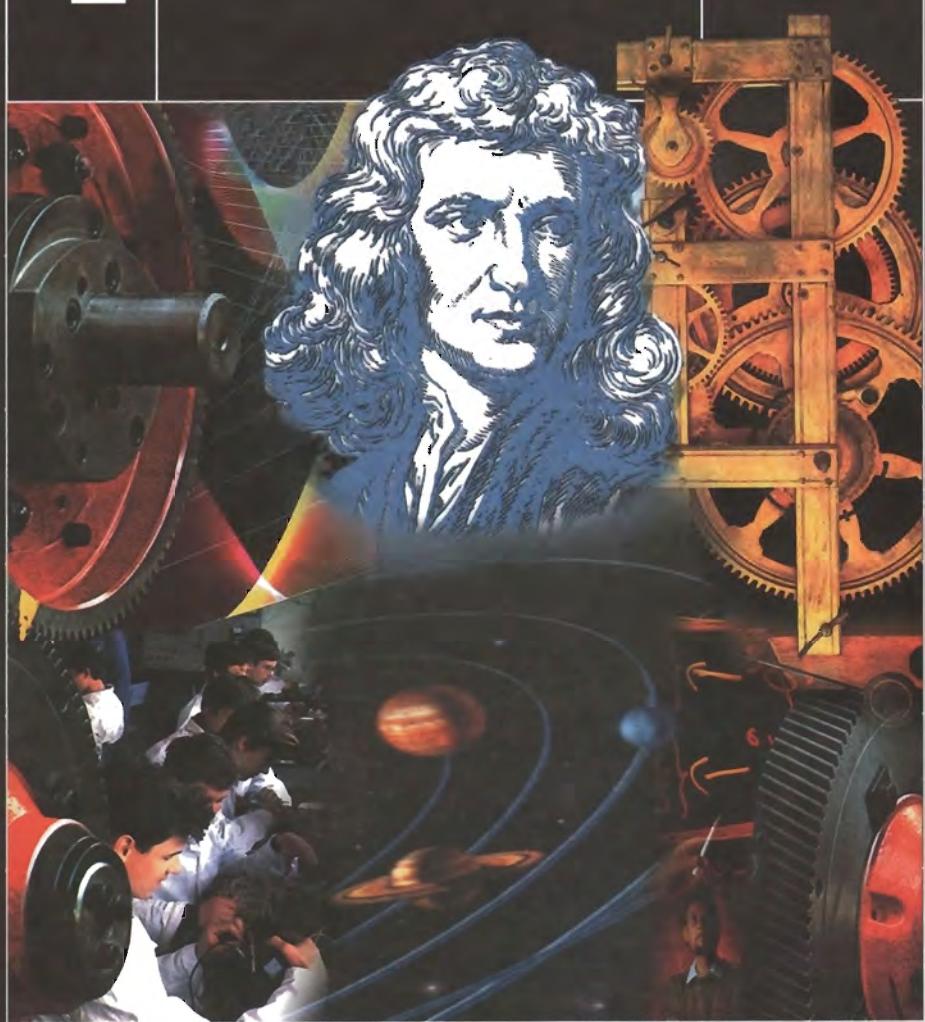


Классический курс

10

# физика



ПРОСВЕЩЕНИЕ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО



**Классический курс**

**Г. Я. Мякишев Б. Б. Буховцев Н. Н. Сотский**

# **физика**

**10 класс**

**Учебник для  
общеобразовательных  
учреждений**

**Базовый и профильный уровни**

Под редакцией проф. В. И. Николаева  
проф. Н. А. Парфентьевой

Рекомендовано  
Министерством образования и науки  
Российской Федерации

**19-е издание**

Москва  
«Просвещение»  
2010



УДК 373.167.1:53

ББК 22.3я72

М99

*Серия «Классический курс» основана в 2007 году*

Раздел «Механика» («Кинематика», «Динамика», «Законы сохранения в механике» и «Статика») написан **Н. Н. Сотским**.

Разделы «Молекулярная физика. Тепловые явления» и «Основы электродинамики» написаны **Б. Б. Буховцевым и Г. Я. Мякишевым**.

Приложение «Нобелевская премия» написано **Н. А. Парфентьевой**.

На учебник получены положительные заключения Российской академии наук (№ 10106—5215/15 от 31.10.2007) и Российской академии образования (№ 01—216/5/7д от 11.10.2007)

***Обратите внимание!***

Параграфы, номера которых напечатаны на цветном фоне, — для обязательного изучения.

Параграфы, номера которых в цветной рамке, — для дополнительного чтения.

**Мякишев Г. Я.**

**М99** Физика. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев, Н. Н. Сотский; под ред. В. И. Николаева, Н. А. Парфентьевой. — 19-е изд. — М. : Просвещение, 2010. — 366 с. : ил. — (Классический курс). — ISBN 978-5-09-022776-6.

УДК 373.167.1:53  
ББК 22.3я72

ISBN 978-5-09-022776-6

© Издательство «Просвещение», 2008  
© Художественное оформление.  
Издательство «Просвещение», 2008  
Все права защищены

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **ФИЗИКА И ПОЗНАНИЕ МИРА**

**Наука для всех.** Много веков длится процесс познания окружающего мира. Огромный труд был затрачен учеными, и немалый труд предстоит затратить каждому молодому человеку для того, чтобы усвоить основы современной науки. Они нужны не только ученому и инженеру, но и рабочему и трактористу. Все в большей и большей мере люди на работе, да и дома, управляют машинами и механизмами. Чтобы понять, как они работают, нужно знать законы природы.

**Простые истины.** Начиная с рождения, все мы за два-три года усваиваем солидный курс физики — привыкаем к простым вещам и явлениям вокруг нас. Так, мы узнаем, что камень всегда падает вниз на землю, что есть твердые предметы, о которые можно ушибиться, что огонь может обжечь и т. д.

Однако, как ни важны подобные знания, накапливаемые ребенком и взрослым человеком, они еще не образуют науку. Это частные правила, касающиеся отдельных явлений. Они говорят нам о том, что произойдет в обычных условиях, но не отвечают на вопрос: почему те или иные события вообще происходят и не могут ли эти события не наступить совсем? Они также не позволяют предсказать, что произойдет при других условиях.

Людям необходимо понять окружающий мир, чтобы использовать его законы для облегчения труда, улучшения условий жизни.

**Преобразование мира.** Именно развитие наук о природе дало в руки человека современную технику, и это привело к преобразованию окружающего нас мира. Основную роль сыграла физика — важнейшая наука, изучающая самые глубокие законы природы.

Физика составляет фундамент главнейших направлений техники. Строительная техника, гидротехника, теплотехника, электротехника и энергетика, радиоэлектроника, светотехника, огромная часть военной техники выросли на основе физики. Благодаря сознательному использованию законов физики техника из области случайных находок вышла на широкую дорогу целенаправленного развития.

Открывая законы природы, спрятанные под покровом бесконечно многообразного мира явлений, человек научился применять их для своих целей, создавать то, чего ни-

когда не было в самой природе. Было изобретено радио, построены громадные электрические машины, освобождена внутриядерная энергия; человек вышел в космическое пространство.

**Физика и другие науки.** *Физика — это наука, занимающаяся изучением основополагающих и вместе с тем наиболее общих свойств окружающего нас материального мира.* Поэтому понятия физики и ее законы лежат в основе любого раздела естествознания.

В настоящее время физика очень тесно связана с астрономией, геологией, химией, биологией и другими естественными науками. Она многое объясняет в этих науках, предоставляет им мощные методы исследования.

**Научный метод.** Какими же путями добывается научная истина? Несколько сотен лет назад были выработаны основы физического метода исследования. Он состоит в следующем: опираясь на опыт, отыскивают количественные (формулируемые математически) законы природы; открытые законы проверяются практикой.

**Физические величины и их измерение.** Исследование явлений начинается с их наблюдения. Но для того чтобы понять и описать происходящие события, ученые вводят целый ряд физических величин, таких как скорость, сила, давление, температура, электрический заряд и многие другие. Каждой величине надо дать точное определение, в котором указывается, как эту величину можно измерить, как провести необходимый для такого измерения опыт.

Чаще всего в определениях физических величин просто уточняют и придают количественную форму тому, что непосредственно воспринимается нашими органами чувств. Так вводят понятия силы, температуры и т. д. Есть, конечно, величины, которые не воспринимаются непосредственно нашими органами чувств (например, электрический заряд). Но они выражаются через другие величины, на которые органы чувств человека реагируют. Так, электрический заряд определяется по силам взаимодействия между заряженными телами.

**Связи между физическими величинами.** Чтобы из наблюдений за физическими явлениями сделать общие выводы, найти причины этих явлений, следует установить количественные зависимости между различными физическими величинами. Для этого необходимо специально изменять условия, в которых протекает данное явление. От непосредственного наблюдения за явлением надо перейти к физическому эксперименту.

Если меняются все условия сразу, то трудно уловить какие-либо закономерности. Поэтому, проводя физический эксперимент, стремятся проследить зависимость дан-

ной величины от характера изменения каждого из условий в отдельности. Например, давление газа зависит от его массы, объема и температуры. Чтобы исследовать эту зависимость, надо сначала изучить, как влияет на давление изменение объема, когда температура и масса остаются неизменными. Затем нужно проследить, как давление зависит от температуры при постоянном объеме, и т. д.

**Теория.** Изучая количественные связи между отдельными величинами, можно выявить частные закономерности. На основе таких закономерностей развиваются теории явлений. Теория должна объяснять частные закономерности с общей точки зрения.

Теория позволяет не только объяснять уже наблюдавшиеся явления, но и предсказывать новые. Так, Д. И. Менделеев на основе открытого им периодического закона предсказал существование нескольких химических элементов, которые в то время не были известны. Английский физик Дж. Максвелл предсказал существование электромагнитных волн и т. д.

**Законы природы и законы, определяющие жизнь общества.** Любые изменения в природе подчиняются определенным законам. Движение тел описывается законами механики, распространение света законами оптики и т. д. Различие законов природы и, например, законов, определяющих жизнь общества, состоит прежде всего в том, что законы природы не изобретаются людьми, а открываются в процессе исследования окружающего мира. Если «общественные» законы могут быть нарушены или отменены, то нарушить или отменить законы природы не может никто!



# МЕХАНИКА

## § 1 ЧТО ТАКОЕ МЕХАНИКА

Выделим среди великого множества процессов, происходящих в природе, круг явлений, которые изучает механика.

Первое, что бросается в глаза при наблюдении окружающего нас мира, — это его изменчивость. Мир не является застывшим, статичным. Изменения в нем весьма разнообразны. Но если спросить вас, какие изменения вы замечаете чаще всего, то ответ, пожалуй, будет однозначным: меняется положение предметов (или тел, как говорят физики) относительно земли и относительно друг друга с течением времени. Бежит ли собака или мчится автомобиль — с ними происходит один и тот же процесс: их положение относительно земли меняется с течением времени. Они перемещаются. То же самое происходит с листьями деревьев в ветреную погоду, падающими каплями дождя, плывущими в небе облаками.

Конечно, не любые изменения состоят в перемещении тел. Так, например, при охлаждении вода замерзает, превращаясь в лед. Но наиболее часто встречающиеся вокруг нас изменения — это изменения положений тел относительно друг друга.

Изменение положения тела или частей тела в пространстве относительно других тел с течением времени называется **механическим движением**.

Определение механического движения выглядит просто, но простота эта обманчива. Прочтите определение еще раз и подумайте, все ли слова вам ясны: *пространство, время, относительно других тел*. Скорее всего, эти слова требуют пояснения.

**Пространство и время.** Пространство и время — наиболее общие понятия физики и... наименее ясные. Исчерпывающих сведений о пространстве и времени мы не имеем. Но и те результаты, которые получены сегодня, изложить в самом начале изучения физики невозможно.

На первых порах нам вполне достаточно уметь измерять расстояние между двумя точками пространства с помощью линейки и интервалы времени с помощью часов. Линейка и часы — важнейшие приспособления для измерений в механике, да и в быту. С расстояниями и интервалами времени приходится иметь дело при изучении всех школьных учебных предметов.

**«...Относительно других тел».** Если эта часть определения механического движения ускользнула от вашего внимания, то вы рискуете не понять самого главного. Так, например, в купе вагона на столике лежит яблоко. Во время отправления поезда двух наблюдателей (пассажира и провожающего) просят ответить на вопрос: яблоко движется или нет?

Каждый наблюдатель оценивает положение яблока по отношению к себе. Пассажир видит, что яблоко находится на расстоянии 1 м от него и это расстояние сохраняется с течением времени. Провожающий на перроне видит, как с течением времени расстояние от него до яблока увеличивается.

Пассажир отвечает, что яблоко не совершает механического движения — оно неподвижно; провожающий говорит, что яблоко движется.

Итак, одно и то же тело одновременно движется и не движется. Возможно ли такое? Согласно определению механического движения все так и есть.

---

Механика — наука об общих законах движения тел. Механическим движением называется перемещение тел или частей тел в пространстве относительно друг друга с течением времени.

---

## § 2

### КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА НЬЮТОНА И ГРАНИЦЫ ЕЕ ПРИМЕНИМОСТИ

Законы механики были сформулированы великим английским ученым И. Ньютона. На могильной плите в Вестминстерском аббатстве в Лондоне высечены знаменательные слова:

Здесь покоится  
Сэр Исаак Ньютон,  
Который почти божественной силой своего ума  
Впервые объяснил  
С помощью своего математического метода  
Движения и формы планет,  
Пути комет, приливы и отливы океана.  
Он первый исследовал разнообразие световых лучей  
И проистекающие отсюда особенности цветов,  
Которых до того времени никто даже не подозревал.  
Прилежный, проницательный и верный истолкователь  
Природы, древностей и Священного Писания.  
Он прославил — в своем учении всемогущего Творца.  
Требуемую Евангелием простоту он доказал своей  
жизнью.



### Исаак Ньютон

(1642—1727) — гениальный английский физик и математик, один из величайших ученых в истории человечества.

Сформулировал основные законы и понятия механики и открыл закон всемирного тяготения. Он разработал также теорию движения небесных тел и впервые объяснил происхождение приливов и отливов в океане. В оптике Ньютон открыл явление разложения белого света на цвета, объяснил их происхождение и др. Разработав метод математического исследования природы, повлиял на все последующее развитие физики.

Пусть смертные радуются, что в их среде  
Жило такое украшение человеческого рода.

Родился 25 декабря 1642 г.

Умер 20 марта 1727 г.

На протяжении многих лет ученые были уверены, что единственными основными (фундаментальными) законами природы являются законы механики Ньютона. Все богатство и многообразие мира считали результатом различий в движении первичных частиц, слагающих все тела Вселенной. Однако простая механическая картина мира оказалась неправильной.

При исследовании электромагнитных явлений было доказано, что они не подчиняются законам Ньютона. Другой великий английский физик — Дж. Максвелл открыл новый тип фундаментальных законов. Это законы поведения электромагнитного поля, несводимые к законам Ньютона.

Было выяснено также, что законы Ньютона, как и любые другие законы природы, не являются абсолютно точными.

Они хорошо описывают движение больших тел, если их скорость мала по сравнению со скоростью света.

Механика, основанная на законах Ньютона, называется *классической механикой*.

Для микроскопических частиц справедливы, как правило, законы квантовой механики. При движениях со скоростями, близкими к скорости света, тела обнаруживают свойства, о существовании которых Ньюton не подозревал.

Окружающие нас тела движутся сравнительно медленно. Поэтому их движения подчиняются законам Ньютона. Таким образом, область применения классической механики очень обширна. И в этой области человечество всегда будет пользоваться для описания любого движения тела законами Ньютона.

**Глава 1 КИНЕМАТИКА ТОЧКИ**

По характеру решаемых задач механику делят на *кинематику и динамику*.

В кинематике изучают движения тел, не рассматривая причин, определяющих эти движения.

**§ 3 ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ И ТЕЛА**

Приступим к изучению механического движения. Человечеству понадобилось около двух тысяч лет, чтобы встать на верный путь, который завершился открытием законов механического движения.

Попытки древних философов объяснить причины движения, в том числе и механического, были плодом чистой фантазии. Подобно тому, рассуждали они, как утомленный путник ускоряет шаги по мере приближения к дому, падающий камень начинает двигаться все быстрее и быстрее, приближаясь к матери-земле. Движения живых организмов, например кошки, казались в те времена гораздо более простыми и понятными, чем падение камня. Были, правда, и гениальные озарения. Так, греческий философ Анаксагор говорил, что Луна, если бы не двигалась, упала бы на Землю, как падает камень из пращи.

Однако подлинное развитие науки о механическом движении началось с трудов великого итальянского физика Г. Галилея. Он первым понял, что для открытия законов механического движения нужно сначала научиться описывать движение количественно (математически). Нельзя ограничиваться простым наблюдением за движущимися телами; нужно ставить опыты для того, чтобы выяснить, по каким правилам происходит движение.

**Кинематика — это раздел механики, изучающий способы описания движений и связь между величинами, характеризующими эти движения.**

Описать движение тела — это значит указать способ определения его положения в пространстве в любой момент времени.

Уже на первый взгляд задача описания кажется очень сложной. В самом деле, взгляните на клубящиеся облака, колышущиеся листья на ветке дерева. Представьте себе, какое сложное движение совершают поршни автомобиля, мчащегося по шоссе. Как же приступить к описанию движения? Самое простое (а начинать всегда лучше с простого) — это научиться описывать движение точки. Под точкой можно понимать, например, маленькую отметку, нанесенную на

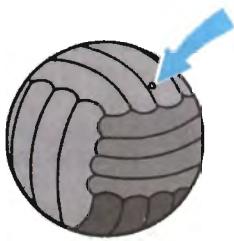


Рис. 1.1

движущийся предмет — футбольный мяч (рис. 1.1), колесо трактора и т. д. Если мы будем знать, как происходит движение каждой такой точки (каждого очень маленького участка) тела, то мы будем знать, как движется все тело.

Но вначале не надо гнаться за особо точным описанием движения. Давайте примем за точку очень маленький предмет — маленький по сравнению с тем расстоянием, которое он проходит.

Например, когда вы говорите, что пробежали на лыжах 10 км, то никто не станет уточнять, какая именно часть вашего тела преодолела расстояние в 10 км, хотя вы отнюдь не точка. В данном случае это не имеет сколько-нибудь существенного значения.

Это очень важный момент. Когда мы пытаемся описать события, происходящие в мире, то всегда приходится прибегать к разного рода упрощениям действительности, т. е. к модели реальных явлений. Не имеет смысла претендовать на абсолютную точность описания. Во-первых, она практически не нужна, а во-вторых, все равно она недостижима во всей полноте.

В дальнейшем, когда мы будем говорить о движении тела, то будем иметь в виду, что условия его движения таковы, что его можно считать точкой.

---

Движение тел, которые мы можем считать точками — первая модель движения реальных тел.

---

## § 4 ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ В ПРОСТРАНСТВЕ

---

Чтобы решить задачу о движении тела, прежде всего надо уметь определять, или, что одно и то же, задавать, положение его в пространстве. Как же определяют положение точки?

Наблюдая за любым телом, мы замечаем, что его положение в один и тот же момент времени относительно различных тел различно. Например, космический корабль, запущенный с космодрома Байконур, занимает совершенно различные положения относительно Земли, Луны и Солнца. Поэтому в данном случае обязательно надо указать *физическую тело, относительно которого задается положение данного тела или же данной точки*. Такое тело называют *телом отсчета*.

Тело отсчета можно выбрать произвольно. Им может быть космодром, самолет, в котором мы летим, космический корабль, Земля, Солнце, звезды и т. д. Но относи-

тельно различных точек тела отсчета положение любого другого тела или точки тоже различно. Если, например, за тело отсчета принять Землю, то положение спутника Земли относительно Москвы будет иным, нежели относительно космодрома Байконур. Строго говоря, мы должны указать, относительно какой точки выбранного тела отсчета задается положение данной точки или тела.

Если тело отсчета выбрано, то относительно него положение точки можно задать с помощью *координат* или *радиус-вектора*. Выбор системы отсчета и системы координат должен быть разумным, чтобы описание движения тела выглядело достаточно просто, но в то же время мы могли бы ответить на все вопросы задачи.

Рассмотрим эти два способа задания положения точки.

**Задание положения точки с помощью координат.** Из курса математики вы знаете, что положение точки на плоскости можно задать с помощью двух чисел, которые называются координатами этой точки. Для этого, как известно, можно на плоскости провести две пересекающиеся взаимно перпендикулярные оси, например оси  $OX$  и  $OY$ . Точку пересечения осей называют началом координат, а сами оси — **координатными осями**.

Координаты точки  $M_1$  (рис. 1.2) равны  $x_1 = 2$ ,  $y_1 = 4$ ; координаты точки  $M_2$  равны  $x_2 = -2,5$ ,  $y_2 = -3,5$ .

Положение точки  $M$  в пространстве относительно тела отсчета можно задать с помощью трех координат. Чтобы это сделать, необходимо через выбранную точку тела отсчета провести три взаимно перпендикулярные оси  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ . В полученной системе координат положение точки будет определяться тремя координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Если число  $x$  положительно, то отрезок откладывается в положительном направлении оси  $OX$  (рис. 1.3) ( $x = OA$ ). Если же число  $x$  отрицательно, то отрезок откладывается в отрицательном направлении оси  $OX$ . Из конца этого отрезка проводят прямую, параллельную оси  $OY$ , и на этой прямой откладывают отрезок от оси  $OX$ , соответствующий

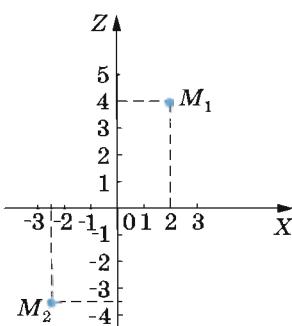


Рис. 1.2

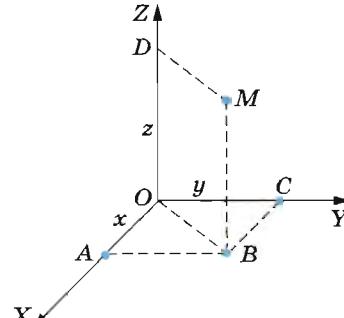


Рис. 1.3

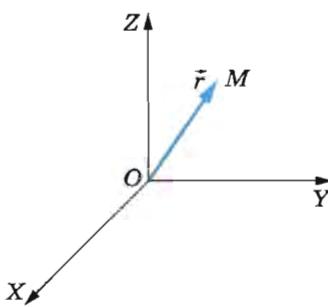


Рис. 1.4

числу  $y$  ( $y = AB$ ) — в положительном направлении оси  $OY$ , если число  $y$  положительно, и в отрицательном направлении оси  $OY$ , если число  $y$  отрицательно.

Далее из точки  $B$  другого отрезка проводят прямую, параллельную оси  $OZ$ . На этой прямой от координатной плоскости  $XOY$  откладывают отрезок, соответствующий числу  $z$ . Направление, в котором откладывают этот отрезок, определяют так же, как и в предыдущих случаях.

Конец третьего отрезка и есть та точка, положение которой задается координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Чтобы определить координаты данной точки, необходимо провести в обратной последовательности те операции, которые мы осуществляли, находя положение этой точки по ее координатам.

**Задание положения точки с помощью радиус-вектора.** Положение точки можно задать не только с помощью координат, но и с помощью радиус-вектора. **Радиус-вектор** — это направленный отрезок, проведенный из начала координат в данную точку.

Радиус-вектор принято обозначать буквой  $\vec{r}$ . Длина радиус-вектора, или, что одно и то же, его модуль (рис. 1.4), есть расстояние от начала координат до точки  $M$ .

Положение точки будет определено с помощью радиус-вектора только в том случае, если известны его модуль (длина) и направление в пространстве. Лишь при этом условии мы будем знать, в каком направлении от начала координат следует отложить отрезок длиной  $r$ , чтобы определить положение точки.

Итак, положение точки в пространстве определяется ее координатами или ее радиус-вектором.

Модуль и направление любого вектора находят по его проекциям на оси координат. Чтобы понять, как это делается, вначале необходимо ответить на вопрос: что понимают под проекцией вектора на ось?

Изобразим какую-либо ось (рис. 1.5), например ось  $OX$ .

Опустим из начала  $A$  и конца  $B$  вектора  $\vec{a}$  перпендикуляры на ось  $OX$ .

Точки  $A_1$  и  $B_1$  есть проекции, соответственно, начала и конца вектора  $\vec{a}$  на эту ось.

Проекцией вектора  $\vec{a}$  на какую-либо ось называется длина отрезка  $A_1B_1$  между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятая со знаком «+» или «-».

Проекцию вектора мы будем обозначать той же буквой, что и вектор, но, во-первых, без стрелки над ней и, во-вторых, с индексом внизу, указывающим, на какую ось проецируется вектор. Так,  $a_x$  и  $a_y$  — проекции вектора  $\vec{a}$  на оси координат  $OX$  и  $OY$ .

Согласно определению проекции вектора на ось можно записать:

$$a_x = \pm |A_1B_1|.$$

Проекция вектора на ось представляет собой алгебраическую величину. Она выражается в тех же единицах, что и модуль вектора.

Условимся считать проекцию вектора на ось положительной, если от проекции начала вектора к проекции его конца надо идти в положительном направлении оси проекций. В противном случае (см. рис. 1.5) она считается отрицательной.

Из рисунков 1.5 и 1.6 нетрудно увидеть, что проекция вектора на ось будет положительной, когда вектор составляет острый угол с направлением оси проекций, и отрицательной, когда вектор составляет с направлением оси проекций тупой угол.

Положение точки в пространстве можно задавать с помощью координат или радиус-вектора, соединяющего начало координат и точку.



1. Что называется телом отсчета?
2. Какими способами можно задать положение точки?
3. Как задают положение точки в пространстве с помощью координат?
4. Что называется радиус-вектором?
5. Что называется проекцией вектора на ось?
6. Чему равна проекция вектора на ось, если вектор направлен так же, как и ось проекции?
7. Чему равна проекция вектора на ось, если вектор направлен противоположно оси проекции?
8. Чему равна проекция вектора на перпендикулярную к нему ось?

## § 5

### СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ. СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Если тело можно считать точкой, то для описания его движения нужно научиться рассчитывать положение точки в любой момент времени относительно выбранного тела отсчета.

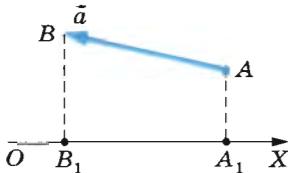


Рис. 1.5

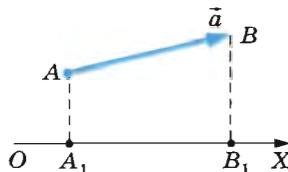


Рис. 1.6

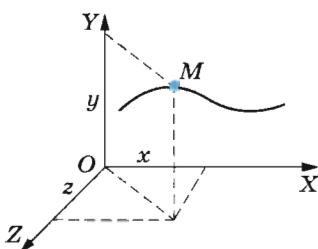


Рис. 1.7

Существует несколько способов описания, или, что одно и то же, задания, движения точки. Рассмотрим два из них, которые наиболее часто применяются.

**Координатный способ.** Будем задавать положение точки с помощью координат (рис. 1.7). Если точка движется, то ее координаты изменяются с течением времени. Так как координаты точки зависят от времени, то можно сказать, что они являются функциями времени. Математически это принято записывать в виде

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

Уравнения (1.1) называют **кинематическими уравнениями движения точки**, записанными в координатной форме. Если они известны, то для каждого момента времени мы сможем рассчитать координаты точки, а следовательно, и ее положение относительно выбранного тела отсчета. Вид уравнений (1.1) для каждого конкретного движения будет вполне определенным.

Линия, по которой движется точка в пространстве, называется **траекторией**.

В зависимости от формы траектории все движения точки делятся на прямолинейные и криволинейные. Если траекторией является прямая линия, движение точки называется *прямолинейным*, а если кривая — *криволинейным*.

**Векторный способ.** Положение точки можно задать, как известно, и с помощью радиус-вектора. При движении материальной точки радиус-вектор, определяющий ее положение, с течением времени изменяется (поворачивается и меняет длину; рис. 1.8), т. е. является функцией времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

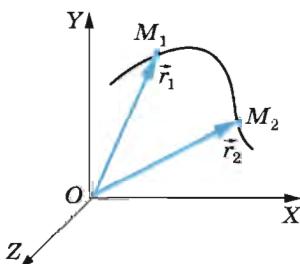


Рис. 1.8

Последнее уравнение есть закон движения точки, записанный в векторной форме. Если он известен, то мы можем для любого момента времени рассчитать радиус-вектор точки, а значит, определить ее положение. Таким образом, задание трех скалярных уравнений (1.1) равносильно заданию одного векторного уравнения (1.2).

**Система отсчета.** Движение любого тела есть движение относительное. Это значит, что движение данного тела может быть совершенно различным по отношению к другим телам.

Так, если для наблюдателя, находящегося на палубе плывущего теплохода, какой-нибудь лежащий на ней предмет неподвижен, для наблюдателя, находящегося на берегу, он движется.

В безветренную погоду капли дождя падают относительно земли по вертикальным линиям. Но относительно вагона, движущегося равномерно и прямолинейно, эти же капли движутся по прямым, наклонным к вертикали. Если какое-либо тело находится в покое по отношению к Земле, то оно движется по отношению к Солнцу. Таким образом, изучая движение интересующего нас тела, мы обязательно должны указать, относительно какого тела это движение рассматривается.

Тело, относительно которого рассматривается движение, называется **телом отсчета**.

Чтобы рассчитать положение точки (тела) относительно выбранного тела отсчета в зависимости от времени, надо не только связать с ним систему координат, но и суметь измерить время. Время измеряют с помощью часов. Современные часы — это сложные устройства. Они позволяют измерять время в секундах с точностью до тридцатого знака после запятой. Естественно, ни одни механические часы такой точности обеспечить не могут. Так, самые точные в мире механические часы, циферблат которых мы можем каждый день видеть на телеэкране, в десять тысяч раз менее точны, чем Государственный эталон времени. Если эталонные часы не корректировать, то на одну секунду они убегут или отстанут за триста тысяч лет. Понятно, что в быту нет необходимости измерять время с очень большой точностью. Но для физических исследований, космонавтики, геодезии, радиоастрономии, управления воздушным транспортом высокая точность в измерении времени просто необходима. От точности измерения времени зависит точность, с которой мы сумеем рассчитать положение тела в какой-либо момент времени.

Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов называют **системой отсчета**. На рисунке 1.9 показана система отсчета, выбранная для рассмотрения полета брошенного мяча. В данном случае телом отсчета является дом, оси координат выбраны

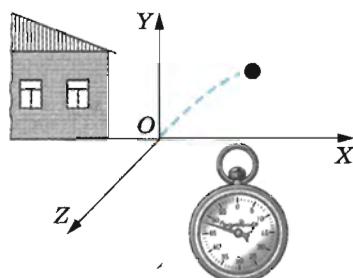


Рис. 1.9

так, что мяч летит в плоскости  $XOY$ , для определения времени берется секундомер.

Кинематические уравнения движения, записанные в координатной или векторной форме, позволяют определить положение точки в любой момент времени.

## § 6 ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

Пусть в какой-то момент времени движущееся тело (точка) занимает положение  $M_1$  (рис. 1.10, а). Как найти его положение спустя некоторый промежуток времени после этого момента?

Допустим, известно, что тело находится на расстоянии  $l$  относительно своего начального положения. Сможем ли мы в этом случае однозначно определить новое положение тела? Очевидно, нет, поскольку есть бесчисленное множество точек, которые удалены от точки  $M_1$  на расстояние  $l$ . Чтобы однозначно определить новое положение тела, надо еще знать, в каком направлении от точки  $M_1$  следует отложить отрезок длиной  $l$ .

Таким образом, если известно положение тела в какой-то момент времени, то найти его новое положение можно с помощью направленного отрезка определенной длины,

который следует отложить от начального положения тела. Конец этого отрезка и будет задавать новое положение тела (рис. 1.10, б).

Направленный отрезок, проведенный из начального положения тела в его конечное положение, называется **вектором перемещения** или просто **перемещением тела**.

Поскольку перемещение — величина векторная, то перемещение, показанное на рисунке 1.10, б, можно обозначить  $\overrightarrow{M_1 M_2}$ .

Покажем, что при векторном способе задания движения перемещение можно рассматривать как изменение радиус-вектора движущегося тела.

Пусть радиус-вектор  $\vec{r}_1$  задает положение тела в момент времени  $t_1$ , а радиус-вектор  $\vec{r}_2$  — в момент времени  $t_2$  (рис. 1.11). Чтобы найти изменение радиус-вектора за

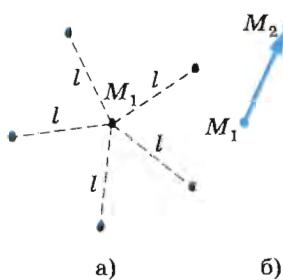


Рис. 1.10

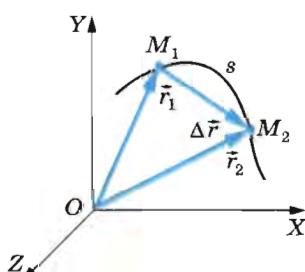


Рис. 1.11

промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ , надо из конечного его значения  $\vec{r}_2$  вычесть начальное значение  $\vec{r}_1$ . Из рисунка 1.11 видно, что перемещение, совершенное телом за промежуток времени  $\Delta t$ , есть изменение его радиус-вектора за это время. Следовательно, обозначив изменение радиус-вектора через  $\vec{\Delta r}$ , можно записать:  $\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ .

Модуль перемещения может быть не равен длине пути, пройденного точкой. Например, на рисунке 1.11 длина линии, соединяющей точки  $M_1$  и  $M_2$  больше модуля перемещения:  $s > |\vec{\Delta r}|$ . Путь равен перемещению только в случае прямолинейного одностороннего движения.

Перемещение тела  $\vec{\Delta r}$  — вектор, длина пути — скаляр,  $|\vec{\Delta r}| \leq s$ .



1. Что называется перемещением точки?
2. В каком случае модуль перемещения точки за какое-то время равен пути, пройденному ею за то же время?

## § 7

### СКОРОСТЬ РАВНОМЕРНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

На уроках физики вы довольно подробно изучали равномерное движение. Как вам известно, движение тела (точки) называется равномерным, если оно за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути.

Равномерное движение может быть как криволинейным, так и прямолинейным. Равномерное прямолинейное движение — самый простой вид движения. С него мы и начнем изучение движения в кинематике.

Важной величиной, характеризующей движение тела, является его скорость. Некоторое представление о скорости каждый из нас имел и до начала изучения физики. Черепаха перемещается с малой скоростью, человек движется с большей скоростью, автомобиль движется быстрее человека, а самолет — еще быстрее. Самой большой скорости относительно Земли человек достигает с помощью космических ракет.

Несмотря на то что слово «скорость» давно стало для нас привычным, определить строго, что же такое скорость неравномерного движения тела, не так просто. Гораздо проще выяснить, что понимают под скоростью равномерного прямолинейного движения.

В механике рассматривают скорость как векторную величину. А это означает, что скорость можно считать извест-

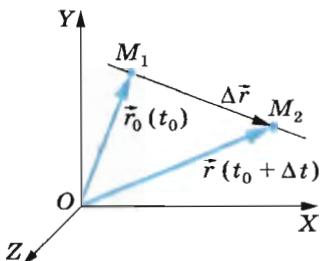


Рис. 1.12

Дадим определение скорости равномерного прямолинейного движения точки. Пусть тело, двигаясь равномерно и прямолинейно в течение промежутка времени  $\Delta t$ , переходит из положения  $M_1$  в положение  $M_2$  (рис. 1.12), совершив при этом перемещение  $\vec{\Delta r}$ . Поделим перемещение  $\vec{\Delta r}$  на промежуток времени  $\Delta t$ , в течение которого это перемещение произошло. В результате получим вектор. (При делении вектора на число получаем вектор.) Этот вектор называют скоростью равномерного прямолинейного движения точки и обозначают буквой  $\vec{v}$ . Следовательно, можно записать:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}.} \quad (1.3)$$

**Скоростью равномерного прямолинейного движения тела** называется величина, равная отношению его перемещения к промежутку времени, в течение которого это перемещение произошло.

Так как промежуток времени  $\Delta t$  — величина положительная, то скорость  $\vec{v}$  направлена так же, как и перемещение  $\vec{\Delta r}$ .

Выясним смысл модуля скорости

$$v = \frac{|\vec{\Delta r}|}{\Delta t}.$$

Модуль перемещения  $|\vec{\Delta r}|$  есть расстояние, пройденное телом за время  $\Delta t$ . А так как тело движется равномерно, то модуль отношения, а значит, и модуль скорости  $v$ , есть величина, численно равная расстоянию, пройденному телом за единицу времени.

---

Таким образом, если скорость равномерного прямолинейного движения тела задана как вектор, то мы знаем его перемещение за единицу времени.

---

## § 8

# УРАВНЕНИЕ РАВНОМЕРНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

Получим уравнение равномерного прямолинейного движения точки. Для этого воспользуемся определением скорости.

Пусть радиус-вектор  $\vec{r}_0$  задает положение точки в начальный момент времени  $t_0$ , а радиус-вектор  $\vec{r}$  — в момент времени  $t$ . Тогда  $\Delta t = t - t_0$ ,  $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ , и выражение для скорости принимает вид  $\vec{v} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$ .

Если начальный момент времени  $t_0$  принять равным нулю, то

$$\vec{v} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t}.$$

Отсюда

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t.} \quad (1.4)$$

Последнее уравнение и есть уравнение равномерного прямолинейного движения точки, записанное в векторной форме. Оно позволяет найти радиус-вектор точки при этом движении в любой момент времени, если известны скорость точки и радиус-вектор, задающий ее положение в начальный момент времени.

Вместо векторного уравнения (1.4) можно записать три эквивалентных ему уравнения в проекциях на оси координат. Радиус-вектор  $\vec{r}$  является суммой двух векторов: радиус-вектора  $\vec{r}_0$  и вектора  $\vec{v}t$ . Следовательно, проекции радиус-вектора  $\vec{r}$  на оси координат должны быть равны сумме проекций этих двух векторов на те же оси.

Выберем оси координат так, чтобы тело двигалось по какой-либо оси, например по оси  $OX$ . Тогда векторы  $\vec{r}_0$  и  $\vec{v}$  будут составлять с осями  $OY$  и  $OZ$  прямой угол. Поэтому их проекции на эти оси равны нулю. А значит, равны нулю в любой момент времени и проекции радиус-вектора  $\vec{r}$  на оси  $OY$  и  $OZ$ . Так как проекции радиус-вектора на координатные оси равны координатам его конца, то  $r_x = x$  и  $r_{0x} = x_0$ . Поэтому в проекциях на ось  $OX$  уравнение (1.4) можно записать в виде

$$\boxed{x = x_0 + v_x t.} \quad (1.5)$$

Уравнение (1.5) есть уравнение равномерного прямолинейного движения точки, записанное в координатной форме. Оно позволяет найти координату  $x$  тела при этом дви-

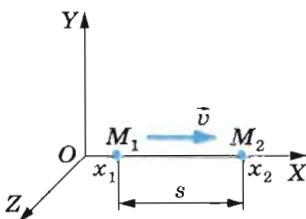


Рис. 1.13

жении в любой момент времени, если известны проекция его скорости на ось  $Ox$  и его начальная координата  $x_0$ .

Путь  $s$ , пройденный точкой при движении вдоль оси  $Ox$  (рис. 1.13), равен модулю изменения ее координаты:  $s = |x_2 - x_1|$ . Его можно найти, зная модуль скорости  $v = |v_x|$ :

$$s = |v_x| t = vt. \quad (1.6)$$

Отметим, что, строго говоря, равномерного прямолинейного движения не существует. Автомобиль на шоссе никогда не едет абсолютно прямо, небольшие отклонения в ту или иную сторону от прямой всегда имеются. И значение скорости слегка изменяется. Незначительная неровность шоссе, порыв ветра, чуть-чуть большее нажатие на педаль газа и другие причины вызывают небольшие изменения скорости. Но приближенно на протяжении не слишком большого промежутка времени движение автомобиля можно считать равномерным и прямолинейным с достаточной для практических целей точностью. Таково одно из упрощений действительности, позволяющее без больших усилий описывать многие движения.

**Графическое представление равномерного прямолинейного движения.** Полученные результаты можно изобразить наглядно с помощью графиков. Особенно прост график зависимости проекции скорости от времени (рис. 1.14).

Это прямая, параллельная оси времени. Площадь прямоугольника  $OABC$ , заштрихованная на рисунке, равна изменению координаты точки за время  $t$ . Ведь сторона  $OA$  есть  $v_x$ , а сторона  $OC$  — время движения  $t$ , поэтому  $\Delta x = v_x t$ .

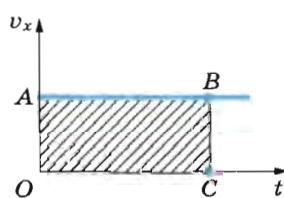


Рис. 1.14

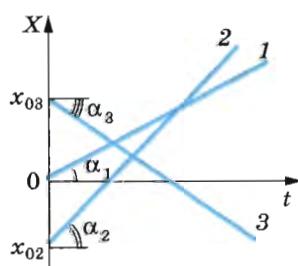


Рис. 1.15

На рисунке 1.15 приведены примеры графиков зависимости координаты от времени для трех различных случаев равномерного прямолинейного движения. Прямая 1 соответствует случаю  $x_0 = 0$ ,  $v_{x1} > 0$ ; прямая 2 — случаю  $x_0 < 0$ ,  $v_{x2} > 0$ , а прямая 3 — случаю  $x_0 > 0$ ,  $v_{x3} < 0$ . Угол наклона  $\alpha_2$  прямой 2 больше, чем угол наклона  $\alpha_1$  прямой 1. За один и тот же промежуток времени  $t_1$  точка, дви-

жущаяся со скоростью  $v_{x2}$ , проходит большее расстояние, чем при движении ее со скоростью  $v_{x1}$ . Во втором случае скорость  $v_x$  больше, чем в первом. Скорость определяет угол наклона прямой к оси  $t$ . Очевидно, скорость  $v_x$  численно равна тангенсу угла  $\alpha$ . В случае  $3 \alpha_3 < 0$ , движение происходит в сторону, противоположную оси  $OX$ .

Получено уравнение прямолинейного равномерного движения точки. Графики зависимости  $v_x(t)$  и  $x(t)$  позволяют легко проанализировать и сравнить движения.



1. Как записывается в векторной форме уравнение равномерного прямолинейного движения точки?
2. Как записывается в координатной форме уравнение равномерного прямолинейного движения точки, если она движется: по оси  $Oy$ ? по оси  $Oz$ ?



### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Определите модуль и направление скорости точки, если при равномерном движении вдоль оси  $OX$  ее координата за время  $t_1 = 4$  с изменилась от  $x_1 = 5$  м до  $x_2 = -3$  м.

**Решение.** Модуль и направление вектора можно найти по его проекциям на оси координат. Так как точка движется равномерно, то проекцию ее скорости на ось  $OX$  найдем по формуле

$$v_x = \frac{x_2 - x_1}{t_1}; \quad v_x = \frac{-3 - 5}{4} \text{ м/с} = -2 \text{ м/с.}$$

Отрицательный знак проекции скорости означает, что скорость точки направлена противоположно положительному направлению оси  $OX$ . Модуль скорости равен  $v = |v_x| = |-2 \text{ м/с}| = 2 \text{ м/с.}$

2. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми  $l_0 = 20$  км, одновременно начали двигаться навстречу друг другу равномерно по прямому шоссе два автомобиля. Скорость первого автомобиля  $v_1 = 50$  км/ч, а скорость второго автомобиля  $v_2 = 60$  км/ч. Определите положение автомобилей относительно пункта  $A$  спустя время  $t = 0,5$  ч после начала движения и расстояние  $l$  между автомобилями в этот момент времени. Определите пути  $s_1$  и  $s_2$ , пройденные каждым автомобилем за время  $t$ .

**Решение.** Примем пункт  $A$  за начало координат и направим координатную ось  $OX$  в сторону

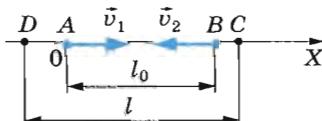


Рис. 1.16

пункта  $B$  (рис. 1.16). Движение автомобилей будет описываться уравнениями

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t, \quad x_2 = x_{02} + v_{2x}t.$$

Так как первый автомобиль движется в положительном направлении оси  $OX$ , а второй — в отрицательном, то  $v_{1x} = v_1$ ,  $v_{2x} = -v_2$ . В соответствии с выбором начала координат  $x_{01} = 0$ ,  $x_{02} = l_0$ . Поэтому спустя время  $t$

$$\begin{aligned}x_1 &= v_1 t = 50 \text{ км/ч} \cdot 0,5 \text{ ч} = 25 \text{ км}; \\x_2 &= l_0 - v_2 t = 20 \text{ км} - 60 \text{ км/ч} \cdot 0,5 \text{ ч} = -10 \text{ км}.\end{aligned}$$

Первый автомобиль будет находиться в точке  $C$  на расстоянии 25 км от пункта  $A$  справа, а второй — в точке  $D$  на расстоянии 10 км слева. Расстояние между автомобилями будет равно модулю разности их координат:  $l = |x_2 - x_1| = |-10 \text{ км} - 25 \text{ км}| = 35 \text{ км}$ . Пройденные пути равны:

$$\begin{aligned}s_1 &= v_1 t_1 = 50 \text{ км/ч} \cdot 0,5 \text{ ч} = 25 \text{ км}, \\s_2 &= v_2 t_2 = 60 \text{ км/ч} \cdot 0,5 \text{ ч} = 30 \text{ км}.\end{aligned}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 1

1. Точка движется равномерно и прямолинейно противоположно положительному направлению оси  $OX$ . В начальный момент времени точка имела координату  $x_0 = 12 \text{ м}$ . Определите координату точки спустя 6 с от начала отсчета времени, если модуль ее скорости равен  $v = 3 \text{ м/с}$ . Чему равен путь, пройденный точкой за это время?

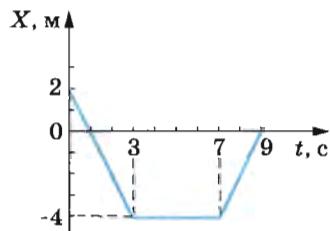


Рис. 1.17

2. На рисунке 1.17 изображен график зависимости координаты от времени для точки, движущейся вдоль оси  $OX$ . Опишите движение точки в интервалах времени от 0 до 3 с, от 3 до 7 с и от 7 до 9 с. Постройте графики для модуля и проекции скорости в зависимости от времени. Начертите график зависимости пути от времени.



## § 9 МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ

Ни одно тело не движется все время с постоянной скоростью. Трогаясь с места, автомобиль начинает двигаться все быстрее и быстрее. Некоторое время он может двигаться равномерно или почти равномерно, но рано или поздно замедляет движение и останавливается. При этом он проходит различные расстояния за одни и те же интервалы времени, т. е. движется неравномерно.

Неравномерное движение может быть как прямолинейным, так и криволинейным.

Чтобы полностью описать неравномерное движение точки, надо знать ее положение и скорость в каждый момент времени. Скорость в данный момент времени называется **мгновенной** скоростью.

Что же понимают под мгновенной скоростью?

Пусть точка, двигаясь неравномерно и криволинейно, в некоторый момент времени  $t$  занимает положение  $M$  (рис. 1.18). По прошествии времени  $\Delta t_1$  от этого момента точка займет положение  $M_1$ , совершив перемещение  $\vec{\Delta r}_1$ . Поделив вектор  $\vec{\Delta r}_1$  на промежуток времени  $\Delta t_1$ , найдем скорость такого равномерного прямолинейного движения, с которой должна была бы двигаться точка, чтобы за время  $\Delta t$  попасть из положения  $M$  в положение  $M_1$ . Эту скорость называют **средней** скоростью перемещения точки за время  $\Delta t_1$ . Обозначив ее через  $\vec{v}_{cp1}$ , запишем:  $\vec{v}_{cp1} = \frac{\vec{\Delta r}_1}{\Delta t_1}$ .

Найдем средние скорости за все меньшие и меньшие промежутки времени:

$$\vec{v}_{cp2} = \frac{\vec{\Delta r}_2}{\Delta t_2}, \quad \vec{v}_{cp3} = \frac{\vec{\Delta r}_3}{\Delta t_3}.$$

При уменьшении промежутка времени  $\Delta t$  перемещения точки уменьшаются по модулю и меняются по направлению. Соответственно этому, средние скорости также меняются как по модулю так и направлению. Но по мере приближения промежутка времени  $\Delta t$  к нулю средние скорости все меньше и меньше будут отличаться друг от друга. А это означает, что при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю отношение  $\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$  стремится к определенному вектору как к своему предельному значению. В механике такую величину называют скоростью точки в данный момент времени, или просто **мгновенной** скоростью, и обозначают  $\vec{v}$ .

**Мгновенная скорость точки** есть величина, равная пределу отношения перемещения  $\vec{\Delta r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого это перемещение произошло, при стремлении промежутка  $\Delta t$  к нулю.

