

О.А.Кравцов, З.И.Фейзулин, А.Г.Виноградов

ПРОХОЖДЕНИЕ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ



МОСКВА
„РАДИО И СВЯЗЬ”
1983

ББК 32.841
К78
УДК 621.371

**Кравцов Ю. А., Фейзули З. И.,
Виноградов А. Г.**

К78 Прохождение радиоволн через атмосферу
Земли. — М.: Радио и связь, 1983. — 224 с., ил.
85 к.

Рассматриваются разнообразные радиофизические эффекты при распространении радиоволн в ионосфере и тропосфере Земли, приводятся их количественные оценки. Обсуждаются вопросы, связанные с влиянием земной атмосферы на точность радиотехнических измерений параметров радиосигналов. Сведения, необходимые при расчетах современных радиотехнических систем, представлены в форме, удобной для использования в инженерной практике.

Для широкого круга специалистов — радиоинженеров, физиков, математиков-прикладников, работающих в области связи, радиоастрономии, радиолокации и радионавигации.

К $\frac{2402020000-101}{046(01)-83}$ 15-83

**ББК 32.841
6Ф2.13**

Рецензенты: проф. А. А. СЕМЕНОВ, проф. Я. С. ШИФРИН

Редакция литературы по радиотехнике

Книга посвящена анализу влияния атмосферы Земли на распространение электромагнитных волн, которые испытывают малые искажения, т. е. слабую рефракцию и слабое рассеяние. Рассматривается распространение электромагнитных волн от метрового до оптического диапазона.

Воздействию неоднородной атмосферы на электромагнитные волны посвящена обширная литература. Однако достаточно полное, систематизированное рассмотрение многочисленных радиофизических эффектов, сопровождающих распространение высокочастотных волн в тропосфере и ионосфере Земли, в литературе отсутствует. Основная цель книги — на единой методической основе изложить методы расчета рефракции, группового запаздывания, поляризации, амплитудных и фазовых флюктуаций и других радиофизических характеристик, ориентируясь на нужды радиоастрономии, радиолокации, радионавигации и космической связи. Изложение всех вопросов строится на основе теории возмущений, которая выступает в двух формах: метода малых возмущений и теории однократного рассеяния.

Попытка систематизировать на указанной основе сведения о радиофизических эффектах, возникающих при распространении высокочастотных волн, была предпринята еще в обзоре [1], материалы которого используются и развиваются в данной книге. Существенное расширение круга затронутых в [1] явлений произошло за счет материала по рассеянию радиоволн на объемных и дискретных неоднородностях (ч. III) и влиянию атмосферы на точность радиотехнических измерений (ч. IV). При отборе материала авторы ставили перед собой цель придать книге характер обзорно-справочного издания, пользуясь которым читатели смогли бы получить представление не только о методах расчета, но и о харак-

терных величинах радиофизических эффектов, которые необходимо принимать во внимание при создании современных радиотехнических систем, так как именно эти эффекты ограничивают их потенциальную точность. Расчетные соотношения представлены в форме, удобной для использования в инженерной практике. Многие расчеты иллюстрируются численными оценками и графиками.

Хотя основной материал книги имеет обзорно-справочный характер, в нее включено и много оригинальных результатов, полученных авторами: метод Гюйгенса — Кирхгофа для неоднородных сред (§ 9), гибридный метод описания флуктуаций в многомасштабной случайно-неоднородной среде (§ 31), эффект усиления обратного рассеяния (§ 31, 34), расчеты рефракции для биэкспоненциальной модели ионосферы (§ 13), флуктуации сигнала от движущегося источника (§ 19), описание поляризации радиоволн на основе квазиизотропного приближения (§ 4), согласованная фильтрация сигнала, рассеянного на объемных неоднородностях (§ 27), когерентная обработка при наличии флуктуаций фазы сигнала (гл. 8), расчет погрешностей многочастотных измерений в ионосфере (§ 43) и некоторые другие.

Несмотря на довольно широкий круг затронутых вопросов, материалы, собранные в книге, отнюдь не исчерпывают все разнообразие радиофизических эффектов, сопровождающих распространение и рассеяние высокочастотных волн в атмосфере Земли. Из-за ограниченного объема в книге не освещены, в частности, проблемы распространения и рассеяния радиоволн в условиях сверхрефракции, которая может привести к волиоводному распространению [2, 3]; собственное излучение тропосферы [4—6] и ионосферы Земли [7]; характеристики рассеяния и поглощения радиоволн сантиметрового и дециметрового диапазонов гидрометеорами [8, 9]; рассеяние УКВ на следах метеоров [2, 10]; нелинейные эффекты, возникающие в мощных пучках радиоволн [11]; методы диагностики параметров тропосферы и ионосферы Земли и прогнозирование условий распространения высокочастотных волн [12]; адаптивные методы приема радиосигналов, подобные используемым в оптике [13], и некоторые другие.

Разделить вклад каждого из авторов можно лишь ориентировочно: гл. 2, 6 и 7 написаны преимущественно Ю. А. Кравцовым, гл. 3 — 3. И. Фейзулиным, гл. 1 —

Ю. А. Кравцовым и З. И. Фейзулиным, гл. 4, 5, 8 и 9 —
З. И. Фейзулиным и А. Г. Виноградовым.

Все принадлежащие авторам результаты, включенные в книгу, были получены под руководством чл.-корр. АН СССР С. М. Рытова, которому авторы выражают глубокую благодарность за постоянное внимание, дружескую поддержку и бескорыстную передачу неоценимого опыта. Авторы признательны также рецензентам профессору А. А. Семенову и профессору Я. С. Шифрину за внимательное ознакомление с рукописью и высказанные ими советы и замечания, которые оказались весьма полезными при подготовке рукописи к печати. Наконец, авторы благодарны профессору М. А. Колосову за ценные советы по структуре книги, которые были учтены при работе над рукописью.

Часть I

МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН В ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Глава I

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЫ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Для описания и количественной оценки эффектов, возникающих при распространении электромагнитных волн в земной атмосфере, необходимо знать ее электрические свойства. В атмосфере Земли можно выделить две существенно отличающиеся по своим электрическим свойствам области: нижнюю часть, прилегающую к поверхности Земли, — тропосферу, и ионосферу, лежащую выше 60 км и простирающуюся до расстояний в несколько радиусов Земли.

Тропосферу, которая представляет собой смесь нейтральных газов, можно рассматривать как недиспергирующий изотропный диэлектрик. В ионосфере существенную роль играет ионизация воздуха, обусловленная главным образом действием ультрафиолетового излучения Солнца. Ионосферу в УКВ диапазоне можно рассматривать как холодную и, вообще говоря, анизотропную электронную плазму.

Характеристикой среды, в которой распространяются электромагнитные волны, служит тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t)$, который в общем случае представляет собой комплексное случайное тензорное поле, зависящее от времени, а в ионосфере и от частоты. В данной главе мы приведем краткие сведения о характере поведения тензора диэлектрической проницаемости в тропосфере и ионосфере.

1. ТРОПОСФЕРА

Диэлектрическая проницаемость и коэффициент преломления. В большей части УКВ диапазона тропосферу можно считать недиспергирующим изотропным диэлектриком. В этом случае тензор диэлектрической проницаемости

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t) = \epsilon(\mathbf{r}, t) \hat{\delta}, \quad (1.1)$$

где $\hat{\delta}$ — единичный тензор, а скалярная вещественная функция $\epsilon(r, t)$ — диэлектрическая проницаемость тропосферы *).

Одна из основных особенностей тропосферы состоит в том, что ее диэлектрическая проницаемость $\epsilon(r, t)$ отличается от единицы только в четвертом знаке, и поэтому обычно ее представляют в виде

$$\epsilon(r, t) = 1 + \nu(r, t). \quad (1.2)$$

Величину $\nu(r, t)$ мы будем рассматривать как поправку к диэлектрической проницаемости вакуума $\epsilon_0 = 1$.

Часто вместо диэлектрической проницаемости ϵ для описания электрических свойств тропосферы используют приведенный коэффициент преломления N , определяемый формулой

$$n = 1 + N \cdot 10^{-6}. \quad (1.3)$$

Здесь n — коэффициент преломления, связанный с ϵ соотношением

$$n = \sqrt{\epsilon} \approx 1 + \nu/2, \quad (1.4)$$

так что $\nu = 2N \cdot 10^{-6}$. Приведенный коэффициент преломления обычно измеряется в N -единицах ($1N\text{-ед.} = 10^{-6}$). Для тропосферы приземное значение ν составляет $500\text{—}800N\text{-ед.}$

Истинное значение поправки $\nu(r, t)$ неизвестно, так как ее поведение определяется одновременным действием многих процессов, происходящих в атмосфере. Исследованию пространственно-временной структуры $\nu(r, t)$ посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ (см., например, [14—18]). В нашу задачу не входит детальное описание поведения $\nu(r, t)$, мы ограничимся лишь минимумом сведений, который необходим для дальнейшего изложения.

Обычно в $\nu(r, t)$ выделяют регулярную ($\bar{\nu}$) и случайную ($\tilde{\nu}$) составляющие:

$$\nu(r, t) = \bar{\nu}(r) + \tilde{\nu}(r, t). \quad (1.5)$$

Под регулярной составляющей понимают среднестатистическое значение поправки $\bar{\nu} \equiv \langle \nu(r, t) \rangle$, полученное путем усреднения по достаточно большому числу реали-

*) Комплексность ϵ нужно учитывать вблизи линий поглощения молекул, которые сосредоточены в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах.

заций или в течение длительного времени. Случайная составляющая $\tilde{v}(r, t)$ характеризует флуктуации, соответствующие сравнительно мелкомасштабным и быстрым изменениям диэлектрической проницаемости *).

Регулярная неоднородность тропосферы. Для регулярной составляющей $\bar{v}(r)$ характерна отчетливо выраженная зависимость от высоты z над земной поверхностью, и зачастую ее можно считать функцией только z : $\bar{v}(r) = v(z)$. Функцию $v(z)$ называют *высотным профилем диэлектрической проницаемости*. Обычно профили $v(z)$ задают в виде монотонных убывающих функций высоты z . Однако в реальных условиях нередки случаи отклонения от такой зависимости, соответствующие образованию инверсных слоев или слоистых неоднородностей.

Согласно [15], горизонтальные размеры и толщина слоев могут быть самыми разными, чаще всего встречаются слои толщиной от единиц до сотен метров и с горизонтальными размерами от сотен метров до сотен километров. Наиболее часто слои встречаются в интервале высот 0—5 км, причем четыре-пять слоев в интервале высот 0—1 км, один-два слоя в интервале высот 4—5 км. Интенсивность слоя, характеризуемая отклонением коэффициента преломления от стандартного значения, меняется от 20 N -ед. (на высоте 0—1 км) до 2—3 N -ед. (на высотах 4—5 км). Скорость движения слоистых неоднородностей составляет 2—30 м/с, а время жизни — от секунд до суток.

Другая особенность диэлектрической проницаемости — наличие горизонтальных градиентов, т. е. зависимость поправки v от координаты вдоль земной поверхности. Горизонтальные градиенты v трудно прогнозируемы, однако важно знать их характерные значения, чтобы иметь возможность оценить их влияние на точность определения параметров распространяющегося электромагнитного излучения. В среднем значение горизонтальных градиентов оказывается незначительным (менее 0,1—0,5 N -ед./100 м), и, как правило, ими можно пренебречь. Однако существуют особые условия (например, наличие границы суша — море), при которых можно ожидать сравнительно больших значений горизонтальных градиентов. Так, из-за зависимости приземного значения N от характера подстилающей поверхности возможны горизонтальные градиенты коэффициента преломления до 2 N -ед./100 м [15].

Особый интерес с точки зрения прогнозирования тропосферной рефракции представляет приземное значение коэффициента преломления N_0 , которое определяется метеорологическими параметрами приземного слоя (температурой, влажностью, давлением), которые, в свою очередь, существенно зависят от температуры и влажности почвы и растительности или от температуры водной поверхности. Среднее за год значение N_0 изменяется от 240 N -ед. для пустынных плоскогорий с сухим климатом до 400 N -ед. для районов влажных тропиков и субтропиков с продолжительными сезонами дождей. Наибольшие суточные изменения наблюдаются летом (до 20 N -ед.),

*) Вопрос о том, какие изменения следует считать мелкомасштабными и быстрыми, а какие крупномасштабными и медленными, требует специального рассмотрения в каждом отдельном случае.

а зимой они минимальны (около $5N$ -ед.). Среднемесечные значения N_0 в средних широтах могут изменяться в течение года на $30-60N$ -ед. Максимальные разности среднемесечных значений за какой-либо месяц в одном и том же районе от года к году достигают $15-25N$ -ед.

Математические модели среднего высотного профиля диэлектрической проницаемости. Наиболее распространенной моделью, используемой при аналитическом описании распространения электромагнитных волн в тропосфере, является экспоненциальная модель [3, 6]

$$\epsilon(z) = 1 + v_0 e^{-\beta z}, \quad (1.6)$$

где v_0 — значение поправки диэлектрической проницаемости у земной поверхности, β — скорость убывания $\epsilon(z)$ с высотой. Анализ отклонений реальных профилей от этой модели показал, что экспоненциальная модель достаточно хорошо описывает пространственную структуру средней диэлектрической проницаемости в самых разных условиях. Значения постоянных v_0 и β должны быть выбраны исходя из конкретных условий. Например, для Подмосковья можно принять β и $v_0 \cdot 10^6$ равными: 0,1224 и 612 для января, 0,1216 и 614 для апреля, 0,1270 и 664 для июля, 0,1224 и 625 для октября.

Другая модель основана на разделении коэффициента преломления на сухую и влажную составляющие и предположении, что каждая из них меняется с высотой по экспоненциальному закону [16, 20]

$$N(z) = N_c \exp(-z/H_c) + N_v \exp(-z/H_v), \quad (1.7)$$

где N_c и N_v — значения сухой и влажной составляющих на уровне земной поверхности, а H_c и H_v — масштабы их изменения по высоте. Типичные значения для умеренных климатических областей $N_c=266$, $N_v=58$ и $N_0=N_c+N_v=324$.

Приведем еще биэкспоненциальную модель, предложенную М. А. Колосовым [19] для описания электрических свойств нейтральной атмосферы,

$$\epsilon(z) = 1 + \exp[-A(B+z)], \quad (1.8)$$

где параметры A и B выбираются по-разному для двух областей: $z \leq 10$ км и $z > 10$ км. Величина $\epsilon(0) = 1 + \exp(-AB)$ меняется от 1,000585 до 1,000749 в зависимости от времени суток, сезона и географического района. Согласно экспериментальным данным, $\epsilon(10) = 1,000186$. При $\epsilon(0) = 1,000585$ $A=0,1146$ и $B=64,963$,

а при $\varepsilon(0)=1,000749$ $A=0,1393$ и $B=51,666$. Предполагается, что на высотах $z > 10$ км параметры A и B не зависят от метеоусловий и выбираются из условий $\varepsilon(10)=1,000186$ и $\varepsilon(45)=1,000001$. Соответствующие значения оказываются равными $A=0,1493$ и $B=47,531$.

Случайные неоднородности тропосферы. Для описания мелко-масштабных и быстрых изменений диэлектрической проницаемости используются статистические методы. Исследованию таких случайных неоднородностей тропосферы посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ (см., например, [21—24]). Согласно теоретическим работам, флуктуации диэлектрической проницаемости представляют собой локально-однородное изотропное случайное поле в интервале пространственных масштабов от миллиметров до сотен метров, называемом *инерционным интервалом*. Границы инерционного интервала определяются внутренним l_0 и внешним L_0 масштабом турбулентности. Как показали экспериментальные исследования [24], такая модель локально-однородной турбулентности оказывается справедливой вплоть до масштабов L_0 порядка десятков километров, хотя разработанная теория турбулентности справедлива, строго говоря, лишь для L_0 , достигающих сотен метров.

Согласно [22, 24], интенсивность флуктуаций диэлектрической проницаемости характеризуется среднеквадратическими значениями $V \sqrt{\langle \tilde{v}^2 \rangle} = (0,5—3) \cdot 10^{-6}$. В среднем интенсивность флуктуаций уменьшается с увеличением высоты над земной поверхностью, однако на первых 5 км это уменьшение незначительно. В приземном слое интенсивность флуктуаций в течение суток может меняться на порядок и более и максимальна в дневные часы. Имеется и сезонный ход интенсивности флуктуаций — максимальные значения наблюдаются в марте и октябре. Используемая в теории локально-однородной турбулентности структурная характеристика диэлектрической проницаемости *) $C^2_\epsilon = 2 \langle \tilde{v}^2 \rangle / L_0^{2/3}$ может принимать значения в широких пределах — от 10^{-18} до 10^{-13} см $^{-2/3}$.

Математические модели тропосферной турбулентности. Для описания флуктуаций диэлектрической проницаемости тропосферы, обусловленных турбулентностью, обычно пользуются структурной функцией диэлектрической проницаемости, определяемой как средний квадрат разности значений диэлектрической проницаемости, взятых в двух точках:

$$D_\epsilon(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle [\tilde{v}(\mathbf{r}_1) - \tilde{v}(\mathbf{r}_2)]^2 \rangle. \quad (1.9)$$

Согласно теории турбулентности, развитой А. Н. Колмогоровым и А. М. Обуховым, эта структурная функция зависит лишь от $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ [21]:

*) C^2_ϵ связана с часто используемой в литературе структурной характеристикой коэффициента преломления C^2_n очевидным соотношением $C^2_\epsilon = 4C^2_n$.

$$D_e(r) = D_e(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \begin{cases} C_e^2 l_0^{-4/3} r^2 & \text{при } r \ll l_0, \\ C_e^2 r^{2/3} & \text{при } L_0 \gg r \gg l_0. \end{cases} \quad (1.10)$$

Поведение структурной функции D_e в промежуточной области $r \approx l_0$ не установлено, и обычно на практике пользуются аппроксимирующими формулами. Аппроксимацию удобнее проводить для трехмерной спектральной плотности флуктуаций $\Phi_e(\kappa)$, связанной со структурной функцией $D_e(r)$ соотношением

$$D_e(r) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos(\kappa \cdot \mathbf{r})] \Phi_e(\kappa) d^3 \kappa.$$

Наиболее часто используется спектр турбулентности вида

$$\Phi_e(\kappa) = 0,033 C_e^2 \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2), \quad (1.11)$$

где $\kappa_m = 5,92/l_0$. При этом множитель $0,033 C_e^2 \kappa^{-11/3}$ соответствует структурной функции, подчиняющейся закону «двух третей», т. е. структурной функции в инерционном интервале $l_0 \ll r \ll L_0$. Экспоненциальный множитель в (1.11) вводится для описания спектра в области больших волновых чисел κ , соответствующей пространственным масштабам $r < l_0$. При исследовании распространения радиоволн влияние внутреннего масштаба l_0 часто оказывается несущественным, поэтому, как правило, используется спектр вида

$$\Phi_e(\kappa) = 0,033 C_e^2 \kappa^{-11/3}. \quad (1.12)$$

Для учета внешнего масштаба турбулентности L_0 (что может оказаться необходимым именно для радиоволн, когда приемные и излучающие системы достигают больших размеров) используется так называемый кармановский спектр:

$$\Phi_e(\kappa) = 0,033 C_e^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (1.13)$$

где $\kappa_0 = 1/L_0$ — волновое число, соответствующее внешнему масштабу турбулентности. Такой спектр для структурной функции $D_e(r)$ дает закон «двух третей» в инерционном интервале $l_0 \ll r \ll L_0$ и описывает насыщение

флуктуаций при $r > L_0$: $D_e(\infty) = C_e^2 L_0^{2/3} = 2\sigma_e^2$, где $\sigma_e^2 = \langle \tilde{v}^2 \rangle$ — дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Упомянем здесь еще две феноменологические одномасштабные модели случайных неоднородностей диэлектрической проницаемости, применяемые иногда при анализе распространения волн в турбулентной атмосфере. Одна из них соответствует экспоненциальной корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$B_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \tilde{v}(\mathbf{r}_1) \tilde{v}(\mathbf{r}_2) \rangle = \sigma_e^2 \exp(-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| l^{-1}) \quad (1.14)$$

(эта модель впервые была использована Букером и Гордоном [25] для исследования тропосферного рассеяния радиоволн). Соответствующий (1.14) трехмерный спектр неоднородностей

$$\Phi_e(\kappa) = \sigma_e^2 l^3 / \pi^2 [1 + (\kappa l)^2]^{-3/2}. \quad (1.15)$$

Другая модель соответствует гауссовской корреляционной функции

$$B_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sigma_e^2 \exp(-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 l^{-2}), \quad (1.16)$$

для которой

$$\Phi_e(\kappa) = \sigma_e^2 l^3 \exp(-\kappa^2 l^2 / 4) / 8\pi \sqrt{\pi}. \quad (1.17)$$

Применимость феноменологических моделей (1.14) и (1.16) в реальных условиях ограничена и может быть оправдана только в тех случаях, когда требуется выяснить качественные особенности тех или иных радиофизических эффектов при распространении волн. Что касается количественных оценок, то здесь основной вопрос — выбор среднего масштаба неоднородностей. Иногда на основе экспериментальных данных удается подобрать такое значение l , которое позволяет удовлетворительно описать результаты данного радиофизического эксперимента. Однако для анализа других экспериментов по распространению радиоволн то же самое значение l , как правило, оказывается непригодным.

В заключение рассмотрим феноменологическую многомасштабную модель случайных неоднородностей, для которой корреляционную функцию флуктуаций диэлек-

трической проницаемости можно представить в виде линейной комбинации гауссовских функций [26]

$$B_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int_{\tilde{l}_0}^{\tilde{L}_0} f(l) \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{l^2}\right) dl, \quad (1.18)$$

для которой

$$\Phi_e(\kappa) = \frac{1}{8\pi V \pi} \int_{\tilde{l}_0}^{\tilde{L}_0} l^3 f(l) \exp\left(-\frac{\kappa^2 l^2}{4}\right) dl. \quad (1.19)$$

Здесь $f(l)$ — некоторая весовая функция, а $\tilde{l}_0$ и $\tilde{L}_0$ — минимальный и максимальный масштабы неоднородностей.

Гибкость этой модели состоит в том, что, выбрав функцию $f(l)$, можно перейти к любой из приведенных выше моделей. Так, чтобы перейти к одномасштабной гауссовской модели, в (1.18) и (1.19) следует положить $f(l) = \delta(l - l_0)$, где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Если потребовать, чтобы спектр (1.19) совпадал со спектром локально-однородной изотропной турбулентности в инерционном интервале (1.12), то

$$f(l) \approx 0,246 C_\epsilon^2 l^{-1/3}. \quad (1.20)$$

Из условий совпадения структурной функции $D_e(r) = 2B_e(0) - 2B_e(r)$, соответствующей (1.18), структурных функций (1.10) и (1.13) в областях $r < \tilde{l}_0$, l_0 и $r > \tilde{L}_0$, L можно найти соотношение между $\tilde{l}_0$ и l_0 , а также между $\tilde{L}_0$ и L_0 :

$$\tilde{l}_0 \approx 0,475 l_0; \quad \tilde{L}_0 \approx 1,58 L_0. \quad (1.21)$$

Приведенные выше математические модели отвечают изотропным или локально-изотропным флуктуациям диэлектрической проницаемости. Изотропные модели оказываются справедливыми при описании турбулентности земной атмосферы в пределах не очень больших масштабов. Как показывают экспериментальные исследования [40], в области больших масштабов турбулентность имеет анизотропный характер, и для ее описания требуется анизотропная модель флуктуаций диэлектрической проницаемости. В этом случае мы будем гово-

речь об анизомерных неоднородностях. Термины «анизомерный» и «анизотропный» равнозначны, но в данной книге мы предпочитаем говорить именно об анизомерных неоднородностях, так как термин «анизотропный» мы хотим сохранить только в электродинамическом смысле (анизотропная среда). Для описания анизомерных неоднородностей может служить степенная модель спектра, являющаяся естественным обобщением модели Кармана,

$$\Phi_e(\kappa_{\parallel}, \kappa_{\perp}) = \frac{\Gamma(p-1) \sin[(p-3)\pi/2] C_e^2 \alpha L_0^p}{4\pi^2 [1 + L_0^2(\kappa_{\perp}^2 + \alpha^2 \kappa_{\parallel}^2)]^{p/2}}, \quad (1.22)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера; $\kappa_{\parallel}$ и $\kappa_{\perp}$ — продольное и поперечное волновые числа; L_0 — внешний масштаб турбулентности в поперечном направлении; α — коэффициент анизотропии, равный отношению продольного внешнего масштаба к поперечному. При $p=11/3$, $\alpha=1$ спектр (1.22) переходит в спектр локально-изотропной турбулентности (1.13).

2. ИОНОСФЕРА

Строение ионосферы [27—29]. Заметная ионизация воздуха на высоте 60—80 км и выше возникает преимущественно под действием ультрафиолетового излучения Солнца. Максимальная концентрация электронов N_m приходится на высоты 250—300 км (слой F, который часто распадается на слои F₁ и F₂) и составляет $(5—50) \times 10^5 \text{ см}^{-3}$ в зависимости от географической широты, времени суток,

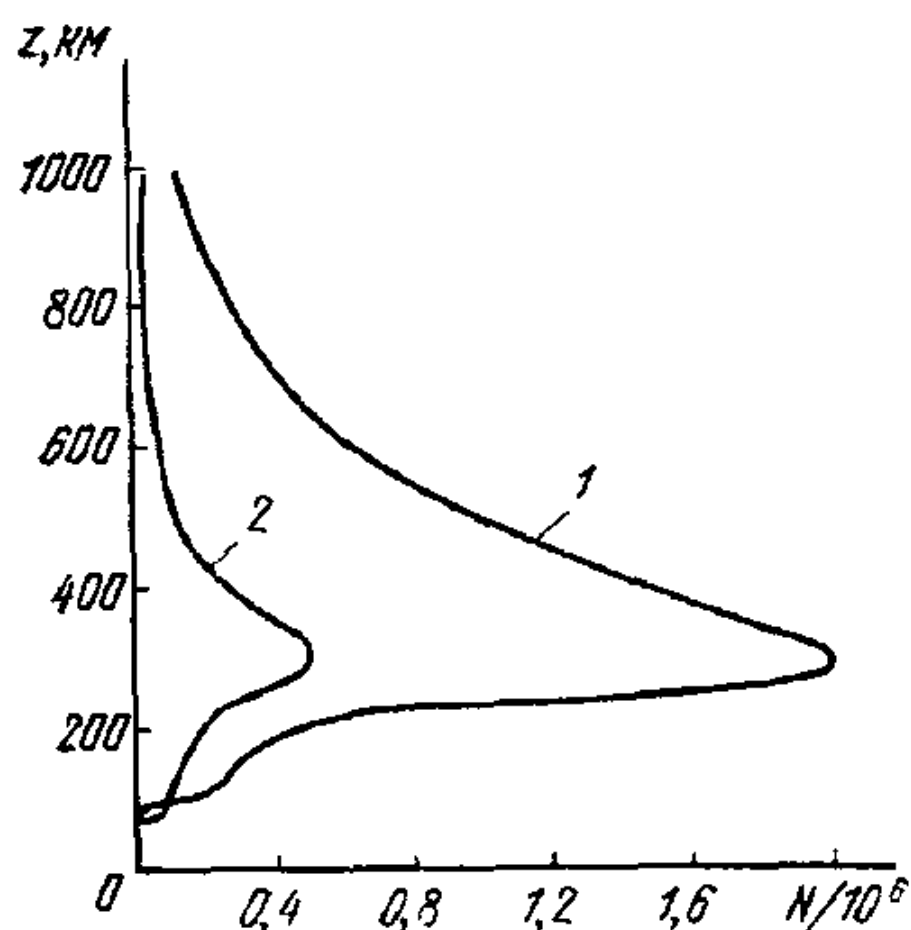


Рис. 2.1

сезона и активности Солнца. На высотах 90—120 км (слой E) концентрация электронов почти на порядок меньше: $N \approx (1—5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$. На высотах 60—90 км (слой D) концентрация еще меньше: $N < 10^4 \text{ см}^{-3}$. Выше слоя F на высоте 1000 км концентрация уменьшается до $N \approx 10^2 \text{ см}^{-3}$. На расстоянии нескольких радиусов Земли (т. е. на границе магнитосферы) концентрация уменьшится до $N \approx 10 \text{ см}^{-3}$ — значений, характерных для межпланетного пространства.

Типичные высотные профили $N(z)$ показаны на рис. 2.1 для максимума (кривая 1) и минимума (2) солнеч-

ной активности [28]. Основным источником информации о высотном ходе ионизации воздуха являются ионосферные станции. Много ценных сведений об ионосфере получено также при помощи станций некогерентного рассеяния и прямых измерений концентрации электронов со спутников и геофизических ракет [31].

Тензор диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы для высокочастотных электромагнитных волн [27]. Для ультракоротких радиоволн ($\lambda \leq 10$ м) и статического магнитного поля Земли $H_0 \approx \approx 40$ А/м можно воспользоваться известным высокочастотным приближением для тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы, в котором учтем только вклад электронов и пренебрегается вкладом ионов и влиянием теплового движения. В указанном приближении компоненты тензора

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

определяющего линейную связь $\mathbf{D} = \hat{\epsilon} \mathbf{E}$ между индукцией и напряженностью электрического поля, имеют вид *)

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \frac{v(1+is)}{(1+is)^2 - u}; & \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = \frac{iv\sqrt{u}\cos\alpha}{(1+is)^2 - u}; \\ \epsilon_{xz} &= -\epsilon_{zx} = -\frac{iv\sqrt{u}\sin\alpha}{(1+is)^2 - u}; \\ \epsilon_{yy} &= 1 - \frac{v[(1+is)^2 - u\sin^2\alpha]}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}; \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = \frac{uv\cos\alpha\sin\alpha}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}; \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{v[(1+is)^2 - u\cos^2\alpha]}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь α — угол между осью z (в дальнейшем это будет направление распространения волны) и статическим магнитным полем H_0 ; v , u и s — стандартные плазменные параметры:

$$v = \omega_p^2 / \omega^2; \quad u = \omega_H^2 / \omega^2; \quad s = \nu_{\text{эф}} / \omega, \quad (2.3)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi Ne^2/m$ — квадрат плазменной частоты (e и m — заряд и масса электрона); $\omega_H = eH_0/mc$ — гирочастота; $\nu_{\text{эф}}$ — эффективная частота соударений электронов.

Численные значения параметров v и $\sqrt{u} = \omega_H/\omega$ удобно определять по формулам:

$$\begin{aligned} v &= 3,18 \cdot 10^9 (N/\omega^2) = 8,06 \cdot 10^7 (N/f^2); \\ \sqrt{u} &= 0,22 \cdot 10^6 (H_0/\omega) = 3,52 \cdot 10^4 (H_0/f). \end{aligned} \quad (2.4)$$

* Здесь и ниже формулы для ϵ_{ij} отличаются от формул, приведенных в [27], знаком перед мнимой единицей, что связано с использованием нами временной зависимости $e^{-i\omega t}$ вместо $e^{i\omega t}$ в [27].

где $f = \omega/2\pi$ — частота радиоволны, Гц; H_0 — напряженность магнитного поля, А/м.

Для ультракоротких волн все три параметра v , u и s малы по сравнению с единицей. Так, даже для максимальной концентрации электронов $N = N_m \approx 5 \cdot 10^6$ см⁻³ и для $H_0 = 40$ А/м при $f > 6 \cdot 10^7$ Гц ($\lambda < 5$ м)

$$v \leq 0,1, \quad \sqrt{u} \leq 0,02. \quad (2.5)$$

Поэтому для УКВ, как правило, можно использовать различные приближения, основанные на малости параметров u , v и s . Некоторые из них рассмотрены ниже.

Коэффициенты преломления и поглощения нормальных волн [27]. Как известно, анизотропная среда, характеризуемая тензором диэлектрической проницаемости вида (2.2), допускает распространение обыкновенной и необыкновенной нормальных волн. Коэффициенты преломления $n = n' + in''$, отвечающие тензору (2.2) и описывающие распространение плоских волн вида

$$E = \tilde{E} \exp(i\kappa_0 n z - i\omega t), \quad \kappa_0 = \omega/c, \quad (2.6)$$

определяются выражениями

$$n_{1,2}^2 = 1 - 2v\gamma [2(1 + is)\gamma - u \sin^2 \alpha \pm \pm (u^2 \sin^4 \alpha + 4u\gamma^2 \cos^2 \alpha)^{1/2}]^{-1}, \quad (2.7)$$

где $\gamma = 1 + is - v$. Учитывая малость параметров s и $\sqrt{u}$ запишем приближенный вариант формулы (2.7)

$$n_{1,2}^2 \approx 1 - v \left[1 - is + \frac{u \sin^2 \alpha}{2} \mp \left(\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4} + u \cos^2 \alpha \right)^{1/2} \right]. \quad (2.8)$$

Если считать малым еще и параметр v , то

$$n_{1,2} \approx n'_{1,2} + i n''_{1,2} = 1 - \frac{v}{2} \left[1 - is - \frac{u \sin^2 \alpha}{2} \mp \left(\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4} + u \cos^2 \alpha \right)^{1/2} \right]. \quad (2.9)$$

В этом приближении коэффициенты поглощения нормальных волн $n''_{1,2} = \text{Im } n_{1,2}$ одинаковы:

$$n''_{1,2} = \text{Im } n_{1,2} = vs/2, \quad (2.10)$$

а разность коэффициентов преломления

$$\Delta n = |\text{Re}(n_1 - n_2)| = v(u^2 \sin^4 \alpha / 4 + u \cos^2 \alpha)^{1/2}. \quad (2.11)$$

Максимальное значение этой разности достигается при

$\alpha=0$, т. е. при продольном распространении электромагнитной волны,

$$\Delta n_m = v \sqrt{u}. \quad (2.12)$$

Разность фаз нормальных волн, набегаящая на расстоянии d , $\Delta S = \kappa_0 \Delta n d$. При $d \approx 300$ км, $N = 5 \cdot 10^6$ см⁻³, $\Delta n = \Delta n_m$ и $H = 40$ А/м $\Delta S \approx 4 \cdot 10^{18} / f^2$. При $f > 2 \cdot 10^9$ Гц ($\lambda < 15$ см) $\Delta S < 1$, так что в сантиметровом диапазоне волн влиянием магнитного поля Земли можно пренебречь. При более низких уровнях ионизации и для более коротких расстояний d пренебрежение магнитоактивными свойствами ионосферной плазмы возможно и на более низких частотах.

Наиболее важным эффектом, связанным с действием магнитного поля, является фарадеевское вращение плоскости поляризации волны, которое становится существенным при $\Delta S \geq 1$. Другие параметры волны слабо подвержены влиянию магнитного поля. Поэтому при рассмотрении большинства вопросов мы пренебрежем действием магнитного поля, положив $u=0$ (обратимся к поляризационным эффектам лишь в § 14).

В пренебрежении магнитоактивностью ионосферы отличны от нуля только диагональные компоненты тензора (2.1) $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = 1 - v / (1 + is)$, т. е. тензор $\hat{\epsilon}$ сводится к скаляру

$$\epsilon \approx 1 - \frac{v}{1 + is} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2(1 + is)} = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2(1 + is)}. \quad (2.13)$$

При этом коэффициент преломления

$$n = \sqrt{1 - \frac{v}{1 + is}} \approx 1 - \frac{v}{2} + \frac{1}{2} \frac{vs}{2},$$

$$n' = \text{Re } n \approx 1 - \frac{v}{2}, \quad n'' = \text{Im } n \approx \frac{vs}{2}. \quad (2.14)$$

Математические модели регулярной неоднородности ионосферы. Для описания высотного профиля концентрации $N(z)$ применяют различные модельные зависимости, передающие наиболее характерные особенности строения ионосферы. В большинстве случаев ограничиваются функциями с единственным максимумом и с тремя-четырьмя свободными параметрами, при помощи которых можно управлять положением максимума z_m , концентрацией в максимуме N_m , положением начала ионизированной области z_0 , крутизной спада зависимо-

сти $N(z)$ выше z_m . Верхний участок профиля $N(z)$ обычно аппроксимируют экспоненциальной функцией $N(z) \approx e^{-\alpha z}$. Приведем модели указанного типа.

Параболически-экспоненциальная модель [32] (рис. 2.2,а) соответствует кусочно-аналитической аппроксимации: парабола на нижнем участке профиля

$$\frac{N(z)}{N_m} = 1 - \left(\frac{z - z_m}{z_0 - z_m} \right)^2, \quad z < z_1, \quad (2.15a)$$

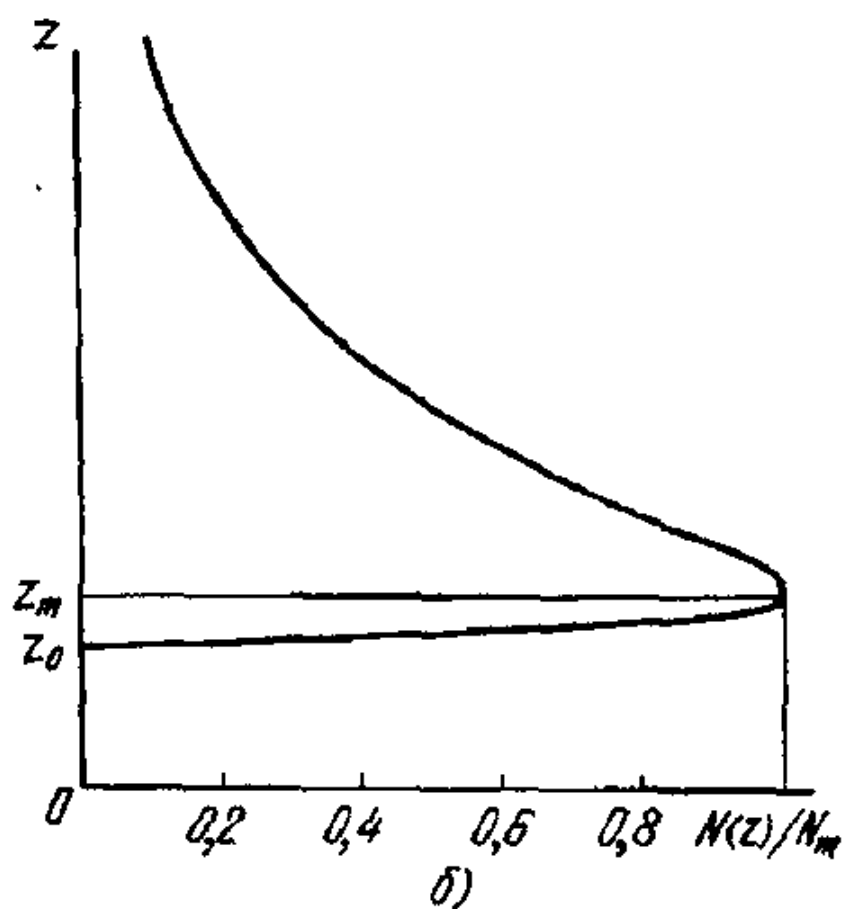
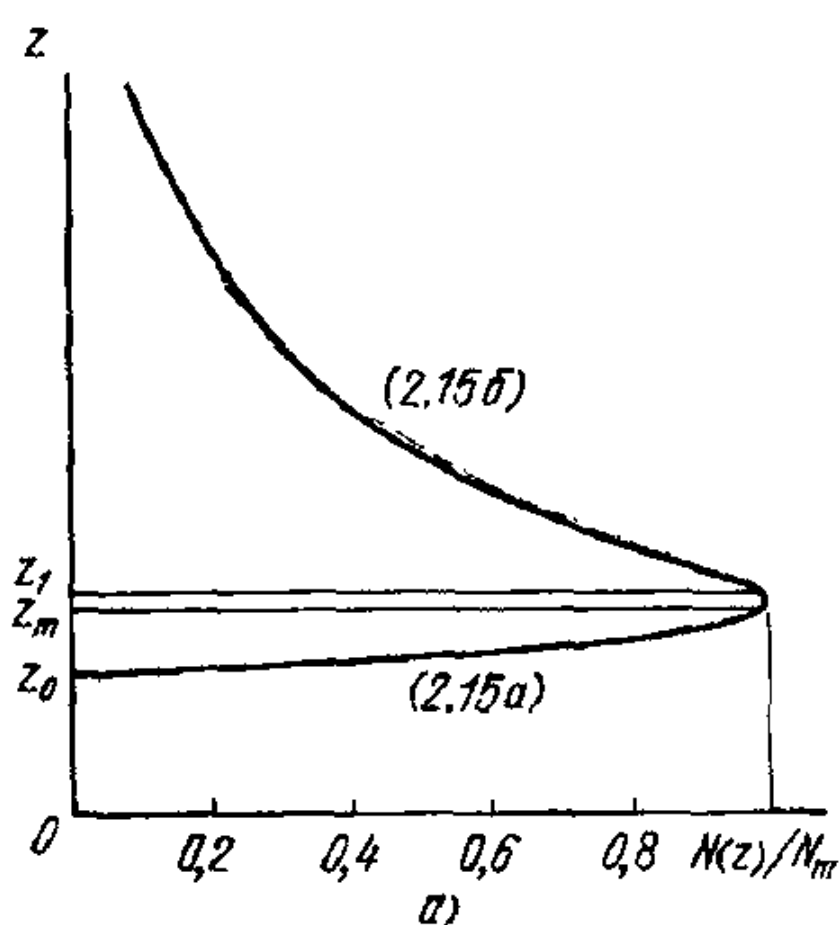


Рис. 2.2

экспонента на верхнем

$$\frac{N(z)}{N_m} = \gamma \exp \left[-\frac{(z - z_1)}{H} \right], \quad z > z_1, \quad (2.15b)$$

и $N(z) = 0$ при $z < z_0$. Величина γ и уровень z_1 , на котором сшиваются функции (2.15a) и (2.15b), определяются из условия непрерывности функции $N(z)$ и ее первой производной:

$$\gamma = \left[1 - \left(\frac{z_1 - z_m}{z_0 - z_m} \right)^2 \right];$$

$$\frac{dN(z_1)}{dz} = -2N_m \frac{z_1 - z_m}{(z_0 - z_m)^2} = -\frac{N(z_1)\gamma}{H}.$$

Из этих двух уравнений имеем

$$z_1 = z_m - H + \sqrt{H^2 + (z_m - z_0)^2}; \quad (2.16)$$

$$\gamma = \frac{2H [z_m - H + \sqrt{H^2 + (z_m - z_0)^2}]}{(z_m - z_0)^2}. \quad (2.17)$$

Биекспоненциальная модель [33] (рис. 2.2,б):

$$\frac{N(z)}{N_m} = \begin{cases} 0, & z < z_0, \\ \gamma \left[\exp\left(-\frac{z-z_0}{h_1}\right) - \exp\left(-\frac{z-z_0}{h_2}\right) \right], & z > z_0, \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \gamma^{-1} &= \max \left[\exp\left(-\frac{z-z_0}{h_1}\right) - \exp\left(-\frac{z-z_0}{h_2}\right) \right] = \\ &= \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{\frac{h_2}{h_1-h_2}} - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{\frac{h_1}{h_1-h_2}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Максимальное значение $N=N_m$ достигается при

$$z = z_m = z_0 + \frac{h_1 h_2}{h_1 - h_2} \ln \frac{h_1}{h_2}. \quad (2.20)$$

Обе модели содержат по четыре свободных параметра и на первый взгляд обеспечивают примерно равные возможности для аппроксимации профилей $N(z)$, поскольку имеют один максимум и экспоненциальное убывание концентрации с ростом z . Однако биекспоненциальная модель описывает реальные профили электронной концентрации с острым максимумом несколько хуже, так как высота максимума в ней в соответствии с (2.20) жестко связана с параметрами модели z_0 , h_1 и h_2 . Если же говорить об удобстве аналитических расчетов по этим моделям, то предпочтительней, безусловно, биекспоненциальная модель, так как она, во-первых, дает аппроксимацию профиля $N(z)$ в виде единой формулы для всех $z > z_0$ и, во-вторых, допускает простое интегрирование при расчете всех важнейших характеристик распространяющейся волны (углы рефракции, запаздывание и т. д.). Кроме того, биекспоненциальная модель допускает обобщения на три (или больше) экспоненты, благодаря чему можно «обострить» главный максимум электронной концентрации и добавить новые максимумы.

Случайные неоднородности ионосферы. На регулярную структуру ионосферы всегда наложены неоднородности, вызванные теми или иными возмущениями, которые обнаруживаются как прямыми методами (при помощи ИСЗ и геофизических ракет), так и радиофизическими — по флуктуациям радиосигналов, прошедших через ионосферу или отраженных от нее. Перечислим некоторые свойства ионосферных неоднородностей, следуя работам [34—36].

Широтное распределение. Ионосферные неоднородности распределены по земному шару неравномерно. Наибольшая возмущенность

наблюдается в районе полярной шапки ($60-70^\circ$ с. ш.) и в экваториальной области (до $25-30^\circ$). Вблизи полюсов и возле экватора неоднородности возникают в основном за счет неустойчивостей ионосферной токовой системы. Кроме того, полярная шапка подвержена еще воздействию потоков заряженных частиц из магнитосферы и солнечного ветра. В средних (умеренных) широтах собственные внутриионосферные источники возмущений отсутствуют, так что неоднородности возникают лишь из-за внешних возмущений как сверху (из магнитосферы), так и снизу (со стороны нижней ионосферы). В связи с этим возмущения в среднеширотной ионосфере в среднем заметно слабее, чем в полярной шапке и вблизи экватора. Распределение возмущений на умеренных широтах неравномерно. В частности, в районе 50° обнаружен так называемый среднеширотный «провал» в распределении неоднородностей [34].

Суточный ход. Характер суточных изменений возмущенности ионосферы зависит от геомагнитной широты места. На умеренных широтах неоднородности выражены днем слабее, чем ночью, на высоких широтах возмущения обычно присутствуют в течение суток.

Сезонные изменения также зависят от широты места. На умеренных и переходных (к полярным) широтах летом возмущенность сильнее, чем зимой, тогда как в полярном овале максимум возмущенности приходится на периоды равноденствия. Степень возмущенности зависит также от солнечной и геомагнитной активности. В частности, с ростом геомагнитной активности границы авроральной зоны смещаются к югу, а вероятность появления неоднородностей в среднеширотной ионосфере возрастает.

Высотное распределение. Ионосферные неоднородности наблюдаются на высотах как ниже, так и выше максимума ионизации, приходящегося на высоту $z_0 \approx 250-300$ км, но высотное распределение сильно асимметрично относительно этого максимума. В среднем неоднородности расположены на высотах от 200 до 600 км.

Движение неоднородностей. Скорость перемещения неоднородностей (скорость дрейфа) варьируется в среднем от 30 до 300 м/с. На полярных широтах возможны большие скорости — до 1 км/с.

Распределение неоднородностей по размерам. В ионосфере встречаются неоднородности с масштабами от нескольких метров до нескольких сотен километров. Мелкомасштабные неоднородности с поперечным размером от одного до нескольких метров (сильно вытянутые вдоль геомагнитного поля) характерны для полярных и экваториальных широт. Эти неоднородности ответственны за рассеяние УКВ ($\lambda \approx 1-10$ м), т. е. за явление «авроральных радиоотражений» и «экваториального радиоэхо» (см. § 28). На умеренных широтах такие неоднородности не возникают.

Неоднородности от нескольких десятков до нескольких сотен метров выражены довольно слабо. Более крупные неоднородности с $l \approx 0,3-10$ км встречаются на всех широтах, причем в направлении полярной шапки и экватора они усиливаются.

Восстановление спектра неоднородностей по данным радиофизических наблюдений представляет собой сложную задачу. Поэтому полученные к настоящему времени данные носят ориентировочный характер. В умеренных широтах неоднородностям с $l \approx 1$ км соответствуют относительные флуктуации $\Delta N/N \approx (0,6-3) \cdot 10^{-3}$ [37], а неоднородностям с $l \approx 3-10$ км — $\Delta N/N \approx (1-3) \cdot 10^{-2}$. В среднем для километровых неоднородностей относительные флуктуации пропорциональны масштабу l : $\Delta N/N \approx l$ [36, 38].

Спектр неоднородностей $\Phi(k)$ обычно обрывается при $k < 2\pi/l_m$, где $l_m \approx 5-10$ км. При $0,3 \text{ км} < k^{-1} < 1,5 \text{ км}$ спектр можно аппроксимировать степенной функцией [34]

$$\Phi(k) \approx k^{-p}, \quad p=2-3,6. \quad (2.21)$$

Крупные неоднородности обычно вытянуты вдоль магнитного поля Земли. Отношение осей неоднородностей варьируется от 2 до 10.

Иногда встречаются еще более крупные неоднородности с $l \approx 10-30$ км и более. Неоднородности с $l \approx 100-500$ км характерны для спорадических слоев, а неоднородности в несколько сотен километров уже граничат с масштабом суточного перехода день — ночь (около 1000 км).

Математические модели случайных неоднородностей. При описании эффектов распространения и рассеяния воли в ионосфере используются те же математические модели случайных неоднородностей, что и в тропосфере (см. § 1), хотя установленный теоретически и подтвержденный экспериментально степенной спектр турбулентности тропосферы для ионосферы пока еще недостаточно обоснован. Тем не менее в экспериментах по исследованию флуктуаций в ионосфере наблюдается именно степенной вид спектра, причем показатель степени может меняться от 2 до 4 [39], тогда как для тропосферы он установлен точно и равен $11/3$. Поэтому целесообразно привести здесь лишь изотропную и анизотропную степенные модели для произвольной степени

$$\begin{aligned} \Phi_s(k) &= \frac{\Gamma(p-1) \sin[(p-3)\pi/2] C_s^2}{4\pi^2 (L_0^{-2} + k^2)^{p/2}}; \\ \Phi_s(k) &= \frac{\Gamma(p-1) \sin[(p-3)\pi/2] C_s^2 \alpha L_0^p}{4\pi^2 [1 + L_0^2 (k_\perp^2 + \alpha^2 k_\parallel^2)]^{p/2}}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где обозначения те же, что и в формуле (1.22).

Глава 2

МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В данной и следующей главах мы кратко изложим наиболее широко применяемые методы описания распространения высокочастотных электромагнитных воли в атмосфере Земли. К высокочастотным мы относим волны, которые слабо подвержены рефракции при распространении в ионосфере, т. е. волины короче 10 м. В тропосфере слабость рефракционных эффектов свя-

зана с тем, что коэффициент преломления мало отличается от единицы во всем диапазоне частот. Иными словами, мы рассматриваем условия, в которых распространение волн мало отличается от распространения в свободном пространстве. Подавляющее большинство вопросов, относящихся к такому распространению волн, может быть освещено при помощи трех методов, развитых в теории дифракции и распространения волн.

1. Распространение высокочастотных радиоволн при слабой рефракции вполне адекватно описывается методом геометрической оптики, поскольку характерные пространственные масштабы как в ионосфере, так и в тропосфере существенно больше длины волн интересующего нас диапазона. Основные положения геометрической оптики мы изложим в данной главе.

2. Благодаря использованию больших (по сравнению с длиной волны) антенн большую часть дифракционных эффектов, с которыми приходится иметь дело при приеме и излучении радиоволн в слабо неоднородной среде, можно описать при помощи метода Гюйгенса — Кирхгофа, обобщенного на неоднородные среды (гл. 3).

3. Влияние слабых неоднородностей, меньших длины волны или сравнимых с ней, почти всегда можно описать при помощи теории однократного рассеяния волн, которая излагается в ч. III (гл. 6 и 7).

Задачи, решение которых требует привлечения иных методов, весьма малочисленны. Некоторые из них будут упомянуты ниже.

3. УРАВНЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ДЛЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СКАЛЯРНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ

Наиболее широко применяемым методом расчета параметров волны, распространяющейся в плавно-неоднородной среде, является метод геометрической оптики. Приближение геометрической оптики отвечает асимптотическому пределу $\lambda \rightarrow 0$, т. е. малости длины волны по сравнению со всеми другими геометрическими параметрами задачи. Простота и наглядность полученных на основе этого метода результатов обусловили его широкое применение.

Вывод уравнений геометрической оптики общеизвестен (см., например, [21, 30, 41—47]), но, поскольку большинство результатов, описанных в данной книге,

в той или иной степени основано на геометрикооптических представлениях, мы все же кратко наметим вывод уравнений геометрической оптики и подробно проанализируем их решение методом возмущений. Для удобства сначала опишем скалярный вариант лучевой теории, который позволяет рассчитать все основные параметры волнового поля, кроме поляризации.

Уравнения последовательных приближений. Рассмотрим уравнение Гельмгольца, описывающее монохроматическое поле в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\mathbf{r})$,

$$\Delta u + \kappa_0^2 \varepsilon(\mathbf{r}) u = 0, \quad \kappa_0 = \omega / c. \quad (3.1)$$

Множитель $e^{-i\omega t}$ (где ω — частота волны) для краткости опускаем. Если $\varepsilon(\mathbf{r}) = \text{const} = 1$, то решение уравнения (3.1) имеет вид плоской волны $u = A \exp\{i\kappa_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{r}\}$, где $\mathbf{m}$ — единичный вектор. Если $\varepsilon(\mathbf{r})$ меняется достаточно медленно, так что выполняется неравенство

$$\mu = \lambda |\nabla \varepsilon| / \varepsilon \ll 1, \quad (3.2)$$

естественно искать решение $u(\mathbf{r})$ в виде почти плоской волны

$$u(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp\{i\kappa_0 \varphi(\mathbf{r})\}, \quad (3.3)$$

где $A(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$ — медленно меняющиеся функции. Амплитуду $A(\mathbf{r})$ будем искать в виде ряда по степеням $1/(i\kappa_0)$ (фактически разложение проводится по степеням малого параметра (3.2) $\mu \approx 1/(\kappa_0 l_e)$, где $l_e \approx \varepsilon / |\nabla \varepsilon|$ — характерный масштаб изменения $\varepsilon(\mathbf{r})$) [47]

$$A(\mathbf{r}) = A_0(\mathbf{r}) + \frac{A_1(\mathbf{r})}{i\kappa_0} + \frac{A_2(\mathbf{r})}{(i\kappa_0)^2} + \dots \quad (3.4)$$

Подставляя (3.3) и (3.4) в (3.1) и приравнявая группы членов одного порядка, получаем систему уравнений, включающую *уравнение эйконала* для φ

$$(\nabla \varphi)^2 = \varepsilon(\mathbf{r}) \equiv n^2(\mathbf{r}) \quad (3.5)$$

и *уравнения переноса* для амплитуд $A_0, A_1, \dots$

$$A_0 \Delta \varphi + 2 \nabla A_0 \cdot \nabla \varphi = 0, \quad (3.6)$$

$$A_l \Delta \varphi + 2 \nabla A_l \cdot \nabla \varphi = \Delta A_{l-1}, \quad l \geq 1. \quad (3.7)$$

Уравнение (3.5) вместе с граничными условиями определяют эйконал φ . Зная φ , из рекуррентной цепочки уравнений (3.6), (3.7) можно найти амплитуды последо-

вательных приближений $A_0, A_1, \dots$. В подавляющем большинстве случаев ограничиваются нулевым приближением

$$u = A_0 e^{i\kappa_0 \varphi}. \quad (3.8)$$

Величина $S = \kappa_0 \varphi$ в (3.8) определяет фазу поля лишь с точностью до членов порядка $1/(\kappa_0 l_e)$. В самом деле, если $\epsilon(r)$ вещественно (поглощение отсутствует), то из (3.5) следует, что эйконал φ тоже веществен. Из (3.6) и (3.7) следует, что A_0, A_1 — тоже вещественные величины. В результате все слагаемые в (3.4) с нечетными индексами оказываются чисто мнимыми и дают вклад в фазу поля u . По этой же причине величина A_0 определяет модуль поля $|u|$ лишь приближенно с точностью до членов порядка $\mu^2 \approx 1/(\kappa_0 l_e)^2$.

Лучевые уравнения. Уравнение эйконала (3.5) — это нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка, и его можно решать методом характеристик. Уравнения характеристик [41—47]

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} = \frac{\mathbf{p}}{V_\epsilon} = \mathbf{1}; \quad \frac{d\mathbf{p}}{d\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\nabla \epsilon}{V_\epsilon} = \nabla n, \quad \mathbf{p} = \nabla \varphi, \quad (3.9)$$

называют *лучевыми уравнениями* (здесь $n = V_\epsilon$ — коэффициент преломления среды). Касательный к лучу вектор $\mathbf{p} = \nabla \varphi$ нормален к фазовому фронту волны $\varphi = \text{const}$.

Если решение уравнений (3.9) известно, то эйконал φ может быть вычислен по формуле

$$\varphi = \varphi^0 + \int_0^\sigma V_\epsilon d\sigma = \varphi^0 + \int_0^\sigma n d\sigma, \quad (3.10)$$

где $d\sigma$ — элемент длины луча, а $\varphi^0 = \varphi^0(\xi, \eta)$ — начальное значение*) эйконала на исходной поверхности Q , заданной уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^0(\xi, \eta). \quad (3.11)$$

*) Здесь и далее начальные значения всех величин обозначены верхним индексом «0», нижний индекс «0» используется для обозначения величины нулевого приближения.

Для решения лучевых уравнений (3.9) нужно знать начальные значения для $\mathbf{r}(\sigma)$ и $\mathbf{p}(\sigma)$. Если нас интересует траектория луча, вышедшего из точки $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}^0(\xi, \eta)$ (рис. 3.1), то в общем случае начальные значения компонент вектора $\mathbf{p}^0$ можно найти из двух уравнений:

$$\mathbf{p}(0) \frac{\partial \mathbf{r}^0}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi^0}{\partial \xi}; \quad \mathbf{p}(0) \frac{\partial \mathbf{r}^0}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi^0}{\partial \eta}, \quad (3.12)$$

получаемых путем дифференцирования равенства $\varphi(\mathbf{r}_0) = \varphi^0(\xi, \eta)$ по ξ и η . Эти уравнения надо решать относительно $\mathbf{p}(0) \equiv \mathbf{p}^0(\xi, \eta)$ совместно с уравнением эйконала $p^2(0) = \varepsilon(\mathbf{r}^0)$. При указанных начальных условиях, когда фиксируется точка выхода луча из поверхности Q , из уравнений (3.9) получаем двухпараметрическое семейство траекторий

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\xi, \eta, \sigma), \quad (3.13)$$

причем $\mathbf{r}(\xi, \eta, 0) = \mathbf{r}^0(\xi, \eta)$. Параметры ξ и η задают лучи, выходящие из поверхности Q , а параметр σ определяет расстояние (вдоль криволинейного луча) от поверхности Q до точки $\mathbf{r}$. Величины ξ, η, σ принято называть *лучевыми координатами*. В приложениях чаще всего интерес представляют траектории, приходящие в заданные точки пространства. В этом случае (3.13) следует рассматривать как систему трех уравнений относительно лучевых координат ξ, η, σ при заданном $\mathbf{r}$.

Полезно отметить, что если начальные условия $\varphi^0 = \varphi^0(\xi, \eta)$ заданы на плоскости $z=0$, а в качестве параметров ξ и η использованы координаты x^0 и y^0 на этой плоскости ($\xi = x^0, \eta = y^0$), то

$$p_x^0 = \frac{\partial \varphi^0}{\partial \xi}; \quad p_y^0 = \frac{\partial \varphi^0}{\partial \eta}; \quad p_z^0 = \sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\partial \varphi^0}{\partial \xi}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi^0}{\partial \eta}\right)^2}. \quad (3.14)$$

Если речь идет о поле точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{R}^0$, то в качестве лучевых координат

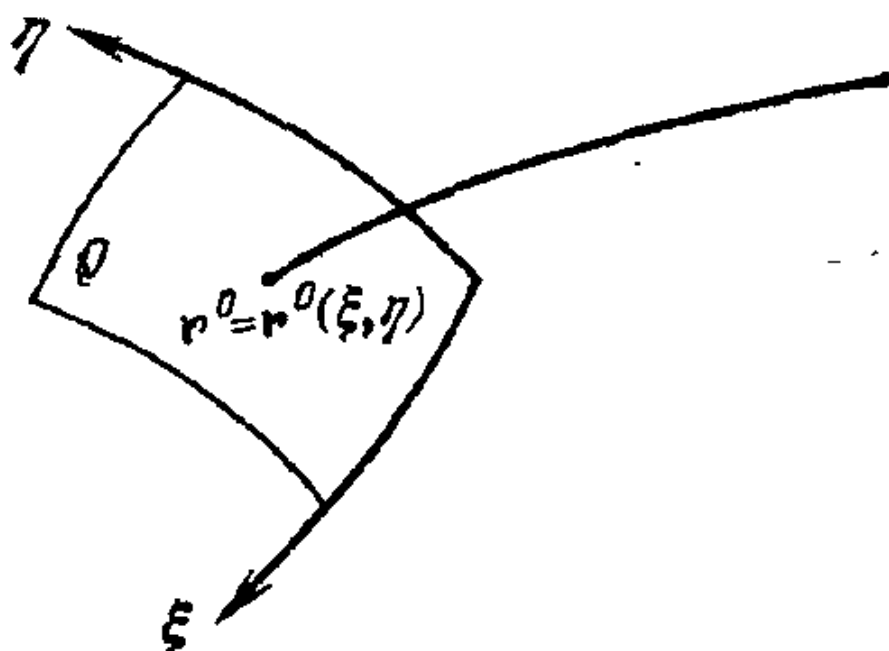


Рис. 3.1

естественно взять полярный (ξ) и азимутальный (η) углы, при этом

$$\mathbf{r}^0(\xi, \eta) = \mathbf{R}^0; \mathbf{p}^0 = \mathbf{l}^0(\xi, \eta)n^0, \quad (3.15)$$

где $n^0 = n(\mathbf{R}^0) = \sqrt{\varepsilon(\mathbf{R}^0)}$ — коэффициент преломления в месте расположения точечного источника, а $\mathbf{l}^0(\xi, \eta)$ — единичный вектор с компонентами

$$\begin{aligned} l_x^0 &= \sin \xi \cos \eta; \quad l_y^0 = \sin \xi \sin \eta; \\ l_z^0 &= \cos \xi. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Амплитуда волны. Амплитуда нулевого приближения определяется из уравнения переноса (3.6), которое может быть записано в виде

$$\operatorname{div}(A^2_0 \mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} = \nabla \varphi = n \mathbf{l}, \quad (3.17)$$

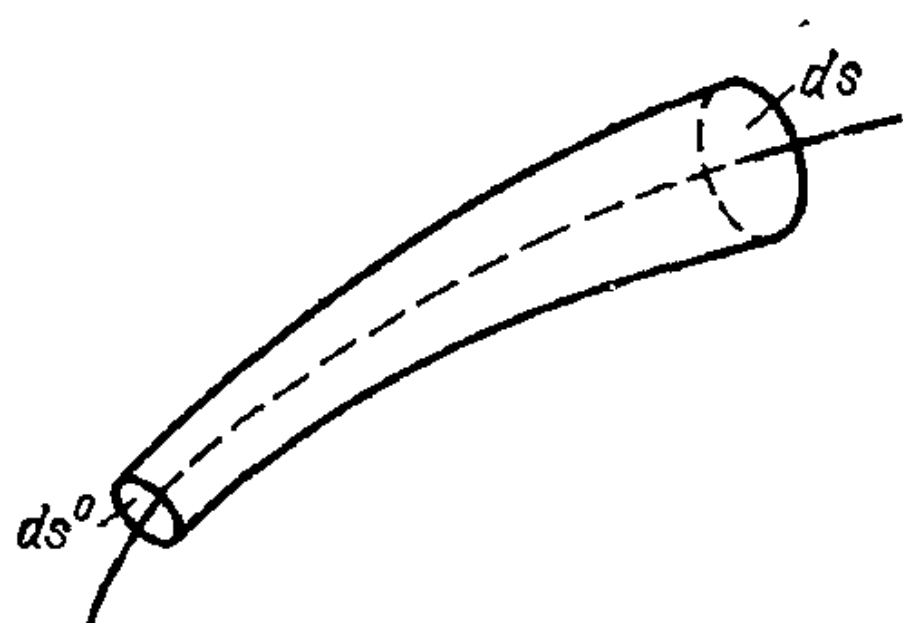


Рис. 3.2

где $\mathbf{l}$ — единичный вектор, касательный к лучу. Интегрирование этого уравнения по объему бесконечно узкой лучевой трубки с начальным ds^0 и конечным ds поперечным сечением (рис. 3.2) с помощью теоремы Гаусса приводит к закону сохранения

интенсивности $I = nA^2_0$ в лучевой трубке

$$nA^2_0 ds = \text{const} = n^0(A^0_0)^2 ds^0, \quad (3.18)$$

где $A^0_0 = A^0_0(\xi, \eta)$ — начальное значение амплитуды на поверхности. Из (3.18) имеем

$$A_0 = A^0_0 \sqrt{n^0 ds^0 / (n ds)}. \quad (3.19)$$

Эту формулу можно представить в ином виде, если использовать якобиан перехода от декартовых координат x, y, z к лучевым ξ, η, σ :

$$D(\sigma) = \partial(x, y, z) / \partial(\xi, \eta, \sigma). \quad (3.20)$$

Учитывая, что $ds = D(\sigma) d\xi d\eta$ и $ds^0 = D(0) d\xi d\eta$, получаем

$$A_0 = A^0_0 \sqrt{n^0 D(0) / (n D(\sigma))}. \quad (3.21)$$

Эта формула, которую можно вывести также непосредственно из (3.6) или из (3.17) при помощи теоремы

Лиувилля [46, 47], облегчает вычисление амплитуды A_0 , если известно параметрическое представление пучка лучей (3.13). В частности, для плоской волны, распространяющейся вдоль оси z в однородной среде ($n = \text{const} = n^0$), когда $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \sigma$ и $D = 1$, из (3.21) имеем $A_0 = \text{const} = A_0^0$.

Для сферической волны, когда $x = \sigma \sin \xi \cos \eta$, $y = \sigma \sin \xi \sin \eta$, $z = \sigma \cos \xi$ (ξ и η — азимутальный и полярный углы, определяемые как и в (3.16)), $D(\sigma) = \sigma^2 \sin \xi$ и $A_0 = A_0^0(\sigma^0/\sigma)$, где σ^0 — радиус сферы, на которой задана начальная амплитуда $A_0^0 = A_0^0(\xi, \eta)$. Для точечного ненаправленного источника ($\sigma^0 \rightarrow 0$) можно положить $A_0^0(\xi, \eta) \sigma^0 = B$, так что $A_0 = B/\sigma$.

Учет поглощения. В рамках излагаемого метода нетрудно учесть и слабое поглощение в среде, описываемое мнимой частью комплексной проницаемости $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $|\varepsilon''| \ll \varepsilon'$. Рассматривая ε'' как малую величину порядка $\mu \ll 1$ и перенося ее из уравнения эйконала (3.5) в уравнение переноса (3.6), получаем

$$(\nabla \varphi)^2 = \varepsilon', \quad (3.22)$$

$$2 \nabla \varphi \cdot \nabla A_0 + A_0 \Delta \varphi = -i\kappa_0 \varepsilon'' A_0. \quad (3.23)$$

Решение уравнения (3.22) дается выражением (3.10), в котором под $V \varepsilon = n$ следует понимать $V \varepsilon' \approx n'$, а в соответствии с (3.23) ослабление амплитуды волны A_0 описывается экспоненциальным множителем $\mathcal{J}^0$ вида

$$\mathcal{J}^0 = \exp \left(-\kappa_0 \int_0^\sigma \frac{\varepsilon''}{2 V \varepsilon'} d\sigma \right) = \exp \left(-\kappa_0 \int_0^\sigma n'' d\sigma \right). \quad (3.24)$$

Здесь $n'' \approx \varepsilon'' / (2 V \varepsilon')$ — мнимая часть коэффициента преломления $n = n' + in'' = V \varepsilon' + i\varepsilon''$, а интегрирование проводится вдоль лучей, подчиняющихся уравнениям (3.9) с $\varepsilon = \varepsilon'$. Таким образом, при учете слабого поглощения

$$A_0 = A_0^0 \mathcal{J}^0 \sqrt{n^0 D(0) / n D(\sigma)}. \quad (3.25)$$

При существенном поглощении, когда вещественная и мнимая части ε сравнимы по величине, приходится отказаться от концепции вещественных лучей и использовать комплексную форму геометрической оптики (см. [48]).

Учет многолучевости. Если уравнение (3.13) допускает несколько решений относительно лучевых координат ξ_j, η_j, σ_j ($j = 1, 2, \dots, m$), то результирующее поле представляется суммой полей, отвечающих лучам, пришедшим в точку r :

$$u = \sum_{j=1}^m u_j = \sum_{j=1}^m A_j \exp(i\kappa_0 \varphi_j + \delta S_j). \quad (3.26)$$

Здесь δS_j — специфический фазовый сдвиг, возникающий при касании лучом каустики. При однократном касании каустики фазовый сдвиг может быть равным либо $-\pi/2$, либо $-\pi$ (последняя возможность реализуется только для лучей, прошедших через трехмерный фокус [47]).

Условия применимости лучевого метода. Неравенство (3.2) и аналогичные неравенства

$$\lambda |\nabla A_0| / A_0 \ll 1, \quad \lambda |\nabla \cdot \mathbf{p}_j| / p \ll 1, \quad (3.2a)$$

означающие плавность изменения амплитуды A и градиента эйконала $\mathbf{p} = \nabla \varphi$ в масштабе длины волны, дают только необходимые, но недостаточные условия применимости метода геометрической оптики. Универсальные достаточные условия применимости, предложенные в [47, 49], предполагают выполнение неравенств

$$a_\phi |\nabla_\perp \epsilon| / \epsilon \ll 1; \quad a_\phi |\nabla_\perp A_0| / A_0 \ll 1; \quad a_\phi |\nabla_\perp p_i| / p \ll 1, \quad (3.27)$$

где $\nabla_\perp = \nabla - \mathbf{l}(\mathbf{l} \cdot \nabla)$ — оператор поперечного дифференцирования, a_ϕ — радиус поперечного сечения френелевского объема луча, определяемого как внутренность области, ограниченной первыми зонами Френеля, «инициализированными» на луч.

Для плоской волны в однородной среде френелевский объем имеет форму параболоида вращения с радиусом поперечного сечения

$$a_\phi = \sqrt{\lambda R}, \quad (3.28)$$

где R — расстояние от точки наблюдения до рассматриваемого сечения (рис. 3.3, а). Для сферической волны

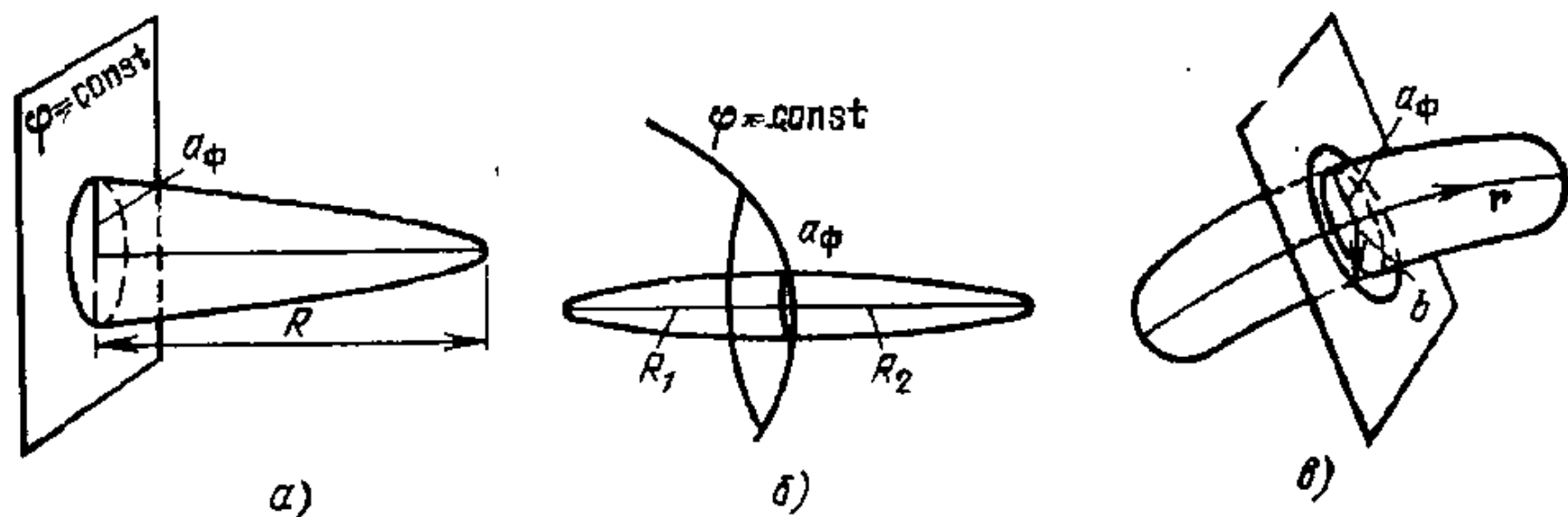


Рис. 3.3

френелевский объем имеет форму эллипсоида вращения, для которого

$$a_{\text{ф}} = \sqrt{\lambda R_1 R_2 / (R_1 + R_2)}, \quad (3.29)$$

где R_1 и R_2 — расстояния от рассматриваемого сечения до источника и до точки наблюдения соответственно (рис. 3.3,б). В неоднородной среде, где лучи испытывают рефракцию, френелевские объемы «наизываются» на искривленные лучи (рис. 3.3,в). Общие правила построения френелевских объемов в неоднородных средах даны в [47, 49].

Френелевский объем представляет собой область, существенную для формирования поля в плавно-неоднородной среде, а неравенства (3.27) требуют плавности изменения параметров среды и волны в этой области. Френелевский объем можно трактовать также как область локализации луча, рассматриваемого как физический объект. В самом деле, если пропустить луч через отверстие в экране (рис. 3.3,в), то поле в точке наблюдения не «почувствует» присутствия экрана, пока радиус отверстия b велик по сравнению с френелевским радиусом $a_{\text{ф}}$, а лишь при $b \rightarrow a_{\text{ф}}$ экран существенно нарушит поле в $\mathbf{r}$. Таким образом, «физический» луч, отождествляемый с френелевским объемом, имеет конечную толщину, в отличие от «математического» луча, представляющего собой бесконечно тонкую линию в пространстве $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma)$.

Согласно (3.27), нарушение условий применимости геометрической оптики может быть обусловлено резкими изменениями:

параметров среды (в частности, наличием мелкомасштабных неоднородностей),

амплитуды A_0 (например, при частичном экранировании поля, а также вблизи края ограниченных излучающих раскрывов и вблизи каустик, на которых амплитуда A_0 обращается в бесконечность),

направления распространения волны (например, у вершины призмы).

Ниже мы встретимся с первыми двумя ситуациями, которые опишем соответственно при помощи теории рассеяния волн (гл. 6, 7) и обобщенного метода Гюйгенса — Кирхгофа (гл. 3).

4. МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ИЗОТРОПНЫХ И В СЛАБОАНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Поперечные электромагнитные волны в изотропной среде. Уравнения Максвелла для монохроматического электромагнитного поля в изотропной немагнитной среде имеют вид [50]

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} + i\kappa_0 \mathbf{E} = 0; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} - i\kappa_0 \mathbf{H} = 0, \quad \kappa_0 = \omega/c. \quad (4.1)$$

Отыскивая решение этих уравнений по методу геометрической оптики, как и в [42] (см. также [46—47]), положим

$$\mathbf{E} = \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{E}_1}{i\kappa_0} + \dots \right) e^{i\kappa_0 \varphi}; \quad \mathbf{H} = \left(\mathbf{H}_0 + \frac{\mathbf{H}_1}{i\kappa_0} + \dots \right) e^{i\kappa_0 \varphi}. \quad (4.2)$$

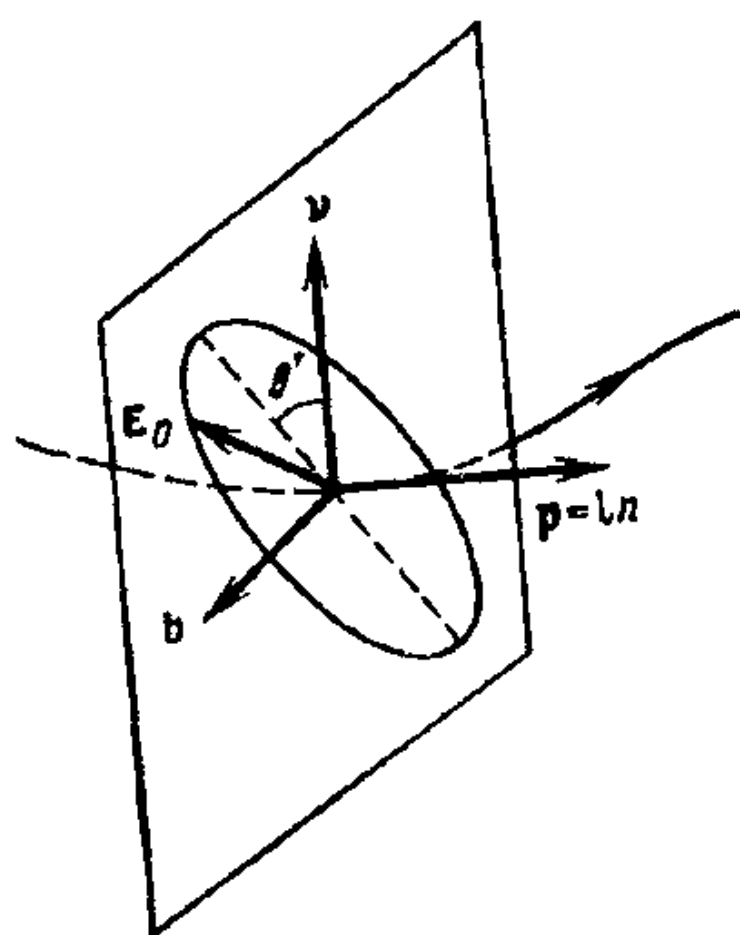


Рис. 4.1

Подстановка разложений (4.2) в уравнения Максвелла приводит к следующим уравнениям нулевого приближения:

$$[\mathbf{p} \mathbf{H}_0] = -\varepsilon \mathbf{E}_0; \quad [\mathbf{p} \mathbf{E}_0] = \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{p} \equiv \nabla \varphi. \quad (4.3)$$

Приравнявая нулю детерминант этих однородных уравнений, получаем уравнение эйконала (3.5). Из (4.3) следует также поперечный характер полей нулевого приближения: $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{H}_0 \perp \mathbf{p} = \nabla \varphi$, т. е. векторы $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$ лежат в плоскости, перпендикулярной лучу (рис. 4.1).

Если $\mathbf{v}$ — главная нормаль, а $\mathbf{b}$ — бинормаль к лучу, то поперечные поля $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$ можно представить в виде

$$\mathbf{E}_0 = \Phi_v \mathbf{v} + \Phi_b \mathbf{b}; \quad \mathbf{H}_0 = n [\Phi_v \mathbf{b} - \Phi_b \mathbf{v}], \quad (4.4)$$

где амплитуды Φ_v и Φ_b подчиняются уравнениям, вытекающим из условий совместности уравнений первого приближения [42, 47],

$$\begin{aligned} X_1 &\equiv 2 \frac{d\Phi_v}{d\sigma} + \frac{\Phi_v}{n} \frac{dn}{d\sigma} + \Phi_v \operatorname{div} \mathbf{l} + 2 \frac{\Phi_b}{T_{\text{кр}}} = 0, \\ X_2 &\equiv 2 \frac{d\Phi_b}{d\sigma} + \frac{\Phi_b}{n} \frac{dn}{d\sigma} + \Phi_b \operatorname{div} \mathbf{l} - 2 \frac{\Phi_v}{T_{\text{кр}}} = 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Здесь, как и раньше, $l = \mathbf{r}/V\tilde{\epsilon} \equiv \mathbf{r}/n$, а $T_{\text{крч}}$ — радиус кручения луча: $1/T_{\text{крч}} = (\mathbf{v} \cdot \text{rot } \mathbf{v} + \mathbf{b} \cdot \text{rot } \mathbf{b})/2$.

Эволюция амплитуды и эллипса поляризации в изотропной среде. Из уравнений (4.5) следует закон сохранения потока энергии в лучевой трубке:

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{S} &= (c/8\pi) \text{div}\{\text{Re}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*]\} = \\ &= (c/8\pi) \text{div}(\rho A_0^2) = 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где $A_0^2 = |\Phi_v|^2 + |\Phi_b|^2 = |\mathbf{E}_0|^2$. Таким образом, амплитуда A_0 удовлетворяет тому же уравнению, что и амплитуда в скалярной задаче. Поэтому изменение A_0 вдоль луча может быть определено по формулам скалярной теории (3.19) или (3.21).

Другим следствием из уравнений (4.5) является сохранение отношения [47]

$$\Phi/A_0 = \text{const} = \Phi^0/A_0^0, \quad (4.7)$$

где $\Phi^2 = \Phi_v^2 + \Phi_b^2 = E^2$. Постоянство отношения Φ/A_0 отвечает сохранению формы эллипса поляризации поля.

Что же касается ориентации большой оси эллипса поляризации, то угол θ' между большой осью и нормалью к лучу (рис. 4.1) подчиняется закону Рытова [42, 47]:

$$d\theta'/d\sigma = 1/T_{\text{крч}}. \quad (4.8)$$

Если ввести формально комплексный угол $\theta = \text{arctg}(\Phi_b/\Phi_v)$, то из (4.5) для него также получается уравнение Рытова [47]:

$$d\theta/d\sigma = 1/T_{\text{крч}}, \quad \theta = \theta' + i\theta'', \quad (4.9)$$

при этом $\theta'' = \text{const}$ в силу вещественности $T_{\text{крч}}$. Поскольку $\text{th } \theta''$ характеризует отношение малой и большой осей эллипса поляризации, постоянство θ'' эквивалентно равенству (4.7). Интегрирование (4.9) дает

$$\theta = \theta^0 + i \int_0^\sigma \frac{d\sigma}{T_{\text{крч}}}, \quad (4.10)$$

где θ^0 — начальное значение.

Уравнения геометрической оптики в слабоанизотропной среде. Из-за наличия геомагнитного поля ионосфера

Земли является, строго говоря, анизотропной средой. В общем случае для описания электромагнитного поля в такой среде необходимо привлекать представления о нормальных волнах, строя свою систему лучей и фазовых фронтов для каждой из нормальных волн.

На частотах $f > 100$ МГц ($\lambda < 3$ м) тензор диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы $\hat{\epsilon}$ слабо отличается от изотропного тензора $\epsilon_0 \hat{\delta}$ ($\hat{\delta}$ — единичный тензор), и поэтому величину $\hat{\chi} = \hat{\epsilon} - \epsilon_0 \hat{\delta}$, являющуюся мерой анизотропии среды, можно рассматривать как малое возмущение. Такой подход получил название «квазиизотропного приближения» (см. [51], а также [47]), так как в нулевом приближении среда считается изотропной. В качестве ϵ_0 можно взять среднее значение диагональных членов тензора $\hat{\epsilon} : \epsilon_0 = 1/3 \text{Sp } \hat{\epsilon}$, но для этого пригодна и проницаемость среды в отсутствие магнитного поля.

Уравнения Максвелла для анизотропной среды отличаются от (4.1) тем, что скаляр ϵ заменен тензором $\hat{\epsilon}$. В слабоанизотропной среде

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_0 \hat{\delta} + \hat{\chi}, \quad (4.11)$$

так что

$$\text{rot } \mathbf{H} + i\kappa_0 \epsilon_0 \mathbf{E} = -i\kappa_0 \hat{\chi} \mathbf{E}; \quad \text{rot } \mathbf{E} - i\kappa_0 \mathbf{H} = 0. \quad (4.12)$$

Рассматривая анизотропную часть тензора проницаемости $\hat{\chi}$ как малое возмущение порядка $1/\kappa_0$, в нулевом приближении геометрической оптики мы имеем те же уравнения (4.3) и (4.4), что и в изотропной среде, тогда как в первом приближении вместо (4.5) получаем

$$\begin{aligned} X_1 - (i\kappa_0/V\epsilon) (\chi_{vv}\Phi_v + \chi_{vv}\Phi_b) &= 0, \\ X_2 - (i\kappa_0/V\epsilon) (\chi_{bv}\Phi_v + \chi_{bv}\Phi_b) &= 0, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где X_1 и X_2 определены в (4.5), а $\chi_{vv} = (\mathbf{v}\hat{\chi}\mathbf{v})$, $\chi_{bv} = (\mathbf{b}\hat{\chi}\mathbf{v})$ и т. д. — компоненты тензора анизотропии $\hat{\chi}$ в системе координат $(\mathbf{l}, \mathbf{v}, \mathbf{b})$, связанной с лучом,

Таким образом, лучи и фазовые фронты в слабоанизотропной среде оказываются такими же, как в изотропной среде. Анизотропия сказывается лишь на поведении амплитуд Φ_v и Φ_b , т. е. на поляризации поля (4.4).

Уравнения (4.13) допускают различные представления [47]. Наиболее удобно описание поляризации при помощи комплексного угла $\theta = \text{arctg}(\Phi_v/\Phi_b)$, который удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \frac{1}{T_{\text{крч}}} + \frac{i\kappa_3}{4\sqrt{\varepsilon}} [(\chi_{bv} - \chi_{vb}) + (\chi_{bv} + \chi_{vb}) \cos 2\theta - (\chi_{vv} - \chi_{zz}) \sin 2\theta]. \quad (4.14)$$

Это уравнение следует рассматривать как обобщение уравнения Рытова (4.9) на слабоанизотропные среды.

Для ионосферной плазмы на высоких частотах ($\omega \gg \omega_H = eH_0/mc = 1,4$ МГц) уравнение (4.14) принимает вид [51]

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \frac{1}{T_{\text{крч}}} + \frac{1}{2} \kappa_0 v \sqrt{u} \cos \alpha - \frac{i\kappa_3}{4} vu \sin^2 \alpha \sin 2(\theta + \beta). \quad (4.15)$$

Здесь использованы стандартные обозначения (2.3): $v = 4\pi Ne^2/(m\omega^2)$; $\sqrt{u} = eH_0/(mc\omega)$; α — угол между лучом и магнитным полем $\mathbf{H}_0$, а β — угол между главной нормалью к лучу $\mathbf{v}$ и плоскостью $(\mathbf{l}, \mathbf{H}_0)$.

Если слагаемое $1/T_{\text{крч}}$ в (4.15) описывает вращение векторов поля относительно естественного трехгранника $(\mathbf{v}, \mathbf{b}, \mathbf{l})$, то второе слагаемое соответствует фарадеевскому вращению, скорость которого

$$d\theta_F/d\sigma = \frac{1}{2} \kappa_0 v \sqrt{u} \cos \alpha \quad (4.16)$$

пропорциональна первой степени магнитного поля $\mathbf{H}_0$. Последнее слагаемое в (4.15) пропорционально H_0^2 и соответствует так называемому эффекту Коттона — Муттона. Это слагаемое приводит к превращению линейно-поляризованных волн в эллиптически-поляризованные. Роль этого слагаемого в уравнении (4.15) особенно велика при $\alpha \approx \pi/2$, т. е. при квазипоперечном распространении волны по отношению к магнитному полю, когда

$d\theta_F/d\sigma \approx 0$ и коттон-мутоновский член является основным.

Матрица поворота эллипса поляризации. Изменение угла θ можно описать при помощи оператора поворота плоскости поляризации $\hat{\Lambda}$, который переводит начальный вектор

$$\mathbf{E}^0 = \Phi^0 \mathbf{v}^0 + \Phi_b^0 \mathbf{b}^0 = \Phi^0 (\mathbf{v}^0 \cos \theta^0 + \mathbf{b}^0 \sin \theta^0) \equiv \Phi^0 \mathbf{e}^0 \quad (4.17)$$

в конечный

$$\mathbf{E} = \Phi \mathbf{v} + \Phi_b \mathbf{b} = \Phi (\mathbf{v} \cos \theta + \mathbf{b} \sin \theta) \equiv \Phi \mathbf{e}. \quad (4.18)$$

Преобразованию $\mathbf{e} = \hat{\Lambda} \mathbf{e}^0$ соответствует матрица

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \Lambda_{vv} & \Lambda_{vb} \\ \Lambda_{bv} & \Lambda_{bb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta - \theta^0) & -\sin(\theta - \theta^0) \\ \sin(\theta - \theta^0) & \cos(\theta - \theta^0) \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

которая преобразует вектор $\mathbf{e}^0$ с компонентами $(\cos \theta^0, \sin \theta^0)$ в базисе $\mathbf{v}^0, \mathbf{b}^0$ в вектор $\mathbf{e}$ с компонентами $(\cos \theta, \sin \theta)$ в базисе $\mathbf{v}, \mathbf{b}$.

В случае плоско- и сферическислой среды кручение отсутствует ($T_{\text{крч}} = \infty$), при этом вектор к нормали $\mathbf{v}$ лежит в плоскости луча, а вектор бинормали $\mathbf{b}$ перпендикулярен плоскости луча. Если к тому же угол между лучом и магнитным полем настолько мал, что можно пренебречь действием эффекта Коттона — Мутона, то приращение $\theta - \theta^0$ определяется только эффектом Фарадея:

$$\theta - \theta^0 = \theta_F = \frac{1}{2} \int_0^{\sigma} \kappa_0 v \sqrt{u} \cos a d\sigma. \quad (4.20)$$

В этом случае матрица

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \cos \theta_F & -\sin \theta_F \\ \sin \theta_F & \cos \theta_F \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

описывает поворот плоскости поляризации на угол θ_F , или, более общо, поворот большой оси эллипса поляризации на угол θ_F .

При квазипоперечном распространении, когда приращение $\theta - \theta^0$ комплексно, матрица (4.19) описывает не только поворот осей, но и деформацию эллипса поляри-

зации, в частности превращение линейно-поляризованной или волны с круговой поляризацией в эллиптически-поляризованную. (Оценки деполяризации для ионосферного распространения мы дадим в § 14.)

5. КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В медленно нестационарной среде распространение волн можно описать в рамках пространственно-временной геометрической оптики [47, 52—57], которая опирается на понятие пространственно-временных лучей.

Характерные времена изменения параметров ионосферы и тропосферы существенно больше, чем время прохождения сигнала через неоднородную среду. Это позволяет применять *квазистационарное приближение*.

Пусть нестационарность входит в диэлектрическую проницаемость среды через какой-либо параметр $\gamma(t, \mathbf{r})$ (для плазмы это электронная концентрация, для неионизированного газа давление или температура). Сформулируем условия, при выполнении которых можно пренебречь зависимостью ϵ от времени в уравнениях (3.9).

Пусть $\gamma(t^0, \mathbf{r})$ — значение параметра γ в момент t^0 входа луча в неоднородность с масштабом l . Через время $\Delta t \approx l/c$, когда луч выйдет из неоднородности,

$$\gamma(t, \mathbf{r}) = \gamma(t^0 + \Delta t, \mathbf{r}) \approx \gamma(t^0, \mathbf{r}) + \frac{\partial \gamma}{\partial t} \Delta t,$$

так что за время прохождения лучом неоднородности изменение γ

$$\Delta \gamma = \gamma(t, \mathbf{r}) - \gamma(t^0, \mathbf{r}) \approx \frac{\partial \gamma}{\partial t} \Delta t \approx \frac{\partial \gamma}{\partial t} \frac{l}{c}. \quad (5.1)$$

Обозначим через t_γ характерное время изменения γ , вызванное теми или иными процессами, определяющими эволюцию неоднородности (диффузное расплывание, турбулентное перемешивание, дрейф и т. д.). Тогда по порядку величины $\partial \gamma / \partial t \approx \gamma / t_\gamma$ и относительное изменение γ есть

$$\Delta \gamma / \gamma \approx l / (t_\gamma c). \quad (5.2)$$

Для модели замороженных неоднородностей, движущихся со скоростью дрейфа $v_{др}$, время t_γ оценивается как $t_\gamma \approx l / v_{др}$, так что

$$\Delta \gamma / \gamma \approx v_{др} / c. \quad (5.3)$$

При действии различных процессов переноса $t_1 \approx l/v_1$, где v_1 — характерная скорость диффузии, перемешивания и других процессов, и

$$\Delta\gamma/\gamma \approx v_1/c. \quad (5.4)$$

Наконец, параметр γ может измениться из-за движения источника или приемника. Если v_n — скорость источника, то по порядку величины справедливо относительное изменение, аналогичное (5.3),

$$\Delta\gamma/\gamma \approx v_n/c. \quad (5.5)$$

Достижимые в настоящее время скорости v_n , а также скорости $v_{др}$ и v_v , характерные для ионосферы и тропосферы Земли, намного меньше скорости света, так что относительное изменение γ пренебрежимо мало по сравнению с единицей:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \approx \left(\frac{v_n}{c}, \frac{v_{др}}{c}, \frac{v_v}{c} \right) \ll 1. \quad (5.6)$$

Так, даже для космических скоростей $v_n \approx 10$ км/с отношение v_n/c не превышает $3 \cdot 10^{-4}$. Скорость дрейфа неоднородностей в ионосфере не превышает 1 км/с, а скорость ветра в приземных слоях редко когда превышает 20 м/с. Для этих движений, а также для всех мыслимых характерных скоростей v_v относительное изменение $\Delta\gamma/\gamma$ будет меньше $3 \cdot 10^{-5}$.

Далее, параметры ионосферы или тропосферы определяют не саму диэлектрическую проницаемость среды, а лишь отклонение ϵ от единицы, так что относительное изменение ϵ можно оценить по формуле

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \approx \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial\epsilon}{\partial\gamma} \Delta\gamma \approx \frac{1}{\epsilon} \gamma \frac{\partial\epsilon}{\partial\gamma} \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \approx \gamma \frac{\partial\epsilon}{\partial\gamma} \frac{v_m}{c}, \quad (5.7)$$

где v_m — максимальная из скоростей в (5.6). В тропосфере Земли всегда

$$\gamma (\partial\epsilon/\partial\gamma) \ll 1, \quad (5.8)$$

а для ионосферы неравенство (5.8) выполняется для высоких частот, когда $|1-\epsilon| \ll \epsilon$. В результате фактическое изменение $\Delta\epsilon$ под действием рассмотренных выше процессов всегда заведомо меньше $3 \cdot 10^{-4}$.

Таким образом, в силу чрезвычайно высокой скорости распространения радиоволн по сравнению с характерными скоростями движений в атмосфере Земли,

в уравнениях (3.9) с полным основанием можно не принимать во внимание зависимость ϵ от времени. Зависимость γ от времени следует восстановить уже в окончательных результатах для амплитуды и фазы волны. В результате параметры волны также станут зависящими от времени. Такой квазистационарный подход полезен при определении частоты ω сигнала, прошедшего через медленно меняющуюся среду. Эту частоту можно рассчитать путем дифференцирования фазы $S_{\text{кст}}(t, r)$, рассчитанной квазистационарным методом,

$$\omega \approx -\partial S_{\text{кст}} / \partial t. \quad (5.9)$$

6. МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ЛУЧЕВЫХ УРАВНЕНИЙ

Уравнения последовательных приближений. Точное решение уравнений геометрической оптики удастся найти лишь для некоторых специальных случаев, когда диэлектрическая проницаемость $\epsilon(r)$ изменяется по достаточно простому закону. Поэтому приближенные методы решения этих уравнений представляют значительный интерес. Здесь мы рассмотрим решение по методу малых возмущений.

Известны два варианта метода возмущений. Первый из них применяется непосредственно к уравнению эйконала (3.5), а второй — к лучевым уравнениям (3.9). Ниже будет последовательно изложен второй вариант метода возмущений. Этот метод, рассмотренный в работе [58], в основных чертах воспроизводит результаты В. И. Татарского [21], но отличается от них, во-первых, более детальным учетом начальных условий для лучевых траекторий, а во-вторых, более точным вычислением членов второго порядка малости. Кроме того, мы проанализируем ограничения первого варианта метода возмущений, который (как это будет показано ниже) пригоден только на таких расстояниях, когда боковое смещение луча меньше характерного масштаба неоднородностей среды. Преимущество второго варианта метода возмущений (для лучей) заключается в том, что уже в первом порядке малости можно выявить каустики.

Перепишем уравнения (3.9) в более удобном для анализа виде [21, 44, 58]

$$dr/d\sigma = l; \quad dl/d\sigma = [\nabla \epsilon - l(l \cdot \nabla \epsilon)] / 2\epsilon, \quad (6.1)$$

где

$$l = p / \sqrt{\epsilon} = p / n \quad (6.2)$$

— единичный вектор, касательный к лучу, и применим для решения этих уравнений метод возмущений. Для этого представим диэлектрическую проницаемость среды ε в виде суммы постоянного слагаемого ε_0 и малого возмущения $v(r)$:

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_0 + v(r), \quad \varepsilon_0 = \text{const}; \quad |v(r)| \ll \varepsilon_0 \quad (6.3)$$

(более общий случай $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(r)$, когда и невозмущенные лучи испытывают рефракцию, изучен в работах [59, 60]).

Введем малый параметр $v_m = \max |v| \ll \varepsilon_0$, положив $v = v_m m$, так что $\varepsilon = \varepsilon_0 + v_m m$ и $m < 1$. Следуя [21, 58], будем искать решение уравнений (6.1) в виде разложений по степеням v_m :

$$\begin{aligned} r &= r_0 + r_1 + r_2 + \dots = r_0 + v_m \rho_1 + v_m^2 \rho_2 + \dots; \\ l &= l_0 + l_1 + l_2 + \dots = l_0 + v_m \lambda_1 + v_m^2 \lambda_2 + \dots \end{aligned} \quad (6.4)$$

Тогда $\varepsilon(r)$ на луче

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_0 + v_m m(r_0) + v_m^2 (\rho_1 \cdot \nabla) m(r_0) + \dots, \quad (6.5)$$

где $m(r_0) \equiv m_0$ — значение m на невозмущенном луче $r = r_0(\sigma)$, который удовлетворяет системе уравнений

$$dr_0/d\sigma = l_0; \quad dl_0/d\sigma = 0. \quad (6.6)$$

Подставляя (6.4) и (6.5) в (6.1) и приравнявая нулю коэффициенты при одинаковых степенях v_m , легко получить систему уравнений последовательных приближений для ρ_n, λ_n ($n=1, 2, \dots$). Вернувшись затем от ρ_n и λ_n к r_n и l_n , в первом приближении имеем *)

$$\frac{dl_1}{d\sigma} = \frac{\nabla v - l_0(l_0 \cdot \nabla v)}{2\varepsilon_0}; \quad \frac{dr_1}{d\sigma} = l_1. \quad (6.7)$$

тогда как во втором приближении

$$\begin{aligned} \frac{dl_2}{d\sigma} &= \frac{1}{2\varepsilon_0} \{ (r_1 \cdot \nabla) \nabla v - l_0(l_0 \cdot (r_1 \cdot \nabla) \nabla v) - \\ &- \frac{v}{\varepsilon_0} (\nabla v - l_0(l_0 \cdot \nabla v)) - l_0(l_1 \cdot \nabla v) - l_1(l_0 \cdot \nabla v) \}; \\ \frac{dr_2}{d\sigma} &= l_2. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Начальные условия. Если считать, что $r_0(0) = r^0(\xi, \eta)$, то уравнения для $r_1, r_2 \dots$ следует решать, очевидно,

*) Ниже предполагается, что значения v берутся на невозмущенном луче, т. е. $v = v(r_0)$.

с нулевыми начальными условиями. Начальные условия для l_n можно найти при помощи (3.12), разложив l^0 и $V\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0 + v_m m}$ в ряды по степеням v_m . Для начальных условий, заданных на плоскости $z=0$ (т. е. при $r^0 = (\xi, \eta, 0)$), нетрудно найти

$$\begin{aligned} l^0_{0x} &= \frac{1}{V\varepsilon_0} \frac{\partial \varphi^0}{\partial \xi}, \quad l^0_{1x} = -\frac{v^0}{2\varepsilon_0} l^0_{0x}, \quad l^0_{2x} = \frac{3}{8} \left(\frac{v^0}{\varepsilon_0} \right)^2 l^0_{0x}; \\ l^0_{0y} &= \frac{1}{V\varepsilon_0} \frac{\partial \varphi^0}{\partial \eta}, \quad l^0_{1y} = -\frac{v^0}{2\varepsilon_0} l^0_{0y}, \quad l^0_{2y} = \frac{3}{8} \left(\frac{v^0}{\varepsilon_0} \right)^2 l^0_{0y}; \\ l^0_{0z} &= \sqrt{1 - l^2_{0x} - l^2_{0y}}, \quad l^0_{1z} = \frac{v^0}{2\varepsilon_0} \frac{(l^0_{0x})^2 + (l^0_{0y})^2}{l^0_{0z}}; \\ l^0_{2z} &= \frac{(v^0)^2}{\varepsilon_0^2 (l^0_{0z})^3} \left[\frac{3}{4} (l^0_{0z})^4 - \frac{1}{4} (l^0_{0z})^2 - \frac{1}{8} \right], \end{aligned} \quad (6.9)$$

где $v^0 \equiv v(\xi, \eta, 0)$. Очевидно, что для плоской волны, распространяющейся вдоль оси z , начальное значение эйконала постоянно: $\varphi^0(\xi, \eta) = \text{const}$, так что

$$l^0_{0z} = 1, \quad l^0_{0x} = l^0_{0y} = 0, \quad l_1 = l_2 = \dots = 0. \quad (6.10)$$

Для точечного источника, когда $r^0(\xi, \eta) = r^0 = \text{const}$,

$$l^0_0 = l^0, \quad l^0_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6.11)$$

где $l^0 = l^0(\xi, \eta)$ — единичный вектор, направление которого задается азимутальным и полярным углами.

Поправки к траектории первого и второго порядков. Из уравнений нулевого приближения (6.6) находим траекторию невозмущенного луча, который имеет вид прямой линии с направляющим ортом l_0 :

$$r_0(\sigma) = r^0(\xi, \eta) + l_0 \sigma. \quad (6.12)$$

Далее из (6.7) получаем

$$l_1(\sigma) = l_1(0) + \frac{1}{2\varepsilon_0} \int_0^\sigma [\nabla v - l_0(l_0 \cdot \nabla v)]' d\sigma'; \quad (6.13)$$

$$r_1(\sigma) = l_1(0)\sigma + \frac{1}{2\varepsilon_0} \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') [\nabla v - l_0(l_0 \cdot \nabla v)]' d\sigma', \quad (6.14)$$

где $[\nabla v - l_0(l_0 \cdot \nabla v)]' \equiv \nabla v(r_0(\sigma')) - l_0(l_0 \cdot \nabla v(r_0(\sigma')))$. Из (6.13) следует известное соотношение [21]

$$l_0 \cdot l_1 = 0, \quad (6.15)$$

означающее, что в первом приближении метода возмущений луч испытывает только боковое (по отношению к $\mathbf{r}_0$) смещение, т. е. $\mathbf{r}_{1\parallel} = \mathbf{l}_0 (\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{r}_1) = 0$.

Обозначив правую часть первого уравнения (6.8) через $\mathbf{f}$, выделим продольную ($l_{2\parallel} \equiv \mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{l}_2$) и поперечную ($\mathbf{l}_{2\perp} \equiv \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_0 l_{2\parallel}$) составляющие $\mathbf{l}_2$. Для $l_{2\parallel}$ имеем уравнение

$$\frac{dl_{2\parallel}}{d\sigma} = \mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{f} = -\frac{1}{2\epsilon_0} (\mathbf{l}_1 \cdot \nabla v).$$

Но из (6.7) следует, что

$$\frac{1}{2\epsilon_0} (\mathbf{l}_1 \cdot \nabla v) = \mathbf{l}_1 \cdot \frac{d\mathbf{l}_1}{d\sigma} = \frac{1}{2} \frac{dl_1^2}{d\sigma},$$

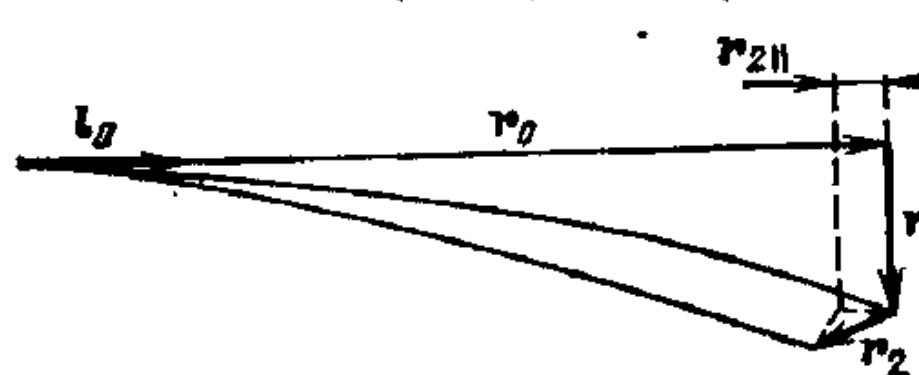
откуда

$$\begin{aligned} \frac{dl_{2\parallel}}{d\sigma} &= -\frac{1}{2} \frac{dl_1^2}{d\sigma}; \quad l_{2\parallel}(\sigma) - l_{2\parallel}(0) = \\ &= -\frac{1}{2} [l_1^2(\sigma) - l_1^2(0)]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Равенство $l_{2\parallel}(0) = -l_1^2(0)/2$ вытекает из (6.9) — (6.11) и, подобно (6.15), может быть доказано при произвольном способе задания начальных условий, так что из (6.16) имеем, как и в [21],

$$l_{2\parallel} \equiv \mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{l}_2 = -l_1^2/2. \quad (6.17)$$

Используя (6.17), из (6.6) получаем



$$\mathbf{r}_{2\parallel}(\sigma) = \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{l}_0 = -\frac{1}{2} \int_0^\sigma l_1^2 d\sigma', \quad (6.18)$$

Рис. 6.1

т. е. во втором приближении метода возмущений появляются продольные

поправки к траектории луча, отсутствовавшие в первом приближении (рис. 6.1).

Для поперечного смещения луча во втором приближении имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{2\perp} &\equiv \mathbf{r}_2 - \mathbf{l}_0 (\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{r}_2) = \mathbf{l}_{2\perp}(0) \sigma + \\ &+ \int_0^\sigma \mathbf{l}_{2\perp} d\sigma' = \mathbf{l}_{2\perp}(0) \sigma + \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') \mathbf{f}_\perp(\sigma') d\sigma'. \end{aligned} \quad (6.19)$$

где

$$\mathbf{f}_\perp \equiv \mathbf{f} - \mathbf{l}_0 (\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{f}) = \frac{1}{2\epsilon_0} \left[(\mathbf{r}_1 \cdot \nabla) \nabla v - \mathbf{l}_0 (\mathbf{l}_0 \cdot (\mathbf{r}_1 \cdot \nabla) \nabla v) - \right. \\ \left. - \frac{v}{\epsilon_0} (\nabla v - \mathbf{l}_0 (\mathbf{l}_0 \cdot \nabla v)) - \mathbf{l}_1 (\mathbf{l}_0 \cdot \nabla v) \right]. \quad (6.20)$$

Вычисление эйконала. Пусть $\mathbf{R}_n(\sigma) = \sum_{k=0}^n \mathbf{r}_k(\sigma)$ — n -е приближение для траектории луча. Тогда

$$\varphi^{(n)} = \varphi^0(\xi, \eta) + \int_0^\sigma \sqrt{\epsilon [\mathbf{R}_n(\sigma')]} d\sigma'. \quad (6.21)$$

При $n \rightarrow \infty$, когда $\mathbf{R}_n(\sigma) \rightarrow \mathbf{r}(\sigma)$, $\varphi^{(n)}$ стремится к точному решению (3.10):

$$\varphi^n \rightarrow \varphi^0 + \int_0^\sigma \sqrt{\epsilon [\mathbf{r}(\sigma')]} d\sigma'.$$

Обычно в методе возмущений ограничиваются первым (реже вторым) приближением. Воспользовавшись разложениями (6.4), для первых трех членов ряда $\varphi^{(2)} = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2$ получаем

$$\varphi_0(\sigma) = \varphi^{(0)} + \sqrt{\epsilon_0} \sigma. \quad (6.22)$$

$$\varphi_1(\sigma) = \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^\sigma v d\sigma', \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(\sigma) &= \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^\sigma \left[(\mathbf{r}_1 \cdot \nabla) v - \frac{1}{4} \frac{v^2}{\epsilon_0} \right] d\sigma' = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^\sigma \sigma' (\mathbf{l}_1(0) \cdot \nabla) v(\sigma') d\sigma' - \frac{1}{8\epsilon_0^{3/2}} \int_0^\sigma v^2 d\sigma' + \\ &+ \frac{1}{4\epsilon_0^{3/2}} \int_0^\sigma d\sigma_1 \int_0^{\sigma_1} d\sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2) [\nabla v(\sigma_1) \cdot \nabla v(\sigma_2) - \\ &- (\mathbf{l}_0 \cdot \nabla v(\sigma_1)) (\mathbf{l}_0 \cdot \nabla v(\sigma_2))]. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Очевидно, что значение $\varphi^{(0)} = \varphi_0$ соответствует точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, лежащей на невозмущенном луче, $\varphi^{(1)} = \varphi_0 + \varphi_1$ — точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1$, а $\varphi^{(2)} = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2$ — точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2$.

Вычисление амплитуды. Амплитуда A может быть найдена по формуле (3.21), если подставить в нее траекторию $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\xi, \eta, \sigma)$, вычисленную в том или ином приближении. Разложив якобиан $D(\sigma)$ в ряд по малому параметру v_m , получаем

$$D(\sigma) = D_0(\sigma) + D_1(\sigma) + D_2(\sigma) + \dots, \quad (6.25)$$

тогда

$$A_0 = A^0 \sqrt{\frac{n^0 D(0)}{n D(\sigma)}} \approx A^0 \sqrt{\frac{n^0 D(0)}{n D_0(\sigma)}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{D_1(\sigma)}{D_0(\sigma)} - \dots \right). \quad (6.26)$$

Для регулярной составляющей неоднородности тропосферы и ионосферы поправка первого порядка $D_1(\sigma)$ обычно мала по сравнению с $D_0(\sigma)$, и поэтому в большинстве случаев можно ограничиться нулевым приближением

$$A_0 \approx A^0 \sqrt{n^0 D(0) / (n D_0(\sigma))}. \quad (6.27)$$

При наличии случайных неоднородностей значение D_1 становится сравнимым с D_0 в окрестности каустик, где якобиан $D(\sigma)$ близок к нулю, а амплитуда A_0 обращается в бесконечность. При образовании каустик геометрическая оптика теряет силу и следует применять другие методы расчета флуктуаций поля (см. [21, 43, 44]). (Отметим в этой связи, что область появления случайных каустик совпадает с областью сильных флуктуаций поля, а после прохождения этой области наступает насыщение флуктуаций [61].)

7. ПРОХОЖДЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ ИЗОЛИРОВАННУЮ ПЛАЗМЕННУЮ НЕОДНОРОДНОСТЬ

Выражения для лучей и эйконала в первом приближении метода возмущений. Применим изложенные выше результаты к решению задачи об искажении плоской волны, прошедшей через изолированную неподвижную плазменную неоднородность. Будем считать, что неоднородность

$$v(\mathbf{r}) = -4\pi e^2 [N(\mathbf{r}) - N_0] / (m\omega^2), \quad N_0 = \text{const}, \quad (7.1)$$

размером l сосредоточена в окрестности точки $\mathbf{R}_0 = (0, 0, z_0)$ и что первичная плоская волна распространяется в направлении оси z . Таким

образом, в данной задаче начальные значения на плоскости $z=0$ равны $\varphi_0(\xi, \eta) = \alpha = \text{const}$, $l^0_0 = l_x$, $l^0_1 = l^0_2 = \dots = 0$.

Для луча, выходящего из точки (ξ, η) плоскости $z=0$, на основе (6.12) и (6.14) в первом приближении метода возмущений получаем

$$\begin{aligned} x &= x(\xi, \eta, \sigma) = \xi + \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') \frac{\partial v(\xi, \eta, \sigma')}{\partial x} d\sigma', \\ y &= y(\xi, \eta, \sigma) = \eta + \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') \frac{\partial v(\xi, \eta, \sigma')}{\partial y} d\sigma', \\ z &= \sigma. \end{aligned} \quad (7.2)$$

В том же приближении

$$\varphi = \varphi(\xi, \eta, \sigma) = \alpha + V\epsilon_0\sigma + \frac{1}{2V\epsilon_0} \int_0^\sigma v(\xi, \eta, \sigma') d\sigma'. \quad (7.3)$$

Выражения (7.2) и (7.3) дают параметрическую зависимость $\varphi(x, y, z)$, поскольку, как сказано выше, параметры ξ, η и σ , соответствующие фиксированной точке (x, y, z) , должны быть найдены из (7.2). В отсутствие каустик (т. е. при взаимно-однозначном соответствии между ξ, η, σ и x, y, z) для определения $\xi(x, y, z)$, $\eta(x, y, z)$ и $\sigma(x, y, z)$ можно использовать итерационный подход, считая значения интегралов в правых частях (7.2) малыми. В нулевом приближении $\xi_0 = x$, $\eta_0 = y$, $\sigma_0 = z$, а первое итерирование дает

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_1(x, y, z) \approx x - \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^z (z - z') \frac{\partial v(x, y, z')}{\partial x} dz', \\ \eta_1 &= \eta_1(x, y, z) \approx y - \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^z (z - z') \frac{\partial v(x, y, z')}{\partial y} dz', \\ \sigma_1 &= \sigma_0(z) = z, \end{aligned} \quad (7.4)$$

при этом

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(x, y, z) = \alpha + zV\epsilon_0 + \frac{1}{2V\epsilon_0} \times \\ &\times \int_0^z \left[x - \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^{z'} (z' - z'') \frac{\partial v(x, y, z'')}{\partial x} dz'', \right. \\ &\left. y - \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^{z'} (z' - z'') \frac{\partial v(x, y, z'')}{\partial y} dz'', \right] dz'. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Очевидно, что второе интегрирование уравнений (7.2) лишено смысла, поскольку при их выводе не учтены члены второго порядка малости для x, y, z .

Если значения интегралов в правых частях (7.5) малы по сравнению с характерным масштабом неоднородности l , вместо (7.5) имеем еще более простое выражение

$$\varphi = \alpha + V_{\varepsilon_0} z + \frac{1}{2V_{\varepsilon_0}} \int_0^z v(x, y, z') dz', \quad (7.6)$$

которое обычно и используется в большинстве работ (например, [21, 43, 44]). Напомним, что обычно оно выводится путем решения уравнения эйконала (3.5) методом возмущений. Полагая в (3.5) $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$, где $\varphi_0 = \alpha + zV_{\varepsilon_0}$, для φ_1 получаем уравнение $2(\nabla\varphi_0 \cdot \nabla\varphi_1) = v$ или $2V_{\varepsilon_0}(\partial\varphi/\partial z) = v$, откуда

$$\varphi_1 = \frac{1}{2V_{\varepsilon_0}} \int_0^z v(\xi, \eta, \sigma) d\sigma, \quad (7.7)$$

и, следовательно, с точностью до членов второго порядка малости для эйконала $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$ имеем выражение (7.6), из которого следует, что на лучах, прошедших мимо неоднородности, поправка первого порядка $\varphi_1 = 0$, так как $v = 0$. Иными словами, стандартная схема метода возмущений для уравнения эйконала описывает возмущение фазы только в «коридоре», заслоненном неоднородностью. Между тем ясно, что при прохождении через возмущенную область часть лучей отклоняется от первоначального направления и переносят возмущения фазы вне «коридора». Поэтому могут возникнуть качественные изменения конфигурации фазовых фронтов, связанные с появлением каустик.

Границы применимости метода возмущений. Интегралы в правых частях (7.4) по порядку величины равны $(\sigma - z_0)v_m$, где $\sigma - z_0$ — расстояние от центра неоднородности до плоскости $z = \sigma$, в которой находится точка наблюдения (x, y, z) , а $v_m = \max\{v\}$. Поэтому условия применимости выражения (7.6) можно записать в виде

$$(\sigma - z_0)v_m \ll l. \quad (7.8)$$

Оно означает, что боковое смещение луча $|x - \xi|$ или $|y - \eta|$ должно быть малым по сравнению с масштабом неоднородности l .

Условия применимости формулы (7.5) формально те же, что и для формулы (7.6). Однако фактически, как показывают конкретные расчеты для некоторых моделей, выражение (7.5) справедливо вплоть до расстояний $\sigma - z_0 \leq l/v_m$, когда еще сохраняется взаимно-однозначное соответствие между ξ, η, σ и x, y, z . Качественные изменения лучевой картины наступают только при

$$(\sigma - z_0) \gtrsim l/v_m \gg l, \quad (7.9)$$

когда боковые смещения сравнимы с l и возможно образование каустик.

Модель фазового экрана (более широкое распространение эта модель получила в статистической теории распространения волн

[43]). Если интересоваться только первым приближением φ_1 , то в случае изолированной неоднородности можно воспользоваться еще одним способом расчета лучей и эйконала.

Этот способ основан на вычислении в первом приближении метода возмущений для уравнения эйконала (7.6) поправки φ_1 на плоскости, расположенной непосредственно за неоднородностью, и последующем решении лучевых уравнений и уравнения эйконала в свободном пространстве с заданным начальным значением эйконала на этой плоскости. Нетрудно показать, что получающиеся при этом результаты совпадают с точностью до членов порядка v_m^2 с формулами (7.2) и (7.3).

8. МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ЛУЧА, ПРОХОДЯЩЕГО ЧЕРЕЗ ЗАДАННУЮ ТОЧКУ

Уравнение возмущенной траектории. Выше мы проанализировали решение лучевых уравнений, когда для каждого луча заданы начальная точка и направление выхода из нее. На основании этого решения был получен ряд теории возмущений для эйконала вдоль таких лучей. Однако в практических приложениях чаще требуется знать характеристики поля в некоторой заданной точке R пространства. Для этого необходимо найти траекторию $r(\sigma)$ луча, проходящего через эту точку.

Эта задача является более сложной, и (как было показано в предыдущем параграфе) может иметь неоднозначное решение, если точка R лежит в области, где возможно появление каустик. Однако, если расстояние R сравнимо с характерным масштабом неоднородности среды l , можно надеяться на получение однозначного решения, поскольку каустики возникают на расстояниях $l/v_m \gg l$, значительно превышающих R .

При определении искомой траектории снова воспользуемся методом возмущений, ограничившись случаем точечного источника. Воспользовавшись формулами (6.12), (6.14), (6.18) и (6.19) и снова вводя явным образом параметр $v_m \ll 1$, найдем

$$\begin{aligned} r(\sigma) &= r_0(\sigma) + r_1(\sigma) + r_2(\sigma) + \dots = \\ &= \sigma l^0 + \frac{v_m}{2} \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') \nabla_\perp m_0(l^0 \sigma') d\sigma' + v_m^2 \int_0^\sigma (\sigma - \sigma') \times \\ &\quad \times \left\{ \left[\frac{1}{2} \int_0^{\sigma'} (\sigma' - \sigma'') \nabla_\perp m_0(l^0 \sigma'') d\sigma'' \cdot \nabla \right] \nabla m_0(l^0 \sigma') - \right. \end{aligned}$$

$$-m_0(l^0\sigma')\nabla_{\perp}m_0(l^0\sigma')-\frac{1}{2}\int_0^{\sigma'}\nabla_{\perp}m_0(l^0\sigma'')d\sigma''(l^0\cdot\nabla m_0(l^0\sigma'))- \\ -\frac{l^0}{8}\left[\int_0^{\sigma'}\nabla_{\perp}m_0(l^0\sigma'')d\sigma''\right]^2\Big\}d\sigma'+O(v_m^3). \quad (8.1)$$

Здесь мы положили $\epsilon_0=1$, l^0 — касательный к лучу вектор в начальной точке $r=0$, а $\nabla_{\perp}m_0=\nabla m_0-l^0(l^0\cdot\nabla m_0)$.

Метод возмущений для начальных параметров луча. Потребуем, чтобы траектория (8.1) проходила через точку R . Для этого должно выполняться равенство

$$r(\sigma)=R, \quad (8.2)$$

которое следует рассматривать как совокупность трех уравнений для трех величин: длины дуги σ , которая, очевидно, не совпадает с $R=|R|$, и двух параметров, задающих направление на единичной сфере, т. е. по существу, углов рефракции. Будем искать эти три параметра методом возмущений, разлагая σ и l^0 в ряды по степеням v_m :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma(s) = \sigma_0(s) + \sigma_1(s) + \sigma_2(s) + \dots \\ &\dots = \sigma_0(s) + v_m\delta_1(s) + v_m^2\delta_2(s) + \dots; \\ l^0 &= l^0_0 + l^0_1 + l^0_2 + \dots = l^0_0 + v_m\lambda^0_1 + v_m^2\lambda^0_2 + \dots, \end{aligned} \quad (8.3)$$

где s — расстояние от точки $r=0$ в невозмущенном направлении $l^0=R/R$. Таким образом, s меняется в интервале $(0, R)$.

Подставив (8.3) в (8.1) и приравняв нулю коэффициенты при одинаковых степенях v_m , найдем

$$l^0_0=R/R; \quad \sigma_0(s)=s, \quad \sigma_0(R)=R; \quad (8.4)$$

$$\lambda^0_1(R)=-\frac{1}{2R}\int_0^R(R-s')\nabla_{\perp}^0m_0(l^0_0s')ds'; \quad \delta_1(R)=0; \quad (8.5)$$

$$\begin{aligned} \lambda^0_2(R) &= \frac{\lambda^0_1(R)}{2R}\int_0^Rm_0(l^0_0s')ds' + \\ &+ \frac{1}{4R}\int_0^Rm_0(l^0_0s')\left(\int_0^{s'}\nabla_{\perp}^0m_0(l^0_0s'')ds''\right)ds' + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4R} \int_0^R (R - s') m_0(l_0^0 s') \nabla_{\perp}^0 m_0(l_0^0 s') ds' - \\
& - \frac{l_0^0}{2} \int_0^R (\lambda_1^0(s'))^2 ds' - \frac{1}{2R} \int_0^R (R - s') (\rho_1 \cdot \nabla) \nabla_{\perp}^0 m_0(l_0^0 s') ds'; \\
& \delta_2(R) = \frac{1}{2} \int_0^R (\lambda_1^0(s'))^2 ds'.
\end{aligned} \tag{8.6}$$

Здесь $\nabla_{\perp}^0 m_0 = \nabla m_0 - l_0^0 (l_0^0 \cdot \nabla m_0)$, а

$$\begin{aligned}
\rho_1(s) = & - \frac{s}{2R} \int_0^R (R - s') \nabla_{\perp}^0 m_0(l_0^0 s') ds' + \\
& + \frac{1}{2} \int_0^s (s - s') \nabla_{\perp}^0 m_0(l_0^0 s') ds'
\end{aligned} \tag{8.7}$$

есть поправка к траектории в первом приближении (точнее, поправка равна $\mathbf{r}_1 = v_m \rho_1$). Интегрирование в (8.4) — (8.6) проводится по прямой, соединяющей точки $\mathbf{r} = 0$ и $\mathbf{R}$, тогда как в (8.1) — по длине дуги криволинейного луча.

Таким образом, мы нашли начальные условия для луча, проходящего через точку $\mathbf{R}$. Траектория луча описывается формулами (6.12), (6.14), (6.18) и (6.19), в которых вместо l_0^0 , l_1^0 и l_2^0 нужно использовать соответственно l_0^0 , $v_m \lambda_1^0(R)$ и $v_m^2 \lambda_2^0(R)$. Аналогично можно получить и выражения членов ряда теории возмущений для эйконала.

Отметим, что в приложениях чаще всего можно ограничиться поправками первого порядка. Формулы для поправок второго порядка требуются лишь при анализе тонких эффектов или в случаях, когда поправки первого порядка удастся скомпенсировать.

Поправка первого порядка для эйконала имеет вид

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \int_0^R v(l_0^0 s) ds, \tag{8.8}$$

где интегрирование проводится вдоль спрямленного луча, соединяющего точку наблюдения с источником сигнала.

Глава 3

МЕТОД ГЮЙГЕНСА — КИРХГОФА ДЛЯ ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Для анализа многих прикладных задач локации, связи, радиоастрономии, подводной акустики и т. д. требуется знать структуру поля ограниченного волнового пучка в неоднородной среде. Так как речь идет об описании дифракционных эффектов, возникающих из-за резких изменений поля на краях излучающей апертуры, метод геометрической оптики становится непригодным. В этом случае для нахождения поля излучения можно воспользоваться методом Гюйгенса — Кирхгофа, обобщенным на неоднородные среды [62, 63].

Как уже было сказано в гл. 1, при описании свойств реальных неоднородных сред обычно выделяют регулярную (детерминированную) и случайную составляющие диэлектрической проницаемости. В соответствии с этим мы дадим формулировку обобщенного метода Гюйгенса — Кирхгофа отдельно для регулярной и случайной неоднородных сред.

9. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНОВОГО ПУЧКА В РЕГУЛЯРНОЙ СРЕДЕ

Формула Грина для неоднородной среды. Регулярную составляющую диэлектрической проницаемости тропосферы и ионосферы можно считать плавной функцией координат не только в масштабе длины волны, но и в пределах излучающей апертуры. Обобщенный метод Гюйгенса — Кирхгофа основан на том, что поле точечного источника, которое используется в интегральной формулировке метода Гюйгенса — Кирхгофа, с хорошей точностью описывается приближением геометрической оптики, а дифракционная картина формируется вследствие интерференции парциальных квазисферических волн. Воспользовавшись приближением геометрической оптики для поля точечного источника, можно провести в дифракционном интеграле дальнейшие упрощения, аналогичные тем, которые делаются при вычислении поля в вакууме. В результате оказывается возможным естественным образом ввести понятие прожекторной, ближней (френелевой) и дальней (фраунгоферовой) зон излучения в плавно-неоднородной среде и выразить поле излучения в такой среде, во-первых, через дифракционные

интегралы, описывающие поле в вакууме (в частности, через диаграмму направленности, если точка наблюдения находится в дальней зоне), а во-вторых, через геометрикооптические характеристики поля точечного источника, помещенного в центр излучающего раскрыва.

Дадим сначала точную математическую формулировку метода Гюйгенса — Кирхгофа в случае, когда поверхность S_0 , на которой задаю исходное поле u_0 , представляет собой плоскость $z=0$ (плоскость излучающего раскрыва). Как известно, в неоднородной среде, как и в вакууме, имеет место формула Грина

$$u(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left(\frac{\partial u_0}{\partial n} v - \frac{\partial v}{\partial n} u_0 \right) dS_0, \quad (9.1)$$

где $u(\mathbf{r})$ удовлетворяет волновому уравнению

$$\nabla^2 u + k^2 \epsilon(\mathbf{r}) u = 0, \quad (9.2)$$

$\partial/\partial n$ означает дифференцирование по нормали к S_0 , а функция точечного источника $v = v(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)$ подчиняется уравнению (9.2) и при $\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}$ имеет особенность вида $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$.

В рассматриваемом случае (плоской поверхности S_0) выражение (9.1) можно преобразовать к виду

$$u(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_0} u_0(x_0, y_0) \frac{\partial v(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0)}{\partial z_0} dS_0. \quad (9.3)$$

Формула (9.3) выводится из (9.1) так же, как и для вакуума — введением зеркального (относительно плоскости $z=0$) точечного источника (отличие состоит только в том, что диэлектрическая проницаемость среды ϵ в полупространстве $z < 0$ задается как зеркальное отражение ϵ в интересующем нас полупространстве $z > 0$).

Геометрооптическое приближение для функции Грина. В приближении геометрической оптики поле точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{r}$,

$$v(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) = A(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) \exp[ik\phi(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)], \quad (9.4)$$

где ϕ удовлетворяет уравнению эйконала, а амплитуда A — уравнению переноса, причем вблизи источника ($\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}$) $\phi \approx |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \sqrt{\epsilon(\mathbf{r})}$; $A \approx 1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$. Так как нас интересуют расстояния от S_0 , большие длинны волны, когда амплитуду A можно считать медленной функцией z_0 , в выражении для $\partial v/\partial z_0$ мы сохраним только член с $\partial \phi/\partial z_0$:

$$\frac{\partial v}{\partial z_0} = \left(\frac{\partial A}{\partial z_0} + i \kappa A \frac{\partial \varphi}{\partial z_0} \right) e^{i \kappa \varphi} \approx i \kappa A \frac{\partial \varphi}{\partial z_0} e^{i \kappa \varphi}. \quad (9.5)$$

Тогда поле излучения в точке $\mathbf{r}$

$$u(\mathbf{r}) \approx \frac{i \kappa}{2\pi} \int_{S_0} u_0(x_0, y_0) A(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0) \times \\ \times \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0)}{\partial z_0} \exp[i \kappa \varphi(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0)] dS_0. \quad (9.6)$$

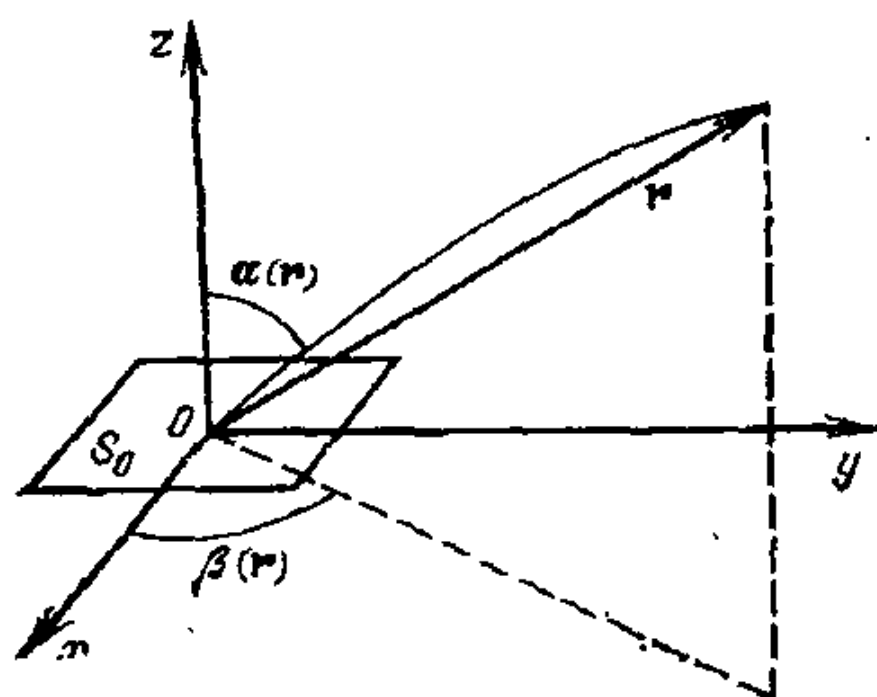


Рис. 9.1

Теперь упростим (9.6) по аналогии с френелевским приближением для поля излучения в вакууме. Для этого разложим производную $\partial \varphi / \partial z_0$, амплитуду A и эйконал φ в ряды Тейлора в окрестности центра раскрыва $x_0 = y_0 = 0$, причем в A и $\partial \varphi / \partial z_0$ ограничимся одним, а в φ — тремя первыми членами разложения:

$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0)}{\partial z_0} \approx \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}; 0)}{\partial z_0}, \quad A(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0) \approx A(\mathbf{r}; 0), \quad (9.7a)$$

$$\varphi(\mathbf{r}; x_0, y_0, 0) \approx \varphi(\mathbf{r}; 0) + \left(x_0 \frac{\partial}{\partial x_0} + y_0 \frac{\partial}{\partial y_0} \right) \varphi(\mathbf{r}; 0) + \\ + \frac{1}{2} \left(x_0 \frac{\partial}{\partial x_0} + y_0 \frac{\partial}{\partial y_0} \right)^2 \varphi(\mathbf{r}; 0). \quad (9.7b)$$

Очевидно, что

$$\partial \varphi(\mathbf{r}; 0) / \partial z_0 = -n_0 \cos \alpha(\mathbf{r}), \quad (9.8)$$

где n_0 — коэффициент преломления неоднородной среды в центре раскрыва, а $\alpha(\mathbf{r})$ — угол, под которым из центра раскрыва выходит луч, попадающий в точку наблюдения (рис. 9.1).

Введем обозначения

$$A(\mathbf{r}; 0) \equiv A_0; \quad \varphi(\mathbf{r}; 0) \equiv \varphi_0; \quad (9.9)$$

$$F(a_1, a_2; b_{11}, b_{12}, b_{22}) \equiv \frac{\kappa}{i 2\pi} \int_{S_0} u_0(x_0, y_0) \exp \left[i \kappa \left(a_1 x_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + a_2 y_0 + \frac{1}{2} b_{11} x_0^2 + b_{12} x_0 y_0 + \frac{1}{2} b_{22} y_0^2 \right) \right] dx_0 dy_0. \quad (9.10)$$

Используя (9.7) — (9.10), из (9.6) получаем

$$u(\mathbf{r}) = A_0 n_0 \cos \alpha e^{i\kappa\varphi_0} F \left(\frac{\partial\varphi_0}{\partial x_0}, \frac{\partial\varphi_0}{\partial y_0}; \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x_0^2}, \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x_0\partial y_0}, \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial y_0^2} \right). \quad (9.11)$$

Таким образом, поле плоского раскрыва в плавно-неоднородной среде выражено через функцию F , описывающую дифракцию в вакууме в приближении Френеля, и через поле $A_0 e^{i\kappa\varphi_0}$ точечного источника, помещенного в центре раскрыва $\mathbf{r}_0 = 0$.

Частные случаи. Некоторые частные виды распределений поля в раскрыве $u_0(x_0, y_0)$ допускают для функции F явные аналитические выражения (например, в простейшем случае равномерного распределения поля в прямоугольном раскрыве F представляет собой комбинацию интегралов Френеля). Заметим, что в вакууме ($\varphi_0 = r$, $A_0 = 1/r$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$) поле излучения

$$u(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\kappa r}}{r} \cos \alpha F \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}; \frac{1}{r} - \frac{x^2}{r^3}, -\frac{xy}{r^3}, \frac{1}{r} - \frac{y^2}{r^3} \right),$$

а в параксиальном приближении ($|x|, |y| \ll z$, $\cos \alpha \sim 1$)

$$u(\mathbf{r}) = \frac{\exp \left[i\kappa z + \frac{i\kappa}{2z} (x^2 + y^2) \right]}{z} \times \\ \times F \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}; \frac{1}{r}, 0, \frac{1}{r} \right).$$

Если в пределах раскрыва $|x_0| \leq L_x$, $|y_0| \leq L_y$ выполнено неравенство

$$\frac{\kappa}{2} \left| \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x_0^2} x_0^2 + 2 \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x_0\partial y_0} x_0 y_0 + \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial y_0^2} y_0^2 \right| \ll \pi, \quad (9.12)$$

(L_x и L_y — максимальные размеры раскрыва), то коэффициенты при x_0^2 , y_0^2 , $x_0 y_0$ в (9.7б) можно положить равными нулю, и тогда поле $u(\mathbf{r})$ выразится через функцию

$$f(a_1, a_2) = F(a_1, a_2; 0, 0, 0) = \frac{\kappa}{i2\pi} \int_{S_0} u_0(x_0, y_0) \times \\ \times \exp [i\kappa(a_1 x_0 + a_2 y_0)] dx_0 dy_0, \quad (9.13)$$

которая представляет собой, по существу, диаграмму направленности (ненормированную) в вакууме

$$u(\mathbf{r}) = A_0 n_0 \cos \alpha e^{i\kappa\varphi_0} f \left(\frac{\partial\varphi_0}{\partial x_0}, \frac{\partial\varphi_0}{\partial y_0} \right). \quad (9.14)$$

Производные $\partial\varphi_0/\partial x_0$ и $\partial\varphi_0/\partial y_0$ весьма просто связаны с азимутальным β и полярным α углами выхода луча из центра раскрыва (рис. 9.1): $\partial\varphi_0/\partial x_0 = n_0 \sin \alpha \cos \beta$; $\partial\varphi_0/\partial y_0 = n_0 \sin \alpha \sin \beta$.

Условие (9.12) является аналогом неравенств

$$\kappa L_{x,y}^2 \cdot 2r \ll \pi \text{ или } L_{x,y} \ll \sqrt{\lambda r}, \quad (9.15)$$

которые характеризуют фраунгоферову зону излучения в вакууме. Естественно поэтому рассматривать выражение (9.14) как поле во фраунгоферовой зоне в плавно-неоднородной среде, а эллипсоид

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_0^2} x_0^2 + 2 \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_0 \partial y_0} x_0 y_0 + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y_0^2} y_0^2 = \frac{2\pi}{\kappa} = \lambda \quad (9.16)$$

как первую зону Френеля в такой среде. Размеры и ориентация этого эллипсоида Френеля зависят как от свойств среды, окружающей раскрыв, так и от расстояния (вдоль луча) от раскрыва до точки наблюдения г.

При условии, что поперечные размеры эллипсоида Френеля меньше размеров раскрыва, интеграл в исходном выражении (9.6) можно вычислить методом стационарной фазы, положив пределы интегрирования бесконечными. Так можно найти поле в прожекторной зоне. Результат вычисления, разумеется, совпадает с тем, что дают прямые расчеты по методу геометрической оптики, если в качестве граничного берется поле в раскрыве $u_0(x_0, y_0)$. Эти рассуждения согласуются с условиями применимости геометрической оптики (см. § 3).

Изложенное легко обобщить на случай, когда поле $u_0(x_0, y_0)$ не является синфазным, что неявно предполагалось выше. При несинфазном распределении поля, т. е. при $u_0(x_0, y_0) = U_0(x_0, y_0) \times \times \exp[i\kappa\Phi(x_0, y_0)]$ (например, при возбуждении раскрыва бегущей волной, когда $\Phi(x_0, y_0) = \gamma_x x_0 + \gamma_y y_0$, $\sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2} < 1$, или при фокусировании излучения, когда $\Phi(x_0, y_0)$ содержит квадратичную форму от x_0, y_0), можно пользоваться формулами (9.11) и (9.14), заменив u_0 на U_0 , а φ_0 на $\varphi_0 + \Phi$.

10. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНОВОГО ПУЧКА В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Для описания распространения волн в случайно-неоднородных средах наряду с рассмотренным выше приближением геометрической оптики используются также метод плавных возмущений (МПВ) и метод параболического уравнения (МПУ). Поскольку использование метода Гюйгенса — Кирхгофа и его сопоставление с другими методами потребует привлечения некоторых результатов, полученных в рамках МПВ и МПУ, опишем вкратце суть этих методов.

Метод плавных возмущений состоит в переходе от волнового уравнения для поля u

$$\Delta u + \kappa^2 \epsilon(r) u = 0 \quad (10.1)$$

к уравнению для комплексной фазы ψ , определяемой как логарифм поля ($u = e^\psi$), и в последующем решении этого уравнения методом малых возмущений с использованием в качестве малого параметра величины $V \sqrt{\langle \tilde{v}^2 \rangle}$, где $\tilde{v} = \varepsilon - \langle \varepsilon \rangle$ — флуктуации диэлектрической проницаемости среды.

Уравнения МПВ могут быть записаны в виде [21, 43]

$$\Delta \psi_0 + (\nabla \psi_0)^2 = -\kappa^2 \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle, \quad (10.2)$$

$$\Delta \psi_1 + 2(\nabla \psi_0 \cdot \nabla \psi_1) = -\kappa^2 \tilde{v}, \quad (10.3)$$

$$\Delta \psi_2 + 2(\nabla \psi_0 \cdot \nabla \psi_2) = -(\nabla \psi_1)^2, \quad (10.4)$$

где $\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \dots$. Нелинейное уравнение нулевого приближения (10.2) описывает распространение первичной волны в отсутствие флуктуаций ($\tilde{v}(\mathbf{r}) = 0$); уравнения более высоких приближений (10.3), (10.4) линейны и описывают флуктуации комплексной фазы.

Заметим, что с точностью до членов порядка $\langle \tilde{v}^2 \rangle$ включительно имеют место равенства

$$B_\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle [\psi(\mathbf{r}) - \langle \psi(\mathbf{r}) \rangle] [\psi^*(\mathbf{r}') - \langle \psi^*(\mathbf{r}') \rangle] \rangle = \langle \psi_1(\mathbf{r}) \psi_1^*(\mathbf{r}') \rangle,$$

$$\tilde{B}_\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle [\psi(\mathbf{r}) - \langle \psi(\mathbf{r}) \rangle] [\psi(\mathbf{r}') - \langle \psi(\mathbf{r}') \rangle] \rangle = \langle \psi_1(\mathbf{r}) \psi_1(\mathbf{r}') \rangle,$$

т. е. при расчете корреляционных функций флуктуаций комплексной фазы с указанием точности можно ограничиться только уравнением первого приближения (10.3). Уравнение второго приближения (10.4) тоже оказывается необходимым, так как оно определяет с точностью до членов $\langle \tilde{v}^2 \rangle$ среднее значение комплексной фазы $\langle \psi \rangle = \psi_0 + \langle \psi_2 \rangle$, которое характеризует ослабление среднего поля.

Для произвольной первичной волны $u_0 = e^{\psi_0}$ решение уравнения (10.3) имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_1(\mathbf{r}) = & \frac{\kappa^2}{4\pi} \int_V \tilde{v}(\mathbf{r}') \exp[\psi_0(\mathbf{r}') - \psi_0(\mathbf{r})] \times \\ & \times \frac{\exp[i\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (10.5)$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения, а интегрирование производится по области V , в которой $\tilde{v}(\mathbf{r})$ отлично от нуля. Формула (10.5) обычно используется при вычислении корреляционных функций флуктуаций комплексной фазы. В предположении, что эти флуктуации гауссовские (это требование обычно выполняется), через корреляционные функции комплексной фазы выражаются статистические моменты волнового поля любого порядка.

Метод параболического уравнения. Исходным в МПУ является стохастическое волновое уравнение для комплексной амплитуды поля $u(z, \mathbf{r})$ (z — направление распространения волны, $\mathbf{r} = (x, y)$ — поперечные координаты), записанное в квазиоптическом приближении:

$$2i\kappa \frac{\partial u(z, \mathbf{r})}{\partial z} + \Delta u(z, \mathbf{r}) + \kappa^2 \tilde{v}(z, \mathbf{r}) u(z, \mathbf{r}) = 0, \quad (10.6)$$

где $\tilde{v}(z, \rho)$ — флуктуации диэлектрической проницаемости среды, а $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — лапласиан, поперечный к направлению распространения волны.

Метод параболического уравнения основан на выводе из уравнения (10.6) замкнутых дифференциальных уравнений для статистических моментов поля. Наиболее последовательным математически является способ, использованный В. И. Кляцким и В. И. Татарским [43]. Он позволяет получить замкнутые дифференциальные уравнения для моментов любого порядка, являющиеся точным следствием уравнения (10.6) при следующих двух предположениях относительно флуктуаций диэлектрической проницаемости $\tilde{v}(z, \rho)$: поле $\tilde{v}(z, \rho)$ нормально и дельта-коррелировано по z :

$$B_v(z - z', \rho - \rho') = \langle \tilde{v}(z, \rho) \tilde{v}(z', \rho') \rangle = \delta(z - z') A(\rho - \rho'). \quad (10.7)$$

Тогда уравнения для первого, второго и четвертого моментов поля имеют вид

$$2i\kappa \frac{\partial \langle u(z, \rho) \rangle}{\partial z} + \Delta \langle u(z, \rho) \rangle + \frac{i\kappa^3}{4} A(0) \langle u(z, \rho) \rangle = 0, \quad (10.8)$$

$$2i\kappa \frac{\partial \Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2)}{\partial z} + (\Delta_1 - \Delta_2) \Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) + \\ + \frac{i\pi\kappa^3}{2} H(\rho_1 - \rho_2) \Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) = 0, \quad (10.9)$$

$$2i\kappa \frac{\partial \Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)}{\partial z} + (\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3 - \\ - \Delta_4) \Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) + \frac{i\pi\kappa^3}{2} F(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \times \\ \times \Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = 0, \quad (10.10)$$

где $\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) = \langle u(z, \rho_1) u^*(z, \rho_2) \rangle$ и $\Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = \langle u(z, \rho_1) u^*(z, \rho_2) u(z, \rho_3) u^*(z, \rho_4) \rangle$ — соответственно второй и четвертый моменты поля;

$$H(\rho_1 - \rho_2) \equiv [A(0) - A(\rho_1 - \rho_2)]/\pi,$$

$$F(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \equiv H(\rho_1 - \rho_2) + H(\rho_1 - \rho_4) + H(\rho_2 - \rho_3) + \\ + H(\rho_3 - \rho_4) - H(\rho_1 - \rho_3) - H(\rho_2 - \rho_4). \quad (10.11)$$

Уравнения (10.8) и (10.9), дополненные условиями, задаваемыми на границе случайной среды ($z=0$), допускают точные аналитические решения

$$\langle u(z, \rho) \rangle = u_0(z, \rho) \exp[-(\kappa^2/8) A(0) z], \quad (10.12)$$

$$\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\rho d^2p u_0\left(p + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} -$$

$$-\frac{\rho^2}{2\kappa} \Big) u^*_0 \left(\rho - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} + \frac{\rho^2}{2\kappa} \right) \exp \left[i \rho \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} - \rho \right) - \right. \\ \left. - \frac{\pi \kappa^2}{4} \int_0^z H(\rho_1 - \rho_2) - \frac{\rho}{\kappa} (z - z') dz' \right], \quad (10.13)$$

где

$$u_0(z, \rho_0) = \frac{\kappa}{i2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\rho_0) \exp \left[\frac{i\kappa(\rho - \rho_0)^2}{2z} \right] d^2\rho_0 \quad (10.14)$$

— дифракционное поле волны в вакууме ($u_0(\rho_0)$ — поле волны в плоскости $z=0$).

Уравнение (10.10) для момента четвертого порядка решить точно не удастся, и поэтому для его решения привлекают приближенные методы. Интерес к моменту четвертого порядка обусловлен тем, что он описывает флуктуации интенсивности волны. Экспериментальное исследование сильных флуктуаций интенсивности привело к обнаружению их насыщения — явления, которое не описывается в рамках широкоизвестных методов, основанных на теории возмущений (борновское приближение, метод геометрической оптики, метод плавных возмущений).

Метод Гюйгенса — Кирхгофа. Применим теперь к задачам распространения излучения в случайно-неоднородных средах обобщенный метод Гюйгенса—Кирхгофа, который оказался эффективным при решении многих задач распространения ограниченных волновых пучков в турбулентной атмосфере [64, 65]. Главное преимущество обобщенного метода Гюйгенса — Кирхгофа перед другими методами состоит в том, что он дает явное выражение для реализации поля излучения при произвольном распределении поля в пределах раскрытия антенны. Это преимущество имеет особое значение в тех случаях, когда требуется определить не просто статистические моменты поля, а, например, выходной эффект устройства обработки, осуществляющего нелинейное преобразование реализации поля.

Сущность метода Гюйгенса — Кирхгофа в этом случае заключается в представлении поля в виде суперпозиции квазисферических волн с флуктуирующими амплитудой и фазой:

$$u(z, \rho) = \frac{\kappa}{i2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\rho_0) \exp \left[\frac{i\kappa}{2z} (\rho - \rho_0)^2 + \psi(z, \rho, \rho_0) \right] d^2\rho_0. \quad (10.15)$$

где $\psi(z, \rho, \rho_0)$ — случайная комплексная фаза сферической волны, распространяющейся из точки $(0, \rho_0)$ в точку (z, ρ) . При расчете статистических характеристик случайного фактора e^ψ , входящего в формулу (10.15), предполагается, что случайная комплексная фаза ψ подчиняется нормальному распределению, а моменты ψ вычисляются в приближении метода плавных возмущений с точностью до членов порядка $\langle \tilde{v}^2 \rangle$ включительно. В этих предположениях можно найти моменты функции e^ψ , которые входят в выражения для моментов поля $u(z, \rho)$:

$$\gamma_1(z) = \langle e^\psi \rangle = e^{-\langle |\psi|^2 \rangle / 2}, \quad (10.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2(z, \rho_1, \rho_2, \rho_{01}, \rho_{02}) &= \langle \exp [\psi(z, \rho_1, \rho_{01}) + \psi^*(z, \rho_2, \rho_{02})] \rangle = \\ &= \exp [-D_\psi(1, 2)/2], \end{aligned} \quad (10.17)$$

$$\begin{aligned} \gamma_4(z, \rho_1, \dots, \rho_4, \rho_{01}, \dots, \rho_{04}) &= \langle \exp [\psi(z, \rho_1, \rho_{01}) + \\ &+ \psi^*(z, \rho_2, \rho_{02}) + \psi(z, \rho_3, \rho_{03}) + \psi^*(z, \rho_4, \rho_{04})] \rangle = \\ &= \exp \{ -1/2 [D_\psi(1, 2) + D_\psi(1, 4) + D_\psi(2, 3) + D_\psi(3, 4) - \\ &- D_\psi(1, 3) - D_\psi(2, 4)] + 2 \langle \psi(z, \rho_3, \rho_{03}) \operatorname{Re} \psi(z, \rho_1, \rho_{01}) \rangle + \\ &+ 2 \langle \psi^*(z, \rho_4, \rho_{04}) \operatorname{Re} \psi(z, \rho_2, \rho_{02}) \rangle \}, \end{aligned} \quad (10.18)$$

где

$$\begin{aligned} D_\psi(i, k) &= \langle |\psi(z, \rho_i, \rho_{0i}) - \psi(z, \rho_k, \rho_{0k})|^2 \rangle, \\ i, k &= 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (10.19)$$

Из (10.15) нетрудно получить выражения для моментов поля

$$\langle u(z, \rho) \rangle = u_0(z, \rho) \gamma_1, \quad (10.20)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) &= \left(\frac{\kappa}{2\pi z} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\rho_{01}) u_0^*(\rho_{02}) \times \\ &\times \exp \left\{ \frac{i\kappa}{2z} [(\rho_1 - \rho_{01})^2 - (\rho_2 - \rho_{02})^2] \right\} \gamma_2(z, \rho_1, \rho_2, \\ &\rho_{01}, \rho_{02}) d^2\rho_{01} d^2\rho_{02}, \end{aligned} \quad (10.21)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = & \left(\frac{\kappa}{2\pi z} \right)^4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\rho_{01}) u_0^*(\rho_{02}) u_0(\rho_{03}) \times \\ & \times u_0^*(\rho_{04}) \exp \left\{ \frac{i\kappa}{2z} [(\rho_1 - \rho_{01})^2 - (\rho_2 - \rho_{02})^2 + (\rho_3 - \rho_{03})^2 - \right. \\ & \left. - (\rho_4 - \rho_{04})^2] \right\} \gamma_4(z, \rho_1, \dots, \rho_4; \rho_{01}, \dots, \rho_{04}) d^2\rho_{01} d^2\rho_{02} d^2\rho_{03} d^2\rho_{04}. \end{aligned} \quad (10.22)$$

Воспользуемся теперь соотношениями для вторых моментов флуктуаций комплексной фазы сферической волны, полученными в [66] (см. также § 17), и, подставив в формулы (10.16) и (10.17), получим

$$\gamma_1(z) = \exp [-(\kappa^2/8) A(0) z], \quad (10.23)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2(z, \rho_1, \rho_2, \rho_{01}, \rho_{02}) = \\ = \exp \left[-\frac{\pi\kappa^2}{4} \int_0^z H \left(\rho_{01} - \rho_{02} + \frac{z'}{z} (\rho_1 - \rho_2) \right) dz' \right]. \end{aligned} \quad (10.24)$$

Сравнение с результатами метода параболического уравнения. Подставив выражения (10.23) и (10.24) в (10.20) и (10.21) и сравнив полученные выражения для $\langle u(z, \rho) \rangle$ и $\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2)$ с формулами (10.12) и (10.13), можно убедиться, что методы Гюйгенса — Кирхгофа и параболического уравнения приводят к одинаковым результатам для двух первых моментов поля. Что же касается четвертого момента $\Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, то прямая подстановка формулы (10.22) в уравнение (10.10) показывает, что функция $\Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, вычисленная методом Гюйгенса — Кирхгофа, не удовлетворяет этому уравнению. Таким образом, методы параболического уравнения и Гюйгенса — Кирхгофа эквивалентны только в отношении первого и второго моментов поля. Тем не менее формула (10.22), будучи применена для расчета флуктуаций интенсивности поля ограниченного волнового пучка, привела к правильным результатам даже в области сильных флуктуаций интенсивности [65, 67].

