лежат в диапазонах $\beta > 1$ и $\gamma > 1$.

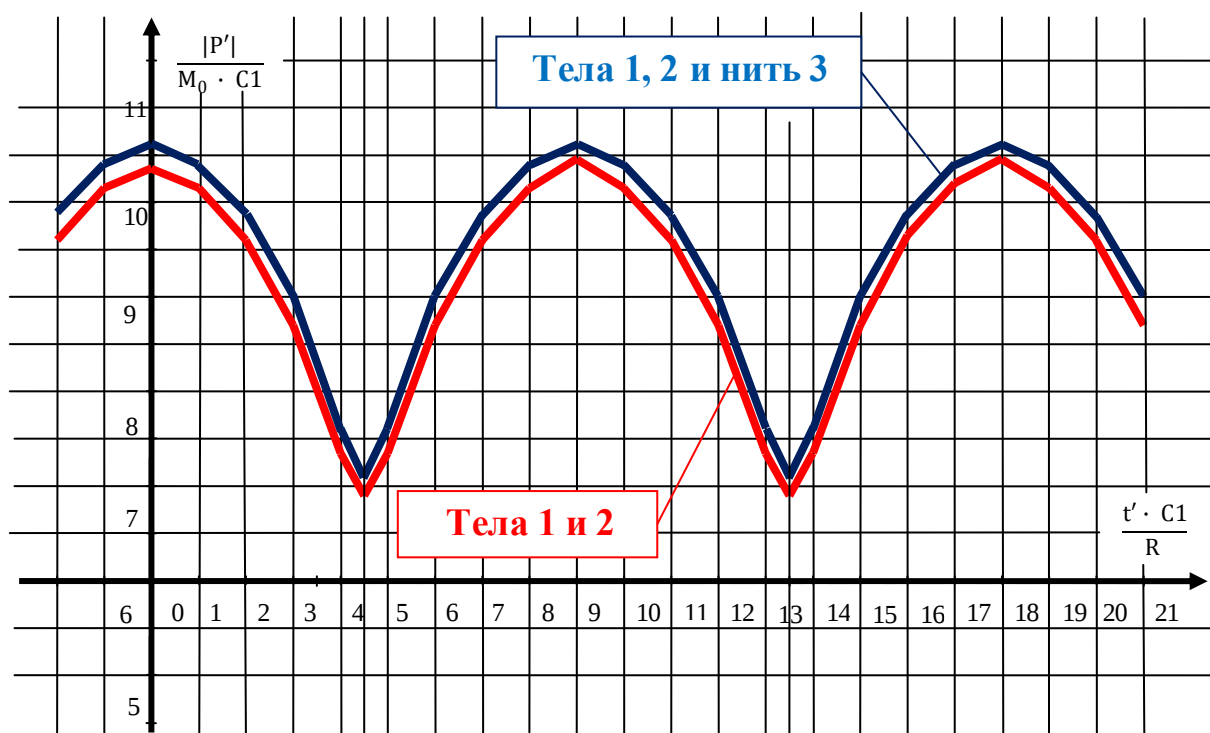


Рис.1

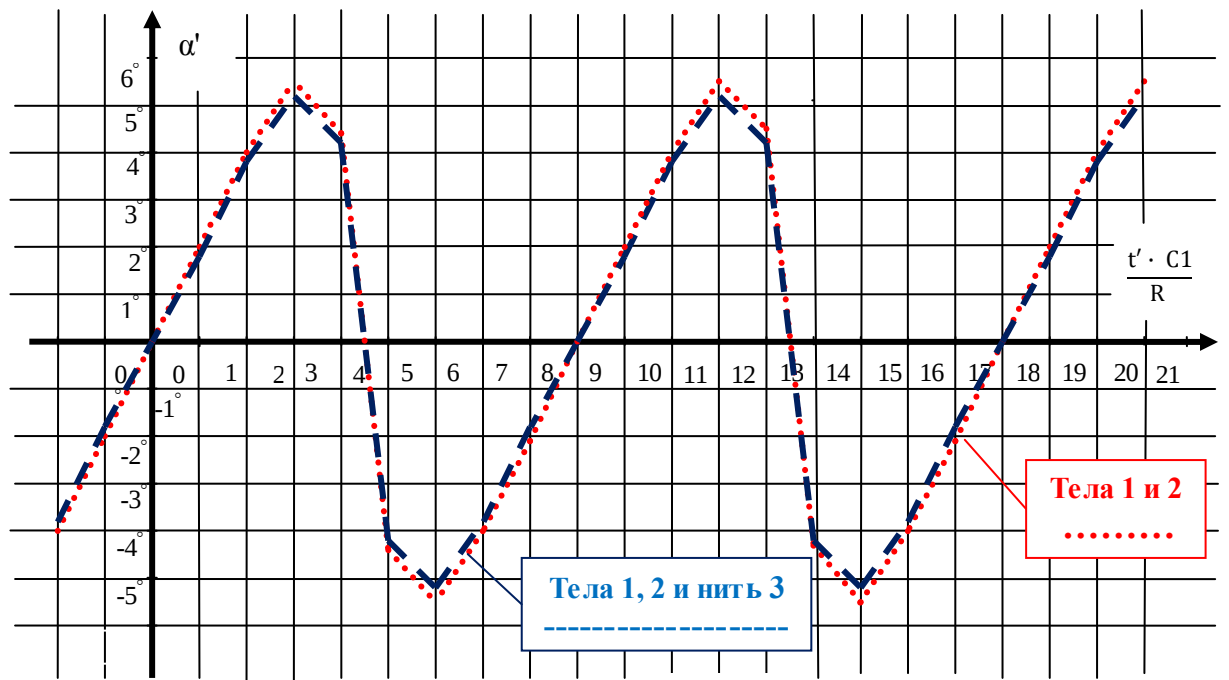


Рис.2

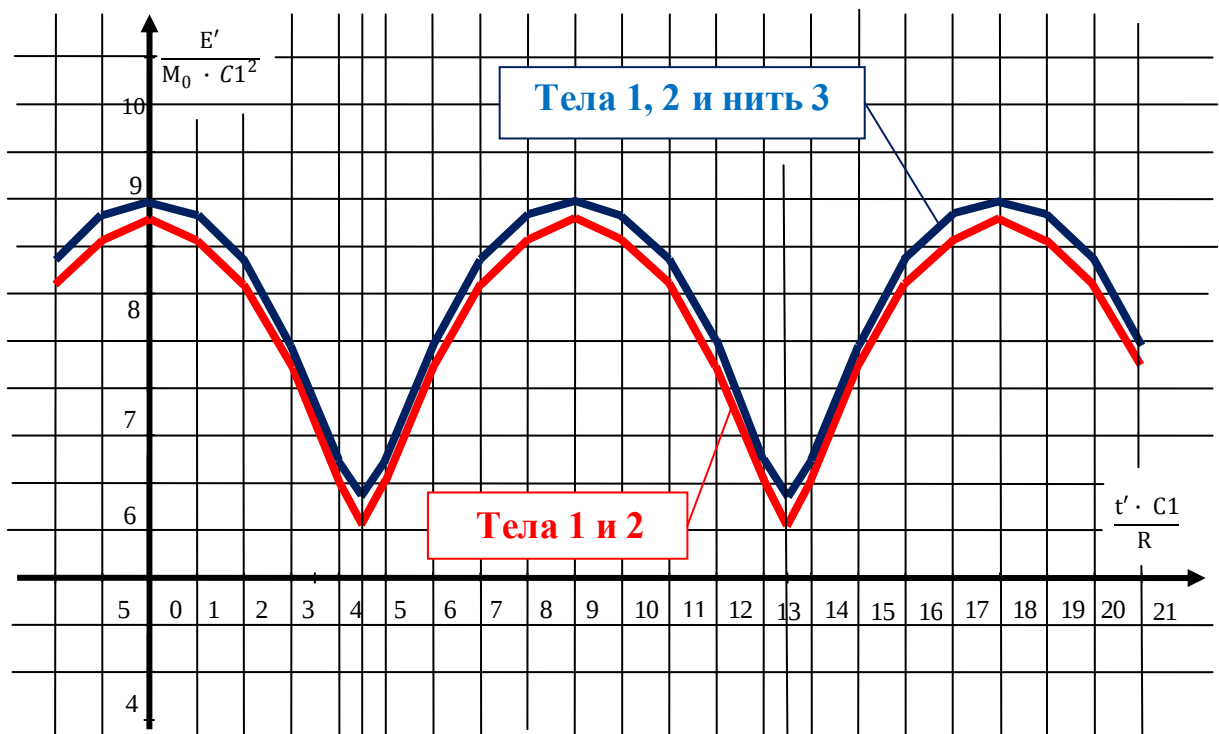


Рис.3

Более того, теоретические расчеты показывают, что в инерциальной системе отсчета K' для замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, законы сохранения импульса и энергия будут выполняться только в случае, когда постоянные величины c_1 и c_2 равны бесконечности.

А это приводит к тому, что преобразования Лоренца вырождаются в

преобразования Галилея.

В итоге можно отметить, что использование СТО при рассмотрении отдельных примеров может привести к нарушению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Остается только одно, а именно: выбирать, что верно - СТО или законы сохранения импульса и энергии?

Я, признаюсь, более склонен к необходимости выполнения законов сохранения импульса и энергии.