Выясним теперь, как направлен вектор мгновенной скорости. В любой точке траектории вектор мгновенной ск

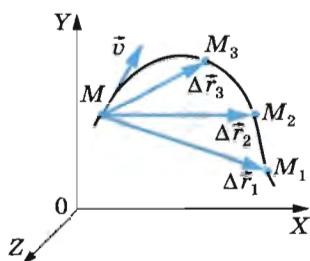


Рис. 1.18



Рис. 1.19

ности направлен так, как в пределе, при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю, направлена средняя скорость перемещения. Эта средняя скорость направлена так, как направлен вектор перемещения  $\vec{\Delta r}$ . Из рисунка 1.18 видно, что при уменьшении промежутка времени  $\Delta t$  вектор  $\vec{\Delta r}$ , уменьшая свою длину, одновременно поворачивается. Чем

короче становится вектор  $\vec{\Delta r}$ , тем ближе он к касательной, проведенной к траектории в данной точке  $M$ .

Следовательно, **мгновенная скорость направлена по касательной к траектории** (см. рис. 1.18).

В частности, скорость точки, движущейся по окружности, направлена по касательной к этой окружности. В этом нетрудно убедиться. Если маленькие частички отделяются от вращающегося диска, то они летят по касательной, так как имеют в момент отрыва скорость, равную скорости точек на окружности диска. Вот почему грязь из-под колес буксующей автомашины летит по касательной к окружности колес (рис. 1.19).

Помимо средней скорости перемещения, для описания движения чаще пользуются средней путевой скоростью  $v_{\text{cps}}$ . Эта средняя скорость определяется отношением пути к промежутку времени, за который этот путь пройден:

$$v_{\text{cps}} = \frac{s}{t}. \quad (1.7)$$

Когда мы говорим, что путь от Москвы до Санкт-Петербурга поезд прошел со скоростью 80 км/ч, мы имеем в виду именно среднюю путевую скорость движения поезда между этими городами. Модуль средней скорости перемещения при этом будет меньше средней путевой скорости, так как  $s > |\vec{\Delta r}|$ .

---

Понятие мгновенной скорости — одно из основных понятий кинематики. Это понятие относится к точке. Поэтому в дальнейшем, говоря о скорости движения тела, которое нельзя считать точкой, мы можем говорить о скорости какой-нибудь его точки.

---



1. Что называется средней скоростью перемещения?
2. Что такое мгновенная скорость?
3. Как направлена мгновенная скорость в данной точке траектории?
4. Точка движется по криволинейной траектории так, что модуль ее скорости не изменяется. Означает ли это, что скорость точки постоянна?
5. Что такое средняя путевая скорость?

## § 10 СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

Пусть по реке плывет моторная лодка и нам известна ее скорость  $\vec{v}_1$  относительно воды, точнее, относительно системы отсчета  $K_1$ , движущейся вместе с водой.

Такую систему отсчета можно связать, например, с мячом, выпавшим из лодки и плывущим по течению. Если известна еще и скорость течения реки  $\vec{v}$  относительно системы отсчета  $K_2$ , связанной с берегом, т. е. скорость системы отсчета  $K_1$  относительно системы отсчета  $K_2$ , то можно определить скорость лодки  $\vec{v}_2$  относительно берега (рис. 1.20).

За промежуток времени  $\Delta t$  перемещения лодки и мяча относительно берега равны  $\vec{\Delta r}_2$  и  $\vec{\Delta r}$  (рис. 1.20), а перемещение лодки относительно мяча равно  $\vec{\Delta r}_1$ . Из рисунка 1.21 видно, что

$$\vec{\Delta r}_2 = \vec{\Delta r}_1 + \vec{\Delta r}. \quad (1.8)$$

Разделив левую и правую части уравнения (1.8) на  $\Delta t$ , получим

$$\frac{\vec{\Delta r}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{\Delta r}_1}{\Delta t} + \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}.$$

Учтем также, что отношения перемещений к интервалу времени равны скоростям. Поэтому

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}. \quad (1.9)$$

Скорости складываются геометрически, как и все другие векторы.

Мы получили простой и замечательный результат, который называется **законом сложения скоростей**: если тело движется относительно некоторой системы отсчета  $K_1$  со скоростью  $\vec{v}_1$  и сама система отсчета  $K_1$  движется относительно другой системы

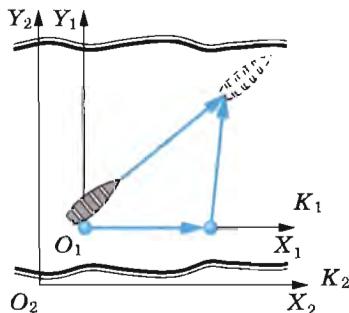


Рис. 1.20

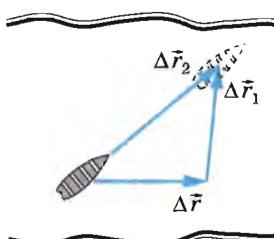


Рис. 1.21

отсчета  $K_2$  со скоростью  $\vec{v}$ , то скорость тела относительно второй системы отсчета равна геометрической сумме скоростей  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}$ . Закон сложения скоростей справедлив и для неравномерного движения. В этом случае складываются мгновенные скорости.

Как и любое векторное уравнение, уравнение (1.9) представляет собой компактную запись скалярных уравнений, в данном случае — для сложения проекций скоростей движения на плоскости:

$$\begin{aligned} v_{2x} &= v_{1x} + v_x, \\ v_{2y} &= v_{1y} + v_y. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Проекции скоростей складываются алгебраически.

Закон сложения скоростей позволяет определять скорость тела относительно разных систем отсчета, движущихся относительно друг друга.



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Два поезда движутся равномерно друг за другом. Скорость первого равна 80 км/ч, а скорость второго — 60 км/ч. Определите скорость второго поезда относительно первого.

**Решение.** Обозначим скорость первого поезда относительно Земли через  $\vec{v}_1$ , а скорость второго поезда — через  $\vec{v}_2$ . Тогда согласно закону сложения скоростей (1.9)

$$\vec{v}_2 = \vec{v}'_2 + \vec{v}_1,$$

где  $\vec{v}'_2$  — искомая скорость второго поезда относительно первого. Отсюда

$$\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

Это сложение скоростей поясняется на рисунке 1.22. Из рисунка видно, что скорость второго поезда относительно первого направлена в сторону, противоположную направлению движения поездов, и второй поезд удаляется от первого. Проекция скорости  $v'_2$  на ось  $OX$  равна:

$$v'_{2x} = v_2 - v_1 = -20 \text{ км/ч.}$$

2. Скорость течения реки  $v = 1,5 \text{ м/с}$ . Определите модуль скорости  $v_1$  катера относительно воды, если катер движется перпендикулярно к берегу со скоростью  $v_2 = 2 \text{ м/с}$  относительно него.

**Решение.** Согласно закону сложения скоростей (1.9)

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}.$$

Отсюда скорость катера относительно воды

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}.$$

Векторное сложение скоростей  $\vec{v}$  и  $\vec{v}_2$  показано на рисунке 1.23.  
Так как полученный треугольник скоростей прямоугольный, то  $v_1 = 2,5$  м/с.

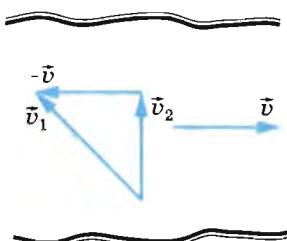


Рис. 1.23



## УПРАЖНЕНИЕ 2

1. Два автомобиля движутся равномерно по шоссе навстречу друг другу. Модули их скоростей равны 36 км/ч и 20 м/с. Определите скорость первого автомобиля относительно второго и второго — относительно первого.
2. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу равномерно движутся два поезда со скоростями 72 км/ч и 102 км/ч. Длина первого поезда 900 м, второго — 140 м. В течение какого времени один поезд пройдет мимо другого?

## § 11 УСКОРЕНИЕ

При движении тел их скорости обычно меняются либо по модулю, либо по направлению, либо же одновременно как по модулю, так и по направлению.

Так, скорость шайбы, скользящей по льду, уменьшается с течением времени до полной ее остановки. Если взять в руки камень и разжать пальцы, то при падении камня его скорость постепенно нарастает (рис. 1.24). Скорость любой точки окружности точильного круга при неизменном числе оборотов в единицу времени меняется только по направлению, оставаясь постоянной по модулю (рис. 1.25). Если бросить камень под углом к горизонту, то его скорость будет меняться и по модулю, и по направлению.

Изменение скорости тела может происходить как очень быстро (движение пули в канале ствола при выстреле из винтовки), так и сравнительно медленно (движение поезда при его отправлении). Чтобы уметь находить скорость в любой момент времени, необходимо ввести величину, ха-



Рис. 1.24

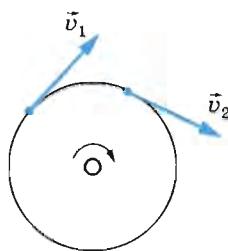


Рис. 1.25

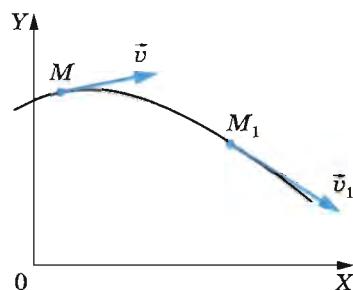


Рис. 1.26

рактеризующую быстроту изменения скорости. Эту величину называют **ускорением**. Ускорение — еще одна важнейшая физическая величина.

Рассмотрим случай криволинейного и неравномерного движения точки. В этом случае ее скорость с течением времени изменяется как по модулю, так и по направлению. Пусть в некоторый момент времени  $t$  точка занимает положение  $M$  и имеет скорость  $\vec{v}$ . По прошествии промежутка времени  $\Delta t_1$  точка займет положение  $M_1$  и будет иметь скорость  $\vec{v}_1$  (рис. 1.26). Чтобы найти изменение скорости за время  $\Delta t_1$  надо из вектора  $\vec{v}_1$  вычесть вектор  $\vec{v}$ .  $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}$ . Вычитание вектора  $\vec{v}$  можно произвести путем прибавления к вектору  $\vec{v}_1$  вектора  $(-\vec{v})$ :

$$\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}).$$

Согласно правилу сложения векторов, вектор изменения скорости  $\Delta \vec{v}_1$  направлен из начала вектора  $\vec{v}_1$  в конец вектора  $(-\vec{v})$ , как это показано на рисунке 1.27.

Поделив вектор  $\Delta \vec{v}_1$  на промежуток времени  $\Delta t_1$ , получим вектор, направленный так же, как и вектор изменения

скорости  $\Delta \vec{v}_1$ . Этот вектор называют средним ускорением точки за промежуток времени  $\Delta t_1$ . Обозначив его через  $\vec{a}_{cp1}$ , запишем:

$$\vec{a}_{cp1} = \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t_1}.$$

Найдем теперь средние ускорения точки за все мень-

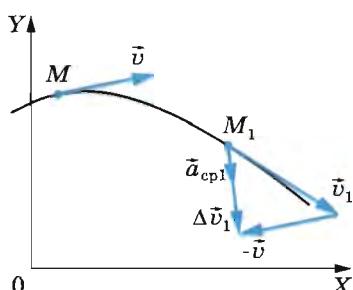


Рис. 1.27

шие и меньшие промежутки времени:

$$\vec{a}_{\text{ср}2} = \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}, \dots$$

При уменьшении промежутка времени  $\Delta t$  вектор  $\Delta \vec{v}$  уменьшается по модулю и меняется по направлению (рис. 1.28). Соответственно средние ускорения также меняются по модулю и направлению. Но при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю отношение изменения скорости к изменению времени стремится к определенному вектору как к своему предельному значению. В механике эту величину называют ускорением точки в данный момент времени, или просто ускорением, и обозначают  $\vec{a}$ .

**Ускорением тела** называется предел отношения изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого это изменение произошло, при стремлении  $\Delta t$  к нулю.

Ускорение направлено так, как в пределе, при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю, направлен вектор изменения скорости  $\Delta \vec{v}$ . В отличие от направления скорости, направление вектора ускорения нельзя определить, зная траекторию точки и направление движения точки по траектории. В дальнейшем на простых примерах мы увидим, как можно определить направление ускорения тела при прямолинейном и криволинейном движении. Пока же надо запомнить, что при данном направлении скорости ускорение может иметь любое направление.

Могут возникнуть вопросы: ведь может существовать движение с переменным ускорением? Не следует ли ввести величину, характеризующую быстроту изменения ускорения? Конечно, такую величину ввести можно, но обычно в этом нет необходимости.

При движении скорость тел, как правило, изменяется. Знать быстроту ее изменения со временем, т. е. знать ускорение необходимо для вычисления скорости и определения положения тела.



1. Что такое ускорение?
2. Куда направлено ускорение при прямолинейном движении тела, если модуль его скорости увеличивается? уменьшается?
3. Может ли тело иметь ускорение, если его скорость равна нулю?

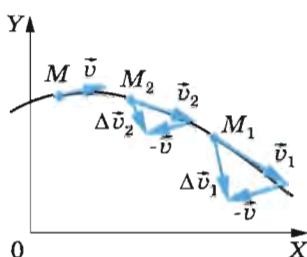


Рис. 1.28

## § 12 ЕДИНИЦА УСКОРЕНИЯ

Движение с ускорением можно разделить на два вида: движение с постоянным ускорением, когда модуль и направление вектора ускорения не меняются со временем, и движение с переменным ускорением, когда ускорение со временем меняется.

Движение с постоянным ускорением является наиболее простым движением с переменной скоростью. Можно приблизенно считать, что с постоянным ускорением движется автобус (или поезд) при отправлении в путь и при торможении, скользящая по льду шайба и т. д. Мы будем изучать в основном движение с постоянным ускорением.

Если ускорение тела постоянно, то отношение изменения скорости к интервалу времени, за которое это изменение произошло, будет одним и тем же для любого интервала времени. Поэтому, обозначив через  $\Delta t$  некоторый произвольный промежуток времени, а через  $\vec{\Delta v}$  — изменение скорости за этот промежуток, можно записать:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}. \quad (1.11)$$

Так как промежуток времени  $\Delta t$  — величина положительная, то из этой формулы следует, что если ускорение точки с течением времени не изменяется, то оно направлено так же, как и вектор изменения скорости. Таким образом, если ускорение постоянно, то его можно истолковать как изменение скорости в единицу времени. Это позволяет установить единицы модуля ускорения и его проекций.

Запишем выражение для модуля ускорения:

$$|\vec{a}| = a = \frac{|\vec{\Delta v}|}{\Delta t}.$$

Отсюда следует, что модуль ускорения численно равен единице, если за единицу времени модуль вектора изменения скорости изменяется на единицу.

Если время измерено в секундах, а скорость — в метрах в секунду, то 1 единица ускорения = 1 м/с<sup>2</sup>, т. е. ускорение выражается в метрах на секунду в квадрате.

Если ускорение точки постоянно и его модуль равен, например, 2 м/с<sup>2</sup>, то это означает, что за 1 с модуль вектора изменения скорости увеличивается на 2 м/с.

Прямолинейное движение с постоянным ускорением, при котором модуль скорости увеличивается, называется **равноускоренным движением**, а прямолинейное движение с постоянным ускорением, при котором модуль скорости уменьшается, называется **равнозамедленным**.

Понятие ускорения, как и понятие скорости, является одним из основных понятий кинематики. Если тело можно считать точкой, то мы говорим об ускорении тела. Если же формой и размерами тела пренебречь нельзя, то ускорения различных точек тела могут отличаться.



1. В каком случае ускорение тела считается постоянным?
2. Куда направлено ускорение тела при его равноускоренном движении? при равнозамедленном движении?
3. В каких единицах измеряется модуль ускорения?

### § 13

## СКОРОСТЬ ПРИ ДВИЖЕНИИ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

Выясним зависимости скорости точки от времени при ее движении с постоянным ускорением. Для этого воспользуемся формулой

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Пусть  $\vec{v}_0$  — скорость точки в начальный момент времени  $t_0$ , а  $\vec{v}$  — ее скорость в некоторый момент времени  $t$ . Тогда  $\Delta t = t - t_0$ ,  $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ , и формула для ускорения примет вид:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}.$$

Если начальный момент времени  $t_0$  принять равным нулю, то получим

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

Отсюда

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (1.12)$$

Векторному уравнению (1.12) соответствуют в случае движения на плоскости два скалярных уравнения для проекций скорости на координатные оси  $X$  и  $Y$ :

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t, \\ v_y &= v_{0y} + a_y t. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Как видим, при движении с постоянным ускорением скорость со временем меняется по линейному закону.

Итак, для определения скорости в произвольный момент времени надо знать начальную скорость  $\vec{v}_0$  и ускоре-

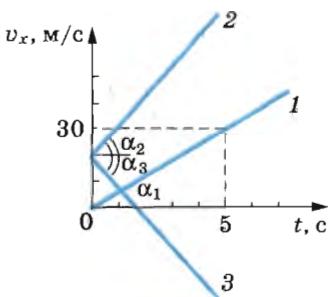


Рис. 1.29

скорость падающего камня зависит от того, выпустили его из рук или же бросили, совершив некоторое усилие.

Ускорение же, наоборот, не зависит от того, что происходило с телом в предыдущие моменты, а зависит лишь от действия на него других тел в данный момент времени.

Зависимость проекции скорости от времени можно изобразить наглядно с помощью графика.

Если начальная скорость равна нулю, то график зависимости проекции скорости на ось  $X$  от времени имеет вид прямой, выходящей из начала координат. На рисунке 1.29 представлен этот график в виде прямой 1 для случая  $a_x > 0$ . По этому графику можно найти проекцию ускорения на ось  $X$ :

$$a_x = \frac{v_x}{t}; \quad a_x = \frac{30 \text{ м/с}}{5 \text{ с}} = 6 \text{ м/с}^2.$$

Чем больше  $a_x$ , тем больший угол  $\alpha$  с осью времени составляет график проекции скорости. Такая зависимость скорости от времени наблюдается при падении тела, покинувшего в начальный момент времени, с некоторой высоты или при движении автомобиля, трогающегося с места.

Если начальная скорость отлична от нуля и тело движется с большим ускорением, то график зависимости проекции скорости от времени имеет вид прямой 2 (см. рис. 1.29).

В случае отрицательного ускорения (равнозамедленное движение) с той же начальной скоростью график зависимости  $v_x$  от времени имеет вид прямой 3. Обратим внимание на то, что так как углы  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  по модулю равны, то равны по модулю проекции ускорения:  $|a_{x2}| = |a_{x3}|$ .

---

Мы научились, таким образом, находить скорость материальной точки при движении с постоянным ускорением.

---

ние  $\vec{a}$ . Начальную скорость нужно измерить. Ускорение, как мы увидим в дальнейшем, определяется действием на данное тело других тел и может быть вычислено. Начальная скорость зависит не от того, как действуют на данное тело другие тела в рассматриваемый момент времени, а от того, что происходило с телом в предшествующие моменты времени. Например, начальная

## § 14 ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

Теперь получим уравнения, которые позволяют рассчитывать для этого движения положение точки в любой момент времени.

Допустим, движение с постоянным ускорением совершается в одной плоскости, пусть это будет плоскость  $XOY$ . Если вектор начальной скорости и вектор ускорения не лежат на одной прямой, то точка будет двигаться по кривой линии. Следовательно, в этом случае с течением времени будут изменяться обе ее координаты  $x$  и  $y$ . Обозначим через  $x_0$  и  $y_0$  координаты в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , а через  $x$  и  $y$  координаты в момент времени  $t$ . Тогда за время  $\Delta t = t - t_0 = t$  изменения координат будут равны

$$\Delta x = x - x_0 \text{ и } \Delta y = y - y_0.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x, \\ y &= y_0 + \Delta y. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Значит, для нахождения положения точки в любой момент времени надо знать ее начальные координаты и уметь находить изменения координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  за время движения.

В случае движения, при котором проекция скорости изменяется со временем (рис. 1.30, кривая 1), величину  $\Delta x$  за время  $t$  найдем следующим образом. Из § 8 мы знаем, что при равномерном движении изменение координаты точки за время  $\Delta t$  можно определить на графике зависимости  $v_x(t)$  по площади прямоугольника. На рисунке 1.30 длина отрезка  $OC$  численно равна времени движения. Разделим его на малые интервалы  $\Delta t_i$ , в пределах которых проекцию скорости можно считать постоянной и равной ее среднему значению. Рассмотрим интервал  $\Delta t_i$ . Тогда  $\Delta x_i = v_{i\text{ср}} \Delta t_i$ , и, соответственно, площадь заштрихованного прямоугольника численно равна изменению координаты точки за время  $\Delta t_i$ . Сумма всех таких площадей численно равна изменению координаты точки за время  $t$ . Чем меньше интервал  $\Delta t$ , тем точнее будет результат. При стремлении  $\Delta t$  к нулю площадь фигуры  $ABC0$  будет стремиться к изменению координаты тела  $\Delta x$ .

В случае равноускоренного движения (рис. 1.30, прямая 2) изменение координаты тела  $\Delta x$  численно равно площади трапеции  $ABCO$ . Длины оснований  $OA$  и  $BC$  этой трапеции численно равны проекциям начальной и конечной скоростей, а длина высоты  $OC$  — времени движения.

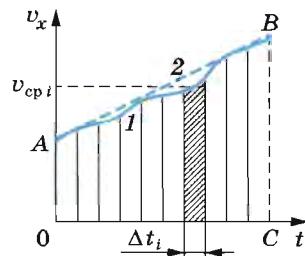


Рис. 1.30

По формуле для площади трапеции имеем

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t.$$

Учитывая, что  $v_x = v_{0x} + a_x t$ , получаем

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Мы рассмотрели случай, когда  $v_{0x} > 0$  и  $a_x > 0$ . Но полученная формула справедлива и тогда, когда одна из этих величин отрицательна или когда обе они отрицательны.

Изменение координаты  $\Delta y$  можно найти таким же способом, и оно имеет аналогичный вид

$$\Delta y = v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Подставив найденные значения изменения координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  в формулы (1.14), получим выражения для координат при движении с постоянным ускорением как функции времени (их называют кинематическими уравнениями движения):

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

(1.15)

Эти формулы применимы для описания как прямолинейного, так и криволинейного движения точки. Важно лишь, чтобы ускорение было постоянным.

Обычно в условиях задачи даются значения (модули) скоростей и ускорений. Поэтому удобнее, например, при движении точки по оси  $OX$  использовать уравнение  $x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ , где  $v_0$  и  $a$  — модули начальной скорости и ускорения.

Очевидно, что в этом уравнении знак «+» берется тогда, когда направления скорости  $v_0$  и ускорения  $a$  совпадают с направлением оси  $OX$ , знак «-» — когда они направлены в противоположную сторону.

При движении точки в плоскости  $XOY$  двум уравнениям (1.15) соответствует одно векторное уравнение

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$

(1.16)

Обратите внимание на то, что с помощью формул (1.15) и (1.16) можно найти только положение движущейся точ-

ки в любой момент времени. Для нахождения пути необходимо более подробно исследовать траекторию, определить точки, в которых, возможно, произошло изменение направления движения.

Полученные уравнения, совместно с формулами для проекций скорости (1.13), позволяют решать любую задачу о движении с постоянным ускорением.



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Ударом клюшки хоккейной шайбе сообщили скорость  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ . Через время  $t = 2 \text{ с}$  скорость шайбы, движущейся прямолинейно, стала равна  $16 \text{ м/с}$ . Определите ускорение шайбы, считая его постоянным.

**Решение.** Выберем оси координат так, чтобы движение шайбы происходило вдоль какой-нибудь координатной оси, например вдоль оси  $OX$ . За положительное направление оси  $OX$  примем направление вектора начальной скорости (рис. 1.31). Из определения ускорения следует:

$$a_x = \frac{v - v_0}{t} = \frac{16 \text{ м/с} - 20 \text{ м/с}}{2 \text{ с}} = -2 \text{ м/с}^2.$$

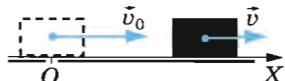


Рис. 1.31

Знак « $-$ » в конечном результате означает, что вектор ускорения направлен в сторону, противоположную положительному направлению оси  $OX$ . Модуль же ускорения равен  $a = |a_x| = 2 \text{ м/с}^2 = 2 \text{ м/с}^2$ .

2. Перекрытие между первым и вторым этажами здания лифт проходил со скоростью  $v_0 = 4 \text{ м/с}$ . Далее он поднимался с постоянным ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ , направленным вниз. Через время  $t_1 = 2 \text{ с}$  лифт остановился. Высота  $h$  каждого этажа равна  $4 \text{ м}$ . На какой высоте  $H$ , считая от пола первого этажа, остановился лифт?

**Решение.** Совместим начало координат с полом первого этажа и направим одну из координатных осей, например ось  $OY$ , вертикально вверх. Так как ускорение лифта постоянно, то его движение будет описываться кинематическим уравнением  $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$ .

При выбранных начале координат и положительном направлении оси  $OY$   $y_0 = h$ ,  $v_{0y} = v_0$ ,  $a_y = -a$ ,  $y = H$ . Поэтому  $H = h + v_0 t - \frac{at^2}{2}$ ;  $H = 4 \text{ м} + 4 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} - \frac{2 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = 8 \text{ м}$ .



## УПРАЖНЕНИЕ 3

1. Тело движется вдоль координатной оси  $OX$ . Направления начальной скорости и ускорения совпадают с положительным направлением оси, а их модули равны  $v_0 = 4 \text{ м/с}$ ,  $a = 2 \text{ м/с}^2$ . Определите скорость через 4 с от начала отсчета времени.

2. В точке с координатой  $x_0 = 10 \text{ м}$  тело имело скорость  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ , направленную противоположно положительному направлению оси  $OX$ . Ускорение тела направлено противоположно вектору начальной скорости, а его модуль равен  $10 \text{ м/с}^2$ . Определите координату тела в моменты времени 1, 2, 3, 4 с от начала отсчета.

3. Два мотоциклиста выезжают одновременно из двух пунктов навстречу друг другу. Один из них спускается равноускоренно с горы, имея начальную скорость  $36 \text{ км/ч}$  и ускорение  $2 \text{ м/с}^2$ . Другой равнозамедленно поднимается в гору с начальной скоростью  $72 \text{ км/ч}$  и с тем же по модулю ускорением. Первоначальное расстояние между мотоциклистами равно 300 м. Через сколько времени они встретятся?

### § 15 СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ

Рассмотрим теперь одно часто встречающееся движение с постоянным ускорением, которое называется свободным падением тел. Это движение опытным путем изучал великий итальянский ученый Галилео Галилей.

Каждый из нас наблюдал, что при падении тела на Землю из состояния покоя оно увеличивает свою скорость, т. е. движется с ускорением. Это ускорение сообщает ему земной шар. Долгое время считали, что Земля сообщает разным телам различные ускорения. Простые наблюдения



Галилео Галилей

(1564—1642) — великий итальянский физик и астроном, впервые применивший экспериментальный метод исследования в науке. Галилей открыл принцип относительности, ввел понятие инерции, исследовал законы падения тел и движения тел по наклонной плоскости, предложил применять маятник для измерения времени. Впервые в истории человечества с помощью изготовленной им зрительной трубы Галилей открыл горы на Луне, спутники Юпитера, звездное строение Млечного Пути, пятна на Солнце, фазы Венеры.

Галилей развил запрещенное в те времена церковью учение Коперника о движении Земли, за что в 1633 г. был осужден римским католическим судом. Приговор был отменен Ватиканом 350 лет спустя.

как будто подтверждают это. Например, птичье перо или лист бумаги падают гораздо медленнее, чем камень. Вот почему со временем Аристотеля (греческого ученого, жившего в IV в. до н. э.) считалось незыблым мнение, что ускорение, сообщаемое Землей телу, тем больше, чем тяжелее тело.

Только Галилею в конце XVI в. удалось опытным путем доказать, что в действительности это не так. Нужно учитывать сопротивление воздуха. Именно оно искажает картину свободного падения тел, которую можно было бы наблюдать в отсутствие земной атмосферы.

Наблюдая падение различных тел (пушечное ядро, мушкетная пуля и т. д.) со знаменитой наклонной Пизанской башни (рис. 1.32), Галилей доказал, что земной шар сообщает всем телам одно и то же ускорение. Все тела достигали поверхности Земли примерно за одно и то же время.

Особенно прост и убедителен опыт, проведенный впервые Ньютона (рис. 1.33). В стеклянную трубку помещают различные предметы: дробинки, кусочки пробки, пушинки и т. д. Если перевернуть трубку так, чтобы эти предметы могли падать, то быстрее всего упадет дробинка, за ней — кусочек пробки и, наконец, плавно опустится пушинка. Но если выкачать из трубки воздух, то мы увидим, что все три тела упадут одновременно. Значит, движение пушинки задерживалось ранее сопротивлением воздуха, которое в меньшей степени сказывалось на движении, например, пробки. Когда же на эти тела действует только притяжение к Земле, то все они падают с одним и тем же ускорением.

Конечно, на основании данного опыта еще нельзя утверждать, что ускорение всех тел под действием притяжения Земли строго одинаково. Но и более точные опыты, проведенные с помощью самой совершенной современной экспериментальной техники, дают те же результаты.

Если сопротивление воздуха отсутствует, то вблизи поверхности Земли ускорение падающего тела постоянно. Этот факт впервые был установлен Г. Галилеем. Движение тела только

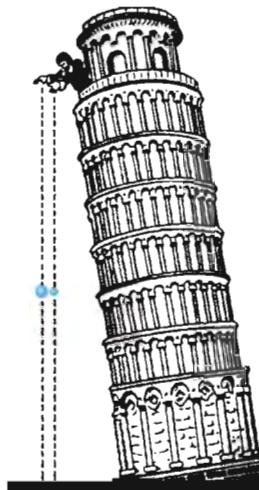


Рис. 1.32



Рис. 1.33

под влиянием притяжения его к Земле называют **свободным падением**.

Соответственно этому, и ускорение, сообщаемое Землей всем телам, называют **ускорением свободного падения**. Оно всегда направлено вертикально вниз. Его принято обозначать  $\vec{g}$ .

Свободное падение — это не обязательно движение вниз. Если начальная скорость направлена вверх, то тело при свободном падении некоторое время будет лететь вверх, уменьшая свою скорость, и лишь затем начнет падать.

Ускорение свободного падения изменяется в зависимости от географической широты места на поверхности Земли и от высоты тела над Землей, точнее, от расстояния до центра Земли. На широте Москвы измерения дают следующее значение ускорения свободного падения:  $g \approx 9,82 \text{ м/с}^2$ . Вообще же на поверхности Земли  $g$  меняется в пределах от  $9,78 \text{ м/с}^2$  на экваторе до  $9,83 \text{ м/с}^2$  на полюсе.

Если подняться на 1 км над уровнем моря, то ускорение свободного падения уменьшится примерно на 0,00032 своего значения в данном месте Земли. На высоте 100 км над полюсом Земли оно примерно равно  $9,53 \text{ м/с}^2$ .

При падении тел в воздухе на их движение влияет сопротивление воздуха. Поэтому ускорение тел не равно  $\vec{g}$ . Но когда движутся сравнительно массивные тела с небольшими скоростями (камень, спортивное ядро и т. д.), сопротивление воздуха влияет на их движение незначительно. В этом случае движение тел можно рассматривать как свободное падение. Лишь при больших скоростях (снаряд, пуля и т. д.) сопротивление воздуха становится существенным. Для легких тел типа пушинки сопротивление воздуха существенно и при малых скоростях.

---

Свободное падение — движение тела под действием силы притяжения к Земле.

---

## § 16

### ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

При изучении свободного падения тел мы будем рассматривать только такие движения, при которых ускорение свободного падения постоянно, т. е. сопротивление воздуха можно не учитывать.

Эти движения будут описываться известными нам кинематическими уравнениями (1.13) и (1.15).

Движение с постоянным ускорением может быть как прямолинейным, так и криволинейным. Когда начальная скорость точки равна нулю или же направлена вдоль той

же прямой, что и ускорение, то точка движется прямолинейно вдоль этой прямой. Если начальная скорость и ускорение не направлены по одной прямой, точка движется криволинейно.

Ускорение свободного падения направлено вертикально вниз. Поэтому тело движется прямолинейно, если его начальная скорость равна нулю или направлена вдоль вертикали (рис. 1.34). В противном случае траектория тела будет криволинейной.

С движением тел, получивших начальную скорость под углом к ускорению свободного падения, приходится встречаться довольно часто. Например: снаряд, выпущенный под углом к горизонту; ядро, которое толкнул спортсмен.

Найдем траекторию тела, брошенного под углом к горизонту, при условии, что на всем пути его движения ускорение свободного падения остается постоянным. Пусть из точки  $O$  брошено тело с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 1.35). Выберем оси координат так, чтобы векторы  $\vec{v}_0$  и  $\vec{g}$  были расположены в какой-либо координатной плоскости, например в плоскости  $XOY$ . Ось  $OX$  направим горизонтально, а ось  $OY$  — вертикально вверх. Начало координат выберем в точке бросания.

Так как ускорение свободного падения с течением времени не меняется, то движение тела в данном случае, как и любое движение с постоянным ускорением, можно описать уравнениями

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (1.17)$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \quad (1.18)$$

При выбранном начале координат  $x_0 = 0$  и  $y_0 = 0$ . Проекцию вектора на какую-либо ось можно выразить через модуль вектора и косинус угла, который этот вектор образует с положительным направлением оси. Из рисунка 1.35 видно, что  $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ ,  $v_{0y} = v_0 \cos (90^\circ - \alpha) = v_0 \sin \alpha$ ,

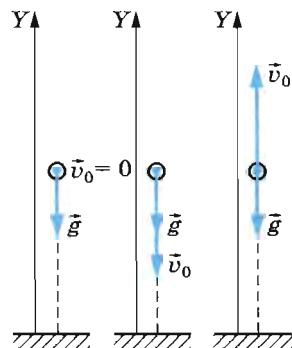


Рис. 1.34

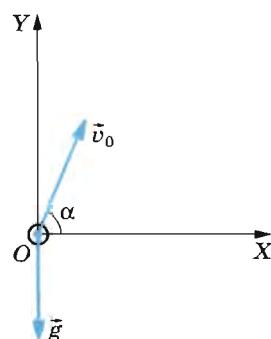


Рис. 1.35

$a_x = 0$  и  $a_y = -g$ . Поэтому уравнения (1.17) и (1.18) можно записать в виде

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t, \quad (1.19)$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.20)$$

Для построения траектории тела можно найти из уравнений (1.19) и (1.20) значения координат  $x$  и  $y$  для различных моментов времени, а затем по координатам построить точки и соединить их плавной линией.

Однако удобнее найти уравнение траектории, т. е. зависимость  $y$  от  $x$ . Чтобы получить это уравнение, нужно исключить время из уравнений (1.19) и (1.20).

Из уравнения (1.19) имеем  $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ . Следовательно,

$$y = x \frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2.$$

Введем обозначения:  $\operatorname{tg} \alpha = c$  и  $-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = b$ . Тогда

$$y = bx^2 + cx. \quad (1.21)$$

Из курса алгебры известно, что графиком функции (1.21) является парабола, ось симметрии которой — прямая, параллельная оси  $Y$ . Поскольку в данном случае  $b < 0$ , то ветви параболы направлены вниз. На рисунке 1.36 изображена парабола для случая  $b = -0,2 \text{ м}^{-1}$  и  $c = 1,6$ . Итак, мы доказали, что если ускорение свободного падения постоянно, то тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе.

Теперь выясним, какой будет траектория тела, если его начальная скорость направлена горизонтально.

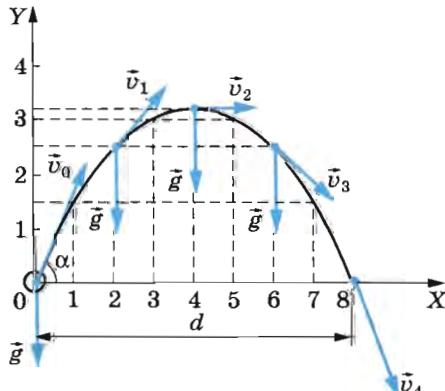


Рис. 1.36

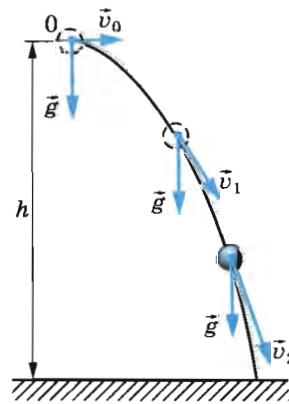


Рис. 1.37

Из рисунка 1.36 видно, что, начиная с того момента, когда скорость тела горизонтальна, оно движется по ветви параболы. Следовательно, любое тело, брошенное горизонтально, будет двигаться по одной из ветвей параболы, вершина которой находится в точке бросания (рис. 1.37).

Наглядное представление о траектории тела, брошенного горизонтально или под углом к горизонту, можно получить на простом опыте (рис. 1.38). Так как каждая частица воды движется по параболе, то струи воды имеют форму параболы. В этом легко убедиться, поставив за струей экран с заранее вычерченной параболой. При определенной скорости истечения воды струя будет располагаться вдоль вычерченной параболы.

Мы получили формулы, позволяющие определить положение тела, брошенного под углом к горизонту и движущегося под действием силы тяжести в любой момент времени.

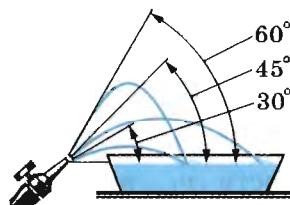


Рис. 1.38



### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. С балкона из точки  $O$  бросили мяч вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 9$  м/с. Определите положение мяча относительно точки  $O$  и его скорость спустя время  $t_1 = 2$  с от момента бросания. Сопротивление воздуха не учитывайте.

**Решение.** Поскольку сопротивление воздуха не учитывается, то движение мяча можно считать свободным падением. В данном случае векторы  $\vec{v}_0$  и  $\vec{g}$  лежат на одной прямой. Следовательно, мяч будет двигаться вдоль той же прямой. Примем за начало координат точку  $O$  бросания мяча, ось  $Y$  направим вертикально вверх (рис. 1.39). Тогда движение мяча будет описываться кинематическим уравнением

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Так как  $y_0 = 0$ ,  $v_{0y} = v_0$  и  $a_y = -g$ , то  $y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ .



Рис. 1.39

В момент времени  $t_1 = 2$  с

$$y = 9 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \text{ с} - \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = -1,6 \text{ м.}$$

Чтобы определить модуль и направление вектора скорости  $\vec{v}_1$ , найдем его проекцию на ось  $Y$  по формуле  $v_y = v_{0y} + a_y t$ . При выбранном направлении оси  $Y$  последнюю формулу можно записать так:  $v_y = v_0 - gt$ . Поэтому

$$v_{1y} = 9 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2 \text{ с} = -10,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; |v_{1y}| = v_1 = 10,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 11 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отрицательный знак проекции скорости означает, что в конце второй секунды скорость мяча направлена противоположно положительному направлению оси  $Y$ , т. е. вниз.

**2.** Из точки  $A$  брошен горизонтально шарик со скоростью  $v_0 = 8 \text{ м/с}$ . Определите положение шарика относительно точки  $O$  через  $t = 1,5$  с от начала его движения. Точки  $A$  и  $O$  находятся на одной вертикали на расстоянии 5 м друг от друга. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

**Решение.** Выберем оси координат так, чтобы векторы  $\vec{v}_0$  и  $\vec{g}$  лежали в одной координатной плоскости, например в плоскости  $XOY$ . Так как сопротивление воздуха не учитывается и начальная скорость шарика направлена горизонтально, то он будет двигаться в плоскости  $XOY$  по параболе, вершина которой находится в точке бросания. Поскольку надо найти положение шарика относительно точки  $O$ , то за начало координат возьмем эту точку. Ось  $OX$  направим горизонтально, ось  $OY$  — вертикально вверх (рис. 1.40).

В этом случае движение шарика будет описываться кинематическими уравнениями

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{aligned}$$

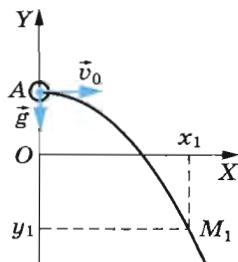


Рис. 1.40

При сделанном выборе начала координат и направлений осей  $OX$  и  $OY$  имеем:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = |OA|$ ,  $v_{0x} = v_0$ ,  $v_{0y} = 0$ ,  $a_x = 0$ ,  $a_y = -g$ .

Поэтому  $x = v_0 t$ ,  $y = |OA| - \frac{gt^2}{2}$ . Спустя время  $t_1 = 1,5$  с координаты шарика будут равны:

$$x_1 = 8 \cdot 1,5 \text{ с} = 12 \text{ м}, y_1 = 5 \text{ м} - \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,25 \text{ с}^2}{2} \approx -6 \text{ м.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 4

- Камень, упав с обрыва, достиг поверхности воды через 2 с. Чему равна высота обрыва? Определите модуль конечной скорости камня.
- Камень брошен горизонтально со скоростью 20 м/с с высоты 10 м относительно Земли. Определите время полета, дальность полета и скорость камня в момент падения на Землю.
- Мяч брошен с поверхности Земли под углом  $45^\circ$  к горизонту со скоростью 20 м/с. Определите наибольшую высоту подъема, дальность полета, скорость в наивысшей точке траектории, скорость и координаты мяча через 2 с после начала движения.

(§ 17)

## РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Движение тела по окружности или дуге окружности довольно часто встречается в природе и технике. Приблизительно по окружности движется Луна вокруг Земли; каждая точка земной поверхности движется по окружности вокруг земной оси; дуги окружности описывают различные точки самолета во время виража, автомобиля при повороте, поезда на закруглении дороги и т. д. Поэтому знакомство с таким движением имеет большое значение.

Рассмотрим равномерное движение тела по окружности. Это такое движение, при котором скорость и ускорение не меняются по модулю, а изменяются лишь по направлению.

Найдем модуль и направление вектора ускорения при равномерном движении точки по окружности радиусом  $R$ . Пусть точка в момент времени  $t$  занимает положение  $M$ , а через интервал времени  $\Delta t$  — положение  $M_1$  (рис. 1.41).

Обозначим ее скорость в положении  $M$  через  $\vec{v}$ , а в положении  $M_1$  через  $\vec{v}_1$ . При равномерном движении  $v = v_1$ . Чтобы найти изменение скорости  $\Delta \vec{v}$  за время  $\Delta t$ , надо из вектора  $\vec{v}_1$  вычесть вектор  $\vec{v}$ . Разделив вектор  $\Delta \vec{v}$  на промежуток времени  $\Delta t$ , получим среднее ускорение точки за этот промежуток времени:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

При стремлении интервала  $\Delta t$  к нулю вектор среднего ускорения

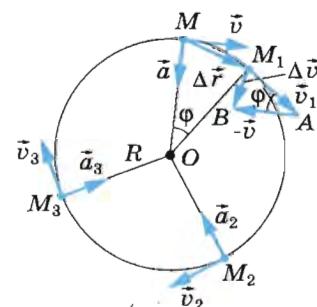


Рис. 1.41

стремится в пределе к определенному вектору, называемому вектором мгновенного ускорения (см. § 11).

Сначала найдем модуль мгновенного ускорения. Для этого проведем вектор перемещения  $\Delta\vec{r}$  и рассмотрим треугольники  $OMM_1$  и  $M_1AB$ . Эти треугольники подобны как равнобедренные с равными углами при вершинах. Следовательно,  $\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{R}$ .

Разделив левую и правую части этого равенства на промежуток времени  $\Delta t$ , получим

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R},$$

или

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}. \quad (1.22)$$

Но

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = a_{cp} \quad \text{и} \quad \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = v_{cp}.$$

В пределе, т. е. при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю, модуль вектора  $\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$  будет не чем иным, как модулем ускорения  $|\vec{a}|$  точки в момент времени  $t$ , а модуль вектора  $\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$  будет представлять собой модуль вектора мгновенной скорости  $|\vec{v}|$ . Тогда равенство (1.22) примет вид

$$a = \frac{v^2}{R}. \quad (1.23)$$

Так как  $v$  и  $R$  постоянны, то модуль вектора ускорения при равномерном движении точки по окружности остается все время неизменным.

Найдем теперь направление ускорения  $\vec{a}$ . Вектор ускорения направлен так, как направлен вектор  $\Delta\vec{v}$  в пределе при стремлении промежутка времени  $\Delta t$  к нулю. Из рисунка 1.41 видно, что при стремлении интервала  $\Delta t$  к нулю точка  $M_1$  приближается к точке  $M$  и угол  $\phi$  стремится к нулю. Следовательно, угол  $BM_1A$  стремится к  $90^\circ$ . Таким образом, угол между вектором  $\Delta\vec{v}$  и радиусом окружности стремится к нулю. Следовательно в пределе вектор мгновенного ускорения направлен к центру окружности. Поэтому ускорение точки при ее равномерном движении по окружности называют **центростремительным**.

Так как в процессе движения точки по окружности ускорение все время направлено по радиусу к центру, то оно непрерывно изменяется по направлению. Следовательно, равномерное движение точки по окружности является движением с переменным ускорением и переменной скоростью. Отметим, что модули скорости и ускорения при этом остаются постоянными.



1. Точка движется равномерно по окружности. Постоянна ли ее скорость?
2. Постоянно ли ускорение при равномерном движении точки по окружности?
3. Куда направлено ускорение конца стрелки часов?

## Глава 1. КРАТКИЕ ИТОГИ

Описать движение тела — это значит описать движение всех его точек, т. е. указать способ, позволяющий расчитывать положение каждой точки тела в любой момент времени.

Положение точки относительно выбранного тела отсчета можно задать с помощью координат  $x, y, z$  или радиус-вектора  $\vec{r}$ .

При равномерном прямолинейном движении точки со скоростью  $\vec{v}$  радиус-вектор в любой момент времени  $t$  вычисляется по формуле

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t,$$

где  $\vec{r}_0$  — радиус-вектор, задающий положение точки в начальный момент времени  $t_0 = 0$ .

Если точка движется вдоль какой-либо координатной оси, то со временем изменяется только одна ее координата. В случае равномерного движения вдоль оси  $OX$  координата  $x$  точки в любой момент времени  $t$  находится по формуле

$$x = x_0 + v_x t.$$

В этой формуле  $x_0$  — координата точки в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , а  $v_x$  — проекция скорости на ось  $OX$ .

Чтобы описать неравномерное движение точки, надо уметь рассчитывать ее скорость в любой момент времени. Для этого вводят величину, характеризующую быстроту изменения скорости, т. е. ускорение.

Если ускорение точки постоянно, т. е. модуль и направление его не меняются со временем, то оно определяется по формуле

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

где  $\Delta \vec{v}$  — изменение скорости за промежуток времени  $\Delta t$ .

При движении с постоянным ускорением скорость точки  $\vec{v}$  и радиус-вектор  $\vec{r}$ , определяющий ее положение, в любой момент времени вычисляются по формулам

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

где  $\vec{r}_0$  и  $\vec{v}_0$  — радиус-вектор и скорость точки в начальный момент времени  $t_0 = 0$ .

Движение с постоянным ускорением может быть как прямолинейным, так и криволинейным. Когда начальная скорость точки равна нулю или же направлена вдоль той же прямой, что и ускорение, то точка движется прямолинейно вдоль этой прямой.

Если же начальная скорость и ускорение не направлены вдоль одной прямой, точка движется криволинейно. Причем криволинейное движение с постоянным ускорением всегда происходит в той плоскости, в которой находятся векторы ускорения и начальной скорости точки.

В случае криволинейного движения точки с постоянным ускорением в плоскости  $XOY$  проекции  $v_x$  и  $v_y$  ее скорости на оси  $OX$  и  $OY$  и ее координаты  $x$  и  $y$  в любой момент времени  $t$  определяют по формулам

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t, \quad y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

В этих формулах  $x_0$ ,  $y_0$  — координаты точки в начальный момент времени  $t_0 = 0$ ;  $v_{0x}$ ,  $v_{0y}$  — проекции начальной скорости на оси  $OX$  и  $OY$ ;  $a_x$ ,  $a_y$  — проекции ускорения на те же оси.

При равномерном движении по окружности скорость и ускорение точки не меняются по модулю. В любой момент времени скорость направлена по касательной к окружности, а ускорение — к ее центру. В этом случае связь между модулем ускорения  $a$  точки, модулем ее скорости  $v$  и радиусом окружности  $R$  выражается формулой

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Равномерное движение точки по окружности является движением с переменным ускорением, так как ускорение непрерывно изменяется по направлению.

## Глава 2 КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Все предыдущие параграфы были посвящены описанию движения точки. О движении любого тела можно судить по движению всех его точек (об этом говорилось в самом начале раздела «Кинематика»).

### § 18

#### ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Описание движения тела считается полным лишь тогда, когда известно, как движется каждая его точка.

Мы много внимания уделили описанию движения точки. Именно для точки вводятся понятия координат, скорости, ускорения, траектории. В общем случае задача описания движения тел является сложной. Особенно она сложна, если тела заметно деформируются в процессе движения. Проще описать движение тела, взаимное расположение частей которого не изменяется. Такое тело называется **абсолютно твердым**. На самом деле абсолютно твердых тел нет. Но в тех случаях, когда реальные тела при движении мало деформируются, их можно рассматривать как абсолютно твердые. (Еще одна абстрактная модель, вводимая при рассмотрении движения.) Однако и движение абсолютно твердого тела в общем случае оказывается весьма сложным. Любое сложное движение абсолютно твердого тела можно представить как сумму двух независимых движений: поступательного и вращательного.