На первый взгляд может показаться, что формула (10.22) вообще не содержит информации о сильных флуктуациях интенсивности, так как флуктуационные характеристики сферической волны, входящие в (10.22), рассчитываются в приближении МПВ. Однако дело обстоит так лишь в тех случаях, когда речь идет о флуктуациях интенсивности плоской или неаправленной сферической волны. Расчеты флуктуаций интенсивности сфокусированного и коллимированного пучков, проведенные в [65, 67], показывают, что в этом случае метод Гюйгенса — Кирхгофа позволяет описывать сильные флуктуации интенсивности. Это объясняется тем, что флуктуации интенсивности в ограниченном пучке являются результатом интерференции большого числа флуктуирующих сферических волн и режим сильных флуктуаций в пучке может наступать при таких значениях парамет-

ров среды, для которых флуктуации интенсивности отдельной сферической волны еще малы.

Как уже было отмечено, точное решение уравнения (10.10) в общем случае неизвестно, поэтому прямое сопоставление методов Гюйгенса — Кирхгофа и параболического уравнения при описании четвертого момента провести невозможно. Интересно провести такое сопоставление для одной специальной модели среды, для которой уравнение (10.10) может быть решено точно. Мы имеем в виду случай, когда функция $H(\rho)$ изменяется по квадратичному закону

$$H(\rho) = C\rho^2 \quad (10.25)$$

и уравнение (10.10) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_4}{\partial z} = & \frac{i}{2\kappa} (\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_4) \Gamma_4 - \\ & - \frac{\pi\kappa^2 C}{4} (\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4)^2 \Gamma_4. \end{aligned} \quad (10.26)$$

Будем решать это уравнение с граничным условием

$$\Gamma_4|_{z=0} = u_0(\rho_1) u_0^*(\rho_2) u_0(\rho_3) u_0^*(\rho_4) = \Gamma_4^{(0)}(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4), \quad (10.27)$$

при этом удобно перейти от переменных $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ к суммарным и разностным координатам $\rho_1 - \rho_2 = \xi_1, \rho_3 - \rho_4 = \xi_2, (\rho_1 + \rho_2)/2 = \eta_1, (\rho_3 + \rho_4)/2 = \eta_2$. В новых переменных уравнение (10.26) примет вид

$$\frac{\partial \Gamma_4}{\partial z} = \frac{i}{\kappa} (\nabla_{\eta_1} \nabla_{\xi_1} + \nabla_{\eta_2} \nabla_{\xi_2}) \Gamma_4 - \frac{\pi\kappa^2}{4} C (\xi_1 + \xi_2)^2 \Gamma_4. \quad (10.28)$$

В результате преобразования Фурье по переменным η_1 и η_2 из (10.28) получаем дифференциальное уравнение первого порядка относительно фурье-трансформанты четвертого момента Γ_4 . Решая затем это уравнение методом характеристик и осуществляя обратное преобразование Фурье, находим

$$\begin{aligned} \Gamma_4(z, \eta_1, \eta_2, \xi_1, \xi_2) = & (2\pi)^{-4} \iiint_{-\infty}^{\infty} \exp \{ -i [p_1(\eta_1 - \eta'_1) + \\ & + p_2(\eta_2 - \eta'_2)] \} \Gamma_4^{(0)} \left(\eta'_1 + \frac{\xi_1}{2} - \frac{p_1 z}{2\kappa}, \eta'_1 - \frac{\xi_1}{2} + \frac{p_1 z}{2\kappa}, \right. \\ & \left. \eta'_2 + \frac{\xi_2}{2} - \frac{p_2 z}{2\kappa}, \eta'_2 - \frac{\xi_2}{2} + \frac{p_2 z}{2\kappa} \right) \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{\pi\kappa^2 C}{4} \left[(\xi_1 + \xi_2)^2 z - \frac{(\xi_1 + \xi_2)(p_1 + p_2)}{\kappa} z^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(p_1 + p_2)^2}{3\kappa^2} z^3 \right] \right\} d^2 p_1 d^2 p_2 d^2 \eta'_1 d^2 \eta'_2. \end{aligned} \quad (10.29)$$

Заметим, что в частном случае гауссовского пучка это выражение переходит в формулу, полученную в работе [68].

Выпишем теперь выражение для Γ_4 , полученное в рассматриваемом специальном случае при использовании метода Гюйгенса — Кирхгофа [формула (10.22)],

$$\begin{aligned} \Gamma_4(z, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = & \left(\frac{\kappa}{2\pi z} \right)^4 \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \rho'_3, \rho'_4) \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{i\kappa}{2z} [(\rho_1 - \rho'_1)^2 - (\rho_2 - \rho'_2)^2 + (\rho_3 - \rho'_3)^2 - (\rho_4 - \rho'_4)^2] - \right. \\ & \left. - \frac{\pi\kappa^2 z}{12} C [(\rho'_1 - \rho'_2 + \rho'_3 - \rho'_4)^2 + (\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4) \times \right. \\ & \left. \times (\rho'_1 - \rho'_2 + \rho'_3 - \rho'_4) + (\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4)^2] \right\} d^2\rho'_1 d^2\rho'_2 d^2\rho'_3 d^2\rho'_4. \end{aligned} \quad (10.30)$$

Для сравнения формул (10.29) и (10.30) удобно в (10.29) перейти от интегрирования в пространстве волновых чисел к интегрированию по пространственным переменным:

$$\begin{aligned} \rho'_1 = \eta'_1 + \frac{\xi_1}{2} - \frac{\rho_1 z}{2\kappa}, \quad \rho'_2 = \eta'_1 - \frac{\xi_1}{2} + \frac{\rho_1 z}{2\kappa}, \\ \rho'_3 = \eta'_2 + \frac{\xi_2}{2} - \frac{\rho_2 z}{2\kappa}, \quad \rho'_4 = \eta'_2 - \frac{\xi_2}{2} + \frac{\rho_2 z}{2\kappa}. \end{aligned}$$

Заменяя переменные и возвращаясь от переменных $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2$ к исходным $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$, находим, что полученное выражение совпадает с формулой (10.30). Таким образом, в рассмотренном частном случае метод Гюйгенса — Кирхгофа и МПУ приводят к одинаковым результатам и для четвертого момента поля.

Совпадение четвертых моментов для квадратичной модели среды означает, что точное решение нелинейного уравнения для комплексной фазы сферической волны и его решение в первом приближении МПУ приводят для указанной модели к одному и тому же выражению для четвертого момента γ_4 сферической волны. Это можно проверить непосредственно, суммируя ряд теории возмущений для комплексной фазы. Суммирование осуществляется следующим образом. Во всех членах ряда надо разложить флуктуации диэлектрической проницаемости $\tilde{\nu}$ в ряд по поперечным координатам и провести по ним интегрирование (аналогично тому, как это сделано в [21] для плоской волны). При вычислении γ_4 возникают члены, которые содержат операторы дифференцирования Δ^n , действующие на корреляционную функцию $B_{\tilde{\nu}}(z, \rho)$. Суммирование ряда оказывается возможным благодаря тому, что $\Delta^n B_{\tilde{\nu}} = 0$ при $n > 1$.

В заключение отметим еще следующее. Говоря о методе Гюйгенса — Кирхгофа, мы всюду имели в виду вычисление статистических характеристик сферической волны γ_1 , γ_2 и γ_4 в приближении МПВ. Как известно, вычисление моментов γ_1 и γ_2 в приближении геометрической оптики приводит к тем же результатам, что и МПВ [21, 43]. Поэтому при определении $\langle u(z, \rho) \rangle$ и $\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2)$ можно пользоваться методом Гюйгенса — Кирхгофа с функцией точечного источника, вычисленной в приближении геометрической оптики. Для четвертого момента γ_4 такого совпадения, вообще говоря, нет, но для квадратичной модели среды оно имеет место. Дело в том, что использование квадратичной модели означает замену реальной функции $H(\rho)$ первым исчезающим членом ее разложения по степеням ρ . Такая замена правомерна, если все геометрические параметры волнового пучка (за исключением длины траектории распространения) малы по сравнению с минимальным размером неоднородностей, что соответствует отсутствию дифракции на отдельных неоднородностях.

Часть II

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ РАДИОСИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ

Глава 4

РЕГУЛЯРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

11. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Углы рефракции. При распространении в неоднородной атмосфере волна претерпевает искажения — прежде всего искривление траекторий лучей. В результате кажущееся направление на исследуемую область пространства отличается от истинного. Это отличие в первом приближении метода возмущений определяется рефракционной поправкой $l^0_1 = v_m \lambda^0_1$ (8.5). Для углов рефракции эту формулу можно записать в ином виде, если вместо l^0_1 ввести поправки $(\delta\epsilon)_1$ и $(\delta\beta)_1$ к углу места и азимуту соответственно (рис. 11.1). Это приводит к известным рефракционным формулам, полученным в [32]:

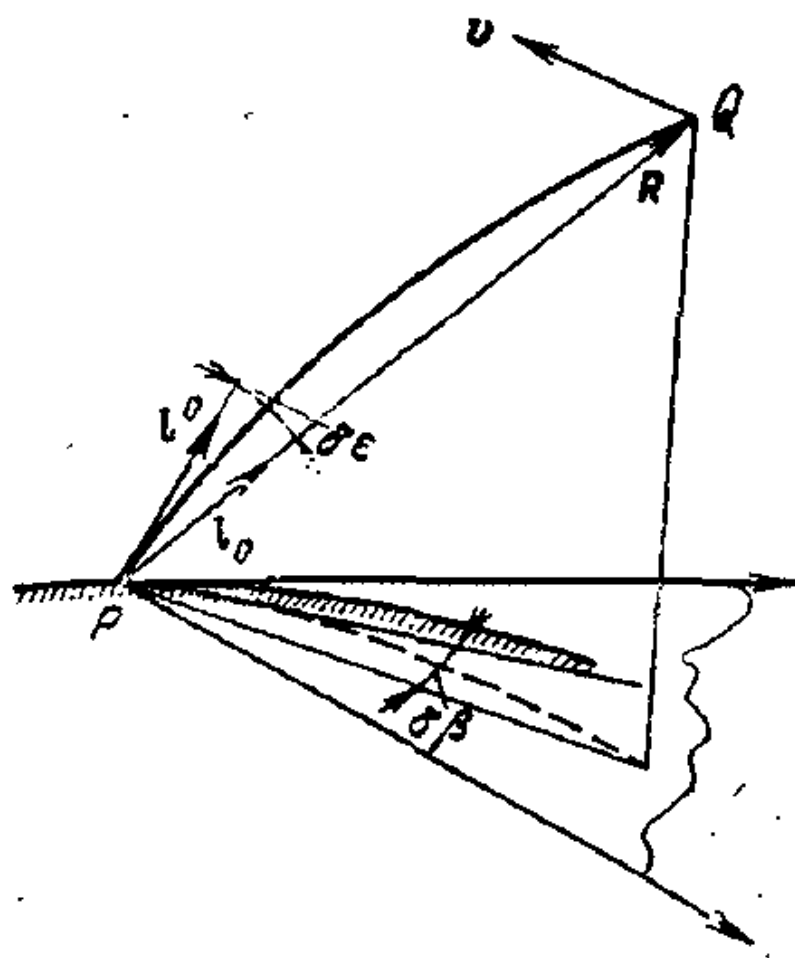


Рис. 11.1

$$(\delta\epsilon)_1 = \arctg l^0_{1\epsilon} \approx l^0_{1\epsilon} = -\frac{1}{2} \int_0^R \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right) \frac{\partial v(s', \beta, \epsilon)}{\partial \epsilon} ds', \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} (\delta\beta)_1 &= \arctg \frac{l^0_{1\beta}}{\cos \epsilon} \approx \frac{l^0_{1\beta}}{\cos \epsilon} = \\ &= -\frac{1}{2 \cos \epsilon} \int_0^R \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right) \frac{\partial v(s', \beta, \epsilon)}{\partial \beta} ds', \end{aligned} \quad (11.2)$$

где $l^0_{1\epsilon}$ и $l^0_{1\beta}$ — проекции вектора l^0_1 на вертикальную и горизонтальную плоскости.

Групповое запаздывание. Неоднородность среды вызывает также изменение групповой скорости сигнала, которая становится отличной от скорости света c в вакууме. Поэтому в задачах дистанционного зондирования, радио- и оптической локации кажущееся расстояние до зондируемой области отличается от истинного. Кажущееся расстояние, называемое также *групповым путем*, в изотропной среде определяется формулой

$$\mathcal{L} = c \int_0^{s(R)} \frac{ds}{g}, \quad (11.3)$$

где $g = d\omega/dk$ — групповая скорость сигнала, которая в изотропной плазме равна

$$g = c \sqrt{\varepsilon} = c \sqrt{1 - 4\pi e^2 N / (m\omega^2)}, \quad (11.4)$$

а в тропосфере (недиспергирующий диэлектрик)

$$g = c \sqrt{\varepsilon} \quad (11.5)$$

(здесь ε — диэлектрическая проницаемость воздуха).

При слабых возмущениях ($v_m \ll 1$) групповой путь $\mathcal{L}$, как и эйконал φ , может быть представлен в виде разложения

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \dots \quad (11.6)$$

по степеням параметра $v_m = \max |v|$. При помощи (11.3) и (11.4) получаем следующие значения $\mathcal{L}_n$ для волны, распространяющейся в холодной изотропной плазме:

$$\mathcal{L}_0 = R, \quad (11.7)$$

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{2} \int_0^R v(r_0(s')) ds', \quad (11.8)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 = \int_0^R \left[\frac{3}{8} v^2(r_0(s')) - \frac{1}{2} (r_1(s') \cdot \nabla) v(r_0(s')) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} l^2_1(s') \right] ds', \end{aligned} \quad (11.9)$$

и в тропосфере

$$\mathcal{L}_0 = R, \quad (11.10)$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} \int_0^R v(r_0(s')) ds', \quad (11.11)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 = \int_0^R \left[-\frac{1}{8} v^2(r_0(s')) + \frac{1}{2} (r_1(s') \cdot \nabla) v(r_0(s')) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} l^2_1(s') \right] ds'. \end{aligned} \quad (11.12)$$

Формулы (11.7) — (11.12) выводятся аналогично формулам (6.22) — (6.24) для эйконала.

При распространении волны в ионосфере, как следует из (6.23) и (11.8), поправки первого порядка к групповому пути и эйконалу различаются только знаком:

$$\mathcal{L}_1 = -\varphi_1, \quad (11.13)$$

а при тропосферном распространении, как следует из (6.23) и (11.11),

$$\mathcal{L}_1 = \varphi_1. \quad (11.14)$$

Доплеровский сдвиг частоты. Если источник сигнала (например, лоцируемый объект) перемещается в пространстве, то частота принимаемого сигнала, как известно, не совпадает с частотой излучаемого сигнала, а смещается на величину, равную доплеровскому сдвигу частоты. Неоднородность среды приводит к дополнительному изменению частоты. В самом деле, пусть источник монохроматического сигнала, расположенный в точке Q (см. рис. 11.1), движется со скоростью v . Тогда частота принимаемого в точке P сигнала $\dot{S} = k\dot{\varphi} + \omega^0$ отличается от частоты ω^0 излученного сигнала на величину $\Omega_d = (\omega^0/c) (\partial\varphi/\partial t)$, которую тоже можно представить в виде ряда по степеням малого параметра v_m :

$$\Omega_d = \Omega_0 + \Omega_1 + \Omega_2 + \dots \quad (11.15)$$

Здесь Ω_0 — доплеровский сдвиг частоты в вакууме, равный

$$\Omega_0 = \omega^0 v_{||} / c = \omega^0 (l^0_0 \cdot v) / c, \quad (11.16)$$

где $v_{||} = l^0_0 \cdot v$ — радиальная скорость источника; l^0_0 — единичный вектор, направленный из точки P в точку Q .

Выражение для поправки первого порядка Ω_1 можно получить, продифференцировав по времени поправку (8.8), учитывая при этом, что R , l^0 и v зависят от времени:

$$\Omega_1 = \frac{\omega^0}{2c} \left[v(\mathbf{R}, t) v_{\parallel} + \frac{v_{\perp}}{R} \int_0^R \nabla v(\mathbf{r}_0(s), t) s ds + \right. \\ \left. + \int_0^R \frac{\partial v(\mathbf{r}_0(s), t)}{\partial t} ds \right]. \quad (11.17)$$

где $v_{\perp} = v - l^0(l^0 \cdot v)$ — поперечная по отношению к невозмущенному лучу компонента скорости источника. Поправка Ω_1 состоит из трех слагаемых: первое определяется локальным значением v в точке, где в данный момент времени находится источник; второе появляется вследствие того, что в близкие моменты времени сигнал распространяется через близкие, но разные участки неоднородной среды; третье слагаемое — из-за нестационарности среды, т. е. из-за зависимости ее параметров от времени (в реальных условиях оно мало).

В приложениях удобнее пользоваться относительным доплеровским сдвигом частоты γ , равным

$$\gamma = \Omega_d / \omega^0. \quad (11.18)$$

Формулы для $\gamma_0 = \Omega_0 / \omega^0$ и $\gamma_1 = \Omega_1 / \omega^0$ следуют из (11.16) и (11.17), причем γ_1 определяет погрешность измерения радиальной скорости источника, отнесенную к скорости света.

Приращения фазы. Иногда оказывается нужным знать приращение фазы за короткий интервал времени. За время $\tau = t_2 - t_1$ фаза сигнала изменится на величину $\Delta S = S(t_2) - S(t_1)$. Если время τ мало по сравнению с характерным временем T_0 изменения диэлектрической проницаемости атмосферы ($\tau \ll T_0$) и за это время источник проходит расстояние, малое по сравнению с дальностью R и характерным масштабом изменения диэлектрической проницаемости h ($v\tau \ll R$, $v\tau \ll h$), то приращение фазы

$$\Delta S \approx \dot{S}\tau = \omega^0 \tau + \Omega_d \tau, \quad (11.19)$$

где $\omega^0\tau$ — изменение фазы излученного сигнала за время τ . Изменение фазы из-за движения источника в неоднородной и нестационарной среде

$$\delta S \equiv \Omega_d \tau \quad (11.20)$$

с точностью до членов второго порядка равно

$$\delta S = \delta S_0 + \delta S_1, \quad (11.21)$$

причем

$$\delta S_0 = \omega^0 \delta R_{\parallel} / c, \quad (11.22)$$

$$\delta S_1 = \frac{\omega^0}{2c} \left[v(R, t) \delta R_{\parallel} + \frac{\delta R_{\perp}}{R} \int_0^R (\mathbf{n}_{\perp} \cdot \nabla) v(\mathbf{r}_0(s), t) ds + \right. \\ \left. + \tau \int_0^R \frac{\partial v(\mathbf{r}_0(s), t)}{\partial t} ds \right], \quad (11.23)$$

где $\delta R_{\parallel} = v_{\parallel} \tau$ и $\delta R_{\perp} = v_{\perp} \tau$ — смещения источника за время τ в продольном и поперечном (по отношению к лучу) направлениях соответственно; $\mathbf{n}_{\perp} = \mathbf{v}_{\perp} / v_{\perp}$ — единичный вектор, задающий направление поперечной скорости источника.

Выражение (11.22) характеризует изменение фазы из-за радиального движения источника в вакууме, (11.23) определяет поправку к «вакуумному» изменению фазы из-за неоднородности и нестационарности среды.

12. ИОНОСФЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Основные параметры волны, прошедшей через ионосферу. При достаточно высокой частоте распространяющегося сигнала влиянием магнитного поля Земли можно пренебречь и считать ионосферную плазму холодной и изотропной.

В холодной изотропной плазме параметр $\nu = \epsilon - 1$ выражается через электронную концентрацию $N(\mathbf{r})$ при помощи соотношения [см. (2.4)]

$$\nu = - (4\pi e^2 / m \omega^2) N(\mathbf{r}) = - (8,06 \cdot 10^7) N(\mathbf{r}) / f^2, \quad (12.1)$$

где $N(\mathbf{r})$ — электронная концентрация, см^{-3} , а $f = \omega / 2\pi$ — частота, Гц *). На практике удобнее пользоваться формулами, в которые входит электронная концентрация

*) Здесь и далее верхний индекс «0» у частоты ω и единичного вектора $\mathbf{l}_0$ опускаем.

$N(r)$, поэтому исключим из формул предыдущего параграфа $v(r)$, воспользовавшись формулой (12.1).

Фазовый путь (эйконал), с точностью до знака совпадающий с групповым путем, в первом приближении метода возмущений

$$\varphi_1 = -\mathcal{L}_1 = -\frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} \int_0^R N(l_0 s) ds. \quad (12.2)$$

Множитель $4,03 \cdot 10^7$ выбран так, что если частоту f измерять в герцах, а концентрацию $N(r)$ в обратных кубических сантиметрах, то φ_1 и $\mathcal{L}_1$ будут измеряться в тех же единицах, что и расстояние до источника сигнала R . В задачах распространения волн в атмосфере Земли удобнее всего измерять R в километрах, а скорость источника — в километрах в секунду. Фаза сигнала S будет отличаться от вакуумного значения на

$$S_1 = \frac{\omega \varphi_1}{c} = -\frac{842}{f^2} \int_0^R N(l_0 s) ds, \quad (12.3)$$

где S_1 измеряется в раданах.

Рефракционные поправки (в угловых минутах) при ионосферном распространении волны: угломестная

$$(\delta\varepsilon)_1 = -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \int_0^R \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) \frac{\partial N(s, \beta, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} ds; \quad (12.4)$$

азимутальная

$$(\delta\beta)_1 = -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2 \cos \varepsilon} \int_0^R \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) \frac{\partial N(s, \beta, \varepsilon)}{\partial \beta} ds. \quad (12.5)$$

Доплеровский сдвиг частоты

$$\gamma_1 = \frac{\Omega_1}{\omega} = \frac{F_1}{f} = -\frac{134}{f^2} \left[N(R, t) v_{\parallel} + \frac{v_{\perp}}{L} \int_0^R \nabla N(l_0 s, t) s ds + \int_0^R \frac{\partial N(l_0 s, t)}{\partial t} ds \right], \quad (12.6)$$

где $v_{\parallel}$ и $v_{\perp}$ — продольная и поперечная составляющие скорости источника, км/с.

Приращение фазы за короткий интервал времени τ

$$\delta S_1 = -\frac{842}{f^2} \left[N(\mathbf{R}, t) \delta R_{\parallel} + \frac{\delta R_{\perp}}{R} \int_0^R (\mathbf{n}_{\perp} \cdot \nabla) N(l_0 s, t) s ds + \right. \\ \left. + \tau \int_0^R \frac{\partial N(l_0 s, t)}{\partial t} ds \right], \quad (12.7)$$

причем поперечное ($\delta R_{\perp}$) и продольное ($\delta R_{\parallel}$) смещения источника за время τ измеряются в километрах.

Дисперсионное распывание импульса. До сих пор мы рассматривали монохроматические сигналы. Импульсные квазимонохроматические сигналы при распространении в ионосфере также подвержены искажениям, которые, в первую очередь, проявляются в изменении формы сигнала. Это связано с дисперсией — зависимостью диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы от частоты, вследствие которой разные гармоники сигнала распространяются с разными фазовыми скоростями.

Пусть излучаемый квазимонохроматический сигнал имеет спектр $f(\omega)$, сосредоточенный около несущей частоты $f_0 = \omega_0/2\pi$,

$$g(t) = \int f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = e^{-i\omega_0 t} \int f(\omega_0 + \Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega \equiv \\ \equiv e^{-i\omega_0 t} G(t), \quad (12.8)$$

где

$$G(t) = \int f(\omega_0 + \Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega \quad (12.9)$$

— огибающая сигнала. При распространении через ионосферу каждая спектральная составляющая с частотой $\omega = \omega_0 + \Omega$ приобретает дополнительный фазовый сдвиг, равный в первом приближении $S_1 = \omega \phi_1 / c$, где ϕ_1 — эйконал (12.2), зависящий от частоты $\omega = 2\pi f$. Квазимонохроматичность сигнала предполагает его узкополосность, так что спектр $f(\omega_0 + \Omega)$ сосредоточен в интервале $|\Omega| < \Omega_m \ll \omega_0$. Поэтому фазу $S_1(\omega)$ можно разложить в ряд по Ω около ω_0 и ограничиться квадратичными членами [27]

$$S_1(\omega) = S_{10} (1 - \Omega/\omega_0 + \Omega^2/\omega_0^2), \quad (12.10)$$

где через $\dot{S}_{10}$ обозначен фазовый сдвиг (12.3) на несущей частоте $f_0 = \omega_0/2\pi$. Отбрасывание более высоких членов разложения допустимо при условии

$$(\Omega_m^3/\omega_0^3)S_{10} \ll \pi, \quad (12.11)$$

которое для квазимонохроматических сигналов выполняется практически всегда.

Запишем огибающую принимаемого сигнала в виде

$$\begin{aligned} \tilde{G}(t) &= \int f(\omega_0 + \Omega) \exp(i S_1(\omega) - i \Omega t) d\Omega = \\ &= \int f(\omega_0 + \Omega) \exp[i S_{10} - i(t + S_{10}/\omega_0)\Omega + i \Omega^2 S_{10}/\omega_0^2] d\Omega. \end{aligned} \quad (12.12)$$

Воспользовавшись теоремой о свертке, это выражение представим в виде [69]

$$\tilde{G}(t) = \exp(i S_{10}) \int G(t + S_{10}/\omega_0 - t') \rho(t') dt', \quad (12.13)$$

где слагаемое $S_{10}/\omega_0 = -\mathcal{L}_{10}/c$ в аргументе функции $G(t)$ описывает групповое запаздывание сигнала ($\mathcal{L}_{10}$ — поправка к групповому пути на частоте ω_0), а множитель $\exp(i S_{10})$ — изменение фазы сигнала.

Множитель

$$\rho(t) = \frac{1}{2V} \frac{\omega_0}{\pi |S_{10}|} \exp\left(-\frac{i \omega_0^2 t^2}{4S_{10}}\right) \quad (12.14)$$

представляет собой быстро осциллирующую функцию, частота осцилляций которой возрастает с увеличением t . В предельном случае $S_{10} \rightarrow 0$, отвечающем распространению сигнала в вакууме, этот множитель стремится к дельта-функции Дирака $\delta(t)$. Ширина главного максимума $\rho(t)$ по порядку величины равна $\Delta t \sim \sim \sqrt{2|S_{10}|/\omega_0}$. Поэтому если огибающая $G(t)$ исходного сигнала характеризуется временным масштабом (например, длительностью импульса) $T_0 \sim 1/\Omega_m$, то при выполнении неравенства

$$T_0 = 1/\Omega_m \gg \sqrt{2|S_{10}|/\omega_0} \quad (12.15)$$

импульс практически не искажается [27, 69]. Используя (12.3), неравенство (12.15) можно представить в виде

$$\frac{1700}{f} \int_0^R N(l, s) ds \ll (\omega_0 T_0)^2 = \left(\frac{\omega_0}{\Omega_m}\right)^2. \quad (12.16)$$

При $N = 10^6 \text{ см}^{-3}$, $f = 300 \text{ МГц}$ ($\lambda = 1 \text{ м}$) и $R = 1000 \text{ км}$ из условия (12.16) следует, что дисперсионное расплы-

вание мало при $\omega_0 T_0 \gg 75$. Для более коротких импульсов дисперсионным распылением сигнала пренебрегать нельзя.

Поглощение. Как было показано в § 3, учет слабого поглощения волны осуществляется с помощью экспоненциального множителя вида [см. формулу (3.24)]

$$\exp\left(-\kappa \int_0^{\sigma} n''(l_0\sigma) d\sigma\right) = \exp(-\delta), \quad (12.17)$$

где n'' — мнимая часть коэффициента преломления, а интегрирование проводится вдоль криволинейного луча, приходящего в точку наблюдения. Если действительная часть коэффициента преломления мало отличается от единицы, то интегрирование можно вести вдоль прямой, соединяющей источник волны с точкой наблюдения.

Наличие мнимой части у коэффициента преломления обусловлено главным образом соударениями электронов с тяжелыми частицами (ионами и нейтральными атомами) в ионосфере [27]. Значение n'' в ионосферной плазме может быть найдено по формуле

$$n'' = (2\pi e^2 N / m\omega^2) (\nu / \omega), \quad (12.18)$$

где $\nu = \nu_{ei} + \nu_{en}$ — частота соударений электронов с ионами и нейтральными атомами. Формула справедлива на высоких частотах $\omega \gg \nu$. Обычно на высотах до 100—150 км преобладают соударения электронов с нейтральными атомами ($\nu_{en} \gg \nu_{ei}$), а на больших высотах имеет место обратное соотношение $\nu_{ei} \gg \nu_{en}$. Подставив (12.18) в (12.17), находим

$$\delta = \frac{2\pi e}{mc\omega^2} \int_0^R N(l_0\sigma) \nu(l_0\sigma) d\sigma \quad (12.19)$$

или

$$\delta = \frac{135}{f^2} \int_0^R N(l_0\sigma) \nu(l_0\sigma) d\sigma,$$

где δ выражено в неперах, f — в герцах, R — в километрах, ν — в с^{-1} , N — в см^{-3} .

Затухание волны D (дБ) равно $D=8,68\delta$, так что

$$D = \frac{1167}{f^2} \int_0^R N(l_0\sigma) \nu(l_0\sigma) d\sigma. \quad (12.20)$$

Для численных оценок примем, что $N \approx 10^6$ см $^{-3}$, $\nu \approx 10^3$ с $^{-1}$, $R \approx 1000$ км, $f \approx 300$ МГц ($\lambda = 1$ м). При таких значениях параметров $D/R \approx 0,13 \cdot 10^{-4}$ дБ/км, т. е. на частотах выше 300 МГц, затухание несущественно, и им можно пренебречь.

13. РАСЧЕТЫ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИ-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ И БИЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛЕЙ ИОНОСФЕРЫ

Связь между высотой и наклонной дальностью источника. В § 12 на основе результатов гл. 2 получены общие формулы для ионосферных поправок к различным

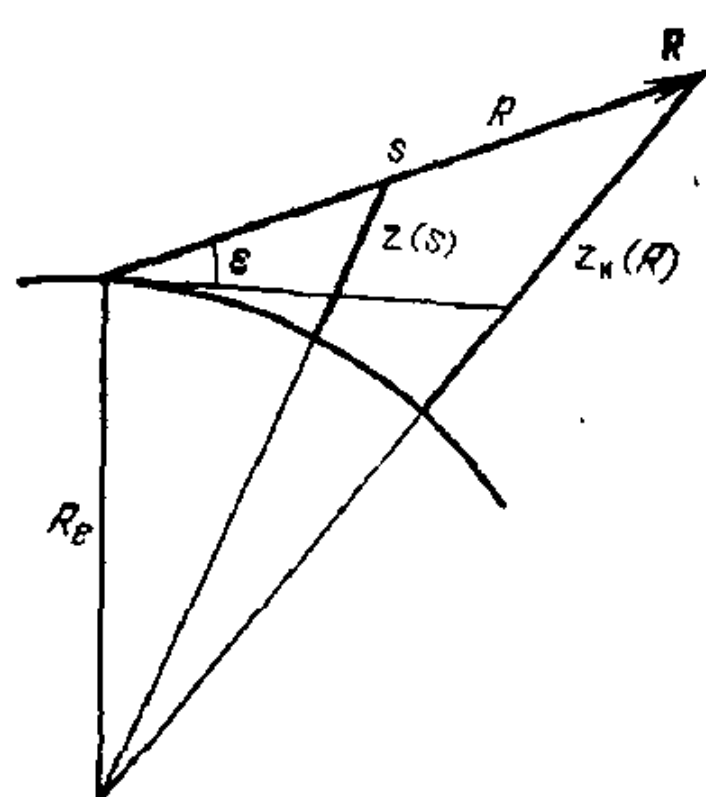


Рис. 13.1

параметрам волны, распространяющейся в ионосферной плазме. Для получения оценок по этим формулам необходимо знать пространственную зависимость электронной концентрации в ионосфере. В первом приближении можно считать, что электронная концентрация зависит только от высоты z над поверхностью Земли: $N(r) \equiv N(z)$, что отвечает сферически-слоистой модели профиля электронной концентрации. Хорошее представление

о порядках величин ионосферных поправок можно получить, задавшись какой-нибудь аналитической моделью высотного профиля $N(z)$, правильно описывающей общий характер изменения электронной концентрации с высотой, и вычислив соответствующие интегралы для выбранной модели.

В данном параграфе мы приведем оценки для двух моделей профилей (описанных в гл. 1): параболически-экспоненциальной и биэкспоненциальной.

Высота $z(s)$ точек, лежащих на спрямленном луче $r_0(s) = l_0 s$, выражается через длину луча s следующим образом:

$$z(s) = \sqrt{R_e^2 + 2R_e s \sin \epsilon + s^2} - R_e. \quad (13.1)$$

где R_e — радиус Земли; ε — угол места (рис. 13.1). Высота источника излучения равна соответственно

$$z_n = \sqrt{R_e^2 + 2R_e R \sin \varepsilon + R^2} - R_e, \quad (13.2)$$

где R — расстояние от источника до приемника излучения.

Обращая (13.1), находим s как функцию высоты z :

$$s(z) = \sqrt{R_e^2 \sin^2 \varepsilon + 2R_e z + z^2} - R_e \sin \varepsilon. \quad (13.3)$$

Из формул § 12 следует, что основной вклад в ионосферные поправки вносят высоты z порядка высоты z_m максимума электронной концентрации. Поскольку максимум электронной концентрации расположен на высоте 250—350 км, значительно меньшей радиуса Земли $R_e \approx 6400$ км, в формуле (13.3) можно пренебречь слагаемым z^2 по сравнению с $2R_e z$:

$$s(z) \approx \sqrt{R_e^2 \sin^2 \varepsilon + 2R_e z} - R_e \sin \varepsilon. \quad (13.4)$$

Обратимся к непосредственному расчету ионосферных поправок [1, 32, 33].

Групповой путь. При вычислениях по формуле (12.2) удобно на основании (13.1) перейти от интегрирования вдоль луча к интегрированию по высоте z . В результате получим

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} \int_{z_0}^{z_n} N(z) \frac{(1 + z/R_e) dz}{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z/R_e + z^2/R_e^2}}, \quad (13.5)$$

где z_0 — высота нижней границы ионосферы. Воспользовавшись малостью отношения z_m/R_e , запишем (13.5) в виде

$$\mathcal{L}_1 \approx \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} \int_{z_0}^{z_n} N(z) \frac{dz}{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z/R_e}}. \quad (13.6)$$

Слагаемое $2z/R_e$ в знаменателе (13.6) отбрасывать, вообще говоря, нельзя, так как при малых углах места ε именно это слагаемое играет основную роль. Если угол места достаточно велик, точнее, если

$$\sin^2 \varepsilon \gg 2z_m/R_e, \quad (13.7)$$

то слагаемое $2z/R_e$ становится несущественным, и из (13.6) получаем выражение

$$\mathcal{L}_1 \approx \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2 \sin \varepsilon} \int_{z_0}^{z_H} N(z) dz, \quad (13.8)$$

отвечающее предельному переходу $R_e \rightarrow \infty$ (об этом пределе мы будем в дальнейшем говорить как о приближении «плоской Земли»). Формула (13.8) имеет довольно широкую область применимости, потому что условие (13.7) выполняется уже при $\varepsilon \geq 15^\circ$. При меньших углах места необходимо пользоваться более точной формулой (13.6), вычисления по которой удобнее проводить, заменив переменную интегрирования z на $t = \sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z/R_e}$. Тогда

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} R_e \int_{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z_0/R_e}}^{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z_H/R_e}} N \left[\frac{R_e}{2} (t^2 - \sin^2 \varepsilon) \right] dt. \quad (13.9)$$

Подставляя в (13.9) выражение (2.15) для $N(z)$ и осуществляя интегрирование, получаем

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} N_m \sqrt{z_m R_e} f_1(a, z_H) \text{ при } z_0 < z_H < z_1, \quad (13.10a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} N_m \left\{ \sqrt{z_m R_e} f_1(a, z_1) + \right. \\ \left. + C \sqrt{R_e h} e^{b/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_H}{h}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_1}{h}} \right) \right] \right\} \text{ при } z_H > z_1. \end{aligned} \quad (13.10b)$$

Здесь $\Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ — интеграл вероятности, а

$$\begin{aligned} f_1(a, z) = \left[1 - \left(1 + a - \frac{a^2}{4} \right) \left(\frac{z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] \times \\ \times \left[\left(a + 2 \frac{z}{z_m} \right)^{1/2} - \left(a + 2 \frac{z_0}{z_m} \right)^{1/2} \right] + \\ + \left(\frac{z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \left\{ \left(\frac{1}{3} + a \right) \left[\left(a + 2 \frac{z}{z_m} \right)^{3/2} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$- \left(a + 2 \frac{z_0}{z_m} \right)^{3/2} \Big] - \frac{1}{20} \left[\left(a + 2 \frac{z}{z_m} \right)^{5/2} - \left(a + 2 \frac{z_0}{z_m} \right)^{5/2} \right] \Big\}. \quad (13.11a)$$

Безразмерные параметры

$$a = R_e \sin^2 \varepsilon / z_m, \quad (13.116)$$

$$b = R_e \sin^2 \varepsilon / h. \quad (13.11b)$$

В случае больших углов места, подставляя выражение для параболически-экспоненциального профиля в (13.8), получаем

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} N_m \frac{2}{3} \frac{z_u - z_0}{\sin \varepsilon} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_u - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_u - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] \quad (13.12a)$$

при $z_0 < z_u < z_1$,

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2 \sin \varepsilon} N_m \left\{ \frac{2}{3} (z_1 - z_0) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] + Ch [e^{-z_1/h} - e^{-z_u/h}] \right\} \text{ при } z_1 < z_u. \quad (13.126)$$

(Напомним, что входящая в (13.10) и (13.12) высота источника излучения z_u выражается через расстояние R от источника до приемника по формуле (13.2).)

Результаты расчета поправки $\mathcal{L}_1$ к групповому пути для параболически-экспоненциальной модели распределения электронной концентрации приведены на рис. 13.2, а для различных расстояний R ; $N_m = 10^6 \text{ см}^{-3}$, $z_0 = 200 \text{ км}$, $z_m = 300 \text{ км}$, $z_1 = 315 \text{ км}$. Частота сигнала принята равной $f = 300 \text{ МГц}$ ($\lambda = 1 \text{ м}$), причем выбор частоты обусловлен простотой пересчета на сигналы других частот.

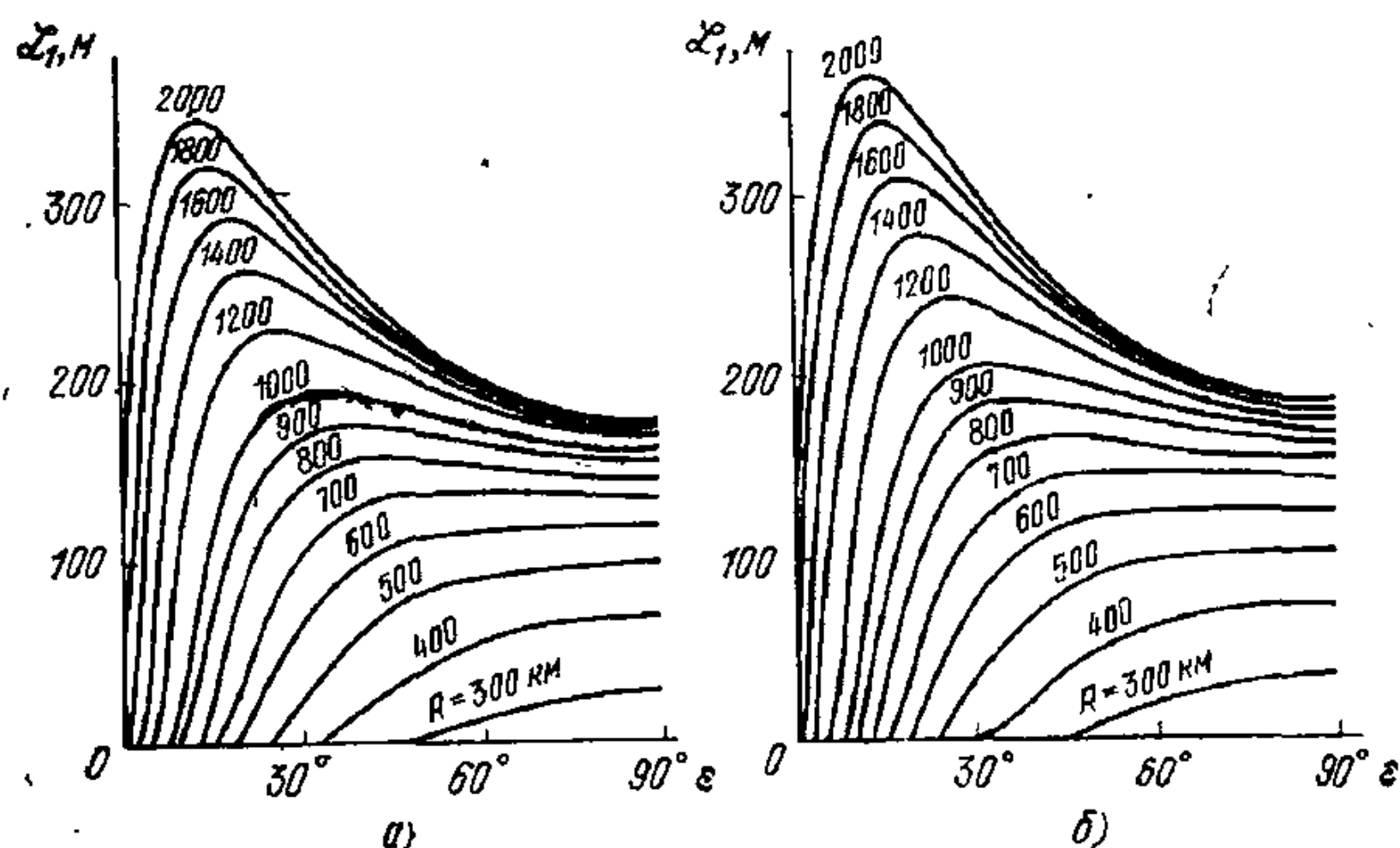


Рис. 13.2

Рассчитаем поправку к групповому пути для биэкспоненциальной модели профиля электронной концентрации (2.18). При произвольном угле места

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} \gamma N_m \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \sqrt{R_e h_i} \times \\ \times \exp\left(\frac{h_0}{h_i} + \frac{b_i}{2}\right) \left[\Phi\left(\sqrt{b_i + 2 \frac{z_n}{h_i}}\right) - \right. \\ \left. - \Phi\left(\sqrt{b_i + 2 \frac{h_0}{h_i}}\right) \right], \quad (13.13)$$

где

$$b_i = R_e \sin^2 \varepsilon / h_i. \quad (13.14)$$

В приближении плоской Земли, когда выполнено условие (13.7), можно пользоваться более простой формулой

$$\mathcal{L}_1 = \frac{4,03 \cdot 10^7}{f^2} \gamma N_m \frac{1}{\sin \varepsilon} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \times \\ \times h_i \left[1 - \exp\left(-\frac{z_n - h_0}{h_i}\right) \right]. \quad (13.15)$$

Результаты расчетов поправок $\mathcal{L}_1$ для биэкспоненциальной модели профиля электронной концентрации приведены на рис. 13.2,б для различных расстояний R и при $N_m = 10^6 \text{ см}^{-3}$, высоте начала ионосферного слоя $h_0 = 200 \text{ км}$, масштабах изменения экспоненциальных функций $h_1 = 325 \text{ км}$ и $h_2 = 32,5 \text{ км}$; частота сигнала по-прежнему принята равной 300 МГц.

Параметры биэкспоненциальной и параболически-экспоненциальной моделей подобраны таким образом, чтобы эти модели описывали близкие профили. Это позволяет проводить непосредственное сравнение поправок. Из сопоставления графиков на рис. 13.2,а и 13.2,б следует, что обе модели приводят примерно к одинаковым результатам.

Рефракционные поправки. При использовании сферически-слоистой модели профиля электронной концентрации азимутальная рефракционная поправка равна нулю. Угломестную рефракционную поправку (12.4) можно представить в виде

$$(\delta \varepsilon)_1 = - \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^3} \int_0^R \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) \frac{dN(z(s))}{dz} \frac{dz(s)}{d\varepsilon} ds, \quad (13.16)$$

где $z(s)$ определяется по формуле (13.1), так что

$$dz(s)/d\varepsilon = R_e s \cos \varepsilon / [z(s) + R_e]. \quad (13.17)$$

Переходя согласно (13.1) к переменной интегрирования $z=z(s)$, получаем

$$(\delta\varepsilon)_1 = -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \cos \varepsilon \int_{z_0}^{z_H} \left[\frac{1}{V \sin^2 \varepsilon + 2z/R_e} + \right. \\ \left. + \frac{R_e}{R} \frac{\sin \varepsilon - V \sin^2 \varepsilon + 2z/R_e}{V \sin^2 \varepsilon + 2z/R_e} \right] \frac{dN}{dz} dz. \quad (13.18)$$

При выводе этой формулы мы воспользовались для $s(z)$ приближенным уравнением (13.4). В приближении плоской Земли, когда выполнено условие (13.7), выражение, стоящее в (13.18) в квадратных скобках, сводится к $[1 - z/(R \sin \varepsilon)]/\sin \varepsilon$. В этом случае удобно выполнить интегрирование по частям. Получаем

$$(\delta\varepsilon)_1 = -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \operatorname{ctg} \varepsilon \times \\ \times \left\{ \left(1 - \frac{z_H}{R \sin \varepsilon} \right) N(z_H) + \frac{1}{R \sin \varepsilon} \int_{z_0}^{z_H} N(z) dz \right\}. \quad (13.19)$$

Отметим, что первое слагаемое в (13.19) практически всегда мало. В самом деле, если источник находится в области максимума электронной концентрации, то $z_H \approx R \sin \varepsilon$, а если высота источника во много раз больше z_m , то $N(z_H) \approx 0$. Поэтому в приближении плоской Земли вместо (13.19) можно пользоваться более простой формулой:

$$(\delta\varepsilon)_1 \approx -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \frac{\operatorname{ctg} \varepsilon}{R \sin \varepsilon} \int_{z_0}^{z_H} N(z) dz. \quad (13.20)$$

Для произвольных углов места ε , как и раньше, заменим переменную интегрирования z на $t = V \sin^2 \varepsilon + 2z/R_e$:

$$(\delta\varepsilon)_1 = -\frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} R_e \cos \varepsilon \times \\ \times \int_{V \sin^2 \varepsilon + 2z_0/R_e}^{V \sin^2 \varepsilon + 2z_H/R_e} \left\{ 1 + \frac{R_e}{R} (\sin \varepsilon - t) \right\} N' \left[\frac{R_e}{2} (t^2 - \sin^2 \varepsilon) \right] dt, \quad (13.21)$$

где штрихом отмечена производная по аргументу.

Подставляя в (13.21) формулы (2.15), получаем:

$$(\delta\epsilon)_1 = \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} N_m \cos \epsilon f_2(a, z_u) \text{ при } z_0 < z_u < z_1, \quad (13.22a)$$

$$\begin{aligned} (\delta\epsilon)_1 = & \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} N_m \cos \epsilon \left\{ f_2(a, z_1) + \right. \\ & + C \frac{R_e}{R} \left(\frac{R}{V R_e h} + V \bar{b} \right) e^{b/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_u}{h}} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_1}{h}} \right) \right] - C \frac{R_e}{R} (e^{-z_1/h} - e^{-z_u/h}) \right\} \text{ при } z_1 < z_u. \end{aligned} \quad (13.226)$$

Здесь параметры a и b определяются, как и раньше [см. (13.11)], а

$$\begin{aligned} f_2(a, z) = & \frac{(\sin \epsilon + R/R_e) (z_m R_e)^{3/2}}{(z_m - z_0)^2 R} \left\{ (a + 2) \times \right. \\ & \times \left[\left(a + \frac{2z}{z_m} \right)^{1/2} - \left(a + \frac{2z_0}{z_m} \right)^{1/2} \right] - \frac{1}{3} \left[\left(a + \frac{2z}{z_m} \right)^{3/2} - \right. \\ & \left. \left. - \left(a + \frac{2z_0}{z_m} \right)^{3/2} \right] \right\} - \frac{2z_m R_e}{R} \frac{z - z_1}{(z_m - z_0)^2} \left[1 - \frac{z + z_0}{2z_m} \right] \end{aligned} \quad (13.23)$$

В приближении плоской Земли

$$\begin{aligned} (\delta\epsilon)_1 = & - \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{R \sin \epsilon} N_m \frac{2}{3} (z_u - z_0) \times \\ & \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_u - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_u - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] \text{ при } z_0 < z_u < z_1, \end{aligned} \quad (13.24a)$$

$$\begin{aligned} (\delta\epsilon)_1 = & - \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{R \sin \epsilon} N_m \left\{ \frac{2}{3} (z_1 - z_0) \times \right. \\ & \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] + \\ & \left. + Ch [e^{-z_1/h} - e^{-z_u/h}] \right\} \text{ при } z_u > z_1. \end{aligned} \quad (13.246)$$

Результаты расчетов по формулам (13.22) и (13.24) приведены на рис. 13.3,а. Параметры параболически-экспоненциальной модели и частота сигнала те же, что и при расчете поправки к групповому пути.

Для биэкспоненциальной модели аналогичный расчет приводит к следующему результату. При произвольных углах места ϵ

$$(\delta\epsilon)_1 = \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \cos \epsilon N_m \gamma \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \times$$

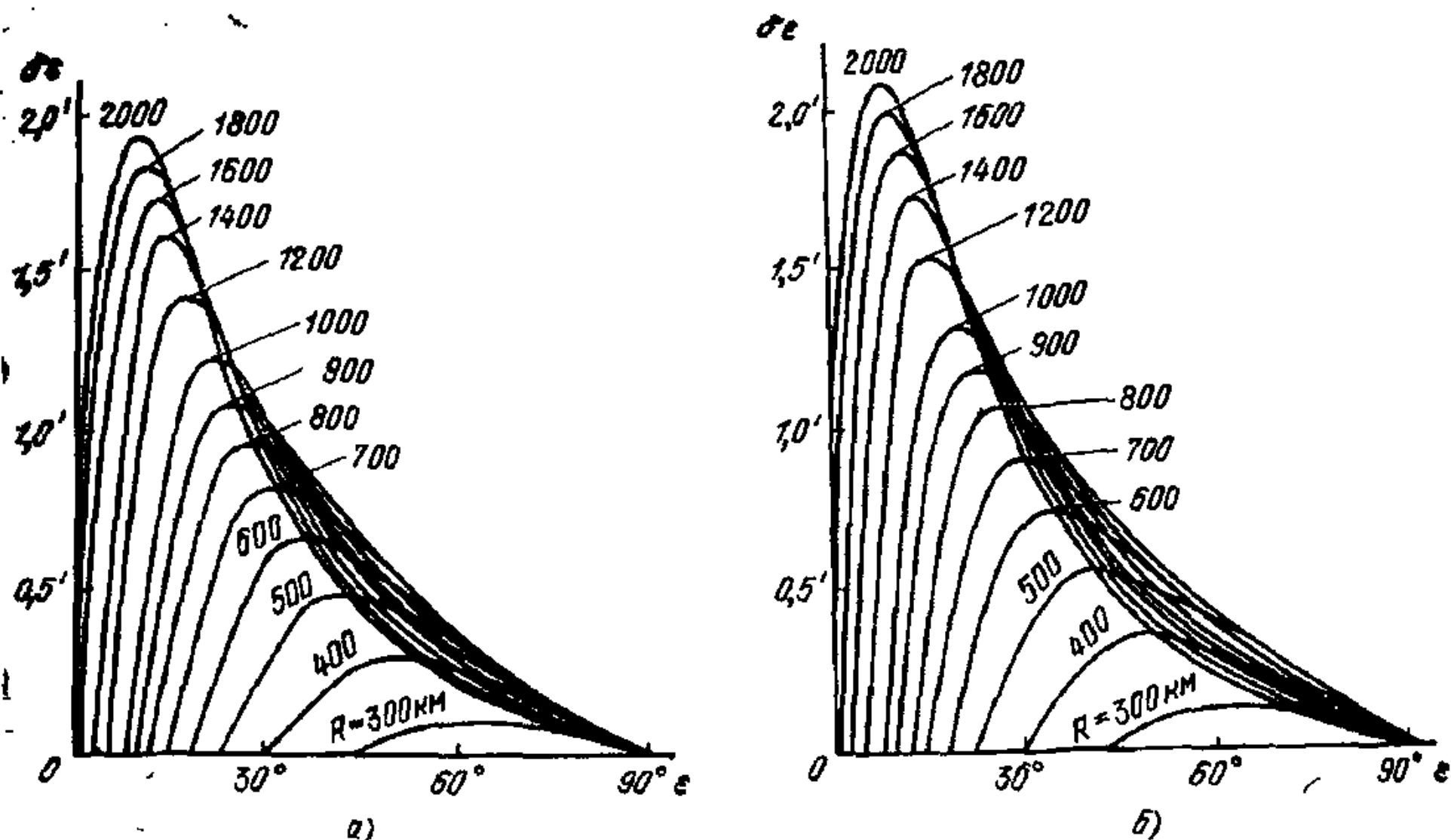


Рис. 13.3

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \sqrt{\frac{\pi R_e}{2h_i}} \left(1 + \frac{R_e}{R} \sin \epsilon \right) \exp \left(\frac{b_i}{2} + \frac{h_0}{h_i} \right) \times \right. \\ & \times \left[\Phi \left(\sqrt{b_i + \frac{2z_n}{h_i}} \right) - \Phi \left(\sqrt{b_i + \frac{2h_0}{h_i}} \right) \right] + \\ & \left. + \frac{R_e}{R} \exp \left(- \frac{z_n - h_0}{h_i} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (13.25)$$

а при больших углах места, когда применимо приближение плоской Земли,

$$\begin{aligned} (\delta \epsilon)_1 = & - \frac{1,39 \cdot 10^{11}}{f^2} \gamma N_m \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{R \sin \epsilon} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \times \\ & \times h_i \left[1 - \exp \left(- \frac{z_n - h_0}{h_i} \right) \right]. \end{aligned} \quad (13.26)$$

Напомним, что параметры b_i определяются по формуле (13.14).

Рефракционные поправки для бнэкспоненциальной модели приведены на рис. 13.3,б. Параметры модельного профиля те же, что при расчете поправки к групповому пути.

Поправки к доплеровскому сдвигу частоты. Аналогично можно рассчитать и поправки к доплеровскому сдвигу частоты (12.6). Первое (локальное) слагаемое зависит только от электронной концентрации в точке расположения источника, т. е. от высоты источника над

поверхностью Земли, и пропорционально продольной скорости источника $v_{\parallel}$. Обозначив это слагаемое через $\gamma_{\parallel} = \Omega_{\parallel} / \omega_0$, запишем

$$\gamma_{\parallel} = -134 N(z_u) v_{\parallel} / f^2. \quad (13.27)$$

Второе слагаемое пропорционально поперечной скорости источника $v_{\perp}$ и зависит от поведения электронной концентрации во всем интервале высот. Ясно, что при использовании сферически-слоистой модели профиля электронной концентрации оператор $(\mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla)$ переходит*) в: $(v_e/s)(\partial/\partial\epsilon)$, откуда следует, что движение источника в азимутальном направлении не приводит к дополнительному изменению частоты. Обозначим второе слагаемое через $\gamma_{\perp} = \Omega_{\perp} / \omega_0$:

$$\gamma_{\perp} = \frac{\Omega_{\perp}}{\omega_0} = -\frac{134}{f^2} \frac{v_e}{R} \int_0^R \frac{\partial}{\partial\epsilon} N(l_0 s) ds. \quad (13.28)$$

Представив производную $\partial N / \partial\epsilon$ в виде $(dN/dz)(\partial z/\partial\epsilon)$ и переходя от интегрирования вдоль луча к интегрированию по высоте z , получаем

$$\gamma_{\perp} = -\frac{134}{f^2} \frac{v_e R_e}{R} \cos \epsilon \int_{z_0}^{z_u} \frac{dN}{dz} \left(1 - \frac{\sin \epsilon}{V \sin^2 \epsilon + 2z/R_e}\right) dz. \quad (13.29)$$

Если выполнено неравенство (13.7), т. е. если применимо приближение плоской Земли, то

$$\gamma_{\perp} = -\frac{134}{f^2} \frac{v_e}{R} \operatorname{ctg} \epsilon \int_{z_0}^{z_u} z \frac{dN}{dz}(z) dz. \quad (13.30)$$

Общую формулу (13.29) преобразуем, явно проинтегрировав первое слагаемое и заменив во втором переменную интегрирования на $t = \sqrt{\sin^2 \epsilon + 2z/R_e}$. В результате получим

$$\gamma_{\perp} = -\frac{134}{f^2} \frac{v_e R_e}{R} \cos \epsilon \times$$

*) Через v_e здесь обозначена угломестная компонента скорости $\mathbf{v}_{\perp}$.

$$\times \left\{ N(z_H) - R_e \sin \varepsilon \int_{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z_0/R_e}}^{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z_H/R_e}} N' \left[\frac{R_e}{2} (t^2 - \sin^2 \varepsilon) \right] dt \right\}, \quad (13.31)$$

где штрихом, как и выше, отмечена производная профиля по аргументу $N'(z) = dN(z)/dz$.

Осуществляя в (13.31) интегрирование для параболически-экспоненциальной модели (2.15), получаем

$$\gamma_{\perp} = - \frac{134}{f^2} N_m \frac{v_e R_e}{R} \cos \varepsilon \left\{ \frac{N(z_H)}{N_m} - f_3(a, z_H) \right\} \quad \text{при } z_0 < z_H < z_1, \quad (13.32a)$$

$$\gamma_{\perp} = - \frac{134}{f^2} N_m \frac{v_e R_e}{R} \cos \varepsilon \left\{ \frac{N(z_H)}{N_m} - f_3(a, z_1) + \right. \\ \left. + C \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{b/2} \left[\Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_H}{h}} \right) - \Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_1}{h}} \right) \right] \right\} \quad \text{при } z_H > z_1. \quad (13.32b)$$

Здесь

$$f_3(a, z) = \frac{z_m \sqrt{R_e z_m}}{(z_m - z_0)^2} \sin \varepsilon \left\{ (a + 2) \left[\left(a + \frac{2z}{z_m} \right)^{1/2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(a + \frac{2z_0}{z_m} \right)^{1/2} \right] - \left[\left(a + \frac{2z}{z_m} \right)^{3/2} - \left(a + \frac{2z_0}{z_m} \right)^{3/2} \right] \right\}, \quad (13.33)$$

а параметры a и b определяются формулой (13.11). Для достаточно больших углов места можно пользоваться более простой формулой (13.30). В этом случае

$$\gamma_{\perp} = - \frac{134}{f^2} \frac{v_e}{R} \operatorname{ctg} \varepsilon \left\{ z_H N(z_H) - \frac{2}{3} N_m (z_H - z_0) \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_H - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_H - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 \right] \right\} \quad \text{при } z_0 < z_H < z_1, \quad (13.34a)$$

$$\gamma_{\perp} = - \frac{134}{f^2} \frac{v_e}{R} \operatorname{ctg} \varepsilon \left\{ z_H N(z_H) - \frac{2}{3} N_m (z_1 - z_0) \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{z_1 - z_m}{z_m - z_0} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - N_m Ch [e^{-z_1/h} - e^{-z_H/h}] \right] \right\} \quad \text{при } z_H > z_1. \quad (13.34b)$$

Графики $\gamma_{\perp}$ приведены на рис. 13.4,а (при построении этих графиков принято, что $v_e = 1$ км/с).

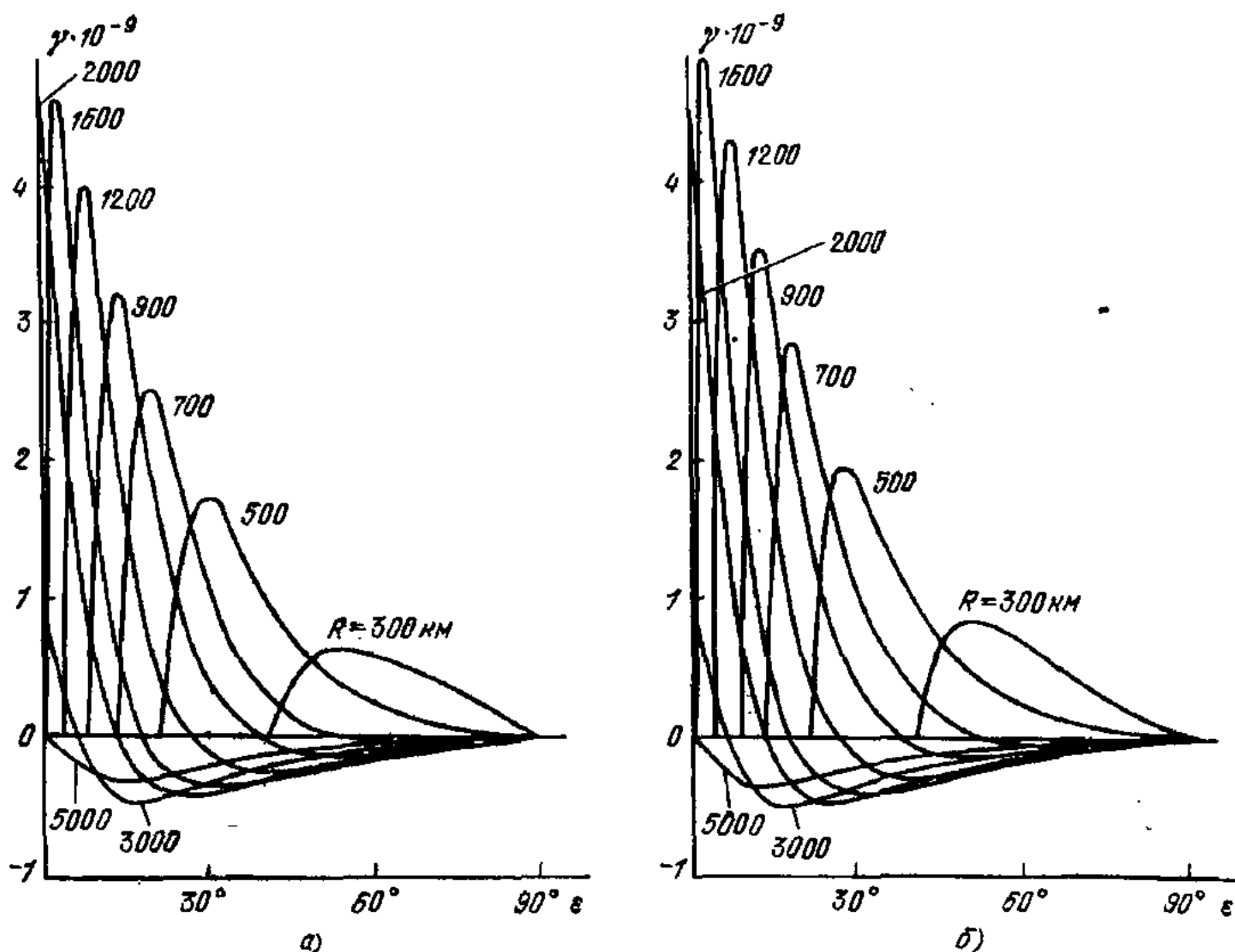


Рис. 13.4

Для биэкспоненциальной модели аналогичный расчет приводит к следующему результату. При произвольном угле места

$$\begin{aligned} \gamma_{\perp} = & -\frac{134}{f^2} \frac{v_s R_e}{R} N_m \cos \epsilon \left\{ \frac{N(z_H)}{N_m} + \right. \\ & + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \gamma \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \sqrt{b_i} \exp\left(\frac{z_0}{h} + \frac{b_i}{2}\right) \times \\ & \times \left[\Phi\left(\sqrt{b_i + \frac{2z_H}{h_i}}\right) - \Phi\left(\sqrt{b_i + \frac{2z_0}{h_i}}\right) \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (13.35)$$

при больших углах места

$$\begin{aligned} \gamma_{\perp} = & -\frac{134}{f^2} \frac{v_s}{L} \operatorname{ctg} \epsilon \left\{ z_H - N(z_H) - \right. \\ & - \gamma N_m \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} h_i \left[1 - \exp\left(-\frac{z_H - h_0}{h_i}\right) \right] \Big\}. \end{aligned} \quad (13.36)$$

Графики зависимости $\gamma_{\perp}$ от R и ϵ для биэкспоненциальной модели приведены на рис. 13.4,б.

14. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

Квазипродольное распространение (эффект Фарадея). Если угол α между волновым вектором $\mathbf{k}$ и направлением статического магнитного поля Земли $\mathbf{H}_0$ достаточно мал, говорят о квазипродольном распространении. Условием квазипродольности служит неравенство [27]

$$\sin^2 \alpha \ll 2\omega \cos \alpha / \omega_H, \quad \omega_H = eH_0 / mc. \quad (14.1)$$

Для высокочастотных электромагнитных волн ($\omega \gg \omega_H$) неравенство (14.1) допускает сильное отступление от коллинеарности векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}_0$. Так, при частоте $f = \omega / 2\pi = 30$ МГц неравенство (14.1) выполняется (при $\sim 10\%$ -ной точности) до углов $\alpha \approx 85^\circ$, а на частоте $f = 300$ МГц допустимый сектор углов расширяется до $\alpha \approx 89^\circ$. Иными словами, на высоких частотах квазипродольное распространение простирается до углов α , весьма близких к 90° .

При выполнении условия квазипродольности (14.1) общая формула (2.7) для коэффициентов преломления обыкновенной и необыкновенной волн в плазме упрощается и в пренебрежении соударениями принимает вид

$$n_{1,2} = 1 - \frac{4\pi e^2 N / (m\omega^2)}{1 \pm (\omega_H / \omega) \cos \alpha}. \quad (14.2)$$

Поляризация обыкновенной и необыкновенной волн при $\sin^2 \alpha \ll 2(\omega / \omega_H) \cos \alpha$ практически не отличается от круговой [27]. Входящую в ионосферу линейно-поляризованную волну при квазипродольном распространении можно представить в виде суммы двух нормальных волн с круговой поляризацией. В силу различия фазовых скоростей (или, что равносильно, коэффициентов преломления) этих волн плоскость поляризации суммарного поля будет поворачиваться (эффект Фарадея). Скорость изменения фарадеевского угла поворота определяется выражением

$$d\theta_F / d\sigma = \omega (n_1 - n_2) / 2c, \quad (14.3)$$

или, если учесть явные выражения (14.2) для n_1 и n_2 ,

$$d\theta_F / d\sigma = (2\pi e^3 / m^2 c^2 \omega^2) H_l N, \quad (14.4)$$

где $H_l = H_0 \cos \alpha$ — продольная (вдоль луча) составляющая земного магнитного поля.

Полный угол поворота плоскости поляризации на расстоянии R

$$\theta_F = \frac{2\pi e^2}{m^2 c^2 \omega^2} \int_0^R H_l N(\sigma) d\sigma. \quad (14.5)$$

Пусть $f = \omega/2\pi$ — частота сигнала, Гц; $H_l = H_0 \cos \alpha$ — продольная составляющая земного магнитного поля, А/м; R — наклонная дальность, км; N — концентрация электронов, см⁻³. Тогда

$$\theta_F(R) = \frac{2.94 \cdot 10^7}{f^2} \int_0^R H_l N(\sigma) d\sigma. \quad (14.6)$$

Обычно продольная составляющая магнитного поля, практически не меняется в пределах до $R=1000$ км. Поэтому из-под знака интеграла в (14.5) или (14.6) можно приближенно вынести некоторое характерное значение H_l , соответствующее, например, максимуму электронной концентрации в ионосфере:

$$\theta_F(R) = \frac{2.94 \cdot 10^7}{f^2} \bar{H}_l \int_0^R N(\sigma) d\sigma. \quad (14.7)$$

При $H_l \approx 40$ А/м, $N \approx 10^6$ см⁻³, $R=1000$ км на частоте $f=300$ МГц ($\lambda=1$ м) $\theta_F=13$ рад. Обычно электронная концентрация на луче в среднем меньше 10^6 см⁻³, а продольная составляющая $\bar{H}_l$ меньше 40 А/м, так что приведенная оценка дает значение θ_F , близкое к максимально возможному.

При $\theta_F > 2\pi$ однозначные измерения θ_F на одной частоте невозможны. Однако применение двух частот позволяет избавиться от неоднозначности.

Квазипоперечное распространение (эффект Коттона—Мутона). Формулы (14.5) — (14.7) справедливы лишь при выполнении условия (14.1). При нарушении этого условия поляризация нормальных волн отличается от круговой и при $\alpha=90^\circ$ (поперечное распространение) становится линейной.

Если выполнено неравенство

$$\sin^2 \alpha \gg (\omega/\omega_H) \cos \alpha, \quad (14.8)$$

противоположное (14.1), распространение называют квазипоперечным. На участке квазипоперечного распро-

странения линейно-поляризованная волна становится, вообще говоря, эллиптически-поляризованной — эффект Коттона—Мутона.

На реальных радиотрассах могут встретиться участки как квазипродольного, так и квазипоперечного распространения, и поэтому в общем случае происходит не только поворот плоскости поляризации, но и превращение линейно-поляризованной волны в эллиптически-поляризованную. Иными словами, эффект Коттона—Мутона приводит к частичной деполаризации волны. Величину этой деполаризации можно оценить при помощи квазинзотропного приближения геометрической оптики (§ 4).

Первое слагаемое уравнения (4.15) $1/T_{крч}$, обусловленное кручением луча, мы оценим ниже, второе $d\theta_F/d\sigma$, описывающее фарадеевское вращение плоскости поляризации, является ведущим. Последний член, обязанный действию эффекта Коттона—Мутона, на высоких частотах достаточно мал, и его можно учесть методом малых возмущений [51].

Представим решение уравнения (4.15) в виде ряда $\theta = \theta_0 + \theta_1 + \dots$, где θ_0 , удовлетворяющее уравнению

$$\frac{d\theta_0}{d\sigma} = \frac{1}{T_{крч}} + \frac{d\theta_F}{d\sigma}, \quad (14.9)$$

на расстоянии R

$$\theta_0 = \theta^0 + \int_0^R \frac{d\sigma}{T_{крч}} + \theta_F(R) \quad (14.10)$$

(θ^0 — начальное значение θ). В первом приближении согласно (4.15)

$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = -i \frac{\pi e^4 N}{m^3 c^3 \omega^3} H_0^2 \sin^2 \alpha \sin 2(\theta_0 + \kappa), \quad (14.11)$$

где κ — угол между вектором нормали к лучу и плоскостью $(\mathbf{H}_0, \mathbf{l})$.

Решение уравнения (14.11) дается квадратурой

$$\theta_1 = -\frac{i \pi e^4}{m^3 c^3 \omega^3} \int_0^R N(\sigma) H_0^2 \sin^2 \alpha \sin 2[\theta_0(\sigma) + \kappa] d\sigma. \quad (14.12)$$

Поправка первого порядка является чисто мнимой величиной $\theta_1 = i\theta''_1$. Гиперболический тангенс θ''_1 определя-

ет отношение малой оси эллипса поляризации к большой:

$$b_1/b_2 = |\operatorname{th} \theta''_1| \approx |\theta''_1|, \quad (14.13)$$

поэтому величина θ''_1 может служить мерой деполяризации волны вследствие эффекта Коттона — Мутона.

Выражая дальность R в километрах, напряженность H_0 в амперах на метр, концентрацию N в обратных кубических сантиметрах, частоту $f = \omega/2\pi$ в герцах, получаем

$$\theta''_1 = - \frac{5,1 \cdot 10^{11}}{f^2} \int_0^R N(\sigma) H_0^2 \sin^2 \alpha \sin 2[\theta_0(\sigma) + \kappa] d\sigma. \quad (14.14)$$

Оценка $|\theta''_1|$ по максимуму ($\sin \alpha \approx 1$, $\sin 2(\theta_0 + \kappa) \approx 1$, $N \approx 10^6 \text{ см}^{-3}$, $H_0 \approx 40 \text{ А/м}$) дает при $R \approx 1000 \text{ км}$, $f = 300 \text{ МГц}$ ($\lambda = 1 \text{ м}$) $|\theta''_1| \approx 0,03$.