**Поступательное движение.** Самое простое движение твердых тел — *поступательное*.

**Поступательным** называется такое движение твердого тела, при котором любой отрезок, соединяющий любые две точки тела, остается параллельным самому себе.

При поступательном движении все точки тела совершают одинаковые перемещения, описывают одинаковые траектории, проходят одинаковые пути, имеют в каждый момент времени равные скорости и ускорения. Покажем это.

Пусть тело движется поступательно (рис. 2.1). Соединим две его произвольные точки  $B$  и  $A$  отрезком. Расстояние  $|AB|$  не изменяется, так как тело абсолютно твердое. При поступательном движении остаются постоянными модуль и направление вектора  $\vec{AB}$ . Вследствие этого траектории точек  $B$  и  $A$  одинаковы, так как они могут быть полностью совмещены параллельным переносом на вектор  $\vec{AB}$ .

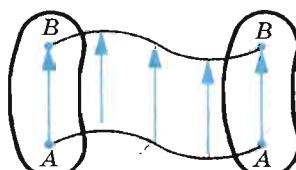


Рис. 2.1



Рис. 2.2

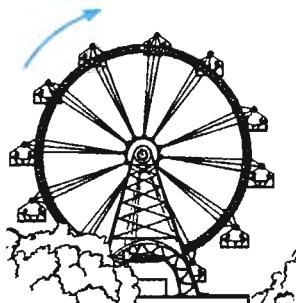


Рис. 2.3

Согласно рисунку 2.1 перемещения точек *A* и *B* одинаковы и совершаются за одно и то же время. Следовательно, точки *A* и *B* имеют одинаковые скорости и ускорения.

Совершенно очевидно, что для описания поступательного движения твердого тела достаточно описать движение какой-либо одной его точки. Лишь при поступательном движении можно говорить о скорости и ускорении тела. При любом другом движении тела его точки имеют различные скорости и ускорения, и термины «скорость тела» и «ускорение тела» для не поступательного движения теряют смысл.

Примерно поступательно движутся ящик письменного стола, поршни двигателя автомобиля относительно цилиндров, вагоны на прямолинейном участке железной дороги, резец токарного станка относительно станины. Движение педали велосипеда или кабины колеса обозрения в парках (рис. 2.2, 2.3) — также примеры поступательного движения.

---

Для описания поступательного движения твердого тела достаточно написать уравнение движения одной из его точек.

---



1. В каком случае тело можно считать абсолютно твердым?
2. Что называется поступательным движением?
3. Приведите примеры поступательного движения, не упомянутые в тексте книги.

## § 19

### ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА. УГЛОВАЯ И ЛИНЕЙНАЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Вращательное движение вокруг неподвижной оси — еще один частный случай движения твердого тела.

*Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором*

все точки тела описывают окружности, центры которых находятся на одной прямой, называемой осью вращения, при этом плоскости, которым принадлежат эти окружности, перпендикулярны оси вращения (рис. 2.4).

В технике такой вид движения встречается очень часто: например, вращение валов двигателей и генераторов, турбин и пропеллеров самолетов.

**Угловая скорость.** Каждая точка вращающегося вокруг оси тела, проходящей через точку  $O$ , движется по окружности, и различные точки проходят за время  $\Delta t$  разные пути. Так,  $AA_1 > BB_1$ , поэтому модуль скорости точки  $A$  больше, чем у точки  $B$  (рис. 2.5). Но радиусы окружностей поворачиваются за время  $\Delta t$  на один и тот же угол  $\Delta\phi$ . Угол  $\phi$  — угол между осью  $OX$  и радиус-вектором  $r$ , определяющим положение точки  $A$  (см. рис. 2.5).

Пусть тело вращается равномерно, т. е. за любые равные промежутки времени поворачивается на одинаковые углы. Быстрота вращения тела зависит от угла поворота радиус-вектора, определяющего положение одной из точек твердого тела за данный промежуток времени; она характеризуется *угловой скоростью*. Например, если одно тело за каждую секунду поворачивается на угол  $\pi/2$ , а другое — на угол  $\pi/4$ , то мы говорим, что первое тело вращается быстрее второго в 2 раза.

**Угловой скоростью тела при равномерном вращении** называется величина, равная отношению угла поворота тела  $\Delta\phi$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который этот поворот произошел.

Будем обозначать угловую скорость греческой буквой  $\omega$  (омега). Тогда по определению

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

Угловая скорость выражается в радианах в секунду (рад/с).

Например, угловая скорость вращения Земли вокруг

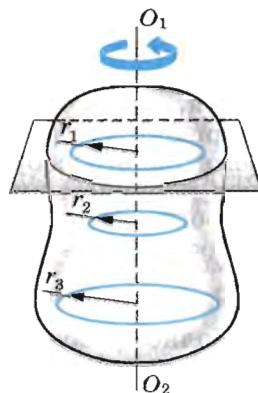


Рис. 2.4

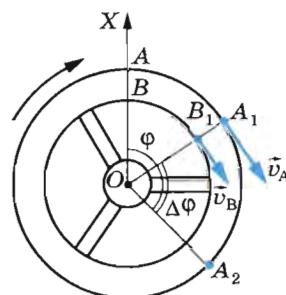


Рис. 2.5

оси равна 0,0000727 рад/с, а точильного диска — около 140 рад/с<sup>1</sup>.

Угловую скорость можно выразить через частоту вращения, т. е. число полных оборотов за 1 с. Если тело совершает  $v$  (греческая буква «ню») оборотов за 1 с, то время одного оборота равно  $1/v$  секунд. Это время называют **периодом вращения** и обозначают буквой  $T$ . Таким образом, связь между частотой и периодом вращения можно представить в виде:

$$T = \frac{1}{v}.$$

Полному обороту тела соответствует угол  $\Delta\phi = 2\pi$ . Поэтому согласно формуле (2.1)

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v.} \quad (2.2)$$

Если при равномерном вращении угловая скорость известна и в начальный момент времени  $t_0 = 0$  угол поворота  $\phi_0 = 0$ , то угол поворота тела за время  $t$  согласно уравнению (2.1) равен:

$$\phi = \omega t.$$

Если  $\phi_0 \neq 0$ , то  $\phi - \phi_0 = \omega t$ , или  $\phi = \phi_0 \pm \omega t$ .

Угловая скорость принимает положительные значения, если угол между радиус-вектором, определяющим положение одной из точек твердого тела, и осью  $OX$  увеличивается, и отрицательные, когда он уменьшается.

Тем самым мы можем описать положение точек вращающегося тела в любой момент времени.

**Связь между линейной и угловой скоростями.** Скорость точки, движущейся по окружности, часто называют **линейной скоростью**, чтобы подчеркнуть ее отличие от угловой скорости.

Мы уже отмечали, что при вращении твердого тела разные его точки имеют неодинаковые линейные скорости, но угловая скорость для всех точек одинакова.

Между линейной скоростью любой точки вращающегося тела и его угловой скоростью существует связь. Установим ее. Точка, лежащая на окружности радиусом  $R$ , за один оборот пройдет путь  $2\pi R$ . Поскольку время одного оборота тела есть период  $T$ , то модуль линейной скорости точки можно найти так:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rv. \quad (2.3)$$

<sup>1</sup> Напомним, что радиан равен центральному углу, опирающемуся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, 1 рад =  $57^\circ 17' 48''$ . В радианной мере угол равен отношению длины дуги окружности к ее радиусу:  $\phi = \frac{l}{R}$ .

Так как  $\omega = 2\pi\nu$ , то

$$v = \omega R.$$

(2.4)

Из этой формулы видно, что, чем дальше расположена точка тела от оси вращения, тем больше ее линейная скорость. Для точек земного экватора  $v = 463$  м/с, а для точек на широте Санкт-Петербурга  $v = 233$  м/с. На полюсах Земли  $v = 0$ .

Модуль ускорения точки тела, движущейся равномерно по окружности, можно выразить через угловую скорость тела и радиус окружности:

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad v = \omega R.$$

Следовательно,

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega. \quad (2.5)$$

Чем дальше расположена точка твердого тела от оси вращения, тем большее по модулю ускорение она имеет.

Итак, мы научились полностью описывать движение абсолютно твердого тела, вращающегося равномерно вокруг неподвижной оси, так как, пользуясь формулами  $\varphi = \varphi_0 \pm \omega t$ ,  $v = \omega R$ ,  $a = \omega^2 R$ , можем находить положение, модули скорости и ускорения любой точки тела в произвольный момент времени. Знаем мы и направления  $\vec{v}$  и  $\vec{a}$ , а также форму траекторий точек.

1. Что называется осью вращения твердого тела?
2. Что такое угловая скорость?
3. Во сколько раз угловая скорость минутной стрелки часов больше угловой скорости часовой стрелки?



## ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Два шкива соединены ременной передачей, передающей вращение от одного шкива к другому. Ведущий шкив вращается с частотой  $\nu_1 = 3000$  об/мин, ведомый шкив — с частотой  $\nu_2 = 600$  об/мин. Ведомый шкив имеет диаметр  $D_2 = 500$  мм. Какой диаметр  $D_1$  у ведущего шкива?

**Решение.** Ведущий шкив вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 2\pi\nu_1$ , а ведомый — со скоростью  $\omega_2 = 2\pi\nu_2$ . Скорость приводного ремня равна линейной скорости точек окружностей того и другого шкива:  $v = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ .

Отсюда

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Следовательно, искомый диаметр

$$D_1 = D_2 \frac{v_2}{v_1} = \frac{500 \cdot 600}{3000} = 100 \text{ мм.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 5

1. Линейная скорость периферийных точек шлифовального камня не должна превышать 95 м/с. Определите наибольшее допустимое число оборотов в минуту для диска диаметром 30 см.
2. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского Кремля 3,5 м. Определите модуль и изменение направления линейной скорости конца стрелки через каждые 15 мин в течение часа.

## Глава 2. КРАТКИЕ ИТОГИ

Из всех движений твердого тела самыми простыми являются поступательное и вращательное.

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, т. е. имеют равные скорости, ускорения, совершают одинаковые перемещения, описывают одинаковые траектории и проходят равные пути. Поэтому лишь при таком движении имеют точный смысл понятия «скорость тела» и «ускорение тела». Для описания поступательного движения тела достаточно проследить за движением одной из его точек.

При вращательном движении все точки тела описывают окружности, центры которых находятся на одной и той же неподвижной прямой, называемой осью вращения.

Угловая скорость  $\omega$  при равномерном вращении тела вычисляется по формуле  $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ , где  $\Delta\phi$  — угол поворота тела за время  $\Delta t$ . Между периодом вращения тела  $T$  и частотой вращения  $v$  имеется зависимость. Выражения для угловой скорости через период и частоту вращения пишут в виде  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v$ .

Положение точек тела при его вращении можно найти по углу поворота  $\phi$ , который при равномерном вращении тела равен  $\phi = \phi_0 \pm \omega t$ .

Для любой точки твердого тела связь между ее линейной скоростью  $v$ , его угловой скоростью  $\omega$  и радиусом  $R$  окружности, по которой движется точка, выражается формулой  $v = \omega R$ .

Воспользовавшись связью между линейной и угловой скоростями, можно выразить модуль ускорения точки, движущейся равномерно по окружности, через угловую скорость тела и радиус окружности:  $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega$ .

## ДИНАМИКА

### Глава 3 ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

Законам механики подчиняются движения всех окружающих нас тел. Для того чтобы открыть эти законы, Ньютону не потребовались какие-либо сложные приборы. Достаточными оказались простые опыты. Главная задача состояла в том, чтобы в огромном разнообразии движений тел увидеть то существенное, что определяет характер движения каждого тела.

#### § 20 ОСНОВНОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ МЕХАНИКИ

Законы механики, как и все основные законы физики, имеют точную количественную форму. Но вначале мы постараемся качественно сформулировать основное утверждение механики. Так будет проще уловить главное содержание механики Ньютона. После этого перейдем к количественной формулировке законов механики.

**Выбор системы отсчета.** Мы уже знаем, что любое движение следует рассматривать по отношению к определенной системе отсчета.

В кинематике, т. е. при описании движения без рассмотрения причин его изменения, все системы отсчета равноправны. Выбор определенной системы отсчета для решения той или иной задачи диктуется соображениями целесообразности и удобства. Так, при стыковке космических кораблей удобно рассматривать движение одного из них относительно другого, а не относительно Земли.

В главном разделе механики — *динамике* — рассматриваются *взаимодействия тел*, являющиеся причиной изменения движения этих тел, т. е. изменения их скоростей.

Вопрос о выборе системы отсчета в динамике не является простым. Выберем вначале систему отсчета, связан-

ную с земным шаром. Движение тел вблизи поверхности Земли будем рассматривать относительно самой Земли.

**Что вызывает ускорение тел?** Если тело, лежащее на полу или на столе, начинает двигаться, то всегда по соседству можно обнаружить предмет, который толкает это тело, тянет или действует на него на расстоянии (например, магнит на железный шар). Поднятый над Землей камень не остается висеть в воздухе, а падает. Надо думать, что именно действие Земли приводит к этому.

Вся совокупность подобных фактов говорит о том, что *изменение скорости тела (а значит, ускорение) всегда вызывается воздействием на него каких-либо других тел*. Эта фраза содержит главное утверждение механики Ньютона и выражает *принцип причинности в механике*.

Может оказаться и так, что тело покоятся или движется равномерно и прямолинейно, т. е. без ускорения ( $\vec{a} = 0$ ), хотя на него и действуют другие тела.

На столе лежит книга, ее ускорение равно нулю, хотя действие со стороны других тел налицо. На книгу действуют притяжение Земли и стол, не дающий ей падать вниз. В этом случае говорят, что действия уравновешиваются (или компенсируют) друг друга. Но книга никогда не придет в движение, не получит ускорение, если на нее не подействовать рукой, сильной струей воздуха или еще каким-нибудь способом. Скорость тела *никогда* не меняется, если на него ничто не действует.

Перечислить экспериментальные доказательства того, что изменение скорости одного тела всегда вызывается действием на него других тел, нет никакой возможности. Эти доказательства вы можете наблюдать на каждом шагу.

Футболист ударил по мячу. Ударил — значит, его нога оказала определенное действие на мяч, и скорость мяча увеличилась. А вот какое действие позволяет футболисту быстро устремиться к воротам противника? Одного желания здесь мало. Будь вместо футбольного поля идеально гладкий лед, а на ногах футболиста вместо бутс с шипами — тапочки с гладкой подошвой, это ему не удалось бы. Для того чтобы бежать с ускорением, нужно упираться ногами в землю. Если ноги будут скользить, вы никуда не убежите. Значит, только трение о землю, действие со стороны земли на ноги футболиста позволяет ему, да и всем нам, при беге и ходьбе изменять свою скорость. Точно так же, чтобы остановиться с разбегу, надо упираться ногами в землю.

Любой человек, даже не знакомый с физикой, понимает, что заставить какой-либо предмет изменить модуль или направление скорости можно, только оказав на него определенное воздействие. Ученики 5 класса, гоняющие шайбу во дворе, возможно, не знают законов механики Ньютона.

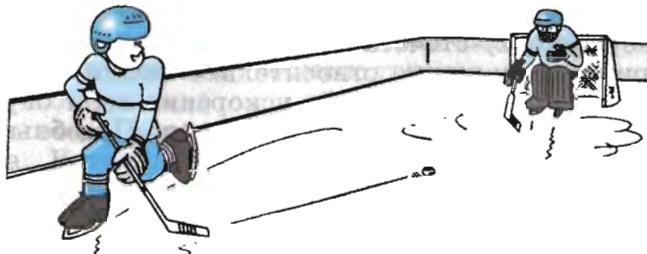


Рис. 3.1

Но поступают они правильно: они стараются, ударяя клюшкой по шайбе, так изменить движение шайбы, чтобы она скользила к воротам противника или к партнеру по команде, находящемуся в выгодном положении (рис. 3.1).

**Движение с постоянной скоростью.** Однако не следует думать, что основное утверждение механики совершенно очевидно и уяснить его ничего не стоит.

**Если действий со стороны других тел на данное тело нет, то согласно основному утверждению механики ускорение тела равно нулю, т. е. тело будет покоиться или двигаться с постоянной скоростью.**

Этот факт совсем не является само собой разумеющимся. Понадобился гений Галилея и Ньютона, чтобы его осознать. Ньютону вслед за Галилеем удалось окончательно развеять одно из глубочайших заблуждений человечества о законах движения тел.

Начиная с великого древнегреческого философа Аристотеля, на протяжении почти двадцати веков все были убеждены, что движение тела с постоянной скоростью нуждается для своего поддержания в действиях, производимых на тело извне, т. е. в некоторой активной причине. Считали, что без такой поддержки тело обязательно остановится.

Это, казалось, находит подтверждение в нашем повседневном опыте. Например, автомобиль с выключенным двигателем останавливается и на совершенно горизонтальной дороге. То же самое можно сказать о велосипеде, лодке и теплоходе на воде и любых других движущихся телах. Вот почему даже в наше время можно встретить людей, которые смотрят на движение так же, как смотрел Аристотель.

В действительности же *свободное тело*, которое не взаимодействует с другими телами, движется всегда с постоянной скоростью или находится в покое. Только действие со стороны другого тела способно изменить его скорость. Действовать на тело, чтобы поддержать его скорость постоянной, нужно лишь потому, что в обычных условиях всегда существует сопротивление движению со стороны земли, воздуха или воды. Если бы не было этого сопротивления, то скорость автомобиля на горизонтальном шоссе и при выключенном двигателе оставалась бы постоянной.

**Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.** До сих пор систему отсчета мы связывали с Землей, т. е. рассматривали движение относительно Земли. В системе отсчета, связанной с Землей, ускорение тела определяется только действием на него других тел. Подобные системы отсчета называют **инерциальными**.

Однако в других системах отсчета может оказаться, что тело имеет ускорение даже в том случае, когда на него другие тела не действуют.

В качестве примера рассмотрим систему отсчета, связанную с автобусом. При равномерном движении автобуса пассажир может не держаться за поручень, действие со стороны автобуса компенсируется взаимодействием с Землей. При резком торможении автобуса стоящие в проходе пассажиры падают вперед, получая ускорение относительно стенок автобуса (рис. 3.2). Однако это ускорение не вызвано какими-либо новыми воздействиями со стороны Земли или автобуса непосредственно на пассажиров. Относительно Земли пассажиры сохраняют свою постоянную скорость, но автобус начинает двигаться с ускорением, и пассажиры относительно него также движутся с ускорением. Однако это ускорение не связано со взаимодействием пассажиров с какими-либо телами, оно появляется вследствие того, что движение их рассматривается относительно тела отсчета (автобуса), движущегося с ускорением.

Таким образом, когда на пассажира не действуют другие тела, он не получает ускорение в системе отсчета, связанной с Землей, но относительно системы отсчета, связанной со стенками автобуса, движущегося замедленно, пассажир имеет ускорение, направленное вперед.

То же самое получится, если связать систему отсчета с вращающейся каруселью. Относительно карусели любой предмет, находящийся на Земле, будет описывать окружность, т. е. будет двигаться с ускорением, хотя никаких внешних действий, вызывающих это ускорение, обнаружить нельзя.

Если относительно какой-нибудь системы отсчета тело движется с ускорением, не вызванным действием на него других тел, то такую систему называют **неинерциальной**. Так, неинерциальными являются системы отсчета, связанные с автобусом, движущимся по отношению к Земле с ускорением, или с вращающейся каруселью.

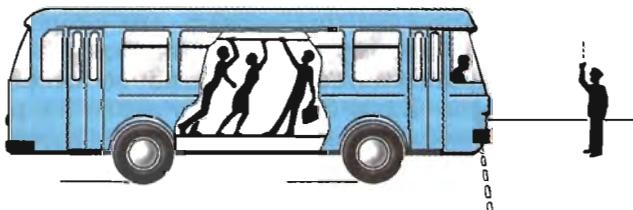


Рис. 3.2

В неинерциальных системах отсчета основное положение механики о том, что ускорение тела вызывается действием на него других тел, не выполняется.

Введено очень важное понятие — инерциальная система отсчета. В дальнейшем движение тел мы будем рассматривать только в инерциальных системах отсчета.



1. В чем состоит основное утверждение механики? Подтвердите его примерами, не упомянутыми в тексте.
2. При каких условиях тело движется с постоянной скоростью?

## § 21 МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА

Возьмите лист плотной бумаги и подбросьте его. Он начнет медленно опускаться, слегка раскачиваясь из стороны в сторону. Если тот же лист скомкать, то он будет падать без раскачивания и гораздо быстрее. Обыкновенный волчок, состоящий из диска, насаженного на тонкую палочку, способен кружиться, не падая набок, пока скорость вращения велика. Заставить же вести себя подобным образом диск и палочку по отдельности просто невозможно.

С помощью подобных простых наблюдений нетрудно убедиться, что движение тел сильно зависит от их размеров и форм. Чем сложнее форма тела, тем сложнее его движение. Трудно поэтому надеяться найти какие-то общие законы движения, которые были бы непосредственно справедливы для тел произвольной формы.

**Основные законы механики Ньютона относятся не к произвольным телам, а к точке, обладающей массой, — материальной точке.**

Но точек, обладающих массой, в природе нет. В чем же тогда смысл этого понятия? Во многих случаях размеры и форма тела не оказывают сколько-нибудь существенного влияния на характер механического движения.

Вот в этих случаях мы и можем рассматривать тело как *материальную точку*, т. е. считать, что оно обладает массой, но не имеет геометрических размеров.

Причем одно и то же тело в одних случаях можно считать материальной точкой, а в других нет. Все зависит от условий, при которых происходит движение тела, и от того, что именно вас интересует. Например, при исследовании орбитального движения планет вокруг Солнца как планеты, так и Солнце можно считать материальными точками. Дело в том, что расстояние между ними много больше их собственных размеров, а при этих условиях взаимодействие между телами не зависит от формы тел.

Но на движение искусственных спутников Земли форма нашей планеты уже оказывает заметное влияние.

Еще один важный пример. При поступательном движении твердого тела, например кубика, соскальзывающего с доски, все части кубика движутся совершенно одинаково. Кубик вполне можно рассматривать как точку с массой, равной массе кубика. Но если тот же кубик вращается, считать его точкой нельзя: его части будут иметь существенно различные скорости.

Как быть в тех многочисленных случаях, когда тело нельзя считать материальной точкой? Выход есть, и он совсем несложен. Тело можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них допустимо считать материальной точкой.

---

В механике любое тело можно рассматривать как совокупность большого числа материальных точек. Зная законы движения точки, мы в принципе располагаем методом описания движения произвольного тела.

---



1. Что называется материальной точкой?
2. Материальных точек в природе нет. Зачем же мы используем это понятие?
3. Можно ли считать материальной точкой камень, брошенный вверх?

## § 22 ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

---

Первый закон механики, или закон инерции, как его часто называют, был, по существу, установлен еще Галилеем. Но общую формулировку этого закона дал Ньютон и включил этот закон в число основных законов механики.

**Движение свободного тела.** Закон инерции относится к самому простому случаю движения — движению тела, которое не взаимодействует с другими телами. Такие тела мы будем называть *свободными телами*. Ответить на вопрос, как же движутся свободные тела, не обращаясь к опыту, нельзя. Однако нельзя поставить ни одного опыта, который бы в чистом виде показал, как движется ни с чем не взаимодействующее тело, так как таких тел нет. Как же быть?

Имеется лишь один выход. Надо поместить тело в условия, при которых влияние внешних взаимодействий можно делать все меньшим и меньшим, и наблюдать, к чему это ведет. Можно, например, наблюдать за движением гладкого камня на горизонтальной поверхности, после того как ему сообщена некоторая скорость. (Притяжение камня к Земле компенсируется действием поверхности, на которую он опирается; на скорость его движения влияет только трение.) При этом легко обнаружить, что чем более глад-

кой является поверхность, тем медленнее будет уменьшаться скорость камня. На гладком льду камень скользит весьма долго, не меняя заметно скорость. На основе подобных наблюдений можно сделать вывод: если бы поверхность была идеально гладкой, то при отсутствии сопротивления воздуха (в вакууме) камень совсем не менял бы своей скорости. Именно к такому выводу пришел впервые Галилей.

Нетрудно заметить, что, когда ускорение тела отлично от нуля, обнаруживается воздействие на него других тел.

Отсюда можно прийти к выводу, что тело, достаточно удаленное от других тел и по этой причине не взаимодействующее с ними, будет двигаться с постоянной скоростью.

**Закон инерции и относительность движения.** Движение относительно, и имеет смысл говорить лишь о движении тела по отношению к системе отсчета, связанной с другими телами. Поэтому сразу же возникает вопрос: движется ли с постоянной скоростью любое свободное тело по отношению к любому другому телу? Ответ будет, конечно, отрицательным. Так, если по отношению к Земле свободное тело движется равномерно и прямолинейно, то по отношению к врачающейся карусели тело заведомо так двигаться не будет.

**Формулировка первого закона Ньютона.** Таким образом, наблюдения за движением тел и размышления о характере этого движения приводят нас к заключению о том, что свободные тела движутся с постоянной скоростью по отношению к определенным телам и связанным с ними системам отсчета, например по отношению к Земле. В этом состоит главное содержание закона инерции. Поэтому *первый закон динамики* может быть сформулирован так:

*Существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тело движется прямолинейно и равномерно, если на него не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.*

Этот закон, с одной стороны, содержит *определение* инерциальной системы отсчета. С другой стороны, он содержит *утверждение* (которое с той или иной степенью точности можно проверить на опыте) о том, что инерциальные системы отсчета существуют в действительности. Первый закон механики ставит в особое, привилегированное положение инерциальные системы отсчета.

**Примеры инерциальных систем отсчета.** Как установить, что данная система отсчета является инерциальной? Это можно сделать только с помощью опыта, который подтверждает, что с большой точностью систему отсчета, связанную с Землей (геоцентрическую систему отсчета), можно считать инерциальной (рис. 3.3). Но строго инерциальной она, как об этом будет рассказано позднее, не является.

Но на движение искусственных спутников Земли форма нашей планеты уже оказывает заметное влияние.

Еще один важный пример. При поступательном движении твердого тела, например кубика, соскальзывающего с доски, все части кубика движутся совершенно одинаково. Кубик вполне можно рассматривать как точку с массой, равной массе кубика. Но если тот же кубик вращается, считать его точкой нельзя: его части будут иметь существенно различные скорости.

Как быть в тех многочисленных случаях, когда тело нельзя считать материальной точкой? Выход есть, и он совсем несложен. Тело можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них допустимо считать материальной точкой.

В механике любое тело можно рассматривать как совокупность большого числа материальных точек. Зная законы движения точки, мы в принципе располагаем методом описания движения произвольного тела.



1. Что называется материальной точкой?
2. Материальных точек в природе нет. Зачем же мы используем это понятие?
3. Можно ли считать материальной точкой камень, брошенный вверх?

## § 22 ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Первый закон механики, или закон инерции, как его часто называют, был, по существу, установлен еще Галилеем. Но общую формулировку этого закона дал Ньютон и включил этот закон в число основных законов механики.

**Движение свободного тела.** Закон инерции относится к самому простому случаю движения — движению тела, которое не взаимодействует с другими телами. Такие тела мы будем называть *свободными телами*. Ответить на вопрос, как же движутся свободные тела, не обращаясь к опыту, нельзя. Однако нельзя поставить ни одного опыта, который бы в чистом виде показал, как движется ни с чем не взаимодействующее тело, так как таких тел нет. Как же быть?

Имеется лишь один выход. Надо поместить тело в условия, при которых влияние внешних взаимодействий можно делать все меньшим и меньшим, и наблюдать, к чему это ведет. Можно, например, наблюдать за движением гладкого камня на горизонтальной поверхности, после того как ему сообщена некоторая скорость. (Притяжение камня к Земле компенсируется действием поверхности, на которую он опирается; на скорость его движения влияет только трение.) При этом легко обнаружить, что чем более глад-

кой является поверхность, тем медленнее будет уменьшаться скорость камня. На гладком льду камень скользит весьма долго, не меняя заметно скорость. На основе подобных наблюдений можно сделать вывод: если бы поверхность была идеально гладкой, то при отсутствии сопротивления воздуха (в вакууме) камень совсем не менял бы своей скорости. Именно к такому выводу пришел впервые Галилей.

Нетрудно заметить, что, когда ускорение тела отлично от нуля, обнаруживается воздействие на него других тел.

Отсюда можно прийти к выводу, что тело, достаточно удаленное от других тел и по этой причине не взаимодействующее с ними, будет двигаться с постоянной скоростью.

**Закон инерции и относительность движения.** Движение относительно, и имеет смысл говорить лишь о движении тела по отношению к системе отсчета, связанной с другими телами. Поэтому сразу же возникает вопрос: движется ли с постоянной скоростью любое свободное тело по отношению к любому другому телу? Ответ будет, конечно, отрицательным. Так, если по отношению к Земле свободное тело движется равномерно и прямолинейно, то по отношению к врашающейся карусели тело заведомо так двигаться не будет.

**Формулировка первого закона Ньютона.** Таким образом, наблюдения за движением тел и размышления о характере этого движения приводят нас к заключению о том, что свободные тела движутся с постоянной скоростью по отношению к определенным телам и связанным с ними системам отсчета, например по отношению к Земле. В этом состоит главное содержание закона инерции. Поэтому *первый закон динамики* может быть сформулирован так:

*Существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тело движется прямолинейно и равномерно, если на него не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.*

Этот закон, с одной стороны, содержит *определение* инерциальной системы отсчета. С другой стороны, он содержит *утверждение* (которое с той или иной степенью точности можно проверить на опыте) о том, что инерциальные системы отсчета существуют в действительности. Первый закон механики ставит в особое, привилегированное положение инерциальные системы отсчета.

**Примеры инерциальных систем отсчета.** Как установить, что данная система отсчета является инерциальной? Это можно сделать только с помощью опыта, который подтверждает, что с большой точностью систему отсчета, связанную с Землей (геоцентрическую систему отсчета), можно считать инерциальной (рис. 3.3). Но строго инерциальной она, как об этом будет рассказано позднее, не является.

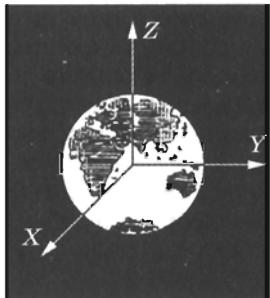


Рис. 3.3

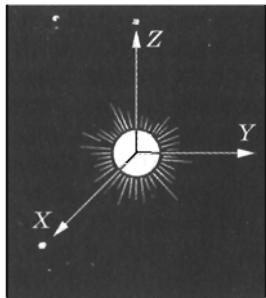


Рис. 3.4

С гораздо большей точностью можно считать инерциальной систему отсчета, в которой начало координат совмещено с центром Солнца, а координатные оси направлены к неподвижным звездам. Эту систему отсчета называют гелиоцентрической (рис. 3.4).

Первый закон Ньютона позволяет дать строгое определение инерциальным системам отсчета.



1. Какое утверждение содержится в первом законе Ньютона?
2. Какая система отсчета называется инерциальной?
3. Каким образом можно установить, что данная система отсчета является инерциальной?

## § 23 СИЛА

Основное утверждение механики состоит в том, что ускорения тел определяются действиями их друг на друга.

Количественную меру действия тел друг на друга, в результате которого тела получают ускорения или испытывают деформацию, называют в механике **силой**. Это пока еще качественное, недостаточное для такой точной науки, как физика, определение. Введя его, мы расчленели главное утверждение механики на два:

- 1) ускорения тел вызываются силами;
- 2) силы обусловлены действиями на данное тело других тел.

**Понятие силы относится к двум телам.** С самого начала нужно отчетливо представить себе, что понятие силы относится именно к двум телам, а не к одному. Всегда можно указать тело, на которое действует сила, и тело, со стороны которого она действует. Так, сила тяжести действует на камень со стороны Земли, а на шарик, подвешенный на пружине, действует сила упругости со стороны пружины.

Сила имеет направление. Так, сила упругости растянутой пружины действует вдоль ее оси. Сила трения останав-

ливает скользящую по льду шайбу и направлена против скорости ее движения.

*Сила — векторная величина.*

**Сравнение сил.** Для количественного определения силы мы должны уметь ее измерять. Только при этом условии можно говорить о силе как об определенной физической величине.

Но ведь действия на данное тело могут быть самыми разнообразными. Что общего, казалось бы, между силой притяжения Земли к Солнцу и силой, которая, преодолевая тяготение, заставляет двигаться ракету? Или между этими двумя силами и силой, сжимающей мяч в руке, определяемой сокращением мускул? Ведь они совершенно различны по своей природе! Можно ли говорить о них как о чем-то физически родственном? Можно ли сравнивать их?

Когда человек не может поднять тяжелую вещь, он говорит: «Не хватает сил». При этом, в сущности, происходит сравнение двух совершенно разных по своей природе сил — мускульной силы и силы, с которой Земля притягивает этот предмет. Но если вы подняли тяжелый предмет и держите его на весу, то ничто не мешает вам утверждать, что сила, действующая на тело со стороны ваших рук, по модулю равна силе тяжести. Это утверждение, по существу, и является определением равенства сил в механике.

*Две силы независимо от их природы считаются равными и противоположно направленными, если их одновременное действие на тело не меняет его скорости* (т. е. не сообщает телу ускорение).

Это определение позволяет измерять силы, если одну из них принять за единицу измерения.

**Измерение сил.** Значит, для измерения сил надо располагать эталоном единицы силы.

В качестве эталона единицы силы выберем силу  $\vec{F}_0$ , с которой некоторая определенная (эталонная) пружина при фиксированном растяжении  $\Delta x$  действует на прикрепленное к ней тело (рис. 3.5). Сила упругости пружины направлена вдоль оси пружины.

Установим способ сравнения сил с эталонной силой.

Мы уже говорили, что две силы считаются равными и противоположными по направлению, если при одновременном действии они не сообщают телу ускорение. Следовательно, измеряемая сила  $\vec{F}_1$  равна по модулю эталонной силе  $\vec{F}_0$  и направлена в противоположную сторону, если под воздействием этих сил тело не получает ускорение (см. рис. 3.5). Причем сила  $\vec{F}_1$  может быть любой

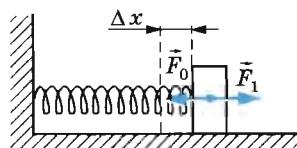


Рис. 3.5

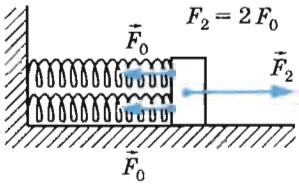


Рис. 3.6

все три силы, действуя одновременно на тело, не сообщают ему ускорение.

Таким образом, располагая эталоном силы, мы можем измерять силы, кратные эталону. Для этого к телу, на которое действует измеряемая сила, прикладывают в сторону, противоположную ее направлению, такое количество эталонных сил, чтобы тело не получило ускорение, и подсчитывают число эталонных сил. Естественно, что при этом ошибка в измерении произвольной силы будет такой же, как и в измерении эталонной силы  $\vec{F}_0$ . Выбрав эталонную силу достаточно малой, можно в принципе производить измерения с требуемой точностью.

**Динамометр.** На практике для измерения сил применяют динамометр (рис. 3.7). Использование динамометра основано на том, что удлинение пружины прямо пропорционально приложенной к ней силе. Поэтому по длине пружины можно судить о значении силы.

**О силах в механике.** Нам еще предстоит в дальнейшем довольно обстоятельный разговор о силах. Пока же ограничимся несколькими замечаниями.

В механике не рассматривается природа тех или иных сил. Не делаются попытки выяснить, вследствие каких физических процессов появляются те или иные силы. Это задача других разделов физики.

В механике важно лишь знать, при каких условиях возникают силы и каковы их модули и направления, т. е. знать, как силы зависят от расстояний между телами и от скоростей их движения. А знать модули сил, определять, когда и как они действуют, можно, не вникая в природу сил, а лишь располагая способами их измерения.



Рис. 3.7

В механике в первую очередь имеют дело с тремя типами сил: гравитационными силами, силами упругости и силами трения. Модули и направления этих сил определяются опытным путем. Важно, что все рассматриваемые в механике силы зависят либо только от расстояний меж-

природы: силой упругости пружины, силой трения и т. д.

При действии по одному направлению двух сил  $\vec{F}_0$  (рис. 3.6) их результирующая сила равна  $2\vec{F}_0$ . Поэтому измеряемая сила  $\vec{F}_2$ , направленная в противоположную сторону,

по модулю также равна  $2\vec{F}_0$ , если все три силы, действуя одновременно на тело, не сообщают ему ускорение.

Таким образом, располагая эталоном силы, мы можем измерять силы, кратные эталону. Для этого к телу, на которое действует измеряемая сила, прикладывают в сторону, противоположную ее направлению, такое количество эталонных сил, чтобы тело не получило ускорение, и подсчитывают число эталонных сил. Естественно, что при этом ошибка в измерении произвольной силы будет такой же, как и в измерении эталонной силы  $\vec{F}_0$ . Выбрав эталонную силу достаточно малой, можно в принципе производить измерения с требуемой точностью.

**Динамометр.** На практике для измерения сил применяют динамометр (рис. 3.7). Использование динамометра основано на том, что удлинение пружины прямо пропорционально приложенной к ней силе. Поэтому по длине пружины можно судить о значении силы.

**О силах в механике.** Нам еще предстоит в дальнейшем довольно обстоятельный разговор о силах. Пока же ограничимся несколькими замечаниями.

В механике не рассматривается природа тех или иных сил. Не делаются попытки выяснить, вследствие каких физических процессов появляются те или иные силы. Это задача других разделов физики.

В механике важно лишь знать, при каких условиях возникают силы и каковы их модули и направления, т. е. знать, как силы зависят от расстояний между телами и от скоростей их движения. А знать модули сил, определять, когда и как они действуют, можно, не вникая в природу сил, а лишь располагая способами их измерения.

В механике в первую очередь имеют дело с тремя типами сил: гравитационными силами, силами упругости и силами трения. Модули и направления этих сил определяются опытным путем. Важно, что все рассматриваемые в механике силы зависят либо только от расстояний меж-

ду телами или от расположения частей тела (гравитация и упругость), либо только от относительных скоростей (трение).



1. Дайте определение силы.
2. Какие две силы считаются в механике равными?
3. Как складываются силы, действующие на тело?

## § 24

## СВЯЗЬ МЕЖДУ УСКОРЕНИЕМ И СИЛОЙ

После того как мы научились измерять силу и знаем, как определять ускорение, можно ответить на главный вопрос: как зависит ускорение тела от действующих на него сил?

**Экспериментальное определение зависимости ускорения от силы.** Установить на опыте связь между ускорением и силой с абсолютной точностью нельзя, так как любое измерение дает только приблизительное значение измеряемой величины. Но подметить характер зависимости ускорения от силы можно с помощью несложных опытов. Уже простые наблюдения показывают, что, чем больше сила, тем быстрее меняется скорость тела, т. е. больше его ускорение. Естественно предположить, что ускорение прямо пропорционально силе. Ускорение, конечно, может зависеть от силы и гораздо более сложным образом, но сначала надо посмотреть, не справедливо ли самое простое предположение.

Проще всего изучить поступательное движение тела, например металлического бруска, так как только при поступательном движении ускорение всех точек одинаково и мы можем говорить об определенном ускорении тела в целом. Однако в этом случае сила трения о стол довольно велика и, главное, ее трудно точно измерить. Поэтому возьмем установленную на рельсы тележку с легкими колесами. Тогда сила трения будет сравнительно невелика, а массой колес можно пренебречь по сравнению с массой тележки (рис. 3.8).

Пусть на тележку действует постоянная сила со стороны нити, к концу которой прикреплен груз. Модуль силы измеряется пружинным динамометром. Эта сила постоян-

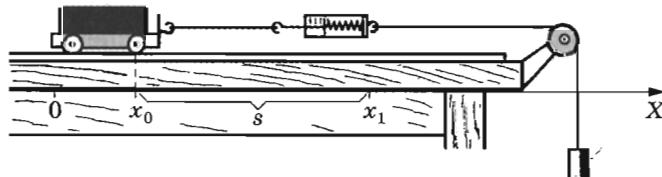


Рис. 3.8

на, но не равна при движении силе тяжести, действующей на подвешенный груз. Измерить ускорение тележки непосредственно, определяя изменение ее скорости за малый интервал времени, весьма затруднительно. Но его можно оценить, измеряя время, затрачиваемое тележкой на прохождение пути  $s$ .

Предполагая, что при действии постоянной силы ускорение тоже постоянно, так как оно однозначно определяется силой, можно использовать кинематические формулы для равноускоренного движения. При начальной скорости, равной нулю,

$$s = x_1 - x_0 = \frac{at^2}{2},$$

где  $x_0$  и  $x_1$  — начальная и конечная координаты тела. Отсюда

$$a = \frac{2s}{t^2}. \quad (3.1)$$

Тщательные измерения модулей сил и ускорений показывают прямую пропорциональность между ними:  $a \sim F$ . Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{F}$  направлены по одной прямой в одну и ту же сторону.

**Если на тело одновременно действуют несколько сил, то ускорение тела будет пропорционально геометрической сумме всех этих сил.** Иначе говоря, если:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad (3.2)$$

то  $\vec{a} \sim \vec{F}$ .

Это положение иногда называют **принципом суперпозиции (наложения) сил**. Отметим, что действие каждой силы не зависит от наличия других сил.

**Что такое инерция?** Итак, согласно механике Ньютона сила однозначно определяет ускорение тела, но не его скорость. Это нужно очень отчетливо представлять себе. Сила определяет не скорость, а то, как быстро она меняется. Поэтому покоящееся тело приобретает заметную скорость под действием силы лишь за некоторый интервал времени.

Ускорение возникает сразу, одновременно с началом действия силы, но скорость нарастает постепенно. Даже очень большая сила не в состоянии сообщить телу сразу значительную скорость. Для этого нужно время. Чтобы остановить тело, опять-таки нужно, чтобы тормозящая сила, как бы она ни была велика, действовала некоторое время.

Именно эти факты имеют в виду, когда говорят, что тела **инертны**. Приведем примеры

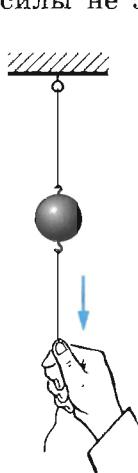


Рис. 3.9

простых опытов, в которых очень отчетливо проявляется инертность тел.

1. На рисунке 3.9 изображен массивный шар, подвешенный на тонкой нити. Внизу к шару привязана точно такая же нить. Если медленно тянуть за нижнюю нить, то, как и следует ожидать, порвется верхняя нить: ведь на нее действуют и шар своей тяжестью, и сила, с которой мы тянем шар вниз. Однако если за нижнюю нить очень быстро дернуть, то оборвется именно она, что на первый взгляд довольно странно.

Но это легко объяснить. Когда мы тянем за нить медленно, то шар постепенно опускается, растягивая верхнюю нить до тех пор, пока она не оборвется. При быстром рывке с большой силой разрывается нижняя нить. Шар получает большое ускорение, но скорость его не успевает увеличиться сколько-нибудь значительно за тот малый промежуток времени, в течение которого нижняя нить сильно растягивается и обрывается. Верхняя нить поэтому мало растягивается и остается целой.

2. Интересен опыт с длинной палкой, подвешенной на бумажных кольцах (рис. 3.10). Если резко ударить по палке железным стержнем, то палка ломается, а бумажные кольца остаются невредимыми. Этот опыт вы объясните сами.

3. Наконец, самый, пожалуй, эффектный опыт. Если выстрелить в пустой пластмассовый сосуд, пуля оставит в стенках правильные отверстия, но сосуд останется целым. Если же выстрелить в такой же сосуд, заполненный водой, то сосуд разорвется на мелкие части. Это объясняется тем, что вода малосжимаема и небольшое изменение ее объема приводит к резкому возрастанию давления. Когда пуля очень быстро входит в воду, пробив стенку сосуда, давление резко возрастает. Из-за инертности воды ее уровень не успевает повыситься, и возросшее давление разрывает сосуд на части.

**Законы механики и повседневный опыт.** Основное утверждение механики достаточно наглядно и несложно. Ведь мы с рождения живем в мире тел, движение которых подчиняется законам механики Ньютона.

Но иногда все же приобретенные из жизненного опыта представления могут подвести. Так, слишком сильно укореняется представление о том, что скорость тела будто бы всегда направлена в ту же сторону, куда направлена приложенная к нему сила. На самом же деле это не так. Например, при движении тела, брошенного под произвольным

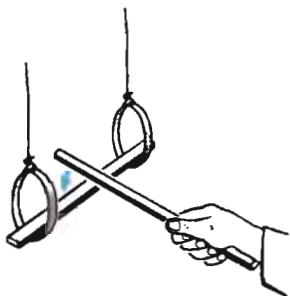


Рис. 3.10

углом к горизонту, сила тяжести направлена вниз, и скорость, касательная к траектории, образует с силой некоторый угол, который в процессе полета тела изменяется.

Сила является причиной возникновения не скорости, а ускорения тела. С направлением силы совпадает во всех случаях направление ускорения, но не скорости.

Установлен главный для динамики факт: ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе.



1. Как связано ускорение тела с силой?
2. Что такое инерция? Приведите примеры, демонстрирующие инерцию тел, не указанные в тексте.
3. В каких случаях направление скорости совпадает с направлением силы?

## § 25 ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. МАССА

Итак, ускорение данного тела определяется действующей на него силой и свойствами самого тела.

**Зависит ли ускорение тел от их свойств?** Обратим внимание на следующее важное обстоятельство.

Каждый человек без труда за несколько секунд разгонит легкую байдарку до большой скорости, но сделать то же самое с тяжело нагруженной лодкой он будет не в состоянии. Или еще пример. Стоит отпустить тетиву лука, как легкая стрела в доли секунды наберет большую скорость. А попробуйте вместо стрелы взять кусок водопроводной трубы. Тот же лук сможет лишь едва-едва сдвинуть его с места.

Эти примеры говорят о том, что модуль ускорения тела зависит не только от оказываемого на него воздействия (т. е. от силы), но и от свойств самого тела. Отсюда следует, что необходимо ввести величину, которая характеризовала бы способность того или иного тела менять свою скорость под влиянием определенной силы. Такая величина и вводится в механике. Это — *масса* тела. Чем больше масса тела, тем меньше получаемое телом ускорение при действии на него заданной силы.

**Масса.** Прямая пропорциональность между модулями ускорения и силы означает, что отношение модуля силы к модулю ускорения является постоянной величиной, не зависящей от силы:

$$\frac{F}{a} = \text{const.}$$

Нагружая тележку достаточно тяжелыми гирями в описанном ранее опыте (см. рис. 3.8), легко заметить, что, чем больше гирь на ней находится, тем медленнее

она будет набирать скорость, тем меньше ее ускорение. Поэтому для нагруженной тележки отношение  $\frac{F}{a}$  больше, чем для ненагруженной. Это как раз и означает, что ускорение зависит не только от силы, но и от свойств самого тела.

Величину  $F/a$ , равную отношению модуля силы к модулю ускорения, называют **массой** (точнее, **инертной массой**) тела.

Масса — основная динамическая характеристика тела, количественная мера его инертности, т. е. способности тела приобретать определенное ускорение под действием силы. Чем больше масса тела, тем больше его инертность, тем сложнее вывести тело из первоначального состояния, т. е. заставить его двигаться, или, наоборот, остановить его движение.

**Второй закон Ньютона.** Введя понятие массы, сформулируем окончательно **второй закон Ньютона**:

*Ускорение тела прямо пропорционально силе, действующей на него, и обратно пропорционально его массе:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ .*

Эта формула выражает один из самых фундаментальных законов природы, которому с удивительной точностью подчиняется движение как громадных небесных тел, так и мельчайших песчинок. С помощью этого закона можно рассчитать движение поршня в цилиндре автомобиля и сложнейшие траектории космических кораблей.

Для решения задач мы обычно пользуемся другой формулой второго закона Ньютона.

*Произведение массы тела на ускорение равно сумме действующих на тело сил:*

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots \quad (3.3)$$

Уверенность в справедливости второго закона Ньютона вытекает не столько из отдельных опытов, на основании которых удается подойти к формулировке этого закона, сколько из того, что все вытекающие из него следствия, проверяемые как специальными опытами, так и всей человеческой практикой, оказываются правильными.

Заметим, что если на тело не действуют силы или их сумма равна нулю ( $\vec{F} = 0$ ), то относительно инерциальной системы отсчета  $\vec{a} = 0$  и, следовательно,  $v = \text{const}$ . Однако это не означает, что первый закон Ньютона есть следствие второго. Первый закон Ньютона устанавливает существование инерциальных систем отсчета, а именно таких систем, в которых справедлив второй закон Ньютона.

**Измерение массы.** Используя второй закон Ньютона, можно определить массу тела, измерив независимо силу и ускорение:

$$m = \frac{F}{a}. \quad (3.4)$$

Правда, на практике гораздо точнее и удобнее измерять массу иначе, с помощью весов.

Если измерить массы  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , ... нескольких тел, а затем соединить все эти тела вместе и измерить массу  $m$  одного объединенного тела, то будет выполняться простое соотношение:  $m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ .

Справедливо и обратное: если разделить тело на части, то сумма масс этих частей будет равна массе тела до разделения.

Сформулирован основной закон динамики — второй закон Ньютона ( $\vec{ma} = \vec{F}$ ). Его нужно помнить и понимать смысл всех трех величин, входящих в этот закон.



1. Что такое инертность тела? Дайте определение массы.
2. Можно ли утверждать, что первый закон Ньютона является следствием второго?
3. Справедлив ли второй закон Ньютона для произвольного тела или только для материальной точки?
4. При каких условиях материальная точка движется равномерно и прямолинейно?
5. Какие условия необходимы для того, чтобы тело двигалось с постоянным ускорением?

## § 26 ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

В третьем законе Ньютона формулируется одно общее свойство всех сил, рассматриваемых в механике: любое действие тел друг на друга носит характер *взаимодействия*. Это означает, что если тело *A* действует на тело *B*, то и тело *B* действует на тело *A*.

**Взаимодействие тел.** Примеров взаимодействия тел и сообщения ими друг другу ускорений можно привести сколь угодно много. Когда вы, находясь в одной лодке, начнете за-

веревку подтягивать другую лодку, то и ваша лодка обязательно будет двигаться вперед (рис. 3.11). Действуя на другую лодку, вы вызываете ее действие на лодку, в которой находитесь.

Если вы ударите ногой по футбольному мячу или толк-

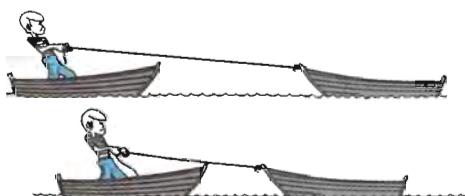


Рис. 3.11

нете плечом товарища, то ощутите обратное действие на ногу или плечо. Все это — проявления закона взаимодействия тел.

Действия тел друг на друга носят характер взаимодействия не только при непосредственном контакте тел. Положите на гладкий стол два сильных магнита разноименными полюсами навстречу друг другу, и вы тут же обнаружите, что они начнут двигаться навстречу друг другу.

Изменения скоростей обоих взаимодействующих тел легко наблюдаются лишь в тех случаях, когда массы этих тел мало отличаются друг от друга. Если же взаимодействующие тела значительно различаются по массе, заметное ускорение получает только то из них, которое имеет меньшую массу. Так, при падении камня мы видим, что камень с ускорением движется, но ускорение Земли (а ведь камень тоже притягивает Землю!) практически обнаружить нельзя, так как оно очень мало.

**Силы взаимодействия двух тел.** Выясним с помощью опыта, как связаны между собой силы взаимодействия двух тел.

Возьмем достаточно сильный магнит и железный брускок, установим их на катки для уменьшения трения о стол (рис. 3.12). К концам магнита и бруска прикрепим одинаковые пружины, закрепленные другими концами на столе. Магнит и брускок притянутся друг к другу и растянут пружины. Опыт показывает, что к моменту прекращения движения пружины растянуты совершенно одинаково. Это означает, что на оба тела со стороны пружин действуют одинаковые по модулю и противоположные по направлению силы:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (3.5)$$

Так как магнит поконится, то сила  $\vec{F}_2$  равна по модулю и противоположна по направлению силе  $\vec{F}_4$ , с которой на него действует брускок:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4. \quad (3.6)$$

Точно так же равны по модулям и противоположны по направлению силы, действующие на брускок со стороны магнита и пружины:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1. \quad (3.7)$$

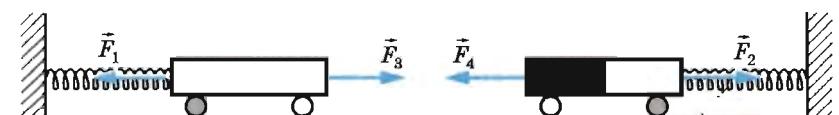


Рис. 3.12

Отсюда следует, что силы, с которыми взаимодействуют магнит и бруск, равны по модулям и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4. \quad (3.8)$$

**Третий закон Ньютона.** На основе подобных опытов можно сформулировать *третий закон Ньютона*:

*Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулям и направлены по одной прямой в противоположные стороны.*

Если на тело A со стороны тела B действует сила  $\vec{F}_A$  (рис. 3.13), то одновременно на тело B со стороны тела A будет действовать сила  $\vec{F}_B$ , причем



$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B. \quad (3.9)$$

Рис. 3.13

Используя второй закон Ньютона, равенство (3.6) можно записать так:

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2. \quad (3.10)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{a_1}{a_2} = -\frac{m_2}{m_1} = \text{const}, \quad (3.11)$$

т. е. отношение модулей ускорений  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  взаимодействующих друг с другом тел обратно пропорционально их массам.

Силы взаимодействия двух тел — силы одной физической природы, время их действия одинаково, но они приложены к разным телам, следовательно действие первого тела на второе не может быть скомпенсировано действием второго тела на первое.



1. Правильна ли следующая запись третьего закона Ньютона:  
а)  $\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_{2,1}$ ; б)  $|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$ ?
2. Лошадь тянет телегу, а телега действует на лошадь с такой же по модулю силой, направленной в противоположную сторону.  
Почему же лошадь везет телегу, а не наоборот?

## § 27

### ЕДИНИЦЫ МАССЫ И СИЛЫ. ПОНЯТИЕ О СИСТЕМЕ ЕДИНИЦ

**Основные и производные единицы физических величин.** В кинематике мы пользовались двумя основными физическими величинами — длиной и временем. Для единиц этих величин установлены соответствующие эталоны,

сравнением с которыми определяются любая длина и любой интервал времени. Единицей длины является метр, а единицей времени — секунда. Все другие кинематические величины не имеют эталонов единиц. Единицы таких величин называются производными. Связь производных единиц с единицами основных величин в кинематике вытекает из самих определений производных величин.

При переходе к динамике мы должны ввести еще одну основную единицу и установить ее этalon. Дело в том, что второй закон Ньютона содержит две новые, динамические величины — силу и массу. Ни одну из этих величин нельзя выразить только через кинематические величины.

С равным правом можно считать основной величиной как силу, так и массу. Выбрав для единицы одной из этих величин этalon, получают единицу для другой, используя второй закон Ньютона. Соответственно этому получаются две различные системы единиц.

Вводя понятие силы, мы говорили о том, что в качестве эталона силы можно взять пружину, растянутую определенным образом. Однако практически такой этalon силы неудобен, так как, во-первых, трудно изготовить две пружины с совершенно одинаковыми свойствами, а во-вторых, упругие свойства пружин могут несколько изменяться с течением времени и в зависимости от окружающих условий, например от температуры. Лучше в качестве единицы силы взять силу, с которой Земля притягивает к себе определенную эталонную гирю.

**Международная система единиц.** Но в настоящее время наиболее широко в физике и технике применяется система единиц, в которой в качестве основной величины взята не сила, а масса. Единица же силы устанавливается на основе второго закона Ньютона.

В Международной системе единиц (СИ) за единицу массы — один килограмм (1 кг) — принята масса эталонной гири из сплава платины и иридия, которая хранится в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа. Точные копии этой гири имеются во всех странах. Приблизенно массу 1 кг имеет вода объемом 1 л при комнатной температуре. Легко осуществимые способы сравнения любой массы с массой эталона путем взвешивания мы рассмотрим позднее.

За единицу силы в Международной системе единиц принимается сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с<sup>2</sup>.

Эта единица называется *ньютоном* (сокращенное обозначение — Н). Наименование ньютона:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2.$$



1. Чем отличаются основные единицы измерения физических величин от производных единиц?
2. Единица какой величины — силы или массы — является в СИ основной?

## § 28

# ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА И ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В МЕХАНИКЕ

Законы механики справедливы в инерциальных системах отсчета. Какие системы отсчета можно считать инерциальными?

**Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.** Легко понять, что любая система отсчета, которая движется равномерно и прямолинейно относительно данной инерциальной системы отсчета, также является инерциальной. В самом деле, если тело относительно определенной инерциальной системы отсчета движется с постоянной скоростью  $\vec{v}_1$ , то по отношению к системе отсчета, которая сама движется со скоростью  $\vec{v}$ , это тело согласно закону сложения скоростей будет двигаться с некоторой новой, но также постоянной скоростью  $\vec{v}_2$ .

Ускорение тела в обеих системах отсчета равно нулю.

Напротив, любая система отсчета, движущаяся с ускорением относительно инерциальной системы отсчета, уже будет неинерциальной. Действительно, если  $\vec{v}_1 = \text{const}$ , а скорость  $\vec{v}$  изменяется, то скорость  $\vec{v}_2$  также будет меняться с течением времени:  $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$ .

Следовательно, характер движения тела будет изменяться при переходе от одной системы отсчета к другой.

Так как систему отсчета, связанную с Землей, можно приближенно рассматривать как инерциальную, то и системы отсчета, связанные с поездом, движущимся с постоянной скоростью, или с кораблем, плывущим по прямой с неизменной скоростью, также будут инерциальными. Но как только поезд начнет увеличивать свою скорость, связанная с ним система отсчета перестанет быть инерциальной. Закон инерции и второй закон Ньютона перестанут выполнятся, если рассматривать движение по отношению к таким системам.

**Геоцентрическая система отсчета инерциальна лишь приближенно.** В действительности геоцентрическая система не является строго инерциальной. Наиболее близка к инерциальной система отсчета, связанная с Солнцем и неподвижными звездами. Земля же движется по отношению к этой системе отсчета с ускорением. Во-первых,

она вращается вокруг своей оси и, во-вторых, движется по замкнутой орбите вокруг Солнца.

Ускорение, обусловленное обращением Земли вокруг Солнца, очень мало, так как велик период обращения (год). Значительно больше (примерно в 6 раз) ускорение, возникающее из-за вращения Земли вокруг оси с периодом  $T = 24$  ч. Но и оно невелико. На поверхности Земли у экватора, где это ускорение наибольшее, оно равно:

$$a = \omega^2 R = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 R \approx 0,035 \text{ м/с}^2,$$

т. е. составляет всего 0,35% от ускорения свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Именно поэтому систему отсчета, связанную с Землей, можно приближенно рассматривать как инерциальную.

**Доказательство вращения Земли.** Однако существуют явления, которые нельзя объяснить, если считать геоцентрическую систему отсчета инерциальной. К ним относится вращение относительно Земли плоскости колебаний маятника в знаменитом опыте Фуко, доказывающем вращение Земли.

Рассмотрим колебания маятника в гелиоцентрической инерциальной системе отсчета. Для большей наглядности и простоты будем считать, что опыт проводится на полюсе.

Пусть в начальный момент маятник отклоняют от положения равновесия. Действующие на маятник сила притяжения к Земле  $\vec{F}_r$  и сила упругости подвеса маятника  $\vec{T}$  лежат в той же вертикальной плоскости (рис. 3.14). Согласно второму закону Ньютона ускорение маятника совпадает по направлению с равнодействующей силой  $\vec{F}$  и поэтому лежит в той же вертикальной плоскости. А это значит, что с течением времени плоскость колебаний маятника в инерциальной системе отсчета должна оставаться неизменной. Так и происходит в гелиоцентрической системе. Однако система отсчета, связанная с Землей, не является инерциальной, и относительно нее плоскость колебаний маятника поворачивается вследствие вращения Земли. Чтобы это обнаружить, необходимо подвес сделать таким, чтобы трение в нем было мало, а сам маятник — достаточно массивным. Иначе трение в подвесе заставит плоскость колебаний следовать за вращением Земли.

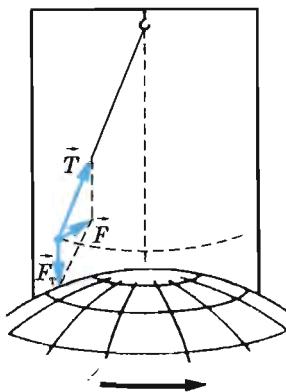


Рис. 3.14

Смещение плоскости колебаний маятника относительно Земли становится заметным уже через несколько минут. На средних широтах колебания маятника будут выглядеть несколько сложнее, но суть явления не изменится. Впервые такой опыт был произведен Ж. Фуко в 1850 г. в Париже.

**Равномерное прямолинейное движение не влияет на механические процессы.** Галилей первым обратил внимание на то, что равномерное прямолинейное движение по отношению к Земле совершенно не сказывается на течении всех механических явлений.

Допустим, вы находитесь в каюте корабля или в вагоне поезда, движущегося плавно, без толчков. Вы можете спокойно играть в бадминтон или пинг-понг, как и на земле. Мяч или волан будет по отношению к стенам и полу перемещаться точно так же, как и по отношению к Земле при игре в обычных условиях. Если не посмотреть в окно, то с уверенностью нельзя сказать, что же происходит с поездом: движется он или стоит.

Если в движущемся с постоянной скоростью вагоне изучать падение тел, колебания маятника и другие явления, то результаты будут точно такими же, как и при исследовании этих явлений на Земле. Когда современный реактивный самолет летит со скоростью около 1000 км/ч, в его салоне не происходит ничего, что позволяло бы ощутить эту огромную скорость. Вы можете есть, спать, играть в шахматы, чувствуя себя как дома.

Лишь при резком торможении поезда нужно прилагать дополнительные усилия, чтобы устоять на ногах. При большой болтанке самолета или качке парохода на большой волне об игре с мячом не может быть и речи. Все предметы приходится закреплять, чтобы они оставались на своих местах.

**Принцип относительности.** На основании подобных наблюдений можно сформулировать один из самых фундаментальных законов природы — **принцип относительности:**

*Все механические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета.*

Это утверждение известно как принцип относительности в механике. Его еще называют принципом относительности Галилея.

Не нужно думать, что выполнение принципа относительности означает полную тождественность движения одного и того же тела относительно различных инерциальных систем отсчета. Тождественны лишь законы динамики. Законы движения тел определяются не только законами динамики, но и начальными скоростями и начальными координатами тел. А начальные скорости и начальные ко-

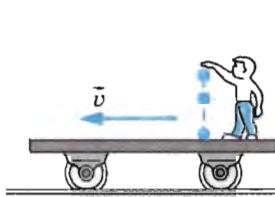


Рис. 3.15

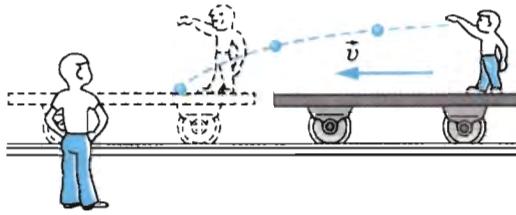


Рис. 3.16

ординаты данного тела относительно разных систем отсчета различны.

Так, камень будет падать отвесно, если его начальная скорость равна нулю по отношению к Земле. В равномерно движущемся поезде камень также будет падать отвесно по отношению к стенам вагона, если начальная скорость камня по отношению к поезду равна нулю. Но, с точки зрения наблюдателя на Земле, камень, падающий отвесно в поезде, будет двигаться по параболе (рис. 3.15, 3.16). Дело в том, что начальная скорость камня по отношению к системе отсчета, связанной с Землей, отлична от нуля и равна скорости поезда.

Открытие принципа относительности — одно из величайших достижений человеческого разума. Оно оказалось возможным лишь после того, как люди поняли, что ни Земля, ни Солнце не являются центром Вселенной.



### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Познакомимся с задачами, для решения которых не нужно знать как зависят силы от расстояний между взаимодействующими телами (или частями одного тела) и от их скоростей. Единственное, что нам потребуется, — это выражение для силы тяжести вблизи поверхности Земли:  $\vec{F}_t = m\vec{g}$ .

1. К центру однородного шарика массой  $m = 0,2$  кг приложена сила  $F = 1,5$  Н. Определите модуль и направление силы  $\vec{F}_1$ , которую необходимо приложить к центру шарика, помимо силы  $\vec{F}$ , чтобы шарик двигался с ускорением  $a = 5 \text{ м/с}^2$ , направленным так же, как и сила  $\vec{F}$  (рис. 3.17).

**Решение.** На шарик действуют две силы: сила  $\vec{F}$  и искомая сила  $\vec{F}_1$ . Поскольку модуль и на-

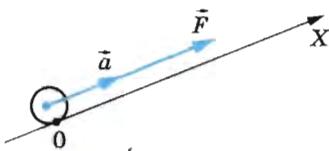


Рис. 3.17

правление силы  $\vec{F}_1$  неизвестны, можно изобразить на рисунке сначала только силу  $\vec{F}$  (см. рис. 3.17). Согласно второму закону Ньютона  $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_1$ . Отсюда  $\vec{F}_1 = m\vec{a} - \vec{F}$ . Так как векторы  $m\vec{a}$  и  $\vec{F}$  в любой момент времени должны быть расположены на одной прямой, то и сила  $\vec{F}_1$ , являясь их разностью, расположена на той же прямой.

Таким образом, искомая сила может быть направлена либо так же, как сила  $\vec{F}$ , либо противоположно ей. Чтобы определить модуль и направление силы  $\vec{F}_1$ , найдем ее проекцию на ось  $X$ , направление которой совпадает с силой  $\vec{F}$ . Учитывая, что  $F_x = F$  и  $a_x = a$ , выражение для силы  $\vec{F}_1$  в проекциях на ось  $X$  можно записать в виде  $F_{1x} = ma - F$ .

Проанализируем последнее выражение. Если  $ma > F$ , то  $F_{1x} > 0$ , т. е. сила  $\vec{F}_1$  направлена так же, как и ось  $X$ . Если же  $ma < F$ , то  $F_{1x} < 0$ , т. е. сила  $\vec{F}_1$  направлена противоположно направлению оси  $X$ . Для рассматриваемого случая

$$F_{1x} = 0,2 \cdot 5 \text{ Н} - 1,5 \text{ Н} = -0,5 \text{ Н}.$$

Следовательно, сила  $\vec{F}_1$  направлена противоположно оси  $X$  (рис. 3.18).

**2.** В результате полученного толчка брускок начал скользить вверх по наклонной плоскости из точки  $O$  с начальной скоростью  $v_0 = 4,4 \text{ м/с}$ . Определите положение бруска относительно

точки  $O$  через промежуток времени  $t_1 = 2 \text{ с}$  после начала его движения, если угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . Трение не учитывать.

**Решение.** Поскольку требуется найти положение бруска относительно точки  $O$ , начало координат возьмем в этой точке. Ось  $X$  направим вдоль наклонной плоскости вниз, а ось  $Y$  — перпендикулярно этой плоскости вверх (рис. 3.19). При движении бруска на него действуют две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила реакции опоры  $\vec{N}_2$  наклонной плоскости, перпендикулярная последней. Эту силу иногда называют силой нормальной реакции. Она всегда перпендикулярна поверхности, по которой движется тело.

Рис. 3.18

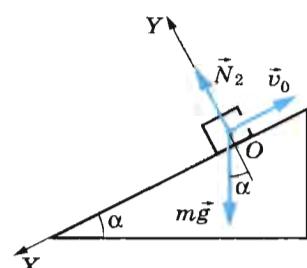


Рис. 3.19

Согласно второму закону Ньютона  $\vec{m}a = m\vec{g} + \vec{N}_2$ . Так как на брускок действуют постоянные силы, то вдоль оси  $X$  он будет двигаться с постоянным ускорением. Следовательно, чтобы определить положение бруска относительно точки  $O$ , можно воспользоваться кинематическим уравнением

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

При сделанном выборе направления оси  $X$  и начала координат имеем:  $x_0 = 0$  и  $v_{0x} = -v_0$ . Проекцию ускорения  $a_x$  на ось  $X$  найдем по второму закону Ньютона. Для рассматриваемого случая  $ma_x = mg_x + N_x$ . Учитывая, что  $mg_x = mg \sin \alpha$  и  $N_x = 0$ , получим  $a_x = g \sin \alpha$ . Таким образом,

$$x = -v_0 t + \frac{gt^2 \sin \alpha}{2};$$

$$x_1 = -4,4 \cdot 2 \text{ м} + \frac{9,8 \cdot 4}{2 \cdot 2} \text{ м} = 1 \text{ м.}$$

**3.** Два тела массами  $m_1 = 10 \text{ г}$  и  $m_2 = 15 \text{ г}$  связаны нерастяжимой и невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости (рис. 3.20). Плоскость образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела. Трением пренебречь.

**Решение.** Предположим, что тело массой  $m_1$  перетягивает. Выберем оси координат так, как показано на рисунке 3.21. В проекциях на оси  $X_1$  и  $X$  уравнения движения тел запишутся в виде:  $m_1 a = m_1 g - T_1$ ,  $m_2 a = T_2 - m_2 g \sin \alpha$ . Силы натяжения нити равны, т. к. нить и блок невесомы. Сложив левые и правые части уравнений, получим  $a = \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2} g = 0,98 \text{ м/с}^2$ . Так как  $a > 0$ , то движение тел происходит в выбранном направлении.

**4.** Автомобиль массой  $m = 1000 \text{ кг}$  движется со скоростью  $v = 36 \text{ км/ч}$  по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны  $R = 50 \text{ м}$ . С какой силой  $F$  давит автомобиль на мост в его се-

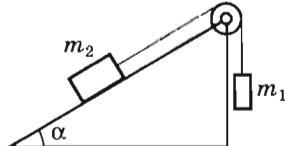


Рис. 3.20

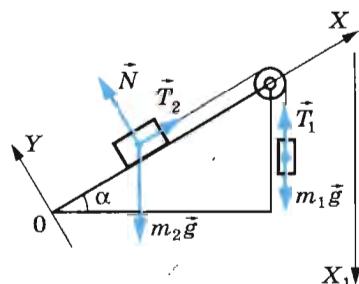


Рис. 3.21

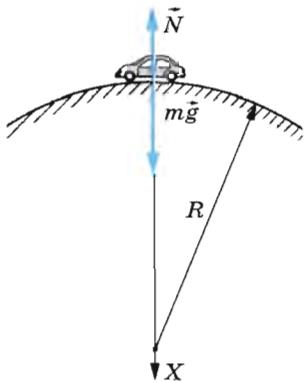


Рис. 3.22

редине? С какой минимальной скоростью  $v_{\min}$  должен двигаться автомобиль для того, чтобы в верхней точке он перестал оказывать давление на мост?

**Решение.** Силы, действующие на автомобиль вдоль радиуса моста, изображены на рисунке 3.22:  $mg$  — сила тяжести;  $N$  — сила нормальной реакции моста. По третьему закону Ньютона искомая сила давления  $F$  равна по модулю силе реакции моста  $N$ . При движении тела по окружности всегда направляем одну из осей координат от тела к центру окружности. Согласно второму закону Ньютона центростремительное ускорение автомобиля определяется суммой сил, действующих на него вдоль радиуса окружности, по которой он движется:  $mv^2/R = mg - N$ .

Отсюда  $F = N = m(g - v^2/R) = 7,8$  кН. Сила давления на мост станет равной нулю при  $mv_{\min}^2/R = mg$ , так что  $v_{\min} = 80$  км/ч. При скорости, превышающей  $v_{\min}$ , автомобиль оторвётся от поверхности моста.



## УПРАЖНЕНИЕ 6

1. К центру шара приложена сила  $\vec{F}$  (рис. 3.23). Куда направлено ускорение шара? В каком направлении движется шар?

2. На динамометре опускают по вертикали груз массой 5 кг так, что его скорость за 2 с изменяется от 2 до 8 м/с. Определите показание динамометра.

3. На полу лифта находится тело массой 50 кг. Лифт поднимается так, что за 3 с его скорость изменяется от 8 до 2 м/с. Определите силу давления тела на пол лифта.

4. Тепловоз на горизонтальном участке пути длиной 600 м развивает постоянную силу тяги 147 кН. Скорость поезда возрастает при этом от 36 до 54 км/ч. Определите силу сопротивления движению, считая ее постоянной. Масса поезда 1000 т.

5. Жесткий стержень длиной 1 м с прикрепленным к нему шариком массой 100 г вращается равномерно в вертикальной плоскости. Определите модуль и направление силы, с которой стержень действует на шарик в верхней точке, при скоростях шарика 2 м/с и 4 м/с.



Рис. 3.23

**6.** Два груза массами 2 кг и 4 кг, связанные нерастяжимой нитью, поднимают по вертикали силой 84 Н, приложенной к первому грузу. Определите ускорение, с которым движутся грузы, и силу натяжения нити.

### Глава 3. КРАТКИЕ ИТОГИ

Основу классической механики составляют три закона, открытые Ньютоном для тел, размерами которых можно пренебречь (для материальных точек). Эти законы справедливы непосредственно при рассмотрении движения относительно инерциальных систем отсчета.

Первый закон Ньютона утверждает, что существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тела, достаточно удаленные от всех других тел, движутся равномерно и прямолинейно.

Согласно второму закону Ньютона произведение массы тела на его ускорение равно сумме действующих на тело сил:

$$ma = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{F}.$$

Третий закон Ньютона гласит: силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Фундаментальное значение для физики имеет принцип относительности. Принцип относительности в механике был установлен Галилеем. Согласно этому принципу все механические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета при одинаковых начальных условиях.

### Глава 4 СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

В главе 2 мы ввели понятие силы как количественной меры действия одного тела на другое. В этой главе мы рассмотрим, какие силы встречаются в механике, чем определяются их значения.

#### § 29 СИЛЫ В ПРИРОДЕ

Выясним сначала, много ли видов сил существует в природе.

На первый взгляд кажется, что мы взялись за непосильную и неразрешимую задачу: тел на Земле и вне ее бесконечное множество. Они взаимодействуют по-разному.

Так, например, камень падает на Землю; электровоз тянет поезд; нога футболиста ударяет по мячу; потертая о мех эbonитовая палочка притягивает легкие бумажки, магнит притягивает железные опилки; проводник с током поворачивает стрелку компаса; взаимодействуют Луна и Земля, а вместе они взаимодействуют с Солнцем; взаимодействуют звезды и звездные системы и т. д. Подобным примерам нет конца. Похоже, что в природе существует бесконечное множество взаимодействий (сил)? Оказывается, нет!

**Четыре типа сил.** В безграничных просторах Вселенной, на нашей планете, в любом веществе, в живых организмах, в атомах, в атомных ядрах и в мире элементарных частиц мы встречаемся с проявлением всего лишь четырех типов сил: гравитационных, электромагнитных, сильных (ядерных) и слабых.

*Гравитационные силы*, или силы всемирного тяготения, действуют между всеми телами — все тела притягиваются друг к другу. Но это притяжение существенно обычно лишь тогда, когда хотя бы одно из взаимодействующих тел так же велико, как Земля или Луна. Иначе эти силы столь малы, что ими можно пренебречь.

*Электромагнитные силы* действуют между частицами, имеющими электрические заряды. Сфера их действия особенно обширна и разнообразна. В атомах, молекулах, твердых, жидких и газообразных телах, живых организмах именно электромагнитные силы являются главными. Велика их роль в атомах.

Область действия *ядерных сил* очень ограничена. Они заметны только внутри атомных ядер (т. е. на расстояниях порядка  $10^{-13}$  см). Уже на расстояниях между частицами порядка  $10^{-11}$  см (в тысячу раз меньших размеров атома —  $10^{-8}$  см) они не проявляются совсем.

*Слабые взаимодействия* проявляются на еще меньших расстояниях, порядка  $10^{-15}$  см. Они вызывают взаимные превращения элементарных частиц, определяют радиоактивный распад ядер, реакции термоядерного синтеза.

Ядерные силы — самые мощные в природе. Если интенсивность ядерных сил принять за единицу, то интенсивность электромагнитных сил составит  $10^{-2}$ , гравитационных —  $10^{-40}$ , слабых взаимодействий —  $10^{-16}$ .

Сильные (ядерные) и слабые взаимодействия проявляются на таких малых расстояниях, когда законы механики Ньютона, а с ними вместе и понятие механической силы теряют смысл.

В механике мы будем рассматривать только гравитационные и электромагнитные взаимодействия.

**Силы в механике.** В механике обычно имеют дело с тремя видами сил — силами тяготения, силами упругости и силами трения.

Силы упругости и трения имеют электромагнитную природу. Мы не будем здесь объяснять происхождение этих сил, с помощью опытов можно будет выяснить условия, при которых возникают эти силы, и выразить их количественно.

В природе существуют четыре типа взаимодействия. В механике изучаются гравитационные силы и две разновидности электромагнитных сил — силы упругости и силы трения.

### Гравитационные силы

## § 30 СИЛЫ ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

В главе 1 подробно говорилось о том, что земной шар сообщает всем телам у поверхности Земли одно и то же ускорение — ускорение свободного падения. Но если земной шар сообщает телу ускорение, то согласно второму закону Ньютона он действует на тело с некоторой силой. Эту силу называют **силой тяжести**. Сначала найдем эту силу, а затем и рассмотрим силу всемирного тяготения.

Ускорение по модулю определяется из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}.$$

В общем случае оно зависит от силы, действующей на тело, и его массы. Так как ускорение свободного падения не зависит от массы, то ясно, что сила тяжести должна быть пропорциональна массе:

$$\vec{F} = m\vec{g}, \quad (4.1)$$

где  $\vec{g}$  — постоянная для всех тел величина. Тогда, подставляя это выражение для силы тяжести во второй закон Ньютона, получаем для всех тел:  $a = \frac{mg}{m} = g$ , что находится в полном согласии с опытом.

Нужно только помнить, что сила тяжести, действующая на данное тело вблизи Земли, может считаться постоянной лишь на определенной широте у поверхности Земли. Если тело поднять или перенести в место с другой широтой, то ускорение свободного падения, а следовательно, и сила тяжести изменятся.

На основе формулы  $F = mg$  можно указать простой и практически удобный метод измерения масс тел путем

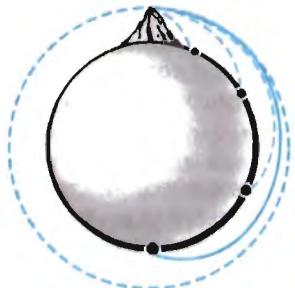


Рис. 4.1

сравнения массы данного тела с эталоном единицы массы. Отношение масс двух тел равно отношению сил тяжести, действующих на тела:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2}. \quad (4.2)$$

Это значит, что массы тел одинаковы, если одинаковы действующие на них силы тяжести. На этом основано определение масс путем взвешивания на пружинных или рычажных весах. Добиваясь того, чтобы сила давления тела на чашку весов, равная силе тяжести, приложенной к телу, была уравновешена силой давления гирь на другую чашку весов, равной силе тяжести, приложенной к гирам, мы тем самым определяем массу тела.

**Сила всемирного тяготения.** Ньютона был первым, кто строго доказал, что причина, вызывающая падение камня на Землю, движение Луны вокруг Земли и планет вокруг Солнца, одна и та же. Это сила тяготения, действующая между любыми телами Вселенной.

Вот ход рассуждений, приведенных в главном его труде «Математические начала натуральной философии»: «Брошенный на Землю камень отклонится под действием тяжести от прямолинейного пути и, описав кривую траекторию, упадет наконец на Землю. Если его бросить с большей скоростью, то он упадет дальше» (рис. 4.1). Продолжая эти рассуждения, Ньютон приходит к выводу, что если бы не сопротивление воздуха, то траектория камня, брошенного с высокой горы с определенной скоростью, могла бы стать такой, что он вообще никогда не достиг бы поверхности Земли, а двигался бы вокруг нее подобно тому, как планеты описывают в небесном пространстве свои орбиты.

Сейчас нам стало настолько привычным движение спутников вокруг Земли, что разъяснять мысль Ньютона подробнее нет необходимости.

Итак, по мнению Ньютона, движение Луны вокруг Земли или движение планет вокруг Солнца — это тоже свободное падение, которое длится, не прекращаясь, миллиарды лет. Причиной такого падения (идет ли речь действительно о падении обычного камня на Землю или о движении планет по их орбитам) служит сила тяготения.

Как и всем другим телам, Земля должна сообщать Луне ускорение, не зависящее от массы Луны. Траектория движения Луны хорошо известна, т. е. известно положение Луны относительно Земли в любой момент времени.

По этим данным нетрудно чисто кинематически определить ее ускорение. Оно оказывается примерно в 3600 (60<sup>2</sup>) раз меньше, чем ускорение свободного падения у поверхности Земли. Расстояние до Луны приблизительно равно 60 земным радиусам. Отсюда можно сделать важнейший вывод: ускорение, которое сообщает телам сила притяжения к Земле, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до центра Земли:

$$a = \frac{c_1}{r^2}.$$

где  $c_1$  — некоторый коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел.

Исследование движения планет показало, что это движение вызвано силой притяжения к Солнцу. Используя тщательные многолетние наблюдения датского астронома Т. Браге, И. Кеплер установил кинематические законы движения планет. Из этих законов Ньютона нашел, что Солнце сообщает всем планетам ускорение, обратно пропорциональное квадрату расстояния от планет до Солнца:

$$a = \frac{c_2}{r^2}. \quad (4.3)$$

Постоянная  $c_2$  одинакова для всех планет, но не совпадает с постоянной  $c_1$  для ускорения, сообщаемого телам земным шаром.

Из приведенных данных вытекает вывод о том, что сила тяготения в обоих случаях (притяжение к Земле и Солнцу) сообщает всем телам ускорение, не зависящее от массы этих тел, и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.

## § 31 ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Можно лишь догадываться о волнении, охватившем Ньютона, когда он пришел к великому результату: одна и та же причина вызывает явления поразительно широкого диапазона — от падения брошенного камня на Землю до движения огромных космических тел. Ньютона нашел эту причину и смог точно выразить ее в виде одной формулы — закона всемирного тяготения.

Так как сила всемирного тяготения сообщает всем телам одно и то же ускорение независимо от их массы, то она должна быть пропорциональна массе того тела, на которое действует:

$$F = \frac{cm}{R^2}. \quad (4.4)$$

Но поскольку, например, Земля действует на Луну с силой, пропорциональной массе Луны, то и Луна по третьему закону Ньютона должна действовать на Землю с той же силой. Причем эта сила должна быть пропорциональна массе Земли. Если сила тяготения является действительно универсальной, то со стороны данного тела на любое другое тело должна действовать сила, пропорциональная массе этого другого тела. Следовательно, сила всемирного тяготения должна быть пропорциональна произведению масс взаимодействующих тел. Отсюда вытекает формулировка **закона всемирного тяготения**:

**Сила взаимного притяжения двух тел прямо пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}. \quad (4.5)$$

Коэффициент пропорциональности  $G$  называется **гравитационной постоянной**.

Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения между двумя материальными точками массой 1 кг каждая, если расстояние между ними равно 1 м. Ведь при  $m_1 = m_2 = 1$  кг и  $R = 1$  м получаем  $G = F$  (численно).

Нужно иметь в виду, что закон всемирного тяготения (4.5) как всеобщий закон справедлив для материальных точек.

При этом силы гравитационного взаимодействия направлены вдоль линии, соединяющей эти точки (рис. 4.2). Подобного рода силы называются **центральными**.



Рис. 4.2

Можно показать, что однородные тела, имеющие форму шара (даже если их нельзя считать материальными точками), также взаимодействуют с силой, определяемой формулой (4.5). В этом случае  $R$  — расстояние между центрами шаров. Силы взаимного притяжения лежат на прямой, проходящей через центры шаров. (Такие силы и называются центральными.) Тела, падение которых на Землю мы обычно рассматриваем, имеют размеры, много меньшие, чем земной радиус ( $R \approx 6400$  км). Такие тела можно, независимо от их формы, рассматривать как материальные точки и определять силу их притяжения к Земле с помощью закона (4.5), имея в виду, что  $R$  есть расстояние от данного тела до центра Земли.

**Определение гравитационной постоянной.** Теперь выясним, как можно найти гравитационную постоянную. Прежде всего заметим, что  $G$  имеет определенное наименование. Это обусловлено тем, что единицы (и соответствен-

но наименования) всех величин, входящих в закон всемирного тяготения, уже были установлены ранее. Закон же тяготения дает новую связь между известными величинами с определенными наименованиями единиц. Именно поэтому коэффициент оказывается именованной величиной. Пользуясь формулой закона всемирного тяготения, легко найти наименование единицы гравитационной постоянной в СИ:  $\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2 = \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ .

Для количественного определения  $G$  нужно независимо определить все величины, входящие в закон всемирного тяготения: обе массы, силу и расстояние между телами. Использовать для этого астрономические наблюдения нельзя, так как определить массы планет, Солнца, да и Земли, можно лишь на основе самого закона всемирного тяготения, если значение гравитационной постоянной известно. Опыт должен быть проведен на Земле с телами, массы которых можно измерить на весах.

Трудность состоит в том, что гравитационные силы между телами небольших масс крайне малы. Именно по этой причине мы не замечаем притяжение нашего тела к окружающим предметам и взаимное притяжение предметов друг к другу, хотя гравитационные силы — самые универсальные из всех сил в природе. Два человека массами по 60 кг на расстоянии 1 м друг от друга притягиваются с силой всего лишь порядка  $10^{-9}$  Н. Поэтому для измерения гравитационной постоянной нужны достаточно тонкие опыты.

Впервые гравитационная постоянная была измерена английским физиком Г. Кавендишем в 1798 г. с помощью прибора, называемого крутильными весами. Схема крутильных весов показана на рисунке 4.3. На тонкой упругой нити подвешено легкое коромысло с двумя одинаковыми грузиками на концах. Рядом неподвижно закреплены два тяжелых шара. Между грузиками и неподвижными шарами действуют силы тяготения. Под влиянием этих сил коромысло поворачивается и закручивает нить. По углу закручивания можно определить силу притяжения. Для этого нужно только знать упругие свойства нити. Массы тел известны, а расстояние между центрами взаимодействующих тел можно непосредственно измерить.

Из этих опытов было получено следующее значение для гравитационной постоянной:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Лишь в том случае, когда взаимодействуют тела огромных масс (или

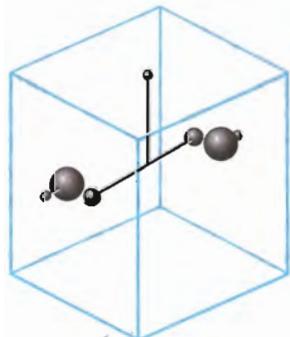


Рис. 4.3

по крайней мере масса одного из тел очень велика), сила тяготения достигает большой величины. Например, Земля и Луна притягиваются друг к другу с силой  $F \approx 2 \cdot 10^{20}$  Н.

**Зависимость ускорения свободного падения тел от географической широты.** Одна из причин увеличения ускорения свободного падения при перемещении точки, где находится тело, от экватора к полюсам, состоит в том, что земной шар несколько сплюснут у полюсов и расстояние от центра Земли до ее поверхности у полюсов меньше, чем на экваторе. Другой, более существенной причиной является вращение Земли.

**Равенство инертной и гравитационной масс.** Самым поразительным свойством гравитационных сил является то, что они сообщают всем телам, независимо от их масс, одно и то же ускорение. Что бы вы сказали о футболисте, удар которого одинаково ускорял бы обыкновенный кожаный мяч и двухгудовую гирю? Каждый скажет, что это невозможно. А вот Земля является именно таким «необыкновенным футболистом» с той только разницей, что действие ее на тела не носит характера кратковременного удара, а продолжается непрерывно миллиарды лет.

Необыкновенное свойство гравитационных сил, как мы уже говорили, объясняется тем, что эти силы пропорциональны массам обоих взаимодействующих тел. Факт этот не может не вызывать удивления, если над ним хорошенько задуматься. Ведь масса тела, которая входит во второй закон Ньютона, определяет инертные свойства тела, т. е. его способность приобретать определенное ускорение под действием данной силы. Эту массу естественно назвать *инертной массой* и обозначить через  $m_i$ .

Казалось бы, какое отношение она может иметь к способности тел притягивать друг друга? Массу, определяющую способность тел притягиваться друг к другу, следует назвать *гравитационной массой*  $m_g$ .

Из механики Ньютона совсем не следует, что инертная и гравитационная массы одинаковы, т. е. что

$$m_i = m_g. \quad (4.6)$$

Равенство (4.6) является непосредственным следствием из опыта. Оно означает, что можно говорить просто о массе тела как о количественной мере как инертных, так и гравитационных его свойств.

---

Закон всемирного тяготения является одним из самых универсальных законов природы. Он справедлив для любых тел, обладающих массой.

---

## § 32 ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Вычислим скорость, которую надо сообщить искусственноому спутнику Земли, чтобы он двигался по круговой орбите на высоте  $h$  над Землей.

На больших высотах воздух сильно разрежен и оказывает незначительное сопротивление движущимся в нем телам. Поэтому можно считать, что на спутник действует только гравитационная сила  $\vec{F}$ , направленная к центру Земли (рис. 4.4).

По второму закону Ньютона  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

Центростремительное ускорение спутника определяется формулой  $a = \frac{v^2}{R + h}$ , где  $h$  — высота спутника

над поверхностью Земли. Сила же, действующая на спутник, согласно закону всемирного тяготения определяется формулой  $F = G \frac{mM}{(R + h)^2}$ , где  $M$  — масса Земли.

Подставив значения  $F$  и  $a$  в уравнение для второго закона Ньютона, получим

$$\frac{mv^2}{R + h} = G \frac{mM}{(R + h)^2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}. \quad (4.7)$$

Из полученной формулы следует, что скорость спутника зависит от его расстояния от поверхности Земли: чем больше это расстояние, тем с меньшей скоростью он будет двигаться по круговой орбите. Примечательно то, что эта скорость не зависит от массы спутника. Значит, спутником Земли может стать любое тело, если ему сообщить определенную скорость. В частности, при  $h = 2000$  км =  $2 \cdot 10^6$  м скорость  $v \approx 6900$  м/с.

Минимальная скорость, которую надо сообщить телу на поверхности Земли, чтобы оно стало спутником Земли, движущимся по круговой орбите, называется **первой космической скоростью**.

Первую космическую скорость  $v_1$  можно найти по формуле (4.7), если принять  $h = 0$ :

$$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R}}. \quad (4.8)$$

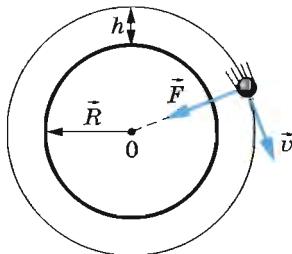


Рис. 4.4

Подставив в формулу (4.8) значение  $G$  и значения величин  $M$  и  $R$  для Земли, можно вычислить первую космическую скорость для спутника Земли:

$$v_1 \approx 8 \text{ км/с.}$$

Если такую скорость сообщить телу в горизонтальном направлении у поверхности Земли, то при отсутствии атмосферы оно станет искусственным спутником Земли, обращающимся вокруг нее по круговой орбите.

Такую скорость спутникам способны сообщать только достаточно мощные космические ракеты. В настоящее время вокруг Земли обращаются тысячи искусственных спутников.

Любое тело может стать искусственным спутником другого тела (планеты), если сообщить ему необходимую скорость.

### § 33 СИЛА ТЯЖЕСТИ И ВЕС. НЕВЕСОМОСТЬ

Из равенства ускорений, сообщаемых Землей всем телам, вытекает возможность появления состояния невесомости при свободном падении тел.

Представим себе взмывающий вверх самолет. Он и находящиеся в нем люди и предметы имеют одну и ту же скорость. Если бы в некоторый момент взаимодействие самолета с воздухом прекратилось, то он сам, люди и все предметы внутри него начали бы свободно падать, двигаясь с одним и тем же ускорением, направленным к центру Земли. Их движение происходило бы по одинаковым параболам (рис. 4.5).

Вот при этом и наступает состояние невесомости: падает пилот в кабине, с тем же ускорением падают стены, пол и потолок кабины. В результате человек будет свободно парить над полом, *не оказывая давления* на окружающие предметы.

Многократно проделывали опыты, в которых создавалось состояние невесомости. Например, самолет разгоняется и, начиная с некоторого момента, движется строго по параболе, той, которая была бы в отсутствие воздуха. В кабине при этом наблюдаются необыкновенные явления: маятник замирает в отклоненном положении, выплеснутая из стакана вода

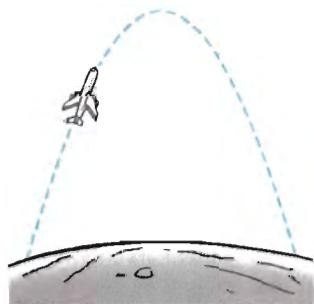


Рис. 4.5

большой сферической каплей повисает в воздухе и рядом с ней застывают, будто подвешенные на невидимых нитях, все остальные предметы независимо от их массы и формы.

То же самое происходит и в кабине космического корабля при движении его по орбите. На большой высоте над Землей почти нет воздуха, так что не надо его сопротивление компенсировать работой двигателей. Да и полет длится не минуту, а многие сутки.

Наконец, вы без особого труда можете сами привести свое тело в состояние невесомости. Для этого достаточно подпрыгнуть. В течение небольшого промежутка времени, пока на ваше тело действует только сила тяжести, вы будете находиться в состоянии невесомости совершенно так же, как космонавты в космическом корабле.

Теперь посмотрим внимательно, чем сила тяжести отличается от веса, и почему вес тела при свободном падении исчезает, в то время как действующая на него сила тяжести остается.

**Силой тяжести** называют силу, с которой Земля притягивает тело, находящееся на ее поверхности или вблизи этой поверхности. Под весом же в физике обычно понимают нечто совсем иное. **Весом тела** называют силу, с которой это тело действует на горизонтальную опору или растягивает подвес. Вес не является силой какой-то специфической природы. Это название присвоено частному случаю проявления силы упругости.

Вес действует непосредственно на чашку пружинных весов и растягивает пружину; под действием этой силы поворачивается коромысло рычажных весов. Поясним сканное простым примером.

Пусть тело  $A$  находится на горизонтальной опоре  $B$  (рис. 4.6), которой может служить чашка весов. Силу тяжести обозначим через  $\vec{F}$ , а силу давления тела на опору (вес) — через  $\vec{F}_1$ . Модуль силы реакции опоры  $\vec{N}$  равен модулю веса  $\vec{F}_1$ . Сила  $\vec{N}$  направлена в сторону, противоположную весу  $\vec{F}_1$ . Сила реакции опоры приложена не к опоре, а к находящемуся на ней телу.

В то время как сила тяжести  $\vec{F}$  обусловлена взаимодействием тела с Землей, вес  $\vec{F}_1$  появляется в результате совсем другого взаимодействия: взаимодействия тела  $A$  и опоры  $B$ . Поэтому вес обладает особенностями, существенно отличающими его от силы тяжести. Важнейшей особенностью веса является то, что его значе-

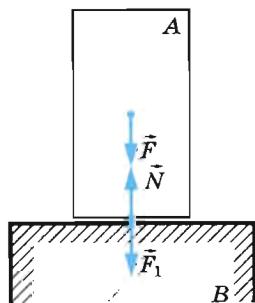


Рис. 4.6

ние зависит от ускорения, с которым движется опора. При перенесении тел с полюса на экватор их вес изменяется, так как вследствие суточного вращения Земли весы с телом имеют на экваторе центростремительное ускорение. По второму закону Ньютона для тела, находящегося на экваторе, имеем  $m\omega^2 R = G \frac{mM_3}{R^2} - N_3$ , где  $N_3$  — сила реакции опоры, равная весу тела. Отсюда

$$N_3 = G \frac{mM_3}{R^2} - m\omega^2 R.$$

На полюсе вес тела равен силе тяготения. Очевидно, что на полюсе вес тела больше, чем на экваторе. Остановимся на более простом случае. Пусть тело находится на чашке пружинных весов в лифте, движущемся с ускорением  $\vec{a}$ . Согласно второму закону Ньютона  $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N}$ , где  $m$  — масса тела.

Координатную ось  $OY$  системы отсчета, связанной с Землей, направим вертикально вниз. Запишем уравнение движения тела в проекции на эту ось:  $ma_y = F_y + N_y$ . Если ускорение направлено вниз, то, выражая проекции векторов через их модули, получаем  $ma = F - N$ . Так как  $N = F_1$ , то  $ma = F - F_1$ . Отсюда ясно, что лишь при  $a = 0$  вес равен силе, с которой тело притягивается к Земле ( $F_1 = F$ ). Если  $a \neq 0$ , то  $F_1 = F - ma = m(g - a)$ . Вес тела зависит от ускорения, с которым движется опора, и появление этого ускорения эквивалентно изменению ускорения свободного падения. Если, например, лифт падает свободно, т. е.  $a = g$ , то  $F_1 = m(g - g) = 0$ .

Наступление у тел состояния невесомости означает, что тела не давят на опору и, следовательно, на них не действует сила реакции опоры, они движутся только под действием силы притяжения к Земле.



1. Справедлив ли закон всемирного тяготения для тел произвольной формы?
2. Какие силы называют центральными?
3. Каков физический смысл гравитационной постоянной?
4. Что называют состоянием невесомости?
5. Что называется весом тела?
6. Будет ли парашютист во время прыжка находиться в состоянии невесомости?

## Силы упругости

### § 34 ДЕФОРМАЦИЯ И СИЛЫ УПРУГОСТИ

Силы тяготения действуют между телами всегда. Не нужно заботиться о том, чтобы привести эти силы в действие, и нет возможности их уничтожить, их можно только скомпенсировать. А вот силы упругости возникают при деформации тел и исчезают, когда она прекращается.

Под *деформацией* понимают изменение объема или формы тела.