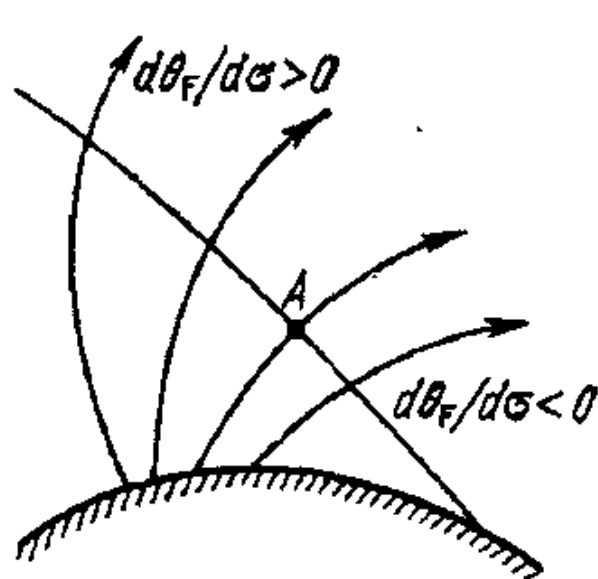


Рис. 14.1

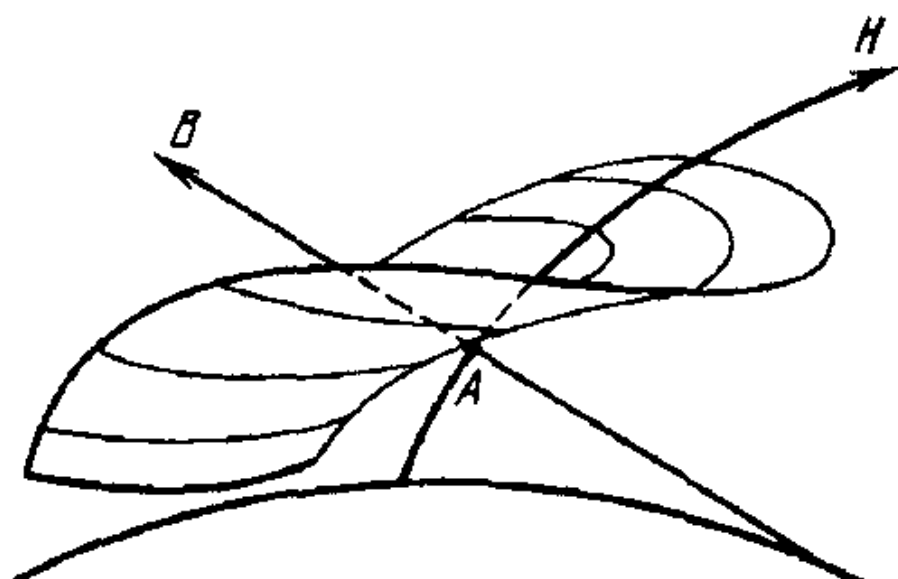


Рис. 14.2

Таким образом, на частотах $f > 300 \text{ МГц}$ деполяризация, обусловленная квазипоперечным распространением, достаточно мала, однако на меньших частотах (скажем, $f = 30 \text{ МГц}$) в силу кубичной зависимости от частоты она может оказаться существенной.

В этом случае расчеты на основе метода возмущений становятся уже непригодными и необходимо прибегать к иным математическим подходам: к методу фазовых интегралов [70], к методу эталонных функций [71], к численным расчетам (обзор методов, применяемых для вычисления линейной трансформации волн в неоднородных средах, имеется в [47]; качественные оценки даны в [72]).

Точка на луче (A на рис. 14.1), в которой $\alpha = \pi/2$ (т. е. точка ортогональности между лучом и магнитным

полем), разделяет участки с положительным ($d\theta_F/d\sigma > 0$) и отрицательным ($d\theta_F/d\sigma < 0$) фарадеевским вращением. Угол $\beta = \pi/2 - \alpha$ называют ракурсным углом (см. ниже § 28), а поверхность $\beta = 0$ (т. е. $\alpha = \pi/2$) — ракурсной поверхностью (рис. 14.2). Для наблюдателя на средних широтах ракурсная поверхность расположена в северном направлении и занимает ограниченный сектор углов по азимуту.

При распространении до ракурсной поверхности (т. е. до точки A на рис. 14.1 и 14.2) фарадеевский угол поворота увеличивается (по модулю), а после точки A — уменьшается. В окрестности ракурсной поверхности происходит слабая деполяризация волны и, кроме того, усиленное рассеяние радиоволн на неоднородностях, вытянутых вдоль магнитного поля Земли (см. § 28).

Изменения поляризации, связанные с кручением луча (геометрическая деполяризация). Вращение плоскости поляризации волны в изотропной среде подчиняется уравнению Рытова (4.9). Результирующий угол поворота $\theta_{крч}$, отсчитываемый от нормали к лучу (см. рис. 4.1), оценивается как

$$\theta_{крч} \sim R/T_{крч}, \quad (14.15)$$

где $T_{крч}$ — радиус кручения луча. Однако угол $\theta_{крч}$ не может служить оценкой угла поворота плоскости поляризации относительно какой-либо неподвижной системы координат, так как одновременно с вращением векторов поля относительно естественного трехгранника $(\mathbf{l}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$ со скоростью $d\theta/d\sigma$ происходит вращение самого трехгранника относительно $\mathbf{l}$ с той же скоростью, но в противоположном направлении. Последнее вытекает из

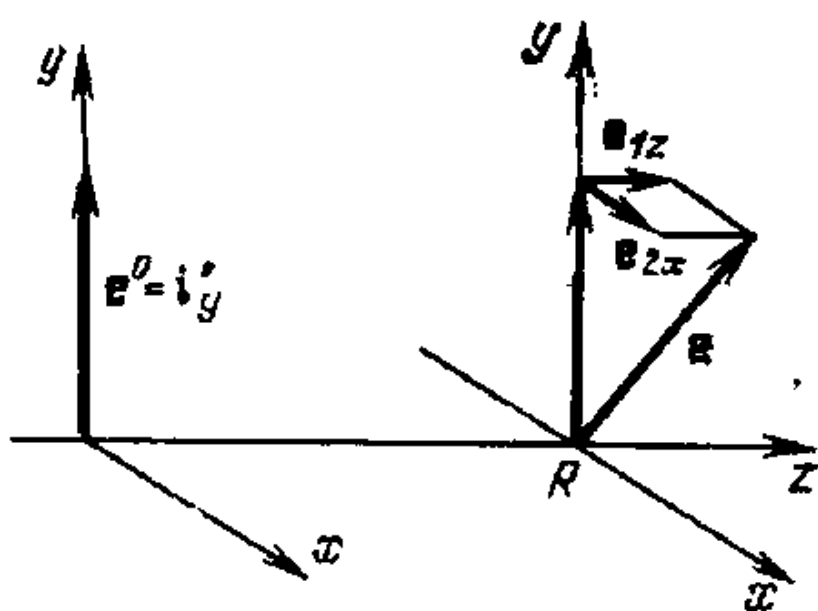


Рис. 14.3

формул Серре—Френе, согласно которым $d\mathbf{b}/d\sigma = \mathbf{n}/T_{крч}$.

Сложного пересчета из системы координат, связанной с лучом, в неподвижную систему координат можно избежать, если оперировать непосредственно уравнениями для векторов поля. Согласно [47] единичный вектор $\mathbf{e} = \mathbf{E}/E$ подчиняется уравнению

$$\frac{d\mathbf{e}}{d\sigma} = -\mathbf{l} \left(\mathbf{e} \cdot \frac{d\mathbf{l}}{d\sigma} \right) = -\frac{1}{2\epsilon} \mathbf{l} (\mathbf{e} \cdot [\mathbf{l} [\nabla \epsilon \mathbf{l}]]). \quad (14.16)$$

Решение этого уравнения можно найти на основе метода возмущений, положив $\varepsilon = 1 + v$ [73].

Пусть на полупространство $z > 0$ падает плоская волна $\mathbf{e} e^{i\kappa_0 z}$, поляризованная по оси y : $\mathbf{e}^0 = i_y$ (рис. 14.3).

В нулевом приближении ($v=0$) из (14.16) получаем $\mathbf{e}_0(z) = \text{const} = \mathbf{e}^0 = i_y$. В первом приближении по малому возмущению v приходим к уравнению $(d\mathbf{e}_1/dz) = -(i_z/2) (\partial v / \partial y)$, из которого находим поправку

$$\mathbf{e}_1(z) = e_{1z} i_z, \quad e_{1z} = -\frac{1}{2} \int_0^R \frac{\partial v(0, 0, z)}{\partial y} dz, \quad (14.17)$$

где интегрирование проводится вдоль невозмущенного луча $x=0, y=0$.

Выражение (14.17) показывает, что в первом приближении метода возмущений вектор поляризации $\mathbf{e} \approx \mathbf{e}_0 + \mathbf{e}_1$ лежит в плоскости (y, z) , т. е. не испытывает вращения относительно луча. Заметим, что поправка e_{1z} равна взятой с обратным знаком поправке первого порядка l_1 к невозмущенному лучу, касательному вектору $\mathbf{l}^0 = i_z$:

$$e_{1z} = -l_{1y} = -\frac{1}{2} \int_0^R \frac{\partial v(0, 0, z)}{\partial y} dz. \quad (14.18)$$

Это соотношение является следствием ортогональности между электрическим вектором $\mathbf{E}$ и лучом: искривление луча влечет за собой и малый поворот вектора $\mathbf{e}$ в плоскости луча.

Вращение вектора $\mathbf{e}$ относительно луча проявляется лишь во втором порядке теории возмущений, когда у вектора $\mathbf{e}$ появляется x -компонента:

$$\begin{aligned} e_{2x} &= -\frac{1}{2} \int_0^R l_{1x}(z) \frac{\partial v(0, 0, z)}{\partial y} dz = \\ &= -\frac{1}{4} \int_0^R dz \frac{\partial v(0, 0, z)}{\partial y} \int_0^z \frac{\partial v(0, 0, z')}{\partial x} dz'. \end{aligned} \quad (14.19)$$

В этом приближении отличны от нуля и поправки e_{2z}, e_{2y} , но для нас они неинтересны, так как не описывают вращение вектора $\mathbf{e}$ относительно луча.

Получим оценку e_{2x} при знакопостоянных значениях $\partial v / \partial y$ и $\partial v / \partial x$

$$e_{2x} \leq \frac{1}{8} \left| \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{\max} R^2.$$

Отсюда следует, что деполяризация из-за кручения луча пропорциональна второй, а не первой, как это следовало бы из (14.15), степени расстояния R . В условиях ионосферы, когда $v = -4\pi e^2 N / m \omega^2$,

$$e_{2x} \approx (v_m^2 / 8) (R^2 / l_x l_y),$$

где l_x и l_y — масштабы изменения электроинной концентрации N в двух взаимно-ортогональных направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны.

При $N = 10^6 \text{ см}^{-3}$ и $f = 300 \text{ МГц}$ $v_m \approx 10^{-6}$. Взяв далее значения $l_z = 100 \text{ км}$, $l_x = 1000 \text{ км}$ и $R = 1000 \text{ км}$ (которые могут быть реализованы при почти горизонтальном распространении волны), получим

$$e_{2x} \approx 10^{-12} \cdot 10^6 / (10^2 \cdot 10^3) = 10^{-11}.$$

Таким образом, в условиях ионосферы вращение векторов поля из-за кручения луча пренебрежимо мало. Для земной тропосферы e_{2x} еще меньше [73].

Дифракционная деполяризация. Проведенное выше рассмотрение касалось поведения векторов поля в нулевом приближении геометрической оптики, что дает основание говорить о геометрических деполяризационных эффектах. Все эффекты, лежащие за пределами нулевого приближения геометрической оптики, естественно было бы назвать дифракционными. К ним относятся, в частности, поправки к вектору E , вычисляемые в первом приближении метода геометрической оптики. Такие поправки имеют порядок меньше $v / (\kappa_0 l)$, где l — масштаб неоднородности. В условиях земной атмосферы дифракционная деполяризация еще меньше, чем геометрические эффекты, обсуждавшиеся выше. Расчеты «дифракционной» деполяризации были проведены в [74], а их сравнение с геометрическими эффектами — в [73].

15. ТРОПОСФЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

При расчете радиофизических характеристик распространяющейся в тропосфере волны будем использовать

экспоненциальную модель высотного профиля коэффициента преломления (1.6), так что

$$\nu = \nu_0 e^{-z/h}, \quad (15.1)$$

где ν_0 — значение поправки ν к коэффициенту преломления у поверхности Земли, а h — характерный масштаб изменения диэлектрической проницаемости с высотой, причем $\nu_0 \approx 6 \cdot 10^{-4}$, а $h \approx 8$ км. Зависимость (15.1) позволяет оценить порядки величин всех радиофизических характеристик волны, но, конечно, без учета явления волноводного распространения, которое связано с возникновением инверсных слоев.

Тропосфера простирается до сравнительно небольших высот ($H \lesssim 20$ км), и поэтому область применимости приближения плоской Земли здесь значительно шире, чем в ионосфере. Из неравенства

$$\sin^2 \varepsilon \gg 2H/R_e, \quad (15.2)$$

аналогичного (13.7), следует, что приближение плоской Земли справедливо уже при $\varepsilon > 3^\circ$.

Все регулярные характеристики рассчитываются точно так же, как и в ионосфере, поэтому здесь мы приведем лишь окончательные результаты.

Групповой и фазовый пути. В тропосфере поправки первого порядка к групповому и фазовому путям совпадают как по величине, так и по знаку [см. (11.11) и (6.23)]. При использовании слоистой модели профиля диэлектрической проницаемости получаем

$$\mathcal{L}_1 = \varphi_1 = \frac{1}{2} \int_0^{z_n} \nu(z) \frac{dz}{\sqrt{\sin^2 \varepsilon + 2z/R_e}}, \quad (15.3)$$

где z_n — высота источника, определяемая по формуле (13.2). В приближении плоской Земли

$$\mathcal{L}_1 = \varphi_1 = \frac{1}{2 \sin \varepsilon} \int_0^{z_n} \nu(z) dz. \quad (15.4)$$

Оценки по формулам (15.3) и (15.4) с использованием экспоненциального профиля диэлектрической проницаемости приводят к следующим результатам. В общем случае

$$\mathcal{L}_1 = \varphi_1 = \nu_0 \sqrt{\pi/8} \sqrt{R_e h} e^{b/2} [\Phi(\sqrt{b + 2z_n/h}) - \Phi(\sqrt{b})], \quad (15.5)$$

где

$$b = R_e \sin^2 \epsilon / h. \quad (15.6)$$

В приближении плоской Земли

$$\mathcal{L}_1 = \varphi_1 = (v_0 h / 2 \sin \epsilon) (1 - \exp \{-z_H / h\}). \quad (15.7)$$

Зависимости группового и фазового путей от угла места ϵ для различных R приведены на рис. 15.1 (штриховые кривые соответствуют (15.7)). При построении графиков принято, что $v_0 = 6 \cdot 10^{-4}$, $h = 8$ км. Из рисунка видно, что тропосферная поправка к групповому пути не превышает 90 м, т. е. примерно втрое меньше, чем при распространении волны с частотой $f = 300$ МГц в ионосфере. На частоте $f \approx \approx 500$ МГц ионосферные и тропосферные поправки сравнимы по величине, а на более высоких частотах ($f > > 1000$ МГц) доминирующую роль играют тропосферные поправки.

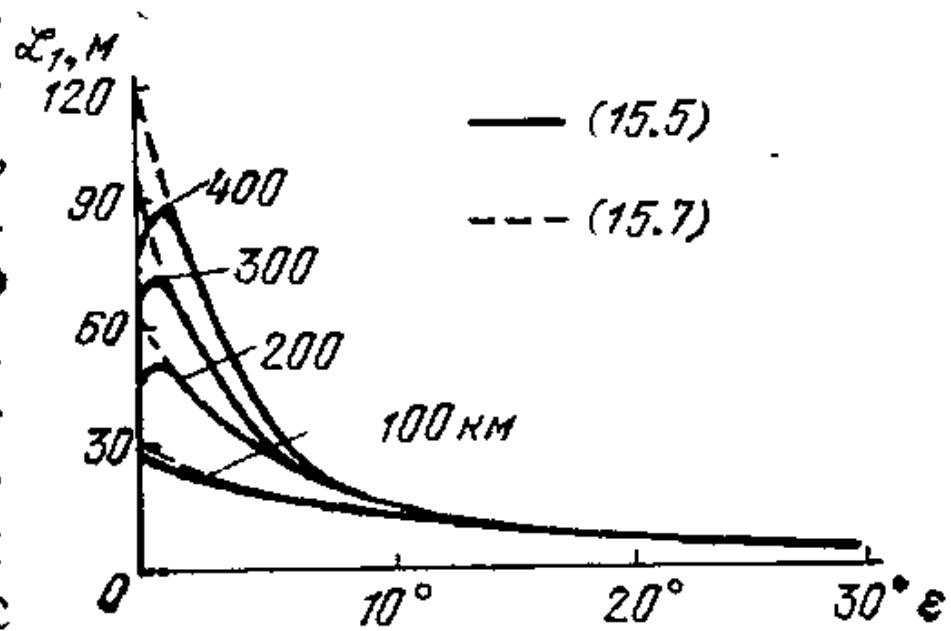


Рис. 15.1

Рефракционная угломестная поправка. Угломестную рефракционную поправку (11.1) в случае использования слоистой модели диэлектрической проницаемости тропосферы можно представить в виде, аналогичном (13.18):

$$(\delta \epsilon)_1 = \frac{\cos \epsilon}{2} \int_0^{z_H} \left[\frac{1}{V \sin^2 \epsilon + 2z/R_e} + \right. \\ \left. + \frac{R_e}{R} \frac{\sin \epsilon - V \sin^2 \epsilon + 2z/R_e}{V \sin^2 \epsilon + 2z/R_e} \right] \frac{dv}{dz} dz. \quad (15.8)$$

В приближении плоской Земли выражение, стоящее в (15.8) в квадратных скобках, переходит в $(1/\sin \epsilon) \times \times [1 - z/(R \sin^2 \epsilon)]$, и в формуле (15.8) удобно провести интегрирование по частям. Тогда

$$(\delta \epsilon)_1 = \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{2} \left[\left(1 - \frac{z_H}{R \sin \epsilon} \right) v(z_H) - v_0 \right] - \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{2R \sin \epsilon} \int_0^{z_H} v(z) dz. \quad (15.9)$$

Нетрудно показать, что первое слагаемое в квадратных скобках мало по сравнению с v_0 . Поэтому (15.9) можно представить в виде

$$(\delta\epsilon)_1 \approx -\frac{v_0 \operatorname{ctg} \epsilon}{2} \left[1 + \frac{1}{R \sin \epsilon} \int_0^{z_H} \frac{v(z)}{v_0} dz \right]. \quad (15.10)$$

Расчет для экспоненциальной модели профиля диэлектрической проницаемости (15.1) приводит к следующим результатам: при произвольном угле места

$$(\delta\epsilon)_1 = v_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{R_e}{R} \left(\frac{R}{V R_e h} + \sqrt{b} \right) \times \\ \times e^{b/2} \left[\Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_H}{h}} \right) - \Phi(\sqrt{b}) \right] - v_0 \frac{R_e}{R} (1 - e^{-z_H/h}), \quad (15.11)$$

где b определено формулой (15.6); в приближении плоской Земли

$$(\delta\epsilon)_1 = -\frac{v_0 \operatorname{ctg} \epsilon}{2} \left[1 - \frac{h}{R \sin \epsilon} (1 - e^{-z_H/h}) \right]. \quad (15.12)$$

Из рис. 15.2 видно, что, в отличие от поправки к групповому пути, максимальное значение рефракционной поправки, в тропосфере достигающее $30'$, значительно больше, чем в ионосфере на частоте $f=300$ МГц. Это можно объяснить значительно более быстрым, чем в ионосфере, изменением диэлектрической проницаемости в тропосфере с высотой.

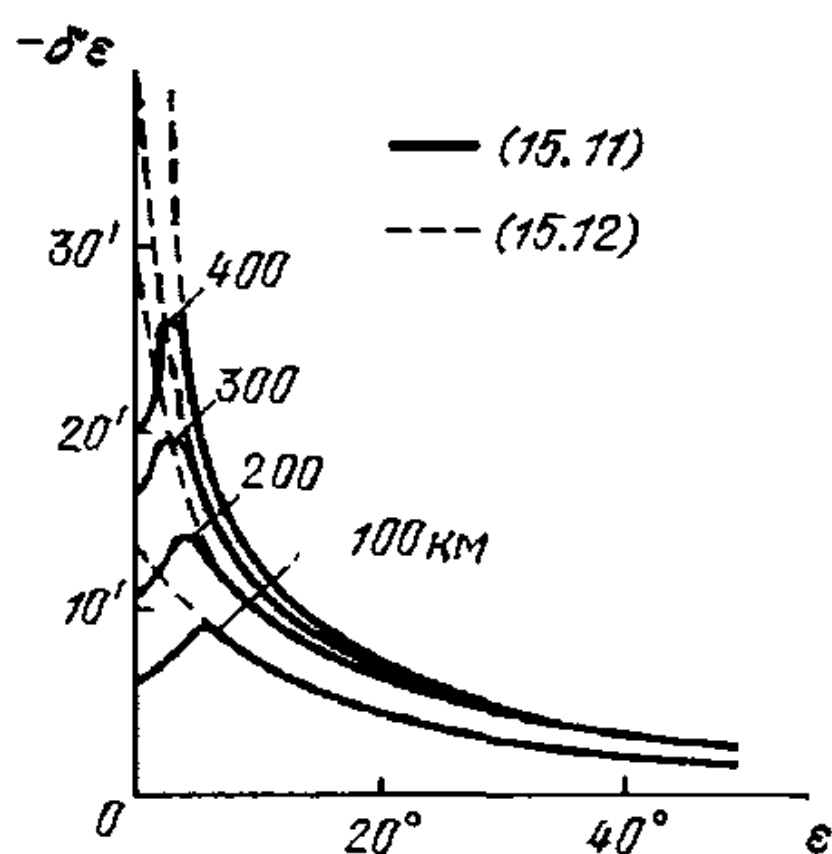


Рис. 15.2

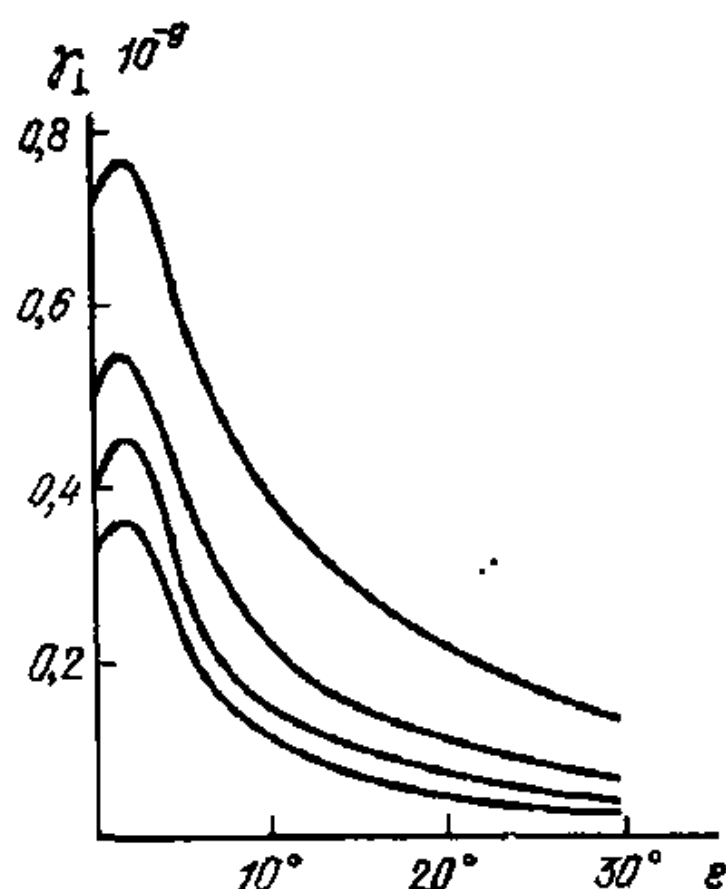


Рис. 15.3

Отметим хорошее согласование графиков на рис. 15.2 с экспериментальными данными (см., например, [75]) при $\epsilon > 6^\circ$. При меньших углах места приведенные здесь формулы дают несколько заниженные результаты, поскольку экспоненциальная зависимость (15.1) недостаточно точно описывает профиль $v(z)$ на малых высотах (до 1 км). В этой области существенную роль играют водяные пары, и профиль $v(z)$ следует описывать более сложными моделями: либо биэкспоненциальной моделью Колосова (1.8), либо суммой двух экспонент (см. гл. 1).

Поправка к доплеровскому сдвигу частоты состоит из двух слагаемых: первое зависит от диэлектрической проницаемости в точке, где расположен источник,

$$\gamma_{\parallel} = v_{\parallel} v(z_n)/2c, \quad (15.13)$$

второе слагаемое зависит от поперечной скорости источника излучения и поведения диэлектрической проницаемости во всем интервале высот. Для сферически слоистой модели диэлектрической проницаемости

$$\gamma_{\perp} = \frac{v_{\bullet}}{2c} \frac{R_e}{R} \cos \epsilon \int_0^{z_n} \frac{dv}{dz} \left(1 - \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{\sin^2 \epsilon + 2z/R_e}} \right) dz. \quad (15.14)$$

В приближении плоской Земли выражение (15.14) существенно упрощается:

$$\gamma_{\perp} = \frac{v_{\bullet}}{2c} \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{R} \int_0^{z_n} z \frac{dv}{dz} dz. \quad (15.15)$$

Для экспоненциальной модели (15.1)

$$\gamma_{\perp} = \frac{v_{\bullet}}{2c} v_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} b e^{b/2} \left[\Phi \left(\sqrt{b + \frac{2z_n}{h}} \right) - \Phi(\sqrt{b}) \right], \quad (15.16)$$

а в приближении плоской Земли

$$\gamma_{\perp} = - \frac{v_{\bullet}}{2c} \frac{\operatorname{ctg} \epsilon}{R} v_0 h (1 - e^{-z_n/h}). \quad (15.17)$$

Зависимости $\gamma_{\perp}$ от угла ϵ (при $v_{\perp} = 1$ км/с) для R , равных 100, 200, 300 и 400 км, приведены на рис. 15.3. Из рисунка видно, что относительный сдвиг доплеровской частоты не превышает 10^{-9} .

Глава 5

ФЛЮКТУАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

16. О ПРИМЕНИМОСТИ КОРОТКОВОЛНОВЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ФЛЮКТУАЦИЙ РАДИОВОЛН В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

Гибридный подход. Выше мы описали искажения параметров сигнала, вызванные плавным регулярным изменением диэлектрической проницаемости атмосферы. Однако наряду с регулярными изменениями в атмосфере имеются также случайные изменения диэлектрической проницаемости, которые характеризуются значительно меньшими пространственно-временными масштабами (см. гл. 1). Эти случайные изменения приводят к флюктуациям параметров распространяющегося сигнала.

Анализ волн в случайно-неоднородных средах (т. е. в средах с флюктуирующей диэлектрической проницаемостью) обычно условно разбивают на две части: распространение волны в пределах прямой видимости (в этом случае основной интерес представляют искажения амплитуды и фазы первичной волны, прошедшей через случайно-неоднородную среду) и рассеяние первичной волны на случайных неоднородностях (здесь основной интерес представляют рассеянные волны, распространяющиеся в области, где первичной волны нет).

Если характерные масштабы неоднородностей значительно больше длины волны, то рассеяние первичной волны вбок мало и основную роль играют искажения первичной волны. В противоположном случае — когда масштабы неоднородностей меньше или порядка длины волны — основной интерес представляет рассеяние первичной волны.

Если среда содержит неоднородности, размеры которых занимают широкий интервал, а длина волны излучения попадает внутрь этого интервала (именно такая ситуация имеет место при распространении УКВ в атмосфере Земли — см. гл. 1), ни один из указанных выше предельных случаев в чистом виде не реализуется. В такой ситуации представляется разумным воспользоваться гибридным методом [76], т. е. условно разделить флюктуации диэлектрической проницаемости на крупно- и мелкомасштабные и рассматривать флюктуации амплитуды и фазы искаженного крупномасштабными неоднородностями «прямого» сигнала на фоне сигналов, рас-

сеянных мелкомасштабными неоднородностями. Разумеется, в области, где прямого сигнала нет, основную роль играет рассеянное излучение. Однако нас будет интересовать в первую очередь прямой сигнал. Поэтому здесь ограничимся оценкой влияния рассеяния на прямой сигнал.

Влияние рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях. (Подробно теория рассеяния излагается в ч. III.) Влияние рассеяния на прямой сигнал сказывается в основном в уменьшении его амплитуды. Согласно [21, 43] (см. также § 31), первичная волна приобретает множитель $e^{-\alpha r}$, описывающий ее ослабление. Здесь r — расстояние, проходимое волной в среде, а α — коэффициент экстинкции, связанный со спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости $\Phi_e(k)$ соотношением (см. ч. III)

$$\alpha_e = \frac{(\pi k)^2}{2} \int_0^{\infty} \Phi_e(k) k dk. \quad (16.1)$$

При анализе распространения УКВ сигнала в атмосфере Земли естественно считать, что рассеяние сигнала определяется только мелкомасштабными неоднородностями. Детальное описание способов разбиения флуктуаций диэлектрической проницаемости на мелко- и крупномасштабную составляющие приводится в § 31. Здесь же отметим только, что крупномасштабную составляющую флуктуаций диэлектрической проницаемости можно описывать спектром $\Phi_e(k)$ при k , меньших, чем некоторое $k_* \ll k$, а мелкомасштабную — тем же спектром $\Phi_e(k)$, но при $k > k_*$ [76].

Крупномасштабными будем считать неоднородности с размерами $l > l_* \approx 1/k_*$, а мелкомасштабными — неоднородности с $l < l_*$. При таком разбиении спектра рассеяние на мелкомасштабных неоднородностях сосредоточено при углах $\vartheta > k_*/k$, т. е. рассеяние приводит только к ослаблению прямой волны (при $\vartheta = 0$), которое характеризуется коэффициентом экстинкции [43]

$$\alpha_\mu = \frac{(\pi k)^2}{2} \int_{k_*}^{\infty} \Phi_e(k) k dk. \quad (16.2)$$

В большинстве прикладных задач ослабление волны из-за рассеяния пренебрежимо мало. Например, для степенного спектра (1.12)

$$a_{\mu} = C_{\epsilon}^2 (\kappa l_{*})^2 l_{*}^{-1/3}. \quad (16.3)$$

Подставив сюда характерное значение $C_{\epsilon}^2 \approx 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ и $l_{*} \approx 10 \text{ м}$, получим, что при $\lambda \gg 10 \text{ см}$ и $z \approx 100 \text{ км}$ $a_{\mu} r \lesssim 10^{-3}$. Ясно, что столь слабым рассеянием в большинстве случаев можно пренебречь. Поэтому для описания прошедшей волны достаточно учитывать только амплитудно-фазовые искажения сигнала, вызванные крупномасштабной составляющей $\kappa \leq \kappa_{*} \approx 1/l_{*}$.

Выбор параметра l_{*} нужно осуществлять так, чтобы окончательные результаты были инвариантны относительно него. Зависимость окончательного результата от l_{*} указывает на неудачный выбор этого параметра. Мы не будем здесь более подробно останавливаться на этом вопросе (см. § 31), так как сейчас для нас главным является сам факт допустимости такого разбиения флуктуаций диэлектрической проницаемости, позволяющий проводить анализ флуктуаций параметров волны на основании коротковолновых асимптотических методов (например, метода геометрической оптики или метода плавных возмущений), описанных выше.

17. ФЛЮКТУАЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ФАЗЫ ДВУХ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН

Корреляционные функции комплексной фазы. При использовании метода Гюйгенса — Кирхгофа для расчета полей направленных излучателей или поля излучения, принимаемого ограниченной апертурой, необходимо знать статистические моменты флуктуаций комплексной фазы ненаправленной сферической волны. При этом в большинстве задач достаточно располагать выражениями для взаимных корреляционных моментов комплексной фазы двух сферических волн, излучаемых разнесенными в пространстве точечными источниками.

Для расчета этих моментов воспользуемся методом плавных возмущений (МПВ). В соответствии с формулой (10.5) выражение для комплексной фазы сфериче-

ской волны имеет вид [77]

$$\psi_1(\rho_0, \rho) = -\frac{\kappa^2}{4\pi} \int_{z_0}^{z_0+d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{v}(z', \rho') z}{(z-z') z'} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{i \kappa [(\rho - \rho_0) z'/z - (\rho' - \rho_0)]^2}{2z' (z - z')/z} \right\} d^2 \rho' dz', \quad (17.1)$$

где ось z соответствует направлению распространения волны и предположено, что слой случайно-неоднородной среды сосредоточен при $z_0 < z' < z_0 + d$; $\rho_0 = (x_0, y_0)$ — поперечные координаты источника излучения, а $\rho = (x, y)$ — поперечные координаты точки наблюдения (рис. 17.1).

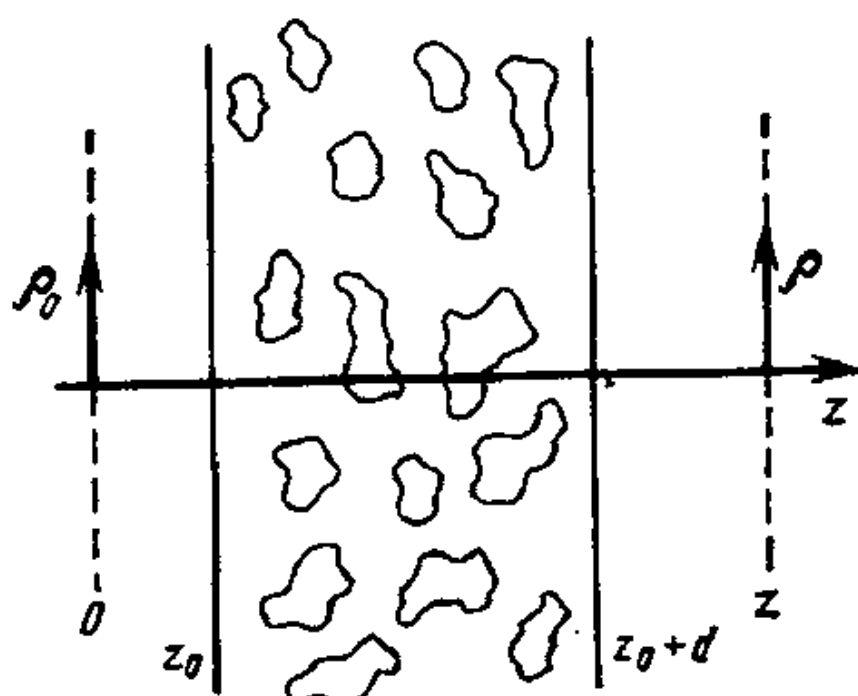


Рис. 17.1

На основании (17.1) получаем следующие выражения для функций корреляции сферических волн при разнесении как точек наблюдения (ρ_1 и ρ_2), так и источников (ρ_{01} и ρ_{02}):

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1^*(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \left(\frac{\kappa^2}{4\pi} \right)^2 \times \\ \times \int_{z_0}^{z_0+d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_s(z'_1 - z'_2, \rho'_1 - \rho'_2) z^2}{(z - z'_1)(z - z'_2) z'_1 z'_2} \times \\ \times \exp \frac{i \kappa}{2} \left\{ \frac{[(\rho_1 - \rho_{01}) z'_1/z - (\rho'_1 - \rho_{01})]^2}{z'_1 (z - z'_1)/z} - \right. \\ \left. - \frac{[(\rho_2 - \rho_{02}) z'_2/z - (\rho'_2 - \rho_{02})]^2}{z'_2 (z - z'_2)/z} \right\} dz'_1 dz'_2 d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2, \quad (17.2)$$

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \left(\frac{\kappa^2}{4\pi} \right)^2 \times \\ \times \int_{z_0}^{z_0+d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_s(z'_1 - z'_2, \rho'_1 - \rho'_2) z^2}{(z - z'_1)(z - z'_2) z'_1 z'_2} \times \\ \times \exp \frac{i \kappa}{2} \left\{ \frac{[(\rho_1 - \rho_{01}) z'_1/z - (\rho'_1 - \rho_{01})]^2}{z'_1 (z - z'_1)/z} + \right.$$

$$+ \frac{[(\rho_2 - \rho_{02}) z'_2/z - (\rho_2 - \rho_{02})]^2}{z'_2(z - z'_2)/z} \} d^2\rho'_1 d^2\rho'_2 dz'_1 dz'_2, \quad (17.3)$$

где $B_e(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) = \langle \tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}'_1) \tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}'_2) \rangle$ — корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Однородные и изотропные флуктуации. Будем считать, что флуктуации диэлектрической проницаемости однородны и изотропны, так что корреляционную функцию B_e можно представить в виде двумерного интеграла Фурье:

$$B_e(|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|) = \int_{-\infty}^{\infty} F_e(\kappa, |z'_1 - z'_2|) \exp[i\kappa(\rho'_1 - \rho'_2)] d^2\kappa. \quad (17.4)$$

Обобщение результатов на случай локально-однородных и изотропных флуктуаций не вызывает затруднений и будет проведено ниже. Подставляя (17.4) в (17.2) и (17.3) и осуществляя в получающихся формулах интегрирование по поперечным координатам ρ'_1 и ρ'_2 и по углу в пространстве волновых векторов κ , находим

$$\begin{aligned} \langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1^*(\rho_{02}, \rho_2) \rangle &= \frac{\pi\kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} dz'_1 dz'_2 \int_0^{\infty} \kappa d\kappa \times \\ &\times F_e(\kappa, |z'_1 - z'_2|) \exp \left[- \frac{i\kappa^2}{2\kappa} \frac{z'_1(z - z'_1) - z'_2(z - z'_2)}{z} \right] \times \\ &\times J_0 \left(\kappa \left| (\rho_1 - \rho_{01}) \frac{z'_1}{z} - (\rho_2 - \rho_{02}) \frac{z'_2}{z} + \rho_{01} - \rho_{02} \right| \right), \quad (17.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1(\rho_{02}, \rho_2) \rangle &= \frac{\pi\kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} dz'_1 dz'_2 \int_0^{\infty} \kappa d\kappa \times \\ &\times F_e(\kappa, |z'_1 - z'_2|) \exp \left[- \frac{i\kappa^2}{2\kappa} \frac{z'_1(z - z'_1) + z'_2(z - z'_2)}{z} \right] \times \\ &\times J_0 \left(\kappa \left| (\rho_1 - \rho_{01}) \frac{z'_1}{z} - (\rho_2 - \rho_{02}) \frac{z'_2}{z} + \rho_{01} - \rho_{02} \right| \right). \quad (17.6) \end{aligned}$$

Заменим переменные интегрирования в формулах (17.5) и (17.6), положив $z'_1 - z'_2 = \xi$, $z'_1 + z'_2 = 2\eta$. Тогда

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1^*(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \frac{\pi\kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_{2(\eta-z_0-d)}^{2(\eta-z_0)} d\xi \int_0^{\infty} \kappa d\kappa \times$$

$$\times F_e(\kappa, |\xi|) \exp \left[\frac{i \kappa^2}{2\kappa} \xi \left(1 - \frac{2\eta}{z} \right) \right] \times \\ \times J_0 \left(\kappa \left| (\rho_1 - \rho_{01}) \frac{\eta + \xi/2}{z} - (\rho_2 - \rho_{02}) \frac{\eta - \xi/2}{z} + \rho_{01} - \rho_{02} \right| \right), \quad (17.7)$$

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \frac{\pi \kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_{2(\eta-z_0-d)}^{2(\eta-z_0)} d\xi \int_0^\infty \kappa d\kappa \times \\ \times F_e(\kappa, |\xi|) \exp \left[\frac{i \kappa^2}{\kappa} \frac{\eta(z-\eta) - \xi^2/4}{z} \right] J_0 \left(\kappa \left| (\rho_1 - \rho_{01}) \frac{\eta + \xi/2}{z} - \right. \right. \\ \left. \left. - (\rho_2 - \rho_{02}) \frac{\eta - \xi/2}{z} + (\rho_{01} - \rho_{02}) \right| \right). \quad (17.8)$$

При изотропных флуктуациях двумерный спектр $F_e(\kappa, |\xi|)$ заметно отличен от нуля только при $\kappa|\xi| \leq 1$ [2]. Поэтому существенный вклад в интеграл по ξ дает лишь та часть области интегрирования, в которой $|\xi| \leq \kappa^{-1}$. Приняв, кроме того, что максимальный масштаб неоднородностей $L_0 \approx \kappa_{\text{min}}^{-1}$ много меньше расстояния, проходимого волной в случайно-неоднородной среде, заключаем, что в существенной для интегрирования области выполняется неравенство $|\xi| \ll \eta$. Это позволяет вынести за знак интеграла по ξ в формулах (17.7) и (17.8) экспоненту и функцию Бесселя, взяв их значения в точке $\xi=0$. В результате формулы (17.7) и (17.8) примут следующий вид:

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1^*(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \frac{\pi \kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \times \\ \times J_0 \left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \int_{2(\eta-z_0-d)}^{2(\eta-z_0)} F_e(\kappa, |\xi|) d\xi; \quad (17.9)$$

$$\langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \frac{\pi \kappa^2}{2} \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \times \\ \times J_0 \left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \exp \left[-\frac{i \kappa^2 (z-\eta) \eta}{\kappa z} \right] \times \\ \times \int_{2(\eta-z_0-d)}^{2(\eta-z_0)} F_e(\kappa, |\xi|) d\xi, \quad (17.10)$$

где $\mathbf{b} = \rho_1 - \rho_2$; $\mathbf{b}_0 = \rho_{01} - \rho_{02}$.

Дальнейшее упрощение формул (17.9) и (17.10) возможно благодаря быстрому убыванию до нуля двумерного спектра $F_e(\kappa, |\xi|)$ с ростом ξ . Быстрый спад функции $F_e(\kappa, |\xi|)$ при $|\xi| \geq \kappa^{-1}$ позволяет заменить пределы интегрирования по ξ бесконечными, не допуская существенной ошибки. Учтем еще, что [21]

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_e(\kappa, |\xi|) d\xi = 2\pi\Phi_e(\kappa),$$

где $\Phi_e(\kappa)$ — трехмерная спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости, взятая в точке $\kappa = (\kappa_1, \kappa_2, 0)$. Поэтому для корреляционных функций (17.9) и (17.10) получаем

$$\begin{aligned} & \langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1^*(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \\ & = \pi^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^{\infty} \kappa d\kappa \Phi_e(\kappa) J_0\left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right| \right), \end{aligned} \quad (17.11)$$

$$\begin{aligned} & \langle \psi_1(\rho_{01}, \rho_1) \psi_1(\rho_{02}, \rho_2) \rangle = \\ & = \pi^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^{\infty} \kappa d\kappa \Phi_e(\kappa) \exp\left[-\frac{i\kappa^2(z-\eta)\eta}{\kappa z}\right] \times \\ & \times J_0\left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right| \right). \end{aligned} \quad (17.12)$$

Полученные формулы пригодны при произвольном спектре однородных и изотропных флуктуаций диэлектрической проницаемости. В следующем параграфе мы конкретизируем эти выражения для степенного спектра турбулентности (1.12).

18. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ФАЗЫ И УРОВНЯ ДЛЯ СТЕПЕННОГО СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Модель спектра турбулентных флуктуаций при гибридном подходе. В гл. 1 были описаны различные модели флуктуаций диэлектрической проницаемости. Мы отмечали, что наиболее удовлетворительно флуктуации диэлектрической проницаемости описываются колмогоровским спектром (1.11):

$$\Phi_e(\kappa) = 0.033 C_e^2 \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2). \quad (18.1)$$

Напомним, что корреляционные функции (17.11) и (17.12), полученные в предыдущем параграфе при помощи МПВ, пригодны лишь в том случае, если длина волны значительно меньше масштабов неоднородностей. Внутренний масштаб неоднородностей в атмосфере Земли колеблется от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров, и поэтому формулы (17.11) и (17.12) пригодны для описания флюктуаций волн только оптического и субмиллиметрового диапазонов. Флюктуации волн СВЧ диапазона следует описывать (как это указывалось в § 16), на основании гибридного метода, предварительно разбив флюктуации диэлектрической проницаемости на крупно- и мелкомасштабную составляющие. Спектр крупномасштабной составляющей удобно представить в виде, аналогичном (18.1),

$$\Phi_{\epsilon_1}(k) = 0,033 C_{\epsilon}^2 k^{-11/3} \exp(-k^2/k_*^2), \quad (18.2)$$

где роль параметра k_m играет «уровень отсечки» k_* , разделяющий полный спектр Φ_{ϵ} на две части. Соответствующим выбором параметра k_* можно удовлетворить условиям применимости МПВ для крупномасштабных неоднородностей. Влияние мелкомасштабных неоднородностей при этом оказывается достаточно слабым (см. § 16), и ими можно пренебречь.

Непосредственное использование спектра (18.2) в (17.11) и (17.12) приводит к расходящимся интегралам. Это связано с тем, что формулы (17.11) и (17.12) получены в предположении об однородности и изотропности флюктуаций диэлектрической проницаемости, а спектр вида (18.2) отвечает модели локально-однородной и изотропной турбулентности. Поэтому сначала надо обобщить формулы (17.11) и (17.12) на случай локально-однородных флюктуаций. Сделать это можно, перейдя от корреляционных функций к структурным, являющимся основными характеристиками волн, распространяющихся в локально-однородной среде *).

Структурные функции комплексной фазы. Структурные функции определяются следующим образом [21]:

$$D_1(\rho_{01}, \rho_{02}; \rho_1, \rho_2) = \langle |\psi_1(\rho_{01}, \rho_1) - \psi_1(\rho_{02}, \rho_2)|^2 \rangle, \quad (18.3)$$

$$D_2(\rho_{01}, \rho_{02}; \rho_1, \rho_2) = \langle |\psi_1(\rho_{01}, \rho_1) - \psi_1(\rho_{02}, \rho_2)|^2 \rangle. \quad (18.4)$$

*) Теория локально-однородных и изотропных случайных полей изложена, например, в [21, 43].

На основании этих определений и формул (17.11) и (17.12) получаем выражения для структурных функций D_1 и D_2 через спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости:

$$D_1(\rho_{01}, \rho_{02}; \rho_1, \rho_2) = \\ = 2\pi^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \Phi_s(\kappa) \left[1 - J_0\left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \right], \quad (18.5)$$

$$D_2(\rho_{01}, \rho_{02}; \rho_1, \rho_2) = \\ = 2\pi^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \Phi_s(\kappa) \exp \left[- \frac{i \kappa^2 (z - \eta) \eta}{\kappa z} \right] \times \\ \times \left[1 - J_0\left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \right]. \quad (18.6)$$

Подстановка в эти формулы выражения (18.1) или (18.2) уже не приводит к расходящимся интегралам.

Выражение (18.5) для структурной функции комплексной фазы не содержит дифракционного множителя $\exp[-i\kappa^2(z-\eta)\eta/\kappa z]$ и совпадает с результатом, полученным на основе метода геометрической оптики для вещественной фазы [21, 43, 77—80] *). Действительно, в приближении МПВ флуктуации вещественной фазы $S = \text{Re} \psi_1$ и уровня $\chi = \text{Im} \psi_1$ характеризуются структурными функциями:

$$D_S = \langle [S(\rho_{01}, \rho_1) - S(\rho_{02}, \rho_2)]^2 \rangle = \text{Re} (D_1 + D_2)/2, \quad (18.7)$$

$$D_\chi = \langle [\chi(\rho_{01}, \rho_1) - \chi(\rho_{02}, \rho_2)]^2 \rangle = \text{Re} (D_1 - D_2)/2. \quad (18.8)$$

При помощи (18.5) и (18.6) имеем

$$D_S = \pi^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \Phi_s(\kappa) \left[1 - J_0\left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \right] \times \\ \times \left[1 + \cos \frac{\kappa^2 (z - \eta) \eta}{\kappa z} \right], \quad (18.9)$$

*) При сравнении (18.5) с результатами указанных работ нужно иметь в виду, что формула (18.5) описывает структурную функцию двух сферических волн, а в цитированных работах рассматривалась одна сферическая волна. Поэтому результаты, приведенные в [21, 43, 77—80], совпадают с (18.5) при $\mathbf{b}_0 = \rho_{01} - \rho_{02} = 0$.

$$D_x = \pi^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \Phi_*(\kappa) \left[1 - J_0 \left(\kappa \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right| \right) \right] \times \\ \times \left[1 - \cos \frac{\kappa^2 (z - \eta) \eta}{\kappa z} \right]. \quad (18.10)$$

При выполнении условия применимости метода геометрической оптики [21]

$$\kappa_*^2 z / \kappa \ll 1 \quad (18.11)$$

формула (18.9) переходит в формулу, которую можно было бы получить методом геометрической оптики непосредственно и которая по виду в точности совпадает с (18.5).

Структурная функция вещественной фазы. Радиус когерентности. Подставим спектральную плотность (18.2) в (18.9) и проведем интегрирование по κ , воспользовавшись значением интеграла Ганкеля [81]:

$$\int_0^\infty J_0(\alpha \kappa) e^{-\beta \kappa^2} \kappa^{r-1} d\kappa = \frac{\Gamma(r/2) \beta^{-r/2}}{2} {}_1F_1\left(\frac{r}{2}, 1, -\frac{\alpha^2}{4\beta}\right), \quad \text{Re } r > 0, \quad (18.12)$$

где

$${}_1F_1(a, \gamma, z) = 1 + \frac{a}{\gamma} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)}{\gamma(\gamma+1)} \frac{z^2}{2!} + \\ + \frac{a(a+1)(a+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} \frac{z^3}{3!} + \dots \quad (18.13)$$

— вырожденная гипергеометрическая функция.

В результате получим

$$D_S(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) = \frac{3}{5} \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 0.033 C_s^2 \pi^2 \kappa_*^2 \kappa_*^{-5/3} \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \times \\ \times \left\{ \left[{}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1, -\frac{\kappa_*^2 \alpha^2}{4}\right) - 1 \right] + \right. \\ \left. + \text{Re} \frac{{}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1, -\frac{1}{4} \kappa_*^2 \alpha^2 (1 - i \gamma \kappa_*^2)^{5/6}\right) - 1}{(1 - i \gamma \kappa_*^2)^{-5/6}} \right\}. \quad (18.14)$$

Здесь введены обозначения

$$\alpha^2 = \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right|^2; \quad \gamma = \frac{(z - \eta) \eta}{\kappa z}. \quad (18.15)$$

Структурная функция D_χ отличается от (18.14) знаком «минус» перед вторым слагаемым подынтегрального выражения. В формулу (18.14) входят безразмерные параметры $\kappa_*^2 \alpha^2$ и $\kappa_*^2 \gamma$, от которых существенно зависит характер изменения D_S .

С точки зрения приложений наибольший интерес представляет случай, когда точки наблюдения или точки, в которых расположены излучатели, разнесены на расстояние, во много раз превышающее внутренний масштаб турбулентности l_0 (или минимальный размер l_* неоднородностей крупномасштабной составляющей, связанный с уровнем отсечки κ_* соотношением $\kappa_* l_* = 5,91$). В этом случае $\kappa_*^2 \alpha^2 \gg 1$, так что в первом слагаемом в (18.14) можно воспользоваться асимптотическим разложением вырожденной гипергеометрической функции при больших значениях аргумента

$$\begin{aligned} {}_1F_1(\alpha, \gamma, z) \approx & \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma - \alpha)} (-z)^{-\alpha} \left[1 - \frac{\alpha(\alpha - \gamma + 1)}{z} + \right. \\ & + \frac{\alpha(\alpha + 1)(\alpha - \gamma + 1)(\alpha - \gamma + 2)}{2!z^2} - \dots \Big] + \\ & + \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)} e^z z^{\alpha - \gamma} \left[1 + \frac{(1 - \alpha)(\gamma - \alpha)}{z} + \right. \\ & + \frac{(1 - \alpha)(2 - \alpha)(\gamma - \alpha)(\gamma - \alpha + 1)}{2!z^2} + \dots \Big] \end{aligned} \quad (18.16)$$

и ограничиться одним членом наиболее высокого порядка. Тогда оно принимает вид

$$A_1 = {}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1, -\frac{\kappa_*^2 \alpha^2}{4}\right) - 1 \approx \frac{1}{\Gamma(1/6)} \left(\frac{\kappa_*^2 \alpha^2}{4}\right)^{5/6}. \quad (18.17)$$

При $\gamma \kappa_*^2 \ll 1$ второе слагаемое в (18.14) приближенно совпадает с первым, так что

$$D_S(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) = 0,73 C_\epsilon^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0 + d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right|^{5/3} d\eta \quad (18.18)$$

при $\max(b, b_0) \gg 1/\kappa_*$, $\kappa_*^2 z/2\kappa \ll 1$. Здесь мы воспользовались выражением (18.15) для α и учли, что условие $\gamma \kappa_*^2 \ll 1$ заведомо выполняется, если $\kappa_*^2 z/2\kappa \ll 1$. Если

$\gamma \kappa_*^2 \gg 1$, то второе слагаемое в (18.14) приближенно равно

$$A_2 = \operatorname{Re} \frac{{}_1F_1(-5/6, 1, \alpha^2/4i\gamma) - 1}{(-i\gamma\kappa_*^2)^{-5/6}} \quad (18.19)$$

и его поведение существенно зависит от отношения α^2/γ . Если это отношение много меньше единицы, т. е. если

$$\max(b, b_0) \ll \sqrt{z/2\kappa}, \quad (18.20)$$

то можно воспользоваться разложением гипергеометрической функции (18.13) в ряд Тейлора, так что

$$A_2 \approx (\kappa_* \alpha)^{5/3} (5/6) \cos(\pi/12) (\alpha^2/\gamma)^{1/6}. \quad (18.21)$$

Нетрудно видеть, что при выполнении условия (18.20) это слагаемое значительно меньше первого, которое определяется формулой (18.17). Поэтому при

$$1/\kappa_* \ll b, b_0 \ll \sqrt{z/2\kappa} \quad (18.22)$$

структурная функция фазы

$$D_S(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) \approx \frac{1}{2} 0,73 C_s^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right|^{5/3} d\eta. \quad (18.23)$$

Наконец, при $\alpha^2/\gamma \gg 1$, т. е. при $b, b_0 \gg \sqrt{z/(2\kappa)}$, можно воспользоваться асимптотическим разложением (18.16). В этом случае

$$A_2 \approx \frac{(\alpha \kappa_*/2)^{5/3}}{\Gamma(1/6)}, \quad (18.24)$$

а структурная функция фазы определяется выражением (18.18).

Таким образом, структурную функцию фазы при $b, b_0 \gg 1/\kappa_*$ можно представить в виде

$$D_S(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) = a(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) 0,73 C_s^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{b}_0 \right|^{5/3} d\eta. \quad (18.25)$$

Введенный здесь множитель $a(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0)$ медленно меняется от $1/2$ при $1/\kappa_* \ll b, b_0 \ll \sqrt{z/(2\kappa)}$ до 1 при $b, b_0 \gg \sqrt{z/(2\kappa)}$.

(Напомним, что $\mathbf{b}$ — вектор, соединяющий точки наблюдения: $\mathbf{b} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, а $\mathbf{b}_0$ — вектор, соединяющий точки,

в которых расположены источники: $\mathbf{b}_0 = \mathbf{p}_{01} - \mathbf{p}_{02}$.) В дальнейшем мы положим $a(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) = 1$.

Полагая $\mathbf{p}_{01} = \mathbf{p}_{02}$, получаем выражение для структурной функции фазы одной сферической волны

$$D_S(\mathbf{b}) = D_S(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = 0,73 C_s^2 \kappa^2 b^{5/3} \frac{3}{8} \frac{(z_0 + d)^{8/3} - z_0^{8/3}}{z^{5/3}}, \quad (18.26)$$

которую удобно записать в виде

$$D_S(\mathbf{b}) = (b/\rho_K)^{5/3}, \quad (18.27)$$

где

$$\rho_K = \left[0,27 C_s^2 \kappa^2 \frac{(z_0 + d)^{8/3} - z_0^{8/3}}{z^{5/3}} \right]^{-3/5} \quad (18.28)$$

— радиус когерентности сферической волны.

Из формулы (18.27) следует, что случайные фазы сигналов, принятых в двух точках, разнесенных на расстояние порядка радиуса когерентности, отличаются примерно на 1 рад, т. е. сигналы в этих точках становятся некогерентными. Таким образом, радиус когерентности характеризует область пространства, внутри которой волну можно приближенно считать когерентной.

Отметим еще, что структурная функция фаз двух сферических волн, принимаемых одним приемником ($\mathbf{b} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 = 0$), по форме совпадает с (18.27):

$$D_S(\mathbf{b}_0) = D_S(\mathbf{p}_{01} - \mathbf{p}_{02}) = (b_0/\rho_K)^{5/3}. \quad (18.29)$$

Это является очевидным следствием теоремы взаимности.

Иногда удобно иметь выражение для структурной функции фаз двух сферических волн (18.25), записанное через радиус когерентности (18.28):

$$D_S(\mathbf{b}, \mathbf{b}_0) = \frac{8}{3} \frac{(z/d)^{5/3}}{(1 + z_0/d)^{8/3} - (z_0/d)^{8/3}} \frac{1}{\rho_K^{5/3}} \times \\ \times \int_{z_0/d}^{1+z_0/d} \left| x \frac{d}{z} \mathbf{b} + \left(1 - x \frac{d}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right|^{5/3} dx. \quad (18.30)$$

Оно получается в результате комбинации формул (18.25) и (18.28) и замены переменной интегрирования η на $x = \eta/d$.

В обратном предельном случае — малых b и b_0 — также удастся получить полезные для практических приложений формулы. При $\kappa \cdot b, \kappa \cdot b_0 \ll 1$ гипергеометрические

функции в (18.14) можно разложить в ряд Тейлора по третьему аргументу и ограничиться первыми членами разложения. В результате получаем две формулы, одна из которых справедлива в геометрикооптическом пределе, когда $\kappa^2 z / (2\kappa) \ll 1$,

$$D_S(\mathbf{b}_0, \mathbf{b}) = 0.27 C_s^2 \kappa^2 l_*^{-1/3} d \left\{ b^2 \frac{3z_0^2 + 3z_0 d + d^2}{z^2} + \right. \\ \left. + b_0^2 \frac{3(z - z_0 - d)^2 + 3(z - z_0 - d)d + d^2}{z^2} + \right. \\ \left. + \mathbf{b} \mathbf{b}_0 \left[\frac{6z_0(z - z_0 - d)}{z^2} + \frac{3d}{z} - \frac{2d^2}{z^2} \right] \right\}, \quad (18.31)$$

а другая в обратном предельном случае $(\kappa^2 z / (2\kappa) \gg 1)$

$$D_S(\mathbf{b}_0, \mathbf{b}) = 0.41 C_s^2 \kappa^2 l_*^{-1/3} \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \left(1 - \frac{\eta}{z} \right) \mathbf{b}_0 \right|^2 \times \\ \times \left\{ 1 + 1.16 \left[\frac{\eta(z - \eta)}{\kappa z} \kappa_*^2 \right]^{-1/6} \right\} d\eta. \quad (18.32)$$

Здесь «внутренний» масштаб l_* определяется из соотношения $\kappa_* l_* = 5.91$. Второе слагаемое в фигурных скобках в (18.32) по порядку величины не превышает единицы. Заменяя его единицей и проводя интегрирование по η , приходим к формуле (18.31), которую и будем использовать в качестве оценки структурной функции фазы при малых базах. При $\mathbf{b}_0 = 0$ из (18.31) получаем выражение для структурной функции фазы одной сферической волны на малой базе $\mathbf{b}$

$$D_S(\mathbf{b}) = 0.27 C_s^2 \kappa^2 l_*^{-1/3} d b^2 (3z_0^2 + 3z_0 d + d^2) z^{-2}. \quad (18.33)$$

Для конкретных оценок нам понадобится еще выражение для дисперсии фазы сферической волны. В геометрикооптическом пределе $(\kappa^2 z / (2\kappa) \ll 1)$ его можно получить из (17.11), положив там $\mathbf{b} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = 0$, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{r}_{01} - \mathbf{r}_{02} = 0$:

$$\langle S^2 \rangle = \pi^2 \kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} d\eta \int_0^\infty \kappa d\kappa \Phi_s(\kappa) = \pi^2 \kappa^2 d \int_0^\infty \kappa \Phi_s(\kappa) d\kappa. \quad (18.34)$$

При подстановке в (18.34) выражения (18.2) получается бесконечное значение дисперсии $\langle S^2 \rangle$. Поэтому для расчета дисперсии необходимо воспользоваться не ло-

кально-однородной моделью (18.2), а однородной моделью, например кармановской моделью (1.13) или мюномасштабной моделью (1.19) с $f(l)$, определяемой по (1.20). Подставив в (18.34) выражение (1.19) и выполнив элементарное интегрирование, получим

$$\langle S^2 \rangle = 0,065 C_s^2 \kappa^2 d L_0^{5/3}. \quad (18.35)$$

Флюктуации уровня. Как уже говорилось, структурная функция уровня отличается от (18.14) знаком перед вторым слагаемым:

$$D_\chi(b_0, b) = \frac{3\pi^2}{5} \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 0,033 C_s^2 \kappa^2 \kappa_*^{-5/3} \int_{t_0}^{z_0+d} d\eta \left\{ \left[{}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1, -\frac{\kappa_*^2 \alpha^2}{4(1-i\gamma\kappa_*^2)}\right) - 1 \right] - \operatorname{Re} \frac{{}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1, -\frac{\kappa_*^2 \alpha^2}{4(1-i\gamma\kappa_*^2)}\right) - 1}{(1-i\gamma\kappa_*^2)^{-5/6}} \right\}, \quad (18.36)$$

поэтому ее анализ можно провести так же, как и для структурной функции фазы. Здесь мы рассмотрим только асимптотическое выражение D_χ при $b, b_0 \rightarrow \infty$, которое позволит нам оценить дисперсию уровня. Наиболее важен здесь случай больших расстояний z , когда $\gamma\kappa_*^2 \gg 1$. В этом случае из (18.36) получаем

$$\begin{aligned} D_\chi(\infty) &= 2 \langle \chi^2 \rangle = \frac{3}{5} \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \pi^2 \cos \frac{5\pi}{12} \times \\ &\times 0,033 C_s^2 \kappa^{7/6} \int_{z_0}^{z_0+d} \left[\frac{\eta(z-\eta)}{z} \right]^{5/6} d\eta = \\ &= 0,28 C_s^2 \kappa^{7/6} \int_{z_0}^{z_0+d} \left[\frac{\eta(z-\eta)}{z} \right]^{5/6} d\eta, \end{aligned} \quad (18.37)$$

откуда находим

$$\langle \chi^2 \rangle = 0,14 C_s^2 \kappa^{7/6} \int_{z_0}^{z_0+d} \left[\frac{\eta(z-\eta)}{z} \right]^{5/6} d\eta. \quad (18.38)$$

Рассмотрим два предельных случая. Пусть источник сигнала находится на большом расстоянии от слоя, т. е.

$z_0 \gg d$. Тогда получим дисперсию флуктуаций уровня плоской волны

$$\langle \chi^2 \rangle_{\text{пл}} = 0.077 C_s^2 k^{7/6} [(\tilde{z}_0 + d)^{11/6} - \tilde{z}_0^{11/6}], \quad (18.39)$$

Здесь $\tilde{z}_0 = z - z_0 - d$ — расстояние от слоя до приемника.

Если источник и точка наблюдения находятся на границе слоя, то, полагая в (18.38) $z_0 = 0$, $z = d$, получаем

$$\langle \chi^2 \rangle = 0.14 C_s^2 k^{7/6} d^{11/6} \int_0^1 x^{5/6} (1-x)^{5/6} dx. \quad (18.40)$$

Выразив через В-функцию Эйлера

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt = \frac{\Gamma(x) \Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} \quad (18.41)$$

входящий в (18.40) интеграл, находим

$$\langle \chi^2 \rangle = 0.14 C_s^2 k^{7/6} d^{11/6} \frac{[\Gamma(11/6)]^2}{\Gamma(11/3)} = 0.031 C_s^2 k^{7/6} d^{11/6}. \quad (18.42)$$

19. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ФЛЮКТУАЦИИ ФАЗЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ, ИЗЛУЧАЕМОЙ ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ

Структурная функция фазы. До сих пор мы рассматривали флуктуации излучения, считая, что источник излучения неподвижен и свойства среды не меняются во времени. При решении ряда прикладных задач оказывается необходимым учет временных флуктуаций излучения, вызванных как перемещением самого источника, так и временной изменчивостью свойств случайно-неоднородной среды.

Формулы для временных флуктуаций сигнала нетрудно получить на основании результатов, полученных в § 18. Рассмотрим сигнал, излучаемый движущимся со скоростью v источником (его радиус-вектор $\mathbf{r}_0(t)$) и принимаемый в двух пространственно-разнесенных точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ (рис. 19.1). Будем считать, что нестационарность среды определяется только ветровым сносом со скоростью u . В большинстве практически важных случаев измерение сигнала осуществляется в течение достаточно короткого интервала времени, так что изменением скоростей v и u во времени можно пренебречь.

Перечисленные предположения позволяют найти простое выражение для пространственно-временной структурной функции фазы принимаемого сигнала

$$D_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = \langle |S(\mathbf{r}_1, t_1) - S(\mathbf{r}_2, t_2)|^2 \rangle. \quad (19.1)$$

Введем единичный вектор $\mathbf{l}_0$, направленный из центральной точки $(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ между приемниками в среднюю точку

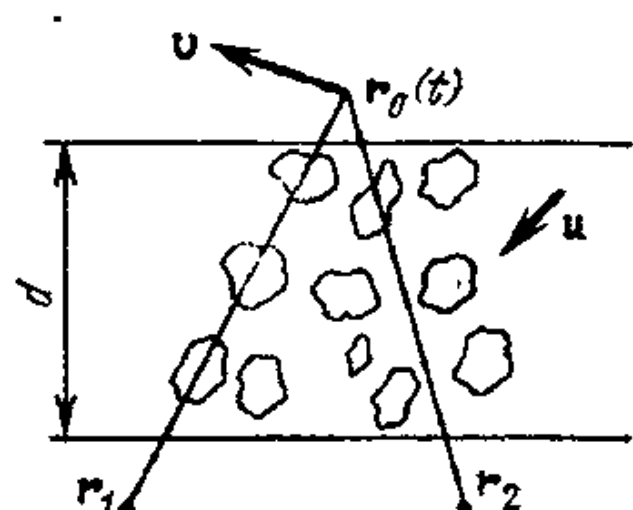


Рис. 19.1

ку траектории излучателя $[\mathbf{r}_0(t_1) + \mathbf{r}_0(t_2)]/2$, и цилиндрическую систему координат (ρ, z) с осью, направленной вдоль этого единичного вектора. Заранее ясно, что корреляционные свойства излучения будут зависеть в основном от значений поперечных координат ρ_1 и ρ_2 приемников и от поперечного (по отношению к

оси z) перемещения среды и излучателя.

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью $\mathbf{u}_\perp = \mathbf{u} - \mathbf{l}_0(\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{u})$. В этой системе вектор ρ_1 перейдет в $\rho_1 - \mathbf{u}_\perp t$, а вектор ρ_2 — в $\rho_2 - \mathbf{u}_\perp t$. Кроме того, в силу эффекта Доплера изменится частота излучаемого сигнала. Поэтому структурная функция (19.1) будет определяться формулой (18.25), в которой волновое число k следует заменить на k' — волновое число в движущейся системе координат, а базы $\mathbf{b}$ и $\mathbf{b}_0$ выбрать равными $\mathbf{b} = \rho_1 - \rho_2 - \mathbf{v}_\perp(t_1 - t_2)$, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{u}_\perp(t_2 - t_1) - \mathbf{v}_\perp(t_2 - t_1)$. Структурная функция (19.1) в движущейся системе координат

$$D_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = \\ = 0,73 C_0^2 (k')^2 \int_{z_0'}^{z_0' + d'} \left| \frac{\eta}{z} (\rho_1 - \rho_2 - \mathbf{v}_\perp \tau) - (\mathbf{u}_\perp - \mathbf{v}_\perp) \tau \right|^{5/3} d\eta, \quad (19.2)$$

где $\tau = t_1 - t_2$, а z'_0 и d' — соответственно расстояние от источника до слоя со случайными неоднородностями и толщина этого слоя в движущейся системе координат. Обратное преобразование в неподвижную систему отсчета сводится к замене волнового числа k' на k и z'_0 и d' на z_0 и d . Таким образом, окончательное выражение для пространственно-временной структурной функции фазы

сигнала, излучаемого движущимся источником,

$$D_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = \\ = 0,73C^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} (\mathbf{b} - \mathbf{v}_\perp \tau) - (\mathbf{u}_\perp - \mathbf{v}_\perp) \tau \right|^{5/3} d\eta, \quad (19.3)$$

где $\mathbf{b}$ — по-прежнему вектор, соединяющий точки наблюдения: $\mathbf{b} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

Анализ частных случаев. Предположим сначала, что $\tau = t_1 - t_2 = 0$. Тогда формула (19.3), как и следовало ожидать, переходит в выражение (18.26) для пространственной структурной функции фазы сферической волны. Пусть теперь среда неподвижна ($\mathbf{u} = 0$). В этом случае формула (19.3) принимает вид

$$D_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = 0,73C^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} + \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{\eta}{z}\right) \mathbf{v}_\perp \tau \right|^{5/3} d\eta. \quad (19.4)$$

Сопоставив (19.4) с (18.25), замечаем, что пространственно-временная структурная функция фазы сигнала в неподвижной среде совпадает с пространственной структурной функцией фазы двух сферических волн, источники которых расположены в точках $\mathbf{r}_0(t_1)$ и $\mathbf{r}_0(t_2) \approx \mathbf{r}_0(t_1) + \mathbf{v}_\perp \tau$. Если прием сигнала осуществляется одним приемником ($\mathbf{b} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = 0$), то из (19.4) следует выражение для временной структурной функции фазы сигнала, распространяющегося в неподвижной среде,

$$D_S(t_1, t_2) = 0,73C^2\kappa^2 (v_\perp \tau)^{5/3} \frac{3}{8} \frac{(z_0 + d)^{8/3} - z_0^{8/3}}{z^{5/3}}, \quad (19.5)$$

которое совпадает с выражением (18.26) для пространственной структурной функции фазы одной сферической волны на базе $\mathbf{v}_\perp \tau$.

Рассмотрим излучение сигнала неподвижным источником ($\mathbf{v} = 0$). В этом случае из (19.3) получаем

$$D_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = 0,73C^2\kappa^2 \int_{z_0}^{z_0+d} \left| \frac{\eta}{z} \mathbf{b} - \mathbf{u}_\perp \tau \right|^{5/3} d\eta. \quad (19.6)$$

Пусть прием сигнала осуществляется в одной точке, тогда временная структурная функция

$$D_S(t_1, t_2) = 0,73C^2\kappa^2 |\mathbf{u}_\perp \tau|^{5/3} \quad (19.7)$$

совпадает с пространственной структурной функцией плоской волны на базе $\mathbf{u}_\perp \tau$.

Приведенные здесь формулы получены на основе (18.25). Поэтому область их применимости ограничена условиями $b \gg l_*$ и $|\mathbf{v}_\perp \tau| \gg l_*$. В обратном предельном случае нужно исходить из соотноше-

ния (18.31), описывающего структурную функцию фазы двух сферических волн при малых базах. Тогда пространственно-временная структурная функция фазы

$$D_S(r_1, r_2; t_1, t_2) = 0,27C^2_s \kappa^2 l_*^{-1/3} d \left\{ (b - u_{\perp} \tau)^2 \frac{3z_0^2 + 3z_0 d + d^2}{z^2} + \right. \\ \left. + (u_{\perp} - v_{\perp})^2 \tau^2 \frac{3(z - z_0 - d)^2 + 3(z - z_0 - d)d + d^2}{z^2} + \right. \\ \left. + (b + u_{\perp} \tau) \cdot (u_{\perp} - v_{\perp}) \tau \left[\frac{6z_0(z - z_0 - d)}{z^2} + \frac{3d}{z} - \frac{2d^2}{z^2} \right] \right\}. \quad (19.8)$$

При этом временная структурная функция фазы

$$D_S(t_1, t_2) = 0,27C^2_s \kappa^2 l_*^{-1/3} d \tau^2 \left[3u_{\perp}^2 + \right. \\ \left. + v_{\perp}^2 \frac{3(z - z_0 - d)^2 + 3(z - z_0 - d)d + d^2}{z^2} - \right. \\ \left. - 3v_{\perp} \cdot u_{\perp} \frac{2(z - z_0 - d)}{z^2} \right]. \quad (19.9)$$

Если точки наблюдения и источник сигнала находятся на границах слоя ($z_0=0$ и $z=d$), то выражение (19.9) упрощается:

$$D_S(t_1, t_2) = 0,27C^2_s \kappa^2 l_*^{-1/3} d \tau^2 (3u_{\perp}^2 + v_{\perp}^2 + 3u_{\perp} \cdot v_{\perp}). \quad (19.10)$$

20. ФЛЮКТУАЦИИ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

В гл. 4 мы проанализировали влияние неоднородности диэлектрической проницаемости земной атмосферы на различные параметры распространяющихся в ней сигналов. Мы получили формулы, описывающие отличие параметров волны от соответствующих «вакуумных» значений, которые характеризуют сигнал, распространяющийся в вакууме, и оценили по порядку величины эти поправки. При этом мы не учитывали флуктуаций в земной атмосфере. Поэтому полученные в гл. 4 оценочные формулы и численные оценки для различных параметров сигнала можно рассматривать как регулярные или среднестатистические значения соответствующих поправок, на которые налагаются флуктуации, вызванные флуктуациями диэлектрической проницаемости в земной атмосфере. Оценка этих флуктуационных (или случайных) поправок является предметом рассмотрения в данном параграфе.

Количественными характеристиками флюктуационных поправок должны быть статистические величины. Наиболее полной характеристикой случайной величины является ее плотность распределения вероятностей. Однако в практических приложениях зачастую можно ограничиться менее полным описанием. Например, в рамках корреляционной теории [82] интересуются только значениями первых двух моментов — среднего значения и дисперсии случайной величины. Именно таким описанием мы здесь и ограничимся.

Сразу же укажем, что все рассматриваемые ниже характеристики сигналов выражаются через флюктуационную составляющую диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}$ линейно, так что средние значения всех поправок равны нулю. Поэтому нам достаточно рассчитать только дисперсии соответствующих флюктуационных поправок.

Поправки к групповому и фазовому пути, как это указано в гл. 4, с точностью до знака совпадают [см. формулы (11.13), (11.14)]. Поэтому их дисперсии одинаковы. Поскольку фазовый путь φ отличается от фазы S сигнала множителем κ^{-1} ($\varphi = S/\kappa$), выражение для дисперсии фазового пути можно получить при помощи формулы (18.35):

$$\sigma_{\mathcal{L}}^2 = \sigma_{\varphi}^2 = \langle S^2 \rangle / \kappa^2 = 0,065 C_s^2 d L_0^{5/3}. \quad (20.1)$$

Величина C_s^2 в тропосфере может достигать $\sim 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$, внешний масштаб L_0 порядка высоты трассы распространения над поверхностью Земли (для оценок будем использовать $L_0 \approx 1 \text{ км}$). Длина трассы d в тропосфере редко бывает больше 100 км. Используя эти значения в (20.1), получаем $\sigma_{\mathcal{L}} \sim 15 \text{ см}$. Отметим, что в тропосфере структурная характеристика C_s^2 практически не зависит от частоты, так что полученную оценку можно рассматривать как универсальную, т. е. пригодную для сигнала любой длины волны. Отсюда следует, что при распространении в тропосфере флюктуации группового и фазового путей важны только для сигналов миллиметрового и оптического диапазонов, для которых они оказываются сравнимыми с длиной волны или во много раз превышают ее.

Для оценок флюктуаций группового (или фазового) пути сигнала, распространяющегося через ионосферу, формулу (20.1) удобнее записать в другом виде, выра-

зависит структурную характеристику турбулентности C_ϵ^2 через дисперсию флуктуаций электронной концентрации:

$$C_\epsilon^2 = 1,78 \cdot 10^{-8} \sigma_N^2 / f^4 L_0^{2/3}, \quad (20.2)$$

где частота f измеряется в мегагерцах, а внешний масштаб турбулентности L_0 — в сантиметрах. Тогда формула (20.1) примет следующий вид:

$$\sigma_\varphi^2 = \sigma_{\mathcal{L}}^2 = 0,12 \cdot 10^{-8} \sigma_N^2 d L_0 / f^4. \quad (20.3)$$

В ионосфере в обычных условиях относительные флуктуации электронной концентрации σ_N/N составляют примерно 1 %. Принимая $N \approx N_m \approx 10^6$ эл/см³, получаем характерное значение $\sigma_N \approx 10^4$ эл/см³. Внешний масштаб L_0 может достигать 100 км, а длина трассы d — 1000 км. Используя эти близкие к максимальным значения параметров, из (20.3) находим

$$\sigma_{\mathcal{L}}^2 = \sigma_\varphi^2 = \frac{0,12 \cdot 10^{15}}{f^4} \text{ см}^2 = \frac{1,2 \cdot 10^{16}}{f^4} \text{ м}^2, \quad (20.4)$$

где частота f измеряется в мегагерцах. Из (20.4) видно, что дисперсия $\sigma_{\mathcal{L}}^2$ группового пути существенно зависит от частоты. Например, при частоте $f = 300$ МГц ($\lambda = 1$ м) $\sigma_{\mathcal{L}} \approx 1$ м. На более высоких частотах дисперсии $\sigma_{\mathcal{L}}^2$ и σ_φ^2 быстро убывают. Поэтому флуктуации группового и фазового путей распространяющегося в ионосфере сигнала существенны только для „длинноволнового“ участка УКВ диапазона с $\lambda > 1$ м. Например, при $\lambda = 10$ м $\sigma_{\mathcal{L}} = \sigma_\varphi = 100$ м.

Рефракционные поправки. Рассмотрим флуктуации углов прихода волны в заданную точку. Направление распространения волны в некоторой точке $\mathbf{r}$ определяется градиентом фазы

$$\mathbf{l} = \nabla S(\mathbf{r}) / |\nabla S(\mathbf{r})|, \quad (20.5)$$

где фаза S содержит «вакуумное» слагаемое S_v , регулярное слагаемое $\langle S \rangle$, обусловленное регулярной неоднородностью среды распространения, и случайное слагаемое $\tilde{S}$, отвечающее флуктуационной составляющей диэлектрической проницаемости. Представим $\mathbf{l}$ в виде

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}_0 + \tilde{\beta}, \quad (20.5a)$$

где l_0 — направление прихода волны в неоднородной среде без флуктуаций:

$$l_0 = \nabla (S_b + \langle S \rangle) / |\nabla (S_b + \langle S \rangle)|, \quad (20.6)$$

а $\tilde{\beta}$ — флуктуаций направления прихода. С точностью до линейных по $\tilde{S}$ членов

$$\tilde{\beta} = \nabla_{\perp} \tilde{S} / |\nabla (S_b + \langle S \rangle)|, \quad \nabla_{\perp} = \nabla - l_0 (l_0 \cdot \nabla). \quad (20.7)$$

Пренебрегая малой поправкой, связанной с регулярным искривлением лучей, можно записать

$$\tilde{\beta} = \nabla_{\perp} \tilde{S}(r) / \kappa. \quad (20.8)$$

Дисперсия рефракционной поправки $\tilde{\beta}$ оказывается равной

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{1}{\kappa^2} \langle (\nabla_{\perp} \tilde{S}(r))^2 \rangle = \frac{1}{\kappa^2} \lim_{b \rightarrow 0} \frac{\langle [\tilde{S}(r) - \tilde{S}(r+b)]^2 \rangle}{b^2}, \quad (20.9)$$

где направление вектора b перпендикулярно к направлению распространения невозмущенной волны. Формулу (20.9) можно записать через структурную функцию фазы

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{1}{\kappa^2} \lim_{b \rightarrow 0} \frac{D_S(b)}{b^2} \quad (20.10)$$

и, подставив для нее выражение (18.22), найти

$$\sigma_{\beta}^2 = 0,27 C_*^2 L_*^{-1/3} d (3z_0^2 + 3z_0 d + d^2) z^{-2}. \quad (20.11)$$

Здесь d — расстояние, проходимое волной в среде, z_0 — расстояние вдоль трассы распространения от источника до случайно-неоднородной среды, а z — расстояние между источником и приемником. Полученная оценка (20.11) существенно зависит от «внутреннего» масштаба L_* , который мы выбирали искусственно таким, чтобы для неоднородностей с размерами больше L_* выполнялись условия применимости метода геометрической оптики. При этом мы пренебрегали полем, рассеянным на неоднородностях с масштабами, меньшими L_* . Зависимость (20.11) от L_* указывает, что в данном случае пренебрегать рассеянным полем нельзя и введение искусственного масштаба L_* нецелесообразно. Тем не менее формула (20.11) сохранит смысл, если в ней заменить L_* истинным внутренним масштабом l_0 . Однако это сильно огра-

ничивает область ее применимости: на ее основании можно оценивать лишь флуктуации углов прихода волн оптического диапазона. В этом диапазоне волн основное влияние на флуктуации параметров волн оказывает тропосфера.

При тропосферном распространении волны приемник излучения практически всегда находится на поверхности Земли, так что $z=z_0+d$. Поэтому для проведения конкретных оценок формулу (20.11) удобнее представить в виде

$$\sigma_{\theta}^2 = 0,27 C_{\epsilon}^2 l_0^{-1/3} d (3z^2 - 3zd + d^2) z^{-2}. \quad (20.12)$$

Сомножитель $(3z^2 - 3zd + d^2) z^{-2}$ при $z \geq d$ медленно изменяется от 1 до 3, поэтому при оценках его можно не учитывать. Подставляя в (20.12) $C_{\epsilon}^2 \approx 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, $d \approx \approx 100 \text{ км}$ и $l_0 \approx 1 \text{ см}$, находим $\sigma_{\theta} \approx 10^{-4} \text{ рад}$.

Для УКВ диапазона чисто геометрическое понятие углов прихода теряет смысл, так как мелкомасштабные неоднородности сравнимы и даже меньше длины волны. Здесь целесообразно говорить не о флуктуациях углов прихода, а о флуктуациях положения максимума диаграммы направленности антенны, на которую осуществляется прием УКВ, прошедших через тропосферу [85]. (Этот вопрос рассмотрен в гл. 8.)

Доплеровский сдвиг частоты. Частота сигнала определяется как производная его фазы по времени:

$$\omega = \partial S / \partial t. \quad (20.13)$$

Вычитая из (20.13) «вакуумное» слагаемое $S_v = \omega_0 t$, получаем

$$\omega - \omega_0 = \partial \langle S \rangle / \partial t + \partial \tilde{S} / \partial t, \quad (20.14)$$

где $\partial \langle S \rangle / \partial t$ — регулярная поправка к частоте, определяемая доплеровским сдвигом в вакууме (11.16) и поправкой (11.17), обусловленной регулярной неоднородностью и нестационарностью среды, а $\partial \tilde{S} / \partial t$ — флуктуационная поправка к доплеровскому сдвигу частоты, которая равна

$$\delta \Omega_d = \partial \tilde{S} / \partial t. \quad (20.15)$$

Будем характеризовать ее дисперсией

$$\sigma_{\Omega}^2 = \langle (\delta \Omega_d)^2 \rangle = \left\langle \left(\frac{\partial \tilde{S}}{\partial t} \right)^2 \right\rangle = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\langle [\tilde{S}(t+\tau) - \tilde{S}(t)]^2 \rangle}{\tau^2}, \quad (20.16)$$

где стоящая в числителе структурная функция случай-
ной фазы $D_S(\tau)$ при малых τ дается формулой (19.9).
Поэтому

$$\sigma_{\Omega}^2 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{D_S(\tau)}{\tau^2} = 0,27C_e^2 \kappa^2 \Gamma_0^{-1/3} d \left[3u_{\perp}^2 + \right. \\ \left. + v_{\perp}^2 \frac{3(z - z_0 - d)^2 + 3(z - z_0 - d)d + d^2}{z^2} - \right. \\ \left. - 3\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \frac{2(z - z_0) - d}{z} \right]. \quad (20.17)$$

Поскольку в формулу (20.17), как и в (20.11), во-
шел искусственный масштаб l_* , ее можно использовать
для оценок только в случае сигналов оптического диа-
пазона, заменив предварительно l_* на l_0 .

Считая, что приемник расположен на поверхности
Земли ($z = z_0 + d$), формулу (20.17) можно представить
в виде

$$\sigma_{\Omega}^2 = 0,27C_e^2 \kappa^2 \Gamma_0^{-1/3} d \left\{ 3u_{\perp}^2 + v_{\perp}^2 \left(\frac{d^2}{z^2} \right) - 3\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \left(\frac{d}{z} \right) \right\}. \quad (20.18)$$

Оценим флюктуационный доплеровский сдвиг частоты при $C_e^2 \approx 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, $z \approx d \approx 100 \text{ км}$, $l_0 \approx 1 \text{ см}$; скорость ветра в атмосфере Земли можно принять равной 10 м/с , а скорость перемещения источника сигнала — 1 км/с . Тогда поправка, вызванная нестационарностью среды, $\sigma_{\Omega}/\omega_0 \approx 10^{-12}$, а поправка, вызванная движением источника, $\sigma_{\Omega}/\omega_0 \approx 5 \cdot 10^{-11}$. Учитывая, что частота оптического сигнала $f \approx 10^{16} \text{ Гц}$, находим, что флюктуационная поправка из-за нестационарности среды около 10 кГц , а из-за движения источника сигнала около 500 кГц . Говорить о флюктуациях частоты сигнала УКВ имеет смысл только тогда, когда принимаемый сигнал имеет достаточную длительность, чтобы можно было с требуемой точностью измерить саму частоту. При расчетах флюктуаций частоты необходимо учитывать способ измерения частоты. (Эта задача рассматривается нами в гл. 8).

Флюктуации уровня. Оценим теперь флюктуации уровня сигнала. Если сигнал распространяется в тропосфере, то обычно $d \approx 100 \text{ км}$. Выбирая $C_e^2 = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$, из формулы (18.42) находим, что при длине волны $\lambda = 1 \text{ см}$ флюктуации уровня не превышают $\langle \chi^2 \rangle \approx 4,5 \times$

$\times 10^{-2}$, т. е. составляют несколько процентов. В большинстве прикладных задач столь слабые флуктуации не играют сколько-нибудь важной роли. С увеличением длины волны флуктуации уровня убывают, так что приведенная здесь оценка может служить в качестве максимальной.

При распространении сигнала в ионосфере флуктуации уровня можно оценить также по формуле (18.42), предварительно определив C_e^2 по формуле (20.2):

$$\langle \chi^2 \rangle \approx 0,7 \cdot 10^{-13} \sigma_N^2 d^{11/6} / (f^{17/6} L_0^{2/3}). \quad (20.19)$$

Здесь частота f измеряется в мегагерцах, электронная концентрация — в см^{-3} , внешний масштаб L_0 и дистанция d — в сантиметрах. Полагая в (20.19) $\sigma_N \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$, $L_0 \approx 100 \text{ км} = 10^7 \text{ см}$, $d = 1000 \text{ км} = 10^8 \text{ см}$ и $f = 300 \text{ МГц}$, получаем $\langle \chi^2 \rangle \approx 10^{-3}$. С увеличением частоты амплитудные флуктуации быстро убывают по закону $\sqrt{\langle \chi^2 \rangle} \approx 1/f^{17/12}$, так что на частотах выше 1 ГГц ими можно пренебречь.

21. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

В рассматриваемом диапазоне волн достаточно малы уже регулярные изменения поляризации (см. § 14). Флуктуационные эффекты выражены еще слабее, и в условиях спокойной ионосферы ими можно пренебречь. Тем не менее при изучении распространения электромагнитных волн в иных условиях целесообразно иметь их в виду.

При распространении электромагнитных волн в изотропной среде деполяризационные явления можно отнести либо к геометрическим, если они описываются нулевым приближением геометрической оптики, либо к дифракционным — в противном случае. Геометрическая деполяризация связана со случайными поворотами вектора поляризации из-за кручения луча. Согласно [73], средний квадрат деполяризованной составляющей поля пропорционален квадрату расстояния d :

$$\langle (e'_{\text{дп}})^2 \rangle = \frac{d^2 \pi^4}{8} \left[\int_0^\infty \kappa \Phi_\kappa(\kappa) d\kappa \right]^2. \quad (21.1)$$

Дифракционная деполяризация может быть оценена либо путем решения параболического уравнения мето-

дом возмущений [74], либо при помощи первого приближения геометрической оптики [73]. Оба способа приводят к практически одинаковому выражению для деполяризованной составляющей:

$$\langle (e''_{\text{лп}})^2 \rangle = \frac{d\pi^2}{8\kappa^2} \int_0^\infty \kappa^5 \Phi_s(\kappa) d\kappa. \quad (21.2)$$

В отличие от (21.1) дифракционная деполяризация пропорциональна первой степени расстояния d . В условиях стандартной атмосферы Земли при $f > 300$ МГц обе величины $\langle (e')^2 \rangle$ и $\langle (e'')^2 \rangle$ пренебрежимо малы.

При наличии магнитного поля проявляется еще один поляризационный эффект. Если обыкновенная и необыкновенная волны в ионосфере разойдутся настолько, что будут проходить через разные неоднородности, а случайная разность фаз между ними превысит $\pi/2$, то суммарное поле будет хаотически поляризовано [83]. Для расчета расхождения лучей, отвечающих нормальным волнам в магнитоактивной плазме, можно воспользоваться методом возмущений, рассматривая в качестве возмущения статическое магнитное поле или какую-либо другую величину, обращающуюся в нуль вместе с магнитным полем [84]. Для высокочастотных радиоволн в атмосфере Земли описанный эффект пренебрежимо мал, но он может стать заметным в условиях повышенной ионизации и сильно неоднородной плазмы.

22. ТЕОРИЯ ОДНОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Теория однократного рассеяния волн изложена во многих работах (см., например, [21, 22, 25, 43, 86]). Здесь мы воспользуемся готовыми результатами работы [43], несколько расширив изложение.

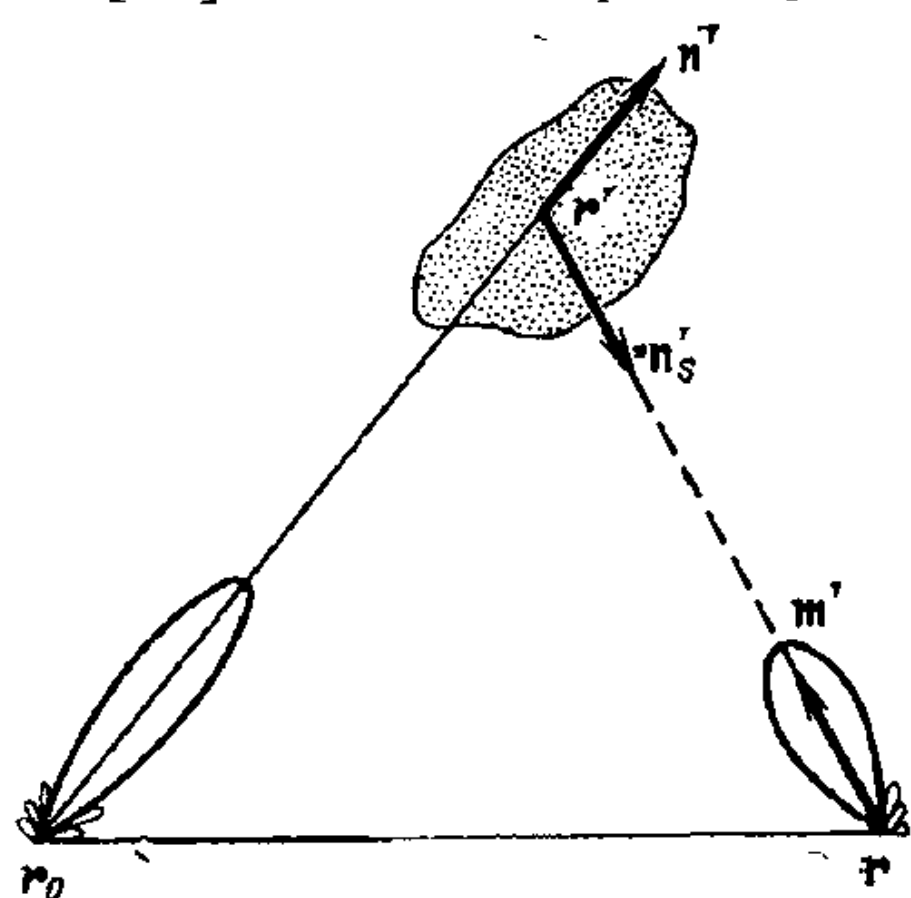


Рис. 22.1

Пусть источник радиоволн расположен в точке r_0 , а приемник — в точке r (рис. 22.1). Поле первичной электромагнитной волны обозначим через $E_0(t, r)$. При расчете $E_0(t, r)$ и однократно рассеянного поля $E_s(t, r)$ мы пренебрежем рефракцией и дисперсионным расплыванием сигнала, полагая, что для высокочастотных волн эти эффекты слабы. При необходимости эти эффекты

можно было бы учесть, несколько усложнив излагаемую ниже теорию рассеяния (такое более общее рассмотрение проведено в работе [87]). При указанных условиях однократно рассеянное поле

$$E_s(t, r) = \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \tilde{v} \left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}' \right) \times \\ \times \left[\mathbf{m}' \left[\mathbf{m}' E_0 \left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}' \right) \right] \right] \frac{d^3 \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (22.1)$$

где $\tilde{v} = \epsilon - \langle \epsilon \rangle$ — слабые флуктуации диэлектрической проницаемости; $\mathbf{m}' = (\mathbf{r} - \mathbf{r}') / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ — единичный вектор, направленный из точки рассеяния в точку наблюдения r .

Полагая, что рассеивающий объем находится в дальней зоне излучающей антенны, поле первичной волны

зададим в виде

$$E_0(t, \mathbf{r}') = A_0 \mathbf{e}_0 s\left(t - \frac{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|}{c}\right) \times \\ \times \frac{\exp(-i\omega_0 t + i\kappa |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|} f_0(\mathbf{n}'), \quad (22.2)$$

что соответствует излучению квазимонохроматического импульса $A_0 s(t) \exp(-i\omega_0 t)$ передающей антенной с диаграммой направленности $f_0(\mathbf{n})$ и вектором поляризации $\mathbf{e}_0$. Здесь $\mathbf{n}' = (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)/|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|$ — единичный вектор в направлении от источника $\mathbf{r}_0$ к точке рассеяния $\mathbf{r}'$.

Попадая на приемную антенну, рассеянное поле возбуждает на ее выходе сигнал

$$u(t) = \int \chi(\rho) \mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{E}_s(t, \mathbf{r}_a + \rho) d^2\rho, \quad (22.3)$$

где $\chi(\rho)$ — амплитудно-фазовое распределение в плоскости раскрыва приемной антенны S_a , центр которой задается радиус-вектором $\mathbf{r}_a$, а $\mathbf{e}_a$ — вектор поляризации приемной антенны; ρ — двумерный радиус-вектор в плоскости раскрыва приемной антенны.

Положим в (22.1) $\mathbf{r} = \mathbf{r}_a + \rho$ и учтем, что при интегрировании поля $\mathbf{E}_s$ в (22.3) радиус-вектор ρ лежит в пределах раскрыва: $|\rho| < L_a$ (L_a — размер раскрыва приемной антенны). Пренебрегая изменением огибающей за времена $\sim L_a/c$ (для этого ширина спектра излученного сигнала $\Delta\omega$ не должна превышать c/L_a) и ограничиваясь линейными по ρ членами в показателе экспоненты (это возможно, если рассеивающий объем находится в дальней зоне приемной антенны: $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}| \gg L_a^2/\lambda$), после интегрирования по ρ получим

$$u(t) = \frac{\kappa^2 A_0 \exp(-i\omega_0 t)}{4\pi} \int \frac{f_0(\mathbf{n}') f_1(\mathbf{m}')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'|} \gamma(\mathbf{r}') \times \\ \times \tilde{v}\left(t - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}'\right) s\left(t - \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|}{c} - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|}{c}\right) \times \\ \times \exp[i\kappa(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'| + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|)] d^3\mathbf{r}', \quad (22.4)$$

где теперь $\mathbf{m}' = (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_a)/|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_a|$ — единичный вектор, направленный из центра раскрыва приемной антенны в точку рассеяния $\mathbf{r}'$;

$$f_1(\mathbf{m}) = \int \chi(\rho) \exp(-i\kappa \rho \cdot \mathbf{m}) d^2\rho \quad (22.5)$$

— диаграмма направленности приемной антенны, которую можно считать нормированной к единице;

$$\gamma = \mathbf{e}_a^* [\mathbf{m}' [\mathbf{m}' \mathbf{e}_0]] \quad (22.6)$$

— поляризационный множитель, зависящий от поляризационных свойств передающей и приемной антенн, а также от геометрии рассеяния. При обратном рассеянии и условии, что прием и излучение осуществляются одной и той же антенной, $\gamma = \mathbf{e}_0^* \cdot \mathbf{e}_0 = 1$.

23. РАССЕЯНИЕ В ОТСУТСТВИЕ РЕГУЛЯРНОГО ДРЕЙФА

Корреляционная функция сигнала на выходе приемной антенны. Введя обозначения

$$P(t, \mathbf{r}') = \frac{A_0 f_0(\mathbf{n}') f_1(\mathbf{m}')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|} \gamma S(t - \Delta(\mathbf{r}')), \quad (23.1)$$

$$\Delta(\mathbf{r}') = (|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| + |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_a|) / c, \quad (23.2)$$

запишем сигнал $u(t)$ в виде

$$u(t) = \frac{\kappa^2 \exp(-i\omega_0 t)}{4\pi} \int P(t, \mathbf{r}') \exp(i\kappa \Delta(\mathbf{r}')) \times \\ \times \tilde{\mathbf{v}}\left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}'\right) d^3 \mathbf{r}'. \quad (23.3)$$

Корреляционная функция этого сигнала $B_u(t', t'') = \langle u(t') u^*(t'') \rangle$ связана с пространственно-временной корреляционной функцией флуктуаций

$$B_v(t', t''; \mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \langle \tilde{\mathbf{v}}(t', \mathbf{r}') \tilde{\mathbf{v}}^*(t'', \mathbf{r}'') \rangle \quad (23.4)$$

соотношением

$$B_u(t', t'') = \left(\frac{\kappa^2}{4\pi}\right)^2 \exp[-i\omega_0(t' - t'')] \int P(t', \mathbf{r}') \times \\ \times P^*(t'', \mathbf{r}'') \exp\{-i\omega_0[\Delta(\mathbf{r}') - \Delta(\mathbf{r}'')]\} \times \\ \times B_v\left(t' - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|}{c}, t'' - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}''|}{c}; \mathbf{r}', \mathbf{r}''\right) d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}''. \quad (23.5)$$

Предположим, во-первых, что флуктуации $\tilde{\mathbf{v}}$ являются стационарными и достаточно медленными для того, чтобы можно было применить квазистационарное приближение; последнее возможно при $l_s/c \ll \tau_s$, где l_s и τ_s — простран-

ственный и временной масштабы неоднородностей. Во-вторых, будем считать флуктуации $\tilde{v}$ квазиоднородными. В этом случае зависимость корреляционной функции B_e от координаты центра тяжести $\mathbf{R} = (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')/2$ значительно более плавная, чем от разностной координаты $\mathbf{p} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}''$. При этих предположениях

$$B_e\left(t' - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|}{c}, t'' - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}''|}{c}; \mathbf{r}', \mathbf{r}''\right) \approx \\ \approx B_e(t' - t''; \mathbf{p}, \mathbf{R}). \quad (23.6)$$

В-третьих, предположим (только в данном параграфе) отсутствие дрейфа неоднородностей. (Эффекты, связанные с регулярным дрейфом и со случайным блужданием неоднородностей, мы затронем ниже в § 24 и 25.)

Наконец, в-четвертых, мы рассмотрим вначале немодулированный сигнал ($s(t) = 1$).

Дальнейшее упрощение выражения (23.5) проведем аналогично [43]. Для этого разложим показатель экспоненты в (23.5) в ряд по $\mathbf{p}$ и воспользуемся тем, что корреляционная функция $B_e(t' - t'', \mathbf{p}, \mathbf{R})$ спадает до нуля при $\mathbf{p} \gg l_e$. Тогда интегрирование по $\mathbf{p}$ можно распространить на все пространство, что приводит к появлению под знаком интеграла по $\mathbf{R}$ пространственного фурье-образа

$$g_e(\tau; \mathbf{q}, \mathbf{R}) = \frac{1}{8\pi^3} \int B_e(\tau; \mathbf{p}, \mathbf{R}) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{p}) d^3p, \quad (23.7)$$

где

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{R}) = \kappa(\mathbf{n}(\mathbf{R}) - \mathbf{m}(\mathbf{R})) \quad (23.8)$$

— локальный вектор рассеяния, отвечающий точке рассеяния $\mathbf{R}$.

В итоге получаем следующее выражение для корреляционной функции сигнала:

$$B_u(\tau) = \frac{\pi\kappa^4}{2} \exp(-i\omega_0\tau) \int d^3\mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 g_e(\tau; \mathbf{q}, \mathbf{R}), \quad (23.9)$$

где

$$P_1(\mathbf{R}) = \gamma \frac{A_0 f_0(\mathbf{n}) f_1(\mathbf{m})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0| |\mathbf{R} - \mathbf{r}_a|}. \quad (23.9a)$$

Средняя интенсивность рассеянного сигнала. Эффективный рассеивающий объем. Положив в (23.9) $\tau = 0$, получим среднюю интенсивность

$$\langle I \rangle = \langle |u|^2 \rangle = \frac{\pi\kappa^4}{2} \int d^3\mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 \Phi_\#(\mathbf{q}, \mathbf{R}), \quad (23.10)$$

где

$$\begin{aligned}\Phi_*(\mathbf{q}, \mathbf{R}) &\equiv g_*(0, \mathbf{q}, \mathbf{R}) = \\ &= \frac{1}{8\pi^3} \int B_*(0; \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}) d^3\rho\end{aligned}\quad (23.11)$$

— пространственный спектр флуктуаций проинцаемости.

Выражение (23.10) можно записать в иной форме, введя сечение рассеяния единичного объема:

$$\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R}) = \pi \kappa^4 \Phi_*(\mathbf{q}, \mathbf{R})/2. \quad (23.12)$$

Учитывая (23.9а), имеем

$$\langle I \rangle = \int \frac{A_{00}^2 \sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R}) \gamma^2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|^2 |\mathbf{R} - \mathbf{r}_a|^2} |f_0(\mathbf{n}) f_1(\mathbf{m})|^2 d^3\mathbf{R}. \quad (23.13)$$

Можно выразить $\langle I \rangle$ через эффективный рассеивающий объем:

$$V_{\text{эф}} = \int \left(\frac{r_0 r_a}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0| |\mathbf{R} - \mathbf{r}_a|} \right)^2 \gamma^2 |f_0(\mathbf{n}) f_1(\mathbf{m})|^2 \frac{\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R})}{\sigma(\mathbf{q}_0, 0)} d^3\mathbf{R}. \quad (23.14)$$

Тогда

$$\langle I \rangle = |A_{00}^2 \sigma(\mathbf{q}_0, 0) / r_0^2 r_a^2| V_{\text{эф}}. \quad (23.15)$$

Здесь сечение $\sigma(\mathbf{q}_0, 0)$ отвечает центру рассеивающего объема. Согласно (23.14), рассеивающий объем зависит и от размера области пересечения диаграмм направленности (множитель $|f_0(\mathbf{n}) f_1(\mathbf{m})|$), и от размера области, занятой неоднородностями (множитель $\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R})/\sigma(\mathbf{q}_0, 0)$). Обычно эти области заметно отличаются по своим размерам, при этом $V_{\text{эф}}$ определяется меньшей из указанных областей.

Спектр рассеянного сигнала. Согласно (23.9), рассеянный сигнал стационарен, если стационарны флуктуации $\tilde{\nu}$. Спектральная плотность рассеянного сигнала

$$g_u(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int B_u(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau \quad (23.16)$$

может быть выражена через четырехмерный (пространственно-временной) спектр флуктуаций

$$G_*(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iint B_*(\tau; \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) \exp(i\omega\tau - i\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\rho}) d\tau d^3\rho. \quad (23.17)$$

Указанные спектры связаны между собой следующим интегральным соотношением [43]:

$$g_u(\omega) = \frac{\pi\kappa^2}{2} \int d^3\mathbf{R} |P(\mathbf{R})|^2 G_s(\omega - \omega_0; \mathbf{q}, \mathbf{R}). \quad (23.18)$$

Если рассеивающий объем достаточно мал

$$r \gg \min(dl/\lambda, d) \quad (23.19)$$

(d — поперечник рассеивающего объема), а флуктуации внутри этого объема статистически однородны, то четырехмерный спектр G_s можно вынести из-под знака интеграла, взяв его значение при $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$, отвечающее центру рассеивающего объема:

$$g_u(\omega) = G_s(\mathbf{q}_0, \omega - \omega_0) (\pi\kappa^4/2) (A_0^2/r_0^2 r_a^2) V_{\text{эф}}, \quad (23.20)$$

где эффективный объем $V_{\text{эф}}$ определяется выражением (23.14).

В заключение данного параграфа кратко опишем два хорошо известных примера рассеяния радиоволн в земной атмосфере — некогерентное рассеяние в ионосфере и дальнее тропосферное распространение УКВ.

Некогерентное рассеяние радиоволн в ионосфере. Некогерентное рассеяние радиоволн на тепловых флуктуациях в ионосфере было предсказано Гордоном [88] и экспериментально обнаружено Боулсом [89]. Последовательная теория этого явления принимает во внимание коллективные взаимодействия между ионной и электронной составляющими плазмы, наличие земного магнитного поля, неизоотермичность ионосферы и т. д. В случае рассеяния на тепловых флуктуациях электронной концентрации в плазме сечение рассеяния единичного объема равно

$$\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R}) = \sigma_e N(\mathbf{R}) (1 + q^2 r_D^2) / (2 + q^2 r_D^2), \quad (23.21)$$

где $\sigma_e = (e^2/mc^2)^2 \sin^2 \theta = 8 \cdot 10^{-26} \sin^2 \theta$ — томсоновское сечение рассеяния электрона, см^2 ; θ — угол рассеяния; $q = 2\kappa \sin(\theta/2)$ — модуль вектора рассеяния; $r_D = (kT/8\pi Ne^2)^{1/2}$ — дебаевский радиус в плазме с концентрацией электронов N и температурой T (k — постоянная Больцмана).

При $qr_D \gg 1$ (коротковолновый предел) формула (23.21) описывает рассеяние на свободных электронах: $\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R}) \approx \sigma_e N(\mathbf{R})$. При $qr_D \ll 1$ (длинноволновый предел) сечение рассеяния уменьшается (за счет коллективных эффектов) вдвое: $\sigma(\mathbf{q}, \mathbf{R}) \approx \sigma_e N(\mathbf{R})/2$. Ширина частотного спектра рассеянного поля в этих предельных случаях определяется либо скоростями электронов ($qr_D \gg 1$), либо скоростями ионов ($qr_D \ll 1$) (о некогерентном рассеянии см. в [90—92]). Зная интенсивность и форму спектра рассеянного сигнала, можно определить электронную концентрацию, температуру и ионный состав плазмы.

Дальнее тропосферное распространение УКВ. Теория однократного рассеяния, изложенная выше, нашла широкое применение при описании явления, известного под названием «дальнее тропосферное

распространение» (ДТР) УКВ. Сущность этого явления заключается в том, что напряженность поля, наблюдаемого за горизонтом, во много раз превышает напряженность поля при дифракции радиоволн вокруг земной поверхности [21—23, 93—94]. Одна из особенностей наблюдаемых далеко за горизонтом УКВ состоит в том, что их амплитуда и фаза испытывают флуктуации. Поэтому вполне естественно, что один из основных механизмов ДТР, предложенный Букером и Гордоном [25], связан с флуктуационными явлениями в тропосфере. Букер и Гордон предположили, что ДТР осуществляется за счет рассеяния радиоволн на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости тропосферы. Основные статистические характеристики рассеянного излучения при ДТР (принимаемая интенсивность и спектральные плотности) даются полученными выше формулами (23.15), (23.20), в которых объем $V_{эф}$ определяется соотношением (23.14) и обычно называется общим объемом.

24. РАССЕЯНИЕ НА ВМОРОЖЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Корреляционная функция сигнала при наличии дрейфа неоднородностей. При наличии дрейфа неоднородностей со средней скоростью v корреляционная функция $B_e(\tau, \rho)$ связана с корреляционной функцией $B_{др}(\tau, \rho)$ в дрейфующей системе отсчета соотношением

$$B_e(\tau, \rho) = B_{др}(\tau, \rho - v\tau). \quad (24.1)$$

Согласно [43], при $r \gg d$ (d — поперечник рассеивающего объема) корреляционную функцию $B_u(\tau)$ можно привести к виду

$$B_u(\tau) = (\pi k^4/2) \exp[-i(\omega_0 + \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})\tau] \times \\ \times \int d^3R P_+ P_- \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}\tau) g_{др}(\tau, \mathbf{q}'), \quad (24.2)$$

где $g_{др}(\tau, \mathbf{q})$ — пространственный фурье-образ корреляционной функции $B_{др}(\tau, \rho)$;

$$P_{\pm} = P(\mathbf{R} \pm \mathbf{v}\tau/2), \quad (24.3)$$

а вектор $\mathbf{v}$, имеющий размерность частоты, определяется как

$$\mathbf{v} = \frac{[\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}\mathbf{n}]}{r} + \frac{[\mathbf{m} \cdot \mathbf{v}\mathbf{m}]}{r_0} \quad (24.4)$$

($\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ — единичные векторы, направленные соответственно в центр рассеивающего объема и в центр раскрытия антенны).

Корреляционная функция (24.2) содержит три характерных масштаба времени. Масштаб

$$\tau_1 \approx d/v, \quad (24.5)$$

равный времени пребывания неоднородности в освещенной зоне, описывает временное изменение произведения P_+P_- , которое обращается в нуль при $\tau \gg d/v$. Множителю $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}\tau)$ соответствует временной масштаб

$$\tau_2 \approx 1/\kappa d |\mathbf{v}| \approx r/(\kappa d v) = l_{\perp}/v, \quad (24.6)$$

который можно интерпретировать как время прохождения мимо наблюдателя дифракционного лепестка, ширина которого $l_{\perp}$ совпадает с поперечным радиусом корреляции поля в случае неподвижных неоднородностей [43].

Наконец, масштаб τ_3 соответствует времени изменения функций $g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau)$. По существу, это время жизни неоднородности в дрейфующей системе отсчета.

Результирующее время корреляции определяется минимальным значением

$$\tau_{\text{кор}} = \min(\tau_1, \tau_2, \tau_3). \quad (24.7)$$

В случае замороженных неоднородностей время жизни τ_3 бесконечно велико (реально неоднородности можно считать замороженными при $\tau_3 > \tau_{\text{кор}} = \min(\tau_1, \tau_2)$), при этом $g_{\text{др}}(\tau, \mathbf{q}) \approx g_{\text{др}}(0, \mathbf{q})$ и выражение (24.2) принимает вид

$$B_u(\tau) = (\pi\kappa^4/2) \exp[-i(\omega_0 + \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})\tau] \times \\ \times \int d^3\mathbf{R} P_+P_- \exp(i\kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}\tau) g_{\text{др}}(0, \mathbf{q}). \quad (24.8)$$

Спектр сигнала в ближней зоне. В ближней зоне рассеивающего объема ($d \ll r \ll \kappa d^2$) из двух масштабов τ_1 и τ_2 меньшим оказывается масштаб τ_2 , так что

$$\tau_{\text{кор}} = \tau_2 \approx r/(\kappa d v), \quad d \ll r \ll \kappa d^2. \quad (24.9)$$

В этом случае в (24.8) можно положить $P_+P_- = |P(\mathbf{R})|^2$, при этом

$$B_u(\tau) = (\pi\kappa^4/2) \exp[-i(\omega_0 + \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})\tau] \times \\ \times \int d^3\mathbf{R} |P(\mathbf{R})|^2 \exp(i\kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}\tau) g_{\text{др}}(0, \mathbf{q}). \quad (24.10)$$

Корреляционной функции (24.10) соответствует спектр

$$g_u(\omega) = (\pi\kappa^4/2) \int |P(\mathbf{R})|^2 g_{\text{др}}(0, \mathbf{q}) \times \\ \times \delta(\omega - \omega_0 - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v} - \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}) d^3\mathbf{R}, \quad (24.11)$$

который представляет собой суперпозицию δ -функций, смещенных относительно несущей частоты ω_0 на доплеровскую частоту

$$\Omega_d = \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v} + \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}. \quad (24.12)$$

Первое слагаемое в (24.12) одинаково для всех точек рассеивающего объема, а второе — зависит от геометрии рассеяния. Ширина спектра $\Delta\Omega$ определяется разницей доплеровских сдвигов на краях рассеивающего объема $R \approx d$:

$$\Delta\Omega \approx \kappa |\mathbf{v}| d \approx \kappa v d / r, \quad (24.13)$$

что согласуется со временем корреляции (24.9): $\Delta\Omega \approx \approx 1/\tau_2$.

Если поперечник рассеивающего объема d определяется шириной диаграммы направленности излучающей системы:

$$d \approx r\lambda / L_a, \quad (24.14)$$

то время корреляции τ_2 равно времени прохождения неоднородностью расстояния, равного размеру раскрыва антенны L_a :

$$\tau_{\text{кор}} = \tau_2 \approx 1/\Delta\Omega \approx L_a / v. \quad (24.15)$$

Корреляционная функция в дальней зоне. В дальней зоне ($r \gg \kappa d^2$) время корреляции

$$\tau_1 = d/v, \quad (24.16)$$

а корреляционная функция

$$B_u(\tau) = (\pi \kappa^4 / 2) \exp[-i(\omega_0 + \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})\tau] \times \\ \times \int d^3 R P_+ P_- g_{\text{др}}(0, \mathbf{q}_0). \quad (24.17)$$

Этот случай может быть реализован только в условиях, когда характерный размер общего объема d мал по сравнению с размером области пересечения диаграмм направленности.

Уширение спектра рассеянного сигнала, вызванное неравномерностью скорости дрейфа по высоте. Оценим характерное время флуктуаций поля, обусловленное перепадами скорости регулярного дрейфа внутри рассеивающего объема. Пусть скорость регулярного дрейфа $\mathbf{v}$ плавно (в масштабе L_0) меняется с высотой. Тогда доплеровский множитель $\exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}\tau)$ в выражении для корреляционной функции (24.2) следует внести под знак интеграла. Обозначим через Δv максимальную разность скоростей дрейфа внутри эффективного рассеивающего

объема. Тогда уширение спектра составит $\Delta\Omega_4 \approx q\Delta v$, а характерное время флуктуаций будет порядка $\tau_4 \approx 1/(q\Delta v)$. В частности, если скорость дрейфа меняется с высотой линейно, то $\Delta v \sim (dv/dz)\Delta z$ (Δz — вертикальный размер рассеивающего объема) и в результате при обратном рассеянии ($q \approx 2k$)

$$\Delta\Omega_4 \approx 1/\tau_4 \approx 2k\Delta z (dv/dz). \quad (24.18)$$

25. РАССЕЯНИЕ НА БЛУЖДАЮЩИХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Модель блуждающих неоднородностей. В отличие от замороженных неоднородностей, которые перемещаются как целое с постоянной скоростью v , блуждающие неоднородности движутся с хаотической скоростью $V = v + \tilde{v}$. В случае замороженных неоднородностей выполняется равенство:

$$\tilde{v}(r, t) = \tilde{v}(r - V\tau, t - \tau). \quad (25.1)$$

В случае блуждающих неоднородностей флуктуации $\tilde{v}(r, t)$ тоже связаны со значением $\tilde{v}$ в предшествующие моменты времени $t - \tau$, но вследствие временной зависимости скорости движения $V(t)$ в точку r приходят неоднородности из точки $r' = r - \int_{t-\tau}^t V(t') dt'$, так что

$$\tilde{v}(r, t) = \tilde{v}\left(r - \int_{t-\tau}^t V(t') dt', t - \tau\right). \quad (25.2)$$

Это соотношение вместе с требованием хаотичности скорости движения V служит определением объемных блуждающих неоднородностей (которые называют также локально замороженными).

Модель блуждающих неоднородностей является полезной идеализацией флуктуаций $\tilde{v}$ в турбулентной атмосфере. Она применима в условиях, когда флуктуации $\tilde{v}$, обусловленные неоднородностями температуры и влажности, ведут себя как пассивная и консервативная примесь, которая переносится хаотически движущимся (турбулентным) потоком.

Так как в задачах рассеяния нас не должна интересовать судьба неоднородностей за время τ , превышающее время корреляции рассеянного поля $\tau_{\text{кор}}$, реальные турбулентные флуктуации в атмосфере можно считать консервативными при условии

$$\tau_{\text{кор}} \ll \tau_{\text{ж}}, \quad (25.3)$$

которое в дальнейшем предполагается выполненным. Здесь $\tau_{\text{ж}}$ — время жизни неоднородностей.

Корреляционная функция диэлектрической проницаемости. Вычисление пространственно-временной корреляционной функции блуждающих неоднородностей удобнее провести в дрейфующей системе

отсчета. В этой системе среда в целом покоится, а неоднородности движутся со скоростью $V - v = \tilde{v}$ и поэтому

$$\tilde{v}(\mathbf{r}, t) = \tilde{v}\left(\mathbf{r} - \int_{t-\tau}^t \tilde{v}(t') dt', t - \tau\right). \quad (25.4)$$

Предположим сначала, что $\tilde{v}$ — детерминированная скорость. Тогда в силу (25.4)

$$\begin{aligned} B_{\text{др}}(\rho, \tau) &= \langle \tilde{v}(\mathbf{r}, t) \tilde{v}(\mathbf{r} - \rho, t - \tau) \rangle = \\ &= \left\langle \tilde{v}\left(\mathbf{r} - \int_{t-\tau}^t \tilde{v}(t') dt', t - \tau\right) \tilde{v}(\mathbf{r} - \rho, t - \tau) \right\rangle. \end{aligned} \quad (25.5)$$

Но $\langle \tilde{v}(\mathbf{r}_1, t) \tilde{v}(\mathbf{r}_2, t) \rangle = B_{\text{др}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, 0)$ — это пространственная корреляционная функция, т. е. функция корреляции значений в двух точках в совпадающие моменты времени. При нерелятивистских скоростях движения она, очевидно, одинакова во всех равномерно движущихся системах отсчета. Если эту пространственную корреляционную функцию обозначить через $B_s(\rho)$, то (25.5) принимает вид

$$B_{\text{др}}(\rho, \tau) = B_s\left(\rho - \int_{t-\tau}^t \tilde{v}(t') dt'\right). \quad (25.6)$$

Таким образом, пространственно-временная корреляционная функция $B_{\text{др}}(\rho, \tau)$ выражается через пространственную корреляционную функцию $B_s(\rho)$.

Учтем теперь случайный характер изменения скорости $\tilde{v}$. Для этого усредним (25.6) по флуктуациям скорости:

$$B_{\text{др}}(\rho, \tau) = \left\langle B_s\left(\rho - \int_{t-\tau}^t \tilde{v}(t') dt'\right) \right\rangle_{\tilde{v}}. \quad (25.7)$$

Это и есть искомое выражение для пространственно-временной корреляционной функции блуждающих неоднородностей. При помощи этого выражения можно найти пространственный фурье-образ $g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau)$, который входит в формулу (24.2):

$$g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau) = g_s(\mathbf{q}) \left\langle \exp\left[-i\mathbf{q} \int_{t-\tau}^t \tilde{v}(t') dt'\right] \right\rangle_{\tilde{v}}. \quad (25.8)$$

Усреднение по скоростям. Предположим, что флуктуации скорости распределены по нормальному закону. Воспользовавшись формулой $\langle \exp i\xi \rangle = \exp[-\langle \xi^2 \rangle / 2]$, получим:

$$g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau) = g_s(\mathbf{q}) \exp\left\{-\frac{q^2}{2} \int_{t-\tau}^t \int_{t-\tau}^t B_{vq}(t' - t'') dt' dt''\right\}, \quad (25.9)$$

где $B_{vq}(t'-t'') = \langle \tilde{v}_q(t') \tilde{v}_q(t'') \rangle$ — временная функция корреляции компоненты скорости $\tilde{v}_q = \tilde{v} \cdot \mathbf{q} / q$, направленной вдоль вектора рассеяния $\mathbf{q}$. Очевидно, что дисперсия $\langle \tilde{v}_q^2 \rangle$, т. е. величина $B_{vq}(0)$, составляет 1/3 от дисперсии полной скорости $\tilde{v}$: $B_{vq}(0) = \sigma_v^2 / 3$. Стоящий в показателе экспоненты интеграл

$$\mathcal{J} = \int_{t-\tau}^t \int K_v(t' - t'') dt' dt'', \quad K_v(t) = \frac{B_{vq}(t)}{B_{vq}(0)}$$

можно вычислить, не конкретизируя вида коэффициента корреляции $K_v(t)$, в предельных случаях малых и больших интервалов времени τ .

Пусть

$$\tau_0 = \int_{-\infty}^{\infty} K_v(t') dt' \quad (25.10)$$

— интегральный интервал корреляции скорости, который для турбулентного потока оценивается как внешний масштаб турбулентности L_0 , отнесенный к среднеквадратическому значению флуктуаций скорости σ_v : $\tau_0 \approx L_0 / \sigma_v$. Этот интервал можно рассматривать как время свободного пробега неоднородности, поскольку через время $t \gg \tau_0$ заметно изменяются величина и направление скорости ее движения. Внешний масштаб турбулентности L_0 с этой точки зрения представляет собой длину свободного пробега. Тогда нетрудно найти

$$g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau) = \begin{cases} g_v(\mathbf{q}) \exp(-q^2 \sigma_v^2 \tau^2 / 6), & \tau \ll \tau_0, \\ g_v(\mathbf{q}) \exp(-q^2 \sigma_v^2 |\tau| \tau_0 / 6), & \tau \gg \tau_0. \end{cases} \quad (25.11a)$$

$$(25.11b)$$

График нормированной функции $f(\tau) = g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau) / g_v(\mathbf{q})$ изображен на рис. 25.1. При $\tau \ll \tau_0$ эта функция убывает по гауссовскому закону, а при $\tau \gg \tau_0$ — по экспоненциальному закону. Можно сказать, что она имеет гауссовскую середину и экспоненциальные крылья.

Коротко- и длинноволновый пределы. В зависимости от значения qL_0 целесообразно различать два предельных случая.

1. Коротковолновый предел ($qL_0 \gg 1$). Функция $g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau)$ к моменту $\tau \approx \tau_0$ спадает до пренебрежимо малых значений — порядка $g_v(\mathbf{q}) \exp(-(qL_0)^2 / 6)$ и поэтому практически при любых τ справедлива формула (25.11a). Таким образом, в коротковолновом пределе функция $g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau)$ гауссовская, а характерное время ее изменения составляет

$$\tau'_3 \approx 1 / (q \sigma_v) \approx \tau_0 / (qL_0) \ll \tau_0. \quad (25.12)$$

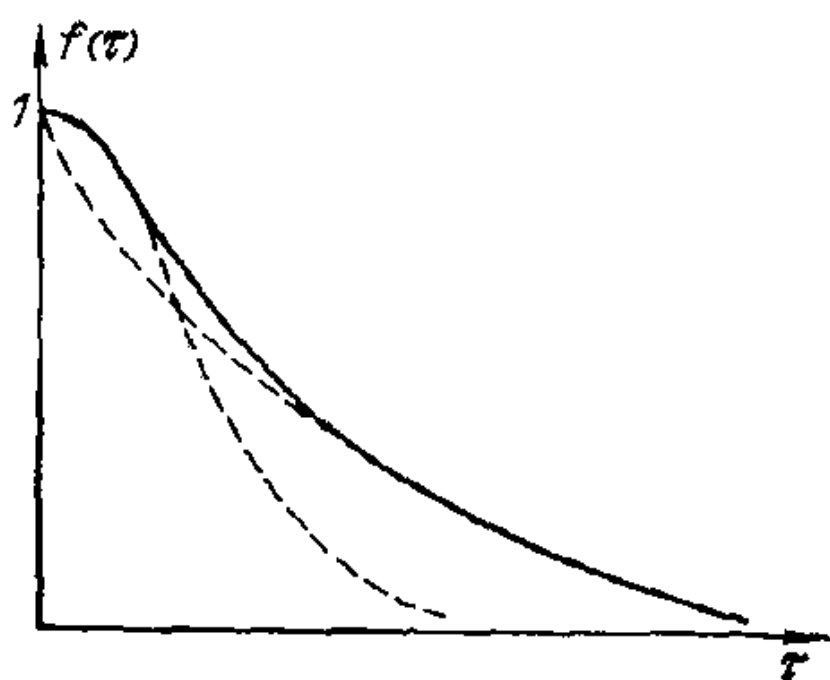


Рис. 25.1

2. Длинноволновый* предел ($qL_0 \ll 1$). На «гауссовском» участке ($\tau \lesssim \tau_0$) функция $g_{\text{др}}(q, \tau)$ почти не отличается от $g_e(q)$, поскольку $\exp\{-(qL_0)^2/6\} \approx 1$. Поэтому можно считать, что экспоненциальный спад в (25.11б) начинается практически от $\tau=0$. Следовательно, время жизни неоднородностей

$$\tau''_3 \approx 1/(q^2 \sigma^2 v \tau_0) \sim \tau_0/(qL_0)^2 \gg \tau_0. \quad (25.13)$$

Таким образом, при переходе от коротких волн к длинным происходит увеличение τ_3 от $\tau'_3 \approx \tau_0/(qL_0) \ll \tau_0$ при $qL_0 \gg 1$ до $\tau''_3 \approx \tau_0/(qL_0)^2 \gg \tau_0$ при $qL_0 \ll 1$. Эти эффекты, описанные Г. С. Гореликом еще в 1957 г. (для дискретных блуждающих неоднородностей) [108], можно интерпретировать и на языке спектральных представлений [43].

Спектр сигнала, рассеянного на блуждающих неоднородностях. Как уже было сказано, результирующее время корреляции рассеянного поля $\tau_{\text{кор}}$ определяется наименьшим из характерных времен τ_1 , τ_2 и τ_3 . В зависимости от нескольких безразмерных параметров r/d , κd , qL_0 , σ_v/v , d/L_0 отношения времен τ_1 , τ_2 и τ_3 могут принимать произвольные значения. Число возможных частных случаев здесь довольно велико, и поэтому мы ограничимся рассмотрением флуктуаций поля только в ближней зоне ($r \ll \kappa d^2$), когда $\tau_1 \ll \tau_2$ и, следовательно, $\tau_{\text{кор}} = \min(\tau_1, \tau_3)$.

Частотный спектр рассеянного поля в ближней зоне мы можем вычислить при помощи (24.2), заменив произведение $P_+ P_-$ на $|P|^2$. Результат вычислений зависит от величины qL_0 . Если $qL_0 \gg 1$, мы должны взять для $g_{\text{др}}(q, \tau)$ «коротковолновое» приближение (25.11а). В этом случае

$$g_u(\omega) = \frac{\kappa \pi^4}{2} \int \frac{d^3 R |P(R)|^2 g_e(q)}{V 2\pi q^2 \sigma^2 v/3} \times \\ \times \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0 - q_0 \cdot v - \kappa v \cdot R)^2}{2q^2 \sigma^2 v/3} \right]. \quad (25.14)$$

Эта формула учитывает и регулярный дрейф, и локальные хаотические движения неоднородностей. От формулы (24.11), справедливой для замороженного движения, она отличается тем, что вместо δ -функции в нее входит гауссовская функция:

$$\frac{1}{V 2\pi q^2 \sigma^2 v/3} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0 - q_0 \cdot v - \kappa v \cdot R)^2}{2q^2 \sigma^2 v/3} \right]. \quad (25.15)$$

* Название условное так как неравенству $qL_0 \approx 2\kappa L_0 \sin(\theta/2) \ll 1$ наряду с длинными волнами ($\kappa L_0 \ll 1$), удовлетворяют также и короткие волны с $\kappa L_0 \gg 1$, рассеянные под малыми углами $\theta \ll 1/\kappa L_0$.

Таким образом, вклад каждого элемента объема d^3R в суммарный спектр представляет собой теперь гауссовскую линию конечной ширины. Центр линии $\omega_d = \omega_0 + \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v} + \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}$ смещен относительно несущей частоты ω_0 на доплеровскую частоту (24.12). Уширение линии тоже имеет доплеровское происхождение. Действительно, хаотическое перемещение неоднородностей вызывает случайный доплеровский сдвиг частоты $\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}$ с дисперсией $q^2 \sigma_v^2$. Усреднение по флуктуациям скорости, которые по предположению распределены по гауссовскому закону, как раз и приводит к гауссовской форме линии шириной $\Delta\Omega'_3 \approx q\sigma_v$, которая, как и следовало ожидать, совпадает с оценкой $\Delta\Omega'_3 \approx 1/\tau'_3$. Если ширина линии $\Delta\Omega'_3$ превышает частотный интервал $\Delta\Omega_1 \approx \kappa v d/r \approx 1/\tau_1$, занимаемый центрами отдельных линий, т. е. если $\tau'_3 \ll \tau_1$, результирующая ширина спектра определяется не геометрическими факторами, как при замороженных неоднородностях, а исключительно флуктуационным уширением линий. В этом случае вместо (25.14) имеем

$$g_u(\omega) = \frac{\pi \kappa^4 g_s(\mathbf{q}_0)}{2 V 2\pi q^2 \sigma_v^2 / 3} \exp \left[- \frac{(\omega - \omega_0 - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})^2}{2 q^2 \sigma_v^2 / 3} \right] \times \\ \times \int |P(\mathbf{R})|^2 d^3R. \quad (25.16)$$

Область применимости этой формулы дается неравенствами $r \ll \kappa d^2$ (ближняя зона), $qL_0 \gg 1$ (коротковолновый предел), $\tau'_3 \ll \tau_1$ (флуктуационное уширение спектральных линий $\Omega'_3 \approx q\sigma_v$ превышает «геометрическое» уширение $\Delta\Omega_1 \approx \kappa v d/r$, вызванное регулярным дрейфом). Если же $\tau'_3 \gg \tau_1$, то (25.15) переходит в δ -функцию, а (25.14) — в формулу (24.11), полученную для замороженных неоднородностей.

Несколько иные результаты получаются в длинноволновом пределе ($qL_0 \ll 1$), когда $g_{\text{др}}(\mathbf{q}, \tau)$ изменяется по экспоненциальному закону (25.11б). В этом случае каждому элементу объема тоже отвечает линия конечной ширины, но теперь, в отличие от (25.15), она имеет резонансную (лоренцеву) форму

$$\frac{1}{\pi} \frac{q^2 \sigma_v^2 \tau_0 / 6}{(\omega - \omega_0 - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v} - \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R})^2 + (q^2 \sigma_v^2 \tau_0 / 6)^2}. \quad (25.17)$$

Центр линии по-прежнему приходится на частоту $\omega_d = \omega_0 + \Omega_d$, а ее ширина $\Delta\Omega''_3 \approx q^2 \sigma_v^2 \tau_0 \approx 1/\tau''_3$ меньше, чем

в коротковолновом пределе. Такое сужение линии отвечает увеличению эффективного времени жизни неоднородностей. Физическая причина такого сужения заключается в том, что при $qL_0 \ll 1$ на длине волны помещается много неоднородностей (примерно λ/L_0). Каждая из неоднородностей вызывает случайный доплеровский сдвиг частоты с дисперсией $q^2 \sigma_v^2$. Но при рассеянии в объеме, ограниченном одной длиной волны, эти доплеровские сдвиги частично компенсируют друг друга. В результате вместо $\Delta\Omega'_3 \approx q\sigma_v$ получаем в λ/L_0 раз меньшую ширину линии $\Delta\Omega''_3 \approx (L_0/\lambda) q\sigma_v \approx q^2 \sigma_v^2 \tau_0 \sim 1/\tau''_3$.

При $\Delta\Omega'_3 \ll \Delta\Omega_1$ лоренцева линия (25.17) переходит в бесконечно узкую линию $\delta(\omega - \omega_0 - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v} - \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R})$, а частотный спектр определяется выражением (24.11). Если $\Delta\Omega''_3 \gg \Delta\Omega_1$, то по аналогии с (25.15)

$$g_u(\omega) = \frac{\kappa^2}{2} g_s(\mathbf{q}_0) \frac{(q_0^2 \sigma_v^2 \tau_0 / 6) \int |P(\mathbf{R})|^2 d^3 \mathbf{R}}{(\omega - \omega_0 - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{v})^2 + (q_0^2 \sigma_v^2 \tau_0 / 6)^2}. \quad (25.18)$$

26. РАССЕЯНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Если огибающая импульса $s(t)$ является достаточно плавной функцией, то при интегрировании в (23.5) эту функцию можно упростить по аналогии с другими медленными множителями. В результате в (23.9) появится дополнительный фактор $s(t_1 - \Delta(\mathbf{R})) s^*(t_2 - \Delta(\mathbf{R}))$:

$$B_u(t_1, t_2) = (\pi \kappa^4 / 2) \exp(-i \omega_0 t) \int d^3 \mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 s(t_1 - \Delta(\mathbf{R})) \times \\ \times s^*(t_2 - \Delta(\mathbf{R})) g_s(\tau, \mathbf{q}, \mathbf{R}), \quad (26.1)$$

где $\Delta(\mathbf{R}) = (|\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}| + |\mathbf{R} - \mathbf{r}_a|) / c$.

Средняя интенсивность получается из (26.1) при $t_1 = t_2 = t$

$$\langle I(t) \rangle = (\pi \kappa^4 / 2) \int d^3 \mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 |s(t - \Delta(\mathbf{R}))|^2 \Phi_s(q, \mathbf{R}). \quad (26.2)$$

Поведение средней интенсивности существенно определяется соотношением между пространственной длиной импульса L_H и поперечником эффективно рассеивающего объема d . Если $T_H = L_H / c$ — длительность прямоугольного импульса, то функция $|s(t - \Delta(\mathbf{R}))|^2$ отлична от нуля только в эллиптическом слое, определяемом условием $|t - \Delta(\mathbf{R})| \leq T_H / 2$. Этот слой называют импульсным объемом. В явном виде уравнение границ импульсного объема может быть записано как

$$c|t - T_H / 2| \leq c\Delta(\mathbf{R}) = |\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}| + |\mathbf{R} - \mathbf{r}_a| \leq c(t + T_H / 2). \quad (26.3)$$

Импульсный объем имеет толщину b (рис. 26.1), которая в случае сравнительно коротких импульсов ($cT_n \ll \Delta$) выражается через пространственную длину импульса $L_n = cT_n$ и угол рассеяния ϑ :

$$b = \frac{L_n}{2 \sin(\vartheta/2)} = \frac{cT_n}{2 \sin(\vartheta/2)}. \quad (26.4)$$

В случае обратного рассеяния ($\vartheta = \pi$) импульсный объем вырождается в сферический слой толщиной $b = cT_n/2$.

Скорость перемещения границы импульсного объема (имеется в виду нормальная к границе скорость, т. е. скорость расширения эллипсоида $|t - \Delta| = \text{const}$) составляет $v_n = c/2 \sin(\vartheta/2)$. При обратном рассеянии $v_n = c/2$.

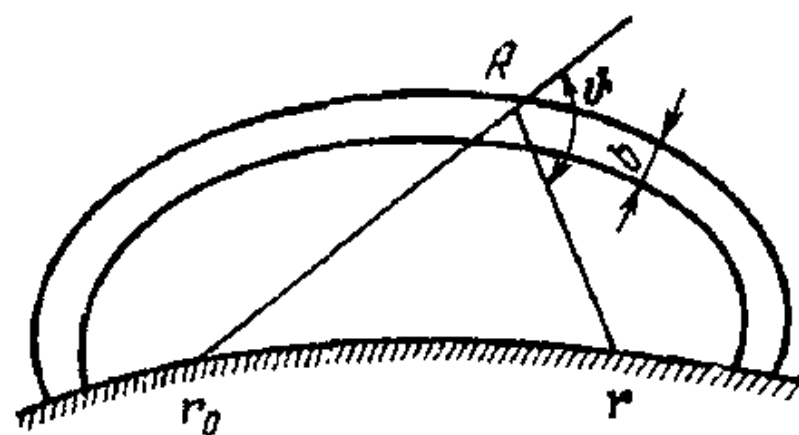
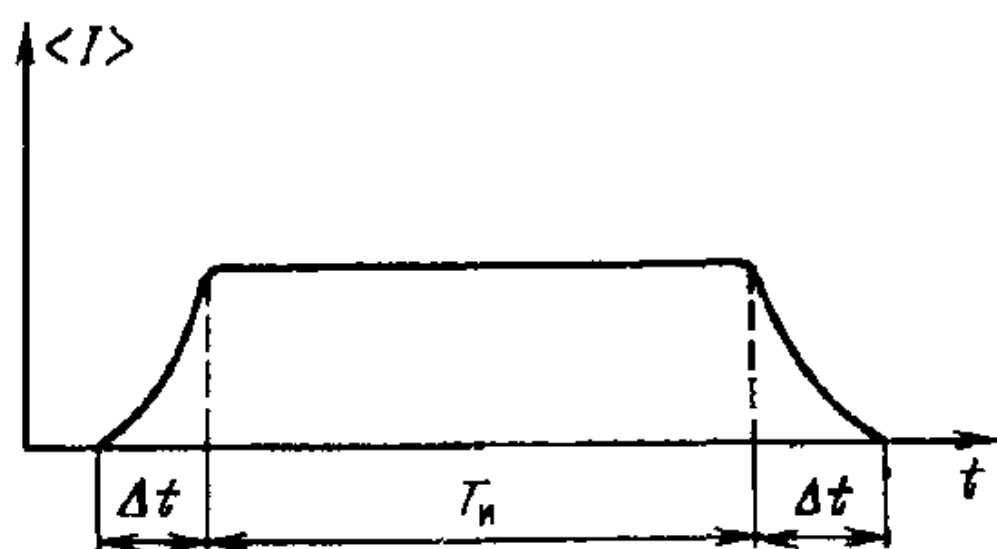
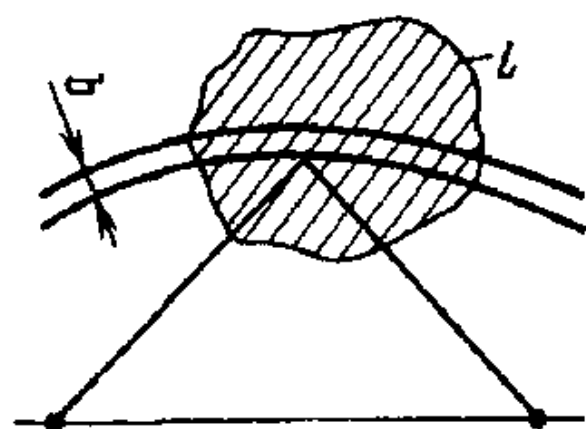
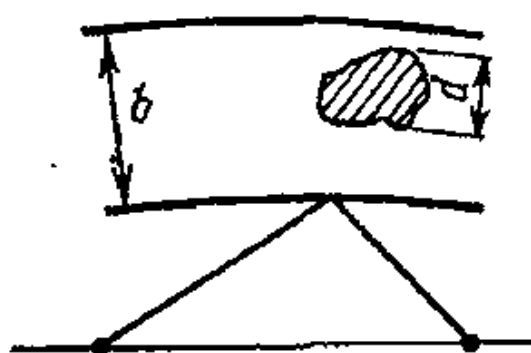
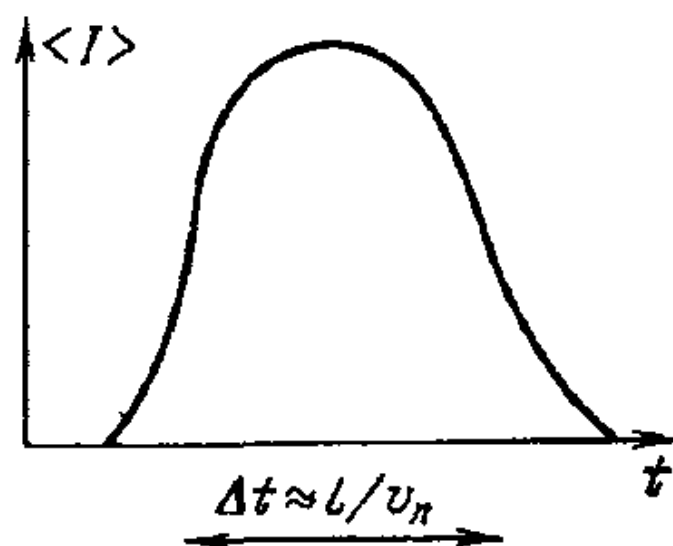


Рис. 26.1

Временное поведение интенсивности $\langle I(t) \rangle$ зависит от соотношения между толщиной импульсного объема b и размерами эффективно рассеивающей области d . При длинных импульсах ($b \gg d$) интенсивность $\langle I \rangle$ постоянна, пока весь рассеивающий объем находится внутри импульсного объема (рис. 26.2, а). Только в начале и конце импульса будут наблюдаться изменения



а)



б)

Рис. 26.2

$\langle I(t) \rangle$. Продолжительность нарастания и спада интенсивности оценивается как

$$\Delta t \approx d/v_n \approx (d/c) 2 \sin(\vartheta/2). \quad (26.5)$$

В случае коротких импульсов ($b \ll d$, рис. 26.2,б) импульсный объем находится внутри рассеивающего объема в течение интервала времени (26.5), которое значительно превышает длительность импульса T_n :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \sim \frac{(d/c) 2 \sin(\vartheta/2)}{T_n} = \frac{d}{b} \gg 1.$$

Характер изменения $\langle I(t) \rangle$ в случае коротких импульсов показан на рис. 26.2,б.

Корреляционные функции в случае коротких импульсов и периодической последовательности коротких импульсов рассмотрены в [43].

27. СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ РАССЕЯННОГО СИГНАЛА

Средняя мощность рассеянного сигнала на выходе согласованного фильтра. На практике часто приходится иметь дело с рассеянным сигналом, прошедшим через согласованный фильтр. Рассмотрим отклик согласованного фильтра на однократно рассеянный сигнал, формируемый на выходе приемной антенны. Будем считать, что согласованный фильтр настроен на сигнал с огибающей $s_1(t)$, вообще говоря, отличной от огибающей излучаемого сигнала $s(t)$. Тогда сигнал на выходе фильтра [25]

$$F(\tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(t) s_1^*(t - \tau) \exp(i\Omega t) dt \right|^2 \quad (27.1)$$

где $U(t)$ — комплексная огибающая сигнала на выходе антенны $u(t)$, определяемого формулой (22.4), так что $u(t) = U(t) \exp(-i\omega_0 t)$. Здесь параметр τ характеризует запаздывание, а Ω — сдвиг частоты. Средняя мощность сигнала на выходе согласованного фильтра пропорциональна

$$\begin{aligned} \langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 dt_2 s_1^*(t_1 - \tau) s_1(t_2 - \tau) \exp[i\Omega(t_1 - t_2)] \times \\ & \times \langle U(t_1) U^*(t_2) \rangle. \end{aligned} \quad (27.2)$$

Подставим в формулу (27.2) выражение (23.9); при этом в (27.2) удобно перейти к новой переменной интегрирования $t = t_1 - t_2$ (вместо t_2), а в (23.9) выразить

трехмерный пространственный спектр g_e через четырехмерный пространственно-временной спектр G_e , который для общности можно считать плавной функцией времени и координаты центра тяжести:

$$g_e(\tau, \mathbf{q}; t, \mathbf{R}) = \int G_e(\omega, \mathbf{q}; t, \mathbf{R}) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (27.3)$$

так что пространственно-временная корреляционная функция выражается через G_e :

$$B_e(\tau, \mathbf{r}; t, \mathbf{R}) = \int G_e(\omega, \mathbf{q}; t, \mathbf{R}) \exp(-i\omega\tau - i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) d\omega d^3\mathbf{q}. \quad (27.4)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = & \frac{\pi\kappa^4}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_V d^3\mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 s(t') \times \\ & \times s_1^*(t' - \tau + \Delta) \exp[i(\Omega - \omega)t'] \times \\ & \times \mathcal{F}_1(\tau - \Delta, \Omega - \omega) G_e\left(\omega, \mathbf{q}_R; t' + \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|}{c}, \mathbf{R}\right), \end{aligned} \quad (27.5)$$

где $\mathbf{q}_R$ — локальный вектор рассеяния (23.8), а

$$\mathcal{F}_1(\tau, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s_1^*(t - \tau) \exp(i\Omega t) dt \quad (27.6)$$

— отклик на сигнал $s(t)$ согласованного фильтра, настроенного на сигнал $s_1(t)$.

Предположим, что за время, равное длительности сигнала, характеристики рассеивающего объема существенно не изменяются. Тогда $G_e(\omega, \mathbf{q}_R; t' + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|/c, \mathbf{R})$ можно заменить на $G_e(\omega, \mathbf{q}_R; t_0 + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|/c, \mathbf{R})$, где t_0 — момент излучения сигнала $s(t)$. В результате в (27.5) оказывается возможным интегрирование по t' , которое в соответствии с формулой (27.6) дает

$$\begin{aligned} \langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = & \frac{\pi\kappa^4}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_V d^3\mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 G_e\left(\omega, \mathbf{q}_R; t_0 + \right. \\ & \left. + \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|}{c}, \mathbf{R}\right) |\mathcal{F}_1(\tau - \Delta, \Omega - \omega)|^2. \end{aligned} \quad (27.7)$$

Формула (27.7), полученная при достаточно общих предположениях относительно вида сигнала и свойств

среды, описывает поведение средней мощности рассеянного сигнала на выходе согласованного фильтра. Этой формуле можно придать более наглядный физический смысл, если ввести «спектральную плотность» рассеяния

$$\sigma(\omega, \mathbf{q}_R; t, \mathbf{R}) = (\pi k^4 / 2) G_s(\omega, \mathbf{q}_R; t, \mathbf{R}), \quad (27.8)$$

которая представляет собой интенсивность рассеяния в единичный телесный угол единичного объема с центром в точке $\mathbf{R}$ в момент времени t , приходящуюся на единичный интервал частот [ср. с (23.12)]. С учетом сказанного формула (27.7) примет вид

$$\begin{aligned} \langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = & \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_V d^3 \mathbf{R} |P_1(\mathbf{R})|^2 \sigma\left(\omega, \mathbf{q}_R; t_0 + \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|}{c}, \mathbf{R}\right) \times \\ & \times |\mathcal{F}_1(\tau - \Delta, \Omega - \omega)|^2. \end{aligned} \quad (27.9)$$

Локационное сечение рассеяния. В некоторых приложениях (например, в локации) рассеивающий объем удобно рассматривать как распределенный в пространстве объект, характеризуемый локационным сечением рассеяния $\sigma(\tau, \Omega)$, где τ — запаздывание сигнала на трассе приемник — исследуемая область рассеивающего объема; Ω — доплеровский сдвиг частоты, обусловленный движением рассеивающего объема в этой области.

Запишем отклик согласованного фильтра (27.9) через локационное сечение рассеяния $\sigma(\tau, \Omega)$. Сделаем сначала несколько упрощающих предположений, которые можно считать выполненными для большинства приложений.

1. Передающая и приемная антенны расположены в одном месте, так что $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_a$, $\mathbf{n}_R = -\mathbf{m}_R$ и $\mathbf{q}_R = 2k\mathbf{n}_R$.

2. Размеры рассеивающего объема малы по сравнению с расстоянием до него от антенны. Это позволяет заменить единичный вектор $\mathbf{n}_R$, направленный из центра раскрыва антенны в текущую точку рассеивающего объема, на $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный в центр рассеивающего объема. Кроме того, можно заменить получающийся в знаменателе подынтегрального выражения (27.9) множитель $|\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|$ расстоянием R_0 от центра раскрыва до центра рассеивающего объема,

3. Изменение статистических характеристик рассеивающего объема за время распространения сигнала на расстояние R_0 достаточно мало, так что во временном аргументе σ в (27.9) можно отбросить слагаемое $|r_0 - R|/c$.

Учитывая все эти упрощения, формулу (27.9) можно записать в виде

$$\langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = \frac{|f_0(\mathbf{n})|^2 |f_1(\mathbf{n})|^2}{R_0^4} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int dz \int d^2\rho \times \\ \times \sigma(\omega, 2\kappa \mathbf{n}; t_0, z, \rho) |\mathcal{F}_1(\tau - t_z, \Omega - \omega)|^2, \quad (27.10)$$

где использованы обозначения, понятные из рис. 27.1. Направление оси z совпадает с направлением единичного вектора $\mathbf{n}$, ρ — компонента вектора $\mathbf{R}$, ортогональная оси z , а $t_z = 2z/c$ — запаздывание рассеянного сигнала от элемента рассеивающего объема, отстоящего от антенны на расстояние z .