Для того чтобы различные тела или части одного и того же тела взаимодействовали посредством сил упругости, необходимо определенное условие: тела должны быть деформированы.

Силы упругости возникают только при деформации тел. Значения сил упругости обычно определяются значениями этих деформаций.

Для того чтобы резиновый шнур или пружина действовали с некоторой силой на ваши руки, эти тела нужно предварительно растянуть, т. е. деформировать (рис. 4.7). Чтобы упругая сетка батута подбросила акробата, ее нужно предварительно прогнуть (рис. 4.8). Такой прогиб возникает при прыжке на сетку с некоторой высоты. При исчезновении деформации одновременно исчезают и силы упругости.

При попытке изменить объем или форму твердых тел возникают силы упругости, препятствующие деформации.

Жидкости форму не сохраняют. Вы можете перелить воду из графина в стакан, и это не вызовет появления сил упругости.

Попробуйте сжать жидкость хотя бы внутри велосипедного насоса или просто в бутылке. Сила упругости не замедлит сказаться. Точно так же сила упругости появляется при сжатии в насосе воздуха.

Итак, силы упругости возникают всегда при попытке изменить объем или форму твердого тела, при изменении объема жидкости, а также при сжатии газа.

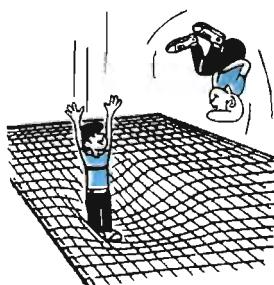


Рис. 4.8

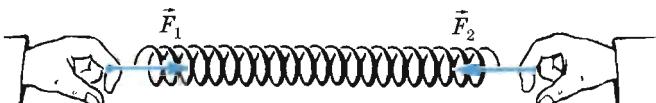


Рис. 4.7

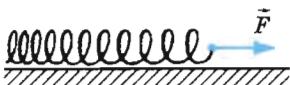


Рис. 4.9

Деформация тела возникает лишь в том случае, когда различные части тела совершают различные перемещения. Например, когда вы растягиваете резиновый шнур, различные части шнура перемещаются на различные расстояния. Больше всего смещаются края, а середина вообще остается на месте.

Рассмотрим пружину, находящуюся на идеально гладком столе. Под действием внешней силы  $\vec{F}$  пружина, обладающая массой, оказывается растянутой неодинаково по длине. Больше будут растянуты те участки, которые расположены ближе к месту, где приложена сила  $\vec{F}$  (рис. 4.9). Ведь здесь сила упругости крайнего правого участка пружины должна сообщить ускорение всей системе: телу и пружине, а сила упругости вблизи противоположного (левого) конца сообщает то же самое ускорение лишь телу. Если массой пружины можно пренебречь (т. е. если она мала по сравнению с массой тела), то деформация всех участков пружины будет одинакова. Точно так же при торможении быстро движущегося тела с помощью силы, приложенной к одному из участков поверхности тела, возникают деформации и сила упругости. Так, при падении мяча на пол нижние участки мяча при столкновении с жестким полом резко тормозятся, а верхние в первый момент продолжают по инерции двигаться вперед. В результате мяч сплющивается и возникают силы упругости, останавливающие весь мяч. Понятно, что деформация и силы упругости будут большими в нижней части мяча.

В отличие от сил тяготения, действующих между телами всегда, для возникновения сил упругости необходимо определенное условие: тела должны быть деформированы.

## § 35 ЗАКОН ГУКА

При малых деформациях связь силы упругости тела с его деформацией проста. Она была открыта экспериментально английским физиком Робертом Гуком, современником Ньютона.

Упругой называется деформация, при которой тело восстанавливает свои первоначальные размеры и форму, как только прекращается действие силы, вызвавшей эту деформацию.

Закон Гука для упругой деформации растяжения нетрудно установить, наблюдая растяжение резинового шнуря под действием приложенной к его концу силы.

Пусть длина шнуря с подвешенной к нему чашкой равна  $l_0$  (рис. 4.10, а). Координатную ось  $X$  направим вдоль шнуря вертикально вниз. Начало отсчета выберем на уровне нижнего конца шнуря, когда он находится в начальном состоянии. Под действием приложенной к шнурю силы, равной весу чашки с находящимися на ней гирьками, его длина станет равной  $l$ , а координата нижнего конца шнуря примет значение  $x$  (рис. 4.10, б).

При этом сила упругости растянутого шнуря уравновешивает силу тяжести, действующую на чашку с гирьками.

Обозначим удлинение шнуря через  $\Delta l$ :

$$\Delta l = l - l_0 = x. \quad (4.9)$$

Меняя число гирек, можно заметить, что сила упругости прямо пропорциональна изменению длины шнуря. В этом и состоит **закон Гука**. Он формулируется так:

*При упругой деформации растяжения (или сжатия) удлинение тела прямо пропорционально приложенной силе.*

Закон Гука записывают следующим образом:

$$F = k |\Delta l| = k |x|. \quad (4.10)$$

Коэффициент пропорциональности  $k$  называют **коэффициентом упругости** или **жесткостью**. Учитывая, что координата  $x$  и проекция силы упругости деформированного тела  $F_x$  на ось  $X$  имеют противоположные знаки, можно также записать:

$$F_x = -kx. \quad (4.11)$$

Эта закономерность хорошо выполняется только при упругих деформациях, при которых удлинение  $x$  тела мало. Она наблюдается при растяжении стержней из стали, чугуна, алюминия и других твердых упругих тел. Закону Гука подчиняется также деформация упругой пружины.

На рисунке 4.11 показана зависимость модуля силы упругости деформированного тела от значения его абсолютной деформации  $|x|$ , а на рисунке 4.12 — зависимость проекции силы упругости  $F_x$  того же тела от  $x$ .

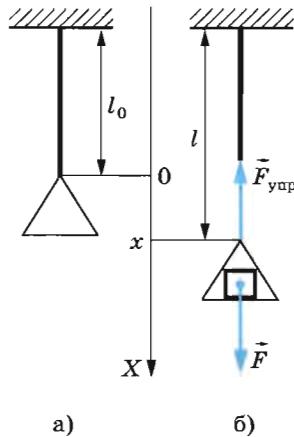


Рис. 4.10

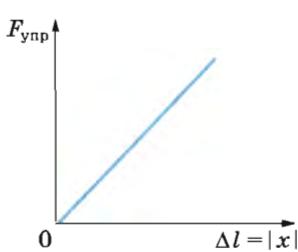


Рис. 4.11

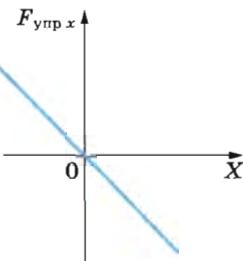


Рис. 4.12

Закон Гука хорошо выполняется только при упругих деформациях, при которых  $x$  мало. При дальнейшем увеличении деформации изменение длины тела перестает быть прямо пропорциональным приложенной силе, а при очень больших деформациях тело разрушается.



1. При каком условии появляются силы упругости?
2. Объясните, почему применение рессор уменьшает тряску автомобиля.
3. При каких условиях выполняется закон Гука?

## Силы трения

### § 36 РОЛЬ СИЛ ТРЕНИЯ

Еще один вид сил, с которыми имеют дело в механике, — это силы трения. Эти силы действуют вдоль поверхности тел при их непосредственном соприкосновении.

Силы трения во всех случаях препятствуют относительному движению соприкасающихся тел. При некоторых условиях силы трения делают это движение невозможным. Однако силы трения не только тормозят движение тел. В ряде практических важных случаев движение тела не могло бы возникнуть без действия сил трения.

Значение сил трения можно проследить на примере движущегося автомобиля (рис. 4.13). Сила трения  $\vec{F}_1$ , действующая со стороны поверхности Земли на ведомые колеса, и сила сопротивления воздуха  $\vec{F}_2$  направлены назад и способны только затормозить движение.

Единственной внешней силой, способной увеличить скорость автомобиля, является сила трения  $\vec{F}_3$ , действующая на ведущие колеса.

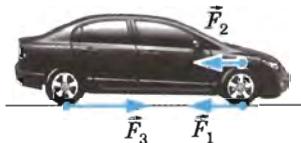


Рис. 4.13

Если бы не было этой силы, автомобиль буксовал бы на месте, несмотря на вращение ведущих колес.

Точно так же сила трения, действующая на ступни ног, сообщает нашему телу ускорение, необходимое для того, чтобы начать движение или остановиться.

Работа двигателя, приводящего во вращение ведущие колеса, и усилия мышц ног вызывают появление сил трения.

Препятствуя проскальзыванию, сила трения совершаet полезное дело, ускоряя машину или наше собственное тело. Но без усилия со стороны двигателя или мышц ног увеличение скорости за счет силы трения невозможно.

Таким образом, с одной стороны, нужно принимать все меры к уменьшению сил трения, препятствующих движению, смазывая трущиеся части двигателя и придавая машине форму, при которой сопротивление воздуха минимально, а с другой стороны, приходится увеличивать полезное трение, посыпая, к примеру, дорогу песком в гололед.

Силы трения зависят от состояния трущихся твердых поверхностей, а при движении твердого тела в воде или воздухе — от относительной скорости движения, от размеров и формы этого тела.

---

Трение — явление, сопровождающее нас везде и повсюду. В одних случаях оно полезно, и мы всячески стараемся его увеличить. В других — вредно, и мы ведем с ним борьбу.

---



1. Посмотрите вокруг себя. Видите ли вы полезное действие сил трения?
2. Зачем на губках тисков и плоскогубцев делают насечки?
3. Для чего на автомобильных шинах делают рельефный рисунок (протектор)?

## § 37 СИЛЫ ТРЕНИЯ МЕЖДУ СОПРИКАСАЮЩИМИСЯ ПОВЕРХНОСТЯМИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

---

Сначала мы остановимся на так называемом сухом трении, т. е. трении между поверхностями соприкасающихся твердых тел.

**Трение покоя.** Попробуйте сдвинуть пальцем лежащую на столе толстую книгу. Книга будет оставаться на месте до тех пор, пока действующая на нее сила не достигнет определенного значения. Факт этот совершенно привычный, но, если вдуматься, достаточно странный и непонятный.

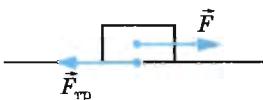


Рис. 4.14

Ведь что это значит? Вы приложили к книге некоторую силу, направленную, скажем, вдоль поверхности стола, а книга остается в покое. Следовательно, между книгой и поверхностью стола возникает сила, направленная против той силы, с которой вы действуете на книгу, и в точности равная ей по модулю. Вы с большей силой толкаете книгу, но она по-прежнему остается на месте. Значит, и сила  $\vec{F}$  трения настолько же возрастает.

Силу трения, действующую между двумя телами, неподвижными относительно друг друга, называют **силой трения покоя**.

Если на тело действует сила  $\vec{F}$ , параллельная поверхности, на которой оно находится и тело при этом остается неподвижным, то это означает, что на него действует сила трения покоя  $F_{tp}$ , равная по модулю и направленная в противоположную сторону силе  $\vec{F}$  (рис. 4.14). Следовательно, сила трения покоя определяется действующей на него силой

$$\vec{F}_{tp} = -\vec{F}.$$

Иначе говоря, когда ускорение тела равно нулю, сила трения равна по модулю и противоположна по направлению той силе, которая наряду с трением действует на тело параллельно поверхности его соприкосновения с другим телом. Если параллельно этой поверхности другие силы не действуют, то трение покоя будет равно нулю.

Наибольшее значение силы трения, при котором скольжение еще не наступает, называется **максимальной силой трения покоя**. Если действующая на покоящееся тело сила хотя бы немножко превысит максимальную силу трения покоя, то тело начнет скользить.

Для определения максимальной силы трения покоя существует весьма простой, но не очень точный количественный закон. Нагрузим брускок гирей (рис. 4.15) того же веса, что и сам брускок. При этом сила  $\vec{F}_1$ , с которой брускок действует на стол перпендикулярно поверхности стола, увели-

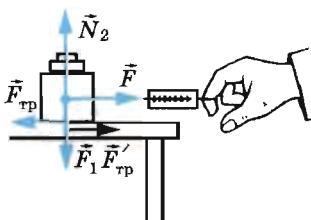


Рис. 4.15

чится в 2 раза. Но сила  $\vec{F}_1$  согласно третьему закону Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе нормальной реакции опоры  $\vec{N}_2$ , действующей на брускок со стороны стола. Следовательно, и сила  $\vec{N}_2$  увеличится в 2 раза. Если мы теперь снова измерим максимальную силу трения покоя, то

увидим, что она увеличилась во столько раз, во сколько раз увеличилась сила  $\vec{N}_2$ , т. е. в 2 раза.

Нагружая бруском различными гилями и измеряя каждый раз максимальную силу трения покоя, мы убедимся в том, что **максимальное значение модуля силы трения покоя пропорционально модулю силы нормальной реакции опоры**. Этот закон впервые установил экспериментально французский физик Кулон.

Если обозначить модуль максимальной силы трения покоя через  $F_{\text{тр.макс}}$ , то можно записать:

$$F_{\text{тр.макс}} = \mu N, \quad (4.12)$$

где  $\mu$  — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом трения покоя. Коэффициент трения характеризует обе трущиеся поверхности и зависит не только от материала этих поверхностей, но и от качества их обработки. Коэффициент трения определяется экспериментально.

**От площади соприкосновения тел максимальная сила трения покоя не зависит.** Если положить брускок на меньшую грань, то  $F_{\text{тр.макс}}$  не изменится.

Сила трения покоя меняется в пределах от нуля до максимального значения, равного  $\mu N$ . За счет чего может происходить изменение силы трения?

Дело здесь вот в чем. При действии на тело некоторой силы  $\vec{F}$  оно слегка (незаметно для глаза) смещается, и это смещение продолжается до тех пор, пока микроскопические шероховатости поверхностей не расположатся относительно друг друга так, что, зацепляясь одна за другую, они приведут к появлению силы, уравновешивающей силу  $\vec{F}$ . При увеличении силы  $\vec{F}$  тело опять чуть-чуть сдвинется так, что мельчайшие неровности поверхностей по-иному будут цепляться друг за друга, и сила трения возрастет. И лишь при  $F > F_{\text{тр.макс}}$  ни при каком взаимном расположении шероховатостей поверхности сила трения не в состоянии уравновесить силу  $\vec{F}$ , и начнется скольжение.

При ходьбе и беге на подошвы ног действует сила трения покоя, если только ноги не скользят. Такая же сила действует на ведущие колеса автомобиля. На ведомые колеса также действует сила трения покоя, но уже тормозящая движение, причем эта сила значительно меньше силы, действующей на ведущие колеса (иначе автомобиль не смог бы тронуться с места).

В давнее время, когда не очень хорошо представляли себе способность силы трения покоя принимать различные значения, сомневались, что паровоз сможет ехать по гладким рельсам. Думали, что трение, тормозящее ведомые ко-

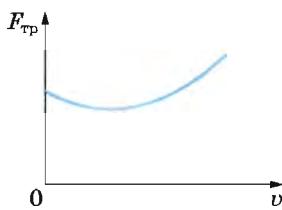


Рис. 4.16

Зависимость силы трения скольжения от скорости движения тел является довольно сложной. Опыт показывает, что часто (хотя и не всегда) в самом начале скольжения, когда относительная скорость еще мала, сила трения становится несколько меньше максимальной силы трения покоя. Лишь затем, по мере увеличения скорости, она растет и начинает превосходить  $F_{\text{тр.макс}}$ .

Вы, вероятно, замечали, что тяжелый предмет, например ящик, трудно сдвинуть с места, а потом двигать его становится легче. Это как раз и объясняется уменьшением силы трения при появлении скольжения с малой скоростью.

Зависимость модуля силы трения скольжения от модуля относительной скорости тел показана на рисунке 4.16. При не слишком больших относительных скоростях движения сила трения скольжения мало отличается от максимальной силы трения покоя. Поэтому приближенно можно считать ее постоянной и равной максимальной силе трения покоя:

$$F_{\text{тр}} \approx F_{\text{тр.макс}} = \mu N.$$

Важная особенность силы трения скольжения состоит в том, что она всегда направлена противоположно относительной скорости соприкасающихся тел.

Силу трения скольжения можно уменьшить во много раз с помощью смазки — чаще всего тонкого слоя жидкости (обычно того или иного сорта минерального масла) — между трущимися поверхностями. Трение между слоями жидкости, прилегающими к твердым поверхностям, значительно меньше, чем между сухими поверхностями. Ни одна современная машина, например двигатель автомобиля или трактора, не может работать без смазки. Специальная система смазки предусматривается при конструировании всех машин.

---

Сила трения зависит от относительной скорости движения тел. В этом ее главное отличие от сил тяготения и упругости, зависящих только от расстояний.

---

леса, будет равно силе трения, действующей на ведущие колеса. Предлагали даже делать ведущие колеса зубчатыми и прокладывать для них специальные зубчатые рельсы.

**Трение скольжения.** При скольжении сила трения зависит не только от состояния трущихся поверхностей, но и от относительной скорости движения тел, причем эта зависимость от скорости является довольно сложной. Опыт показывает, что часто (хотя и не всегда) в самом начале скольжения, когда относительная скорость еще мала, сила трения становится несколько меньше максимальной силы трения покоя. Лишь затем, по мере увеличения скорости, она растет и начинает превосходить  $F_{\text{тр.макс}}$ .

Вы, вероятно, замечали, что тяжелый предмет, например ящик, трудно сдвинуть с места, а потом двигать его становится легче. Это как раз и объясняется уменьшением силы трения при появлении скольжения с малой скоростью.

Зависимость модуля силы трения скольжения от модуля относительной скорости тел показана на рисунке 4.16. При не слишком больших относительных скоростях движения сила трения скольжения мало отличается от максимальной силы трения покоя. Поэтому приближенно можно считать ее постоянной и равной максимальной силе трения покоя:

$$F_{\text{тр}} \approx F_{\text{тр.макс}} = \mu N.$$

Важная особенность силы трения скольжения состоит в том, что она всегда направлена противоположно относительной скорости соприкасающихся тел.

Силу трения скольжения можно уменьшить во много раз с помощью смазки — чаще всего тонкого слоя жидкости (обычно того или иного сорта минерального масла) — между трущимися поверхностями. Трение между слоями жидкости, прилегающими к твердым поверхностям, значительно меньше, чем между сухими поверхностями. Ни одна современная машина, например двигатель автомобиля или трактора, не может работать без смазки. Специальная система смазки предусматривается при конструировании всех машин.

---

Сила трения зависит от относительной скорости движения тел. В этом ее главное отличие от сил тяготения и упругости, зависящих только от расстояний.

---

## § 38 СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

При движении твердого тела в жидкости или газе на него действует сила сопротивления среды. Эта сила направлена против скорости тела относительно среды и тормозит движение.

Главная особенность силы сопротивления состоит в том, что она появляется только при наличии относительного движения тела и окружающей среды. Сила трения покоя в жидкостях и газах полностью отсутствует.

Это приводит к тому, что усилием рук можно сдвинуть тяжелое тело, например плавающую баржу, в то время как сдвинуть с места, скажем, поезд усилием рук просто невозможно.

Или еще более простой пример. Плавающий деревянный брускок сразу же придет в движение, если на него слегка подуть. А попробуйте сдвинуть тот же брускок струей воздуха, если он лежит на столе.

Модуль силы сопротивления  $F_c$  зависит от размеров, формы и состояния поверхности тела, свойств среды (жидкости или газа), в которой тело движется, и, наконец, от относительной скорости движения тела и среды.

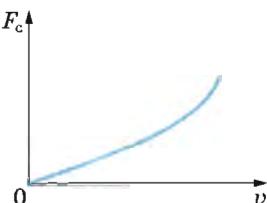


Рис. 4.17

Примерный характер зависимости модуля силы сопротивления от модуля относительной скорости тела показан на рисунке 4.17. При относительной скорости, равной нулю, сила сопротивления не действует на тело ( $F_c = 0$ ). С увеличением относительной скорости сила сопротивления сначала растет медленно, а затем все быстрее и быстрее. При малых скоростях движения силу сопротивления можно считать прямо пропорциональной скорости движения тела относительно среды:

$$F_c = k_1 v, \quad (4.13)$$

где  $k_1$  — коэффициент сопротивления, зависящий от формы, размеров, состояния поверхности тела и свойств среды — ее вязкости. Вычислить коэффициент  $k_1$  теоретически для тел сколько-нибудь сложной формы не представляется возможным, его определяют опытным путем.

При больших скоростях относительного движения сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости:

$$F_c = k_2 v^2, \quad (4.14)$$

где  $k_2$  — коэффициент сопротивления, отличный от  $k_1$ .

Какая из формул — (4.13) или (4.14) — годится для использования в конкретном случае, определяется опытным путем.

Основными особенностями силы сопротивления, действующей на тело, являются: 1) отсутствие силы трения покоя; 2) зависимость от относительной скорости движения.

- 1. При каких условиях появляются силы трения?
- 2. От чего зависят модуль и направление силы трения покоя?
- 3. В каких пределах может изменяться сила трения покоя?
- 4. Какая сила сообщает ускорение автомобилю или тепловозу?
- 5. Может ли сила трения скольжения увеличить скорость тела?
- 6. В чем состоит главное отличие силы сопротивления в жидкостях и газах от силы трения между двумя твердыми телами?
- 7. Приведите примеры полезного и вредного действия сил трения всех видов.



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал данной главы используются те же приемы, что и при решении задач динамики прямолинейного движения и движения по окружности. Различие состоит лишь в том, что теперь используются знания о зависимости сил от расстояний между телами (или частями одного тела) и от их скоростей.

1. При помощи пружинного динамометра поднимают с ускорением  $a = 2,5 \text{ м/с}^2$ , направленным вверх, груз массой  $m = 2 \text{ кг}$ . Определите модуль удлинения пружины динамометра, если ее жесткость  $k = 1000 \text{ Н/м}$ .

**Решение.** Согласно закону Гука, выражающему связь между модулем внешней силы  $\vec{F}$ , вызывающей растяжение пружины, и ее удлинением имеем  $F = k\Delta l$ . Отсюда  $\Delta l = \frac{F}{k}$ .

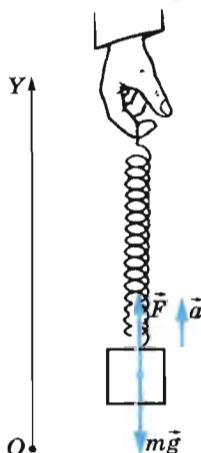


Рис. 4.18

Для нахождения силы  $F$  воспользуемся вторым законом Ньютона. На груз, кроме силы тяжести  $m\vec{g}$  действует сила упругости пружины, равная по модулю  $F$  и направленная вертикально вверх. Согласно второму закону Ньютона  $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}$ .

Направим ось  $OY$  вертикально вверх так, чтобы пружина была расположена вдоль этой оси (рис. 4.18). В проекции на ось  $OY$  второй закон Ньютона можно записать в виде  $ma_y = F_y + mg_y$ .

Так как  $a_y = a$ ,  $g_y = -g$  и  $F_y = F$ , то  $F = ma + mg = m(a + g)$ .

Следовательно,

$$\Delta l = \frac{m(a+g)}{k};$$

$$\Delta l = \frac{2 \text{ кг} \left( 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)}{10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \approx 2,5 \text{ см.}$$

**2.** В результате полученного толчка кирпич начал скользить вниз по неподвижной ленте конвейера, расположенной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонтальной плоскости. Определите модуль и направление ускорения кирпича, если коэффициент трения скольжения кирпича о ленту конвейера  $\mu = 0,6$ .

**Решение.** Направим ось  $OX$  вдоль наклонной ленты конвейера вниз, а ось  $OY$  перпендикулярно ленте конвейера вверх (рис. 4.19). Так как кирпич движется вдоль оси  $OX$ , то его ускорение может быть направлено только вдоль этой оси вниз либо вверх. По второму закону Ньютона

$$\vec{ma} = \vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}. \quad (4.15)$$

Запишем уравнение (4.15) в проекциях на оси  $OX$  и  $OY$ :

$$ma_x = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}, \quad (4.16)$$

$$0 = N - mg \cos \alpha.$$

Модуль силы трения скольжения выразим через коэффициент трения  $\mu$  и модуль силы нормальной реакции опоры  $N$ :

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha. \quad (4.17)$$

Подставив выражение (4.17) в уравнение (4.16), получим

$$ma_x = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha.$$

Окончательно

$$a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (4.18)$$

Из формулы (4.18) следует, что проекция ускорения кирпича на ось  $OX$  может быть положительной, отрицательной и равной нулю: если  $\sin \alpha > \mu \cos \alpha$ , то  $a_x > 0$  (вектор ускорения направлен вдоль ленты конвейера вниз); если  $\sin \alpha = \mu \cos \alpha$ , то  $a_x = 0$  (кирпич движется без ускорения); наконец, если  $\sin \alpha < \mu \cos \alpha$ , то  $a_x < 0$  (вектор ускорения направлен вдоль ленты конвейера вверх).

Для случая, рассматриваемого в задаче,  $a_x = -0,2 \text{ м/с}^2$ . Следовательно, ускорение кирпича направлено вдоль ленты конвейера вверх и модуль этого ускорения равен  $a = 0,2 \text{ м/с}^2$ .

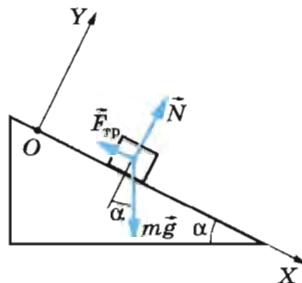


Рис. 4.19



## УПРАЖНЕНИЕ 7

1. Радиус Луны  $R_1$  примерно в 3,7 раза меньше, чем радиус Земли  $R$ , а масса Луны  $m$  в 81 раз меньше массы Земли  $M$ . Определите ускорение свободного падения тел на поверхности Луны.

2. При быстром торможении автомобиль начал двигаться по горизонтальной дороге юзом (заторможенные колеса не вращаются, а скользят по дороге). С каким ускорением при этом движется автомобиль и через сколько времени от начала торможения автомобиль остановится, если его начальная скорость  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ , а коэффициент трения колес о дорогу  $\mu = 0,8$ ?

3. Груз массой 97 кг перемещают равномерно по горизонтальной поверхности с помощью веревки, образующей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Определите силу натяжения веревки, если коэффициент трения равен 0,2.

## Глава 4. КРАТКИЕ ИТОГИ

В механике преимущественно встречаются три вида сил: силы тяготения, силы упругости и силы трения.

Силы тяготения между двумя точечными телами массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящимися на расстоянии  $R$  друг от друга, определяются законом всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  — гравитационная постоянная.

Главная особенность сил тяготения в том, что данное тело сообщает всем другим телам одинаковые ускорения.

Силы упругости появляются при упругой деформации тел. Согласно закону Гука при растяжении (или сжатии) их удлинение  $\Delta l$  пропорционально приложенной силе  $F$ :

$$F = k\Delta l.$$

Силы трения в отличие от сил тяготения и упругости зависят от скорости движения тел относительно друг друга.

Между соприкасающимися твердыми телами, покоящимися относительно друг друга, действует сила трения покоя. Она по модулю равна той силе, которая наряду с силой трения действует на тела вдоль поверхности их соприкосновения. Максимальное значение модуля силы трения покоя равно:

$$F_{\text{тр.макс}} = \mu N,$$

где  $\mu$  — коэффициент трения;  $N$  — модуль силы нормальной реакции со стороны опоры.

Сила трения при скольжении твердых тел примерно равна максимальной силе трения покоя.

При медленном движении тела в жидкости или газе сила сопротивления среды пропорциональна скорости, а при быстром движении — квадрату скорости.

## ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Какую бы систему взаимодействующих тел мы ни рассматривали, будь то Солнечная система или сталкивающиеся билльярдные шары, координаты и скорости тел непрерывно изменяются с течением времени. В этом, разумеется, нет ничего неожиданного.

Замечательным является то, что у системы тел, на которую не действуют внешние силы (такую систему называют изолированной), имеется ряд величин, зависящих от координат и скоростей всех тел системы, которые при движении тел не изменяются со временем. Такими сохраняющимися величинами являются импульс (или количество движения), механическая энергия и момент импульса (или момент количества движения). Все они подчиняются соответствующим законам сохранения. В школьном курсе физики при изучении механики рассматриваются только два закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Роль законов сохранения в механике и в других разделах физики огромна.

Во-первых, они позволяют сравнительно простым путем, не рассматривая действующие на тела силы, решать ряд практически важных задач. Законы сохранения позволяют по первоначальному состоянию системы, не зная подробностей взаимодействия тел, определить ее конечное состояние, например, зная скорости тел до взаимодействия, определить скорости этих тел после взаимодействия. Во-вторых, и это главное, открытые в механике законы сохранения играют в природе огромную роль, далеко выходящую за рамки самой механики. Даже в тех условиях, когда законы механики Ньютона применять нельзя, законы сохранения импульса, энергии и момента импульса не теряют значения. Они применимы как к телам обычных размеров, так и к космическим телам и элементарным частицам. Именно всеобщность законов сохранения, их применимость ко всем явлениям природы, а не только к механическим делает эти законы столь значительными.

## Глава 5 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

### ИМПУЛЬС МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ДРУГАЯ ФОРМУЛИРОВКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА

Введем новую физическую величину — импульс материальной точки. Дадим другую формулировку второго закона Ньютона.

Второй закон Ньютона  $m\vec{a} = \vec{F}$  можно записать в иной форме, которая приведена самим Ньютоном в его главном труде «Математические начала натуральной философии».

Если на тело (материальную точку) действует постоянная сила, то постоянным будет и ускорение тела  $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$ ,

где  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  — начальное и конечное значения скорости тела.

Подставив это значение ускорения во второй закон Ньютона, получим

$$\frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \vec{F},$$

или

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t. \quad (5.1)$$

В этом уравнении появляется новая физическая величина — импульс тела.

**Импульсом тела** (материальной точки) называется величина, равная произведению массы тела на его скорость.

Обозначив импульс (его также называют иногда количеством движения) буквой  $\vec{p}$ , получим

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (5.2)$$

Из формулы (5.2) видно, что **импульс — векторная величина**. Так как  $m > 0$ , то импульс имеет такое же направление, как и скорость (рис. 5.1).

Обозначим через  $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$  импульс тела в начальный момент времени, а через  $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$  — его импульс в конечный момент времени. Тогда  $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{p}$  есть изменение импульса тела за время  $\Delta t$ . Теперь уравнение (5.1) можно записать так:

$$\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \quad (5.3)$$



Так как  $\Delta t > 0$ , то направления векторов  $\vec{p}$  и  $\vec{F}$  совпадают. Соглас-

Рис. 5.1

но формуле (5.3) изменение импульса тела (материальной точки) пропорционально приложенной к нему силе и имеет такое же направление, как и сила.

Именно так был впервые сформулирован второй закон Ньютона.

Произведение силы на время ее действия называют **импульсом силы**. Поэтому можно сказать, что **изменение импульса тела равно импульсу действующей на него силы**. Уравнение (5.3) показывает, что одинаковые изменения импульса могут быть получены в результате действия большой силы в течение малого интервала времени или малой силы за большой промежуток времени.

Единица импульса не имеет особого названия, а ее наименование получается из определения этой величины (см. формулу (5.2)):

$$1 \text{ ед. импульса} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$$

Для нахождения импульса тела, которое нельзя считать материальной точкой, поступают так: мысленно разбивают тело на отдельные малые элементы (материальные точки), находят импульсы полученных элементов, а потом суммируют их как векторы. Импульс тела равен сумме импульсов его отдельных элементов.

Импульс тела может быть равен нулю даже в том случае, когда оно движется. Примером может служить вращающийся вокруг неподвижной оси однородный диск. Действительно, два диаметрально противоположных, равных по массе элемента  $A$  и  $B$  имеют одинаковые по модулю скорости (рис. 5.2). Следовательно, их импульсы равны по модулю, но противоположно направлены:  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ , поэтому  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ . Такие равенства справедливы для любых двух диаметрально противоположных элементов диска.

Второй закон Ньютона может быть записан в импульсной форме: изменение импульса тела равно импульсу действующей на него силы.



1. Точка движется равномерно по окружности. Изменяется ли ее импульс?
2. Как определяется импульс тела?
3. Автомобиль трогается с места. Куда направлен вектор изменения импульса?
4. Хоккейная шайба скользит прямолинейно и замедленно. Куда направлен вектор изменения импульса?

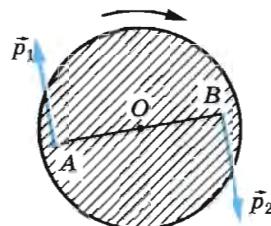


Рис. 5.2

## § 40 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Закон сохранения импульса является следствием второго и третьего законов Ньютона.

Для простоты будем считать, что система состоит всего из двух тел. Это могут быть две звезды, два бильярдных шара или два других тела.

Силы, возникающие в результате взаимодействия тела, принадлежащего системе, с телом, не принадлежащим ей, называются **внешними силами**. Если рассматривать систему,

состоящую из двух бильярдных шаров, то сила взаимодействия шаров с краем стола при ударе о него, сила трения шара о поверхность стола — внешние силы. Пусть на тела системы действуют внешние силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

Рис. 5.3

Силы, возникающие в результате взаимодействия тел, принадлежащих системе, называются **внутренними силами**. Обозначим их через  $\vec{F}_{1,2}$  и  $\vec{F}_{2,1}$  (рис. 5.3). По третьему закону Ньютона  $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ . Отсюда следует, что сумма внутренних сил всегда равна нулю:

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0. \quad (5.4)$$

Вследствие действия сил на тела системы их импульсы изменяются. Если взаимодействие рассматривается за малый промежуток времени  $\Delta t$ , то для тел системы можно записать второй закон Ньютона в виде

$$\begin{aligned}\vec{\Delta p}_1 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_{1,2})\Delta t, \\ \vec{\Delta p}_2 &= (\vec{F}_2 + \vec{F}_{2,1})\Delta t.\end{aligned}$$

Сложив эти равенства, получим

$$\vec{\Delta p}_1 + \vec{\Delta p}_2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t. \quad (5.5)$$

В левой части равенства (5.5) стоит сумма изменений импульсов всех тел системы, т. е. изменение импульса самой системы (под импульсом системы мы будем понимать геометрическую сумму импульсов всех тел системы):

$$\vec{\Delta p}_{\text{системы}} = \vec{\Delta p}_1 + \vec{\Delta p}_2. \quad (5.6)$$

Учитывая равенство (5.5), можно равенство (5.6) записать так:

$$\vec{\Delta p}_{\text{системы}} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t, \quad \vec{\Delta p}_{\text{системы}} = \vec{F}\Delta t, \quad (5.7)$$

где  $\vec{F}$  — геометрическая сумма всех внешних сил, действующих на тела системы.

Мы доказали весьма важное положение: импульс системы тел могут изменить только внешние силы, причем изменение импульса системы  $\Delta \vec{p}_{\text{системы}}$  совпадает по направлению с суммарной внешней силой. Внутренние силы изменяют импульсы отдельных тел системы, но изменить суммарный импульс системы они не могут.

Уравнение (5.7) справедливо для любого интервала времени  $\Delta t$ , если сумма внешних сил остается постоянной.

Из уравнения (5.7) вытекает закон сохранения импульса. Если внешние силы на систему не действуют или их сумма равна нулю, то  $\Delta \vec{p} = 0$  и импульс системы остается неизменным, или, как говорят, сохраняется:

$$\vec{p}_{\text{системы}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{const.} \quad (5.8)$$

**Закон сохранения импульса** формулируется так: *если сумма внешних сил равна нулю, то импульс системы тел сохраняется*. Иначе говоря, в этом случае тела могут только обмениваться импульсами, суммарное же значение импульса не изменяется.

Импульс, очевидно, сохраняется в изолированной системе тел, так как в этой системе на тела вообще не действуют внешние силы. Но область применения закона сохранения импульса шире: если даже на тела системы действуют внешние силы, но их сумма равна нулю (т. е. система является замкнутой), то импульс системы все равно сохраняется.

Полученный результат справедлив для системы, содержащей произвольное число тел:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 + m_3 \vec{u}_3 + \dots, \quad (5.9)$$

где  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots$  — скорости тел в начальный момент времени;  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots$  — скорости тел в конечный момент.

Так как импульс — векторная величина, то уравнение (5.9) представляет собой компактную запись трех уравнений для проекций импульсов системы на оси координат.

Если сумма внешних сил не равна нулю, но сумма проекций сил на какое-то направление равна нулю, то проекция суммарного импульса системы на это направление не меняется. Например, систему тел на Земле или вблизи поверхности Земли нельзя считать изолированной, так как на тела действует внешняя сила — сила тяжести. Однако вдоль горизонтального направления сила тяжести не действует и сумма проекций импульсов тел на это направление будет оставаться неизменной, если действием сил трения можно пренебречь.

В изолированной системе тел импульс системы сохраняется. Также он может сохраняться в случае, если сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю.



1. Сформулируйте закон сохранения импульса.
2. В каких случаях можно применять закон сохранения импульса?
3. В лежащий на гладком столе бруск попадает пуля, летящая горизонтально. Почему для нахождения скорости бруска с пулей можно применять закон сохранения импульса, хотя на бруск и пулю действуют внешние силы: сила тяжести, нормальная сила реакции стола?

## § 41 РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Большое значение закон сохранения импульса имеет для исследования реактивного движения. Под реактивным движением понимают движение тела, возникающее при отделении некоторой его части с определенной скоростью относительно него, например при истечении продуктов сгорания из сопла реактивного летательного аппарата. При этом появляется так называемая **реактивная сила**, толкающая тело.

Наблюдать реактивное движение можно очень просто. Надуйте детский резиновый шарик и отпустите его. Шарик стремительно полетит (рис. 5.4). Движение, правда, будет кратковременным. Реактивная сила действует лишь до тех пор, пока продолжается истечение воздуха. Главная особенность реактивной силы в том, что она возникает в результате взаимодействия частей системы без какого-либо взаимодействия с внешними телами. В нашем примере шарик летит за счет взаимодействия с вытекающей из него струей воздуха. Сила же, сообщающая ускорение пешеходу на земле, пароходу на воде или винтовому самолету в воздухе, возникает только за счет взаимодействия этих тел с землей, водой или воздухом.

**Реактивные двигатели.** В настоящее время в связи с освоением космического пространства получили широкое распространение реактивные двигатели.

Применяются они также в метеорологических и военных ракетах различного радиуса действия. Все современные скоростные самолеты оснащены реактивными двигателями.

В космическом пространстве использовать какие-либо другие двигатели, кроме реактивных, невозможно, так как там нет опоры



Рис. 5.4

(твердой, жидкой или газообразной), отталкиваясь от которой космический корабль мог бы получать ускорение. Применение же реактивных двигателей в самолетах и ракетах, не выходящих за пределы атмосферы, связано с тем, что именно реактивные двигатели способны обеспечить необходимую скорость полета.

Реактивные двигатели делятся на два основных класса: ракетные и воздушно-реактивные.

В ракетных двигателях горючее и необходимый для его горения окислитель находятся непосредственно внутри двигателя или в его топливных баках. На рисунке 5.5 показана схема ракетного двигателя на твердом топливе.

Порох или какое-либо другое топливо, содержащее и горючее, и окислитель, помещают внутрь камеры горения двигателя. При сгорании топлива образуются газы, имеющие очень высокую температуру и оказывающие давление на стенки камеры. Газы вырываются из сопла ракеты с большой скоростью, в результате чего, в соответствии с законом сохранения импульса, ракета приобретает скорость в противоположном направлении. Импульс системы ракеты — продукты сгорания остается равным нулю. Так как масса ракеты уменьшается, то даже при постоянной скорости истечения газов ее скорость будет увеличиваться, постепенно достигая максимального значения.

Сужение камеры горения (сопла) приводит к увеличению скорости истечения продуктов сгорания, так как через меньшее поперечное сечение в единицу времени должен пройти газ той же массы, что и через большее поперечное сечение. Движение ракеты — это пример движения тела с переменной массой. Для расчета ее скорости используют не второй закон Ньютона, а закон сохранения импульса.

Применяются также ракетные двигатели, работающие на жидком топливе. В жидкостно-реактивных двигателях (ЖРД) в качестве горючего можно использовать керосин, бензин, спирт, анилин, жидкий водород и др., а в качестве окислителя, необходимого для горения, — жидкий кислород, азотную кислоту, жидкий фтор, перекись водоро-

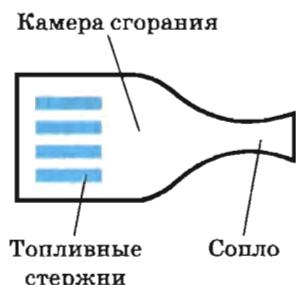


Рис. 5.5

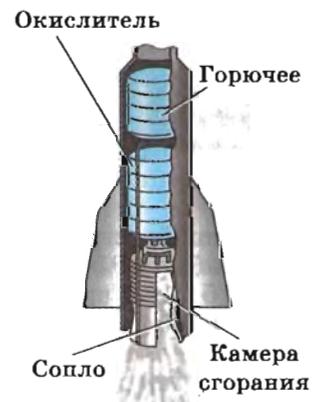


Рис. 5.6

да и др. Горючее и окислитель хранятся отдельно в специальных баках и с помощью насосов подаются в камеру сгорания, где температура повышается до  $3000^{\circ}\text{C}$ , а давление — до 50 атм (рис. 5.6). В остальном двигатель работает так же, как и двигатель на твердом топливе.

Жидкостно-реактивные двигатели используются для запуска космических кораблей.

Воздушно-реактивные двигатели в настоящее время применяют главным образом в самолетах. Основное их отличие от ракетных двигателей состоит в том, что окислителем для горения топлива служит кислород воздуха, поступающего внутрь двигателя из атмосферы.

Реактивными двигателями оснащены не только ракеты, но и большая часть современных самолетов.

## § 42

### УСПЕХИ В ОСВОЕНИИ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

Основы теории реактивного двигателя и научное доказательство возможности полетов в межпланетном пространстве были впервые высказаны и разработаны русским ученым К. Э. Циолковским в работе «Исследование мировых пространств реактивными приборами».

К. Э. Циолковскому принадлежит также идея применения многоступенчатых ракет. Отдельные ступени, из которых составлена ракета, снабжаются собственными двигателями и запасом топлива. По мере сгорания топлива

каждая очередная ступень отделяется от ракеты. Поэтому в дальнейшем на ускорение корпуса этой ступени и ее двигателя топливо не расходуется.

Идея Циолковского о сооружении большой станции-спутника на орбите вокруг Земли, с которой будут стартовать ракеты к другим планетам Солнечной системы, еще не осуществлена, но нет сомнения в том, что рано или поздно такая станция будет создана.

Нашей стране принадлежит великая честь запуска 4 октября 1957 г. первого искусственного спутника Земли (рис. 5.7). Также впервые в нашей стране 12 апреля 1961 г. был осуществлен полет космического корабля с космонавтом Ю. А. Гагариным на борту.

Этот и другие полеты были совершены на ракетах, сконструированных отечественными учеными и инженерами под руководством С. П. Королева.

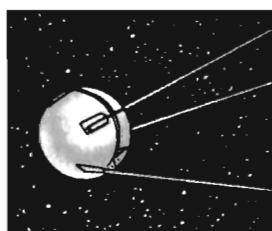


Рис. 5.7

### **Циолковский Константин Эдуардович**

(1857—1935) — русский ученый и изобретатель в области аэродинамики, ракетодинамики, теории самолета и дирижабля; основоположник современной космонавтики. Он первый показал возможность достижения космических скоростей и высказал идею создания околоземных станций.



### **Королев Сергей Павлович**

(1906—1966) — советский ученый, конструктор ракетно-космических систем. Научные и технические идеи Королева получили широкое применение в ракетной и космической технике. Под его руководством созданы многие баллистические и геофизические ракеты, ракеты-носители и пилотируемые космические корабли «Восток» и «Восход», на которых впервые в истории совершенены космический полет человека и выход человека в космическое пространство.



### **Гагарин Юрий Алексеевич**

(1934—1968) — летчик-космонавт, первый человек, совершивший полет в космос. Впервые в мире 12 апреля 1961 г. он совершил полет в космос на космическом корабле-спутнике «Восток», облетев земной шар за 1 ч 48 мин.



Большой вклад в исследование космического пространства внесли также американские ученые, инженеры и астронавты. Два американских астронавта из экипажа космического корабля «Аполлон-11» — Н. Армстронг и Э. Олдрин — 20 июля 1969 г. впервые совершили посадку на Луну. На космическом теле Солнечной системы человеком были сделаны первые шаги.

С выходом человека в космос не только открылись возможности исследования других планет, но и представились поистине фантастические возможности изучения природных явлений и ресурсов Земли, о которых можно было только мечтать. Возникло космическое природоведение. Раньше общая карта Земли составлялась по крупицам, как мозаичное панно. Теперь снимки с орбиты, охватывающие миллионы квадратных километров, позволяют выбирать для исследования наиболее интересные участки земной поверхности, экономя тем самым силы и средства.

Из космоса лучше различаются крупные геологические структуры: плиты, глубинные разломы земной коры — места наиболее вероятного залегания полезных ископаемых. Из космоса удалось обнаружить новый тип геологических образований — кольцевые структуры, подобные кратерам Луны и Марса.

Сейчас на орбитальных комплексах разработаны технологии получения материалов, которые нельзя изготовить на Земле, а можно только в состоянии длительной невесомости в космосе. Стоимость этих материалов (сверхчистые монокристаллы и др.) близка к затратам на запуск космических аппаратов.

Орбитальные аппараты в настоящее время используются не только для научных исследований космического пространства, но и для биологических, медицинских исследований, получения новых материалов.



1. Может ли парусная лодка приводиться в движение с помощью компрессора, установленного на ней, если струя воздуха направлена на паруса? Что произойдет, если поток воздуха будет направлен мимо парусов?
2. Может ли ракета двигаться в пустоте?
3. Как возникает реактивная сила?
4. Осьминоги и каракатицы перемещаются со скоростью до 60 км/ч, периодически выбрасывая вбираемую в себя воду. По какому принципу перемещаются эти животные?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Закон сохранения импульса целесообразно применять для решения тех задач, в которых требуется определить скорость, а не силу или ускорение.

Для решения задачи нужно записать этот закон в векторной форме:  $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 + \dots$ , где  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  и т. д. — скорости тел системы до взаимодействия, а  $\vec{u}_1$ ,  $\vec{u}_2$  и т. д. — их скорости после взаимодействия.

После этого векторное уравнение записывается в проекциях на оси выбранной системы координат. Выбор направления осей диктуется удобством решения задачи. Если, например, все тела движутся вдоль одной прямой, то координатную ось целесообразно направить вдоль этой прямой.

При решении некоторых задач приходится использовать дополнительно уравнения кинематики.

**1.** Два шара, массы которых  $m_1 = 0,5$  кг и  $m_2 = 0,2$  кг, движутся по гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 1$  м/с и  $v_2 = 4$  м/с. Определите их скорость  $v$  после центрального абсолютно неупругого удара.

*Абсолютно неупругим ударом* называется взаимодействие тел, после которого тела движутся с одинаковыми скоростями.

**Решение.** Ось  $OX$  направим вдоль линии, проходящей через центры движущихся шаров по направлению скорости  $v_1$ .

После абсолютно неупругого удара шары движутся с одной и той же скоростью  $v_x$ . Так как вдоль оси  $OX$  внешние силы не действуют (трения нет), то сумма проекций импульсов на эту ось сохраняется (сумма проекций импульсов обоих шаров до удара равна проекции общего импульса системы после удара):

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x.$$

Так как  $v_{1x} = v_1$ , а  $v_{2x} = -v_2$ , то

$$v_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \approx -0,4 \text{ м/с.}$$

После удара шары будут двигаться в отрицательном направлении оси  $OX$  со скоростью 0,4 м/с.

**2.** Два пластилиновых шарика, отношение масс которых  $m_2/m_1 = 4$ , после соударения слиплись и стали двигаться по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью  $\vec{u}$  (рис. 5.8, вид сверху). Определите скорость легкого шарика до соударения, если он двигался в 3 раза быстрее тяжелого ( $v_1 = 3v_2$ ), а направления движения шариков были взаимно перпендикулярны. Трением пренебречь.

**Решение.** Так как скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  шариков взаимно перпендикулярны, то оси прямоугольной системы координат удобно направить параллельно этим скоростям.

Согласно закону сохранения импульса имеем

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}.$$

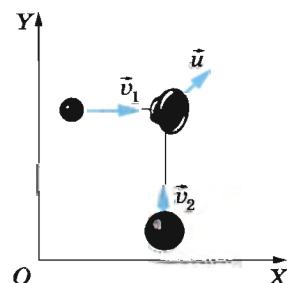


Рис. 5.8

Запишем это уравнение в проекциях на оси  $OX$  и  $OY$ , проведенные так, как показано на рисунке 5.8:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) u_x,$$

$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = (m_1 + m_2) u_y.$$

Так как  $v_{1x} = v_1$ ,  $v_{2x} = 0$ ,  $v_{1y} = 0$ ,  $v_{2y} = v_2$ , то

$$u_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{3}{5} v_2, \quad u_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4}{5} v_2.$$

Модуль скорости  $\vec{u}$  равен:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = v_2.$$

Итак,  $v_2 = u$ , следовательно,  $v_1 = 3u$ .