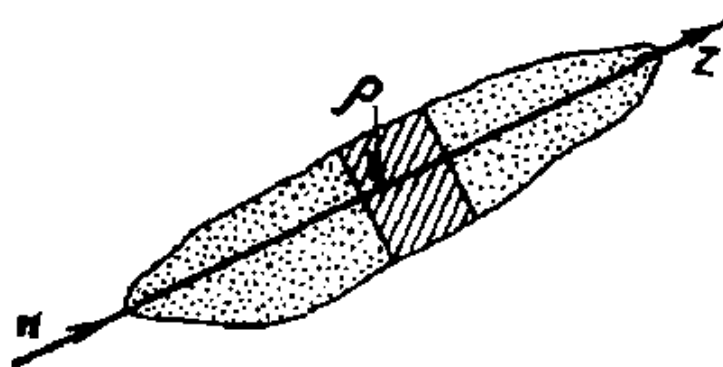


Рис. 27.1

Перейдя в (27.10) к новым переменным интегрирования $\tau - t_z = \tau - 2z/c = \tau'$, $\Omega - \omega = \Omega'$, получим

$$\langle F^2(\tau, \Omega) \rangle = \frac{|f_0(\mathbf{n})|^2 |f_1(\mathbf{n})|^2}{R_0^4} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' d\Omega' \sigma_{t_0}(\tau - \tau', \Omega - \Omega') \times \\ \times |\mathcal{F}_1(\tau', \Omega')|^2, \quad (27.11)$$

где

$$\sigma_{t_0}(\tau, \Omega) = \frac{c}{2} \int d^2\rho \sigma\left(\Omega, 2\kappa \mathbf{n}; t_0, \frac{c\tau}{2}, \rho\right) \quad (27.12)$$

— локационное сечение рассеяния в плоскости (τ, Ω) в момент времени t_0 . Физический смысл сечения (27.12) состоит в том, что величина $\sigma_{t_0}(\tau, \Omega) d\tau d\Omega$ представляет собой сечение рассеяния элементарного слоя толщиной $cd\tau/2$, удаленного на расстояние $c\tau/2$ от антенны, приходящееся на интервал частот $d\Omega$ вблизи частоты Ω .

Найдем явное выражение для локационного сечения рассеяния, когда рассеивающий объем представляет собой турбулентное образование, движущееся с флюктуи-

рующей скоростью (модель блуждающих неоднородностей). Пространственный спектр неоднородностей диэлектрической проницаемости будем описывать степенной функцией. Тогда

$$G_s(\omega, \mathbf{q}; t, \mathbf{R}) = C \frac{\sigma_s^2(\mathbf{R}) L_0^{3-p}}{\sqrt{2\pi q^2 \sigma_v^2(\mathbf{R})/3}} q^{-p} \exp\left\{-\frac{[\omega + \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{R})]^2}{2q^2 \sigma_v^2(\mathbf{R})/3}\right\}, \quad (27.13)$$

где $\sigma_s^2 = \langle \tilde{v}^2 \rangle$, $\mathbf{v}(\mathbf{R})$ и $\sigma_v^2(\mathbf{R})$ — соответственно дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости, средняя скорость движения неоднородностей и дисперсия флуктуаций скорости, зависящие от координаты $\mathbf{R}$ в пределах рассеивающего объема и равные нулю вне его; L_0 — внешний масштаб турбулентности, а значение константы C определяется величиной показателя степени p :

$$C = [\Gamma(p-1)/4\pi^2] \sin[\pi(p-3)/2].$$

Предположим далее, что статистические свойства рассеивающего объема обладают аксиальной симметрией, при этом зададим функцию $\sigma_s^2(\mathbf{R})$ в виде

$$\sigma_s^2(\mathbf{R}) = \sigma_s^2(\xi, 0) \exp[-\rho^2/\rho_0^2(\xi)], \quad (27.14)$$

где $\rho_0(\xi)$ — эффективный радиус рассеивающего объема, меняющийся вдоль оси z . Кроме того, будем считать, что систематическая скорость и дисперсия флуктуаций скорости зависят только от ξ .

Воспользовавшись теперь формулами (27.8), (27.12) — (27.14), находим

$$\sigma_{t_0}(\tau, \Omega) = \frac{\pi^2 \kappa^4 c}{4} \frac{L_0^3}{(2\kappa L_0)^p} \frac{C(p) \rho_0^2(\eta) \sigma_s^2(\eta)}{\sqrt{8\pi \kappa^2 \sigma_v^2(\eta)/3}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{[\Omega + 2\kappa \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}(\eta)]^2}{8\kappa \sigma_v^2(\eta)/3}\right\}, \quad \eta = c\tau/2 - R_s. \quad (27.15)$$

Отсюда видно, что масштабы изменения сечения $\sigma_{t_0}(\tau, \Omega)$ по τ и Ω , как и следовало ожидать, равны соответственно d_z/c и $\kappa \sigma_v$, где d_z — продольный размер рассеивающего объема. Максимум σ_{t_0} по Ω лежит на доплеровской частоте $\Omega_d = 2\kappa v$, соответствующей систематическому движению неоднородностей.

28. РАССЕЯНИЕ НА АНИЗОМЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Ракурсный эффект. Анизомерными называют неоднородности, корреляционная функция которых анизотропна. Пусть неоднородности вытянуты в направлении z , так что характерный масштаб в этом направлении l_z значительно превышает поперечный масштаб $l_{\perp} = l_x = l_y$. Простейшей моделью пространственной корреляционной функции анизомерных неоднородностей может служить гауссовская модель, использованная еще Букером [96]:

$$B_e(\mathbf{r}) = \sigma_e^2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{l_{\perp}^2} + \frac{z^2}{l_z^2} \right) \right\}. \quad (28.1)$$

Контуры поверхностей $B_e = \text{const}$ показаны на рис. 28.1, а.

Пространственный спектр, соответствующий (28.1), также имеет гауссовскую форму

$$\Phi_e(\mathbf{k}) = \frac{l_z l_{\perp}^2}{(2\pi)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) l_{\perp}^2 + \kappa_z^2 l_z^2] \right\}. \quad (28.2)$$

Поверхности $\Phi_e(\mathbf{k}) = \text{const}$ в пространстве $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ показаны на рис. 28.1, б. При $l_z \gg l_{\perp}$ эти поверхности представляют собой сильно сплюснутые по оси z эллипсоиды вращения.

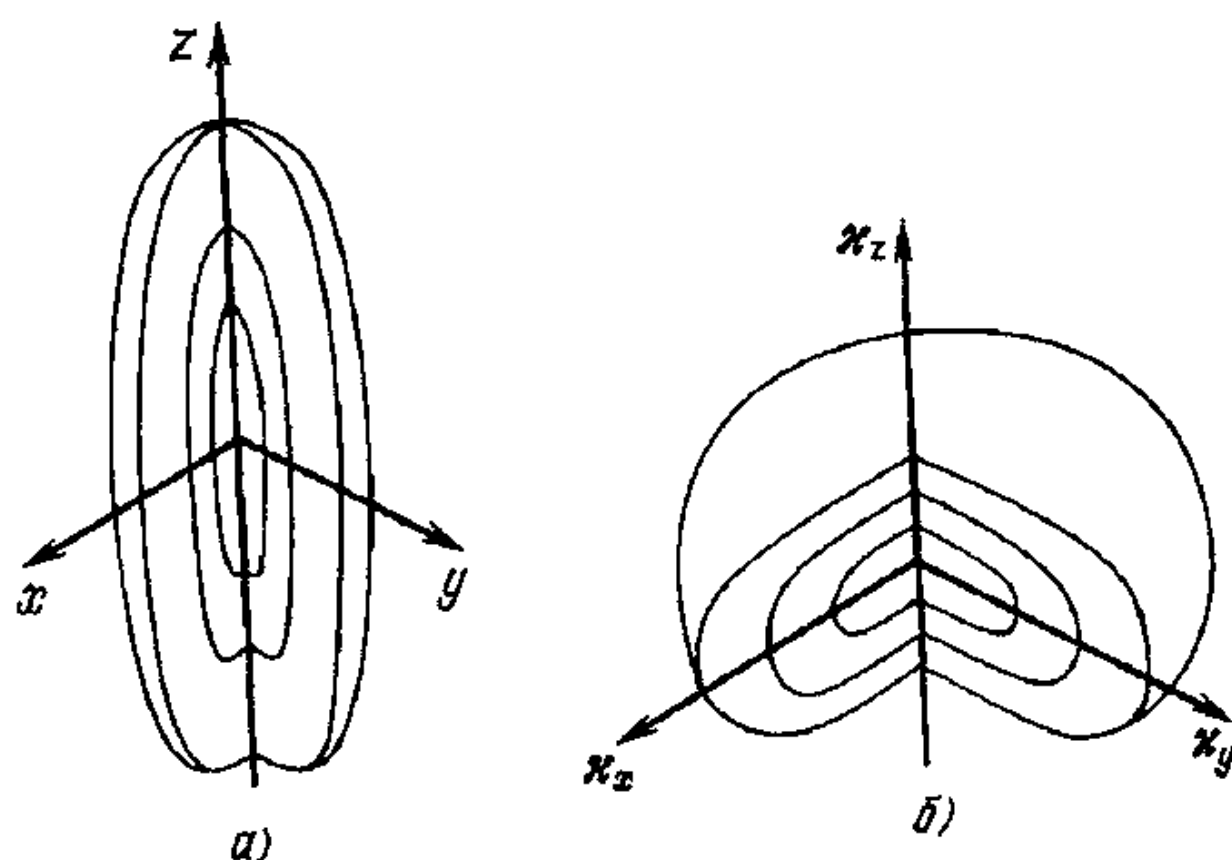


Рис. 28.1

Согласно (23.10), сечение рассеяния единичного объема σ пропорционально $\Phi_e(\mathbf{q})$, где $\mathbf{q} = \mathbf{k}(\mathbf{n} - \mathbf{m})$ — вектор рассеяния. Отсюда следует, что $\sigma(\mathbf{q})$, подобно $\Phi_e(\mathbf{q})$, заметно отличается от нуля только в узком секторе углов в направлениях, перпендикулярных большой оси неоднородностей. Легко убедиться, что перпендику-

лярность вектора $\mathbf{q}$ оси z отвечает зеркальному рассеянию, при котором волновые векторы первичной $\mathbf{k}=\mathbf{k}_p$ и рассеянной $\mathbf{k}_s=\mathbf{k}_m$ волн образуют с осью z одинаковые углы. В самом деле, ортогональность вектора рассеяния и оси z обеспечена, если вектор $\mathbf{k}_s$ лежит на том же круговом конусе, что и вектор $\mathbf{k}$.

Оценим ширину индикатрисы рассеяния $\sigma(\mathbf{q})/\sigma_{\max}$ для гауссовской модели (28.2). Для этого положим

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= \kappa (\sin \alpha, 0, \cos \alpha); \quad \mathbf{k}_s = \kappa (\sin \alpha_s \sin \varphi, \\ &\quad \sin \alpha_s \cos \varphi, \cos \alpha_s), \end{aligned} \quad (28.3)$$

так что

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \kappa (\sin \alpha - \sin \alpha_s \sin \varphi, -\sin \alpha_s \cos \varphi, \\ &\quad \cos \alpha - \cos \alpha_s), \end{aligned} \quad (28.4)$$

где α_s — угол между $\mathbf{k}_s$ и осью z , несколько отличающийся от α в силу конечной ширины индикатрисы рассеяния. Подставив (28.4) в (28.2) (на место вектора $\mathbf{x}$), получим

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{q}) \sim \Phi_s(\mathbf{q}) &= \frac{l_z l_{\perp}^2}{(2\pi)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{l_{\perp}^2 \kappa^2}{2} [(\sin \alpha - \sin \alpha_s \sin \varphi)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sin \alpha_s \cos \varphi)^2] - \frac{l_z^2 \kappa^2}{2} (\cos \alpha - \cos \alpha_s)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (28.5)$$

При отклонениях α_s от α наибольшие изменения в показателе экспоненты связаны с последним слагаемым, которое включает в себя большой параметр $\kappa l_z \gg 1$ (при малых κl_z рассеяние было бы изотропным).

Если провести в показателе экспоненты (28.5) разложение по разности $\alpha_s - \alpha$ и учесть неравенство $l_z \gg l_{\perp}$, получим следующую оценку для ширины индикатрисы рассеяния по полярному углу α :

$$\Delta \alpha \approx (\kappa l_z \sin \alpha)^{-1}. \quad (28.6)$$

В частности, при обратном рассеянии ($\alpha = \pi/2$, $\varphi = \pi$)

$$\Delta \alpha \sim 1/\kappa l_z, \quad \kappa l_z \gg 1. \quad (28.7)$$

Такие же оценки справедливы не только для гауссовской, но и для других моделей корреляционной функции анизомерных флюктуаций.

Резкая зависимость сечения рассеяния анизомерных неоднородностей от направления рассеяния получила

название *ракурсной чувствительности*. Характерный вид индикатрисы рассеяния на сильно анизотропных неоднородностях ($l_z \gg l_{\perp}$) показан на рис. 28.2,а для случая, когда волновой вектор первичной волны $\mathbf{k}$ перпендикулярен большой оси неоднородностей z , а на рис. 28.2,б — для произвольной ориентации $\mathbf{k}$ по отношению к оси z . В обоих случаях рассеяние вперед (в направлении $\mathbf{k}$) превышает рассеяние в других направлениях.

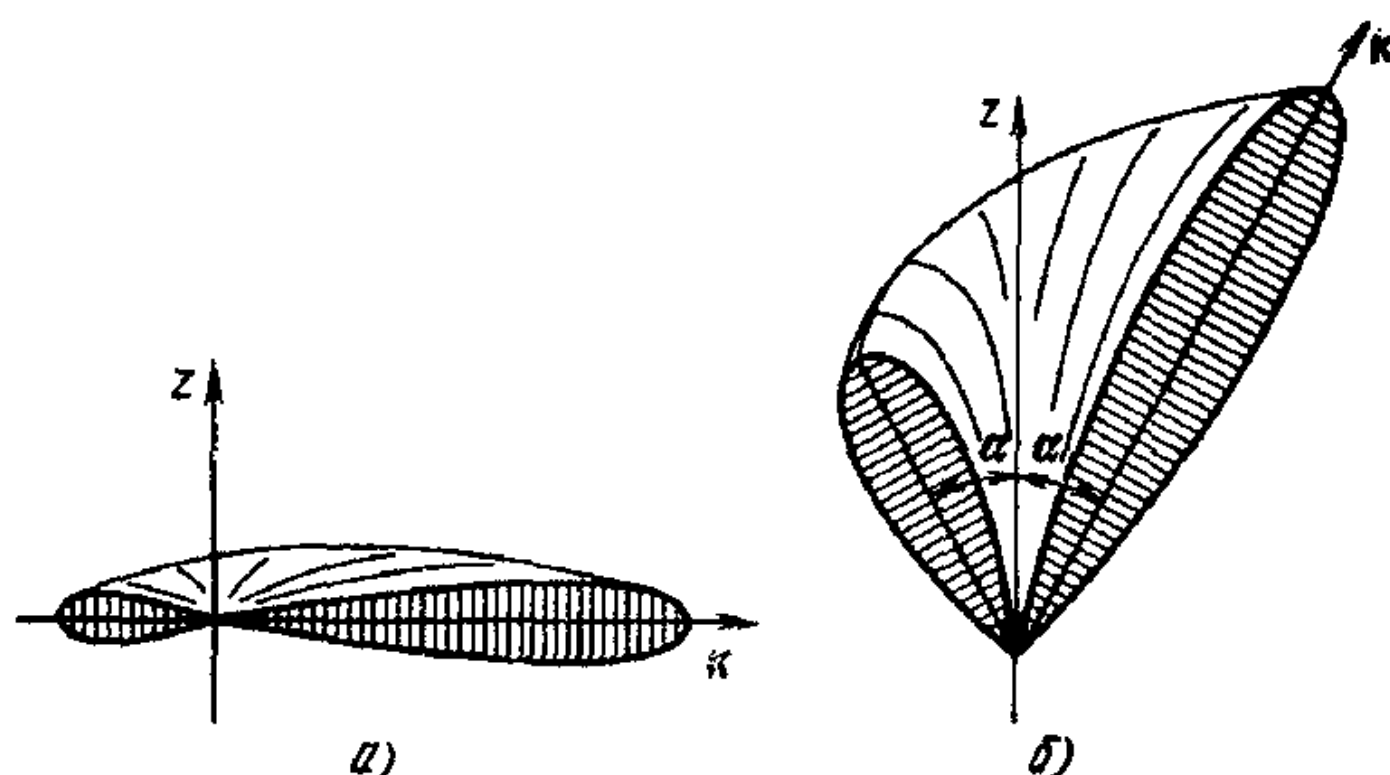


Рис. 28.2

В ионосфере ракурсная чувствительность характерна для рассеяния на магнитоориентированных неоднородностях.

Такие неоднородности возникают, видимо, на любых широтах, но особенно выражены магнитоориентированные неоднородности в полярной шапке, ответственные за так называемые авроральные радиоотражения [97—99], и на экваторе, где возникают экваториальные радиоотражения [100]. Кроме того, при воздействии на ионосферу мощного радиоизлучения возникают искусственные магнитоориентированные неоднородности [101]. Ниже мы кратко опишем особенности авроральных радиоотражений и неоднородностей, индуцированных сильной радиоволной.

Авроральные радиоотражения (радиоаврора). Авроральные радиоотражения наблюдаются к югу от полярной шапки (60—75° с. ш.) [97—99]. Считают, что причиной авроральных радиоотражений служат плазменные колебания, возникающие в результате неустойчивости полярной токовой струи. В частности, в работе [100] указывается на возможность развития в электроструе двухпотоковой

плазменной неустойчивости, сопровождающейся возбуждением плазменных звуковых волн, которые распространяются примерно перпендикулярно магнитному полю. Другие механизмы возникновения рассеивающих неоднородностей в полярной ионосфере и свойства радиоотражений от них обсуждаются в обзоре [99], которому мы будем следовать в данном разделе.

Авроральные радиоотражения регистрируются в очень широком диапазоне волн — от 50 до 3000 МГц. Неоднородности, порождающие авроральные радиоотражения, расположены на высотах 100—120 км. Наклонные дальности, с которых приходят рассеянные сигналы, не превышают 1200—1300 км (на этом расстоянии область высот от 100 до 120 км выходит из зоны прямой видимости).

Ракурсный эффект при рассеянии назад выражен практически на всех частотах, на которых наблюдаются авроральные радиоотражения. Наибольшие отражения наблюдаются, как правило, в направлениях, в которых радиолуч перпендикулярен вектору статического магнитного поля. В среднем интенсивность рассеянного сигнала падает на 6—10 дБ на каждый градус отклонения от ракурсного направления. Ракурсный эффект проявляется и при рассеянии вперед [102]. Первую попытку оценить продольный и поперечный масштабы неоднородностей сделал Букер [96] на основе гауссовской модели. Эта модель качественно правильно описала ракурсный эффект, но для полной интерпретации всей совокупности экспериментальных данных на многих частотах требуются более точные модели.

Наблюдается суточный ход радиоотражений, который обладает своими особенностями для разных широт и излучаемых частот. Общим для всех геомагнитных широт является послеобеденный (вечерний) максимум, а также минимум в поздние утренние часы. Зона появляемости авроральных радиоотражений охватывает интервал геомагнитных широт от 60 до 80°, с максимумом на широте примерно 67°. Изредка наблюдаются отражения и вне указанного интервала, особенно во время сильных геомагнитных возмущений.

Сечение рассеяния единичного объема обычно 10^{-13} — 10^{-15} м⁻¹ (при $f=400$ МГц), но во время сильных возмущений оно возрастает до 10^{-10} и даже до 10^{-8} м⁻¹. Даже самые слабые неоднородности полярной ионосферы дают сечение рассеяния, на несколько порядков превышающее сечение рассеяния, обусловленное некогерентным рассеянием электронов $\sigma \approx 10^{-17}$ — 10^{-20} м⁻¹ (см. § 23). В среднем сечение уменьшается с частотой, но при многочастотных наблюдениях из одной точки возможны отклонения от этого правила, связанные, видимо, с действием рефракции, которая может нарушить ракурсное условие на более высокой частоте.

Спектр рассеянного сигнала обычно смещен в сторону низких частот на 200—400 Гц (при $f=50$ —100 МГц), что примерно соответствует скорости магнитозвуковых волн в ионосфере.

Рассеяние на мелкомасштабных неоднородностях ионосферы, возникающих под действием мощных радиоволн. Неоднородности, образующиеся в результате мелкомасштабного расслоения ионосферы в поле сильной электромагнитной волны, были обнаружены сравнительно недавно [103—106]. Расслоение наступает прежде всего вследствие нелинейной резонансной неустойчивости, связанной с возбуждением плазменных колебаний, хотя не исключены и другие виды неустойчивости [101].

Длина описываемых неоднородностей $l_{\parallel}$ может достигать нескольких сотен метров или даже километров, тогда как поперечный размер $l_{\perp}$ может составлять доли метра (по данным [101], от 0,2—0,3 м до 10—30 м). Относительные флуктуации электронной концентрации $\Delta N/N$ могут достигать $\sim 10^{-2}$.

Сильная вытянутость неоднородностей, индуцированных внешним электромагнитным полем, способствует резко выраженной направленности рассеянного излучения коротких и ультракоротких волн (см. литературу, цитированную в [101], § 17).

В частности, рассеяние на неоднородностях можно использовать для возбуждения ионосферных волновых каналов радиоволнами с частотой $f=10\text{—}30$ МГц ($\lambda=10\text{—}30$ м).

29. ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ РАССЕЯННОГО СИГНАЛА

Как обычно под деполяризацией мы будем понимать наличие у рассеянного поля E_s таких компонент, которых нет у поля элементарного диполя p_0 , возбужденного первичной волной E_0 : $p_0 = \alpha E_0$. Иными словами, недеполяризованным является поле, однократно рассеянное в изотропной среде на изотропной неоднородности. Недеполяризованное поле при обратном рассеянии по поляризации совпадает с излученным.

Деполяризация рассеянной волны возникает из-за двукратного (и вообще, многократного) рассеяния и из-за анизотропии среды. Приведем количественные оценки этих эффектов.

Деполяризация из-за двукратного рассеяния в изотропной среде. В изотропной среде деполяризованная компонента появляется лишь при учете двукратного рассеяния. Поэтому оценкой степени деполяризации может служить отношение интенсивностей двукратного и однократного рассеяния $\delta = I_2/I_1$.

Для того чтобы оценить I_2 , рассмотрим рассеивающий объем, более или менее равномерно освещенный первичной волной с интенсивностью I_0 . Расстояние до объема R_0 будет считать большим по сравнению с поперечником рассеивающего объема d , а рассеяние — изотропным.

Интенсивность однократно рассеянного поля, созданного элементом объема dV_1 на расстоянии R_1 от этого элемента, по порядку величины равна

$$dI_1 = I_0(\sigma dV_1/R_1^2). \quad (29.1)$$

Элемент dV_2 , облученный волной интенсивностью dI_1 , создает вблизи приемной антенны, находящейся на расстоянии R_2 , рассеянную волну интенсивностью

$$dI_2 \approx dI_1 (\sigma dV_2 / R_2^2) \approx (\sigma^2 dV_1 dV_2 / R_1^2 R_2^2) I_0. \quad (29.2)$$

Интегрируя (29.1) по рассеивающему объему V в предположении, что $R_1 \approx R_0$, получаем

$$I_1 = I_0 \int (\sigma dV / R_1^2) \sim I_0 (\sigma d^3 / R_0^2). \quad (29.3)$$

Интегрирование в (29.2) следует провести в предположении, что $R_1 d$ (элементы, дающие двукратно рассеянное поле, лежат внутри объема V) и $R_2 \approx R_0$ (точка наблюдения совпадает с излучателем). Тогда

$$I_2 \approx \iint \frac{dV_1 dV_2}{R_1^2 R_2^2} \sigma^2 I_0 \approx \frac{d^4}{R_0^2} \sigma^2 I_0.$$

В результате отношение $I_2/I_1 = \sigma d$ оказывается порядка оптической толщины $\tau = \int \sigma dz$. При слабом однократном рассеянии оптическая толщина τ мала, так что малый параметр τ , характеризующий условие применимости теории однократного рассеяния (см. § 31), оказывается одновременно и мерой деполяризации сигнала:

$$\delta \approx I_2/I_1 \approx \tau \approx \sigma d. \quad (29.4)$$

Деполяризация, обусловленная рассеянием и распространением в магнитоактивной плазме. При наличии магнитного поля ионосферная плазма становится анизотропией, а ее рассеивающие свойства характеризуются флуктуациями тензора диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}_{jk} = \epsilon_{jk} - \langle \epsilon_{jk} \rangle$. Изменение поляризации при рассеянии электромагнитных волн в анизотропной среде происходит как на пути распространения волны (от источника к точке рассеяния и от точки рассеяния к наблюдателю), так и непосредственно при рассеянии.

Для высокочастотных волн деполяризацию на пути распространения можно описать при помощи квазиизотропного приближения геометрической оптики (§ 4). Результирующий сигнал на выходе приемной антенны можно получить путем обобщения формулы (22.4). Для этого следует заменить скаляр $\tilde{\epsilon}$ тензором $\tilde{\epsilon}$ и учесть трансформацию вектора поляризации на лучах $\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}'$ и $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}$. Пусть $\hat{\Lambda}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}')$ и $\hat{\Lambda}(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ — введенные в § 4 матри-

цы, описывающие такую трансформацию. Тогда произведение $\gamma \tilde{\nu} = \tilde{\nu} e_a^* [m' [m' e_0]]$ в выражении (22.4) следует заменить величиной

$$\chi = e_a^* \hat{\Lambda}(r', r_0) [m' [m' \tilde{\nu} \hat{\Lambda}(r_0, r') e_0]]. \quad (29.5)$$

Согласно (29.5) результирующая степень деполяризации определяется недиагональными элементами матриц $\hat{\Lambda}$ и $\tilde{\nu}$. Поэтому достаточно оценить именно недиагональные элементы. Недиагональные элементы матрицы $\hat{\Lambda}$ определяются согласно (4.21) фарадеевским углом поворота плоскости поляризации $\theta_F: |\delta \hat{\Lambda}| = \sin \theta_F$. Поэтому деполяризация на пути распространения достаточно мала, если $|\theta_F| \ll 1$. Это условие выполняется, например, в условиях авроральных радиоотражений, когда рассеяние происходит в нижних слоях ионосферы, отличающихся низкой электронной концентрацией. В этом случае малость угла θ_F на всех частотах $f \geq 100$ МГц обусловлена как малой концентрацией электронов на луче, так и малым расстоянием, проходимым волной в ионосфере [87, 107]. Однако в общем случае угол θ_F может быть сравним с единицей или даже превышать ее на частотах $f < 100$ МГц и при значениях N , характерных для максимума высотного профиля электронной концентрации (конкретные оценки θ_F см. в § 14).

Что касается недиагональных элементов тензора $\tilde{\nu}$, то, согласно § 2, $|\tilde{\nu}| \approx uv$, где параметры u и v определяются выражениями (2.3) и (2.4). Для высокочастотных волн оба эти параметра достаточно малы, так что деполяризацией при рассеянии в анизотропной среде в ионосфере в большинстве случаев можно пренебречь.

30. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ И ЧАСТОТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ РАСSEЯННОГО ПОЛЯ

Пространственная корреляция. Радиус пространственной корреляции поля $\rho_{\perp}$ в направлении, перпендикулярном направлению прихода волны, можно оценить по формуле [43] $\rho_{\perp} \approx \lambda/\gamma$, где γ — угловой размер области, эффективно формирующей рассеянное поле в данной точке наблюдения. Пользуясь этой формулой, которая

Вытекает из теоремы Ван-Циттерта — Цернике, рассмотрим некоторые частные случаи.

1. В случае мелкомасштабных неоднородностей, рассеивающих изотропно, радиус корреляции поля внутри рассеивающего объема, когда $\gamma=2\pi$, или в непосредственной близости от него, когда $\gamma=\pi$, сравним с длиной волны: $\rho_{\perp} \approx \lambda$ (в этом случае говорить о поперечном радиусе корреляции можно лишь условно).

2. В случае крупномасштабных неоднородностей ($l_e \gg \lambda$) γ определяется шириной индикатрисы рассеяния $\gamma \approx \lambda/l_e$, так что $\rho_{\perp} \approx \lambda/\gamma \approx l_e$.

3. Если освещенная область определяется шириной диаграммы направленности антенны $\alpha \approx \lambda/L_a$ (L_a — размер антенны), то $\gamma \approx \alpha$ и в результате радиус корреляции при рассеянии назад сравним с размером антенны: $\rho_{\perp} \approx \lambda/\alpha \approx L_a$.

Продольный радиус корреляции определяется по формуле $\rho_{\parallel} \approx \lambda/\gamma^2$, если точка наблюдения находится в ближней зоне по отношению к рассеивающему объему ($r \ll kd^2$), и $\rho_{\parallel} = \infty$ при $r \gg kd^2$.

Геометрический анализ пространственной корреляции поля с точки зрения рассеяния на совокупности дифракционных решеток проведен в [43].

Частотная корреляция. Радиус частотной корреляции при рассеянии $\Delta\omega$ может быть оценен из условия [43, 86]

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{2\pi}{qd} = \frac{\lambda}{2d \sin(\vartheta/2)}, \quad (30.1)$$

где $q=2k \sin(\vartheta/2)$ — вектор рассеяния. Эта оценка применима, строго говоря, в зоне Фраунгофера ($r \gg kd^2$), но ею можно пользоваться и на границе этой зоны, т. е. при $r \sim kd^2$. В ближней зоне ($r \ll kd^2$) интервал частотной корреляции сужается.

31. ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ, РЕФРАКЦИИ И ПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим несколько эффектов, которые не могут быть описаны в рамках приближения однократного рассеяния.

Ослабление из-за рассеяния и поглощения. Введем в рассмотрение полное сечение рассеяния

$$\sigma_s = \int \sigma(q) d\Omega, \quad (31.1)$$

которое называют также коэффициентом экстинкции. Величину, обратную (31.1), называют *длиной экстинкции*:

$$l_e = 1/\alpha_e. \quad (31.2)$$

Коэффициент экстинкции α_e описывает ослабление первичной волны из-за рассеяния. Для учета этого эффекта в формулы данной главы нужно ввести множитель

$$\exp\left(-\int_{r_0}^{r'} \alpha_e ds\right) = e^{-\tau_0}, \quad (31.3)$$

где

$$\tau_0 = \tau_0(r_0, r') = \int_{r_0}^{r'} \alpha_e ds \quad (31.4)$$

— оптическая толщина среды на пути от излучателя (точка r_0) до точки рассеяния r' .

Подобный множитель $e^{-\tau_a}$ следует ввести и для рассеянной волны, идущей от точки рассеяния r' к точке наблюдения r_a , где

$$\tau_a = \tau(r', r_a) = \int_{r'}^{r_a} \alpha_e ds \quad (31.5)$$

— оптическая толщина среды для рассеянной волны.

Аналогичные множители ослабления $e^{-\chi_0}$ и $e^{-\chi_a}$, где

$$\chi_0 = \kappa_0 \int_{r_0}^{r'} n'' ds, \quad \chi_a = \kappa_0 \int_{r'}^{r_a} n'' ds, \quad (31.6)$$

следует ввести и для учета поглощения.

В результате совместного действия рассеяния и поглощения в выражениях типа (23.13) и (23.15) для средней интенсивности появится множитель $\exp[-(\tau_0 + \tau_a) - (\chi_0 + \chi_a)]$. Например, вместо (23.15) будем иметь

$$\langle I \rangle = \frac{A_0^2 \sigma(\mathbf{q}, 0)}{r_0^2 r_a^2} \exp[-(\tau_0 + \tau_a) - (\chi_0 + \chi_a)] V_{\text{эф}}. \quad (31.7)$$

Условие применимости теории однократного рассеяния. Подправленное борновское приближение. В основе борновского приближения лежит предположение, что в объеме, существенном для рассеяния, первичное поле практически не ослабляется. Это означает, что оптическая толщина τ_0 должна быть малой:

$$\tau_0 = \int_{r_0}^{r'} a_\epsilon ds \approx a_\epsilon d \ll 1. \quad (31.8)$$

Фактически это условие распространяется и на толщину τ_a : $\tau_a \ll 1$. Согласно (31.8) дистанция, проходимая волной в рассеивающей среде, не должна превышать длину экстинкции l_ϵ :

$$d \ll l_\epsilon. \quad (31.9)$$

При выполнении условия (31.8) экспоненциальная функция в (31.7) мало отличается от единицы, так что в рамках применимости теории однократного рассеяния введение в (31.7) экспоненты фактически не приводит к уточнению формулы.

Исключение составляет только случай, когда большая часть излучения покидает рассеивающий слой в результате однократного рассеяния, несмотря на большую протяженность трассы по сравнению с длиной экстинкции. Такая ситуация реализуется, например, при распространении в длинном рассеивающем столбе, длина которого l велика по сравнению с l_ϵ :

$$l \gg l_\epsilon, \quad (31.10)$$

а диаметр, напротив, мал по сравнению с длиной экстинкции. В этом случае сохранение экспоненциального множителя в формуле (31.7) и в аналогичных ей формулах является и законным, и необходимым. Приближение, которое основано на введении множителя $e^{-(\tau_0 + \tau_a)}$, называют подправленным борновским приближением [86].

Гибридный метод расчета рассеяния в многомасштабной среде. Рассмотрим задачу рассеяния волн в многомасштабной среде, содержащей крупно- и мелко-масштабные случайные неоднородности [76]. Для ее решения мы используем комбинацию какого-либо из коротковолновых асимптотических методов теории распространения волн и борновского приближения. Иными словами, в качестве нулевого приближения мы будем ис-

пользовать поле, искаженное крупномасштабными случайными неоднородностями, а влияние мелкомасштабной составляющей учесть в рамках теории возмущений. Такой метод можно условно назвать «гибридным».

Гибридный метод основан на возможности разбиения флуктуаций диэлектрической проницаемости на некоррелированные составляющие. В самом деле, пусть $B_\epsilon(\rho) = \langle \tilde{\nu}(\mathbf{r} + \rho) \tilde{\nu}(\mathbf{r}) \rangle$ — корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости $\epsilon = 1 + \tilde{\nu}$, которой отвечает спектр $\Phi_\epsilon(\kappa)$ (будем считать, что случайное поле $\tilde{\nu}$ однородно и изотропно). Представим спектр $\Phi_\epsilon(\kappa)$ в виде суммы

$$\Phi_\epsilon(\kappa) = \Phi_\mu(\kappa) + \Phi_\eta(\kappa), \quad \Phi_\mu(\kappa) \geq 0; \quad \Phi_\eta(\kappa) \geq 0, \quad (31.11)$$

и слагаемым Φ_μ и Φ_η поставим в соответствие корреляционные функции $B_\mu(\rho)$ и $B_\eta(\rho)$. При этом, естественно, $B_\mu(\rho) + B_\eta(\rho) = B_\epsilon(\rho)$. С другой стороны, разбиение спектра (31.11) отвечает разбиению флуктуаций $\tilde{\nu}$ на две составляющие μ и η , в сумме дающие $\tilde{\nu}$. Если предположить, что поля μ и η однородно и изотропно связаны между собой, так что $B_{\mu\eta}(\rho) = B_{\eta\mu}(-\rho) = B_{\eta\mu}(\rho)$, то $B_\epsilon(\rho) = B_\mu(\rho) + B_\eta(\rho) + 2B_{\mu\eta}(\rho)$, откуда заключаем, что $B_{\mu\eta}(\rho) = 0$.

Таким образом, разбивая спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости на два неотрицательных слагаемых, мы приходим к разбиению флуктуаций диэлектрической проницаемости на две некоррелированные составляющие. Если дополнительно предположить, что составляющие η и μ распределены по гауссовскому закону, то описанное разбиение будет разбиением на статистически независимые составляющие η и μ .

Для анализа рассеяния воли в многомасштабных средах удобно выделить крупномасштабную (ее мы будем обозначать через η) и мелкомасштабную (μ) составляющие. К крупномасштабным отнесем неоднородности, спектр $\Phi_\eta(\kappa)$ которых сосредоточен при $\kappa < \kappa_*$, $\ll \kappa$. При этом разность $\Phi_\mu = \Phi_\epsilon - \Phi_\eta$ соответствует спектру мелкомасштабных неоднородностей. При таком разбиении название «мелкомасштабные неоднородности» является в некотором смысле условным, так как спектр этой составляющей наряду с большими волновыми числами $\kappa > \kappa_*$ содержит и малые $\kappa < \kappa_*$, соответствующие неоднородностям, размеры которых больше длины волны. Проводить разбиение спектра можно разными способами (рис. 31.1), причем разбиение, показанное на рис. 31.1,а, при расчетах оказывается более удобным. Разумеется, неоднозначность разбиения флуктуаций на некоррелированные составляющие не должна влиять на окончательный результат. Поэтому все последующие построения ведутся так, что окончательные результаты не зависят ни от выбора граничного значения κ_* , ни от формы спектров Φ_η и Φ_μ вблизи κ_* .

Применим гибридный метод к решению скалярной волновой задачи

$$\Delta u + \kappa^2 (1 + \tilde{\nu}) u = 0. \quad (31.12)$$

Разбив флуктуации $\tilde{v}$ на две некоррелированные составляющие η и μ , запишем это уравнение в виде

$$\Delta u + \kappa^2 (1 + \eta) u = -\kappa^2 \mu u. \quad (31.13)$$

В качестве нулевого приближения возьмем решение уравнения

$$\Delta u + \kappa^2 (1 + \eta) u = 0, \quad (31.14)$$

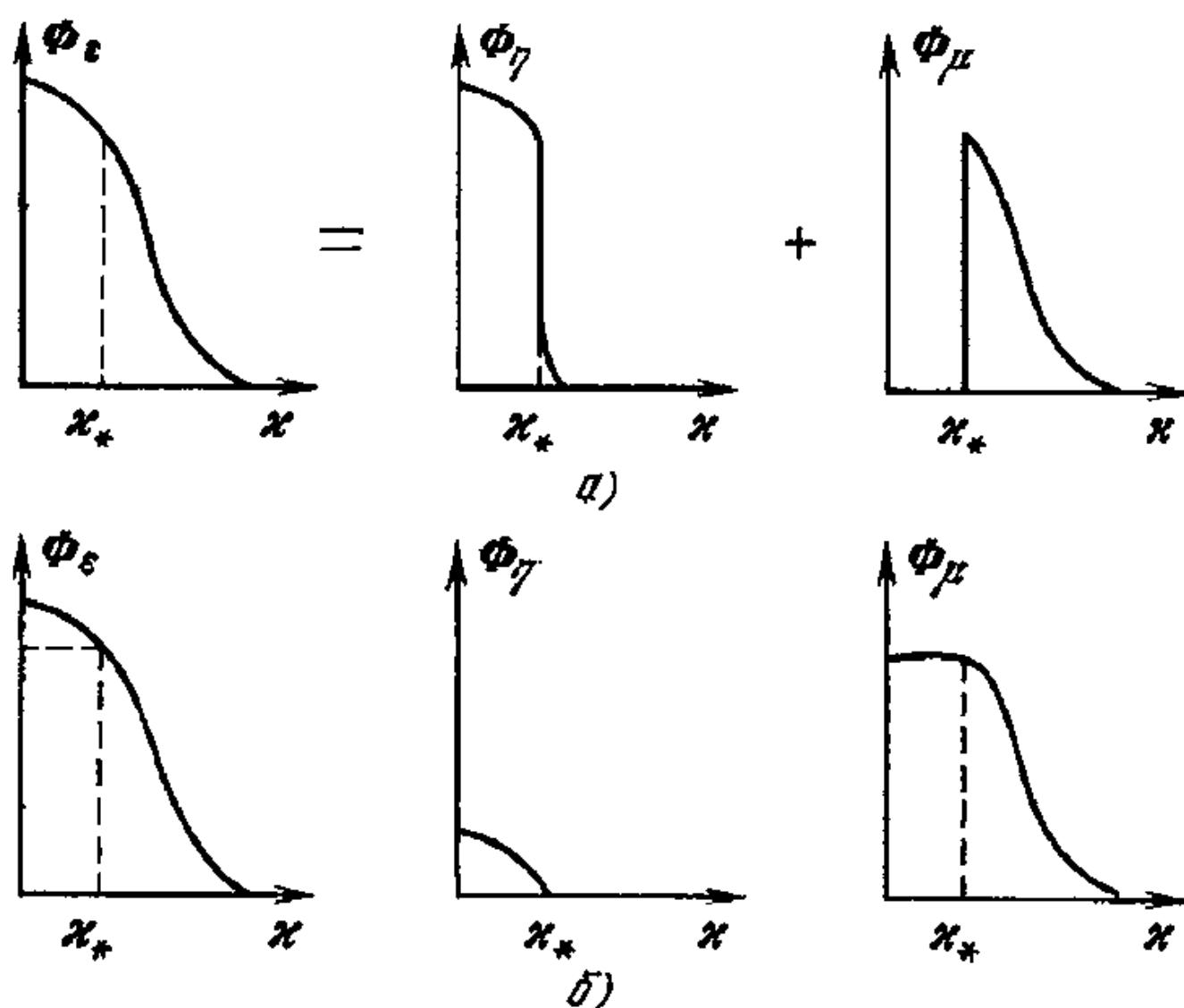


Рис. 31.1

которое обозначим через u_η , а соответствующую этому уравнению функцию Грина — через g_η . Поле u_η и функцию Грина g_η можно найти на основании любого из коротковолновых асимптотических методов, описанных в гл. 2, 3. Поэтому мы будем считать, что поля u_η и g_η известны.

Решая далее уравнение (31.13) методом малых возмущений по μ , получаем разложение

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r}) &= u_\eta(\mathbf{r}) + u_1(\mathbf{r}) + u_2(\mathbf{r}) + \dots = \\ &= u_\eta(\mathbf{r}) - \kappa^2 \int_V \mu(\mathbf{r}') u_\eta(\mathbf{r}') g_\eta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' + \dots, \end{aligned} \quad (31.15)$$

в которое вместо невозмущенного первичного поля u_0 и невозмущенной функции Грина g_0 входят поля

u_η и g_η , испытавшие многократное рассеяние на крупномасштабных неоднородностях.

Средняя интенсивность. Принимая, что η и μ распределены по гауссовскому закону, в выражении для интенсивности однократно рассеянного поля можно провести независимое усреднение по μ и η :

$$\langle I_1(\mathbf{r}) \rangle = \langle |u_1(\mathbf{r})|^2 \rangle = \kappa^4 \int_V \int_V B_\mu(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}''|) \langle u_\eta(\mathbf{r}') \times \\ \times u_\eta^*(\mathbf{r}'') g_\eta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') g_\eta^*(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \rangle d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}''. \quad (31.16)$$

Рассмотрим частный, но важный случай, когда первичное поле u_0 представляет собой направленную сферическую волну

$$u_0(\mathbf{r}) = f(\mathbf{n}) \frac{\exp(i\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad (31.17)$$

диаграмма направленности $f(\mathbf{n})$ которой настолько широка, что ее уширением под действием крупномасштабных неоднородностей среды можно пренебречь. В этом случае волну u_η можно представить в виде

$$u_\eta(\mathbf{r}) = u_0(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0), \quad (31.18)$$

где случайный множитель $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ описывает искажения ненаправленной сферической волны при ее распространении в среде с крупномасштабными неоднородностями. Аналогично представим функцию Грина g_η в виде

$$g_\eta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') W(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad g_0 = -\frac{\exp(i\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (31.19)$$

Подставляя (31.18) и (31.19) в (31.16) и проводя стандартные для первого борновского приближения упрощения, получаем

$$\langle I_1(\mathbf{r}) \rangle = \frac{\kappa^4}{16\pi^2} \int_V \frac{I_0(\mathbf{R}) d^3 \mathbf{R}}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|^2} \int B_\mu(\rho) Q(\mathbf{R}, \rho) \exp(i\mathbf{q} \cdot \rho) d^3 \rho, \quad (31.20)$$

где

$$I_0(\mathbf{R}) = |u_0(\mathbf{R})|^2;$$

$$Q(\mathbf{R}, \rho) = \left\langle W\left(\mathbf{R} + \frac{\rho}{2}, \mathbf{r}_0\right) W^*\left(\mathbf{R} - \frac{\rho}{2}, \mathbf{r}_0\right) \times \right. \\ \left. \times W\left(\mathbf{R} + \frac{\rho}{2}, \mathbf{r}\right) W^*\left(\mathbf{R} - \frac{\rho}{2}, \mathbf{r}\right) \right\rangle. \quad (31.21)$$

Предположим, что поля u_η и g_η когерентны в пределах сферы $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}''| \equiv \rho \leq l_\mu$ (l_μ — радиус корреляции мелкомасштабной составляющей μ), в которой $B_\mu(\rho)$ отлично от нуля. Обозначив через ρ_k радиус когерентности полей u_η и g_η , это предположение можно представить в виде неравенства

$$\rho_k \gg l_\mu. \quad (31.22)$$

При выполнении неравенства (31.22) смешанный момент четвертого порядка $Q(\mathbf{R}, \rho)$ можно заменить на

$$\mathcal{N}(\mathbf{R}) \equiv Q(\mathbf{R}, 0) = \langle |W(\mathbf{R}, \mathbf{r}_0)|^2 |W(\mathbf{R}, \mathbf{r})|^2 \rangle \quad (31.23)$$

и вынести эту величину из-под знака внутреннего интеграла в (31.20). Тогда интенсивность однократно рассеянного поля можно представить в традиционной форме

$$\langle I_1(\mathbf{r}) \rangle = \int_V \frac{I_0(\mathbf{R}) \sigma_\mu(\mathbf{q}) \mathcal{N}(\mathbf{R})}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|^2} d^3 \mathbf{R}, \quad (31.24)$$

где $\sigma_\mu(\mathbf{q}) = (\pi k^4/2) \Phi_\mu(\mathbf{q})$ — борновское сечение рассеяния единичного объема.

Усиление обратного рассеяния. Эффективное сечение рассеяния $\sigma_{\text{эф}} = \sigma_\mu \mathcal{N}$ отличается от борновского σ_μ (см. § 23) множителем $\mathcal{N}$. При обратном рассеянии ($\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, $\vartheta = \pi$) $\mathcal{N} = \mathcal{N}_0 > 1$, т. е. происходит усиление обратного рассеяния. При $\pi - \vartheta \approx \vartheta \mathcal{N} \ll 1$ $\mathcal{N} < 1$, что отвечает ослаблению рассеяния. Здесь $\vartheta \mathcal{N} \sim \rho \mathcal{N} / |\mathbf{R} - \mathbf{r}|$ — угловой, а $\rho \mathcal{N}$ — пространственный масштаб корреляции величины $|W(\mathbf{r}, \mathbf{R})|^2$, которая описывает флуктуации интенсивности сферической волны. Наконец, при рассеянии вбок или вперед, когда $\pi - \vartheta \gg \vartheta \mathcal{N}$, $\mathcal{N} = 1$.

Область пространства, где наблюдается усиление, зависит, вообще говоря, от геометрии задачи. Например, если угловые размеры рассеивающего объема V меньше $\vartheta \mathcal{N}$, то усиление наблюдается в секторе $\pi - \vartheta \leq \vartheta \mathcal{N}$ (заштрихованном на рис. 31.2,а). Если излучатель находится внутри рассеивающего объема, то увеличение интенсивности рассеянного поля $\langle I_1 \rangle$ имеет место только в области, непосредственно примыкающей к излуча-

телю, размеры которой $\rho_{\mathcal{N}}$ и $\rho_{\mathcal{N}}/\gamma$, где γ — ширина диаграммы направленности излучателя (рис. 31.2, б). Вне этой области усиление рассеяния «замазывается», поскольку для большей части рассеивающего объема угол рассеяния ϑ отличается от π больше, чем на $\vartheta_{\mathcal{N}}$.

В более общем случае, когда первичное поле u_{η} представляет собой остронаправленную сферическую волну или узкий волновой пучок, средняя интенсивность первичного поля $\langle I_{\eta} \rangle$ меньше невозмущенной интенсивности I_0 .

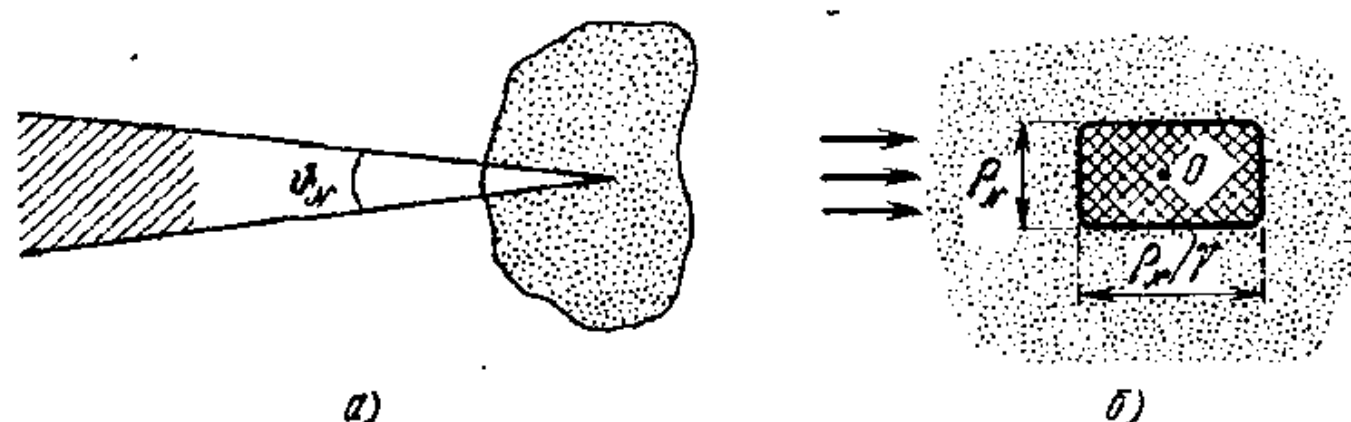


Рис. 31.2

из-за уширения диаграммы направленности под действием крупномасштабных неоднородностей. Поэтому при исследовании рассеяния узких пучков можно говорить лишь об относительном усилении.

Полученная нами формула (31.24) для интенсивности однократно рассеянного поля, на первый взгляд, зависит от способа разбиения флуктуаций диэлектрической проницаемости на составляющие η и μ . Однако на самом деле это не так. Например, при рассеянии вбок (рис. 31.3) $\mathcal{N}=1$, а $\sigma_{\mu}(q) = \tau_{\epsilon}(q)$, поскольку при $q = 2k \sin(\vartheta/2) > k_*$ спектр $\Phi_{\mu}(q)$ совпадает с полным спектром $\Phi_{\epsilon}(q)$. Поэтому выражение (31.24) принимает вид

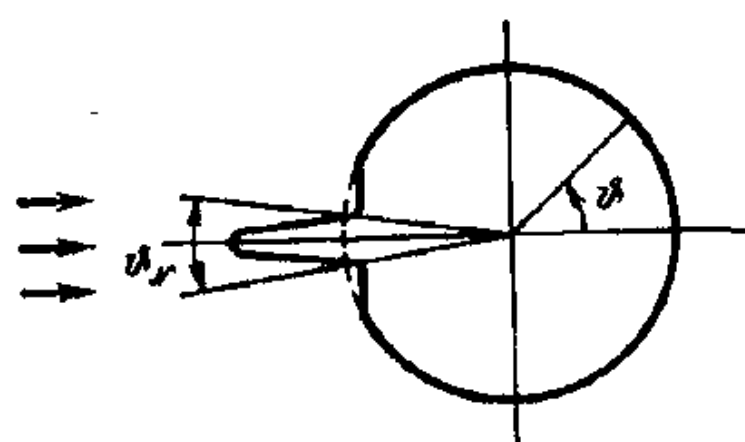


Рис. 31.3

$$\langle I_1(\mathbf{r}) \rangle = \int_V \frac{I_0(\mathbf{R}) \sigma_{\epsilon}(q)}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|^2} d^3 \mathbf{R}, \quad (31.25)$$

не зависящий от способа разбиения спектра Φ_{ϵ} на составляющие Φ_{μ} и Φ_{η} . Область применимости выражения

(31.25) ограничена условием, что средняя интенсивность первичной волны $\langle I_\eta \rangle \equiv \langle |u_\eta|^2 \rangle$ мало ослабляется из-за рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях. Это условие удовлетворяется, если произведение коэффициента экстинкции

$$\alpha_\mu = \int \sigma_\mu(q) d\Omega = \frac{(\pi\kappa)^2}{2} \int_0^{2\kappa} \Phi_\mu(\kappa) \kappa d\kappa \quad (31.26)$$

на дистанцию d , проходимую волной в рассеивающей среде, мало по сравнению с единицей:

$$\alpha_\mu d \ll 1. \quad (31.27)$$

Отметим, что при боковом рассеянии выражение (31.25) формально оказывается таким же, как и в обычном борновском приближении. Однако теперь оно справедливо при выполнении неравенства (31.27), которое значительно слабее условия $\alpha_\mu d \ll 1$ (31.8), ограничивающего допустимую дистанцию d в обычном борновском приближении. Поэтому гибридный метод существенно расширяет границы применимости первого борновского приближения для бокового рассеяния.

Можно показать, что интенсивность $\langle I_\eta \rangle$ инвариантна относительно разбиения Φ_μ на составляющие Φ_η и Φ_μ также при рассеянии вперед и назад (см. [76]).

Усиление обратного рассеяния следует принимать во внимание в первую очередь при анализе рассеяния волн в ионосфере, где, как известно, одновременно имеются и крупномасштабные (от нескольких сотен метров до десятков километров), и мелкомасштабные неоднородности, обусловленные, в частности, тепловыми флуктуациями. Поэтому при измерениях электронной концентрации в ионосфере по методу некогерентного рассеяния первичная волна искажается из-за наличия крупномасштабных неоднородностей. В результате рассчитанное обычным образом (т. е. без учета усиления обратного рассеяния) значение электронной концентрации N оказывается завышенным в $\mathcal{N}_0$ раз. При наклонном зондировании $\mathcal{N}_0$ может достигать 1,3—1,5.

Влияние рефракции на рассеяние. В большинстве случаев слабое искривление лучей, обусловленное рефракцией, не влияет на интенсивность рассеянного поля. Исключение составляет лишь рассеяние на сильно вытя-

нутых неоднородностях полярной ионосферы, ответственных за авроральные радиоотражения.

Как уже было отмечено в § 28, рассеивающие неоднородности в целом ориентированы вдоль магнитного поля и сосредоточены в узком интервале высот от 100 до 120 км. Вследствие ракурсного эффекта наибольшее обратное рассеяние наблюдается на лучах, которые перпендикулярны магнитному полю в пределах указанного интервала высот. Слабая рефракция, отклоняющая луч на $1-3^\circ$, в состоянии существенно сместить ракурсную точку, т. е. точку ортогональности между лучом и магнитным полем. Согласно [99] такое смещение может достигать нескольких сотен километров. Этот эффект необходимо учитывать, например, при сопоставлении данных об авроральных отражениях, полученных на разных частотах. Вследствие зависимости ионосферной рефракции от частоты распределение радиоотражений по азимуту и дальности также оказывается частотно-зависимым, что мешает восстановлению спектра возмущения в фиксированной точке пространства.

Глава 7

РАССЕЯНИЕ НА ДИСКРЕТНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

32. ДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Однократно рассеянное поле. Пусть невозмущенная волна E_0 облучает частицу, центр которой находится в точке r_j (рис. 32.1). Поле E_s , рассеянное этой частицей, выразим через тензорную амплитуду рассеяния $\hat{F}_j$:

$$E_s(t, r) = \frac{\kappa^2 \exp(-i\omega_0 t + i\kappa|r - r_j|)}{|r - r_j|} \times \\ \times \left[m_j \left[m_j \hat{F}_j E_0 \left(t - \frac{|r - r_j|}{c}, r_j \right) \right] \right], \quad (32.1)$$

где

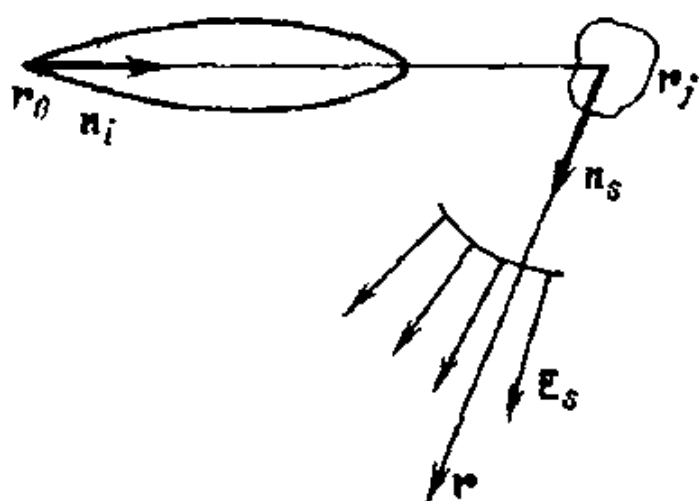
$$m_j = (r - r_j) / |r - r_j| \quad (32.2)$$

— единичный вектор, направленный из точки r_j в точку наблюдения r .

Тензорная амплитуда рассеяния $\hat{F}_j$ нормирована так, чтобы для малой по сравнению с длиной волны частицы тензор $\hat{F}_j$ совпадал с тензором поляризуемости $\hat{\alpha}_j$, который определяет величину дипольного момента $\mathbf{p}_j$, наведенного внешней волной $\mathbf{E}_0$:

$$\mathbf{p}_j = \hat{\alpha}_j \mathbf{E}_0, \quad \hat{F}_j = \hat{\alpha}_j, \quad \lambda \gg l_{\max} \quad (32.3)$$

($l_{\max}$ — максимальный размер частицы). Для малых частиц $\hat{F}_j$ можно рассчитать по формулам электростатики,



а для больших тел требуется привлечение дифракционной теории [109].

Пусть F_0 — максимальная из компонент тензора $\hat{F}_j$. Тогда $\hat{F}_j$ удобно записать в виде

$$\hat{F}_j = \hat{\chi}_j F_0, \quad (32.4)$$

Рис. 32.1

где тензор $\hat{\chi}_j = \hat{F}_j / F_0$ характеризует поляризацию поля, рассеянного j -й частицей, а F_0 — интенсивность рассеяния.

Если в качестве первичного поля $\mathbf{E}_0$ взять поле направленной сферической волны (22.2) и просуммировать поля, рассеянные всеми частицами, попавшими в зону облучения, то результирующее рассеянное поле

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s = \kappa^2 \sum_{j=1}^N [\mathbf{m}_j [\mathbf{m}_j \hat{\chi}_j \mathbf{e}_0]] F_0 A_0 \exp \left[-i\omega_0 \left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|}{c} - \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right) \right] \frac{s \left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|}{c} - \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|} \hat{f}_0(\mathbf{n}_j), \\ \mathbf{n}_j = \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|}. \end{aligned} \quad (32.5)$$

Сигнал на выходе антенны. Если проинтегрировать выражение (32.5) по раскрытию приемной антенны, повторив выкладки из § 22, получим

$$u(t) = \kappa^2 \sum_{j=1}^N \mathbf{e}_a^* [\mathbf{m}_j [\mathbf{m}_j \hat{\chi}_j \mathbf{e}_0]] F_0 A_0 \exp \left[-i\omega_0 \left(t - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j|}{c} - \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right) \right]$$

$$\left. - \frac{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right) \left] \frac{s \left(t - \frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j|}{c} - \frac{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|}{c} \right)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j| |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j|} f_0(\mathbf{n}_j) f_1(\mathbf{m}_j), \quad (32.6)$$

где $\mathbf{r}_a$ — радиус-вектор центра приемной антенны. В (32.6) входит диаграмма направленности приемной антенны $f_1(\mathbf{m})$, определенная согласно (22.5), и поляризационный множитель

$$\gamma_j = \mathbf{e}_a^* [\mathbf{m}_j [\mathbf{m}_j \hat{\chi}_j \mathbf{e}_0]]. \quad (32.7)$$

Единичный вектор $\mathbf{e}_a$ характеризует поляризацию приемной антенны.

Заметим, что выражение (32.6) можно получить из формулы (22.4), описывающей рассеяние на непрерывных объемных неоднородностях, при помощи формальной замены

$$\tilde{\mathbf{v}} \mathbf{e}_0 \rightarrow 4\pi \sum_{j=1}^N \hat{\chi}_j \mathbf{e}_0 F_0 \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j), \quad (32.8)$$

которая переводит объемный интеграл (22.4) в сумму (32.6). В формуле (32.6) легко учесть также изменение поляризации волны при ее распространении в магнитоактивной плазме, для чего надо ввести в (32.6) трансформирующие матрицы $\hat{\Lambda}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j)$ и $\hat{\Lambda}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_a)$. В этом случае поляризационный множитель (32.7) принимает вид

$$\gamma_j = \mathbf{e}_a^* \hat{\Lambda}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_a) [\mathbf{m}_j [\mathbf{m}_j \hat{\chi}_j \hat{\Lambda}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) \mathbf{e}_0]]. \quad (32.9)$$

При рассеянии назад ($\mathbf{r}_a = \mathbf{r}_0$) выражение (32.6) упрощается:

$$u(t) = \kappa^2 \sum_{j=1}^N \gamma_j F_0 A_0 \exp \left[-i\omega_0 \left(t - \frac{2|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right) \right] \times \\ \times s \left(t - \frac{2|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}{c} \right) \frac{f_0^2(\mathbf{n}_j)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|^2}, \quad \gamma_j = \mathbf{e}_a^* \hat{\chi}_j \mathbf{e}_0. \quad (32.10)$$

При учете изменения поляризации

$$\gamma_j = \mathbf{e}_a^* \hat{\Lambda}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0) \hat{\chi}_j \hat{\Lambda}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) \mathbf{e}_0. \quad (32.11)$$

Для сокращения записи сигнал $u(t)$ запишем в виде

$$u(t) = \sum_{j=1}^N Q(\mathbf{r}_j) \exp[-i\omega_0(t - \Delta_j)] s(t - \Delta_j), \quad (32.12)$$

где

$$Q(\mathbf{r}_j) = \frac{\kappa^2 \gamma_j f_0(\mathbf{n}_j) f_1(\mathbf{m}_j) F_0 A_j}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j| |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_a|}; \quad (32.13)$$

$$\Delta_j = [|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j| + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|]/c. \quad (32.14)$$

Запаздывания Δ_j зависят от времени вследствие движения частиц, при этом в (32.12) входит значение радиус-вектора $\mathbf{r}_j$ в момент рассеяния $t' = t - |\mathbf{r}_j(t') - \mathbf{r}_a|/c$, т. е.

$$\Delta_j(t) = [|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j(t')| + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j(t')|]/c. \quad (32.15)$$

Однако в условиях ионосферы и тропосферы время $|\mathbf{r}_j(t') - \mathbf{r}_a|/c$ мало по сравнению со всеми характерными временами движений. Поэтому без заметной ошибки можно положить $t' \approx t$ и тогда

$$\Delta_j(t) \approx [|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_j(t)| + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j(t)|]/c. \quad (32.16)$$

33. РАССЕЯНИЕ НА НЕЗАВИСИМЫХ ЧАСТИЦАХ

Среднее значение рассеянного сигнала. Статистические характеристики совокупности частиц описываются n -частичными плотностями вероятностей $\omega_1(\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j)$, $\omega_2(\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j; \mathbf{r}_m, \mathbf{v}_m)$ и т. д., задающими закон распределения случайных координат и скоростей. В случае анизотропных частиц нужно задать еще и закон распределения частиц по их ориентациям, а в случае частиц различной формы и различных размеров — распределение геометрических параметров [109].

Усреднение по размерам и ориентациям частиц обычно можно осуществить независимо от усреднения по положениям частиц, а в некоторых случаях независимо и от усреднения по скоростям. Сосредоточим внимание на усреднении по положениям и скоростям частиц.

Примем естественное предположение, что все частицы равноправны. В этом случае все функции $\omega_n(\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j, \dots)$ ($n=1, 2, \dots$) не зависят от индексов переменных $\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j$.

Среднее значение сигнала $\langle u(t) \rangle$ можно получить, усреднив (32.12) при помощи одночастичной плотности вероятностей ω_1 :

$$\begin{aligned} \langle u(t) \rangle = N \int Q(\mathbf{r}') \exp[-i\omega_0(t - \Delta)] \times \\ \times s(t - \Delta) \omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}) d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (33.1)$$

Здесь значения $Q(\mathbf{r}')$ и Δ' определяются выражениями (32.13) и (32.14) соответственно, если заменить точки рассеяния $\mathbf{r}_j$ на $\mathbf{r}'$.

Входящие в выражения (33.1) величины $Q(\mathbf{r}')$ и $\omega_1(\mathbf{r}')$ плавно меняются в пределах рассеивающего объема, а излученный сигнал $s(t)$ содержит много периодов колебаний $T_0 = 2\pi/\omega_0$. Поэтому интегрирование произведения $Qs\omega_1$ с быстро осциллирующей функцией $\exp[-i\omega_0(t-\Delta)]$ дает очень малые значения $\langle u \rangle$. Оценку $\langle u \rangle$ при рассеянии назад или вбок можно получить по схеме, использованной в [43].

В случае монохроматического сигнала ($s=1$) величина $|\langle u \rangle|$ экспоненциально мала:

$$|\langle u \rangle| \approx N |u_1| e^{-qd}, \quad (33.2)$$

где d — меньший из масштабов изменения функций $Q(\mathbf{r}')$ и $\omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v})$; u_1 — сигнал от одного рассеивателя, а $q = |\kappa(\mathbf{n} - \mathbf{m})|$ — модуль вектора рассеяния. Такую же оценку мы получим и в случае гладкого импульса протяженностью d . Если же сигнал имеет прямоугольную форму, то

$$|\langle u \rangle| \sim N |u_1| / qd_{\perp}, \quad (33.3)$$

где $d_{\perp}$ — поперечный размер рассеивающего объема. Малость среднего (когерентно рассеянного) поля обусловлена тем, что вклад каждого слоя толщиной $b \ll \lambda$ практически полностью компенсируется соседним слоем, отстоящим от первого на $\lambda/4$ и содержащим почти одинаковое с ним число частиц. Из-за случайности числа частиц в каждом слое возникает слабый нескомпенсированный остаток, оцениваемый формулами (33.2) и (33.3).

При рассеянии вперед разность хода волн, рассеянных различными частицами, существенно меньше, чем при рассеянии назад и вбок, а среднее значение сигнала значительно больше. При достаточно большом удалении от рассеивающего объема ($r \gg kd^2$), когда точка наблюдения попадает во фраунгоферову зону рассеивающего объема, $\langle u \rangle = Nu_1$ [43]. При нарушении условия $r \gg \gg kd^2$ получаются другие оценки, приведенные, например, в [86].

Временная корреляционная функция рассеянного сигнала. Корреляционную функцию $B_u(t_1, t_2) = \langle u(t_1)u^*(t_2) \rangle$ получим, усреднив произведение $u(t_1)u^*(t_2)$ с двухчастичной плотностью вероятности ω_2 :

$$B_u(t_1, t_2) = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N \iiint Q(\mathbf{r}_j) \exp\{-i\omega_0[t_1 - \Delta_j(t_1)]\} \times$$

$$\times s(t_1 - \Delta_j(t_1)) Q^*(\mathbf{r}_m) \exp \{i \omega_0 [t_2 - \Delta_m(t_2)]\} \times \\ \times s^*(t_2 - \Delta_m(t_2)) \omega_2(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_m, \mathbf{v}_j, \mathbf{v}_m) d^3 \mathbf{r}_j d^3 \mathbf{r}_m d^3 \mathbf{v}_j d^3 \mathbf{v}_m. \quad (33.4)$$

Двойная сумма здесь содержит N^2 членов, из которых N членов отвечает слагаемым с $j=m$, а N^2-N —слагаемым с $j \neq m$:

$$B_u(t_1, t_2) = B_I(t_1, t_2) + B_{II}(t_1, t_2), \quad (33.5)$$

$$B_I(t_1, t_2) = N \int |Q(\mathbf{r})|^2 \exp \{-i \omega_0 [t_1 - t_2 - \Delta'(t_1) + \Delta'(t_2)]\} \times \\ \times s(t_1 - \Delta'(t_1)) s^*(t_2 - \Delta'(t_2)) \omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{v}', \quad (33.6)$$

$$B_{II}(t_1, t_2) = (N^2 - N) \iint Q(\mathbf{r}') Q^*(\mathbf{r}'') \exp \{ -i \omega_0 (t_1 - t_2 - \\ - \Delta'(t_1) + \Delta'(t_2)) \} s(t_1 - \Delta'(t_1)) s^*(t_2 - \Delta'(t_2)) \times \\ \times \omega_2(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \mathbf{v}', \mathbf{v}'') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}'' d^3 \mathbf{v}' d^3 \mathbf{v}''. \quad (33.7)$$

Здесь $\Delta'(t) = [|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'(t)| + |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'(t)|]/c$.

В случае независимых частиц, когда двухчастичная плотность вероятностей распадается на произведение одночастичных

$$\omega_2(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \mathbf{v}', \mathbf{v}'') = \omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}') \omega_1(\mathbf{r}'', \mathbf{v}''), \quad (33.8)$$

функция $B_{II}(t_1, t_2)$ выражается через произведение средних значений сигналов:

$$B_{II}(t_1, t_2) \approx \frac{N^2 - N}{N^2} \langle u(t_1) \rangle \langle u^*(t_2) \rangle \approx \langle u(t_1) \rangle \langle u^*(t_2) \rangle. \quad (33.9)$$

В этом случае вклад B_{II} пренебрежимо мал. Эту функцию надо учитывать лишь при наличии корреляции между положениями или скоростями частиц. Особенности, связанные с коллективными эффектами, мы рассмотрим в § 34. Здесь же сосредоточим внимание на частном, но распространенном случае независимых частиц, когда

$$B_u(t_1, t_2) \approx B_I(t_1, t_2). \quad (33.10)$$

Средняя интенсивность. Положив в (33.6) $t_1 = t_2$, под знаком интеграла получим выражение, не зависящее от скорости. Это позволяет провести интегрирование по $\mathbf{v}'$, и в результате

$$\langle I_{\text{из}} \rangle = N \int |Q(\mathbf{r}')|^2 |s(t - \Delta'(t))|^2 \omega_1(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (33.11)$$

Эту формулу можно записать иначе, если ввести среднюю концентрацию частиц

$$n(\mathbf{r}') = N \omega_1(\mathbf{r}'), \quad (33.12)$$

сечение рассеяния одной частицы, усредненное по ансамблю частиц,

$$\sigma_1 = \bar{\gamma}^2 \kappa^4 \bar{F}_0^2 \quad (33.13)$$

и сечение рассеяния единичного объема

$$\sigma_{\text{нз}}(\mathbf{r}') = n(\mathbf{r}') \sigma_1. \quad (33.14)$$

В новых обозначениях

$$\langle I_{\text{нз}} \rangle = \int \frac{|f_0(\mathbf{n}') f_1(\mathbf{m}')|^2 A_0^2}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|^2 |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|^2} \sigma_{\text{нз}}(\mathbf{r}') |s(t - \Delta'(t))|^2 d^3 \mathbf{r}'. \quad (33.15)$$

Эта формула при $s(t) \equiv 1$ совпадает с выражением (23.13) где, однако, сечение σ связано с параметрами среды иным образом.

Корреляционная функция рассеянного сигнала при монохроматическом облучении. При монохроматическом облучении выражение (33.6) принимает вид

$$B_1(t_1, t_2) = N \int |Q(\mathbf{r}')|^2 \exp \{ -i\omega_0 [t_1 - t_2 - \Delta'(t_1) + \Delta'(t_2)] \} \omega_1(\mathbf{r}') \omega_1(\mathbf{v}') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{v}'. \quad (33.16)$$

По сравнению с (33.6) мы сделали здесь дополнительное допущение о том, что одночастичная плотность вероятности $\omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}')$ может быть факторизована:

$$\omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}') = \omega_1(\mathbf{r}') \omega_1(\mathbf{v}'). \quad (33.17)$$

Рассмотрим разность $\Delta'(t_1) - \Delta'(t_2)$. Согласно (32.15)

$$\Delta'(t_1) - \Delta'(t_2) = [|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'(t_1)| + |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'(t_1)| - |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'(t_2)| - |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'(t_2)|] / c. \quad (33.18)$$

Если $\mathbf{V}(t) = d\mathbf{r}/dt$ — скорость частицы, то радиус-векторы $\mathbf{r}'(t_1)$ и $\mathbf{r}'(t_2)$ можно связать соотношением

$$\mathbf{r}'(t_1) = \mathbf{r}'(t_1 - \tau) + \int_{t_1 - \tau}^{t_1} \mathbf{V}(t') dt', \quad \tau = t_1 - t_2. \quad (33.19)$$

Как и в § 25, из скорости $\mathbf{V}$ выделим регулярную $\bar{\mathbf{v}}$ (скорость дрейфа) и флуктуационную $\tilde{\mathbf{v}}$ составляющие:

$$\mathbf{V} = \bar{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}}. \quad (33.20)$$

В соответствии с этим соотношение (33.19) принимает вид

$$\mathbf{r}'(t_1) = \mathbf{r}'(t_1 - \tau) + \bar{\mathbf{v}}\tau + \delta, \quad (33.21)$$

где

$$\delta = \int_{t_1 - \tau}^{t_1} \tilde{\mathbf{v}}(t') dt'. \quad (33.22)$$

Считая, что величина $\bar{\mathbf{v}}\tau + \delta$ за время корреляции рассеянного сигнала остается малой по сравнению с характерными пространственными масштабами задачи, разложим выражение (33.18) в ряд Тейлора по $\bar{\mathbf{v}}\tau + \delta$:

$$\Delta'(t_1) - \Delta'(t_2) = \frac{1}{c} [\mathbf{n}(\mathbf{r}') - \mathbf{m}(\mathbf{r}')] (\bar{\mathbf{v}}\tau + \delta), \quad (33.23)$$

где $\mathbf{n}$ и $\mathbf{m}$ — единичные векторы, указывающие направление первичной и рассеянной волн в окрестности точки $\mathbf{r}'$:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(\mathbf{r}') &= (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) / |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|; \\ \mathbf{m}(\mathbf{r}') &= (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}') / |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|. \end{aligned} \quad (33.24)$$

Сделаем еще одно упрощение, которое можно оправдать при условии $r \gg d$: разложим вектор $\mathbf{n} - \mathbf{m}$ по степеням $\mathbf{R}$ отклонений от центра рассеивающего объема $\mathbf{R} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}_c$. Если начало отсчета совместить с $\mathbf{r}_c$, то

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}') - \mathbf{m}(\mathbf{r}') \approx \mathbf{n}_0 - \mathbf{m}_0 + \frac{[\mathbf{n}_0 [\mathbf{R}\mathbf{n}_0]]}{|\mathbf{r}_0|} + \frac{[\mathbf{m}_0 [\mathbf{R}\mathbf{m}_0]]}{|\mathbf{r}_a|}. \quad (33.25)$$

В результате, если пренебречь величинами второго порядка малости, содержащими произведение $\mathbf{R} \cdot \delta$, получим

$$\begin{aligned} B_1(\tau) &= N \int |\mathbf{Q}(\mathbf{R})|^2 \exp[-i(\omega_0 + \mathbf{q} \cdot \bar{\mathbf{v}} + \kappa \mathbf{v} \cdot \mathbf{R})\tau - \\ &\quad - i\mathbf{q} \cdot \delta] \omega_1(\mathbf{R}) \omega_1(\tilde{\mathbf{v}}) d^3 \mathbf{R} d^3 \tilde{\mathbf{v}}, \end{aligned} \quad (33.26)$$

где в качестве пространственной переменной интегрирования взята величина $\mathbf{R}$ и где $\mathbf{v}$ — вектор, аналогичный (24.4):

$$\mathbf{v} = \frac{[\mathbf{n}_0 [\bar{\mathbf{v}}\mathbf{n}_0]]}{|\mathbf{r}_0|} + \frac{[\mathbf{m}_0 [\bar{\mathbf{v}}\mathbf{m}_0]]}{|\mathbf{r}_a|}. \quad (33.27)$$

Некоторые частные случаи. Равномерный дрейф частиц. Входящая в формулу (33.26) величина

$$\chi(\mathbf{q}) \equiv \int \exp(-i\mathbf{q} \cdot \delta) \omega_1(\tilde{\mathbf{v}}) d^3 \tilde{\mathbf{v}} = \left\langle \exp \left[-i\mathbf{q} \cdot \int_{t_1 - \tau}^{t_1} \tilde{\mathbf{v}}(t') dt' \right] \right\rangle_v \quad (33.28)$$

описывает декорреляцию рассеянного сигнала, связанную со случайным движением частиц. Если такое движение отсутствует и система частиц участвует только в общем равномерном движении со скоростью дрейфа $\bar{v}$, корреляционная функция (33.26) упрощается и принимает вид, аналогичный (24.10):

$$B_1(\tau) = \int |Q(R)|^2 \exp[-i(\omega_0 + q \cdot \bar{v} + i\kappa v \cdot R)\tau] n(R) d^3 R, \quad (33.29)$$

где $n(R)$ — средняя концентрация частиц (33.12). В показателе экспоненты в (33.29) стоит частота рассеянного сигнала с учетом доплеровского сдвига (24.12). Спектральный анализ полученного выражения осуществляется так же, как и в § 24 [см. (24.11)].