## УПРАЖНЕНИЕ 8

- Неподвижный вагон массой  $2 \cdot 10^4$  кг сцепляется с платформой массой  $3 \cdot 10^4$  кг. До сцепки платформа имела скорость 1 м/с. Чему равна скорость вагона и платформы после их сцепки?
- На плот массой 100 кг, имеющий скорость 1 м/с, направленную вдоль берега, прыгает человек массой 50 кг со скоростью 1,5 м/с перпендикулярно берегу. Какой будет общая скорость плота и человека?
- Будет ли увеличиваться скорость ракеты, если скорость истечения газов относительно ракеты меньше скорости самой ракеты и вытекающие из сопла газы летят вслед за ракетой?
- Охотник стреляет с легкой надувной лодки. Какую скорость приобретет лодка в момент выстрела, если масса охотника 70 кг, масса дроби 35 г и средняя начальная скорость дробинок равна 320 м/с? Ствол ружья во время выстрела образует с горизонтом угол  $60^\circ$ .

## Глава 5. КРАТКИЕ ИТОГИ

Из второго и третьего законов Ньютона вытекает важное следствие — закон сохранения импульса.

Импульс тела массой  $m$ , имеющего скорость  $\vec{v}$ , равен:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс системы тел равен геометрической сумме импульсов всех тел, входящих в систему.

В замкнутой системе тел импульс системы сохраняется.

## Глава 6 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Энергия — самая важная сохраняющаяся величина не только в механике. Энергия тесно связана с работой. Мы начнем с изучения работы силы.

### § 43 РАБОТА СИЛЫ

Все наши ежедневные действия сводятся к тому, что мы с помощью мышц либо приводим в движение окружающие тела и поддерживаем это движение, либо же останавливаем движущиеся тела.

Этими телами являются орудия труда (молоток, ручка, пила), в играх — мячи, шайбы, шахматные фигуры. На производстве и в сельском хозяйстве люди также приводят в движение орудия труда. Правда, в настоящее время роль рабочего все больше и больше сводится к управлению механизмами. Но в любой машине можно обнаружить подобие простых орудий ручного труда. В швейной машинке имеется игла, резец токарного станка подобен рубанку, ковш экскаватора заменяет лопату.

**Двигатели.** Применение машин во много раз увеличивает производительность труда благодаря использованию в них двигателей.

Назначение любого двигателя в том, чтобы приводить тела в движение и поддерживать это движение, несмотря на торможение как обычным трением, так и «рабочим» сопротивлением (резец должен не просто скользить по металлу, а, врезаясь в него, снимать стружку; плуг должен взрыхлять землю и т. д.). При этом на движущееся тело должна действовать со стороны двигателя сила, точка приложения которой перемещается вместе с телом.

**Бытовое представление о работе.** Когда человек (или какой-либо двигатель) действует с определенной силой на движущееся тело, то мы говорим, что он совершает работу. Это бытовое представление о работе легло в основу формирования одного из важнейших понятий механики — понятия работы силы.

Работа совершается в природе всегда, когда на какое-либо тело в направлении его движения или против него действует сила (или несколько сил) со стороны другого тела (других тел). Так, сила тяготения совершает работу при падении капель дождя или камня с обрыва. Одновременно совершают работу и силы трения, действующие на падающие капли или на камень со стороны воздуха. Совершает работу и сила упругости, когда распрямляется согнутое ветром дерево.

**Определение работы.** Второй закон Ньютона в форме  $\vec{\Delta p} = \vec{F} \Delta t$  позволяет определить, как меняется скорость тела  $\vec{v}$  по модулю и направлению, если на него в течение времени  $\Delta t$  действует сила  $\vec{F}$ .

Во многих случаях важно уметь вычислять изменение скорости по модулю, если при перемещении тела на  $\vec{\Delta r}$  на него действует сила  $\vec{F}$ . Воздействия на тела сил, приводящих к изменению модуля их скорости, характеризуются величиной, зависящей как от сил, так и от перемещений тел. Эту величину в механике называют **работой силы**.

В общем случае при движении твердого тела перемещения его разных точек различны, но при определении работы силы мы под  $\vec{\Delta r}$  понимаем перемещение ее точки приложения. При поступательном движении твердого тела перемещение всех его точек совпадает с перемещением точки приложения силы.

Сила, перпендикулярная скорости (а следовательно, и перемещению  $\vec{\Delta r}$ ), изменяет скорость только по направлению, но не по модулю. (При равномерном движении по окружности ускорение тела, а следовательно, и действующая на него сила перпендикулярны скорости.)

Изменение скорости по модулю возможно лишь в том случае, когда проекция силы на направление перемещения тела  $F_r$  отлична от нуля. Именно эта проекция определяет действие силы, изменяющей скорость тела по модулю. Она совершает работу. Поэтому работу можно рассматривать как произведение проекции  $F_r$  на модуль перемещения  $|\vec{\Delta r}|$  (рис. 6.1):

$$A = F_r |\vec{\Delta r}|. \quad (6.1)$$

Если угол между силой и перемещением обозначить через  $\alpha$ , то  $F_r = F \cos \alpha$ . Следовательно, работа равна:

$$A = F |\vec{\Delta r}| \cos \alpha. \quad (6.2)$$

**Работа силы равна произведению модулей силы и перемещения точки приложения силы и косинуса угла между ними.**

Формула (6.1) справедлива в том случае, когда сила постоянна и перемещение тела происходит вдоль прямой. В случае криволинейной траектории и переменной силы мы разделяем траекторию на малые отрезки, которые

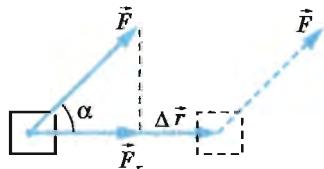


Рис. 6.1

можно считать прямолинейными, а силу на них постоянной.

Работа, в отличие от силы и перемещения, является не векторной, а скалярной величиной. Она может быть положительной, отрицательной или равной нулю.

Знак работы определяется знаком косинуса угла между силой и перемещением. Если  $\alpha < 90^\circ$ , то  $A > 0$ , так как косинус острого угла положителен. При  $\alpha > 90^\circ$  работа отрицательна, так как косинус тупых углов отрицателен. При  $\alpha = 90^\circ$  (сила перпендикулярна перемещению) работа не совершается. Так, сила тяжести не совершает работу при перемещении тела по горизонтальной плоскости. При движении спутника по круговой орбите сила тяготения также не совершает работу.

Если на тело действует несколько сил, то проекция результирующей силы на перемещение равна сумме проекций отдельных сил:

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} + \dots$$

Поэтому для работы результирующей силы получаем

$$A = F_{1r} |\Delta \vec{r}| + F_{2r} |\Delta \vec{r}| + \dots = A_1 + A_2 + \dots \quad (6.3)$$

Итак, если на тело действует несколько сил, то полная работа (сумма работ всех сил) равна работе результирующей силы.

Совершенную силой работу можно представить графически. Поясним это, изобразив на рисунке зависимость проекции силы от координаты тела при его движении по прямой.

Пусть тело движется вдоль оси  $Ox$  (рис. 6.2), тогда

$$F \cos \alpha = F_x, \quad |\Delta \vec{r}| = \Delta x.$$

Для работы силы получаем

$$A = F |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = F_x \Delta x.$$

Очевидно, что площадь прямоугольника, заштрихованного на рисунке 6.3, численно равна работе при перемещении тела из точки с координатой  $x_1$  в точку с координатой  $x_2$ .

**Единица работы.** Единицу работы можно установить с помощью основной формулы (6.2). Если при перемещении тела на единицу длины на него действует сила, модуль которой равен единице, и направление силы совпадает с направлением перемещения ( $\alpha = 0$ ), то и ра-

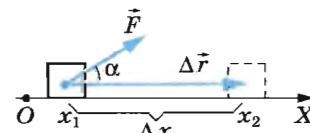


Рис. 6.2

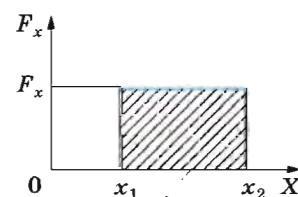


Рис. 6.3

бота будет равна единице. В Международной системе единиц (СИ) работа измеряется в джоулях (обозначается Дж):

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Итак, джоуль — это работа, совершаемая силой 1 Н на перемещении 1 м, если направления силы и перемещения совпадают.

Часто используют кратную единицу работы — килоджоуль:

$$1 \text{ кДж} = 1000 \text{ Дж}.$$

Приведено определение работы силы  $\vec{F}$  при перемещении тела на  $\vec{\Delta r}$ , составляющем угол  $\alpha$  с направлением силы:  $A = \vec{F} |\vec{\Delta r}| \cos \alpha$ .



1. Дайте определение работы в механике.
2. Может ли совершать работу сила трения покоя?
3. Всегда ли сила трения скольжения совершает отрицательную работу?
4. В каких единицах измеряется работа?

## § 44 МОЩНОСТЬ

Очень часто важно знать не только работу, но и время, в течение которого она произведена. Поэтому надо ввести еще одну величину — мощность.

Работа может быть совершена как за большой промежуток времени, так и за очень малый. На практике, однако, далеко не безразлично, быстро или медленно может быть произведена работа. Временем, в течение которого совершается работа, определяют производительность любого двигателя. Очень большую работу может совершить и крошечный электромоторчик, но для этого понадобится много времени. Потому наряду с работой вводят величину, характеризующую быстроту, с которой она производится, — мощность.

Мощностью называют отношение работы  $A$  к интервалу времени  $\Delta t$ , за который эта работа совершена:

$$N = \frac{A}{\Delta t}. \quad (6.4)$$

Иными словами, мощность численно равна работе, совершенной в единицу времени.

Подставляя в формулу (6.4) вместо работы  $A$  ее выражение (6.2), получим

$$N = F \frac{|\vec{\Delta r}|}{\Delta t} \cos \alpha = Fv \cos \alpha. \quad (6.5)$$

Таким образом, мощность равна произведению модуля вектора силы на модуль вектора скорости и на косинус угла между направлениями этих векторов.

Понятие мощности вводится для оценки работы за единицу времени, совершающейся каким-либо механизмом (насосом, подъемным краном, мотором машины и т. д.). Поэтому в формулах (6.4) и (6.5) под  $\vec{F}$  всегда подразумевается сила тяги.

В СИ мощность выражается в ваттах (Вт). Мощность равна 1 Вт, если работа 1 Дж совершается за 1 с.

Наряду с ваттом используются более крупные (кратные) единицы мощности:

$$\begin{aligned}1 \text{ гВт (гектоватт)} &= 100 \text{ Вт}, \\1 \text{ кВт (киловатт)} &= 1000 \text{ Вт}, \\1 \text{ МВт (мегаватт)} &= 1\,000\,000 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

Мощность можно повысить как за счет увеличения действующих сил, так и за счет увеличения скорости движения.

## § 45 ЭНЕРГИЯ

Если система тел может совершить работу, то мы говорим, что она обладает энергией.

Для совершения работы необходимо, чтобы на движущееся тело действовала та или иная сила. Тепловые двигатели обеспечивают действие силы до тех пор, пока не кончится топливо, а электродвигатель — до тех пор, пока к нему подводится ток. Однако эти двигатели представляют собой сложные системы и в механике не изучаются.

Рассмотрим простые системы движущихся тел, взаимодействующих между собой посредством сил тяготения и способных в той или иной мере деформироваться. (Пружина или резиновый шнур деформируются значительно, а камень, дерево, металл — столь мало, что их деформациями обычно можно пренебречь.) Будем считать, что никаких химических превращений тел не происходит и что в системе нет заряженных тел и электрических токов. Тогда легко обнаружить, что поднятые над землей грузы, а также устройства, имеющие сжатые пружины, способны действовать на движущееся тело и совершать работу лишь в течение определенного промежутка времени. Рано или поздно пружина распрямится, а груз опустится на землю и силы перестанут совершать работу.

*Совершение работы не проходит для системы тел бесследно.* Рассмотрим, например, часы с пружинным заводом. При заводе часов состояние системы (часового ме-

низма) меняется так, что она приобретает способность совершать работу в течение длительного времени. Пружина поддерживает движение всех колес, стрелок и маятника, испытывающих сопротивление движению, вызванное трением. По мере хода часов способность пружины совершать работу постепенно утрачивается. Состояние пружины меняется.

Подобным образом при совершении работы меняется состояние сжатого газа и скоростей движущихся тел.

**Энергия характеризует способность тела (или системы тел) совершать работу.**

Совершая механическую работу, тело или система тел переходят из одного состояния в другое, в котором их энергия минимальна. Груз опускается, пружина распрямляется, движущееся тело останавливается. При совершении работы энергия постепенно расходуется. Для того чтобы система опять приобрела способность совершать работу, надо изменить ее состояние: увеличить скорости тел, поднять тела вверх или деформировать. Для этого внешние силы должны совершить над системой положительную работу.

Энергия в механике — величина, определяемая состоянием системы — положением тел и их скоростями; изменение энергии при переходе системы из одного состояния в другое равно работе внешних сил.

## § 46 КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И ЕЕ ИЗМЕНЕНИЕ

В механике состояние системы определяется положением тел и их скоростями. Сначала выясним, как энергия тел зависит от их скоростей.

Подсчитаем работу постоянной силы  $\vec{F}$ , действующей на тело (материальную точку) массой  $m$  при его прямолинейном движении. Пусть направление силы совпадает с направлением скорости тела. В этом случае направления вектора перемещения  $\Delta\vec{r}$  и вектора силы совпадают (рис. 6.4). Поэтому работа силы  $\vec{F}$  равна:

$$A = F |\Delta\vec{r}|.$$

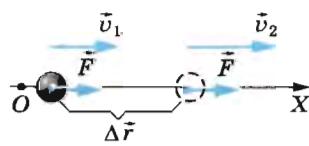


Рис. 6.4

Выберем координатную ось  $OX$  так, чтобы векторы  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  и  $\Delta\vec{r}$  были направлены в сторону положительного направления этой оси. Тогда  $\Delta r_x = \Delta x$ , и формулу для работы можно записать так:

$$A = F \Delta x. \quad (6.6)$$

Согласно второму закону Ньютона

$$F = ma. \quad (6.7)$$

Так как точка движется с постоянным ускорением, то изменение ее координаты  $\Delta x$  при переходе из начального положения в конечное можно найти по известной нам из кинематики формуле

$$\Delta x = v_1 t + \frac{at^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}, \quad (6.8)$$

где

$$v_2 = v_1 + at.$$

Подставляя формулу (6.8) в формулу (6.6), получим

$$A = ma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (6.9)$$

Можно показать, что формула (6.9), выведенная для случая прямолинейного движения тела, на которое действует постоянная сила, справедлива и в тех случаях, когда на тело действует переменная сила и оно движется по криволинейной траектории.

Таким образом, работа силы при перемещении тела из начального положения в конечное равна изменению величины  $\frac{mv^2}{2}$ .

Величина  $\frac{mv^2}{2}$  представляет собой энергию, которую имеет тело, движущееся со скоростью  $\vec{v}$ . Эту энергию называют **кинетической** (от греческого слова «кинема» — движение).

Как видим, **кинетическая энергия** тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости.

Будем обозначать кинетическую энергию буквой  $E_k$ :

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (6.10)$$

Энергия измеряется, в тех же единицах, что и работа. Учитывая равенство (6.10), можно уравнение (6.9) записать так:

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k. \quad (6.11)$$

Равенство (6.11) выражает теорему об изменении кинетической энергии: **изменение кинетической энергии тела (материальной точки) за некоторый промежуток времени равно работе, совершенной за то же время силой, действующей на тело**. Если на тело действует несколько сил, то изменение его кинетической энергии равно сумме работ всех сил, действующих на тело.

Кинетическая энергия тел зависит только от их масс и скоростей. Как мы увидим дальше, полная механическая энергия системы зависит от скоростей тел и расстояний между ними. Для того чтобы вычислить ту часть энергии, которая зависит от расстояний между телами, нужно предварительно рассмотреть вопрос о работе силы тяжести и силы упругости.

Движущееся тело обладает кинетической энергией. Эта энергия равна работе, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость тела от нуля до значения  $v$ .



1. Как выглядит график изменения кинетической энергии тела в зависимости от модуля его скорости? Начертите его.
2. Какую работу совершила сила, действующая на тело, если направление его скорости изменилось на противоположное, а модуль ее остался без изменения?
3. Три тела массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  имеют скорости  $v_1$ ,  $v_2$  и  $v_3$ , направленные под углом друг к другу. Запишите выражение для кинетической энергии системы этих трех тел.
4. Зависит ли кинетическая энергия тела от выбора системы отсчета?

## § 47 РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Вычислим работу, используя в этот раз не второй закон Ньютона, а явное выражение для сил взаимодействия между телами в зависимости от расстояний между ними. Это позволит нам ввести понятие потенциальной энергии — энергии, зависящей не от скоростей тел, а от расстояний между телами (или от расстояний между частями одного и того же тела).

Вычислим сначала работу силы тяжести при падении тела (например, камня) вертикально вниз. В начальный момент времени тело находилось на высоте  $h_1$  над поверхностью Земли, а в конечный момент времени — на высоте  $h_2$  (рис. 6.5). Модуль перемещения тела  $|\vec{\Delta r}| = h_1 - h_2$ .

Направления векторов силы тяжести  $\vec{F}_t$  и перемещения  $\vec{\Delta r}$  совпадают. Согласно определению работы (см. формулу (6.2)) имеем

$$A = F_t |\vec{\Delta r}| \cos 0^\circ = mg (h_1 - h_2) = mg h_1 - mg h_2. \quad (6.12)$$

Пусть теперь тело бросили вертикально вверх из точки, расположенной на высоте  $h_1$  над поверхностью Земли, и оно достигло высоты  $h_2$  (рис. 6.6). Векторы  $\vec{F}_t$  и  $\vec{\Delta r}$

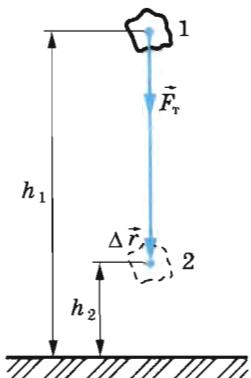


Рис. 6.5

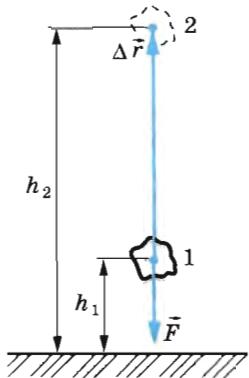


Рис. 6.6

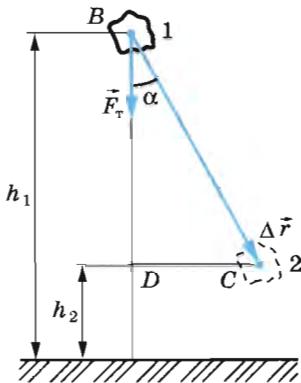


Рис. 6.7

направлены в противоположные стороны, а модуль перемещения  $|\vec{\Delta r}| = h_2 - h_1$ . Работу силы тяжести запишем так:

$$A = F_t |\vec{\Delta r}| \cos 180^\circ = mg (h_2 - h_1) (-1) = \\ = mgh_1 - mgh_2. \quad (6.13)$$

Если же тело перемещается по прямой так, что направление перемещения составляет угол  $\alpha$  с направлением силы тяжести (рис. 6.7), то работу силы тяжести равна:

$$A = F_t |\vec{\Delta r}| \cos \alpha = mg |BC| \cos \alpha.$$

Из прямоугольного треугольника  $BCD$  видно, что  $|BC| \cos \alpha = BD = h_1 - h_2$ . Следовательно,

$$A = mg (h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \quad (6.14)$$

Формулы (6.12), (6.13), (6.14) дают возможность подметить важную закономерность. При прямолинейном движении тела работа силы тяжести в каждом случае равна разности двух значений величины, зависящей от положений тела в начальный и конечный моменты времени. Эти положения определяются высотами  $h_1$  и  $h_2$  тела над поверхностью Земли.

Более того, работа силы тяжести при перемещении тела массой  $m$  из одного положения в другое не зависит от формы траектории, по которой движется тело. Действительно, если тело перемещается вдоль кривой  $BC$  (рис. 6.8), то, представив эту кривую в виде ступенчатой линии, состоящей из вертикальных и горизонтальных участков малой длины, увидим, что на горизонтальных участках работа силы тяжести равна нулю, так как сила перпендикулярна перемещению, а сумма работ на вертикальных участках равна работе, которую совершила бы сила тяжести при перемещении тела по вертикальному отрезку длиной  $h_1 - h_2$ .

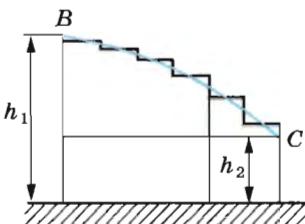


Рис. 6.8

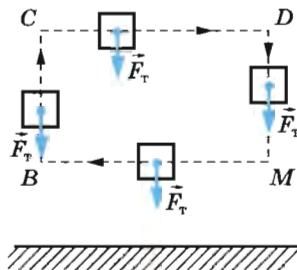


Рис. 6.9

Таким образом, работа при перемещении вдоль кривой  $BC$  равна:

$$A = mgh_1 - mgh_2. \quad (6.15)$$

При движении тела по замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю. В самом деле, пусть тело движется по замкнутому контуру  $BCDMB$  (рис. 6.9). На участках  $BC$  и  $DM$  сила тяжести  $F_t$  совершает работы, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку. Сумма этих работ равна нулю. Следовательно, равна нулю и работа силы тяжести на всем замкнутом контуре.

Силы, обладающие такими свойствами, называют **консервативными**.

Итак, работа силы тяжести не зависит от формы траектории тела; она определяется лишь начальным и конечным положениями тела. При перемещении тела по замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю.

## § 48 РАБОТА СИЛЫ УПРУГОСТИ

Подобно силе тяжести, сила упругости тоже является консервативной. Чтобы убедиться в этом, вычислим работу, которую совершают пружина при перемещении груза.

На рисунке 6.10, *a* показана пружина, у которой один конец закреплен неподвижно, а к другому концу прикреплен шар. Если пружина растянута, то она действует на шар с силой  $\vec{F}_1$  (рис. 6.10, *б*), направленной к положительному равновесия шара, в котором пружина не деформирована. Начальное удлинение пружины равно  $\Delta l_1$ . Вычислим работу силы упругости при перемещении шара из точки с координатой  $x_1$  в точку с координатой  $x_2$ . Из рисунка 6.10, *в* видно, что модуль перемещения равен:

$$|\Delta \vec{r}| = x_1 - x_2 = \Delta l_1 - \Delta l_2, \quad (6.16)$$

где  $\Delta l_2$  — конечное удлинение пружины.

Вычислить работу силы упругости по формуле (6.2) нельзя, так как эта формула справедлива лишь для постоянной силы, а сила упругости при изменении деформации пружины не остается постоянной. Для вычисления работы силы упругости воспользуемся графиком зависимости модуля силы упругости от координаты шара (рис. 6.11).

В § 43 мы показали, что при постоянном значении проекции силы на перемещение точки приложения силы ее работа может быть определена по графику зависимости  $F_x$  от  $x$  и что эта работа численно равна площади прямоугольника. При произвольной зависимости  $F_x$  от  $x$ , разбивая перемещение на малые отрезки, в пределах каждого из которых силу можно считать постоянной, увидим, что работа будет численно равна площади трапеции.

В нашем примере работа силы упругости на перемещении точки ее приложения  $|\vec{\Delta r}| = x_1 - x_2$  численно равна площади трапеции  $BCDM$ . Следовательно,

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2} (x_1 - x_2) = \frac{F_1 + F_2}{2} |\vec{\Delta r}|. \quad (6.17)$$

Согласно закону Гука  $F_1 = k\Delta l_1$  и  $F_2 = k\Delta l_2$ . Подставляя эти выражения для сил в уравнение (6.17) и учитывая, что  $|\vec{\Delta r}| = \Delta l_1 - \Delta l_2$ , получим

$$A = \frac{k\Delta l_1 + k\Delta l_2}{2} (\Delta l_1 - \Delta l_2) = \frac{k [(\Delta l_1)^2 - (\Delta l_2)^2]}{2}.$$

Или окончательно

$$A = \frac{k(\Delta l_1)^2}{2} - \frac{k(\Delta l_2)^2}{2}. \quad (6.18)$$

Мы рассмотрели случай, когда направления силы упругости и перемещения тела совпадали:  $\Delta l_1 > \Delta l_2$ ,  $A > 0$ . Но можно было бы найти работу силы упругости, когда ее направление противоположно перемещению тела или составляет с ним произвольный угол, а также при перемещении тела вдоль кривой произвольной формы.

Во всех этих случаях движения тела под действием силы упругости мы пришли бы к той же формуле для ра-

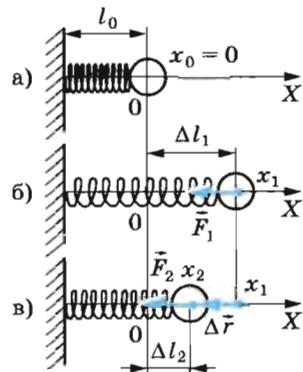


Рис. 6.10

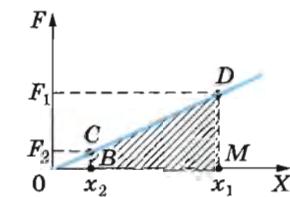


Рис. 6.11

боты (6.18). Работа сил упругости зависит лишь от деформаций пружины  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  в начальном и конечном состояниях.

Таким образом, работа силы упругости не зависит от формы траектории и, так же как и сила тяжести, сила упругости является консервативной.



1. Чему равна работа силы упругости при перемещении тела по замкнутой траектории?
2. Какие силы называют консервативными?

## § 49 ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Используя второй закон Ньютона, мы доказали (см. § 46), что в случае движущегося тела работа сил любой природы может быть представлена в виде разности двух значений некоторой величины, зависящей от скорости тела, — разности между значениями кинетической энергии тела в конечный и начальный моменты времени:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_k. \quad (6.19)$$

Если же силы взаимодействия между телами являются консервативными, то, используя явные выражения для сил, мы показали (см. § 47 и 48), что работу таких сил можно также представить в виде разности двух значений некоторой величины, зависящей от взаимного расположения тел (или частей одного тела):

$$\begin{aligned} A &= mgh_1 - mgh_2 \text{ (для силы тяжести),} \\ A &= \frac{k\Delta l_1^2}{2} - \frac{k\Delta l_2^2}{2} \text{ (для силы упругости).} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Здесь высоты  $h_1$  и  $h_2$  определяют взаимное расположение тела и Земли, а удлинения  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  — взаимное расположение витков деформированной пружины (или значения деформаций другого упругого тела).

Величину, равную произведению массы тела  $m$  на ускорение свободного падения  $g$  и на высоту  $h$  тела над поверхностью Земли, называют **потенциальной энергией взаимодействия тела и Земли** (от латинского слова «потенция» — положение, возможность).

Условимся обозначать потенциальную энергию буквой  $E_n$ :

$$E_n = mgh. \quad (6.21)$$

Величину, равную половине произведения коэффициента упругости  $k$  тела на квадрат деформации  $\Delta l$ , называют **потенциальной энергией упругого деформированного тела**:

$$E_{\text{п}} = \frac{k (\Delta l)^2}{2}. \quad (6.22)$$

В обоих случаях потенциальная энергия определяется расположением тел системы или частей одного тела относительно друг друга.

Введя понятие потенциальной энергии, мы получаем возможность выразить работу любых консервативных сил через изменение потенциальной энергии. Под изменением величины понимают разность между ее конечным и начальным значениями, поэтому  $\Delta E_{\text{п}} = E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1}$ .

Следовательно, оба уравнения (6.20) можно записать так:

$$A = E_{\text{п}1} - E_{\text{п}2} = - (E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1}) = -\Delta E_{\text{п}}, \quad (6.23)$$

откуда  $\Delta E_{\text{п}} = -A$ .

Изменение потенциальной энергии тела равно работе консервативной силы, взятой с обратным знаком.

Эта формула позволяет дать общее определение потенциальной энергии.

**Потенциальной энергией** системы называется зависящая от положения тел величина, изменение которой при переходе системы из начального состояния в конечное равно работе внутренних консервативных сил системы, взятой с противоположным знаком.

Знак « $-$ » в формуле (6.23) не означает, что работа консервативных сил всегда отрицательна. Он означает лишь, что изменение потенциальной энергии и работа сил в системе всегда имеют противоположные знаки.

Например, при падении камня на Землю его потенциальная энергия убывает ( $\Delta E_{\text{п}} < 0$ ), но сила тяжести совершает положительную работу ( $A > 0$ ). Следовательно,  $A$  и  $\Delta E_{\text{п}}$  имеют противоположные знаки в соответствии с формулой (6.23).

**Нулевой уровень потенциальной энергии.** Согласно уравнению (6.23) работа консервативных сил взаимодействия определяет не саму потенциальную энергию, а ее изменение.

Поскольку работа определяет лишь изменение потенциальной энергии, то только изменение энергии в механике имеет физический смысл. Поэтому можно произвольно выбрать состояние системы, в котором ее потенциальная энергия считается равной нулю. Этому состоянию соответствует нулевой уровень потенциальной энергии. Ни одно явление в природе или технике не определяется значением самой потенциальной энергии. Важно лишь раз-

ность значений потенциальной энергии в конечном и начальном состояниях системы тел.

Выбор нулевого уровня производится по-разному и диктуется исключительно соображениями удобства, т. е. простотой записи уравнения, выражающего закон сохранения энергии.

Обычно в качестве состояния с нулевой потенциальной энергией выбирают состояние системы с минимальной энергией. Тогда потенциальная энергия всегда положительна или равна нулю.

Итак, потенциальная энергия системы «тело — Земля» — величина, зависящая от положения тела относительно Земли, равная работе консервативной силы при перемещении тела из точки, где оно находится, в точку, соответствующую нулевому уровню потенциальной энергии системы.

У пружины потенциальная энергия минимальна в отсутствие деформации, а у системы «камень — Земля» — когда камень лежит на поверхности Земли. Поэтому в первом случае  $E_{\text{п}} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$ , а во втором случае  $E_{\text{п}} = mgh$ . Но к данным выражениям можно добавить любую постоянную величину  $C$ , и это ничего не изменит. Можно считать, что  $E_{\text{п}} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} + C$ ,  $E_{\text{п}} = mgh + C$ .

Если во втором случае положить  $C = -mgh_0$ , то это будет означать, что за нулевой уровень энергии системы «камень — Земля» принята энергия, соответствующая положению камня на высоте  $h_0$  над поверхностью Земли.

Изолированная система тел стремится к состоянию, в котором ее потенциальная энергия минимальна.

Если не удерживать тело, то оно падает на землю ( $h = 0$ ); если отпустить растянутую или сжатую пружину, то она вернется в недеформированное состояние ( $\Delta l = 0$ ).

---

Если силы зависят только от расстояний между телами системы, то работа этих сил не зависит от формы траектории. Поэтому работу можно представить как разность значений некоторой функции, называемой потенциальной энергией, в конечном и начальном состояниях системы. Значение потенциальной энергии системы зависит от характера действующих сил, и для его определения необходимо указать нулевой уровень отсчета.

---



1. В чем состоит сходство кинетической энергии тела с потенциальной?
2. В чем состоит различие между кинетической энергией и потенциальной?
3. Может ли потенциальная энергия быть отрицательной?

## § 50

# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ

В изолированной системе тел положительная работа внутренних сил увеличивает кинетическую энергию и уменьшает потенциальную. Отрицательная работа, напротив, увеличивает потенциальную энергию и уменьшает кинетическую. Именно благодаря этому выполняется закон сохранения энергии.

Снова обратимся к простой системе тел, состоящей из земного шара и поднятого над Землей тела, например камня.

Камень падает под действием силы тяжести. Силу сопротивления воздуха учитывать не будем. Работа, совершенная силой тяжести при перемещении камня из одной точки в другую, равна изменению (увеличению) кинетической энергии камня:

$$A = \Delta E_k. \quad (6.24)$$

В то же время эта работа равна уменьшению потенциальной энергии:

$$A = -\Delta E_n. \quad (6.25)$$

Работа силы всемирного тяготения, действующей со стороны камня на Землю, практически равна нулю. Из-за большой массы Земли ее перемещением и изменением скорости можно пренебречь. Так как в формулах (6.24) и (6.25) левые части одинаковы, то равны и правые части:

$$\Delta E_k = -\Delta E_n. \quad (6.26)$$

Равенство (6.26) означает, что увеличение кинетической энергии системы равно убыли ее потенциальной энергии (или наоборот). Отсюда вытекает, что

$$\Delta E_k + \Delta E_n = 0,$$

или

$$\Delta (E_k + E_n) = 0. \quad (6.27)$$

Изменение суммы кинетической и потенциальной энергий системы равно нулю.

Величину  $E$ , равную сумме кинетической и потенциальной энергий системы, называют **механической энергией системы**:

$$E = E_k + E_n. \quad (6.28)$$

Так как изменение полной энергии системы в рассматриваемом случае согласно уравнению (6.27) равно нулю, то энергия остается постоянной:

$$E = E_k + E_n = \text{const.} \quad (6.29)$$

Таким образом, в изолированной системе, в которой действуют консервативные силы, механическая

**энергия сохраняется.** В этом состоит **закон сохранения механической энергии**. Энергия не создается и не уничтожается, а только превращается из одной формы в другую: из кинетической в потенциальную и наоборот.

Учитывая, что в рассматриваемом конкретном случае  $E_n = mgh$  и  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ , можно закон сохранения механической энергии записать так:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}, \quad (6.30)$$

или

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

Это уравнение позволяет очень просто найти скорость камня  $v_2$  на любой высоте  $h_2$  над землей, если известна начальная скорость  $v_1$  камня на исходной высоте  $h_1$ .

Закон сохранения механической энергии (6.29) легко обобщается на случай любого числа тел и любых консервативных сил взаимодействия между ними. Под  $E_k$  нужно понимать сумму кинетических энергий всех тел, а под  $E_n$  — полную потенциальную энергию системы.

Для системы, состоящей из тела массой  $m$  и пружины, закон сохранения механической энергии имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \text{const}. \quad (6.31)$$

Полная механическая энергия системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий. В изолированной системе, в которой действуют только консервативные силы, механическая энергия сохраняется.



- Что называется полной механической энергией системы?
- Может ли сохраняться механическая энергия системы, на которую действуют внешние силы?
- Тело падает с высоты  $H$  над поверхностью Земли. Постройте графики зависимости потенциальной, кинетической и полной энергий системы «тело — Земля» от высоты  $h$  тела.

## § 51

### УМЕНЬШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ТРЕНИЯ

Рассмотрим влияние сил трения на изменение механической энергии системы.

Если в изолированной системе силы трения совершают работу при движении тел относительно друг друга, то ее механическая энергия не сохраняется. В этом легко убедиться, толкнув книгу, лежащую на столе. Из-за действия

силы трения книга почти сразу останавливается. Сообщенная ей механическая энергия исчезает. Сила трения совершает отрицательную работу и уменьшает кинетическую энергию. Но потенциальная энергия при этом не увеличивается. Поэтому полная механическая энергия убывает. Кинетическая энергия не превращается в потенциальную.

**Силы трения неконсервативны.** Отличие сил трения от консервативных сил становится особенно наглядным, если рассмотреть работу тех и других на замкнутом пути. Работа силы тяжести, например, на замкнутом пути всегда равна нулю. Она положительна при падении тела с высоты  $h$  и отрицательна при подъеме на ту же высоту. Работа же силы сопротивления воздуха отрицательна как при подъеме тела вверх, так и при движении его вниз. Поэтому на замкнутом пути она обязательно меньше нуля.

Отрицательная работа сил трения уменьшает кинетическую энергию тел при их движении, но при этом потенциальная энергия системы «тело — Земля» может не изменяться, например, при движении тела по горизонтальной поверхности. В результате механическая энергия системы убывает.

В любой системе, состоящей из больших макроскопических тел, действуют силы трения. Следовательно, даже в изолированной системе движущихся тел механическая энергия обязательно убывает. Постепенно затухают колебания маятника, останавливается машина с выключенным двигателем и т. д.

Но убывание механической энергии не означает, что эта энергия исчезает бесследно. В действительности происходит переход энергии из механической формы в другие. Обычно при работе сил трения происходит нагревание тел, или, как говорят, увеличение их внутренней энергии. Нагревание при действии сил трения легко обнаружить. Для этого, например, достаточно энергично потереть монету о стол. С повышением температуры, как известно из курса физики 8 класса, повышается кинетическая энергия теплового движения молекул или атомов. Следовательно, при действии сил трения кинетическая энергия тела превращается в кинетическую энергию хаотично движущихся молекул.

В двигателях внутреннего сгорания, паровых турбинах, электродвигателях и т. д. механическая энергия, наоборот, появляется за счет убыли энергии других форм: химической, электрической и т. д.

---

Во всех процессах, происходящих в природе, как и в создаваемых приборах, устройствах всегда выполняется закон сохранения и превращения энергии: энергия не исчезает и не появляется вновь, она может только перейти из одного вида в другой.

---



1. В каких случаях механическая энергия системы сохраняется?
2. Почему сила трения является неконсервативной?
3. Во что переходит механическая энергия в системе, в которой действуют силы трения?



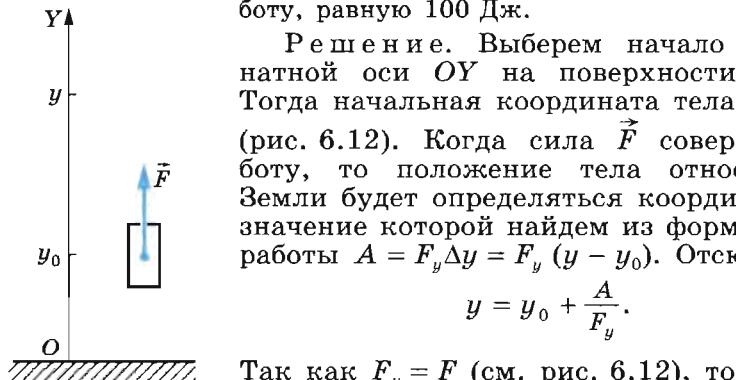
## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При применении закона сохранения механической энергии для решения задач надо прежде всего выяснить, какое состояние системы целесообразно считать начальным, а какое — конечным, затем записать выражение для начальной энергии системы и приравнять его выражению для конечной. При записи потенциальной энергии надо предварительно выбрать нулевой уровень отсчета потенциальной энергии системы.

**1.** Тело поднимается вертикально вверх под действием силы  $F = 10$  Н. В начальный момент времени тело находилось на высоте, равной 1 м, от поверхности Земли. Определите положение тела в тот момент, когда сила  $F$  совершила работу, равную 100 Дж.

**Решение.** Выберем начало координатной оси  $OY$  на поверхности Земли. Тогда начальная координата тела  $y_0 = 1$  м (рис. 6.12). Когда сила  $\vec{F}$  совершил работу, то положение тела относительно Земли будет определяться координатой  $y$ , значение которой найдем из формулы для работы  $A = F_y \Delta y = F_y (y - y_0)$ . Отсюда

$$y = y_0 + \frac{A}{F_y}.$$



Так как  $F_y = F$  (см. рис. 6.12), то

Рис. 6.12

$$y = y_0 + \frac{A}{F}; \quad y = 11 \text{ м.}$$

**2.** Недеформированную пружину растягивают на  $\Delta l = 10$  см. Определите работу деформирующей пружину силы, если для растяжения пружины на  $\Delta l_0 = 1$  см требуется сила  $F_0 = 2$  Н. Чему равна работа силы упругости пружины?

**Решение.** Абсолютные удлинения пружины выражим в единицах СИ:  $\Delta l_0 = 0,01$  м,  $\Delta l = 0,1$  м. Найдем жесткость пружины. Из закона Гука  $F_0 = k \Delta l_0$  следует:

$$k = \frac{F_0}{\Delta l_0}.$$

Работа внешней силы равна:

$$A = \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \frac{F_0}{\Delta l_0} \frac{(\Delta l)^2}{2}.$$

$$A = 1 \text{ Дж.}$$

Направление силы упругости противоположно направлению внешней деформирующей силы, а по модулю эти силы равны, поэтому  $A_{\text{упр}} = -A$ ,  $A_{\text{упр}} = -1 \text{ Дж.}$

**3.** На нити длиной  $l$  висит груз. На какую высоту необходимо поднять груз, отклоняя нить от вертикали, чтобы при движении груза вниз без начальной скорости в момент прохождения положения равновесия сила натяжения нити превышала в 2 раза силу тяжести, действующую на груз?

**Решение.** При прохождении нити через вертикальное положение на груз действуют сила натяжения нити  $\vec{T}$  и сила тяжести  $mg$ , лежащие на одной прямой (рис. 6.13). Поэтому ускорение  $\vec{a}$  груза является центростремительным и направлено вертикально вверх.

По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{T} + mg.$$

Запишем этот закон в проекции на ось  $OY$  (см. рис. 6.13):

$T - mg = ma$ , где  $a = \frac{v^2}{l}$ . Учитывая, что  $T = 2mg$ , получим  $mg = ma$ ,  $v^2 = gl$ .

Для определения  $h$  применим закон сохранения механической энергии, считая, что в положении 2 потенциальная энергия системы «тело — Земля» равна нулю. Тогда в положении 1 система имеет потенциальную энергию:  $E_p = mgh$ , где  $h$  — высота тела относительно нулевого уровня. В положении 2 тело обладает лишь кинетической энергией  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ .

По закону сохранения механической энергии:  $\frac{mv^2}{2} = mgh$ ,  $v^2 = 2gh$ .

Учитывая, что  $v^2 = gl$ , получим  $2gh = gl$ , откуда  $h = \frac{l}{2}$ .

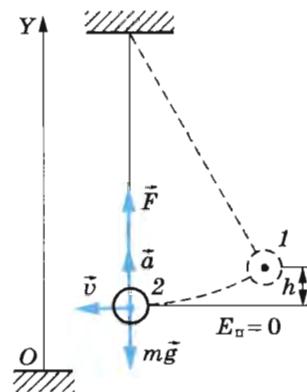


Рис. 6.13



## УПРАЖНЕНИЕ 9

1. Какая работа будет совершена, если сила, равная 3 Н, поднимет груз весом 1 Н на высоту 5 м?
2. Груз массой 97 кг перемещают с помощью веревки с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности. Угол между веревкой и этой поверхностью равен  $30^\circ$ . Коэффициент трения равен 0,2. Определите работу силы натяжения веревки на пути 100 м.
3. С какой скоростью двигался вагон массой 20 000 кг по горизонтальному пути, если при ударе о преграду каждая пружина буфера сжалась на 10 см? Известно, что для сжатия пружины буфера на 1 см требуется сила 10 000 Н. Вагон имеет два буфера.
4. Автомобиль, имеющий массу 1 т, трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь 20 м за время 2 с. К какую мощность при этом развивает двигатель автомобиля?
5. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 4,9 м/с. На какой высоте потенциальная и кинетическая энергии системы «тело — Земля» станут одинаковыми?

## Глава 6. КРАТКИЕ ИТОГИ

Постоянная сила  $F$  при прямолинейном перемещении тела на  $\vec{\Delta r}$  совершает работу

$$A = F |\vec{\Delta r}| \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{F}$  и  $\vec{\Delta r}$ .

Величину, равную отношению работы к промежутку времени, за который эта работа совершена, называют мощностью:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Изменение кинетической энергии тела равно сумме работ всех сил, действующих на тело (теорема об изменении кинетической энергии):

$$\Delta E_k = A.$$

Если силы, действующие в изолированной системе, консервативны, то работа этих сил равна изменению потенциальной энергии системы, взятому с противоположным знаком:

$$A = -\Delta E_n.$$

Потенциальная энергия системы, состоящей из Земли и тела, поднятого над Землей на небольшую высоту, определяется формулой  $E_n = mgh$ , где  $h$  — высота тела над поверхностью Земли.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна:

$$E_{\text{п}} = \frac{k (\Delta l)^2}{2},$$

где  $k$  — коэффициент упругости;  $\Delta l$  — изменение линейных размеров тела.

Потенциальная энергия системы определяется с точностью до произвольной постоянной, зависящей от выбора нулевого уровня отсчета энергии.

В изолированной системе, в которой действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется:  $E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \text{const}$ .

Кинетическая энергия зависит от скоростей тел и выбора системы отсчета, а потенциальная — от расстояний между ними и выбора нулевого уровня отсчета энергии.

## СТАТИКА

### Глава 7 РАВНОВЕСИЕ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫХ ТЕЛ

#### § 52 РАВНОВЕСИЕ ТЕЛ

Если тело покоятся, то говорят, что это тело находится в равновесии. Здания, мосты, балки вместе с опорами, части машин, книга на столе и многие другие тела покоятся, несмотря на то что к ним со стороны других тел приложены силы. Задача изучения условий равновесия тел имеет большое практическое значение для машиностроения, строительного дела, приборостроения и других областей техники. Все реальные тела под влиянием приложенных к ним сил изменяют свою форму и размеры, или, как говорят, деформируются. Величина деформации зависит от различных условий: материала тела, его формы, приложенных к нему сил. Деформации могут быть большими, и тогда их легко заметить, например растяжение резинового шнуря, изгиб тонкой металлической линейки и т. д. Малые деформации можно обнаружить при помощи специальных приборов.

Если действия сил вызывают значительные деформации тела, то фактически после приложения сил мы будем иметь дело с телом, обладающим новыми геометрическими размерами и формой. И нужно будет определять условия равновесия этого нового деформированного тела. Тако-

го рода задачи, связанные с расчетом деформаций тел, обычно весьма сложны.

Во многих случаях, которые встречаются на практике, деформации тел при их равновесии незначительны. В этих случаях деформациями можно пренебречь и вести расчет так, как если бы тела были недеформируемыми, т. е. *абсолютно твердыми*. Изучив условия равновесия абсолютно твердого тела, мы найдем условия равновесия реальных тел в тех случаях, когда их деформации можно не учитывать.

Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия абсолютно твердых тел, называется *статикой*.

В статике учитываются размеры и форма тел, а все рассматриваемые тела считаются абсолютно твердыми. Статика — частный случай динамики, так как покой тел, когда на них действуют силы, есть частный случай движения ( $\vec{v} = 0$ ).

Деформации, происходящие в теле, учитываются в прикладных разделах механики (теория упругости, сопротивление материалов). В дальнейшем для краткости абсолютно твердое тело будем называть *твердым телом*, или просто *телом*.

Выясним вначале с помощью законов Ньютона, при каком условии любое тело будет находиться в равновесии. С этой целью разобьем мысленно все тело на большое число малых элементов, каждый из которых можно рассматривать как материальную точку. Некоторые элементы изображены на рисунке 7.1. Как обычно, назовем силы, действующие на тело со стороны других тел, внешними, а силы, с которыми взаимодействуют элементы самого тела, — внутренними. Так, сила  $\vec{F}_{1,2}$  — это сила, действующая на элемент 1 со стороны элемента 2. Сила же  $\vec{F}_{2,1}$  действует на элемент 2 со стороны элемента 1. Это внутренние силы; к ним относятся также силы  $\vec{F}_{1,3}$  и  $\vec{F}_{3,1}$ ,  $\vec{F}_{2,3}$  и  $\vec{F}_{3,2}$ .

На каждый элемент в общем случае может действовать несколько внешних сил. Под  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  и т. д. будем понимать геометрическую сумму всех внешних сил, приложенных соответственно к элементам 1, 2, 3, ... .

Точно так же через  $\vec{F}'_1$ ,  $\vec{F}'_2$ ,  $\vec{F}'_3$  и т. д. обозначим геометрическую сумму внутренних сил, приложенных к элементам 1, 2, 3, ... соответственно (эти силы не показаны на рисунке).

Если тело находится в покое, то ускорение каждого элемента равно нулю. Поэтому согласно второму за-

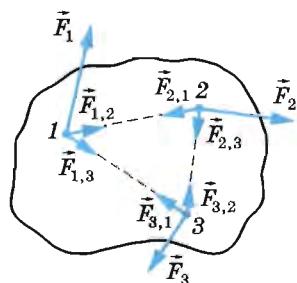


Рис. 7.1

кону Ньютона будет равна нулю и геометрическая сумма всех сил, действующих на любой элемент. Следовательно, можно записать:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}'_1 = 0, \quad \vec{F}_2 + \vec{F}'_2 = 0, \quad \vec{F}_3 + \vec{F}'_3 = 0. \quad (7.1)$$

Итак, для равновесия тела необходимо и достаточно, чтобы геометрическая сумма всех сил (внешних и внутренних), действующих на каждый элемент этого тела, была равна нулю.

### § 53 ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В предыдущем параграфе мы показали, что равновесие тела определяется всеми действующими на это тело силами: внешними и внутренними.

Выясним, каким условиям должны удовлетворять внешние силы, приложенные к твердому телу, чтобы оно находилось в равновесии. Для этого сложим уравнения (7.1):

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots) + (\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 + \dots) = 0.$$

В первых скобках этого равенства записана векторная сумма всех внешних сил, приложенных к телу, а во вторых — векторная сумма всех внутренних сил, действующих на элементы этого тела. Но, как известно, векторная сумма всех внутренних сил системы равна нулю, так как согласно третьему закону Ньютона любой внутренней силе соответствует сила, равная ей по модулю и противоположная по направлению. Поэтому в левой части последнего равенства останется только геометрическая сумма внешних сил, приложенных к телу:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0. \quad (7.2)$$

Полученное условие равновесия (7.2) является необходимым и достаточным для равновесия материальной точки.

В случае абсолютно твердого тела это условие называют первым условием его равновесия. Оно является необходимым, но не является достаточным.

Итак, если твердое тело находится в равновесии, то геометрическая сумма внешних сил, приложенных к нему, равна нулю.

Поскольку к одним элементам тела может быть приложено несколько внешних сил, а на другие элементы внешние силы могут и не действовать, то число всех внешних сил необязательно должно быть равно числу всех элементов (см. рис. 7.1).

Если сумма внешних сил равна нулю, то равна нулю и

сумма проекций этих сил на оси координат. В частности, для проекций внешних сил на ось  $OX$  можно записать:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = 0. \quad (7.3)$$

Такие же уравнения можно записать и для проекций сил на оси  $OY$  и  $OZ$ .

На основе условия равновесия любого элемента тела, выведено первое условие равновесия твердого тела.

## § 54 ВТОРОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Равенство нулю суммы внешних сил, действующих на твердое тело, необходимо для его равновесия, но недостаточно. В этом легко убедиться. Приложите к доске, лежащей на столе, в различных точках две равные по модулю и противоположно направленные силы так, как показано на рисунке 7.2. Сумма этих сил равна нулю:  $\vec{F} + (-\vec{F}) = 0$ . Но доска, тем не менее, будет поворачиваться. Точно так же две одинаковые по модулю и противоположно направленные силы поворачивают руль велосипеда или автомобиля (рис. 7.3). Почему так происходит, понять нетрудно. Ведь любое тело находится в равновесии, когда сумма всех сил, действующих на каждый его элемент, равна нулю. Но если сумма внешних сил равна нулю, то сумма всех сил, приложенных к каждому элементу тела, может быть не равна нулю. В этом случае тело не будет находиться в равновесии. В рассмотренных примерах доска и руль потому и не находятся в равновесии, что сумма всех сил, действующих на отдельные элементы этих тел, не равна нулю.

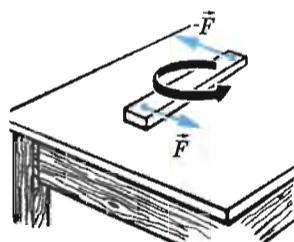


Рис. 7.2

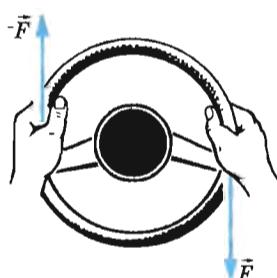


Рис. 7.3

Выясним, какое же еще условие для внешних сил, кроме равенства нулю их суммы, должно выполняться, чтобы твердое тело находилось в равновесии. Для этого воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии.

Найдем, например, условие равновесия стержня, шарнирно

закрепленного на горизонтальной оси в точке  $O$  (рис. 7.4). Это простое устройство, как вам известно из курса физики 7 класса, представляет собой рычаг. Пусть к рычагу приложены перпендикулярно стержню силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . В частности, это могут быть силы натяжения нитей, к концам которых прикреплены грузы. Кроме сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , на рычаг действует направленная вертикально вверх сила реакции  $\vec{F}_3$  со стороны оси рычага. При равновесии рычага сумма всех трех сил равна нулю:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ .

Вычислим работу, которую совершают внешние силы при повороте рычага на очень малый угол  $\alpha$ . Точки приложения сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  пройдут пути  $s_1 = BB_1$  и  $s_2 = CC_1$  (дуги  $BB_1$  и  $CC_1$  при малых углах  $\alpha$  можно считать прямолинейными отрезками). Работа  $A_1 = F_1 s_1$  силы  $\vec{F}_1$  положительна, потому что точка  $B$  перемещается по направлению действия силы, а работа  $A_2 = -F_2 s_2$  силы  $\vec{F}_2$  отрицательна, поскольку точка  $C$  движется в сторону, противоположную направлению силы  $\vec{F}_2$ . Сила  $\vec{F}_3$  работы не совершает, так как точка ее приложения не перемещается.

Пройденные пути  $s_1$  и  $s_2$  можно выразить через угол поворота рычага  $\alpha$ , измеренный в радианах:  $s_1 = \alpha |BO|$  и  $s_2 = \alpha |CO|$ .

Учитывая это, перепишем выражения для работы так:

$$\begin{aligned} A_1 &= F_1 \alpha |BO|, \\ A_2 &= -F_2 \alpha |CO|. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Радиусы  $BO$  и  $CO$  дуг окружностей, описываемых точками приложения сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , являются перпендикулярами, опущенными из оси вращения на линии действия этих сил.

Кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы называют **плечом силы**.

Будем обозначать плечо силы буквой  $d$ . Тогда  $|BO| = d_1$  — плечо силы  $\vec{F}_1$ , а  $|CO| = d_2$  — плечо силы  $\vec{F}_2$ . При этом выражения (7.4) примут вид

$$\begin{aligned} A_1 &= F_1 \alpha d_1, \\ A_2 &= -F_2 \alpha d_2. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Из формул (7.5) видно, что при заданном угле поворота тела (стержня) работа каждой приложенной к этому телу силы равна произведению модуля силы на плечо взятому со знаком «+» или «-». Это произведение будем называть **моментом силы**.

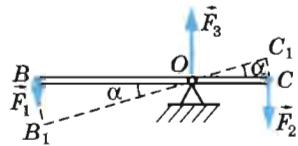


Рис. 7.4

**Моментом силы относительно оси вращения тела** называется произведение модуля силы на ее плечо. Момент силы может быть положительным или отрицательным.

Момент силы  $\vec{F}$  обозначим буквой  $M$ :

$$M = \pm Fd.$$

Будем считать момент силы  $\vec{F}$  *положительным*, если она стремится повернуть тело против часовой стрелки, и *отрицательным*, если по часовой стрелке. Тогда момент силы  $\vec{F}_1$  равен  $M_1 = F_1 d_1$  (см. рис. 7.4), а момент силы  $\vec{F}_2$  равен  $M_2 = -F_2 d_2$ . Следовательно, выражения (7.5) для работы можно переписать в виде

$$\begin{aligned} A_1 &= M_1 \alpha, \\ A_2 &= M_2 \alpha, \end{aligned} \quad (7.6)$$

а полную работу внешних сил выразить формулой:

$$A = A_1 + A_2 = (M_1 + M_2) \alpha. \quad (7.7)$$

Когда тело приходит в движение, его кинетическая энергия увеличивается. Для увеличения кинетической энергии внешние силы должны совершить работу. Согласно уравнению (7.7) ненулевая работа может быть совершена лишь в том случае, если суммарный момент внешних сил отличен от нуля. Если же суммарный момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то работа не совершается и кинетическая энергия тела не увеличивается (остается равной нулю), следовательно, тело не приходит в движение. Равенство

$$M_1 + M_2 = 0 \quad (7.8)$$

и есть второе условие, необходимое для равновесия твердого тела.

**При равновесии твердого тела сумма моментов всех внешних сил, действующих на него относительно любой оси, равна нулю.** Итак, в случае произвольного числа внешних сил условия равновесия абсолютно твердого тела следующие:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots &= 0, \\ M_1 + M_2 + M_3 + \dots &= 0. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Если же тело не абсолютно твердое, то под действием приложенных к нему внешних сил оно может и не оставаться в равновесии, хотя сумма внешних сил и сумма их моментов относительно любой оси равна нулю. Это происходит потому, что под действием внешних сил тело может деформироваться и сумма всех сил, действующих на каждый его элемент, в этом случае не будет равна нулю.

Приложим, например, к концам резинового шнуря две силы, равные по модулю и направленные вдоль шнуря в противоположные стороны. Под действием этих сил шнур не будет находиться в равновесии (шнур растягивается), хотя сумма внешних сил равна нулю и нулю равна сумма их моментов относительно оси, проходящей через любую точку шнуря.

Условия (7.9) являются необходимыми и достаточными для равновесия твердого тела. Если они выполняются, то твердое тело находится в равновесии, так как сумма сил, действующих на каждый элемент этого тела, равна нулю.

- 1. Что называется моментом силы?
- 2. Какие условия необходимы и достаточны для равновесия твердого тела?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач статики надо использовать условия равновесия (7.9). Причем от векторного уравнения для суммы сил следует перейти к проекциям сил на координатные оси. Иногда удобнее решать задачу, используя геометрическое правило сложения векторов. При равновесии многоугольник сил должен быть замкнутым, так как сумма сил равна нулю (подобный пример будет рассмотрен ниже).

При записи для правила моментов сил надо подумать, как выбрать ось, чтобы плечи сил определялись наиболее просто и в сумме моментов сил содержалось меньше слагаемых.

В задачах часто говорится о стержнях, которые скрепляются шарнирно. При этом имеется в виду, что трение в шарнире отсутствует.

1. Груз висит на двух тросах (рис. 7.5, а). Угол  $ACB$  равен  $120^\circ$ . Сила тяжести, действующая на груз, равна 600 Н. Определите силы натяжения тросов  $AC$  и  $CB$ .

**Решение.** Силы натяжения тросов обозначим через  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ . Эти силы направлены вдоль тросов от точки  $C$  (рис. 7.5, б). Кроме этих сил, на точку  $C$  действует сила  $\vec{F}$ , равная силе тяжести  $mg$ . Точка  $C$  находится в равновесии. Следовательно, сумма сил, действующих на нее, равна нулю:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + mg = 0.$$

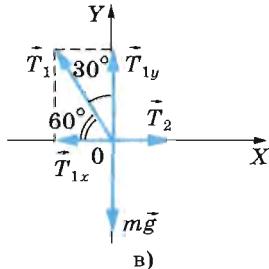
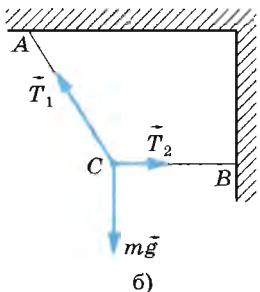
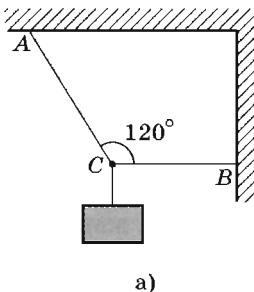


Рис. 7.5

Оси координат выберем так, как показано на рисунке 7.5, в. При равновесии сумма проекций всех сил на оси координат равна нулю:

$$\begin{aligned}T_{1x} + T_{2x} + mg_x &= 0, \\T_{1y} + T_{2y} + mg_y &= 0,\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}T_2 - T_1 \cos 60^\circ &= 0, \\T_1 \cos 30^\circ - mg &= 0.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}T_1 &= \frac{mg}{\cos 30^\circ} \approx 690 \text{ Н}, \\T_2 &= T_1 \cos 60^\circ \approx 345 \text{ Н}.\end{aligned}$$

**2.** Дверь люка  $AO$ , которая может поворачиваться в шарнире  $O$  без трения, удерживается в горизонтальном положении веревкой (рис. 7.6, а). Определите натяжение веревки и силу реакции шарнира, если веревка образует с дверью угол  $\alpha = 60^\circ$ . Дверь однородна, и на нее действует сила тяжести  $300 \text{ Н}$ .

**Решение.** На дверь люка действуют три силы (рис. 7.6, б): сила тяжести  $\vec{mg}$ , приложенная к середине двери в точке  $D$ , сила натяжения  $\vec{T}$  со стороны веревки и сила реакции  $\vec{N}$  со стороны шарнира.

Выберем оси координат так, как показано на рисунке 7.6, б. Поскольку дверь находится в равновесии, то сумма моментов всех сил относительно, например, шарнира равна нулю:

$$M_1 + M + M_2 = 0.$$

Здесь  $M_1$ ,  $M$ ,  $M_2$  — моменты сил  $\vec{T}$ ,  $\vec{F}$  и  $\vec{N}$ .

Найдем плечи этих сил, обозначив  $|AO| = l$ . Тогда  $OD = l/2$  — плечо силы  $\vec{mg}$ ,  $CO = AO \sin \alpha = l \sin \alpha$  — плечо силы  $\vec{T}$ . Плечо силы  $\vec{N}$  равно нулю, так как она приложена в шарнире.

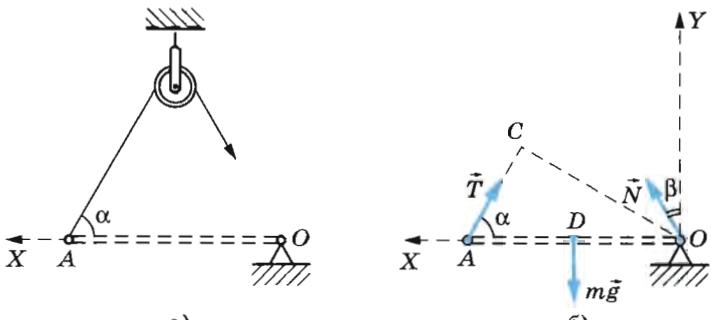


Рис. 7.6

a)

б)

Значит

$$M_1 = -Tl \sin \alpha, \quad M = mg \frac{l}{2}, \quad M_2 = 0.$$

Теперь запишем правило моментов сил, учитывая знаки этих моментов:

$$-Tl \sin \alpha + mg \frac{l}{2} + 0 = 0.$$

Отсюда находим силу натяжения веревки:

$$T = \frac{mg}{2} \frac{1}{\sin \alpha} \approx 173 \text{ Н.}$$

Для нахождения силы реакции шарнира воспользуемся первым условием равновесия:

$$\vec{mg} + \vec{T} + \vec{N} = 0.$$

Запишем это векторное уравнение в проекциях на координатные оси:

$$T_x + N_x + mg_x = 0,$$

$$T_y + N_y + mg_y = 0,$$

или

$$N_x = T \cos \alpha,$$

$$N_y = mg - T \sin \alpha = \frac{mg}{2}.$$

Отсюда

$$N_x = 86,5 \text{ Н.}$$

$$N_y = 150 \text{ Н.}$$

Модуль силы  $\vec{N}$  равен:

$$N = \sqrt{N_y^2 + N_x^2}; \quad N = 173 \text{ Н.}$$

Найдем угол, который образует сила  $\vec{N}$  с координатной осью  $OY$ :

$$\cos \beta = \frac{N_y}{N}, \quad \beta \approx 30^\circ.$$



## УПРАЖНЕНИЕ 10

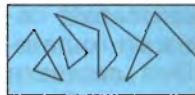
- Для запуска планера применяют резиновый канат. Определите силу, с которой планер действует на канат, в тот момент, когда две половины каната составляют между собой угол  $90^\circ$ , а каждая из них растянута силой 500 Н.
- К концу рукоятки гаечного ключа длиной 20 см приложена сила 50 Н под углом  $60^\circ$  по отношению к рукоятке ключа. Определите момент этой силы.
- Человек, открывая дверь, прикладывает силу 4 Н, которая направлена под углом  $60^\circ$  к плоскости двери в горизонтальном направлении. Момент силы равен  $3,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Определите расстояние от ручки до оси вращения двери.
- Труба массой 14 кг лежит на земле. Какую силу надо приложить к одному из концов трубы, чтобы его слегка приподнять?
- На трапеции сидит гимнаст массой 60 кг. Он расположен на расстоянии  $\frac{1}{3}$  ее длины, считая от одного из ее концов. Определите натяжение тросов, на которых подвешена трапеция.

## Глава 7. КРАТКИЕ ИТОГИ

В статике рассматриваются условия равновесия абсолютно твердых тел, т. е. тел, деформации которых равны нулю. Абсолютно твердое тело находится в равновесии, если сумма действующих на него внешних сил равна нулю:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0$ . Кроме того, сумма моментов внешних сил равна нулю:  $M_1 + M_2 + \dots = 0$ .

Моментом силы называется произведение модуля силы на плечо. Плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы. Модуль момента силы равен:  $|M| = Fd$ .

Момент силы положителен, если в отсутствие других сил она вызывает поворот тела против часовой стрелки, и отрицателен — если по часовой стрелке.



# МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 55

## ПОЧЕМУ ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ ИЗУЧАЮТСЯ В МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ?

Дадим общее представление о значении и смысле того, что вы сейчас начнете изучать.

**Макроскопические тела.** Мы живем в мире макроскопических тел. Наше тело — это тоже макроскопическое тело.

В физике макроскопическими телами называются большие тела, состоящие из огромного числа молекул. Газ в баллоне, вода в стакане, песчинка, камень, стальной стержень, земной шар — все это примеры макроскопических тел (рис. 7.7).

**Механика и механическое движение.** В механике Ньютона имеют дело с *механическим движением макроскопических тел — перемещением одних тел относительно других в пространстве с течением времени*.

Механика изучает движение тел, но она не в состоянии объяснить, почему существуют твердые, жидкые и газообразные тела и почему эти тела могут переходить из одного состояния в другое. Исследование внутренних свойств тел не входит в задачу механики.

В механике говорят о силах как о причинах изменения скоростей тел, но природа этих сил, их происхождение не выясняются. Остается непонятным, почему при сжатии тел появляются силы упругости, почему возникает трение. На многие, очень многие вопросы механика Ньютона ответов не дает.

Все это хорошо понимал сам Ньютон. Ему принадлежат знаменательные слова: «Я не знаю, чем я кажусь миру; мне самому кажется, что я был только мальчиком, играющим на берегу моря и развлекающимся тем, что от времени до времени находил более гладкие камушки или более красивую раковину, чем обыкновенно, в то время как Великий океан истины лежал передо мной совершенно неразгаданным».



Рис. 7.7

**Тепловые явления.** После механического движения самые заметные явления связаны с нагреванием или охлаждением тел, с изменением их температуры. Эти явления называются *тепловыми*.

Механическое движение не вызывает в теле каких-либо существенных изменений, если не происходит катастрофических столкновений. Но нагревание или охлаждение тела способно изменить его до неузнаваемости. Сильно нагрев прозрачную, но все же видимую воду, мы превратим ее в невидимый пар. Сильное охлаждение превратит воду в кусок льда. Если вдуматься, то эти явления загадочны и достойны изумления. Не удивляемся мы потому, что привыкли к ним с детства.

Надо найти законы, которые могли бы объяснить изменения в телах, когда сами тела неподвижны и когда с точки зрения механики с ними не происходит ничего. Эти законы описывают особый вид движения материи — *тепловое движение*, присущее всем макроскопическим телам независимо от того, перемещаются они в пространстве или нет.

**Тепловое движение молекул.** Все тела состоят из атомов и молекул. Тепловые явления происходят внутри тел и всецело определяются движением этих частиц. Движение атомов и молекул мало напоминает движение собаки или автомобиля. Атомы и молекулы вещества совершают беспорядочное движение, в котором трудно усмотреть следы какого-либо порядка и регулярности. Беспорядочное движение молекул называют *тепловым движением*.

Движение молекул беспорядочно из-за того, что число их в телах, которые нас окружают, необозримо велико. Каждая молекула беспрестанно меняет свою скорость при столкновениях с другими молекулами. В результате ее траектория оказывается чрезвычайно запутанной, движение — хаотичным, несравненно более хаотичным, чем движение муравьев в разоренном муравейнике.

Беспорядочное движение огромного числа молекул качественно отличается от упорядоченного механического перемещения тел. Оно представляет собой особый вид движения материи со своими особыми свойствами. Об этих свойствах и пойдет речь в дальнейшем.

**Значение тепловых явлений.** Привычный облик нашей планеты существует и может существовать только в довольно узком интервале температур. Если бы температура превысила 100 °С, то на Земле при обычном атмосферном давлении не было бы рек, морей и океанов, не было бы воды вообще. Вся вода превратилась бы в пар. А при понижении температуры на несколько десятков градусов океаны превратились бы в громадные ледники.

Даже изменение температуры лишь на 20—30 °С при смене времен года меняет на средних широтах весь облик планеты.

С наступлением весны начинается пробуждение природы. Леса одеваются листвой, начинают зеленеть луга. Зимой же жизнь растений замирает. Толстый слой снега покрывает поверхность Земли.

Еще более узкие интервалы температур необходимы для поддержания жизни теплокровных животных. Температура животных и человека поддерживается внутренними механизмами терморегуляции на строго определенном уровне. Достаточно температуре повыситься на несколько десятых градуса, как мы уже чувствуем себя нездоровыми. Изменение же температуры на несколько градусов ведет к гибели организмов. Поэтому неудивительно, что тепловые явления привлекали внимание людей с древнейших времен. Умение добывать и поддерживать огонь сделало человека относительно независимым от колебаний температуры окружающей среды. Это было одним из величайших изобретений человечества.

Изменение температуры оказывает влияние на все свойства тел. Так, при нагревании или охлаждении изменяются размеры твердых тел и объемы жидкостей. Значительно меняются механические свойства тел, например упругость. Кусок резиновой трубки уцелеет, если ударить по нему молотком. Но при охлаждении до температуры ниже –100 °С резина становится хрупкой, как стекло, и от легкого удара резиновая трубка разбивается на мелкие кусочки. Лишь после нагревания резина вновь обретает свои упругие свойства.

Кроме механических свойств, при изменении температуры меняются и другие свойства тел, например сопротивление электрическому току, магнитные свойства и др. Так, если сильно нагреть постоянный магнит, то он перестанет притягивать железные предметы.

Все перечисленные выше и многие другие тепловые явления подчиняются определенным законам. Открытие законов тепловых явлений позволяет с максимальной пользой применять эти явления на практике и в технике. Современные тепловые двигатели, установки для сжижения газов, холодильные аппараты и многие другие устройства конструируют на основе этих законов.

**Молекулярно-кинетическая теория.** Еще философы древности догадывались о том, что теплота — это вид внутреннего движения. Но только в XVIII в. начала развиваться последовательная *молекулярно-кинетическая теория*.

Большой вклад в развитие молекулярно-кинетической теории был сделан М. В. Ломоносовым. Он рассматривал теплоту как вращательное движение частиц тела.



### Ломоносов Михаил Васильевич

(1711—1765) — великий русский ученый, энциклопедист, поэт и общественный деятель, основатель Московского университета, носящего его имя. Пушкин назвал М. В. Ломоносова «первым русским университетом». М. В. Ломоносову принадлежат выдающиеся труды по физике, химии, горному делу и металлургии. Он развел молекулярно-кинетическую теорию теплоты, в его работах предвосхищены законы сохранения массы и энергии. М. В. Ломоносов создал фундаментальные труды по истории русского народа, он является основоположником современной русской грамматики.

Цель молекулярно-кинетической теории — объяснение свойств макроскопических тел и тепловых процессов, происходящих в них, на основе представлений о том, что все тела состоят из отдельных, беспорядочно движущихся частиц.

## Глава 8 ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. РАЗМЕРЫ МОЛЕКУЛ

Молекулы очень малы, но посмотрите, как просто оценить их размеры и массу. Достаточно одного наблюдения и пары несложных расчетов. Правда, надо еще додуматься до того, как это сделать.

В основе молекулярно-кинетической теории строения вещества лежат три утверждения: **вещество состоит из частиц; эти частицы беспорядочно движутся; частицы взаимодействуют друг с другом.** Каждое утверждение строго доказано с помощью опытов.

Свойства и поведение всех без исключения тел от инфузории до звезды определяются движением взаимодействующих друг с другом частиц: молекул, атомов или еще более малых образований — элементарных частиц.

**Оценка размеров молекул.** Для полной уверенности в существовании молекул надо определить их размеры.

Проще всего это сделать, наблюдая расплывание капельки масла, например оливкового, по поверхности воды.

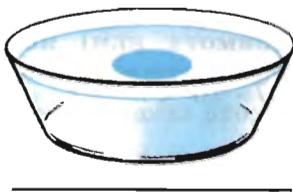


Рис. 8.1



Рис. 8.2

Масло никогда не займет всю поверхность, если сосуд велик (рис. 8.1). Нельзя заставить капельку объемом 1  $\text{мм}^3$  расплыться так, чтобы она заняла площадь поверхности более 0,6  $\text{м}^2$ . Можно предположить, что при растекании масла по максимальной площади оно образует слой толщиной всего лишь в одну молекулу — «мономолекулярный слой». Толщину этого слоя нетрудно определить и тем самым оценить размеры молекулы оливкового масла.

Объем  $V$  слоя масла равен произведению его площади поверхности  $S$  на толщину  $d$  слоя, т. е.  $V = Sd$ . Следовательно, размер молекулы оливкового масла равен:

$$d = \frac{0,001 \text{ см}^3}{6000 \text{ см}^2} \approx 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ см.}$$

Перечислять сейчас всевозможные способы доказательства существования атомов и молекул нет необходимости. Современные приборы позволяют видеть изображения отдельных атомов и молекул. На рисунке 8.2 показана микрофотография поверхности кремниевой пластины, где бугорки — это отдельные атомы кремния. Подобные изображения впервые научились получать в 1981 г. с помощью не обычных оптических, а сложных туннельных микроскопов.

Размеры молекул, в том числе и оливкового масла, больше размеров атомов. Диаметр любого атома примерно равен  $10^{-8}$  см. Эти размеры так малы, что их трудно себе представить. В таких случаях прибегают к помощи сравнений.

Вот одно из них. Если пальцы сжать в кулак и увеличить его до размеров земного шара, то атом при том же увеличении станет размером с кулак.

**Число молекул.** При очень малых размерах молекул число их в любом макроскопическом теле огромно. Подсчитаем примерное число молекул в капле воды массой 1 г, следовательно, объемом 1  $\text{см}^3$ .

Диаметр молекулы воды равен примерно  $3 \cdot 10^{-8}$  см. Считая, что каждая молекула воды при плотной упаковке молекул занимает объем  $(3 \cdot 10^{-8} \text{ см})^3$ , можно найти число

молекул в капле, разделив объем капли ( $1 \text{ см}^3$ ) на объем, приходящийся на одну молекулу:

$$N = \frac{1 \text{ см}^3}{(3 \cdot 10^{-8})^3 \text{ см}^3} \approx 3,7 \cdot 10^{22}.$$

При каждом вдохе вы захватываете столько молекул, что если бы все они после выдоха равномерно распределились в атмосфере Земли, то каждый житель планеты при вдохе получил бы две-три молекулы, побывавшие в ваших легких.

Размеры атома малы:  $D \approx 10^{-8} \text{ см} \approx 10^{-10} \text{ м}$ .

О трех основных положениях молекулярно-кинетической теории речь будет идти неоднократно.



1. Какие измерения надо произвести, чтобы оценить размеры молекулы оливкового масла?
2. Если бы атом увеличился до размеров макового зернышка ( $0,1 \text{ мм}$ ), то размеров какого тела при том же увеличении достигло бы зернышко?
3. Перечислите известные вам доказательства существования молекул, не упомянутые в тексте.

## § 57

### МАССА МОЛЕКУЛ. КОЛИЧЕСТВО ВЕЩЕСТВА

Массы атомов и молекул различаются значительно. Какими величинами их удобно характеризовать? Как определить число атомов в любом макроскопическом теле?

**Масса молекулы воды.** Массы отдельных молекул и атомов очень малы. Например, в 1 г воды содержится  $3,7 \cdot 10^{22}$  молекул. Следовательно, масса одной молекулы воды ( $\text{H}_2\text{O}$ ) равна:

$$m_{0\text{H}_2\text{O}} \approx \frac{1 \text{ г}}{3,7 \cdot 10^{22}} \approx 2,7 \cdot 10^{-23} \text{ г}. \quad (8.1)$$

Массу такого же порядка имеют молекулы других веществ, исключая огромные молекулы органических веществ; например, белки имеют массу, в сотни тысяч раз большую, чем масса отдельных атомов. Но все равно их массы в макроскопических масштабах (граммах и килограммах) чрезвычайно малы.

**Относительная молекулярная масса.** Так как массы молекул очень малы, удобно использовать в расчетах не абсолютные значения масс, а относительные. По международному соглашению массы всех атомов и молекул сравнивают с  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода (так называемая угле-

родная шкала атомных масс)<sup>1</sup>. Относительной молекулярной (или атомной) массой вещества  $M_r$ , называют отношение массы молекулы (или атома)  $m_0$  данного вещества к  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода  $m_{0C}$ :

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0C}}. \quad (8.2)$$

Относительные атомные массы всех химических элементов точно измерены.

Складывая относительные атомные массы элементов, входящих в состав молекулы вещества, можно вычислить относительную молекулярную массу вещества. Например, относительная молекулярная масса углекислого газа  $\text{CO}_2$  приближенно равна 44, так как относительная атомная масса углерода точно равна 12, а кислорода примерно 16:  $12 + 2 \cdot 16 = 44$ .

**Количество вещества и постоянная Авогадро.** Количество вещества наиболее естественно было бы измерять числом молекул или атомов в теле. Но число молекул в любом макроскопическом теле так велико, что в расчетах используют не абсолютное число молекул, а относительное их число.

В Международной системе единиц количество вещества выражают в **молях**. **Один моль** — это количество вещества, в котором содержится столько же молекул или атомов, сколько атомов содержится в углероде массой 0,012 кг.

Значит, в 1 моль любого вещества содержится одно и то же число атомов или молекул. Это число атомов обозначают  $N_A$  и называют *постоянной Авогадро* в честь итальянского ученого (XIX в.).

Для определения постоянной Авогадро надо найти массу одного атома углерода. Приближенная оценка массы может быть произведена так, как это было сделано выше для массы молекулы воды (наиболее точные методы основаны на отклонении пучков ионов электромагнитным полем).

Для массы атома углерода измерения дают:  $m_{0C} = 1,995 \cdot 10^{-26}$  кг.

Постоянную Авогадро  $N_A$  можно определить, разделив

---

<sup>1</sup> Сравнение атомов и молекул с  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода было принято в 1961 г. Главная причина такого выбора состоит в том, что углерод входит в огромное число различных химических соединений. Множитель  $\frac{1}{12}$  введен для того, чтобы относительные массы атомов были близки к целым числам.

Главная причина такого выбора состоит в том, что углерод входит в огромное число различных химических соединений. Множитель  $\frac{1}{12}$  введен для того, чтобы относительные массы атомов были близки к целым числам.

массу углерода, взятого в количестве одного моля, на массу одного атома углерода:

$$N_A = 0,012 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \frac{1}{m_{\text{C}}} = 0,012 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \frac{1}{1,995 \cdot 10^{-26} \text{ кг}} = \\ = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

$$N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}. \quad (8.3)$$

Наименование  $\text{моль}^{-1}$  указывает на то, что  $N_A$  — число атомов в 1 моле любого вещества. Если, например, количество вещества  $v = 2,5$  моль, то число молекул в теле  $N = vN_A = 1,5 \cdot 10^{24}$ . Отсюда видно, что количество вещества равно отношению числа молекул  $N$  в данном теле к постоянной Авогадро  $N_A$ , т. е. к числу молекул в 1 моль вещества:

$$v = \frac{N}{N_A}. \quad (8.4)$$

Огромное числовое значение постоянной Авогадро показывает, насколько малы микроскопические масштабы по сравнению с макроскопическими. Тело, обладающее количеством вещества 1 моль, имеет привычные для нас макроскопические размеры и массу порядка нескольких десятков граммов.

**Молярная масса.** Наряду с относительной молекулярной массой  $M$ , в физике и химии широко используют понятие **молярная масса**. Молярной массой  $M$  вещества называют массу вещества, взятого в количестве 1 моль.

Согласно такому определению молярная масса вещества равна произведению массы молекулы на постоянную Авогадро:

$$M = m_0 N_A. \quad (8.5)$$

Масса  $m$  любого количества вещества равна произведению массы одной молекулы на число молекул в теле:

$$m = m_0 N. \quad (8.6)$$

Заменив  $N_A$  и  $N$  в формуле (8.4) их выражениями из формул (8.5) и (8.6), получим

$$v = \frac{m}{M}. \quad (8.7)$$

**Количество вещества равно отношению массы вещества к его молярной массе.** Именно такое определение количества вещества дается в учебнике химии.

Число молекул любого количества вещества массой  $m$  и молярной массой  $M$  согласно формулам (8.4) и (8.7) равно:

$$N = vN_A = N_A \frac{m}{M}. \quad (8.8)$$

Формулы (8.2), (8.4) и (8.5) дают определения новым физическим величинам, таким, как относительная молекулярная масса, количество вещества и молярная масса. Вывести их нельзя, их надо просто запомнить. Остальные формулы, например (8.7) и (8.8), можно вывести.



1. Чему равна относительная молекулярная масса воды?
2. Сколько молекул в двух молях воды?
3. Можно ли доказать, что молярная масса  $M$  связана с относительной молекулярной массой соотношением

$$M \approx 10^{-3} M_r \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$$

(В доказательство надо использовать формулы (8.5), (8.2), а также значения массы атома углерода и постоянной Авогадро.)

## § 58 БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Сейчас вы познакомитесь с самым очевидным доказательством теплового движения молекул (второе основное положение молекулярно-кинетической теории). Обязательно постараитесь посмотреть в микроскоп и увидеть, как движутся так называемые броуновские частицы.

Ранее вы узнали, что такое *диффузия*, т. е. перемещивание газов, жидкостей и твердых тел при их непосредственном контакте. Это явление можно объяснить беспорядочным движением молекул и проникновением молекул одного вещества в пространство между молекулами другого вещества. Этим можно объяснить, например, тот факт, что объем смеси воды и спирта меньше объема составляющих ее компонентов. Но самое очевидное доказательство движения молекул можно получить, наблюдая в микроскоп мельчайшие, взвешенные в воде частицы какого-либо твердого вещества. Эти частицы совершают беспорядочное движение, которое называют *броуновским*.

**Броуновское движение** — это тепловое движение взвешенных в жидкости (или газе) частиц.

**Наблюдение броуновского движения.** Английский ботаник Р. Броун (1773—1858) впервые наблюдал это явление в 1827 г., рассматривая в микроскоп взвешенные в воде споры плауна. Позже он рассматривал и другие мелкие частицы, в том числе частички камня из египетских пирамид. Сейчас для наблюдения броуновского движения используют частички краски гуммигут, которая нерастворима в воде. Эти частички совершают беспорядочное движение. Самым поразительным и непривычным для нас является то, что это движение никогда не прекращается. Мы ведь привыкли к тому, что любое движущееся тело рано или поздно останавливается. Броун вначале думал, что споры плауна проявляют признаки жизни.

Броуновское движение — тепловое движение, и оно не может прекратиться. С увеличением температуры интенсивность его растет. На рисунке 8.3 приведена схема движения броуновских частиц. Положения частиц, отмеченные точками, определены через равные промежутки времени — 30 с. Эти точки соединены прямыми линиями. В действительности траектория частиц гораздо сложнее.

Броуновское движение можно наблюдать и в газе. Его совершают взвешенные в воздухе частицы пыли или дыма.

Красочно описывает броуновское движение немецкий физик Р. Поль (1884—1976): «Немногие явления способны так увлечь наблюдателя, как броуновское движение. Здесь наблюдателю позволяет заглянуть за кулисы того, что совершается в природе. Перед ним открывается новый мир — безостановочная суетолока огромного числа частиц. Быстро пролетают в поле зрения микроскопа мельчайшие частицы, почти мгновенно меняя направление движения. Медленнее продвигаются более крупные частицы, но и они постоянно меняют направление движения. Большие частицы практически толкуются на месте. Их выступы явно показывают вращение частиц вокруг своей оси, которая постоянно меняет направление в пространстве. Нигде нет и следа системы или порядка. Господство слепого случая — вот какое сильное, подавляющее впечатление производит эта картина на наблюдателя».

В настоящее время понятие *броуновское движение* используется в более широком смысле. Например, броуновским движением является дрожание стрелок чувствительных измерительных приборов, которое происходит из-за теплового движения атомов деталей приборов и окружающей среды.

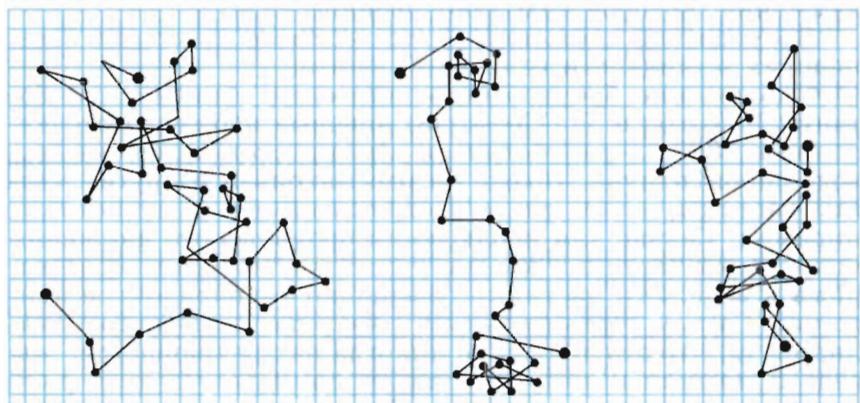


Рис. 8.3

**Объяснение броуновского движения.** Объяснить броуновское движение можно только на основе молекулярно-кинетической теории. Причина броуновского движения частицы заключается в том, что удары молекул жидкости о частицу не компенсируют друг друга. На рисунке 8.4 схематически показано положение одной броуновской частицы и ближайших к ней молекул. При беспорядочном движении молекул передаваемые ими броуновской частице импульсы, например слева и справа, неодинаковы. Поэтому отлична от нуля результирующая сила давления молекул жидкости на броуновскую частицу. Эта сила и вызывает изменение движения частицы.

Среднее давление имеет определенное значение как в газе, так и в жидкости. Но всегда происходят незначительные случайные отклонения от этого среднего значения. Чем меньше площадь поверхности тела, тем заметнее относительные изменения силы давления, действующей на данную площадь. Так, например, если площадка имеет размер порядка нескольких диаметров молекулы, то действующая на нее сила давления меняется скачкообразно от нуля до некоторого значения при попадании молекулы в эту площадку.

Молекулярно-кинетическая теория броуновского движения была создана в 1905 г. А. Эйнштейном (1879—1955).

Построение теории броуновского движения и ее экспериментальное подтверждение французским физиком Ж. Перреном окончательно завершили победу молекулярно-кинетической теории.

**Опыты Перрена.** Идея опытов Перрена состоит в следующем.

Известно, что концентрация молекул газа в атмосфере уменьшается с высотой. Если бы не было теплового движения, то все молекулы упали бы на Землю и атмосфера исчезла бы. Однако если бы не было притяжения к Земле, то за счет теплового движения молекулы покидали бы Землю, так как газ способен к неограниченному расширению. В результате действия этих противоположных факторов устанавливается определенное распределение молекул по высоте, о чём сказано выше, т. е. концентрация молекул довольно быстро уменьшается с высотой. Причём, чем больше масса молекул, тем быстрее с высотой убывает их концентрация.

Броуновские частицы участвуют в тепловом движении. Так как их взаимодействие пренебрежимо мало, то сово-

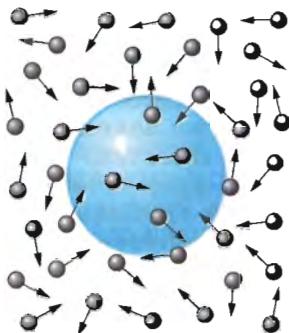


Рис. 8.4

купность этих частиц в газе или жидкости можно рассматривать как идеальный газ из очень тяжелых молекул. Следовательно, концентрация броуновских частиц в газе или жидкости в поле тяжести Земли должна убывать по тому же закону, что и концентрация молекул газа. Закон этот известен.

Перрен с помощью микроскопа большого увеличения и малой глубины поля зрения (малой глубины резкости) наблюдал броуновские частицы в очень тонких слоях жидкости. Подсчитывая концентрацию частиц на разных высотах, он нашел, что эта концентрация убывает с высотой по тому же закону, что и концентрация молекул газа. Отличие в том, что за счет большой массы броуновских частиц убывание происходит очень быстро.

Более того, подсчет броуновских частиц на разных высотах позволил Перрену определить постоянную Авогадро совершенно новым методом. Значение этой постоянной совпало с известным.

Все эти факты свидетельствуют о правильности теории броуновского движения и, соответственно, о том, что броуновские частицы участвуют в тепловом движении молекул.

---

Вы наглядно убедились в существовании теплового движения; увидели, как происходит беспорядочное движение. Молекулы движутся еще более беспорядочно, чем броуновские частицы.

---

## § 59 СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОЛЕКУЛ

Молекулы взаимодействуют друг с другом. Без этого взаимодействия не было бы ни твердых, ни жидких тел.

Доказать существование значительных сил взаимодействия между атомами или молекулами несложно. Попробуйте-ка сломать толстую палку! А ведь она состоит из молекул. Но одни *силы притяжения* не могут обеспечить существования устойчивых образований из атомов и молекул. На очень малых расстояниях между молекулами обязательно действуют *силы отталкивания*. Благодаря этому молекулы не проникают друг в друга и куски вещества никогда не сжимаются до размеров порядка размеров одной молекулы.

**Как возникает взаимодействие молекул.** Молекула — это сложная система, состоящая из отдельных заряженных частиц: электронов и атомных ядер. Хотя в целом молекулы электрически нейтральны, тем не менее между ними на малых расстояниях действуют значительные электрические силы: происходит взаимодействие электронов и атомных ядер соседних молекул.

Если молекулы находятся на расстояниях, превышающих их размеры в несколько раз, то силы взаимодействия практически не сказываются. Силы между электрически нейтральными молекулами являются короткодействующими.

На расстояниях, превышающих 2—3 диаметра молекул, действуют силы притяжения. По мере уменьшения расстояния между молекулами сила их взаимного притяжения сначала увеличивается, но одновременно увеличивается и сила отталкивания. При определенном расстоянии сила притяжения становится равной силе отталкивания. Это расстояние считается равным диаметру молекулы.

При дальнейшем уменьшении расстояния электронные оболочки атомов начинают перекрываться и быстро увеличивается сила отталкивания.

Атомы и молекулы состоят из электрически заряженных частиц. Благодаря действию электрических сил на малых расстояниях силы притяжения больше сил отталкивания.



1. Почему два свинцовых бруска с гладкими чистыми срезами сплюются, если их прижать друг к другу?
2. Почему два кусочка мела прочно не соединяются, если их прижать друг к другу?

## § 60

### СТРОЕНИЕ ГАЗООБРАЗНЫХ, ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Молекулярно-кинетическая теория дает возможность понять, почему вещество может находиться в газообразном, жидком и твердом состояниях.

**Газы.** В газах расстояние между атомами или молекулами в среднем во много раз больше размеров самих молекул (рис. 8.5). Например, при атмосферном давлении объем сосуда в десятки тысяч раз превышает объем находящихся в нем молекул.

Газы легко сжимаются, при этом уменьшается среднее расстояние между молекулами, но форма молекулы не изменяется (рис. 8.6).

Молекулы с огромными скоростями — сотни метров в секунду — движутся в пространстве. Столкнувшись, они отскакивают

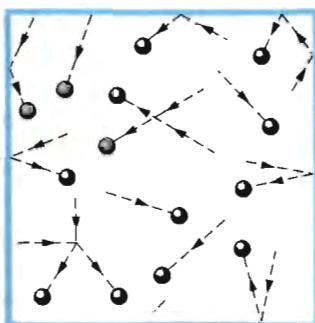


Рис. 8.5



Рис. 8.6



Рис. 8.7

друг от друга в разные стороны подобно билльярдным шарам. Слабые силы притяжения молекул газа не способны удержать их друг возле друга. Поэтому *газы могут неограниченно расширяться. Они не сохраняют ни формы, ни объема.*

*Многочисленные удары молекул о стенки сосуда создают давление газа.*

**Жидкости.** Молекулы жидкости расположены почти вплотную друг к другу (рис. 8.7), поэтому молекула жидкости ведет себя иначе, чем молекула газа. В жидкостях существует так называемый ближний порядок, т. е. упорядоченное расположение молекул сохраняется на расстояниях, равных нескольким молекулярным диаметрам. Молекула колеблется около своего положения равновесия, сталкиваясь с соседними молекулами. Лишь время от времени она совершает очередной «прыжок», попадая в новое положение равновесия. В этом положении равновесия сила отталкивания равна силе притяжения, т. е. суммарная сила взаимодействия молекулы равна нулю. Время оседлой жизни молекулы воды, т. е. время ее колебаний около одного определенного положения равновесия при комнатной температуре, равно в среднем  $10^{-11}$  с. Время же одного колебания значительно меньше ( $10^{-12}$ — $10^{-13}$  с). С повышением температуры время оседлой жизни молекул уменьшается.

Характер молекулярного движения в жидкостях, впервые установленный советским физиком Я. И. Френкелем, позволяет понять основные свойства жидкостей.



**Френкель Яков Ильич**

(1894—1952) — советский физик-теоретик, внесший значительный вклад в самые различные области физики. Я. И. Френкель — автор современной теории жидкого состояния вещества. Им заложены основы теории ферромагнетизма. Широко известны работы Я. И. Френкеля по атмосферному электричеству и происхождению магнитного поля Земли. Первая количественная теория деления ядер урана создана Я. И. Френкелем.

Молекулы жидкости находятся непосредственно друг возле друга. При уменьшении объема силы отталкивания становятся очень велики. Этим и объясняется малая сжимаемость жидкостей.

Как известно, жидкости текучи, т. е. не сохраняют своей формы. Объяснить это можно так. Внешняя сила заметно не меняет числа перескоков молекул в секунду. Но перескоки молекул из одного оседлого положения в другое происходят преимущественно в направлении действия внешней силы (рис. 8.8). Вот почему жидкость течет и принимает форму сосуда.

**Твердые тела.** Атомы или молекулы твердых тел, в отличие от атомов и молекул жидкостей, колеблются около определенных положений равновесия. По этой причине твердые тела сохраняют не только объем, но и форму. Потенциальная энергия взаимодействия молекул твердого тела существенно больше их кинетической энергии.

Есть еще одно важное различие между жидкостями и твердыми телами. Жидкость можно сравнить с толпой людей, где отдельные индивидуумы беспокойно толкуются на месте, а твердое тело подобно стройной когорте тех же индивидуумов, которые хотя и не стоят по стойке смирно, но выдерживают между собой в среднем определенные расстояния. Если соединить центры положений равновесия атомов или ионов твердого тела, то получится правильная пространственная решетка, называемая кристаллической.

На рисунках 8.9 и 8.10 изображены кристаллические решетки поваренной

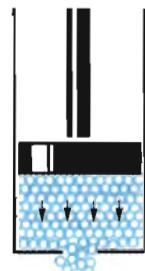


Рис. 8.8

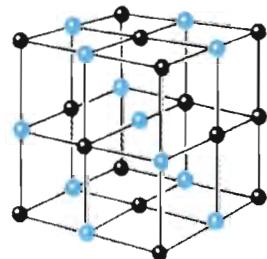


Рис. 8.9

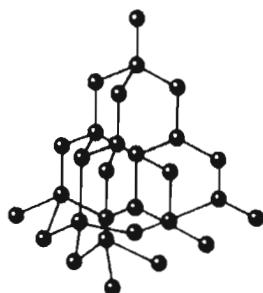


Рис. 8.10

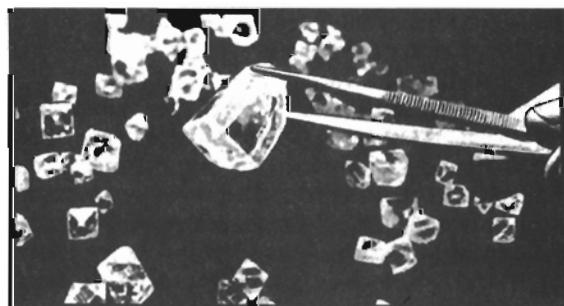


Рис. 8.11

соли и алмаза. Внутренний порядок в расположении атомов кристаллов приводит к правильным внешним геометрическим формам.

На рисунке 8.11 показаны якутские алмазы.

У газа расстояние  $l$  между молекулами много больше размеров молекул  $r_0$ :  $l \gg r_0$ .

У жидкостей и твердых тел  $l \approx r_0$ . Молекулы жидкости расположены в беспорядке и время от времени перескакивают из одного оседлого положения в другое.

У кристаллических твердых тел молекулы (или атомы) расположены строго упорядоченно.



- Газ способен к неограниченному расширению. Почему существует атмосфера у Земли?
- Чем отличаются траектории движения молекул газа, жидкости и твердого тела? Нарисуйте примерные траектории молекул веществ, находящихся в этих состояниях.

## § 61

### ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ В МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Качественное объяснение основных свойств вещества на основе молекулярно-кинетической теории не является особенно сложным. Однако теория, устанавливающая количественные связи между измеряемыми на опыте величинами (давлением, температурой и др.) и свойствами самих молекул, их числом и скоростью движения, весьма сложна.

**Идеальный газ.** У газа при обычных давлениях расстояние между молекулами во много раз превышает их размеры. В этом случае силы взаимодействия молекул пренебрежимо малы и кинетическая энергия молекул много больше потенциальной энергии взаимодействия. Молекулы газа можно рассматривать как материальные точки или очень маленькие твердые шарики. Вместо *реального газа*, между молекулами которого действуют сложные силы взаимодействия, мы будем рассматривать его *модель — идеальный газ*.