Блуждающие частицы. Если частицы совершают случайное движение, полностью увлекаясь потоками воздуха, величина (33.28) вычисляется так же, как и в формуле (25.8). Поэтому сразу же можно записать следующий результат, вытекающий из (25.11):

$$\langle \exp(-i q \cdot \delta) \rangle_v = \begin{cases} \exp(-q^2 \sigma_v^2 \tau^2 / 6), & \tau \ll \tau_0, \\ \exp(-q^2 \sigma_v^2 |\tau| \tau_0 / 6), & \tau \gg \tau_0, \end{cases} \quad (33.30)$$

где τ_0 — время свободного пробега частицы в потоке. Анализ этого результата как при временном, так и при спектральном рассмотрении см. в § 25.

Тепловое движение рассеивателей. Если пренебречь соударениями, то в (33.28) можно положить

$$\int_{t-\tau}^t \tilde{v}_i(t') dt' \approx \tilde{v}_i \tau.$$

Усреднение в (33.28) с использованием максвелловской функции распределения дает тогда

$$\langle \exp(-i q \cdot \delta) \rangle_v = \exp(-1/6 q^2 \sigma_v^2 \tau^2), \quad (33.31)$$

где $\sigma_v = v = \sqrt{2kT/m}$ — тепловая скорость частиц.

Разброс скоростей из-за различия геометрических размеров частиц. Для малых сферических частиц радиусом a и плотностью ρ установившаяся скорость падения в воздухе определяется выражением

$$v_{уст} = mg / (6\pi\eta a) = 2\rho a^2 / (9\eta), \quad (33.32)$$

где η — вязкость воздуха; $m = 4\pi\rho a^3/3$ — масса частицы. Если плотность вероятностей размеров частиц равна

$w(a)$, то для плотности вероятностей вертикальной компоненты скорости $v_z = v_{уст} \hat{z}$ имеем

$$w_1(v_z) = w(a) [dv_z/da]^{-1} \quad (33.33)$$

или с учетом (33.32)

$$w_1(v_z) = w(\sqrt{9\eta v_z/(2\rho)}) \sqrt{9\eta/(8\rho v_z)}. \quad (33.34)$$

Проводя в (33.28) усреднение с этой плотностью вероятностей, имеем

$$\begin{aligned} \chi(q) &\equiv \langle \exp(-iq \cdot \delta) \rangle_v = \\ &= \int \exp(-iq_z v_z \tau) w(\sqrt{9\eta v_z/(2\rho)}) \sqrt{9\eta/(8\rho v_z)} dv_z. \end{aligned} \quad (33.35)$$

Модели плотности вероятностей $w(a)$ для гидрометеоров обсуждаются во многих работах (см., например, [8, 110, 111]).

34. ПРОЧИЕ ЭФФЕКТЫ

Коллективные эффекты при рассеянии. При коррелированных положениях и скоростях частиц в выражении (33.5) необходимо учитывать не только первое, но и второе слагаемое. Возникающие здесь эффекты можно проиллюстрировать на примере монохроматической волны ($s=1$), рассеиваемой неподвижными частицами с коррелированными положениями. Согласно (33.7) в указанном частном случае коллективные эффекты приводят к следующему значению средней интенсивности рассеянной волны:

$$\begin{aligned} \langle I \rangle_{\text{кол}} = B_{11}(t_1, t_1) &= (N^2 - N) \int \int Q(\mathbf{r}') Q^*(\mathbf{r}'') w_2(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \times \\ &\times \exp\{i\kappa[|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0| + |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'| - |\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_0| - |\mathbf{r}_a - \\ &\quad - \mathbf{r}''|]\} d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}''. \end{aligned} \quad (34.1)$$

В этой формуле уже проведено интегрирование по скоростям $\mathbf{v}'$ и $\mathbf{v}''$, поскольку подынтегральное выражение не зависит от скоростей.

Представим двухчастичную плотность вероятностей w_2 в виде

$$w_2(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = w_1(\mathbf{r}') w_1(\mathbf{r}'') [1 + \mu(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')], \quad (34.2)$$

где функция $\mu(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ характеризует степень взаимосвязанности положений частиц: при $\mu=0$ двухчастичная

функция $\psi_2(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ распадается на произведение двух одночастичных функций $\psi_1(\mathbf{r}')\psi_1(\mathbf{r}'')$.

Первое слагаемое в (34.2) отвечает независимым частицам и приводит аналогично (33.9) к произведению средних значений сигналов, которое достаточно мало. Поэтому мы сразу исключим это слагаемое из рассмотрения, записав вместо (34.1) соотношение

$$\langle I \rangle_{\text{кол}} \approx \iint Q(\mathbf{r}') Q^*(\mathbf{r}'') n(\mathbf{r}') n(\mathbf{r}'') \mu(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \times \\ \times \exp \{ i \kappa [|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0| + |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'| - |\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_0| - |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}''|] \} d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}'', \quad (34.3)$$

где $n(\mathbf{r})$ — средняя концентрация частиц (33.12).

Пользуясь тем, что функция $\mu(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \mu(\rho, \mathbf{R})$, $\rho = \mathbf{r}' - \mathbf{r}''$, $\mathbf{R} = (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')/2$ отлична от нуля в ограниченной области пространства $\rho = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}''| < l_{\text{кор}}$, где $l_{\text{кор}}$ — размер области заметной корреляции, проведем в (34.3) разложение показателя экспоненты по переменной ρ :

$$\exp(i\kappa[\dots]) \approx \exp[-iq(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')]. \quad (34.4)$$

Вектор рассеяния $\mathbf{q}$ зависит здесь от положения точки рассеяния $\mathbf{R}$.

В силу медленности изменения множителей $Q(\mathbf{r})$ и $n(\mathbf{r})$ по сравнению с μ можно взять их значения при $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'' = \mathbf{R}$, и тогда интегрирование произведения $\mu(\rho, \mathbf{R}) \exp(-iq \cdot \rho)$ по ρ дает преобразование Фурье

$$\Phi_\mu(\mathbf{q}, \mathbf{R}) = (2\pi)^{-3} \int d^3 \rho \exp(-iq \cdot \rho) \mu(\rho, \mathbf{R}), \quad (34.5)$$

при этом выражение (34.3) принимает вид

$$\langle I \rangle_{\text{кол}} = (2\pi)^3 \int |Q(\mathbf{R})|^2 n^2(\mathbf{R}) \Phi_\mu(\mathbf{q}, \mathbf{R}) d^3 \mathbf{R}. \quad (34.6)$$

Это выражение можно представить в виде, аналогичном (33.15) (при $s=1$),

$$\langle I \rangle_{\text{кол}} = \int \frac{|f_0(\mathbf{n}') f_1(\mathbf{m}')|^2 A_0^2}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|^2 |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}'|^2} \sigma_{\text{кол}}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (34.7)$$

если ввести коллективное сечение рассеяния

$$\sigma_{\text{кол}}(\mathbf{q}, \mathbf{R}) = 8\pi^3 n^2 \Phi_\mu(\mathbf{q}, \mathbf{R}) \sigma_1. \quad (34.8)$$

В отличие от $\sigma_{\text{нз}} = n\sigma_1$ сечение $\sigma_{\text{кол}}$ пропорционально квадрату концентрации частиц n^2 . Поэтому при увеличении концентрации частиц результирующее сечение рассеяния

$$\sigma = \sigma_{\text{нз}} + \sigma_{\text{кол}} = [n + n^2 8\pi^3 \Phi_\mu] \sigma_1 \quad (34.9)$$

будет определяться коллективными процессами, тогда как при малых концентрациях преобладает рассеяние на независимых частицах [91, 112—114].

Деполяризация при рассеянии на анизотропных неоднородностях. Найдем величину поляризационного множителя при рассеянии на анизотропных дискретных неоднородностях. Согласно (32.10) при рассеянии назад

$$\langle |\gamma_a|^2 \rangle = \langle |e_a^* \hat{\chi} e_0|^2 \rangle, \quad (34.10)$$

где e_0 — вектор поляризации излучаемой волны; e_a — вектор поляризации приемной антенны, а усреднение проводится по ориентациям частиц. Если прием производится антенной с другим вектором поляризации e_b , то

$$\langle |\gamma_b|^2 \rangle = \langle |e_b^* \hat{\chi} e_0|^2 \rangle. \quad (34.11)$$

Пусть векторы e_a и e_b взаимно-ортогональны, $e_a \cdot e_b^* = 0$, а вектор e_a совпадает с e_0 . Тогда отношение

$$D = \frac{\langle |\gamma_b|^2 \rangle}{\langle |\gamma_a|^2 \rangle + \langle |\gamma_b|^2 \rangle} \quad (34.12)$$

может служить мерой деполаризации рассеянного поля. Коэффициент деполаризации D связан со степенью поляризации P соотношением $D = 1 - P$.

Расчет коэффициента деполаризации D проведем при следующих упрощающих допущениях*). Частицы будем считать малыми по сравнению с длиной волны, одинаковыми и осесимметричными, а распределение частиц по ориентациям — равномерным на единичной сфере. При этих допущениях амплитуда рассеяния $\hat{F}$ совпадает

с тензором поляризуемости $\hat{\alpha}$, а тензор $\hat{\chi} = \hat{F}/F_{\max}$ в «собственной» системе координат $r' = \{x', y', z'\}$ (ось z' направлена вдоль оси частицы, рис. 34.1) диагонален:

$$\chi' = \begin{pmatrix} \chi_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (34.13)$$

*) Сходная задача решена в [109] в терминах параметров Стокса.

В силу малости частот по сравнению с длиной волны поперечная $\chi_{\perp}$ и продольная $\chi_{\parallel}$ величины поляризуемости не зависят от углов.

Пусть ось частицы ориентирована под углом θ к направлению распространения волны (ось z), а проекция оси на плоскость $\{x, y\}$ составляет угол φ с осью x . «Собственную» систему координат x', y', z' расположим так, чтобы ось y' лежала в плоскости $\{y, z\}$. При таком выборе координат косинусы $c_{i'j'}$ углов между осями x'_i и x'_j равны

$$c_{i'j'} = \begin{pmatrix} \cos \mu & -\sin \mu \sin \nu & -\sin \mu \cos \nu \\ 0 & \cos \nu & -\sin \nu \\ \sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (34.14)$$

где

$$\begin{aligned} \cos \mu &= \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi}; \quad \sin \mu = \sin \theta \cos \varphi; \\ \cos \nu &= \cos \theta / \cos \mu; \quad \sin \nu = \sin \theta \sin \varphi / \cos \mu. \end{aligned} \quad (34.15)$$

Компоненты тензора $\hat{\chi}$ в системе координат $\{x, y, z\}$ связаны с компонентами тензора $\hat{\chi}'$ в «собственной» системе соотношениями

$$\chi_{kl} = \sum_{i', j'} c_{i'k} c_{j'l} \chi_{i'j'}. \quad (34.16)$$

В случае линейной поляризации первичной волны зададим вектор $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_a = \{1, 0, 0\}$ ориентированным вдоль оси x , а деполаризованной будем считать y -компоненту: Тогда, используя (34.14) — (34.16), имеем

$$\begin{aligned} \gamma_a &= \chi_{xx} = \chi_{\perp} + (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi; \\ \gamma_b &= \chi_{yx} = (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi. \end{aligned} \quad (34.17)$$

Усредняя величины γ_a и γ_b по единичной сфере (при равномерном распределении вероятность $d\omega$ попадания оси частицы z' в телесный угол $d\Omega$ равна $d\Omega/4\pi = \sin \theta d\theta d\varphi/4\pi$), имеем

$$\langle |\gamma_a|^2 \rangle = (8\chi_{\perp}^2 + 4\chi_{\parallel}\chi_{\perp} + 3\chi_{\parallel}^2)/15; \quad \langle |\gamma_b|^2 \rangle = (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})^2/15.$$

В результате в случае линейной поляризации коэффициент деполаризации (34.12)

$$D_{\perp} = \frac{(\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})^2}{9\chi_{\perp}^2 + 2\chi_{\parallel}\chi_{\perp} + 4\chi_{\parallel}^2}. \quad (34.18)$$

Для сильно вытянутых частиц ($\chi_{\parallel} \gg \chi_{\perp}$) $D \approx 1/4$, для сильно сплюснутых ($\chi_{\parallel} \ll \chi_{\perp}$) $D \approx 1/9$, для изотропных частиц ($\chi_{\perp} = \chi_{\parallel}$), как и следовало ожидать, $D = 0$.

Для излучаемой волны с правой круговой поляризацией положим $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_a = \{1/\sqrt{2}, i/\sqrt{2}, 0\}$, а в качестве $\mathbf{e}_b$ возьмем вектор $\{1/\sqrt{2}, -i/\sqrt{2}, 0\}$, отвечающий волне с левой круговой поляризацией. Тогда

$$\gamma_a = (\chi_{xx} + \chi_{yy})/2; \quad \gamma_b = (\chi_{xx} - \chi_{yy} + 2i\chi_{yx})/2, \quad (34.19)$$

где χ_{xx} и $\chi_{yx} = \chi_{xy}$ определяются выражением (34.17), а $\chi_{yy} = \chi_{\perp} + (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi$. Усреднение (34.19) дает

$$\langle |\gamma_a|^2 \rangle = (7\chi_{\perp}^2 + 6\chi_{\parallel}\chi_{\perp} + 2\chi_{\parallel}^2)/15; \quad \langle |\gamma_b|^2 \rangle = 2(\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})^2/15,$$

откуда

$$D_{\text{кр}} = \frac{2(\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})^2}{9\chi_{\perp}^2 + 2\chi_{\parallel}\chi_{\perp} + 4\chi_{\parallel}^2}.$$

Для вытянутых частиц ($\chi_{\parallel} \gg \chi_{\perp}$) $D = 1/2$, а для сплюснутых ($\chi_{\parallel} \ll \chi_{\perp}$) $D = 2/9$.

Отметим, что при наличии магнитного поля, т. е. при учете эффекта Фарадея, коэффициенты деполаризации $D_{\text{л}}$ и $D_{\text{кр}}$ не изменяются*). То же можно сказать и о действии рефракции.

Усиление обратного рассеяния на частицах в случайно-неоднородной среде. Эффект усиления обратного рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях при наличии крупномасштабных неоднородностей мы описали в гл. 6. Такой же эффект проявляется и при рассеянии на дискретных частицах [115]. Усиление обратного рассеяния наблюдается до тех пор, пока размеры частиц или тел малы по сравнению с поперечным радиусом корреляции падающей волны. В противоположном случае может наблюдаться ослабление рассеяния [116].

Учет корреляции среда — частица. Частица, находящаяся в случайно-однородной среде, исключает рассеяние на той части флуктуирующей среды, которая вытес-

*) Однако в области квазипоперечного распространения, где происходит трансформация нормальных волн, следует ожидать некоторых изменений D .

нена частицей. За счет этого возникает корреляция между флуктуациями параметров среды и положениями частиц. Этот эффект был рассмотрен в работе [117] на основе модели «дырок» во флуктуирующей среде, образованных частицами.

Пусть $\theta_i(\mathbf{r})$ — функция, равная единице внутри объема, занятого i -й частицей, и нулю вне этого объема, $\varepsilon(\mathbf{r}) = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$ — диэлектрическая проницаемость среды, а ε_1 — диэлектрическая проницаемость малой частицы. Если концентрация и размеры частиц достаточно малы, чтобы можно было пренебречь воздействием частиц на динамику турбулентных возмущений среды, то результирующая диэлектрическая проницаемость среды

$$\varepsilon_{\text{эф}}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) \left[1 - \sum_i \theta_i(\mathbf{r}) \right] + \varepsilon_1 \sum_i \theta_i(\mathbf{r}). \quad (34.20)$$

Слагаемое $-\varepsilon(\mathbf{r}) \sum_i \theta_i(\mathbf{r})$ описывает здесь вклад дырок в результирующее рассеяние.

Расчеты, проведенные в [117], показывают, что сечение рассеяния единичного объема можно представить в виде трех слагаемых:

$$\sigma = \sigma_{\text{ч}} + \sigma_{\text{с}} + \sigma_{\text{д}}, \quad (34.21)$$

отвечающих частицам, среде и дыркам. В условиях, когда неоднородности среды крупномасштабные ($\kappa l_e \gg 1$), а частицы — мелкомасштабные ($\kappa a \ll 1$, a — радиус частиц), слагаемое $\sigma_{\text{с}}$ отличается от сечения рассеяния $\sigma_{\text{с}}^0$ среды без частиц множителем $(1-\mu)^2$, где μ — доля объема, занятая частицами: $\sigma_{\text{с}} = \sigma_{\text{с}}^0 (1-\mu)^2$, причем рассеяние на флуктуациях среды сосредоточено в узком секторе углов $\theta \lesssim 1/\kappa l_e$ в направлении вперед. Рассеяние на частицах и на дырках изотропно, при этом сечение $\sigma_{\text{д}}$ пропорционально дисперсии флуктуаций диэлектрической проницаемости среды $\sigma_{\text{д}}^2 = \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle$, а сечение $\sigma_{\text{ч}}$ — отклонению $(\varepsilon_1 - \bar{\varepsilon})^2$:

$$\sigma_{\text{д}}/\sigma_{\text{ч}} = \sigma_{\text{д}}^2/(\varepsilon_1 - \bar{\varepsilon})^2. \quad (34.22)$$

Таким образом, рассеяние на дырках имеет такое же пространственное распределение, как и рассеяние на частицах, но возрастает с увеличением σ_e^2 , тогда как сечение рассеяния σ_c не зависит от σ_e^2 .

Поглощение в гидрометеорах. Ослабление радиоволн в гидрометеорах (дожди, снег, туманы) обусловлено не только рассеянием, но и поглощением. Поглощение особенно существенно на частотах $f > 3$ ГГц, применяемых в радиорелейных и космических системах связи. В последнее время вопросу о воздействии гидрометеоров на линии СВЧ связи уделяется большое внимание, при этом приоритет отдается экспериментальным исследованиям. С состоянием этого важного вопроса можно ознакомиться по обзору [8].

Часть IV

ВЛИЯНИЕ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА ТОЧНОСТЬ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Глава 8

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИНИМАЕМОГО СИГНАЛА

Искажения сигнала при его прохождении через земную атмосферу являются одним из существенных факторов, ограничивающих точность современных радиотехнических измерительных систем, используемых в радиоастрономии, радиолокации, навигации, связи и т. д. [16, 19, 24, 85, 94, 95, 118—120]. Учет этих искажений необходим как на этапе проектирования новых систем, так и при работе уже существующих систем.

Круг вопросов, возникающих при анализе влияния земной атмосферы на радиотехнические измерения, весьма широк и охватывает теорию распространения сигналов в неоднородных флюктуирующих средах и статистическую теорию измерения параметров сигналов. Искажения сигналов при их распространении и рассеянии в земной атмосфере уже были рассмотрены в ч. II и III. В IV части мы исследуем влияние земной атмосферы на точность радиотехнических измерений, а также обсудим ограничения на предельно допустимые значения параметров сигналов и размеров апертур антенн. При этом мы не будем затрагивать вопросов, касающихся учета внутренних шумов и помех, которые выходят за рамки данной книги.

Определение параметров движения источника или отражателя (пространственные координаты, скорость, ускорение и т. д.) основано на радиотехнических измерениях параметров принимаемых сигналов, которые зависят от искомым параметров движения. Одна из возможных схем таких измерений может быть сведена к двум этапам. На первом определяются параметры пространственной структуры принимаемого сигнала (пространственная фильтрация). При этом осуществляется прием сигнала остронаправленной антенной, с помощью которой восстанавливается фазовый фронт проходящей волны и измеряются угловые координаты. На втором этапе

определяются параметры временной структуры сигнала на выходе антенны (временная фильтрация). При этом измеряются групповое запаздывание сигнала, доплеровский сдвиг частоты и временная производная этого сдвига, по которым может быть найдено расстояние до источника (или отражателя), а также скорость и ускорение его движения.

Рассмотрим сначала пространственную фильтрацию поля принимаемого сигнала. На этом этапе проще и нагляднее иметь дело с монохроматической волной. Для восстановления временной структуры поля, которая потребуется нам в дальнейшем, нужно воспользоваться преобразованием Фурье.

35. МОДЕЛЬ ИСКАЖЕННОГО ПОЛЯ

Поле движущегося источника. Пусть положение движущегося источника характеризуется радиус-вектором $\mathbf{R}_0(t)$ и пусть излучается монохроматический сигнал $s(t) = \exp(-i\omega_0 t)$, который распространяется в пространстве в виде неаправленной сферической волны. При распространении через земную атмосферу эта волна претерпевает амплитудные и фазовые искажения. Амплитудные искажения, как правило, оказываются малыми и практически не влияют на последующую обработку сигнала. Пренебрегая амплитудными искажениями, представим поле волны на раскрыве ориентированной вдоль оси x линейной антенны в виде

$$(x, t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t) \exp[i\kappa R(x, t) + i\Psi(x, t) + i\psi(x, t)]}{R(x, t)}. \quad (35.1)$$

Здесь $\kappa = \omega_0/c$ — волновое число в вакууме; $R(x, t) = |\mathbf{R}_0(t) - x\mathbf{x}|$ — расстояние от точки x антенного раскрыва до источника (x — единичный вектор, направленный вдоль оси x), а $\Psi(x, t)$ и $\psi(x, t)$ — соответственно регулярный и случайный набег фазы сферической волны на трассе от точки x антенны до источника сигнала.

Напомним, что разбиение набегов фазы на регулярную и случайную составляющие соответствует разбиению поправки к диэлектрической проницаемости земной атмосферы ϵ на две составляющие — регуляторную ($\bar{v}$) и флюктуационную $\tilde{v}$: $\epsilon = 1 + \bar{v} + \tilde{v}$. Регулярная составляющая описывает среднестатистический профиль за достаточно большой (по сравнению со временем измерения)

промежуток времени, а флюктуационная характеризует турбулентность атмосферы.

Регулярные искажения фазы. Среднестатистический профиль коэффициента преломления является достаточно плавной функцией, поэтому для расчета регулярного набега фазы $\Psi(x, t)$ практически всегда можно использовать метод геометрической оптики (см. гл. 2). В первом приближении этого метода [см. (8.8)]

$$\Psi(x, t) = \frac{\kappa}{2} \int_0^{R(x, t)} \bar{v}(\mathbf{R}_0(t) - l(x, t)\sigma) d\sigma, \quad (35.2)$$

где $l(x, t) = (\mathbf{R}_0(t) - \mathbf{x})/R(x, t)$ — единичный вектор, направленный на источник из точки $\mathbf{x}$ антенны. Из (35.2) видно, что $\Psi(x, t)$ — плавная функция координаты $\mathbf{x}$. Поэтому даже для достаточно больших антенных апертур в (35.2) можно ограничиться лишь линейными и квадратичными по $\mathbf{x}$ членами *):

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) = & \Psi_0(t) + \mathbf{x} \left[-\frac{\kappa}{2} \bar{v}(0) \mathbf{l}_0(t) \cdot \mathbf{x} - \kappa \mathbf{x}_\perp \cdot \boldsymbol{\beta}(t) \right] + \\ & + \frac{x^2}{2} \left\{ -\frac{\kappa(\mathbf{x} \cdot \mathbf{l}_0(t))}{2} [2\mathbf{x}_\perp + \mathbf{l}_0(t)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{l}_0(t))] \nabla \bar{v}(0) + \right. \\ & \left. + \frac{x_\perp^2}{R_0^2} \Psi_0(t) - \frac{2\kappa \mathbf{l}_0(t) \cdot \mathbf{x}}{R_0} \mathbf{x}_\perp \cdot \boldsymbol{\beta}(t) + \gamma(t) \right\}, \quad (35.3) \end{aligned}$$

где $\mathbf{l}_0(t) = \mathbf{R}_0(t)/R_0(t)$ — единичный вектор, направленный из центра апертуры на источник, а индексом $\perp$ обозначены ортогональные $\mathbf{l}_0$ компоненты векторов;

$$\Psi_0(t) = \frac{\kappa}{2} \int_0^{R_0(t)} \bar{v}(\mathbf{l}_0\sigma) d\sigma \quad (35.4)$$

— регулярный набег фазы вдоль прямого центрального луча;

$$\boldsymbol{\beta} = -\frac{1}{2} \int_0^{R_0(t)} \left(1 - \frac{\sigma}{R_0} \right) \nabla_\perp \bar{v}(\mathbf{l}_0\sigma) d\sigma \quad (35.5)$$

*) Обычно в разложении (35.3) ограничиваются лишь линейными членами, что оказывается вполне достаточным, если в измерения не вовлечена кривизна фазового фронта. В противном случае необходимо учитывать и квадратичный член, так как он иногда может давать вклад того же порядка, что и линейный член. Один из примеров такого типа будет рассмотрен в гл. 9.

— регулярная рефракционная поправка, описывающая наклон фазового фронта из-за преломления в среде;

$$\gamma = \frac{\kappa}{2} \int_0^{R_0(t)} \left(1 - \frac{\sigma}{R_0}\right)^2 (\mathbf{x}_\perp \cdot \nabla)^2 \bar{v}(\mathbf{l}_0, \sigma) d\sigma \quad (35.6)$$

— величина, характеризующая кривизну фазового фронта.

Случайные искажения фазы. Обращаясь к анализу случайного набега фазы $\psi(x, t)$, заметим, что случайные

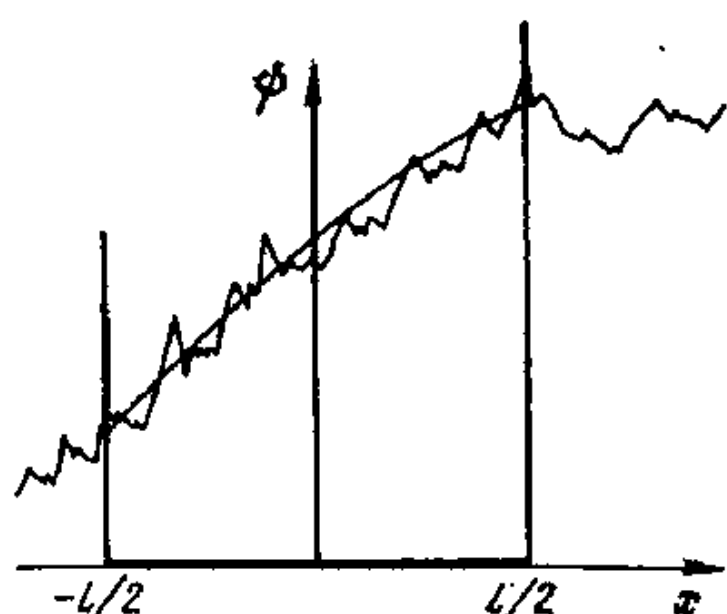


Рис. 35.1

неоднородности коэффициента преломления в земной атмосфере характеризуются широким набором масштабов — от внутреннего масштаба l_0 до внешнего L_0 , который, как правило, значительно превышает размеры реальных антенных систем (см. гл. 1). Крупномасштабные неоднородности вызывают сравнительно плавное изме-

нение фазы вдоль раскрыва, а мелкомасштабные неоднородности ответственны за «рябь», налагающуюся на плавное изменение. Обычно вклад крупномасштабных неоднородностей коэффициента преломления в набег фазы значительно превышает вклад мелкомасштабных неоднородностей. В результате отдельные реализации фазы $\psi(x, t)$ вдоль оси x выглядят (при фиксированном t) примерно так, как показано на рис. 35.1.

С учетом сказанного в пределах конечной апертуры каждую реализацию фазы $\psi(x, t)$ можно представить в виде суммы некоторой плавной функции, которую можно аппроксимировать полиномом, и малого остатка, описывающего мелкомасштабную «рябь» фазы принимаемого излучения:

$$\psi(x, t) = \psi_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2 + \dots + a_k(t)x^k + \psi_k(x, t). \quad (35.7)$$

Здесь случайные коэффициенты $\psi_0(t)$ и $a_i(t)$ выбираются так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать истинную реализацию. Точный смысл и ошибка принятой аппроксимации будут ясны из последующего анализа.

В большинстве практически важных случаев достаточно линейной аппроксимации фазы

$$\psi(x, t) = \psi_0(t) + a_1(t)x + \psi_1(x, t). \quad (35.7a)$$

Квадратичная аппроксимация

$$\psi(x, t) = \psi_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2 + \psi_2(x, t) \quad (35.7b)$$

нужна для описания работы так называемых фокусированных антенн, в которых предусмотрена настройка на определенный радиус кривизны фазового фронта принимаемого сигнала. Такие антенны позволяют когерентно суммировать сигналы от источника, расположенного во френелевой зоне приемной антенны. Кубичная аппроксимация фазы может понадобиться лишь при анализе работы очень больших антенн, когда источник оказывается в прожекторной зоне антенны. В данной главе мы ограничимся квадратичной и линейной аппроксимацией.

Подставляя формулы (35.3) и (35.7b) в (35.1) и воспользовавшись разложением расстояния $R(x, t)$ в ряд по степеням x

$$R(x, t) \approx R_0(t) - x(l_0 \cdot x) + x_{\perp}^2 / 2R_0(t),$$

которое справедливо при расположении источника сигнала во френелевской зоне, получаем следующее выражение для поля волны на раскрыве антенны:

$$u(x, t) = \frac{1}{R_0(t)} \exp(-i\omega_0 t) \exp[i\Phi + iAx + iBx^2 + i\psi_2(x, t)]. \quad (35.8)$$

Здесь

$$\Phi = \kappa R_0(t) + \Psi_0(t) + \psi_0(t) \quad (35.9)$$

— фаза принимаемого сигнала; величина

$$A = -\kappa(l_0 \cdot x)[1 + \bar{v}(0)/2] - \kappa(x \cdot \beta) + a_1(t) \quad (35.10)$$

характеризует наклон фазового фронта проходящей волны, а величина

$$B = \frac{\kappa x_{\perp}^2}{2R_0(t)} - \frac{\kappa(l_0 \cdot x)}{4} [2x_{\perp} + l_0(l_0 \cdot x)] \bar{v}(0) + \frac{x_{\perp}^2}{2R_0^2(t)} \Psi_0(t) - \frac{\kappa(l_0 \cdot x)}{R_0(t)} (x_{\perp} \cdot \beta) + \frac{1}{2} \gamma(t) + a_2(t) \quad (35.11)$$

пропорциональна кривизне фазового фронта.

При линейной аппроксимации (а она используется, как правило, при расположении источника в дальней зоне по отношению к приемной апертуре) в (35.8) естественно отбросить квадратичное слагаемое, тогда

$$u(x, t) = \frac{1}{R_0(t)} \exp(-i\omega_0 t) \exp[i\Phi + iAx + i\psi_1(x, t)], \quad (35.12)$$

где Φ и A определяются формулами (35.9) и (35.10).

Выражения (35.8) и (35.12) вместе с выражениями для входящих в них параметров (35.9) — (35.11) являются искомыми моделями случайной реализации поля на приемной апертуре.

36. СИГНАЛ НА ВЫХОДЕ АНТЕННЫ

Исследуя преобразование сигнала в приемной антенне, будем рассматривать фокусированную антенну, характеризуемую амплитудным распределением $\mathcal{A}(x)$ и фазовым распределением $\alpha_0 x + \beta_0 x^2$. Изменение параметра α_0 отвечает обычному сканированию в пространстве по угловой координате, тогда как изменение параметра β позволяет «настраиваться» на определенный радиус кривизны фазового фронта принимаемой волны. Сигнал $U(t)$ на выходе антенны получается интегрированием поля на антенне $u(x, t)$ с весовой функцией $\mathcal{A}(x) \exp(i\alpha_0 x + i\beta_0 x^2)$:

$$U(t) = \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp(i\alpha_0 x + i\beta_0 x^2) u(x, t) dx, \quad (36.1)$$

где L — размер апертуры. Отметим, что сигнал на выходе обычной антенны отличается от (36.1) отсутствием квадратичного слагаемого $\beta_0 x^2$. Подставляя в (36.1) выражение (35.8), находим

$$U(t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t + i\Phi)}{R_0(t)} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp[i(\alpha_0 + A)x + i(\beta_0 + B)x^2 + i\psi_2(x, t)] dx. \quad (36.2)$$

Условия применимости линейной и квадратичной аппроксимации для случайной фазы. Найдем условие, при котором остатком случайной фазы $\psi_2(x, t)$ можно пренебречь и тем самым свести выражение (36.2) к просто-

му виду:

$$U_0(t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t + i\Phi)}{R_0(t)} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp[i(\alpha_0 + A)x + i(\beta_0 + B)x^2] dx. \quad (36.3)$$

Условие малости $\psi_2(x, t)$ позволит нам оправдать аппроксимацию (35.7) и вскрыть ее смысл. Кроме того, это условие ограничивает размер L приемной антенны. В самом деле, из формулы (36.3) следует, что в пренебрежении величиной $\psi_2(x, t)$ в антенне осуществляется когерентное суммирование поля падающей на нее волны. Остаток случайной фазы $\psi_2(x, t)$ — мелкая «рябь» — нарушает когерентность поля падающей волны, и если его влияние оказывается значительным, когерентное суммирование волн, приходящих на различные участки приемной антенны, становится невозможным. Поэтому малость остатка $\psi_2(x, t)$ является необходимым условием для осуществления пространственной когерентной обработки сигнала при использовании антенны с квадратичным распределением фазы.

Для вывода искомого условия рассмотрим пространственную фильтрацию — измерение параметров принимаемой волны, которое в данном случае осуществляется путем настройки параметров фазового распределения α_0 и β_0 . Значения α_0 и β_0 , отвечающие максимуму сигнала $|U|$ на выходе антенны, служат оценкам угла наклона и радиуса кривизны фазового фронта. На основании этих оценок могут быть определены угловая координата и расстояние до источника. При этом аддитивные линейные и квадратичные поправки к фазовому фронту, обусловленные неоднородностью атмосферы [см. (35.10) и (35.11)], характеризуют погрешности измерений соответственно угловой координаты и расстояния до источника, которые рассматриваются ниже.

В пренебрежении остатком $\psi_2(x, t)$ максимум амплитуды сигнала $|U(t)|_{\psi_2=0} = |U_0(t)|$, достигаемый, очевидно, при

$$\alpha_0 = -A, \quad \beta_0 = -B, \quad (36.4)$$

равен

$$|U_0|_{\max} = \frac{1}{R_0} \left| \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) dx \right|. \quad (36.5)$$

Если же остаток $\psi_2(x, t)$ не равен нулю, но мал по сравнению с единицей, то положение максимума сдвигается не сильно. Поэтому можно считать, что положение максимума, по-прежнему определяется соотношениями (36.4), а его значение равно

$$|U|_{\max} = \frac{1}{R_0} \left| \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp[i\psi_2(x, t)] dx \right|. \quad (36.6)$$

Так как $\psi_2 = \psi - \psi_0 - a_1 x - a_2 x^2$, максимум $|U|_{\max}$ зависит от параметров аппроксимации a_1 и a_2 . Естественно выбрать такие a_1 и a_2 , чтобы максимум $|U|_{\max}$ стал наибольшим.

Предположив малость ψ_2 , разложим экспоненту $e^{i\psi}$ в (36.6) в ряд по степеням ψ_2 и ограничимся квадратичными членами. Это дает

$$|U|_{\max} \approx \frac{1}{R_0} \left| \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) dx + i \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \psi_2(x, t) dx - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \psi_2^2(x, t) dx \right|. \quad (36.7)$$

С точностью до членов $\psi_2^2 \ll 1$ выражение (36.7) можно представить в виде

$$|U|_{\max} = \frac{1}{R_0(t)} \left\{ \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) dx - \frac{1}{4} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') \times \right. \\ \left. \times [\psi_2(x, t) - \psi_2(x', t)]^2 dx dx' \right\} \left/ \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) dx \right\}. \quad (36.8)$$

Для простоты будем ниже считать, что амплитудное распределение токов $\mathcal{A}(x)$ симметрично $\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}(-x)$ и нормировано так, что $\int \mathcal{A}(x) dx = 1$. Очевидно, что первое слагаемое в (36.8) — максимум сигнала на выходе антенны, определяемый (36.5), а второе описывает уменьшение этого максимума, обусловленное остатком $\psi_2(x, t)$. Поэтому при выборе коэффициентов в аппроксимирующем полиноме (35.7б) естественно исходить из требования минимальности второго слагаемого в (36.8) как функции параметров a_1 и a_2 .

Нетрудно убедиться, что этот минимум и его положение по a_1 и a_2 совпадают с соответствующими значением и положением минимума величины

$$\Delta_2 = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \psi^2(x, t) dx, \quad (36.9)$$

которую необходимо минимизировать как по a_1 и a_2 , так и по ψ_0 . Отсюда следует, что смысл разложения (35.76) состоит в том, что случайный набег фазы аппроксимируется полиномом второй степени в смысле минимального среднеквадратического отклонения с весом $\mathcal{A}(x)$. При этом получаются следующие значения для случайных параметров a_1 , a_2 и ψ_0 :

$$a_1 = \frac{M_1}{m_2}; \quad a_2 = \frac{-M_0 m_2 + M_2 m_0}{m_0 m_4 - m_2^2}; \quad \psi_0 = \frac{M_0 m_4 - M_2 m_2}{m_0 m_4 - m_2^2}, \quad (36.10)$$

где

$$M_k = \int_{-L/2}^{L/2} x^k \psi(x, t) \mathcal{A}(x) dx; \quad m_k = \int_{-L/2}^{L/2} x^k \mathcal{A}(x) dx. \quad (36.11)$$

Соответствующее уменьшение сигнала на выходе антенны оказывается равным

$$\Delta_2 = \frac{1}{4} \iint_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') \left[1 + \frac{m_0}{m_2} x x' + \right. \\ \left. + \frac{m_0^2 x^2 x'^2 - m_0 m_2 (x^2 + x'^2) + m_2^2}{m_0 m_4 - m_2^2} \right] [\psi(x, t) - \psi(x', t)]^2 dx dx'. \quad (36.12)$$

Пренебрегать остатком случайной фазы $\psi_2(x, t)$ можно лишь в том случае, если уменьшение сигнала на выходе приемной антенны мало по сравнению с единицей. В формуле (36.12) это уменьшение выражается через реализацию $\psi(x, t)$ случайной фазы на раскрыве антенны. Поэтому условие малости остатка случайной фазы можно записать в виде

$$\langle \Delta_2 \rangle \ll 1. \quad (36.13)$$

Таким образом, выражение (36.3) для сигнала на выходе приемной антенны справедливо при выполнении условия (36.13). При этом коэффициенты аппроксимн-

рующего полинома (35.76) вычисляются по формулам (36.10) и (36.11).

В случае использования линейной аппроксимации (35.7а) коэффициенты a_1 и ψ_0 следует вычислять по формулам

$$a_1 = M_1/m_2, \quad \psi_0 = M_0/m_0, \quad (36.14)$$

а условие, аналогичное (36.13), примет вид

$$\langle \Delta_1 \rangle \ll 1, \quad (36.15)$$

где

$$\Delta_1 = \frac{1}{4} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') \left(1 + \frac{m_0}{m_2} x x' \right) [\psi(x, t) - \psi(x', t)]^2 dx dx'. \quad (36.16)$$

При этом сигнал на выходе антенны будет равен

$$U_0(t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t + i\Phi)}{R_0(t)} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp[i(\alpha_0 + A)x] dx. \quad (36.17)$$

Ограничения на допустимый размер апертуры. Условия (36.13) и (36.15) ограничивают допустимый размер приемной апертуры, причем условие (36.13) относится к фокусированным антеннам, а условие (36.15) — к обычным. Под допустимым размером приемной апертуры мы будем понимать максимальный размер апертуры, в пределах которой еще возможно когерентное суммирование поля.

Приведем оценки допустимого размера приемной апертуры для одномерной (линейной) антенны L с равномерным амплитудным распределением в раскрыве $\mathcal{A}(x) = 1/L$. Тогда входящие в формулу (36.16) коэффициенты m_0, m_2 [см. (36.11)] оказываются равными

$$m_0 = 1, \quad m_2 = L^2/12. \quad (36.18)$$

Усредняя (36.16), находим

$$\langle \Delta_1 \rangle = \frac{1}{L^2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} D_\psi(x - x') \left(1 + \frac{12}{L^2} x x' \right) dx dx', \quad (36.19)$$

где $D_\psi(x - x') = \langle |\psi(x, t) - \psi(x', t)|^2 \rangle$ — пространственная структурная функция фазы сферической волны.

Формулу (36.19) можно упростить, введя новые переменные интегрирования $x - x' = L\xi$, $x + x' = 2\eta$ и осуществив интегрирование по η :

$$\langle \Delta_1 \rangle = \int_0^1 D_\psi(L\xi) (1 - 2\xi + \xi^3) d\xi. \quad (36.20)$$

Аналогичный расчет по формуле (36.12) дает

$$\langle \Delta_2 \rangle = \frac{3}{2} \int_0^1 D_\psi(L\xi) (1 - 3\xi + 4\xi^3 - 2\xi^5) d\xi. \quad (36.21)$$

Подставляя в (36.20) и (36.21) выражение (18.27) для структурной функции фазы, отвечающей колмогоровскому спектру турбулентности,

$$D_\psi(x) = (x/\rho_k)^{5/3},$$

находим

$$\langle \Delta_1 \rangle = 0,006 (L/\rho_k)^{5/3}, \quad (36.23)$$

$$\langle \Delta_2 \rangle = 0,00275 (L/\rho_k)^{5/3}. \quad (36.24)$$

(Напомним, что ρ_k — радиус когерентности сферической волны.)

Из формул (36.23) и (36.24) следует, что неравенства (36.13) и (36.15) выполняются, даже если размер апертуры в несколько раз превышает радиус когерентности падающей на антенну волны. Так, максимальный размер апертуры обычной антенны ограничен условием

$$L \leq 5,5\rho_k \text{ при } \Delta_1 = 0,1, \quad (36.25)$$

а фокусированной антенны — условием

$$L \leq 9\rho_k \text{ при } \Delta_2 = 0,1. \quad (36.26)$$

Таким образом, пространственная когерентная обработка сигнала оказывается возможной даже при использовании антенн, размеры апертуры которых существенно больше радиуса когерентности. Это объясняется тем, что возможность когерентного сложения поля внутри раскрыва определяется только величиной остатков фазы $\psi_{1,2}(x, t)$, отличающихся от полной случайной фазы $\psi(x, t)$ отсутствием в них плавноменяющихся слагаемых, которые существенно влияют на значение радиуса когерентности поля.

37. РЕГУЛЯРНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ

Рассмотрим влияние регулярной неоднородности среды на точность определения углового положения источника при помощи антенны с электрическим сканированием. Погрешности измерения угловых координат источника определяются регулярным набегом фазы в пределах апертуры, который в случае одномерного раскрыва имеет вид (35.3). В случае двумерного раскрыва, представляющего наибольший практический интерес, анализ оказывается не более громоздким, чем в случае одномерного, поэтому в данном параграфе, в отличие от § 35 и 36, мы будем иметь дело с двумерным раскрывом.

Пусть истинное направление на источник из центра раскрыва антенны задается единичным вектором $\mathbf{l}$. Тогда поле принимаемой волны в раскрыве имеет вид

$$u(\mathbf{p}) = \exp[-ik\mathbf{l} \cdot \mathbf{p} + i\Psi(\mathbf{p})], \quad (37.1)$$

где $\Psi(\mathbf{p})$ — регулярный набег фазы, обусловленный средним профилем диэлектрической проницаемости атмосферы; $\mathbf{p}$ — радиус-вектор, лежащий в плоскости раскрыва. Сигнал на выходе антенны

$$U(\alpha) = \int_S \mathcal{A}(\mathbf{p}) e^{i\alpha \cdot \mathbf{p}} u(\mathbf{p}) d^2\mathbf{p}. \quad (37.2)$$

Здесь интегрирование проводится по площади раскрыва S , постоянный вектор α задает линейное фазовое распределение, а $\mathcal{A}(\mathbf{p})$ — амплитудное распределение в раскрыве.

Электрическое сканирование диаграммы направленности осуществляется изменением вектора α . Оценка угловой координаты источника определяется значением α_0 , соответствующим максимуму функции $|U(\alpha)|$. Например, если измерения проводятся в вакууме ($\Psi=0$), то значение α_0 , максимизирующее $|U(\alpha)|$, очевидно, равно

$$\alpha_0 = \kappa \mathbf{l}_t, \quad (37.3)$$

откуда следует, что истинное направление на источник дается оценкой

$$\hat{\mathbf{l}} = (\hat{\mathbf{l}}_t, \hat{\mathbf{l}}_n) = (\alpha_0/\kappa, \sqrt{1 - \alpha_0^2/\kappa^2}). \quad (37.4)$$

(Индексами t и n мы будем отмечать проекции вектора соответственно на плоскость антенны и нормаль к ней.)

Влияние атмосферы на измерение угловых координат описывается дополнительным набегом фазы $\Psi(\rho)$, входящим в формулу (37.1). Учитывая, что $\Psi(\rho)$ является плавной функцией (масштаб ее изменения по порядку величины совпадает с характерным масштабом изменения диэлектрической проницаемости и всегда значительно превышает размер раскрыва), разложим ее в ряд по степеням ρ и ограничимся линейным членом:

$$\Psi(\rho) = \Psi(0) + \rho \cdot \nabla \Psi(0), \quad (37.5)$$

где точка $\rho=0$ отвечает центру раскрыва. Постоянный набег фазы $\Psi(0)$ не влияет на точность угловых изменений, а величина $\nabla \Psi(0)$ определяется пространственным распределением регулярного профиля проницаемости $\langle \epsilon(r) \rangle = 1 + \bar{v}(r)$.

Воспользовавшись формулами первого приближения метода возмущений (см. гл. 2), находим

$$\nabla \Psi(0) = -\kappa \bar{v}^0 l / 2 - \kappa \beta, \quad (37.6)$$

где $\bar{v}^0 \equiv \bar{v}(0)$ — регулярная поправка к диэлектрической проницаемости в центре раскрыва, а

$$\beta = -\frac{1}{2} \int_0^{R_0} \left(1 - \frac{\sigma}{R_0}\right) \nabla_{\perp} \bar{v}(l\sigma) d\sigma \quad (37.7)$$

— регулярная рефракционная поправка к углу прихода центрального луча. Через R_0 в (37.7) обозначено расстояние от центра раскрыва до источника, а через $\nabla_{\perp}$ — поперечная (по отношению к l) составляющая градиента.

Используя соотношения (37.1), (37.5) и (37.6), перепишем формулу (37.2) в виде

$$U(\alpha) = \int_{\Sigma} \mathcal{A}(\rho) \exp[-i\kappa(1 + \bar{v}^0/2)l \cdot \rho - i\kappa\beta \cdot \rho + i\alpha \cdot \rho] d^2\rho, \quad (37.8)$$

при этом несущественный множитель $\exp[i\Psi(0)]$ опущен. Отсюда следует, что максимум $|U(\alpha)|$ достигается при

$$\alpha = \hat{\alpha} = \kappa(1 + \bar{v}^0/2)l_t + \kappa\beta_t. \quad (37.9)$$

Подставив (37.9) в (37.4), найдем оценку направления на источник

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{l}}_t &= \left(1 + \frac{\bar{v}^0}{2}\right) \mathbf{l}_t + \beta_t; \\ \hat{l}_n &= l_n \left[1 - \frac{(v^0/2) l_t^2 - l_n \beta_n}{l_n^2}\right].\end{aligned}\quad (37.10)$$

При вычислении $\hat{l}_n$ мы воспользовались ортогональностью рефракционной поправки β к $\mathbf{l}$, из которой следует, что $\beta_t \mathbf{l}_t = -\beta_n l_n$.

Погрешности измерения угловых координат определяются разностью векторов, задающих измеренное и истинное направление на источник:

$$\delta \approx \hat{\mathbf{l}} - \mathbf{l} = \beta + \frac{\bar{v}^0}{2} (1 - \mathbf{n}/l_n), \quad (37.11)$$

где $\mathbf{n}$ — нормаль к плоскости антенны.

Из формулы (37.11) видно, что погрешность содержит слагаемое β , зависящее от поведения диэлектрической проницаемости вдоль всего луча, и локальное слагаемое, зависящее только от значения диэлектрической проницаемости в центре апертуры. Обычно при анализе точности измерений полагают, что погрешности определяются только рефракционной поправкой β . Однако, строго говоря, это справедливо только для ионосферных измерений, а также для измерений с помощью поворотной антенны, т. е. антенны с механическим сканированием диаграммы направленности. В самом деле, для ионосферных погрешностей локальное слагаемое обращается в нуль, так как $\bar{v}_0 = 0$, и, следовательно, $\delta = \beta$. При измерениях при помощи поворотной антенны сигнал $|U|$ максимален, если нормаль $\mathbf{n}$ к антенне совпадает с направлением $\mathbf{l} + \beta$ луча, приходящего в центр раскрыва. В этом случае второе слагаемое в (37.11) обращается в нуль и погрешности измерения тоже определяются только рефракционной поправкой β даже при $\bar{v}^0 \neq 0$. Таким образом, при оценке тропосферных погрешностей измерений угловых координат и их компенсаций, вообще говоря, необходимо учитывать наряду с рефракционной поправкой еще и локальное слагаемое с $\bar{v}^0$. Физический смысл этого слагаемого очевиден. Дело в том, что при пересчете наклона фазового фронта пришедшей волны в угловые координаты обычно используют вакуумное волновое число k . Это приводит к тому, что антенна

с электрическим сканированием измеряет направление прихода не волны, приходящей на раскрыв, а волны, преломленной из атмосферы в вакуум на границе раздела, совпадающей с плоскостью раскрыва антенны. Действительно, если θ — угол между нормалью к антенне и направлением прихода и $\hat{\theta}$ — угол между этой нормалью и измеренным направлением, то из формулы (37.10) получим закон преломления $\sin \hat{\theta} = (1 + \bar{v}^0/2) \sin \theta$. Если же считать, что оценка направления на источник дается формулой

$$\hat{I}_t = \hat{a}/\kappa_1; \quad \hat{I}_n = \sqrt{1 - \hat{a}^2/\kappa_1^2}, \quad (37.12)$$

т. е. использовать в (37.4) вместо вакуумного волнового числа «локальное» — волновое число $\kappa_1 = \kappa(1 + \bar{v}^0/2)$, то погрешность измерений угловых координат будет $\hat{I}_t - I_t = \beta$. Это означает, что погрешности измерения угловых координат при помощи электрически сканируемых и поворотных антенн совпадают.

Интересно рассмотреть случай, когда измеряется направление на удаленный источник, расположенный под большим углом места. Тогда для профиля диэлектрической проницаемости тропосферы с удовлетворительной точностью можно использовать приближение плоской Земли. В этом приближении формула (37.7) дает

$$\beta = -(\bar{v}^0/2)(1 - m/l_m), \quad (37.13)$$

где m — единичный вектор, задающий направление вертикали. Если прием сигнала осуществляется горизонтально расположенной антенной, то $n = m$, и в соответствии с формулами (37.11) и (37.13) погрешность измерений угловых координат оказывается равной нулю. Это означает, что при измерениях угловых координат удаленных источников, расположенных под большими углами места, горизонтально расположенной антенной с электрическим сканированием атмосфера не вносит погрешностей в результаты измерений, тогда как при измерениях поворотной антенной погрешности измерения отличны от нуля и определяются формулой (37.13).

38. СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ

Дисперсия. Сигнал на выходе антенны с электрическим сканированием луча по угловой координате

$$U(\alpha) = \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) e^{i\alpha x} u(x, t) dx. \quad (38.1)$$

Здесь $u(x, t)$ — поле в раскрыве антенны (35.12), где параметр A определяется выражением (35.10)

$$A = -\kappa(1-x)(1+\bar{v}^0/2) - \kappa(x \cdot \beta) + a_1(t). \quad (38.2)$$

Влияние первых двух слагаемых в выражении (38.2) на точность измерения угловой координаты было проанализировано в § 37. Здесь мы исследуем влияние случайной составляющей набега фазы $\psi(x, t)$, которая в данном случае описывается коэффициентом $a_1(t)$, связанным с ψ формулой (36.14):

$$a_1(t) = \frac{1}{m_2} \int_{-L/2}^{L/2} x \psi(x, t) \mathcal{A}(x) dx. \quad (38.3)$$

Формула, аналогичная (38.3), получена в [85] в предположении $\psi(x, t) \ll 1$ и описывает флюктуации направления главного максимума диаграммы направленности антенны при наличии фазовых флюктуаций ψ поля в раскрыве. Как показал проведенный выше анализ, эта формула справедлива при более слабых ограничениях на ψ , сформулированных в § 36.

Подставив (35.12) в (38.1), нетрудно видеть, что сигнал $U(\alpha)$ на выходе антенны будет максимален при значении α , отличающемся от значения в отсутствие флюктуаций фазы на величину

$$\tilde{\alpha} = -a_1(t). \quad (38.4)$$

Такое отклонение в определении параметра α приводит, очевидно, к погрешности измерения угла

$$\tilde{\beta} = \tilde{\alpha}/\kappa. \quad (38.5)$$

Среднее значение погрешности $\tilde{\beta}$ равно нулю, а ее дисперсия

$$\sigma_{\tilde{\beta}}^2 = \langle a_1^2 \rangle / \kappa^2. \quad (38.6)$$

Возведя (38.3) в квадрат и усреднив полученное выражение, найдем

$$\langle a_1^2 \rangle = \frac{1}{m_2^2} \iint_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') x x' \langle \psi(x, t) \psi(x', t) \rangle dx dx'. \quad (38.7)$$

Воспользовавшись четностью функции $\mathcal{A}(x)$, соотношение (38.7) можно выразить через структурную функцию фазы:

$$\langle a^2_1 \rangle = -\frac{1}{2m^2_2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} D_\phi(x-x') \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') xx' dx dx', \quad (38.8)$$

Для антенны с равномерным амплитудным распределением ($\mathcal{A}(x)=1/L$) формула (38.7) упрощается:

$$\langle a^2_1 \rangle = -\frac{1}{L^2} \int_0^1 D_\phi(L\xi) (1-3\xi+2\xi^2) d\xi. \quad (38.9)$$

Подставляя в (38.9) выражение (36.22), находим

$$\langle a^2_1 \rangle = (1,08/L^2) (L/\rho_K)^{5/3}. \quad (38.10)$$

В соответствии с (38.5) дисперсия погрешности измерений угловых координат оказывается равной

$$\sigma^2_\beta = \frac{1,08}{\kappa^2 L^2} \left(\frac{L}{\rho_K} \right)^{5/3} = \frac{1,08}{\kappa^2 \rho_K^2} \left(\frac{\rho_K}{L} \right)^{1/3}. \quad (38.11)$$

Таким образом, среднеквадратическая погрешность измерения угловой координаты σ_β оказывается меньше ширины луча $\theta_0=1/(\kappa L)$ приемной антенны, если размер антенны не превышает радиуса когерентности падающей волны. Отметим, что значение этой погрешности зависит от размера приемной апертуры очень слабо (по закону $(\rho_K/L)^{1/6}$). Поэтому для оценок можно использовать упрощенную формулу

$$\sigma_\beta \sim \theta_K, \quad (38.12)$$

где $\theta_K=1/\kappa\rho_K$ — ширина диаграммы направленности антенны, размер раскрыва которой совпадает с радиусом когерентности.

Временной спектр. Другой важной характеристикой является характерное время изменения погрешностей измерения угловых координат или время их корреляции. Для оценки этого времени рассчитаем временную корреляционную функцию погрешности измерения

$$B_\beta(\tau) = \langle \tilde{\beta}(t+\tau) \tilde{\beta}(t) \rangle. \quad (38.13)$$

На основании формул (38.3) и (38.5) находим

$$B_\beta(\tau) = \frac{1}{m^2_2 \kappa^2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \mathcal{A}(x') xx' \times$$

$$\times \langle \psi(x, t + \tau) \psi(x', t) \rangle dx dx'. \quad (38.14)$$

Воспользуемся далее соотношением, связывающим в предположении о замороженной турбулентности пространственно-временную корреляционную функцию фазы с пространственным спектром флуктуаций проницаемости $\Phi_\epsilon(\kappa)$, которое можно получить из (17.11):

$$\begin{aligned} \langle \psi(\rho, t + \tau) \psi(\rho', t) \rangle = & \pi \kappa^2 \int_0^d dz \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \kappa \Phi_\epsilon(\kappa) \times \\ & \times \exp \left\{ \frac{i \kappa z}{d} (\rho - \rho' - \mathbf{V} \tau) + i \kappa \cdot \mathbf{u} \tau \right\}. \end{aligned} \quad (38.15)$$

Здесь d — толщина слоя случайно-неоднородной среды; ρ и ρ' — поперечные координаты точек наблюдения; $\mathbf{V}$ — скорость движения источника; $\mathbf{u}$ — скорость ветра.

Подставляя (38.15) в (38.14), получаем

$$\begin{aligned} B_\beta(\tau) = & \pi \int_0^d dz \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \kappa \Phi_\epsilon(\kappa) \exp(i \kappa \cdot \mathbf{u} \tau - \\ & - i \frac{z}{d} \kappa \cdot \mathbf{V} \tau) \left| f_\beta \left(\frac{\kappa z}{d} \right) \right|^2, \end{aligned} \quad (38.16)$$

где

$$f_\beta(\xi) = \frac{1}{m_2} \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) x \exp(i \xi x) dx. \quad (38.17)$$

При равномерном амплитудном распределении ($\mathcal{A}(x) = 1/L$)

$$f_\beta(\xi) = \frac{1}{L} \frac{6i}{(\xi L/2)} \left[\frac{\sin(\xi L/2)}{\xi L/2} - \cos\left(\xi \frac{L}{2}\right) \right]. \quad (38.18)$$

Корреляционной функции (38.16) соответствует спектр

$$\begin{aligned} G_\beta(\Omega) = & \frac{1}{2\pi} \int B_\beta(\tau) e^{-i \Omega \tau} d\tau = \pi \int_0^d dz \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \kappa \Phi_\epsilon(\kappa) \delta \left(\Omega - \right. \\ & \left. - \kappa \cdot \mathbf{u} + \frac{z}{d} \kappa \cdot \mathbf{V} \right) \left| f_\beta \left(\frac{\kappa z}{d} \right) \right|^2. \end{aligned} \quad (38.19)$$

Проанализируем формулу (38.19) в двух частных случаях: изменение $\tilde{\beta}$ из-за движения источника в направлении, параллельном антенне ($\mathbf{u} = 0$, $\mathbf{V} = V_x, 0, 0$), и из-за наличия ветра. В первом случае в выражении

(38.19) можно провести интегрирование по κ_x , воспользовавшись формулой

$$\delta\left(\Omega + \frac{z}{d} \kappa_x V_x\right) = \frac{d}{zV_x} \delta\left(\kappa_x + \frac{\Omega d}{zV_x}\right). \quad (38.20)$$

Поэтому интегрирование по κ_x сводится к замене κ_x на $-\Omega d/(zV_x)$. В результате получаем

$$G_\beta(\Omega) = \frac{\pi d}{V_x} \int_0^d \frac{dz}{z} \int d\kappa_y \Phi_*\left(\sqrt{\left(\frac{\Omega d}{zV_x}\right)^2 + \kappa_y^2}\right) \times \\ \times \left|f_\beta\left(-\frac{\Omega}{V_x}\right)\right|^2. \quad (38.21)$$

Интеграл по κ_y для степенного спектра $\Phi_*(\kappa) = 0,033C^2 \kappa^{-11/3}$ удастся вычислить аналитически:

$$\int d\kappa_y \Phi_*\left(\sqrt{\left(\frac{\Omega d}{zV_x}\right)^2 + \kappa_y^2}\right) = \\ = 0,0556C^2 \left(\frac{zV_x}{\Omega d}\right)^{8/3}. \quad (38.22)$$

Подставляя (38.22) в (38.21) и осуществляя интегрирование по z , получаем

$$G_\beta(\Omega) = 0,0655C^2 \cdot \frac{1}{\Omega} \left(\frac{V_x}{\Omega}\right)^{5/3} d \left|f_\beta\left(-\frac{\Omega}{V_x}\right)\right|^2. \quad (38.23)$$

Введем безразмерную частоту $\Omega_1 = \Omega/\Omega_0$, где частота $\Omega_0 = V_x/L$ соответствует временному интервалу, за который источник проходит расстояние, равное размеру раскрыва антенны. Тогда из (38.18) и (38.23) получаем

$$\Omega G_\beta(\Omega) = 9,43C^2 d \Omega_1^{-11/3} L^{-1/3} \left[\cos \frac{\Omega_1}{2} - \frac{\sin(\Omega_1/2)}{\Omega_1/2}\right]^2. \quad (38.24)$$

Нормируя спектр на дисперсию, т. е. значение корреляционной функции в нуле $B_\beta(0) = \langle \tilde{\beta}^2 \rangle = \sigma_\beta^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_\beta(\Omega) d\Omega$, находим

$$\frac{\Omega G_\beta(\Omega)}{\sigma_\beta^2} = 31,106 \Omega_1^{-11/3} \left[\cos \frac{\Omega_1}{2} - \frac{\sin(\Omega_1/2)}{\Omega_1/2}\right]^2. \quad (38.25)$$

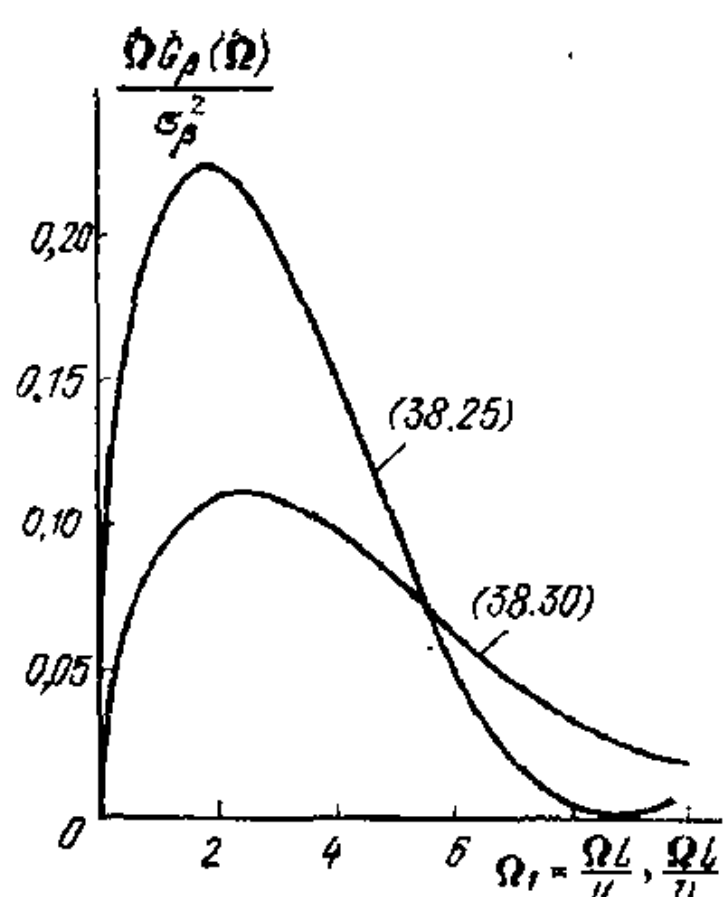


Рис. 38.1

График функции (38.25), приведенный на рис. 38.1, показывает, что случайные погрешности измерения угловой координаты меняются с характерной частотой $\Omega_1 \approx 2$, соответствующей временному масштабу $\tau \approx 0,5L/V_x$.

Во втором частном случае, когда изменение параметра $\tilde{\beta}$ вызвано ветром, можно аналогично вычислить в (38.19) интегралы по κ_x и κ_y . В результате

$$G_p(\Omega) = \frac{\pi V \pi \Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} \frac{1}{u_x} 0,033 C^2 \times \\ \times \int_0^d \left| f_\beta \left(\frac{z\Omega}{du_x} \right) \right|^2 \left(\frac{u_x}{\Omega} \right)^{8/3} dz. \quad (38.26)$$

Для вычисления входящего в (38.26) интеграла воспользуемся выражением (38.17) для функции f_β . Представляя $|f_\beta|^2$ в виде двойного интеграла и осуществляя интегрирование по z , находим

$$\int_0^d \left| f_\beta \left(\frac{z\Omega}{du_x} \right) \right|^2 dz = \frac{144d}{L^6} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} x x' \frac{\sin [\Omega (x - x')/u_x]}{\Omega (x - x')/u_x} dx dx'. \quad (38.27)$$

Переходя далее к суммарной и разностной координатам и осуществляя элементарные вычисления, получаем

$$\int_0^d \left| f_\beta \left(\frac{z\Omega}{du_x} \right) \right|^2 dz = \frac{24d}{L^2 \Omega_1} \left[\text{Si}(\Omega_1) + \frac{1}{\Omega_1} \left(1 + \frac{4}{\Omega_1^2} \right) \times \right. \\ \left. \times (\cos \Omega_1 - 1) + \frac{2}{\Omega_1} \left(\frac{2 \sin \Omega_1}{\Omega_1} - 1 \right) \right]. \quad (38.28)$$

Здесь $\Omega_1 = \Omega L / u_x$ — безразмерная частота, а

$$\text{Si}(\Omega_1) = \int_0^{\Omega_1} \frac{\sin t}{t} dt \quad (38.29)$$

— интегральный синус.

Подставляя (38.28) в (38.26) и нормируя спектр на дисперсию $B_{\beta}(0) = \sigma_{\beta}^2$, получаем

$$\frac{\Omega G_{\beta}(\Omega)}{\sigma_{\beta}^2} = 7,085 \Omega_1^{-8/3} [\text{Si}(\Omega_1) + \Omega_1^{-1} (1 + 4\Omega_1^{-2}) \times \\ \times (\cos \Omega_1 - 1) + 2\Omega_1^{-1} (2\Omega_1^{-1} \sin \Omega_1 - 1)]. \quad (38.30)$$

Из графика функции (38.30), приведенного на рис. 38.1, видно, что ветровой снос неоднородностей среды приводит к временным флуктуациям среднего по апертуре угла прихода волны (направления главного максимума диаграммы направленности) с характерной частотой $\Omega_1 \approx 2,5$, а соответствующий временной масштаб составляет $\tau_1 \approx 0,4L/u_x$.

Оценки, полученные в данном параграфе, показывают, что характерным временем изменения случайной погрешности измерения угловой координаты служит время перемещения источника (или неоднородности) на расстояние порядка размера апертуры антенны.

39. СОПОСТАВЛЕНИЕ ОБЫЧНЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ С ОПТИМАЛЬНЫМ

Применяемые на практике методы измерения угловых координат приспособлены к вакуумным измерениям и не учитывают априорной информации об искажениях, возникающих при распространении волны в среде с флюктуирующей диэлектрической проницаемостью. Повышение требований к точностным характеристикам современных радиотехнических устройств приводит к необходимости разработки таких методов, которые дают минимальные случайные погрешности, вызванные случайными неоднородностями среды. В связи с этим интересно сопоставить точность измерений, достижимую при использовании оптимальных методов, вытекающих из статистической теории измерений, и обычно применяемых на практике методов.

Для такого сопоставления используем оптимальный алгоритм восстановления углового положения источника по измеренной реализации фазы $\varphi(x)$ принимаемого сигнала в пределах непрерывной линейной апертуры [121]. В этой работе предполагалось, что вносимый средой случайный фазовый сдвиг распределен по гауссовскому закону с экспоненциальной функцией пространственной корреляции:

$$B_{\varphi}(x) = \sigma_{\varphi}^2 e^{-|x|/\rho}, \quad (39.1)$$

где σ_{φ}^2 — дисперсия флуктуаций фазы, а ρ — радиус корреляции.

Полученная в [121] оценка максимального правдоподобия $\hat{\beta}_{\text{опт}}$ для

измеряемой угловой координаты $\beta_0 = \cos \theta_0$ (θ_0 — угол между направлением на источник и осью x , вдоль которой ориентирована антенна) имеет вид

$$\hat{\beta}_{\text{опт}} = - \int_{-L/2}^{L/2} \varphi(x) g(x) dx \bigg/ \kappa \int_{-L/2}^{L/2} x g(x) dx, \quad (39.2)$$

где $\varphi(x) = -\kappa\beta_0 x + \psi(x)$ — измеренная реализация фазы, зависящая от координаты x , а

$$g(x) = - \frac{1}{\sigma_\psi^2} \left\{ \frac{\kappa x}{2\beta} + \kappa \left(\frac{L}{2} + \rho \right) \left[\delta \left(x - \frac{L}{2} \right) - \delta \left(x + \frac{L}{2} \right) \right] \right\}. \quad (39.3)$$

Интегрирование в (39.2) проводится вдоль апертуры L . При этом дисперсия погрешности измерения угловой координаты оказывается равной

$$(\sigma_\beta^2)_{\text{опт}} = \langle (\hat{\beta}_{\text{опт}} - \beta_0)^2 \rangle = \frac{\sigma_\psi^2}{(\kappa L/2)^2} \left(1 + \frac{2\rho}{L} + \frac{L}{6\rho} \right)^{-1}. \quad (39.4)$$

Наряду с рассмотренными выше методами измерений угловых координат, основанными на регистрации максимума сигнала на выходе антенны (амплитудные измерения), можно указать на интерферометрические измерения, когда угловое положение источника определяется по разности фаз в двух пространственно разнесенных приемниках, а также измерения углового положения центра тяжести изображения источника на выходе антенны.

Дисперсия погрешности амплитудных измерений σ_β^2 определяется формулой (38.6), где для $\langle a^2 \rangle$ будем использовать выражение (38.9). В случае интерферометрических измерений выражение для дисперсии погрешности измерений может быть легко получено на основе формул (38.6) и (38.8), если положить $\mathcal{A}(x) = [\delta(x - L/2) + \delta(x + L/2)]/2$ (такое амплитудное распределение в раскрыве отвечает двум точечным приемникам, разнесенным в пространстве на расстояние L):

$$(\sigma_\beta^2)_i = D_\psi(L) / (\kappa L)^2. \quad (39.5)$$

Угловое положение центра тяжести изображения источника определяется по формуле

$$\hat{\beta}_u = \int_{-\infty}^{\infty} \beta |U(\beta)|^2 d\beta \bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} |U(\beta)|^2 d\beta, \quad (39.6)$$

где

$$U(\beta) = \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp [i\kappa(\beta - \beta_0)x + i\psi(x)] dx$$

— сигнал на выходе антенны. Подставляя выражение для $U(\beta)$ в формулу (39.6), находим, что дисперсия погрешности измерения

угловой координаты по центру тяжести $(\sigma^2_\beta)_ц$ и интерферометрическим методом совпадают.

Воспользовавшись соотношением (18.3), связывающим структурную $D_\psi(x)$ и корреляционную $B_\psi(x)$ функции, проведем расчеты дисперсий σ^2_β и $(\sigma^2_\beta)_н = (\sigma^2_\beta)_ц$ для экспоненциальной корреляционной функции $B_\psi(x)$ на основе формул (38.9) и (39.5):

$$\sigma^2_\beta = 6y [2 + 3y (y^2 - 1) - 3y (y + 1)^2 e^{-2/y}] \sigma^2_\psi / (\kappa L)^2, \quad (39.7)$$

$$(\sigma^2_\beta)_н = (\sigma^2_\beta)_ц = 2 (1 - e^{-2/y}) \sigma^2_\psi / (\kappa L)^2, \quad (39.8)$$

где $y = 2r/L$.

Сравнение точности оптимального и обычных методов измерения проведем на основе графиков, приведенных на рис. 39.1. Из рисунка видно, что если размер раскрыва (или базы) меньше радиуса корреляции фазы ($y > 1$), то погрешность интерферометрических измерений близка к погрешности оптимального метода (различие не более 1—3%), а погрешность амплитудных измерений на 20—30% выше. При $y < 0,2$ к оптимальным приближается погрешность амплитудных измерений (различие менее 10%), а погрешность интерферометрических отличается более чем на 30%. При $0,2 < y < 1$ погрешности и амплитудных, и интерферометрических измерений превышают погрешности оптимальных измерений примерно на 30% [122].

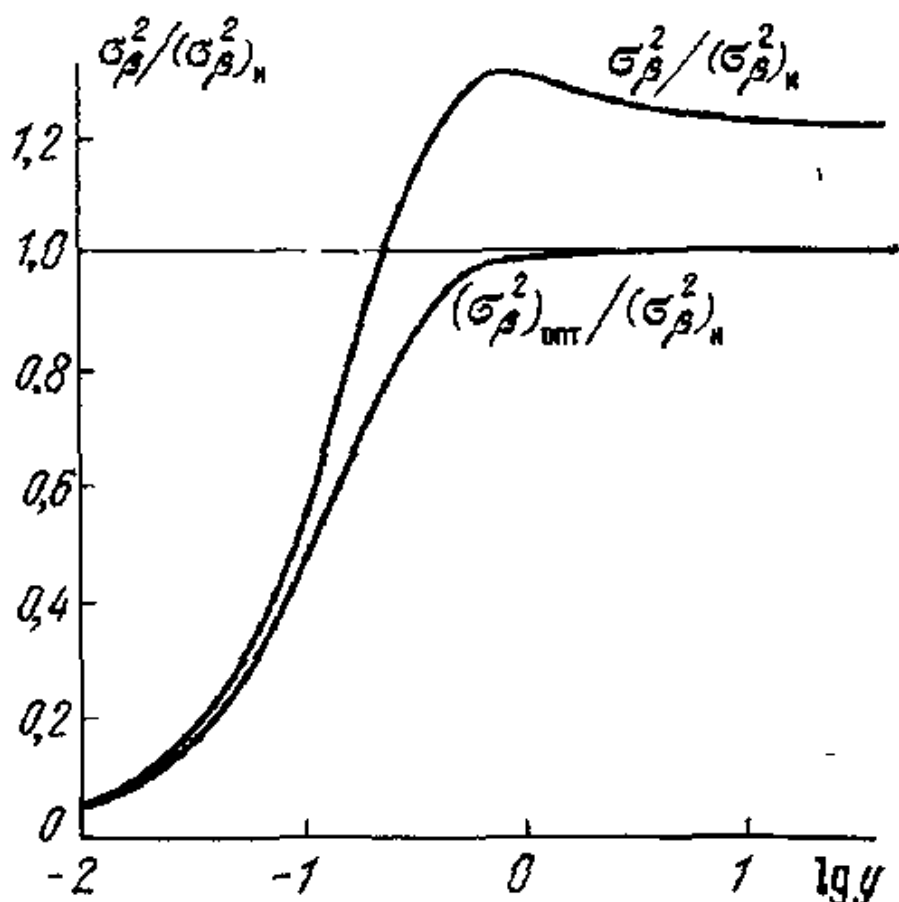


Рис. 39.1

Интересно отметить, что в рамках применимости предположений, сделанных нами при анализе точности амплитудных измерений, для реализации оптимального алгоритма не обязательно знать реализацию фазы вдоль раскрыва, как это требуется согласно формуле (39.2), а достаточно провести одновременные амплитудные измерения положения максимума и интерферометрические измерения угла (или измерения по центру тяжести), а затем составить взвешенную комбинацию результатов этих измерений в соответствии с формулами (39.2) и (39.3).

40. ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ АНТЕННЫ

Сигнал на выходе антенны. Анализ временной структуры сигнала и определение необходимых параметров движения источника осуществляется в устройстве обработки, на вход которого поступает сигнал, формируемый на выходе антенны. Будем считать, что источник

излучает квазимонохроматический сигнал с несущей частотой ω_0 и огибающей $G(t-t_0)$:

$$s(t) = G(t-t_0) e^{-i\omega_0 t}, \quad (40.1)$$

где t_0 — момент излучения сигнала. Представим этот сигнал в спектральной форме

$$s(t) = \int \tilde{G}(\Omega) \exp [i\Omega t_0 - i(\Omega + \omega_0)t] d\Omega, \quad (40.2)$$

где

$$\tilde{G}(\Omega) = (2\pi)^{-1} \int G(t) e^{i\Omega t} dt. \quad (40.3)$$

Тогда каждая гармоника частоты $\omega = \omega_0 + \Omega$ формирует на выходе линейной антенны сигнал (36.2), так что полный отклик антенны

$$U_0(t) = \int \tilde{G}(\Omega) e^{i\Omega t_0} \frac{\exp [-i(\omega_0 + \Omega)t + i\Phi]}{R_0(t)} d\Omega \times \\ \times \int_{-L/2}^{L/2} \mathcal{A}(x) \exp [i(\alpha + A)x + i(\beta + B)x^2] dx. \quad (40.4)$$

Отметим, что входящие в (40.4) величины A , B и Φ , определяемые формулами (35.9) — (35.11), зависят от частоты, однако, как показывают оценки, основную роль играет частотная зависимость Φ , а значения A и B можно считать постоянными, отвечающими несущей частоте ω_0 . Такое приближение отвечает пренебрежению запаздыванием сигнала вдоль раскрыва антенны. Величину Φ мы представим в виде ряда Тейлора по $\Omega = \omega - \omega_0$ и ограничимся тремя первыми членами:

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{d\Phi}{d\omega_0} \Omega + \frac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{d\omega_0^2} \Omega^2. \quad (40.5)$$

В результате максимум сигнала, достигаемый при пространственном сканировании ($\alpha = -A_{\omega_0}$, $\beta = -B_{\omega_0}$), равен

$$U_0(t) = \frac{\exp (-i\omega_0 t + i\Phi_0)}{R_0(t)} \int \tilde{G}(\Omega) \exp [-i\Omega(t-t_0) + \\ + i\Omega \frac{d\Phi}{d\omega_0} + \frac{1}{2} i\Omega^2 \frac{d^2\Phi}{d\omega_0^2}] d\Omega. \quad (40.6)$$

Возвращаясь к временному представлению, найдем (ср. § 12)

$$U_0(t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t + i\Phi_0)}{R_0(t)} \int G\left(t - t_0 - \frac{d\Phi}{d\omega_0} - \tau\right) g(\tau) d\tau, \quad (40.7)$$

где

$$g(\tau) = \frac{1+i}{2V\pi(d^2\Phi/d\omega_0^2)} \exp\left[-\frac{i\tau^2}{2(d^2\Phi/d\omega_0^2)}\right]. \quad (40.8)$$

Формула (40.8) показывает, что огибающая принимаемого сигнала описывается сверткой, задержанной во времени на $d\Phi/d\omega_0$ огибающей исходного сигнала с функцией $g(\tau)$, характерный масштаб изменения которой

$$\tau_0 = \sqrt{d^2\Phi/d\omega_0^2}. \quad (40.9)$$

Будем считать, что τ_0 мало по сравнению с длительностью сигнала и положим $\tau_0=0$. Тогда $g(\tau)=\delta(\tau)$ и сигнал на выходе антенны

$$U_0(t) = \frac{\exp[-i\omega_0 t + i\Phi_0(t)]}{R_0(t)} G\left(t - t_0 + \frac{d\Phi}{d\omega_0}\right), \quad (40.10)$$

где в соответствии с (35.9)

$$\Phi_0(t) = \kappa R_0(t) + \Psi_0(t) + \psi_0(t). \quad (40.11)$$

Таким образом, при принятых выше предположениях искажения сигнала на пути распространения сводятся к появлению паразитной фазовой модуляции и дополнительного запаздывания сигнала.

Преобразование сигнала в устройстве обработки. Для определенности рассмотрим один из наиболее распространенных видов обработки — согласованную фильтрацию. В этом случае сигнал на выходе устройства обработки [95, 118]

$$F(\tau, \Omega) \sim \left| \int e^{i\Phi_0(t)} G\left(t - t_0 - \frac{d\Phi}{d\omega_0}\right) G^*(t - \tau) e^{-i\Omega t} dt \right|. \quad (40.12)$$

Измеряемыми являются значения τ и Ω , соответствующие максимуму функции $F(\tau, \Omega)$. Пользуясь медленностью изменения функций Ψ_0 и R_0 в масштабе длитель-

ности сигнала, разложим их в ряд Тейлора в окрестности t_0 :

$$\begin{aligned}\Psi_0(t) &\approx \Psi_0(t_0) + \dot{\Psi}_0(t_0)(t-t_0); \\ R_0(t) &\approx R_0(t_0) + \dot{R}_0(t_0)(t-t_0).\end{aligned}\quad (40.13)$$

По аналогии с (35.7а) представим $\psi_0(t)$ в виде

$$\psi_0(t) = p + q(t-t_0) + \tilde{\psi}(t), \quad (40.14)$$

где коэффициенты p и q выбираются из условия минимальности величины $W = \int G(t-t_0) \tilde{\psi}^2(t) dt$ и равны

$$p = \frac{N_0 n_2 - n_1 N_1}{n_0 n_2 - n_1^2}; \quad q = \frac{n_0 N_1 - n_1 N_0}{n_0 n_2 - n_1^2}. \quad (40.15)$$

Здесь

$$N_k = \int (t-t_0)^k G(t-t_0) \psi_0(t) dt; \quad n_k = \int (t-t_0)^k G(t-t_0) dt. \quad (40.16)$$

Для простоты мы удержали в (40.13) и (40.14) лишь линейные по $t-t_0$ члены, что соответствует измерению только запаздывания и доплеровского сдвига частоты сигнала. При одновременных измерениях запаздывания, доплеровской частоты и ее первой производной нужно учесть в (40.13) и (40.14) еще и квадратичные члены. Соответствующее обобщение не вызывает затруднений и потому ниже не описывается.

Подставляя (40.13) и (40.14) в формулу (40.11), находим выражение для фазы принимаемого сигнала. Отметим, что в аргументе огибающей G в (40.12) можно пренебречь зависимостью $d\Phi/d\omega_0$ от t и считать ее равной

$$\frac{d\Phi}{d\omega_0} \approx \frac{R_0(t_0)}{c} + \frac{\partial \Psi_0(t_0)}{\partial \omega_0} + \frac{\partial p}{\partial \omega_0}. \quad (40.17)$$

На основании полученных формул сразу же находим значения измеряемых параметров τ и Ω , соответствующие максимуму корреляционного интеграла (40.12):

$$\tau = t_0 + \frac{R_0(t_0)}{c} + \frac{\partial \Psi_0(t_0)}{\partial \omega_0} + \frac{\partial p}{\partial \omega_0}, \quad (40.18)$$

$$\Omega = \kappa \dot{R}_0(t_0) + \dot{\Psi}_0(t_0) + q. \quad (40.19)$$

Здесь $R_0(t_0)/c$ — «вакуумное» запаздывание сигнала на трассе источник — приемник; $\partial \Psi_0(t_0)/\partial \omega_0$ — запаздыва-

ние сигнала, обусловленное регулярным профилем диэлектрической проницаемости; $\partial p / \partial \omega_0$ — случайное запаздывание сигнала, вызванное флуктуациями диэлектрической проницаемости; $\dot{R}_0(t_0)$ — радиальная скорость движения источника; $\dot{\Psi}_0(t_0)$ — регулярная поправка к доплеровскому сдвигу частоты; q — случайная поправка к доплеровскому сдвигу частоты.

Таким образом, соотношения (40.18) и (40.19) устанавливают связь измеряемых параметров τ и Ω с истинными значениями параметров движения источника и с диэлектрической проницаемостью неоднородной атмосферы, через которую распространяется сигнал.

41. ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА

Дальность и скорость движения источника. В результате согласованной фильтрации сигнала могут быть измерены дальность до источника R_0 и радиальная скорость его движения $\dot{R}_0$. Согласно (40.18) и (40.19)

$$\hat{R}_0 = R_0 + c \frac{\partial \Psi_0(t_0)}{\partial \omega_0} + c \frac{\partial p}{\partial \omega_0}, \quad (41.1)$$

$$\hat{\dot{R}}_0 = \dot{R}_0 + \dot{\Psi}_0(t_0)/\kappa + q/\kappa. \quad (41.2)$$

Как видно из (41.1) и (41.2), погрешности измерения содержат регулярную и случайную составляющие. Регулярные погрешности определяются поправкой $c[\partial \Psi_0(t_0)/\partial \omega_0]$ к групповому пути и поправкой $\dot{\Psi}_0$ к доплеровскому сдвигу частоты. В гл. 4 приведены формулы, связывающие эти величины с диэлектрической проницаемостью среды, и результаты численных расчетов по этим формулам для конкретных моделей неоднородности среды. При сделанных допущениях погрешности не зависят от параметров приемной апертуры и вида излучаемого сигнала. Остановимся более подробно на случайных погрешностях измерений.

Случайное запаздывание. Дисперсия случайного запаздывания сигнала, определяющая случайную погрешность измерения дальности, как в ионосфере, так и в тропосфере выражается через дисперсию параметра p :

$$\langle (\partial p / \partial \omega_0)^2 \rangle = \langle p^2 \rangle / \omega_0^2. \quad (41.3)$$

Для расчета величины $\langle p^2 \rangle$ воспользуемся формулой (40.15). Для простоты примем, что сигнал длительностью T имеет прямоугольную форму, а момент t_0 относится к середине импульса. Тогда

$$\langle p^2 \rangle = 9 \int_0^1 \int_0^1 \left(1 - \xi - \frac{20}{3} \xi^2 + 10 \xi^3 - \frac{10}{3} \xi^4 \right) (1 - \tau) \times \\ \times B_\psi(L\xi, T\tau) d\xi d\tau. \quad (41.4)$$

$$\text{Здесь } B_\psi(x, t) = \langle \psi(x_1, t_1) \psi(x_1 + x, t_1 + t) \rangle \quad (41.5)$$

— пространственно-временная корреляционная функция флуктуаций фазы. Пространственная корреляция простирается на расстояния порядка внешнего масштаба L_0 , а временная — на интервалы L_0/v , где v — скорость источника (или скорость ветра). В подавляющем большинстве случаев выполняются неравенства $L \ll L_0$ и $T \ll L_0/v$. Поэтому в (41.4) корреляционную функцию $B_\psi(L\xi, T\tau)$ можно приближенно заменить ее значением при $\tau=0$, $\xi=0$ $B_\psi(0, 0) \approx (L_0/\rho_k)^{5/3}/2$. В результате получим

$$\langle p^2 \rangle \approx \frac{1}{2} \left(\frac{L_0}{\rho_k} \right)^{5/3}, \quad \left\langle \left(\frac{\partial p}{\partial \omega_0} \right)^2 \right\rangle \approx \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{2} \left(\frac{L_0}{\rho_k} \right)^{5/3}. \quad (41.6)$$

Отсюда находим, что среднеквадратическое значение $\sigma_R = c \sqrt{\langle (\partial p / \partial \omega_0)^2 \rangle}$ погрешности измерения дальности

$$\sigma_R \approx (\lambda/2 \sqrt{2\pi}) (L_0/\rho_k)^{5/6}. \quad (41.7)$$

Случайный доплеровский сдвиг частоты. Случайный доплеровский сдвиг частоты определяется величиной q , которая согласно (40.15) и (40.16) в простейшем случае прямоугольного импульса и равномерного амплитудного распределения токов в раскрыве антенны равна

$$q = \frac{12}{T} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{9}{4} - 15\xi^2 \right) \tau \psi(L\xi, T\tau) d\xi d\tau. \quad (41.8)$$

Расчет дисперсии дает

$$\langle q^2 \rangle = \frac{9}{T^2} \int_0^1 \int_0^1 d\xi d\tau (10\xi^5 - 30\xi^3 + 20\xi^2 + 3\xi - 3) \times \\ \times (2\tau^3 - 3\tau - 1) [D_\psi(L\xi, T\tau) + D_\psi(L\xi, -T\tau)], \quad (41.9)$$

где $D_\phi(x, t)$ — пространственно-временная структурная функция фазы сферической волны. Предполагая, что зависимость фазы от времени связана только с движением источника (скорость ветра мала) [см. формулу (19.4)],

$$D_\phi(x, t) = \frac{8}{3\rho_k^{5/3}} \int_0^1 |yx + (1-y)\mathbf{v}_\perp t|^{5/3} dy, \quad (41.10)$$

где $\mathbf{v}_\perp$ — поперечная по отношению к линии визирования скорость источника. Интеграл в (41.10) точно вычислить не удастся, поэтому воспользуемся кубической аппроксимацией подынтегрального выражения

$$|yx + (1-y)\mathbf{v}_\perp t|^{5/3} \approx b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3, \quad (41.11)$$

где коэффициенты b_i выберем из условия совпадения значений исходной и аппроксимирующей функций и их производных на концах интервала интегрирования. В результате из (41.10) и (41.11) получим

$$D_\phi(x, t) \approx \frac{8}{3\rho_k^{5/3}} \left[\frac{13}{36} (|x|^{5/3} + |\mathbf{v}_\perp t|^{5/3}) + \right. \\ \left. + \frac{5}{36} (|x|^{1/3} + |\mathbf{v}_\perp t|^{1/3}) \mathbf{x} \cdot \mathbf{v}_\perp t \right]. \quad (41.12)$$

Подставляя (41.12) в формулу (41.9), окончательно находим

$$\langle q^2 \rangle \approx (v_\perp T / \rho_k)^{5/3} T^{-2}. \quad (41.13)$$

Таким образом, в рассмотренном приближении дисперсия случайного доплеровского сдвига частоты не зависит от размера апертуры L , но зависит от длительности сигнала T . Из формул (41.2) и (41.13) находим среднеквадратическое значение погрешности измерения скорости источника

$$\sigma_v \approx (\lambda / 2\pi T) (v_\perp T / \rho_k)^{5/6}. \quad (41.14)$$

Полученные выше формулы (38.11), (41.7) и (41.14) для случайных погрешностей весьма просты и очень удобны при проведении численных оценок. Оценки же для входящего в эти формулы радиуса когерентности ρ_k , представляющего собой комбинацию параметров сре-

ды и излучения, могут быть получены на основе формулы (18.28).

Проведенный в данной главе анализ показывает, что при расчете случайных погрешностей необходимо учитывать усредняющее действие антенны и устройства обработки. В противном случае погрешности могут оказаться существенно завышенными. Это объясняется тем, что реальная атмосфера является многомасштабной случайной средой, а случайные погрешности обычно определяются только теми неоднородностями, размеры которых определяются параметрами приемной апертуры и устройства временной фильтрации. В частности, случайные погрешности измерения угловых координат, вообще говоря, нельзя отождествлять с флуктуациями угла прихода волны. Это можно делать лишь тогда, когда размер апертуры меньше минимального размера неоднородностей среды^{*)}. Однако на практике это условие обычно не выполняется. Так, в случае степенного спектра турбулентности выражение (20.12) для дисперсии флуктуаций угла прихода волны дает дисперсию погрешности измерения угловых координат [см. формулу (38.11)], если заменить в этом выражении минимальный масштаб турбулентности l_0 размером апертуры приемной антенны. Это относится и к измерениям доплеровского сдвига частоты. Дисперсия погрешности измерения получается из дисперсии флуктуаций частоты, если в выражении для последней минимальный масштаб турбулентности положить равным $v_{\perp} T$ [см. формулу (41.13)].

Рассмотренная выше схема преобразования принимаемого сигнала позволяет, с одной стороны, выявить характерные особенности поведения случайных погрешностей, а с другой — оценить предельно достижимые размеры приемной апертуры и длительность используемого сигнала, при которых допустима когерентная обработка сигнала. Иными словами, повышение точности измерений путем увеличения размеров апертуры и длительности сигнала возможно лишь в некоторых пределах, ограничиваемых влиянием случайных неоднородностей среды, которые вызывают случайные искажения сигнала.

^{*)} Аналогичный вывод для одимасштабной модели фазовых флуктуаций сделан в книге [85].

Глава 9

МНОГОПОЗИЦИОННЫЕ И МНОГОЧАСТОТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

К пространственно-разнесенным измерительным системам обычно относят системы, состоящие из нескольких приемников, размеры апертур которых намного меньше, чем расстояние между ними. В качестве примеров можно указать радиointерферометры, регистрирующие разность фаз принятого сигнала, по которой восстанавливается угол прихода волны, т. е. направление на источник, а также системы, измеряющие разности запаздываний сигнала или угловые направления на источник в нескольких приемных пунктах, по которым определяется положение источника в пространстве (разностно-дальномерный и триангуляционный методы) [95]. Кроме того, возможно определение координат источника по комбинации измерений угловых направлений и разности запаздываний до приемных пунктов (угломерио-разностно-дальномерный метод).

В этой главе мы рассмотрим влияние неоднородной земной атмосферы на точностные характеристики разностно-дальномерных систем. Анализ погрешностей измерений для триангуляционных и угломерио-разностно-дальномерных систем может быть проведен аналогичным образом. Что же касается угловых измерений при помощи радиointерферометра, то случайные погрешности уже были рассмотрены нами выше в § 39, а регулярные погрешности такие же, как и в случае амплитудных измерений, исследованных в § 37.

В конце этой главы кратко рассмотрен вопрос об использовании многочастотных измерений для определения параметров ионосферы, представляющих интерес с точки зрения уменьшения погрешностей измерений.

42. РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫЙ МЕТОД

Рассмотрим одну из пространственно-разнесенных систем, измеряющих разности групповых путей, которая включает в себя четыре приемных пункта (рис. 42.1). Для определенности будем считать, что разности груп-

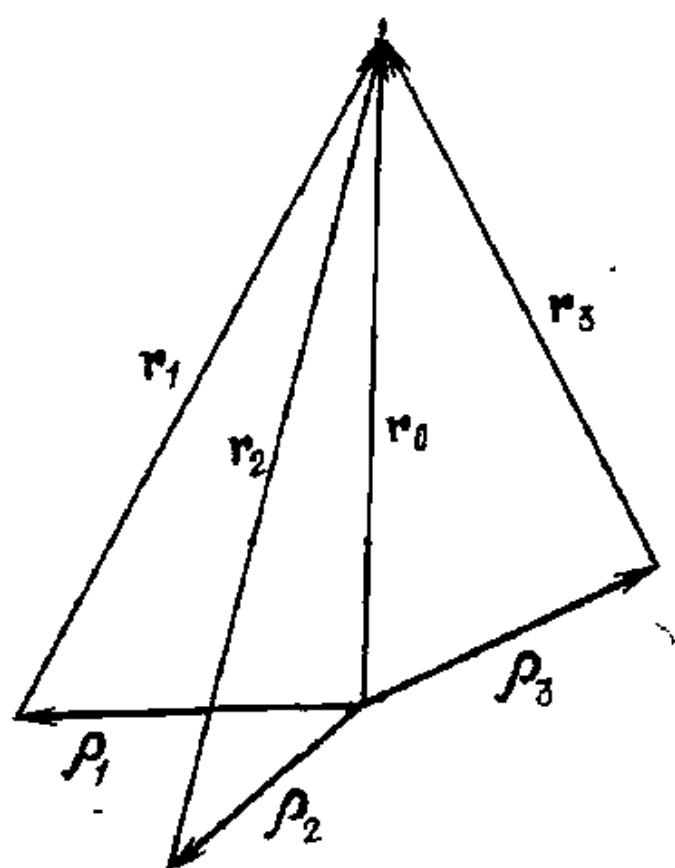


Рис. 42.1

повых путей измеряются по отношению к одному из приемных пунктов (его положение совместим с началом координат), который в дальнейшем будем называть центральным. В такой системе измеряются разности групповых путей Δ_i ($i=1, 2, 3$) сигналов, принимаемых в i -м и центральном пунктах. В результате относительно трех координат источника может быть записана система из трех алгебраических уравнений

$$r_i - r_0 = \Delta_i, \quad i=1, 2, 3, \quad (42.1)$$

где $r_i = |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i|$ — расстояние от источника до i -го пункта, $\mathbf{r}_0$ — искомый радиус-вектор источника, а $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор i -го пункта.

Описанная схема определения координат источника относится к измерениям в вакууме, когда разность групповых путей совпадает с разностью геометрических расстояний. При распространении сигнала в атмосфере измеряется разность групповых путей, которая отличается от разности расстояний на некоторую величину δ_i . Поэтому положение источника будет определено с погрешностью $\delta \mathbf{r}$, для нахождения которой нужно решить следующую систему уравнений:

$$\delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l}_i - \mathbf{l}_0) = \delta_i, \quad i=1, 2, 3, \quad (42.2)$$

где $\mathbf{l}_0 = \mathbf{r}_0 / r_0$, $\mathbf{l}_i = \mathbf{r}_i / r_i$ — единичные векторы, задающие направление на источник из центрального и i -го пунктов. Система уравнений (42.2) получается из (42.1) в результате подстановки в (42.1) вместо r_0 и Δ_i величин $r_0 + \delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{l}_0$ и $\Delta_i + \delta_i$ и последующей линеаризации по $\delta \mathbf{r}$.

Для решения системы уравнений (42.2) воспользуемся очевидным тождеством, которое является следствием компланарности векторов $\mathbf{r}_{i\perp} = \mathbf{r}_i - \mathbf{l}_0(\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{r}_i)$ ($i=1, 2, 3$), представляющих собой поперечные по отношению к $\mathbf{l}_0$ составляющие векторов $\mathbf{r}_i$. Это тождество имеет вид

$$\sum_{i=1}^3 a_i \mathbf{r}_{i\perp} = 0, \quad (42.3)$$

где α_i — константы, значения которых зависят от взаимного расположения приемных пунктов и направления на источник. В результате из (42.2) с учетом (42.3) находим, что погрешность измерения дальности $\delta r_{\parallel} = (l_0 \cdot \delta \mathbf{r})$ равна

$$\delta r_{\parallel} = \frac{\sum_{i=1}^3 \alpha_i r_i \delta_i}{\sum_{i=1}^3 \alpha_i r_i [(r_0 - \rho_{i\parallel})/r_i - 1]}, \quad (42.4)$$

а погрешность измерения угловых координат можно характеризовать вектором $\delta \mathbf{r}_{\perp} = \delta \mathbf{r} - l_0 \delta r_{\parallel}$, который однозначно определяется любой парой величин $\delta \mathbf{r}_{\perp} \cdot \mathbf{p}_{i\perp}$, равных

$$\delta \mathbf{r}_{\perp} \cdot \mathbf{p}_{i\perp} = -r_i \delta_i + \delta r_{\parallel} (r_0 - \rho_{i\parallel} - r_i), \quad i = 1, 2, 3. \quad (42.5)$$

Здесь $\rho_{i\parallel}$ — продольная (по отношению к l_0) составляющая радиус-вектора $\mathbf{p}_i$, т. е: $\rho_{i\parallel} = l_0 \cdot \mathbf{p}_i$.

Таким образом, для нахождения погрешностей измерения координат источника, обусловленных земной атмосферой, необходимо рассчитать величины δ_i , которые включают в себя регулярную и флюктуационную составляющие. Рассмотрим сначала регулярные погрешности.

Регулярные погрешности. Расчет величины δ_i , представляющей собой поправку, вносимую средой в разность групповых путей сигналов, приходящих в два пространственно-разнесенных пункта, полностью аналогичен расчету поправок к групповому пути (см. гл. 2) и при $\rho_i \ll r_0$ приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \delta_i = & \frac{\rho_{i\perp}^2}{2r_0^2} (\delta r)_0 - \left(1 + \frac{\rho_{i\parallel}}{r_0}\right) (\mathbf{p}_{i\perp} \cdot \nabla) + \rho_{i\perp}^2 \gamma_i - \rho_{i\perp} \cdot \nabla \bar{v}(0) - \\ & - \frac{1}{2} \rho_{i\parallel}^2 (l_0 \cdot \nabla) \bar{v}(0) - \rho_{i\parallel} (\mathbf{p}_{i\perp} \cdot \nabla) \bar{v}(0) \end{aligned} \quad (42.6)$$

Здесь

$$(\delta r)_0 = -\frac{1}{2} \int_0^{r_0} \bar{v}(l_0 \sigma) d\sigma \quad (42.7)$$

— поправка к групповому пути сигнала, приходящего на центральный пункт [см. формулу (11.11)];

$$\beta = - \frac{1}{2} \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{\sigma}{r_0} \right) \nabla_{\perp} \bar{v}(l_0 \sigma) d\sigma \quad (42.8)$$

— рефракционная поправка к лучу, приходящему в центральный пункт [см. формулу (8.5)];

$$\gamma_i = \frac{1}{2} \int_0^{r_0} \frac{(\rho_{i\perp} \nabla)^2 \bar{v}(l_0 \sigma)}{\rho_{i\perp}^2} \left(1 - \frac{\sigma}{r_0} \right)^2 d\sigma \quad (42.9)$$

— величина, определяющая кривизну регулярного фазового фронта. Последние три слагаемых в (42.6) зависят от локального поведения поправки $\bar{v}$ в месте расположения центральной позиции. Ниже для краткости мы рассмотрим только ионосферные погрешности, когда эти слагаемые обращаются в нуль. В результате подстановки формулы (42.6) без локальных слагаемых в (42.4) и (42.5) находим погрешности измерения дальности и угловых координат:

$$\delta r_{ii} = - (\delta r)_0 - r_0^2 \frac{\sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i\perp}^2 \gamma_i}{\sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i\perp}^2}. \quad (42.10)$$

$$\delta \mathbf{r}_{\perp} / r_0 = - \beta. \quad (42.11)$$

Таким образом, формулы (42.10) и (42.11) позволяют определить погрешности измерений координат источника, если известны значения $(\delta r)_0$, β и γ_i . Величина γ_i может быть рассчитана по формуле (42.9) для конкретных моделей высотного профиля преломления диэлектрической проницаемости совершенно аналогично тому, как это делалось при вычислении $(\delta r)_0$ и β (гл. 4). Здесь мы ограничимся частным случаем плоскостной модели атмосферы, которая в пределах ионосферы оказывается применимой уже при углах места $\varepsilon \gtrsim 15^\circ$ (см. гл. 4).

В этом случае поправка $\bar{v}(\mathbf{r})$ зависит только от высоты z над поверхностью плоской Земли, и, следовательно, оператор $\nabla_{\perp}$ в (42.8) и (42.9) имеет только z -ком-

поиненту. Это позволяет провести интегрирование в (42.8) и (42.9). В результате из формулы (42.6) получим простое выражение для погрешности определения разности групповых путей между i -м и центральным пунктами:

$$\delta_i = (r_i/r_0 - 1) (\delta r)_0. \quad (42.12)$$

Подставляя (42.12) в формулы (42.4) и (42.5), нетрудно найти погрешности измерения дальности и угловых координат в приближении плоскостной модели:

$$\delta r_{\parallel} = -(\delta r)_0 \left[1 + \frac{2 \sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i\parallel}^2}{\sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i\perp}^2} \right], \quad (42.13)$$

$$\delta \varepsilon = \operatorname{ctg} \varepsilon (\delta r)_0 / r_0. \quad (42.14)$$

Как и следовало ожидать, плоскостная модель приводит к наличию только угломестной погрешности $\delta \varepsilon$.

Второе слагаемое в (42.13) по порядку величины совпадает с первым слагаемым, т. е. учет квадратичных членов в формуле (42.6) является необходимым.

Случайные погрешности. Случайные погрешности обусловлены мелкомасштабными (по сравнению с расстоянием между приемными пунктами) неоднородностями диэлектрической проницаемости. После возведения в квадрат и последующего усреднения величины $\delta r_{\parallel}$, определяемой формулой (42.4), находим дисперсию случайной погрешности измерения дальности

$$\langle (\delta r_{\parallel})^2 \rangle = \frac{\sum_{i,j=1}^3 \alpha_i \alpha_j r_i r_j \langle \delta_i \delta_j \rangle}{\sum_{i,j=1}^3 \alpha_i \alpha_j r_i r_j \left(\frac{r_0 - \rho_{i\parallel}}{r_i} - 1 \right) \left(\frac{r_0 - \rho_{j\parallel}}{r_j} - 1 \right)}. \quad (42.15)$$

Дисперсия случайной погрешности измерения угловых координат $\langle (\delta \theta)^2 \rangle = \langle (\delta r_{\perp})^2 \rangle / r_0^2$ тоже выражается через коррелятор $\langle \delta_i \delta_j \rangle$. Предположим, что случайное поле флуктуаций диэлектрической проницаемо-

сти статистически однородно и изотропно. Тогда можно считать, что случайный двумерный вектор $\delta \mathbf{r}_\perp$ статистически изотропен, так что

$$\langle (\delta \mathbf{r}_\perp \cdot \rho_{i\perp})^2 \rangle = \langle (\delta r_\perp)^2 \rangle \rho_{i\perp}^2 / 2. \quad (42.16)$$

Пользуясь формулами (42.5) и (42.16), нетрудно найти $\langle (\delta \theta)^2 \rangle$:

$$\langle (\delta \theta)^2 \rangle = \frac{2}{3} \sum_{i=1}^3 \left\langle \left(\frac{\delta r_i}{r_0 \rho_{i\perp}} - \frac{\delta r_\parallel}{\rho_{i\perp}} \frac{r_0 - \rho_{i\parallel} - r_i}{r_0} \right)^2 \right\rangle. \quad (42.17)$$

Воспользовавшись тождеством $\langle \delta_i \delta_j \rangle = [\langle \delta_i^2 \rangle + \langle \delta_j^2 \rangle - \langle (\delta_i - \delta_j)^2 \rangle] / 2$, выразим коррелятор $\langle \delta_i \delta_j \rangle$ через структурную функцию флуктуаций группового пути $D(\rho)$:

$$\langle \delta_i \delta_j \rangle = [D(\rho_{i\perp}) + D(\rho_{j\perp}) - D(\rho_{i\perp} - \rho_{j\perp})] / 2. \quad (42.18)$$

Соответствующие формулы для структурной функции $D(\rho)$ см. в гл. 5. Таким образом, формулы (42.15), (42.17) и (42.19) вместе с выражением для $D(\rho)$ определяют дисперсии случайных погрешностей измерения дальности и угловых координат в ионосфере и тропосфере. Простые формулы для дисперсий случайных погрешностей получаются путем подстановки формулы (42.18) в (42.15) и (42.17) и последующего отбрасывания множителей порядка единицы:

$$\langle (\delta r_\parallel)^2 \rangle \approx D(b) r_0^4 / b^4, \quad (42.19)$$

$$\langle (\delta \theta)^2 \rangle \approx D(b) / b^2, \quad (42.20)$$

где b — характерное значение размера базы.

Из этих формул видно, что погрешность измерения угловых координат такая же, как и для систем, регистрирующих наклон фазового фронта (антенны, радиоинтерферометры) (см. гл. 8), тогда как погрешность измерения дальности, в отличие от ошибки импульсных измерений дальности, зависит от отношения расстояния до источника к размеру базы и может оказаться очень большой, так как обычно $b < r_0$. Эта особенность характерна для всех систем, в которых дальность определяется по кривизине фазового фронта или поверхности равных групповых путей.

43. МНОГОЧАСТОТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Принципы построения и функционирования радиотехнических измерительных систем, рассмотренных выше (фазированные антенны, пространственно-разнесенные системы), выбирались на основе анализа работы таких систем в однородной атмосфере. Между тем требования, предъявляемые к точности современных измерительных систем, столь высоки, что влияние неоднородности земной атмосферы становится определяющим. Поэтому при построении системы требуется предусмотреть возможность уменьшения искажающего влияния атмосферы на результаты измерений. Некоторые способы компенсации регулярных погрешностей, основанные на определении профиля диэлектрической проницаемости атмосферы при помощи вспомогательных геофизических измерений и последующем вычислении поправок, были описаны в [16, 19].

Особенность многочастотных измерений состоит в том, что они позволяют одновременно определять координаты источника (или отражателя) и значения регулярных ионосферных поправок первого порядка. Это означает, что, помимо повышения точности измерения координат за счет исключения ионосферных поправок, многочастотные измерения могут служить в качестве метода определения параметров ионосферы.

Регулярные погрешности. Рассмотрим погрешности измерения параметров ионосферы при использовании многочастотного излучения [123]. Многочастотный метод основан на измерении времен запаздывания (τ_i) и направлений прихода волны (ϵ_i, ϕ_i) на нескольких частотах ω_i ($i=1, 2, \dots, n$). Совокупность параметров $\{\tau_i, \epsilon_i, \phi_i\}$ обозначим через λ_i . Каждый i -й замер оказывается искаженным из-за распространения радиоволн в ионизированной среде, так что $\lambda_i = \lambda_0 + \delta\lambda_i$, $\lambda_0 = \{\tau_0, \epsilon_0, \phi_0\}$, отвечает распространению волны в вакууме; $\delta\lambda_i = \{\delta\tau_i, \delta\epsilon_i, \delta\phi_i\}$ — групповые и рефракционные поправки.

В рассматриваемом случае высоких частот ($\omega_i^2 \gg \omega_p^2$) в соответствии с развитой в гл. 2 теорией возмущений для лучевых уравнений эти поправки приближенно можно представить в виде ряда с конечным числом членов $m \leq n-1$ по степеням ω_i^{-2} :

$$\delta\lambda_i = \sum_{k=1}^m \omega_i^{-2k} d_{ik}, \quad (43.1)$$

где коэффициенты $d_{ik} = \{d_{ik}^{(\tau)}, d_{ik}^{(e)}, d_{ik}^{(\varphi)}\}$ не зависят от частоты и определяются только распределением ионизации в ионосфере в момент измерения на i -й частоте. Если излучение сигналов на различных частотах производится в близкие моменты времени, то параметры ионосферы можно считать неизменными, и тогда $d_{ik} = d_k$ для всех частот. Физический смысл коэффициентов d_k , подлежащих оценке, может быть выяснен на основе решения лучевых уравнений методом возмущений (см. § 8). В частности, согласно (11.1), (11.2), (11.8), в первом приближении имеют место следующие соотношения, связывающие параметры $d_1 = \{d_1^{(\tau)}, d_1^{(e)}, d_1^{(\varphi)}\}$ с электронной концентрацией ионосферной плазмы N :

$$d_1^{(\tau)} = \frac{2\pi e^2}{mc} \int_0^{r_0} N(l_0 \sigma) d\sigma, \quad (43.2)$$

$$d_1^{(e, \varphi)} = l_e d_1^{(e)} + l_\varphi d_1^{(\varphi)} = \frac{2\pi e^2}{m} \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{\sigma}{r_0}\right) \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma) d\sigma,$$

где l_e и l_φ — единичные векторы, лежащие соответственно в угломестной и азимутальной плоскостях, r_0 — расстояние до источника. Параметр $d_1^{(\tau)}$ пропорционален интегральной концентрации на пути распространения сигнала, а параметры $d_1^{(e)}$ и $d_1^{(\varphi)}$ — интегральному поперечному градиенту электронной концентрации (с весовым множителем $1 - \sigma/r_0$). Параметры d_k ($k > 1$) связаны с N более сложным образом.

При равенстве между числом используемых частот и числом неизвестных параметров $n = m + 1$ оценка параметров d_k , а вместе с ними и λ_0 находится в результате решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\lambda_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^m \omega_i^{-2k} d_k, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (43.3)$$

где λ_i — измеренные значения. При избыточном числе частот $n > m + 1$ оптимальный способ оценки параметров d_k основан на методе наименьших квадратов или в бо-

лее общем случае на методе максимального правдоподобия [124]. В частности, возможность измерения совокупности параметров d_1 появляется при использовании двухчастотного метода ($n=2$). Решение уравнений (43.3) при $n=2$ и $m=1$ приводит к следующему выражению для оценок параметров d_1 :

$$d_1 = \omega_1^2 \omega_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2) / (\omega_2^2 - \omega_1^2). \quad (43.4)$$

Регулярные погрешности δd_k измерения параметров ионосферы d_k обусловлены пренебрежением в (43.1) членами разложения, имеющими порядок выше m . Ограничиваясь в (43.1) членами разложения до второго порядка включительно и используя формулу (43.4), получаем *)

$$\delta d_1 = (\omega_1^2 + \omega_2^2) d_2 / (\omega_1^2 \omega_2^2). \quad (43.5)$$

Значения совокупности параметров d_2 могут быть найдены на основе формул (8.6) и (11.9):

$$d_2^{(*)} = \frac{1}{c} \left(\frac{2\pi e^2}{m} \right)^2 \int_0^{r_0} \left[\frac{3}{8} N^2(l_0 \sigma) + \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2\pi e^2} \beta_{\perp} \nabla_{\perp} \right) N(l_0 \sigma) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2\pi e^2} d_1^{(*, \varphi)}(\sigma) \right)^2 \right] d\sigma, \quad (43.6)$$

$$d_2^{(*, \varphi)} = d_2^{(*)} \mathbf{l}_z + d_2^{(\varphi)} \mathbf{l}_{\varphi} = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 \times \\ \times \int_0^{r_0} \left\{ \frac{N(l_0 \sigma)}{4r_0} \int_0^{\sigma} \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma') d\sigma' + \frac{r_0 - \sigma}{4r_0} N(l_0 \sigma) \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma) - \right. \\ \left. - \left(\frac{m}{2\pi e^2} \right) \frac{d_1^{(*, \varphi)}(r_0)}{2r_0} N(l_0 \sigma) + \right. \\ \left. + \left(\frac{m}{2\pi e^2} \right) \frac{r_0 - \sigma}{2r_0} (\beta_{\perp} \nabla_{\perp}) \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma) \right\} d\sigma. \quad (43.7)$$

Здесь вектор $\beta_{\perp}/\omega^2$ представляет собой поперечное отклонение луча от невозмущенного положения, вычисленное

*) Аналогично могут быть найдены и регулярные погрешности измерения координат источника, которые тоже выражаются через поправки второго порядка.

в первом приближении метода возмущений, причем в соответствии с (8.7)

$$\beta_{\perp} = \frac{2\pi e^2}{m} \left[\frac{\sigma}{r_0} \int_{-\frac{r_0}{2}}^{\frac{r_0}{2}} (r_0 - \sigma') \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma') d\sigma' - \int_0^{\sigma} (\sigma - \sigma') \nabla_{\perp} N(l_0 \sigma') d\sigma' \right]. \quad (43.8)$$

Для проведения конкретных вычислений по формулам (43.6) и (43.7) необходимо задаться какой-либо моделью ионосферы. Для грубых оценок по порядку величины можно воспользоваться простыми соотношениями

$$d_2^{(\tau)} \approx \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 N_m^2 \frac{H}{c}; \quad |d_2^{(\theta, \varphi)}| \approx \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 N_m^2 \frac{H}{r_0},$$

где N_m — максимальное значение электронной концентрации в исследуемой области; H — характерный масштаб изменения параметров ионосферы, c — скорость света.

Случайные погрешности. Вследствие рефракции сигналы разных частот распространяются вдоль отличающихся траекторий, на пути которых располагаются, вообще говоря, различные случайные неоднородности. Поэтому оцениваемые параметры d_k нельзя считать одинаковыми для всех частот. Дисперсии случайных погрешностей измерения параметров ионосферы можно найти, вычислив в первом приближении метода возмущений (см. § 20) случайные поправки к групповому запаздыванию и углам прихода. Формулы, устанавливающие связь между дисперсиями погрешностей измерения исследуемых параметров σ_d и корреляторами случайных поправок к параметрам распространяющегося излучения $\langle \delta \tilde{\lambda}_i \delta \tilde{\lambda}_j \rangle$, получаем из (43.3) путем введения поправок $\delta \tilde{\lambda} = \{ \delta \tilde{\tau}, \delta \tilde{\epsilon}, \delta \tilde{\varphi} \}$. В случае двухчастотных измерений

$$\sigma_{d_1} = \omega_1^4 \omega_2^4 (\delta_{11} + \delta_{22} - 2\delta_{12}) / (\omega_2^2 - \omega_1^2)^2. \quad (43.9)$$

На i -й частоте

$$\delta \tilde{\tau}_i = \frac{2\pi e^2}{cm\omega_i^2} \int_0^{r_0} \delta N(r_i(\sigma)) d\sigma, \quad (43.10)$$

где $\delta N(\mathbf{r}) = N(\mathbf{r}) - \langle N(\mathbf{r}) \rangle$ — флуктуации электронной концентрации в ионосфере. Интегрирование в (43.10) ведется вдоль траектории $\mathbf{r}_i(\sigma)$, которая в первом приближении определяется формулой (см. § 8)

$$\mathbf{r}_i(\sigma) = \mathbf{l}_0 \sigma + \boldsymbol{\beta}_\perp(\sigma) / \omega_i^2, \quad (43.11)$$

причем $\boldsymbol{\beta}_\perp(\sigma)$ вычисляется в соответствии с (43.2). Пользуясь (43.10), для коррелятора флуктуаций группового запаздывания на различных частотах получаем

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\tau}_i \tilde{\tau}_j \rangle = & \left(\frac{2\pi e^2}{mc} \right)^2 \omega_i^{-2} \omega_j^{-2} \int_0^{r_0} \int \langle \delta N(\mathbf{r}_i(\sigma')) \times \\ & \times \delta N(\mathbf{r}_j(\sigma'')) \rangle d\sigma' d\sigma''. \end{aligned} \quad (43.12)$$

Обозначив $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j) / 2$, $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, представим корреляционную функцию флуктуаций электронной концентрации в виде

$$\langle \delta N(\mathbf{r}_i) \delta N(\mathbf{r}_j) \rangle = \sigma_N^2(\mathbf{R}) \rho(\Delta \mathbf{R}, \mathbf{R}) \quad (43.13)$$

и предположим, что дисперсия $\sigma_N^2(\mathbf{R})$ и коэффициент корреляции $\rho(\Delta \mathbf{R}, \mathbf{R})$ плавно зависят от $\mathbf{R}$ (с характерным масштабом порядка H), тогда как зависимость $\rho(\Delta \mathbf{R}, \mathbf{R})$ от разностного аргумента $\Delta \mathbf{R}$ является более резкой (с характерным масштабом $l \ll H$). Иными словами, случайное поле $\delta N(\mathbf{r})$ будем считать статистически квазиоднородным.

Подставим (43.13) в (43.12) и введем новые переменные интегрирования: $\sigma = (\sigma' + \sigma'') / 2$ и $\xi = \sigma'' - \sigma'$. Переходя к бесконечным пределам интегрирования по разностной переменной ξ и учитывая (43.11), получаем

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\tau}_i \tilde{\tau}_j \rangle = & \left(\frac{4\pi e^2}{mc} \right)^2 \omega_i^{-2} \omega_j^{-2} \int_0^{r_0} d\sigma \sigma_N^2(\mathbf{l}_0 \sigma) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\mathbf{l}_0 \xi + \Delta \mathbf{r}_{ij}(\sigma), \mathbf{l}_0 \sigma) d\xi, \end{aligned} \quad (43.14)$$

где

$$\Delta \mathbf{r}_{ij}(\sigma) = \boldsymbol{\beta}_\perp(\sigma) (1/\omega_i^2 - 1/\omega_j^2). \quad (43.15)$$

При выводе (43.14) мы заменили приближенно

$$\frac{1}{2} (r_i + r_j) = \frac{1}{2} \left[l_0 (\sigma' + \sigma'') + \frac{\beta_{\perp} (\sigma')}{\omega_i^2} + \frac{\beta_{\perp} (\sigma'')}{\omega_j^2} \right]$$

на $l_0 \sigma$, а разность

$$\begin{aligned} \frac{\beta_{\perp} (\sigma')}{\omega_i^2} - \frac{\beta_{\perp} (\sigma'')}{\omega_j^2} \approx \Delta r_{ij} (\sigma) + \\ + \left(\frac{1}{\omega_i^2} + \frac{1}{\omega_j^2} \right) \frac{d\beta_{\perp}}{d\sigma} \frac{\xi}{2} \end{aligned}$$

на $\Delta r_{ij} (\sigma)$, так как $\frac{1}{\omega_i^2} \left| \frac{d\beta_{\perp}}{d\sigma} \right| \ll |l_0| = 1$.

Аналогично получаем выражения для коррелятора флуктуаций углов прихода:

$$\begin{aligned} \langle \delta \tilde{\lambda}_i \delta \tilde{\lambda}_j \rangle = - \left(\frac{2\pi e^2}{m} \right)^2 \omega_i^{-2} \omega_j^{-2} \int_0^{r_0} d\sigma \left(1 - \frac{\sigma}{r_0} \right) \times \\ \times \sigma_N^2 (l_0 \sigma) \int_{-\infty}^{\infty} \nabla_{\perp}^2 \rho (l_0 \xi + \Delta r_{ij} (\sigma), l_0 \sigma) d\xi. \end{aligned} \quad (43.16)$$

Из формул (43.14) и (43.16) видно, что для проведения расчетов по ним необходимо задать не только конкретный вид зависимостей $\sigma_N^2 (\mathbf{R})$ и $\rho (\mathbf{R}, \Delta \mathbf{R})$, но и профиль электронной концентрации, через который согласно формулам (43.8) и (43.15) выражается расстояние Δr_{ij} между лучами, отвечающими различным частотам.

44. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ ПОМОЩИ НАБЛЮДЕНИЯ ЭФФЕКТА ФАРАДЕЯ НА ДВУХ ЧАСТОТАХ

Угол поворота плоскости поляризации волны в ионосфере измеряется с точностью до целого числа π , так что истинное θ_F и измеренное $\tilde{\theta}_F$ значения фарадеевского угла связаны соотношением

$$\theta_F = p\pi + \tilde{\theta}_F, \quad (44.1)$$

где p — целое число. Для устранения неоднозначности прибегают к двухчастотным измерениям (см. [125] и цитированную там литературу).

Пусть угол поворота плоскости поляризации на частоте ω_1 равен

$$\theta_F(\omega_1) = p\pi + \tilde{\theta}_F(\omega_1), \quad (44.2)$$

а на частоте ω_2

$$\theta_F(\omega_2) = q\pi + \tilde{\theta}_F(\omega_2), \quad (44.3)$$

где p и q — различные целые числа. Если частоты ω_1 и ω_2 выбраны достаточно близкими друг к другу, настолько, что можно гарантировать выполнение неравенства $|\theta_F(\omega_1) - \theta_F(\omega_2)| < \pi$, то следует положить $p = q$. Тогда вычитание (44.3) из (44.2) приводит к соотношению

$$\theta_F(\omega_1) - \theta_F(\omega_2) = \tilde{\theta}_F(\omega_1) - \tilde{\theta}_F(\omega_2), \quad (44.4)$$

или, если учесть (14.5),

$$\frac{2\pi e^3}{m^2 c^2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right) \int_0^{r_0} N(l_0 \sigma) H_e(l_0 \sigma) d\sigma = \tilde{\theta}_F(\omega_1) - \tilde{\theta}_F(\omega_2). \quad (44.5)$$

В условиях, когда электронная концентрация N меняется вдоль луча значительно быстрее, чем продольная составляющая магнитного поля H_e , для интегральной концентрации электронов получаем выражение

$$\int_0^{r_0} N(l_0 \sigma) d\sigma \approx \frac{m^2 c^2}{2\pi e^3 H_e} \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} [\tilde{\theta}_F(\omega_1) - \tilde{\theta}_F(\omega_2)]. \quad (44.6)$$

Таким образом, при определенных условиях двухчастотный метод позволяет устранить влияние неоднозначности измерения угла поворота плоскости поляризации и обеспечить измерение интегральной электронной концентрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Виноградов А. Г. Радиофизические эффекты при распространении УКВ-радиоволн. — Труды РТИ АН СССР, 1974, № 18, с. 3.
2. Долуханов М. П. Распространение радиоволн. — М.: Связь, 1972.
3. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.
4. Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Матвеев С. Т. Раднотелучение Земли как планеты. — М.: Наука, 1974.
5. Малкевич М. С. Оптические исследования атмосферы со спутников. — М.: Наука, 1973.
6. Шутко А. М., Кутуза Б. Г., Яковлев О. И. и др. Радиофизические исследования планет. — М., 1977. — (Итоги науки и техники. Радиотехника/ВИНИТИ, т. 18).

7. Осипов Н. К. Радионизлучение полярной ионосферы в диапазоне коротких и ультракоротких волн. — Исследования по геомагнетизму, аэронавтике и физике Солнца, 1971. № 19, с. 45.
8. Хогг, Чжу. Влияние дождя на космическую связь. — ТИИЭР, 1975, т. 63, № 9, с. 52.
9. Справочник по радиолокации/ Под ред. М. Сколика: Пер. с англ. — Т. 1. — М.: Сов. радио, 1976.
10. Бондарь Б. Г., Кашеев Б. Л. Метеорная связь. — Киев: Техника, 1968.
11. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973.
12. Основы долгосрочного радиопрогнозирования/ Под ред. Т. С. Керблай и Л. Н. Ляховой. — М.: Наука, 1969.
13. Адаптивные системы/ Под ред. Э. А. Витриченко. — М.: Мир, 1980.
14. Насилов Д. Н. Радиометеорология. — М.: Наука, 1966.
15. Казаков Л. Я., Ломакин А. Н. Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере. — М.: Наука, 1976.
16. Бин Б. Р., Даттон Е. Дж. Радиометеорология: Пер. с англ./ Под ред. А. А. Семенова. — Л.: Гидрометеониздат, 1971.
17. Кондратьев К. Я. Метеорологические исследования с помощью ракет и спутников. — Л.: Гидрометеониздат, 1962.
18. Пахомов Л. А., Пинус Н. З., Шметер С. М. Аэрологические исследования изменчивости коэффициента преломления атмосферы для ультракоротких радиоволн. — Л.: Гидрометеониздат, 1960.
19. Колосов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. — М.: Сов. радио, 1976.
20. Srivastava H. N., Pathak R. B. Biexponential model of radio refractive index over India. — Indian J. Meteorol. and Geophys., 1969, v. 20, N 2, p. 123.
21. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
22. Высоковский Д. М. Некоторые вопросы дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
23. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн/ Под ред. Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калининна, Я. С. Шифрина. — М.: Сов. радио, 1965.
24. Есепкина Ю. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1975.
25. Booker H., Gordon W. A theory of radio scattering in the troposphere. — Proc. IRE, 1950, v. 38, N 4, p. 401.
26. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. Флуктуации сигнала от источника, движущегося в многомасштабной случайно-неоднородной среде. — Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, с. 1758.
27. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
28. Альперт Я. Л. Распространение радиоволн в ионосфере. — М.: Изд-во АН СССР, 1960.
29. Budden K. G. Radio waves in the ionosphere. — Cambridge: University Press, 1961.

30. Kelso J. M. Radio ray propagation in the ionosphere. — N. Y.: McGraw-Hill Book Co, 1964.
31. Распределение электронной концентрации в ионосфере и экзосфере: Пер. с англ./ Под ред. К. И. Грингауза. — М.: Мир, 1964.
32. Гдалевич Г. А., Грингауз К. И., Рудаков В. А., Рытов С. М. К вопросу о влиянии ионосферы на определение положения космических ракет. — Раднотехника и электроника, 1963, т. 8, № 6, с. 942.
33. Белобров Г. Н., Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. Расчет рефракции и группового запаздывания радиосигналов УКВ-диапазона для экспоненциальной модели профиля электронной концентрации в ионосфере. — Раднотехника и электроника, 1971, т. 16, № 10, с. 1753.
34. Ерухимов Л. М., Максименко О. И. Исследование неоднородностей ионосферы при помощи ИСЗ. — В кн.: Дрейфы и неоднородности в ионосфере. — М.: Наука, 1973, с. 41.
35. Briggs B. H. Ionospheric irregularities and radio oscillations. — Contemp. Phys., 1975, v. 16, N 5, p. 469.
36. Getmantsev G. G., Erukhimow L. M. Solar-terrestrial physics: Terrestrial Aspects, v. 5, p. 229/ Ed. by Sticlang. — Cambridge: Mass. Mit. Press, 1969.
37. Ерухимов Л. М., Рыжов Ю. А. Исследование мелкомасштабной части спектра ионосферных неоднородностей радиоастрономическим методом на частотах 13—54 МГц. — Геомагнетизм и аэронавтика, 1968, т. 8, № 4, с. 657.
38. Dyson P. L., McClure J. P., Hanson W. B. In situ measurements of the spectral characteristics of F-region ionospheric irregularities. — J. Geophys. Res., 1974, v. 79, N 10, p. 1497.
39. Крейн Р. К. Мерцания радиосигналов в ионосфере. — ТИИЭР, 1977, т. 65, № 2, с. 5.
40. Арманд Н. А., Кибардина И. Н., Ломакин А. Н. Фазовые флуктуации радиоволн, излучаемых движущимся источником, в анизотропной турбулентной атмосфере. — Раднотехника и электроника, 1978, т. 23, № 9, с. 1854.
41. Дебай П. Полярные молекулы. — М.—Л.: ГНТИ, 1931.
42. Рытов С. М. О переходе от волновой к геометрической оптике. — ДАН СССР, 1938, т. 18, № 2, с. 263.
43. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
44. Чернов Л. А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. — М.: Наука, 1975.
45. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Физматгиз, 1962.
46. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. — М.: Наука, 1972.
47. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
48. Кравцов Ю. А. Комплексные лучи и комплексные каустики. — Изв. вузов. Радиофизика, 1967, т. 10, № 9/10, с. 1283.
49. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Границы применимости геометрической оптики и смежные вопросы. — УФН, 1980, т. 132, № 3, с. 476.

50. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1957.
51. Кравцов Ю. А. Квазинизотропное приближение геометрической оптики. — ДАН СССР, 1968, т. 183, № 1, с. 74.
52. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. — М.: Атомиздат, 1961.
53. Кравцов Ю. А. Приближение геометрической оптики в общем случае неоднородных и нестационарных сред с частотной и пространственной дисперсией. — ЖЭТФ, 1968, т. 55, № 4, с. 1470.
54. Кравцов Ю. А., Островский Л. А., Степанов Н. С. Геометрическая оптика неоднородных и нестационарных сред. — ТИИЭР, 1974, т. 62, № 11, с. 91.
55. Льюис Р. Формальная теория бегущей волны. — В кн.: Квазиоптика. — М.: Мир, 1968, с. 80.
56. Кравцов Ю. А., Степанов Н. С. Геометрическая оптика и сохранение адиабатического инварианта. — ЖЭТФ, 1969, т. 57, № 11, с. 1730.
57. Степанов Н. С. О диэлектрической проницаемости нестационарной плазмы. — Изв. вузов. Радиофизика, 1976, т. 19, № 7, с. 960.
58. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. О решении лучевых уравнений методом возмущений. — Радиотехника и электроника, 1971, т. 16, № 2, с. 1777.
59. Баранов В. А., Кравцов Ю. А. Метод возмущений для лучей в неоднородной среде. — Изв. вузов. Радиофизика, 1975, т. 18, № 1, с. 52.
60. Афанасьев Н. Т., Тинин М. В. Об использовании метода малых возмущений для определения вариаций луча в неоднородной ионосфере. — Исследования по геомагнетизму, аэронавтике и физике Солнца, 1979, № 45, с. 187.
61. Кравцов Ю. А. Сильные флуктуации амплитуды световой волны и вероятность образования каустик. — ЖЭТФ, 1968, т. 55, № 3, с. 798.
62. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. Некоторые следствия из принципа Гюйгенса — Кирхгофа для плавно-неоднородных сред. — Изв. вузов. Радиофизика, 1969, т. 12, № 6, с. 896.
63. Фейзулин З. И., Кравцов Ю. А. К вопросу о расширении лазерного пучка в турбулентной атмосфере. — Изв. вузов. Радиофизика, 1967, т. 10, № 1, с. 68.
64. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере/ Под ред. В. И. Татарского. — М.: Наука, 1976.
65. Банах В. А., Креков Г. М., Миронов В. Л. Дисперсия и пространственная корреляция интенсивности волновых пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. — Изв. вузов. Радиофизика, 1974, т. 17, № 2, с. 252.
66. Кон А. И., Фейзулин З. И. Флуктуации параметров сферической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере. — Изв. вузов. Радиофизика, 1970, т. 13, № 1, с. 71.
67. Гочелашвили К. С. Насыщение флуктуаций фокусированного излучения в турбулентной среде. — Изв. вузов. Радиофизика, 1971, т. 14, № 4, с. 592.
68. Furutsu K, Furuhashi Y. Spot-dancing and related saturation phenomenon of irradiance scintillation of optical beams in a random medium. — Optica Acta, 1973, v. 20, N 9, p. 707.

69. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов. — УФН, 1976, т. 118, с. 339.
70. Железняков В. В. Распространение электромагнитных волн в космической плазме. — М.: Наука, 1977.
71. Кравцов Ю. А., Найда О. Линейная трансформация электромагнитных волн на участке квазипоперечного распространения в трехмернонеоднородной магнитоактивной плазме. — ЖЭТФ, 1976, т. 71, № 1, с. 237.
72. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. О линейном взаимодействии волн в плазме с неоднородным магнитным полем. — ЖЭТФ, 1979, т. 77, № 1, с. 101.
73. Кравцов Ю. А. О геометрической деполаризации света в турбулентной атмосфере. — Изв. вузов. Радиофизика, 1980, т. 13, № 2, с. 281.
74. Татарский В. И. Оценка деполаризации света турбулентными неоднородностями атмосферы. — Изв. вузов. Радиофизика, 1967, т. 10, № 12, с. 1762.
75. Кузьмин А. Д., Саломонович А. Е. Радиоастрономические методы измерений параметров антенн. — М.: Сов. радио, 1964.
76. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. Гибридный метод расчета флуктуаций поля в среде с крупными и мелкими случайными неоднородностями. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т. 16, № 7, с. 1055.
77. Татарский В. И. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. — М.: Изд-во АН СССР, 1959.
78. Денсов Н. Г., Зверев В. А. Некоторые вопросы теории распространения волн в средах со случайными неоднородностями. — Изв. вузов. Радиофизика, 1959, т. 2, № 4, с. 521.
79. Hufnagel R. E., Stanley N. R. Modulation transfer function associated with image transmission through turbulent media. — J. Opt. Soc. Amer., 1964, v. 54, N 1, p. 52.
80. Chase D. M. Coherence function for waves in random media. — J. Opt. Soc. Amer., 1965, v. 55, N 11, p. 1559.
81. Градштейн И. М., Рыжик И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1962.
82. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. — М.: Наука, 1976.
83. Ерухимов Л. М., Кырш П. И. О переносе поляризации в статистически неоднородной космической плазме. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т. 16, № 12, с. 1783.
84. Баранов В. А., Кравцов Ю. А. Расчет лучей в неоднородной магнитоактивной ионосфере методом возмущений. — Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 8, с. 1588.
85. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. — М.: Сов. радио, 1970.
86. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайных средах. — В 2-х т.: Пер. с англ. — М.: Мир, 1981.
87. Горышник Л. Л., Кравцов Ю. А. Корреляционная теория рассеяния радиоволн в полярной ионосфере. — Геомагнетизм и аэронавигация, 1969, т. 9, № 2, с. 279.
88. Gordon W. E. Incoherent scattering of radio waves by free electrons with applications to space exploration by radar. — Proc. IRE, 1958, v. 46, N 11, p. 1824.

89. Bowles K. L. Incoherent scattering by free electrons as a technique for studying the ionosphere and exosphere: some observations and theoretical considerations. — J. Res. Nat. Bur. Stand., 1961, v. 65D, N 1, p. 1.
90. Некогерентное рассеяние радиоволн/ Под ред. В. А. Рудакова. — М.: Мир, 1965.
91. Коллективные колебания в плазме/ Ахнезер А. И., Ахнезер И. А., Половин Р. В. и др. — М.: Атомиздат, 1964.
92. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. — М.: Мир, 1971.
93. Долуханов М. П. Дальнее распространение ультракоротких волн. — М.: Связь, 1962.
94. Долуханов М. П. Флуктуационные процессы при распространении радиоволн. — М.: Связь, 1971.
95. Теоретические основы радиолокации/ Под ред. Я. Д. Ширмана. — М.: Сов. радио, 1970.
96. Booker H. G. A theory of scattering by nonisotropic irregularities with applications to radar reflection from the aurora. — J. Atm. Terr. Phys., 1956, v. 8, N 2, p. 204.
97. Багаряцкий Б. А., Фельдштейн Я. И. Особенности авроральных радиоотражений и их связь с постоянным магнитным полем и ионосферными токами. — М.: Наука, 1965.
98. Пятси А. Х., Свердлов Ю. Л. К вопросу о «геометрии» авроральных радиоотражений. — В кн.: Морфология и физика полярной ионосферы. — Л.: Наука, 1971, с. 200.
99. Пятси А. Х. Авроральное рассеяние радиоволн. — В кн.: Высокоширотные геофизические явления. — Л.: Наука, 1974, с. 260.
100. Bowles K. L., Balsley B. B., Cohen R. J. Field-aligned E-region irregularities identified with acoustic plasma waves. — J. Geophys. Res., 1963, v. 68, N 9, p. 2485.
101. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. — М.: Наука, 1979.
102. Успенский М. В., Свердлов Ю. Л. Авроральное ионосферное рассеяние УКВ вперед. — В кн.: Высокоширотные геофизические явления. — Л.: Наука, 1974, с. 312.
103. Flaler P. A. Field-aligned scattering from a heated region of the ionosphere. Observations at HF and VHF. — Radio Sci., 1974, v. 9, N 11, p. 923.
104. Minkoff J., Kugelman P., Weissman I. Radio frequency scattering from a heated ionosphere. V. 1. VHF/UHF field-aligned and plasma-line backscatter measurements. — Radio Sci., 1974, v. 9, N 11, p. 941.
105. Carpenter G. B. VHF and UHF bistatic observations of a region of the ionosphere modified by a high power radio transmitter. — Radio Sci., 1974, v. 9, N 11, p. 965.
106. Barry G. H. HF-VHF communications experiment, using man-made field-aligned ionospheric scatterers. — Radio Sci., 1974, v. 9, N 11, p. 1025.
107. Горышник Л. Л., Кравцов Ю. А., Томашук Л. Я., Фомин Б. В. О поляризации сигналов авроральных радиоотражений. — Геомагнетизм и аэрономия, 1969, т. 9, № 5, с. 873.
108. Горелик Г. С. О влиянии корреляции рассеивателей на статистические свойства излучения. — Радиотехника и электроника, 1957, т. 2, с. 1227.

109. Ван дер Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. — М.: ИЛ, 1961.
110. Rogers R. R. Statistical rainstorm models: their theoretical and physical foundations. — IEEE Trans., 1976, v. AP-24, N 4, p. 547.
111. Medhurst R. G. Rainfall attenuation of centimeter waves: Comparison of theory and experiment. — IEEE Trans., 1965, v. AP-13, N 4, p. 550.
112. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. — М.: Гостехиздат, 1951.
113. Розенберг Г. В. Абсорбционная спектроскопия диспергированных веществ. — УФН, 1959, т. 69, № 1, с. 57.
114. Барабаненков Ю. Н. Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теории переноса излучения. — УФН, 1975, т. 117, № 1, с. 49.
115. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Эффект усиления обратного рассеяния на телах, помещенных в среду со случайными неоднородностями. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т. 16, № 7, с. 1064.
116. Тамойкин В. В. О влиянии некоторых статистических факторов на характеристики рассеяния ограниченного цилиндра. — Изв. вузов. Радиофизика, 1966, т. 9, № 6, с. 1124.
117. Апресян Л. А. Эффекты корреляции среда — частица при однократном рассеянии на частицах во флуктуирующей среде. — Изв. вузов. Радиофизика, 1979, т. 22, № 3, с. 349.
118. Справочник по радиолокации, т. 1: Пер. с англ./ Под ред. М. Скольника. — М.: Сов. радио, 1970.
119. Лобкова Л. М. Статистическая теория антенн сверхвысоких и оптических частот: Влияние атмосферной турбулентности на характеристики антенн. — М.: Связь, 1975.
120. Семенов А. А., Арсеньян Т. И. Флуктуация электромагнитных волн на приземных трассах. — М.: Наука, 1978.
121. Бакут П. А., Логиннов В. А., Троицкий И. Н. Измерение угловых координат источников когерентного светового излучения по фазовому фронту принимаемой волны. — Радиотехника и электроника, 1977, т. 22, № 2, с. 286.
122. Виноградов А. Г., Фейзулин З. И. О случайных ошибках измерения угловых координат источника в турбулентной атмосфере. — В кн.: Пространственно-временная обработка сигналов. — Воронеж, 1978, с. 21—29.
123. Буркин В. С., Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. Анализ ошибок измерения параметров ионосферы при использовании импульсного многочастотного излучения. — Радиотехника и электроника, 1972, т. 17, № 4, с. 673.
124. Кремер Г. Математические методы статистики: Пер. с англ. — М.: ИЛ, 1948.
125. Гетманцев Г. Г., Грингауз К. И., Ерухимов Л. М. и др. Исследование электронной концентрации ионосферы при помощи наземного приема радиосигналов, излучаемых с космических аппаратов. — Изв. вузов. Радиофизика, 1968, т. 11, № 5, с. 649.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Авроральные радиоотражения
141

Амплитуда 26

— рассеяния тензорная 155

Амплитудно-фазовое распределение токов 119, 182

Вектор рассеяния 121

Гирочастота 15

Градиенты горизонтальные 8

Групповая скорость 62

Групповое запаздывание 62

Групповой путь 62, 66, 71, 88, 111

Дальнее тропосферное распространение 123

Дальность наклонная 70

Дебаевский радиус 123

Деполаризация геометрическая 85, 116

— дифракционная 87, 116

Диаграмма направленности 119

Диэлектрическая проницаемость 6

— — ионосферы, тензор 15

— — тропосферы, высотный профиль 8

— — —, математические модели 9

— — —, структурная функция 10

Допустимый размер апертуры 180

Закон $2/3$ 11

Измерения многопозиционные 201

— многочастотные 201, 207

Инерционный интервал 10

Ионосфера 14

Коллективные эффекты 164

Концентрация электронов 14

— —, высотный профиль 14, 17

Корреляция пространственная 145

— частотная 146

Коэффициент деполаризации 166

— поглощения 16

— преломления 6, 16, 24

— — приведенный 7

— экстинкции 93

Кручение луча 31

Лучевые координаты 25

— уравнения 24

Луч как физический объект 29

Масштаб внешний 10

— внутренний 10

Метод Гюйгенса — Кирхгофа 22, 48, 55

— лучевой 28

— параболического уравнения 53

— разностно-дальномерный 205

— характеристик 24

— возмущений 3, 37, 45

— — плавных 52

— — для лучевых уравнений 37, 45

— — начальных параметров луча 46

— геометрической оптики 21

— гибридный 148

Модель биэкспоненциальная 19, 70

— — Колосова 9

— блуждающих неоднородностей 127

— Букера — Гордона 12

— гауссовская 12

— одно- и многомасштабная 12

— параболически-экспоненциальная 18, 70

— экспоненциальная 9, 88

Неоднородности анизотропные 14, 139

— случайные ионосферы 19

— —, математические модели 21

— — тропосферы 10

Обработка когерентная 200

Объем общий 124

— френелевский 29

— эффективный рассеивающий 121

Плазменная частота 15

Поглощение 27, 69

Погрешность измерения регулярная 182

— — — угловых координат 182
— — случайная 185
— — — дальности 197
— — — скорости 199
— — — угловых координат 185

Поляризации вектор 118

— эллипс 31

Поляризация 31

Приближение борновское 55

— — подправленное 148

— квазизотропное 32

— квазистационарное 35

Радус когерентности 101

Ракурсный угол 85

— эффект 139

Рассеяние 3

— импульсных сигналов 132

— однократное 22, 118

Расплывание импульса дисперсионное 67

Распространение квазипоперечное 82

— квазипродольное 81

Рефракционные поправки 61, 66, 74, 89, 112

Сдвиг частоты доплеровский 63, 66, 77, 91, 114

— — — случайный 198

Сечение рассеяния 122

— — коллективное 165

— — локационное 136

— — томсоновское 123

Сканирование механическое 184

— электрическое 185

Спектр неоднородностей ионосферы 21

— кармановский 11

— рассеянного сигнала 122

— турбулентности 11

Средняя интенсивность 121, 151

Структурная характеристика 10

— функция 99, 101

Тропосфера 6

Углы рефракции 61

Уравнение Гельмгольца 23

— переноса 23

— Рытова 31

— эйконала 23, 30

Фаза 24

— вещественная 101

— комплексная 52, 94

— —, структурные функции 99

Фазовый экран 44

Фазы прращения 64

Флюктуации уровня 106, 115

Эйконал 23, 41, 42, 47

Эффект Коттона—Мутона 33, 82

— Фарадея 34, 81

— усиления обратного рассеяния 152

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Часть I. Методы описания распространения радиоволн в плавно-неоднородной среде	6
Глава 1. Электрические свойства земной атмосферы и их математические модели	6
1. Тропосфера	6
2. Ионосфера	14
Глава 2. Метод геометрической оптики	21
3. Уравнения геометрической оптики для монохроматического скалярного волнового поля	22
4. Монохроматические электромагнитные волны в изотропных и слабо-анизотропных средах	30
5. Квазистационарное приближение	35
6. Метод возмущений для лучевых уравнений	37
7. Прохождение плоской волны через изолирующую плазменную неоднородность	42
8. Метод возмущений для луча, проходящего через заданную точку	45
Глава 3. Метод Гюйгенса — Кирхгофа для плавно-неоднородных сред	48
9. Распространение волнового пучка в регулярной среде	48
10. Распространение волнового пучка в случайно-неоднородной среде	62
Часть II. Радиофизические эффекты при прохождении радиосигналов через атмосферу Земли	61
Глава 4. Регулярные эффекты	61
11. Основные параметры волны, распространяющейся в неоднородной атмосфере	61
12. Ионосферные эффекты	65
13. Расчеты для параболически-экспоненциальной и биэкспоненциальной моделей ионосферы	70
14. Поляризационные эффекты	81
15. Тропосферные эффекты	87
Глава 5. Флюктуационные эффекты	92
16. О применимости коротковолновых методов расчета флюктуаций радиоволн в земной атмосфере	92
17. Флюктуации комплексной фазы двух сферических волн	94
18. Структурные функции фазы и уровня для степенного спектра турбулентности	98
19. Пространственно-временные флюктуации фазы сферической волны, излучаемой движущимся источником	107
20. Флюктуация основных параметров сигналов, распространяющихся в земной атмосфере	110
21. Статистические поляризационные явления	116

Часть III. Рассеяние радиоволн	118
Глава 6. Рассеяние на объемных неоднородностях	116
22. Теория однократного рассеяния	118
23. Рассеяние в отсутствие регулярного дрейфа	120
24. Рассеяние на замороженных неоднородностях	124
25. Рассеяние на блуждающих неоднородностях	127
26. Рассеяние импульсных сигналов	132
27. Согласованная фильтрация рассеянного сигнала	134
28. Рассеяние на анизотропных неоднородностях	139
29. Деполяризация рассеянного сигнала	143
30. Пространственная и частотная корреляция рассеянного поля	145
31. Влияние многократного рассеяния, рефракции и поглощения	148
Глава 7. Рассеяние на дискретных неоднородностях	155
32. Динамические соотношения в приближении однократного рассеяния	155
33. Рассеяние на независимых частицах	158
34. Прочие эффекты	164
Часть IV. Влияние атмосферы Земли на точность радиотехнических измерений	171
Глава 8. Пространственно-временная фильтрация принимаемого сигнала	171
35. Модель искаженного поля	172
36. Сигнал на выходе антенны	176
37. Регулярные погрешности измерения угловых координат	182
38. Случайные погрешности измерения угловых координат	185
39. Сопоставление обычных методов измерения угловых координат с оптимальным	191
40. Временная фильтрация сигнала на выходе антенны	193
41. Погрешность измерения параметров движения источника	197
Глава 9. Многопозиционные и многочастотные измерения	201
42. Разностно-дальномерный метод	201
43. Многочастотные измерения	207
44. Определение интегральной электронной концентрации при помощи наблюдения эффекта Фарадея на двух частотах	212
Список литературы	213
Предметный указатель	220

Кранцов Юрий Александрович,
Фейзулин Зюфяр Ибрагимович,
Виноградов Александр Георгиевич

ПРОХОЖДЕНИЕ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ

Редактор Т. М. Толмачева
Художник Д. Ю. Панченко
Художественный редактор Н. С. Шени
Технический редактор Г. И. Колосова
Корректор Н. М. Давыдова
ИБ № 533

Сдано в набор 26.01.83	Подписано в печать 19.04.83	Т-00609
Формат 84 X 108 ¹ / ₃₂	Бумага кн.-журн.	Гарнитура литературная
Печать высокая	Усл. печ. л. 11,76	Усл. кр.-отт. 11,76 Уч.-изд. л. 11,81.
Тираж 5000 экз.	Изд. № 19885	Зак. № 3060 Цена 85 к.

Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Главпочтамт, а/я 693

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного
Знамени Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по де-
лам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54,
Валовая, 28