**Идеальный газ** — это газ, взаимодействие между молекулами которого пренебрежимо мало. Естественно, при столкновении молекул идеального газа на них действует сила отталкивания. Так как молекулы газа мы можем согласно модели считать материальными точками, то размерами молекул мы пренебрегаем, считая, что объем, который они занимают, гораздо меньше объема сосуда.

Напомним, что в физической модели принимают во внимание лишь те свойства реальной системы, учет кото-

рых совершенно необходимо для объяснения исследуемых закономерностей поведения этой системы. Ни одна модель не может передать все свойства системы. Сейчас нам предстоит решить довольно узкую задачу: вычислить с помощью молекулярно-кинетической теории давление идеального газа на стенки сосуда. Для этой задачи модель идеального газа оказывается вполне удовлетворительной. Она приводит к результатам, которые подтверждаются опытом.

**Давление газа в молекулярно-кинетической теории.** Пусть газ находится в закрытом сосуде. Манометр показывает давление газа  $p_0$ . Как возникает это давление?

Каждая молекула газа, ударяясь о стенку, в течение малого промежутка времени действует на нее с некоторой силой. В результате беспорядочных ударов о стенку давление быстро меняется со временем примерно так, как показано на рисунке 8.12. Однако действия, вызванные ударами отдельных молекул, настолько слабы, что манометром они не регистрируются. Манометр фиксирует среднюю по времени силу, действующую на каждую единицу площади поверхности его чувствительного элемента — мембранны. Несмотря на небольшие изменения давления, среднее значение давления  $p_0$  практически оказывается вполне определенной величиной, так как ударов о стенку очень много, а массы молекул очень малы.

Идеальный газ — модель реального газа. Согласно этой модели молекулы газа можно рассматривать как материальные точки, взаимодействие которых происходит только при их столкновении. Столкнувшись со стенкой, молекулы газа оказывают на нее давление.



1. Чем пренебрегают, когда реальный газ рассматривают как идеальный?
2. Газ оказывает давление на стенки сосуда. А давит ли один слой газа на другой?

## § 62

### СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ КВАДРАТА СКОРОСТИ МОЛЕКУЛ

Для вычисления среднего давления надо знать среднюю скорость молекул (точнее, среднее значение квадрата скорости). Это не простой вопрос. Вы привыкли к тому, что скорость имеет каждая частица. Средняя же скорость молекул зависит от движения всех частиц.



Рис. 8.12

**Средние значения.** С самого начала нужно отказаться от попыток проследить за движением всех молекул, из которых состоит газ. Их слишком много, и движутся они очень сложно. Нам и не нужно знать, как движется каждая молекула. Мы должны выяснить, к какому результату приводит движение всех молекул газа.

Характер движения всей совокупности молекул газа известен из опыта. Молекулы участвуют в беспорядочном (тепловом) движении. Это означает, что скорость любой молекулы может оказаться как очень большой, так и очень малой. Направление движения молекул беспрестанно меняется при их столкновениях друг с другом.

Скорости отдельных молекул могут быть любыми, однако *среднее значение модуля этих скоростей* вполне определенное. Точно так же рост учеников в классе неодинаков, но его среднее значение — определенное число. Чтобы это число найти, надо сложить рост отдельных учеников и разделить эту сумму на число учащихся.

**Среднее значение квадрата скорости.** В дальнейшем нам понадобится среднее значение не самой скорости, а квадрата скорости. От этой величины зависит средняя кинетическая энергия молекул. А средняя кинетическая энергия молекул, как мы вскоре убедимся, имеет очень большое значение во всей молекулярно-кинетической теории.

Обозначим модули скоростей отдельных молекул газа через  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_N$ . Среднее значение квадрата скорости определяется следующей формулой:

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2}{N}, \quad (8.9)$$

где  $N$  — число молекул в газе.

Но квадрат модуля любого вектора равен сумме квадратов его проекций на оси координат  $OX, OY, OZ$ <sup>1</sup>. Поэтому

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2. \quad (8.10)$$

Средние значения величин  $v_x^2, v_y^2$  и  $v_z^2$  можно определить с помощью формул, подобных формуле (8.9). Между средним значением  $\overline{v^2}$  и средними значениями квадратов проекций существует такое же соотношение, как соотношение (8.10):

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}. \quad (8.11)$$

Действительно, для каждой молекулы справедливо равенство (8.10). Сложив такие равенства для отдельных молекул и разделив обе части полученного уравнения на число молекул  $N$ , мы придем к формуле (8.11).

---

<sup>1</sup> Из курса механики известно, что при движении на плоскости  $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ . Формула (8.10) представляет собой обобщение этого выражения на случай движения в пространстве.

**Внимание!** Так как направления трех осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  вследствие беспорядочного движения молекул равноправны, средние значения квадратов проекций скорости равны друг другу:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}. \quad (8.12)$$

Видите, из хаоса выплывает определенная закономерность. Смогли бы вы это сообразить сами?

Учитывая соотношение (8.12), подставим в формулу (8.11)  $\overline{v_x^2}$  вместо  $\overline{v_y^2}$  и  $\overline{v_z^2}$ . Тогда для среднего квадрата проекции скорости получим:

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}, \quad (8.13)$$

т. е. средний квадрат проекции скорости равен  $\frac{1}{3}$  среднего квадрата самой скорости. Множитель  $\frac{1}{3}$  появляется вследствие трехмерности пространства и соответственно существования трех проекций у любого вектора.

Скорости молекул беспорядочно меняются, но средний квадрат скорости вполне определенная величина.



1. Всегда ли равноправны средние значения проекций скорости движения молекул?
2. Чему равно среднее значение проекции скорости молекул на ось  $OX$ ?

## § 63

### ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗОВ

Приступаем к выводу основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов. В этом уравнении устанавливается зависимость давления газа от средней кинетической энергии его молекул. После вывода этого уравнения в XIX в. и экспериментального доказательства его справедливости началось быстрое развитие количественной теории, продолжающееся по сегодняшний день.

Доказательство почти любого утверждения в физике, вывод любого уравнения могут быть проделаны с различной степенью строгости и убедительности: очень упрощенно, более или менее строго или же с полной строгостью, доступной современной науке.

Строгий вывод уравнения молекулярно-кинетической теории газов довольно сложен. Поэтому мы ограничимся сильно упрощенным, схематичным выводом уравнения. Несмотря на все упрощения, результат получится верный.

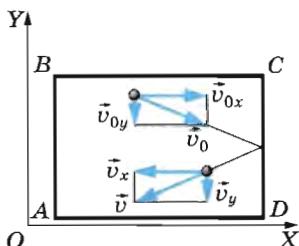


Рис. 8.13

импульса молекулы равно импульсу подействовавшей на нее силы со стороны стенки сосуда, а согласно третьему закону Ньютона таков же по модулю импульс силы, с которой молекула подействовала на стенку. Следовательно, в результате удара молекулы на стенку подействовала сила, импульс которой равен  $2m_0 |v_x|$ .

Молекул много, и каждая из них передает стенке при столкновении такой же импульс. За секунду они передадут стенке импульс  $2m_0 |v_x| Z$ , где  $Z$  — число столкновений всех молекул со стенкой за это время. Число  $Z$ , очевидно, прямо пропорционально концентрации молекул, т. е. числу молекул в единице объема. Кроме того, число  $Z$  пропорционально скорости молекул  $|v_x|$ . Чем больше эта скорость, тем больше молекул за секунду успеет столкнуться со стенкой. Если бы молекулы «стояли на месте», то столкновений их со стенкой не было бы совсем. Кроме того, число столкновений молекул со стенкой пропорционально площади поверхности стенки  $S$ :  $Z \sim n |v_x| S$ . Надо еще учесть, что в среднем только половина всех молекул движется к стенке. Другая половина движется в обратную сторону. Значит, число ударов молекул о стенку за время 1 с  $Z = \frac{1}{2} n |v_x| S$  и полный импульс, переданный стенке за 1 с, равен:

$$2m_0 |v_x| Z = m_0 n v_x^2 S.$$

Согласно второму закону Ньютона изменение импульса любого тела за единицу времени равно действующей на него силе:  $F = m_0 n v_x^2 S$ .

Учтем, что не все молекулы имеют одно и то же значение квадрата скорости  $v_x^2$ . В действительности средняя за секунду сила, действующая на стенку, пропорциональна не  $v_x^2$ , а среднему квадрату скорости  $v_x^2$ :  $\bar{F} = m_0 n v_x^2 S$ . Так как согласно формуле (8.13)  $\bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$ , то  $\bar{F} = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 S$ . Таким образом, давление газа на стенку сосуда равно:

$$p = \frac{\bar{F}}{S} = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2. \quad (8.14)$$

**Вывод основного уравнения.** Вычислим давление газа на стенку  $CD$  сосуда  $ABCD$  площадью  $S$ , перпендикулярную координатной оси  $OX$  (рис. 8.13).

При ударе молекулы о стенку ее импульс изменяется:  $\Delta p_x = m_0 (v_x - v_{0x})$ . Так как модуль скорости молекул при ударе не меняется, то  $\Delta p_x = 2m_0 v_x$ . Согласно второму закону Ньютона изменение

импульса молекулы равно импульсу подействовавшей на нее силы со стороны стенки сосуда, а согласно третьему закону Ньютона таков же по модулю импульс силы, с которой молекула подействовала на стенку. Следовательно, в результате удара молекулы на стенку подействовала сила, импульс которой равен  $2m_0 |v_x|$ .

Молекул много, и каждая из них передает стенке при столкновении такой же импульс. За секунду они передадут стенке импульс  $2m_0 |v_x| Z$ , где  $Z$  — число столкновений всех молекул со стенкой за это время. Число  $Z$ , очевидно, прямо пропорционально концентрации молекул, т. е. числу молекул в единице объема. Кроме того, число  $Z$  пропорционально скорости молекул  $|v_x|$ . Чем больше эта скорость, тем больше молекул за секунду успеет столкнуться со стенкой. Если бы молекулы «стояли на месте», то столкновений их со стенкой не было бы совсем. Кроме того, число столкновений молекул со стенкой пропорционально площади поверхности стенки  $S$ :  $Z \sim n |v_x| S$ . Надо еще учесть, что в среднем только половина всех молекул движется к стенке. Другая половина движется в обратную сторону. Значит, число ударов молекул о стенку за время 1 с  $Z = \frac{1}{2} n |v_x| S$  и полный импульс, переданный стенке за 1 с, равен:

$$2m_0 |v_x| Z = m_0 n v_x^2 S.$$

Согласно второму закону Ньютона изменение импульса любого тела за единицу времени равно действующей на него силе:  $F = m_0 n v_x^2 S$ .

Учтем, что не все молекулы имеют одно и то же значение квадрата скорости  $v_x^2$ . В действительности средняя за секунду сила, действующая на стенку, пропорциональна не  $v_x^2$ , а среднему квадрату скорости  $v_x^2$ :  $\bar{F} = m_0 n v_x^2 S$ . Так как согласно формуле (8.13)  $\bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$ , то  $\bar{F} = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 S$ . Таким образом, давление газа на стенку сосуда равно:

$$p = \frac{\bar{F}}{S} = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2. \quad (8.14)$$

Это и есть основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов.

Формула (8.14) связывает макроскопическую величину — давление, которое может быть измерено манометром, — с микроскопическими величинами, характеризующими молекулы: их массой, скоростью хаотичного движения.

**Связь давления со средней кинетической энергией молекул.** Если через  $\bar{E}$  обозначить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы  $\bar{E} = \frac{m_0 v^2}{2}$ , то уравнение (8.14) можно записать в виде

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}. \quad (8.15)$$

*Давление идеального газа пропорционально произведению концентрации молекул и средней кинетической энергии поступательного движения молекул.*

В главе 9 докажем, что средняя кинетическая энергия молекул связана также и с температурой газа.

Нам удалось вычислить давление идеального газа на стенки сосуда.

Оно зависит от концентрации молекул. Кроме того, и это главное, давление газа пропорционально средней кинетической энергии молекул.



1. Почему молекула при соударении со стенкой действует на нее с силой, пропорциональной скорости, а давление пропорционально квадрату скорости молекулы?
2. Почему и как в основном уравнении молекулярно-кинетической теории появляется множитель  $\frac{1}{3}$ ?
3. Как средняя кинетическая энергия молекул зависит от концентрации газа и его давления на стенки сосуда?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении большей части задач главы 8 нужно уметь определять молярные массы веществ. Для этого по известным из таблицы Менделеева относительным атомным массам надо определить относительную молекулярную массу, а затем и молярную массу по формуле  $M = 10^{-3} M_r$ , кг/моль, где  $M$  — молярная масса;  $M_r$  — относительная молекулярная масса.

Во многих задачах требуется по известной массе тела  $m$  определить количество вещества  $v$  или число молекул (атомов)  $N$  в нем. Для этого используются формулы  $v = \frac{m}{M}$  и  $N = \frac{m}{M} N_A$ . Постоянную Авогадро  $N_A$  надо помнить. Массы отдельных молекул определяются по формуле  $m_0 = \frac{m}{N_A}$ . В некоторых задачах массу вещества нужно выразить через его плотность  $\rho$  и объем  $V$ .

В ряде задач используется основное уравнение молекулярно-кинетической теории в форме (8.14) или (8.15).

### 1. Определите молярную массу воды.

**Решение.** Относительная атомная масса водорода равна 1,00797, а кислорода 15,9994. Химическая формула воды —  $H_2O$ . Следовательно, относительная молекулярная масса воды равна:

$$M_r = 2 \cdot 1,00797 + 15,9994 = 18,01534 \approx 18.$$

### Молярная масса воды

$$M \approx 10^{-3} \cdot 18 \text{ кг/моль} = 0,018 \text{ кг/моль.}$$

### 2. Определите количество вещества и число молекул, содержащихся в углекислом газе массой 1 кг.

**Решение.** Так как молярная масса углекислого газа  $M = 0,044$  кг/моль, то количество вещества

$$v = \frac{m}{M} = \frac{1}{0,044} \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \approx 23 \text{ моль.}$$

$$\text{Число молекул } N = \frac{m}{M} N_A = 23 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \approx 1,4 \cdot 10^{25}.$$

### 3. Плотность газа в баллоне электрической лампы $\rho = 0,9$ кг/м<sup>3</sup>. При горении лампы давление в ней возросло с $p_1 = 8 \cdot 10^4$ Па до $p_2 = 1,1 \cdot 10^5$ Па. На сколько увеличилась при этом средняя скорость молекул газа?

**Решение.** Произведение массы  $m_0$  одной молекулы на концентрацию молекул (число молекул в единице объема) равно массе молекул, заключенных в единице объема, т. е. плотности газа  $\rho = m_0 n$ . Следовательно, основное уравнение молекулярно-кинетической теории (8.14) можно записать в виде

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2.$$

Поэтому

$$\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3}{\rho}} (\sqrt{p_2} - \sqrt{p_1}) \approx 90 \text{ м/с.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 11

1. Какую площадь может занять капля оливкового масла объемом 0,02 см<sup>3</sup> при расплывании ее на поверхности воды?
2. Определите молярные массы водорода и гелия.
3. Во сколько раз число атомов в углероде массой 12 кг превышает число молекул в кислороде массой 16 кг?
4. Каково количество вещества (в молях), содержащегося в воде массой 1 г?
5. Молярная масса азота равна 0,028 кг/моль. Чему равна масса молекулы азота?
6. Определите число атомов в меди объемом 1 м<sup>3</sup>. Молярная масса меди  $M = 0,0635$  кг/моль, ее плотность  $\rho = 9000$  кг/м<sup>3</sup>.
7. Плотность алмаза 3500 кг/м<sup>3</sup>. Какой объем займут  $10^{22}$  атомов этого вещества?
8. Под каким давлением находится газ в сосуде, если средний квадрат скорости его молекул  $v^2 = 10^6$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>, концентрация молекул  $n = 3 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>, масса каждой молекулы  $m_0 = 5 \cdot 10^{-26}$  кг?
9. В колбе объемом 1,2 л содержится  $3 \cdot 10^{22}$  атомов гелия. Чему равна средняя кинетическая энергия каждого атома? Давление газа в колбе 10<sup>5</sup> Па.
10. Вычислите средний квадрат скорости движения молекул газа, если его масса  $m = 6$  кг, объем  $V = 4,9$  м<sup>3</sup> и давление  $p = 200$  кПа.

## Глава 8. КРАТКИЕ ИТОГИ

Согласно основным положениям молекулярно-кинетической теории все тела состоят из молекул (или атомов); между молекулами на малых расстояниях (сравнимых с размерами молекул) действуют силы отталкивания, а на больших — силы притяжения; молекулы участвуют в хаотичном тепловом движении.

Массы молекул малы, а число их в больших (макроскопических) телах огромно. Поэтому вместо абсолютных значений масс молекул и их количества в макроскопических телах используют относительные величины.

Относительной молекулярной (или атомной) массой называют отношение массы молекулы (или атома) к  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода  $M_r = \frac{m_0}{(1/12)m_{0C}}$ .

Количество вещества выражают в молях. Моль — количество вещества, содержащее столько же молекул, сколько содержится атомов в углероде массой 0,012 кг.

Число молекул в моле вещества называется постоянной Авогадро:  $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ .

Количество вещества равно отношению числа молекул  $N$  в теле к постоянной Авогадро:  $v = \frac{N}{N_A}$ .

Молярной массой называется масса вещества, взятого в количестве одного моля:  $M = m_0 N_A$ .

В газах расстояние между молекулами много больше размеров молекул. В жидкостях и твердых телах молекулы (или атомы) находятся непосредственно друг возле друга. В твердых телах они расположены *в строгом порядке* и совершают *колебания* около положений равновесия. В жидкостях молекулы расположены *неупорядоченно* и время от времени совершают *перескоки* из одного положения равновесия в другое.

В молекулярно-кинетической теории *идеальным* газом называют газ, состоящий из молекул, не взаимодействующих друг с другом и имеющих нулевые размеры.

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории давление газа пропорционально произведению концентрации молекул на среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул:  $p = \frac{2}{3} n \bar{E}$ , где  $E = \frac{mv^2}{2}$ .

## Глава 9 ТЕМПЕРАТУРА. ЭНЕРГИЯ ТЕПЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ МОЛЕКУЛ

В этой главе вы узнаете нечто новое о физической величине, которую каждый день упоминают в сводках погоды, т. е. о температуре, а также о том, как она строго научно определяется в физике, каков ее истинный физический смысл.

### § 64 ТЕМПЕРАТУРА И ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

Термометрами пользуются все. А что они измеряют? Конечно, температуру! Однако это еще не ответ. Что означают слова: «Я измерил температуру тела»? Что я при этом узнал? Что именно характеризует температура? Это все не так просто, как может показаться на первый взгляд.

**Макроскопические параметры.** Для описания процессов в газах и других макроскопических телах нет необходимости все время обращаться к молекулярно-кинетической теории. Поведение макроскопических тел, в частности газов, можно охарактеризовать немногим числом физических величин, относящихся не к отдельным молекулам, слагающим тела, а ко всем молекулам в целом. К числу таких величин относятся объем  $V$ , давление  $p$ , температура  $t$ .

Так, газ данной массы всегда занимает некоторый объем, имеет определенные давление и температуру. Объем и давление представляют собой механические величины, которые помогают описывать состояние газа. Температура в механике не рассматривается, так как она характеризует внутреннее состояние тела.

Величины, характеризующие состояние макроскопических тел без учета их молекулярного строения ( $V, p, t$ ), называют **макроскопическими параметрами**. Однако макроскопические параметры не исчерпываются объемом, давлением и температурой.

Например, для описания состояния смеси газов нужно еще знать концентрации отдельных компонентов. Обычный атмосферный воздух представляет собой смесь газов.

**Холодные и горячие тела.** Центральное место во всем учении о тепловых явлениях занимает понятие *температура*. Все мы хорошо знаем различие между холодными и горячими телами. На ощупь мы определяем, какое тело нагрето сильнее, и говорим, что это тело имеет более высокую температуру. Таким образом, *температура* характеризует степень нагретости тела (холодное, теплое, горячее). Для ее измерения был создан прибор, называемый *термометром*. В его устройстве использовано свойство тел изменять объем при нагревании или охлаждении.

**Тепловое равновесие.** Для измерения температуры тела человека нужно подержать медицинский термометр под мышкой 5—8 мин. За это время ртуть в термометре нагревается и уровень ее повышается. По длине столбика ртути можно определить температуру. Термометр никогда не покажет температуру тела сразу же после того, как он соприкоснулся с ним. Необходимо некоторое время для того, чтобы температуры тела и термометра выровнялись и между телами установилось *тепловое равновесие*, при котором температура перестает изменяться.

Тепловое равновесие с течением времени устанавливается между любыми телами, имеющими различную температуру. Бросьте в стакан с водой кусочек льда и закройте стакан плотной крышкой. Лед начнет плавиться, а вода охлаждаться. Когда лед растает, вода начнет нагреваться: после того как она примет температуру окружающего воз-

духа, никаких изменений внутри стакана с водой происходить не будет.

Из этих и подобных им простых наблюдений можно сделать вывод о существовании очень важного общего свойства тепловых явлений. Любое макроскопическое тело или группа макроскопических тел при неизменных внешних условиях самопроизвольно переходит в состояние теплового равновесия.

**Тепловым равновесием** называют такое состояние тел, при котором все макроскопические параметры сколь угодно долго остаются неизменными. Это означает, что в системе *не меняются объем и давление*, не происходит теплообмен, отсутствуют взаимные превращения газов, жидкостей, твердых тел и т. д. В частности, не меняется объем столбика ртути в термометре, т. е. *температура системы остается постоянной*.

Но микроскопические процессы внутри тела не прекращаются и при тепловом равновесии: меняются положения молекул, их скорости при столкновениях.

**Температура.** Система макроскопических тел может находиться в различных состояниях. В каждом из этих состояний температура имеет свое, строго определенное значение. Другие физические величины в состоянии теплового равновесия системы могут иметь разные значения, которые с течением времени не меняются. Так, например, объемы различных частей системы и давления внутри них при наличии твердых перегородок могут быть разными. Если вы внесете с улицы мяч, наполненный сжатым воздухом, то спустя некоторое время температура воздуха в мяче и комнате выровняется. Давление же воздуха в мяче все равно будет больше комнатного.

**Температура характеризует состояние теплового равновесия системы тел: все тела системы, находящиеся друг с другом в тепловом равновесии, имеют одну и ту же температуру.**

При одинаковых температурах двух тел между ними не происходит теплообмена. Если же температуры тел различны, то при установлении между ними теплового контакта будет происходить обмен энергией. При этом тело с большей температурой будет отдавать энергию телу с меньшей температурой. Разность температур тел указывает направление теплообмена между ними.

**Измерение температуры. Термометры.** Для измерения температуры можно воспользоваться изменением любой макроскопической величины в зависимости от температуры: объема, давления, электрического сопротивления и т. д.

Чаще всего на практике используют зависимость объема жидкости (ртути или спирта) от температуры. При гра-



Рис. 9.1

диировке термометра обычно за начало отсчета (0) принимают температуру тающего льда; второй постоянной точкой (100) считают температуру кипения воды при нормальном атмосферном давлении (шкала Цельсия). Шкалу между точками 0 и 100 делят на 100 равных частей, называемых градусами (рис. 9.1). Перемещение столбика жидкости на одно деление соответствует изменению температуры на 1 °C.

Так как различные жидкости расширяются при нагревании неодинаково, то установленная таким образом шкала будет до некоторой степени зависеть от свойств данной жидкости, расстояния на шкале между 0 и 100 °C будут различны. Поэтому градусы (расстояние между двумя соседними отметками) спиртового и ртутного термометров будут разными.

Какое же вещество выбрать для того, чтобы избавиться от этой зависимости?

Было замечено, что в отличие от жидкостей все разреженные газы — водород, гелий, кислород — *расширяются при нагревании одинаково и одинаково меняют свое давление при изменении температуры*. По этой причине в физике для установления рациональной температурной шкалы используют изменение давления определенного количества разреженного газа при постоянном объеме или изменение объема газа при постоянном давлении. Такую шкалу иногда называют *идеальной газовой шкалой температур*. При ее установлении удается избавиться еще от одного существенного недостатка шкалы Цельсия — произвольности выбора начала отсчета, т. е. нулевой температуры. Ведь за начало отсчета вместо температуры таяния льда с тем же успехом можно было бы взять температуру кипения воды.

Сейчас мы подробно рассмотрим, как можно использовать газы для определения температуры.

---

Не в первый раз вам пришлось стокнуться с рассказом о том, как устроен термометр и как он действует. Но появилось и нечто новое — вы познакомились с тепловым равновесием, хотя имели с ним дело множество раз. Температура позволяет отличать одно состояние теплового равновесия от другого. Это не очень наглядно, но очень важно для физики. Разговор о температуре еще далеко не завершен.



1. Какие величины характеризуют состояния макроскопических тел?
2. Каковы отличительные признаки состояний теплового равновесия?
3. Наблюдали ли вы примеры установления теплового равновесия тел, окружающих вас в повседневной жизни?
4. В чем преимущество использования разреженных газов для измерения температуры?
5. Как зависит интенсивность теплообмена между двумя телами от разности их температур?

## § 65 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

При тепловом равновесии средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул всех газов одинакова. В этом вы скоро убедитесь.

**Средняя кинетическая энергия молекул газа при тепловом равновесии.** Возьмем сосуд, разделенный пополам перегородкой, проводящей тепло. В одну половину сосуда поместим кислород, а в другую — водород, имеющие разную температуру. Спустя некоторое время газы будут иметь одинаковую температуру, не зависящую от рода газа, т. е. будут находиться в состоянии теплового равновесия. Для определения температуры выясним, какая физическая величина в молекулярно-кинетической теории обладает таким же свойством.

Из курса физики 7 класса известно, что, чем быстрее движутся молекулы, тем выше температура тела. При нагревании газа в замкнутом сосуде давление газа возрастает. Согласно же основному уравнению молекулярно-кинетической теории (8.15) давление газа  $p$  прямо пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул:  $p = \frac{2}{3} n \bar{E}$ . При тепловом равновесии, если давление газа данной массы и его объем фиксированы, средняя кинетическая энергия молекул газа должна иметь строго определенное значение, как и температура.

Можно предположить, что *при тепловом равновесии именно средние кинетические энергии молекул всех газов одинаковы*. Конечно, это пока только предположение. Его нужно экспериментально проверить. Практически такую проверку произвести непосредственно невозможно, так как измерить среднюю кинетическую энергию молекул очень трудно. Но с помощью основного уравнения молекулярно-кинетической теории ее можно выразить через макроскопические параметры.

Так как концентрация молекул газа  $n = \frac{N}{V}$ , то из уравнения (8.15) получаем  $p = \frac{2N}{3V} \bar{E}$ , или

$$p \frac{V}{N} = \frac{2}{3} \bar{E}. \quad (9.1)$$

Давление  $p$  и объем  $V$  измеряются непосредственно. Число молекул  $N$  можно определить, зная массу газа  $m$ , постоянную Авогадро  $N_A$  и молярную массу  $M$ . Согласно формуле (8.8)

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Если кинетическая энергия  $\bar{E}$  действительно одинакова для всех газов в состоянии теплового равновесия, то и величина  $p$  должна быть тоже одинаковой для всех газов. Только опыт может подтвердить или опровергнуть данное предположение.

**Газы в состоянии теплового равновесия.** Опыт можно осуществить так. Возьмем несколько сосудов, заполненных различными газами, например водородом, гелием и кислородом. Сосуды имеют определенные объемы и снабжены манометрами. Это позволяет измерить давление в каждом сосуде. Массы газов известны, тем самым известно число молекул в каждом сосуде.

Приведем газы в состояние теплового равновесия. Для этого поместим их в тающий лед и подождем, пока не установится тепловое равновесие и давление газов перестанет меняться (рис. 9.2). После этого можно утверждать, что все газы имеют одинаковую температуру  $0^{\circ}\text{C}$ . Давления газов  $p$ , их объемы  $V$  и число молекул  $N$  различные. Найдем отношение  $\frac{pV}{N}$  для водорода. Если, к примеру, водород, количество вещества которого равно 1 моль, занимает объем  $V_{\text{H}_2} = 0,1 \text{ м}^3$ , то при температуре  $0^{\circ}\text{C}$  давление оказывается равным  $p_{\text{H}_2} = 2,265 \cdot 10^4 \text{ Па}$ . Отсюда

$$\frac{p_{\text{H}_2} V_{\text{H}_2}}{N_A} = \frac{2,265 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}^3}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ м}^2} = 3,76 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.} \quad (9.2)$$

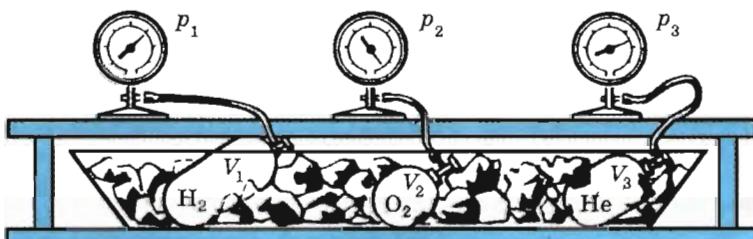


Рис. 9.2

Такое же значение отношения произведения давления газа на его объем к числу молекул получается и для всех других газов при температуре тающего льда. Обозначим это отношение через  $\Theta_0$ . Тогда

$$\frac{p_{\text{H}_2} V_{\text{H}_2}}{N_{\text{H}_2}} = \frac{p_{\text{He}} V_{\text{He}}}{N_{\text{He}}} = \frac{p_{\text{O}_2} V_{\text{O}_2}}{N_{\text{O}_2}} = \Theta_0. \quad (9.3)$$

Таким образом, наше предположение оказалось верным.

Правда, соотношение (9.3) не является абсолютно точным. При давлениях в сотни атмосфер, когда газы становятся весьма плотными, отношение  $\frac{pV}{N}$  перестает быть строго определенным, не зависящим от занимаемых газами объемов. *Оно выполняется для газов, когда их можно считать идеальными.*

Если же сосуды с газами поместить в кипящую воду при нормальном атмосферном давлении, то упомянутое отношение по-прежнему будет одним и тем же для всех газов, но больше, чем предыдущее. Как показывает опыт,

$$\frac{pV}{N} = \Theta_{100} = 5,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.} \quad (9.4)$$

**Определение температуры.** Можно, следовательно, утверждать, что величина  $\Theta$  растет с повышением температуры. Более того,  $\Theta$  ни от чего, кроме температуры, не зависит. Ведь для идеальных газов  $\Theta$  не зависит ни от рода газа, ни от его объема или давления, а также от числа частиц в сосуде и формы самого сосуда. Этот опытный факт позволяет рассматривать величину  $\Theta$  как естественную меру температуры, определяемую через другие макроскопические параметры газа. В принципе можно было бы считать температурой и саму величину  $\Theta$  и измерять температуру в энергетических единицах — джоулях. Однако, во-первых, это неудобно для практического использования (температура 100 °С соответствовала бы очень малая величина — порядка  $10^{-21}$  Дж), а во-вторых, и это главное, уже давно *принято выражать температуру в градусах*.

Мы нашли способ получать значения температуры, не зависящие от свойств газов, которые при этом используются. Пока что температуру мы выразили в энергетических единицах.



1. На каком основании можно предполагать существование связи между температурой и кинетической энергией молекул?
2. Как связаны объем, давление и число молекул различных газов в состоянии теплового равновесия?

## АБСОЛЮТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА. § 66 ТЕМПЕРАТУРА — МЕРА СРЕДНЕЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МОЛЕКУЛ

Не все в мире относительно. Так, существует абсолютный нуль температуры. Есть и абсолютная шкала температур. Сейчас вы узнаете об этом, а также о том, какова точная связь между температурой и средней кинетической энергией молекул.

Вместо температуры  $\Theta$ , выражаемой в энергетических единицах, введем температуру, выражаемую в привычных для нас градусах.

Будем считать величину  $\Theta$  прямо пропорциональной температуре  $T$ , измеряемой в градусах:

$$\Theta = kT, \quad (9.5)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Определенная равенством (9.5) температура называется **абсолютной**. Такое название, как мы сейчас увидим, имеет достаточные основания.

Учитывая определение (9.5), получим

$$\frac{pV}{N} = kT. \quad (9.6)$$

По этой формуле вводится температурная шкала (в градусах), не зависящая от вещества, используемого для измерения температуры.

**Абсолютный нуль температуры.** Температура, определяемая формулой (9.6), очевидно, не может быть отрицательной, так как все величины, стоящие в левой части этой формулы, заведомо положительны. Следовательно, наименьшим возможным значением температуры  $T$  является значение  $T = 0$ , если давление  $p$  или объем  $V$  равны нулю.

Предельную температуру, при которой давление идеального газа обращается в нуль при фиксированном объеме или при которой объем идеального газа стремится к нулю при неизменном давлении, называют **абсолютным нулем температуры**. Это самая низкая температура в природе, та «наибольшая или последняя степень холода», существование которой предсказывал Ломоносов.

**Абсолютная шкала температур.** Английский ученый У. Кельвин (1824—1907) ввел абсолютную шкалу температур. Нулевая температура по абсолютной шкале (*ее называют также шкалой Кельвина*) соответствует абсолютному нулю, а каждая единица температуры по этой шкале равна градусу по шкале Цельсия.

Единица абсолютной температуры в СИ называется **Кельвином** (обозначается буквой К).



### Больцман Людвиг

(1844—1906) — великий австрийский физик, один из основоположников молекулярно-кинетической теории. В трудах Больцмана молекулярно-кинетическая теория впервые предстала как логически стройная, последовательная физическая теория. Больцман много сделал для развития и популяризации теории электромагнитного поля Максвелла. Борец по натуре, он страстно отстаивал необходимость молекулярного истолкования тепловых явлений и принял на себя основную тяжесть борьбы с учеными, отрицавшими существование молекул.

**Постоянная Больцмана.** Определим коэффициент  $k$  в формуле (9.6) так, чтобы один кельвин (1 К) был равен градусу по шкале Цельсия (1 °C).

Мы знаем значения величины  $\Theta$  при 0 °C и 100 °C (см. формулы (9.2) и (9.4)).

Обозначим абсолютную температуру при 0 °C через  $T_1$ , а при 100 °C через  $T_2$ . Тогда согласно формуле (9.5)

$$\Theta_{100} - \Theta_0 = k (T_2 - T_1),$$

$$\Theta_{100} - \Theta_0 = k \cdot 100 \text{ К} = (5,14 - 3,76) \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Отсюда

$$k = \frac{5,14 - 3,76}{100} \cdot 10^{-21} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Коэффициент

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \quad (9.7)$$

называется **постоянной Больцмана** в честь Л. Больцмана, одного из основателей молекулярно-кинетической теории газов.

*Постоянная Больцмана связывает температуру  $\Theta$  в энергетических единицах с температурой  $T$  в кельвинах.* Это одна из наиболее важных постоянных в молекулярно-кинетической теории.

**Связь абсолютной шкалы и шкалы Цельсия.** Зная постоянную Больцмана, можно найти значение абсолютного нуля по шкале Цельсия. Для этого найдем сначала значение абсолютной температуры, соответствующее 0 °C.

Так как при 0 °C  $kT_1 = 3,76 \cdot 10^{-21}$  Дж, то  $T_1 = \frac{3,76 \cdot 10^{-21}}{1,38 \cdot 10^{-23}}$  К  $\approx 273$  К.

Один кельвин и один градус шкалы Цельсия совпадают. Поэтому любое значение абсолютной температуры  $T$  будет на 273 градуса выше соответствующей температуры  $t$  по Цельсию:

$$T (\text{К}) = t (\text{°C}) + 273 (\text{°C}). \quad (9.8)$$

Но изменение абсолютной температуры  $\Delta T$  равно изменению температуры по шкале Цельсия  $\Delta t$ :  $\Delta T (\text{К}) = \Delta t (\text{°C})$ .

На рисунке 9.3 для сравнения изображены абсолютная шкала и шкала Цельсия. Абсолютному нулю соответствует температура  $t = -273 \text{ °C}$ .

Отметим важнейший факт: абсолютный нуль температуры недостижим!

**Температура — мера средней кинетической энергии молекул.** Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории в форме (9.1) и определения температуры (9.6) вытекает важнейшее следствие: *абсолютная температура есть мера средней кинетической энергии движения молекул.*

Докажем это.

Левые части уравнений  $\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \bar{E}$  и  $\frac{pV}{N} = kT$  одинаковы. Значит, должны быть равны и их правые части. Отсюда вытекает связь между средней кинетической энергией поступательного движения молекулы и температурой:

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT. \quad (9.9)$$

**Средняя кинетическая энергия хаотичного поступательного движения молекул газа пропорциональна абсолютной температуре.** Чем выше температура, тем быстрее движутся молекулы. Таким образом, выдвинутая ранее догадка о связи температуры со средней скоростью молекул получила надежное обоснование.

Соотношение (9.9) между температурой и средней кинетической энергией поступательного движения молекул установлено для идеальных газов. Однако оно оказывается справедливым для любых веществ, у которых движение атомов или молекул подчиняется законам механики Ньютона. Оно верно для жидкостей, а также и для твердых тел, где атомы могут лишь колебаться возле положений равновесия в узлах кристаллической решетки.

При приближении температуры к абсолютному нулю энергия теплового движения молекул приближается к нулю.

**Зависимость давления газа от концентрации его молекул и температуры.** Учитывая, что  $\frac{N}{V} = n$ , из формулы (9.6)

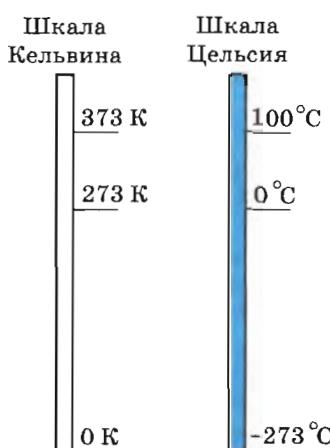


Рис. 9.3

получим выражение, показывающее зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры:

$$p = nkT. \quad (9.10)$$

Из формулы (9.10) вытекает, что при одинаковых давлениях и температурах концентрация молекул у всех газов одна и та же.

Отсюда следует **закон Авогадро**, известный вам из курса химии: *в равных объемах газов при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул.*

Существует минимальная температура, при которой давление или объем идеального газа обращается в нуль. Это абсолютный нуль температуры:  $-273^{\circ}\text{C}$ . Удобно отсчитывать температуру от абсолютного нуля. Так строится абсолютная шкала температур.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул прямо пропорциональна абсолютной температуре.

- 
1. Чему равен абсолютный нуль температуры по шкале Цельсия?
  2. Какие преимущества имеет абсолютная шкала температур по сравнению со шкалой Цельсия?
  3. Каков физический смысл постоянной Больцмана? Можно ли ее определить теоретически, не обращаясь к эксперименту?
  4. Как зависит от температуры средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа?
  5. Почему концентрация молекул всех газов одна и та же при одинаковых давлениях и температурах?
  6. Как зависит средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул от их массы?

## § 67 ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТЕЙ МОЛЕКУЛ ГАЗА

Зная температуру, нетрудно вычислить среднюю кинетическую энергию молекул газа. После этого легко вычислить и среднюю скорость молекулы. А можно ли эту скорость измерить? Ведь молекулы так малы!

**Средняя скорость теплового движения молекул.** Уравнение (9.9) дает возможность найти средний квадрат скорости движения молекулы. Подставив в это уравнение  $\overline{E} = \frac{m_0 v^2}{2}$ , получим выражение для среднего квадрата скорости:

$$\overline{v^2} = 3 \frac{kT}{m_0}. \quad (9.11)$$

Квадратный корень из этой величины называется **средней квадратичной скоростью**:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (9.12)$$

Вычисляя по формуле (9.12) скорость молекул, например азота при  $t = 0^{\circ}\text{C}$ , получим  $\bar{v}_{\text{кв}} \approx 500 \text{ м/с}$ . Молекулы водорода при той же температуре имеют среднюю квадратичную скорость  $\bar{v}_{\text{кв}} \approx 1800 \text{ м/с}$ .

Когда впервые были получены эти числа (вторая половина XIX в.), многие физики были ошеломлены. Скорости молекул газа по расчетам оказались больше, чем скорости артиллерийских снарядов! На этом основании высказывали даже сомнения в справедливости кинетической теории. Ведь известно, что запахи распространяются довольно медленно: нужно время порядка десятков секунд, чтобы запах духов, пролитых в одном углу комнаты, распространился до другого угла. Это нетрудно объяснить. Из-за столкновения молекул траектория каждой молекулы представляет собой запутанную ломаную линию (рис. 9.4). Большие скорости молекула имеет на прямолинейных отрезках ломаной. Перемещение же молекулы в каком-либо направлении в среднем невелико даже за время порядка нескольких минут. Вот и получается, что при перемещении молекулы из точки  $A$  в точку  $B$  пройденный ею путь оказывается гораздо больше расстояния  $AB$ .

**Экспериментальное определение скоростей молекул.** Опыты по определению скоростей молекул доказали справедливость формулы (9.12). Один из опытов был предложен и осуществлен О. Штерном в 1920 г.

Прибор Штерна состоит из двух коаксиальных цилиндров  $A$  и  $B$ , жестко связанных друг с другом (рис. 9.5, а). Цилиндры могут вращаться с постоянной угловой скоростью. Вдоль оси малого цилиндра натянута тонкая платиновая проволочка  $C$ , покрытая слоем серебра. По прово-

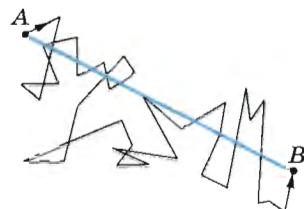


Рис. 9.4

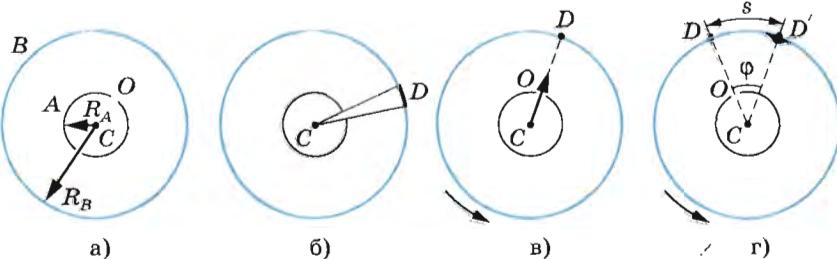


Рис. 9.5

лочке пропускают электрический ток. В стенке этого цилиндра имеется узкая щель  $O$ . Воздух из цилиндров откачен. Цилиндр  $B$  находится при комнатной температуре.

Вначале прибор неподвижен. При прохождении тока по нити слой серебра испаряется и внутренний цилиндр заполняется газом из атомов серебра. Некоторые атомы пролетают через щель  $O$  и, достигнув внутренней поверхности цилиндра  $B$ , осаждаются на ней. В результате прямо против щели образуется узкая полоска  $D$  серебра (рис. 9.5, б).

Затем цилиндры приводят во вращение с большим числом оборотов  $n$  в секунду (до  $1500 \frac{1}{\text{с}}$ ). Теперь за время  $t$ , необходимое атому для прохождения пути, равного разности радиусов цилиндров  $R_B - R_A$ , цилиндры повернутся на некоторый угол  $\phi$ . В результате атомы, движущиеся с постоянной скоростью, попадают на внутреннюю поверхность большого цилиндра не прямо против щели  $O$  (рис. 9.5, в), а на некотором расстоянии  $s$  от конца радиуса, проходящего через середину щели (рис. 9.5, г): ведь атомы движутся прямолинейно.

Если через  $v_B$  обозначить модуль скорости вращения точек поверхности внешнего цилиндра, то

$$s = v_B t = 2\pi n R_B t. \quad (9.13)$$

В действительности не все атомы серебра имеют одну и ту же скорость. Поэтому расстояния  $s$  для различных атомов будут несколько отличаться. Под  $s$  следует понимать расстояние между участками на полосках  $D$  и  $D'$  с наибольшей концентрацией атомов серебра. Этому расстоянию будет соответствовать средняя скорость атомов, которая равна:

$$\bar{v} = \frac{R_B - R_A}{t}.$$

Подставляя в эту формулу значение времени  $t$  из выражения (9.13), получим

$$\bar{v} = \frac{2\pi n (R_B - R_A)}{s} R_B.$$

Зная  $n$ ,  $R_A$  и  $R_B$  и измеряя среднее смещение полоски серебра, вызванное вращением прибора, можно найти среднюю скорость атомов серебра.

Модули скоростей, определенные из опыта, совпадают с теоретическим значением средней квадратичной скорости. Это служит экспериментальным доказательством справедливости формулы (9.12), а следовательно, и формулы (9.9), согласно которой средняя кинетическая энергия молекулы прямо пропорциональна абсолютной температуре.

Средние скорости молекул превышают скорость звука и достигают сотен метров в секунду. Эти скорости удалось измерить благодаря тому, что макроскопическим телам (цилиндрам в опытах Штерна) можно сообщить столь большую скорость, что за время пролета молекул между цилиндрами они поворачиваются на заметный угол.



1. Почему толщина слоя полоски серебра на поверхности внешнего вращающегося цилиндра в опыте Штерна неодинакова по ширине полоски?
2. Как изменится средняя квадратичная скорость движения молекул при увеличении температуры в 4 раза?
3. Какие молекулы в атмосфере движутся быстрее: молекулы азота или молекулы кислорода?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач этой главы используется формула (9.6), определяющая абсолютную температуру, формула (9.9), связывающая энергию беспорядочного движения с температурой, и формула (9.12) для средней квадратичной скорости молекул. Некоторые задачи удобно решать, используя формулу (9.10). Для расчетов надо знать значение постоянной Больцмана (9.7).

1. Чему равно отношение произведения давления газа на его объем к числу молекул при температуре  $t = 300^\circ\text{C}$ ?

**Решение.** Согласно формуле (9.6)  $pV/N = kT$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Так как абсолютная температура  $T = t + 273 = 573$  (К), то  $pV/N = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 573 \text{ К} = 7,9 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ .

2. Определите среднюю квадратичную скорость молекулы газа при  $0^\circ\text{C}$ . Молярная масса газа  $M = 0,019$  кг/моль.

**Решение.** Средняя квадратичная скорость молекул вычисляется по формуле (9.12). Учитывая, что  $m_0 = M/N_A$  и  $T = 273$  К, получим

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kN_A T}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 273}{0,019}} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 600 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3. Некоторое количество водорода находится при температуре  $T_1 = 200$  К и давлении  $p_1 = 400$  Па. Газ нагревают до температуры  $T_2 = 10\,000$  К, при которой молекулы водорода практически полностью распадаются на атомы. Определите значение давления газа  $p_2$  при температуре  $T_2$ , если его объем и масса остались без изменения.

**Решение.** Согласно формуле (9.10) давление газа при температуре  $T_1$  равно:  $p_1 = n_1 k T_1$ , где  $n_1$  — концентрация молекул водорода.

При расщеплении молекул водорода на атомы число частиц в сосуде увеличивается в 2 раза. Следовательно, концентрация атомов водорода равна:  $n_2 = 2n_1$ . Давление атомарного водорода  $p_2 = n_2 k T_2 = 2n_1 k T_2$ .

Разделив почленно второе уравнение на первое, получим

$$p_2 = p_1 \frac{2T_2}{T_1} = 40 \text{ кПа.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 12

1. Какое значение имела бы постоянная Больцмана, если бы единица температуры в СИ — кельвин — была равна не  $1^\circ\text{C}$ , а  $2^\circ\text{C}$ ?
2. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до  $1,3 \cdot 10^{-10}$  Па ( $10^{-12}$  мм рт. ст.). Сколько молекул газа содержится в  $1 \text{ см}^3$  при указанном давлении и температуре  $27^\circ\text{C}$ ?
3. Средняя квадратичная скорость молекулы газа, находящегося при температуре  $100^\circ\text{C}$ , равна 540 м/с. Определите массу молекулы.
4. На сколько процентов увеличивается средняя квадратичная скорость молекул воды в нашей крови при повышении температуры от  $37^\circ\text{C}$  до  $40^\circ\text{C}$ ?

## Глава 9. КРАТКИЕ ИТОГИ

Внутреннее состояние макроскопических тел определяется макроскопическими параметрами. К их числу, в частности, относятся: давление, объем, температура. Температура является мерой интенсивности теплового движения молекул и характеризует состояние теплового равновесия системы макроскопических тел.

Температуру обычно измеряют термометром. В любом термометре используется изменение какого-либо макроскопического параметра в зависимости от температуры.

В отличие от жидкостей и твердых тел все газы, которые можно считать идеальными, при нагревании одинаковым образом меняют объем при постоянном давлении или меняют давление при постоянном объеме.

По этой причине для установления температурной шкалы удобно использовать газы (газовая шкала температур).

Опыт показывает, что отношение  $pV/N$  при тепловом равновесии одинаково для всех разреженных газов и зависит только от температуры. Поэтому оно может быть использовано для определения абсолютной температуры  $T$  по формуле

$$pV/N = kT,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Абсолютная температура  $T$  (К) =  $t$  (°C) + 273 (°C), где  $t$  — температура по шкале Цельсия. Минимальной температуре соответствует нуль по абсолютной шкале. Единица температуры в СИ — кельвин.

Средняя кинетическая энергия движения молекул прямо пропорциональна абсолютной температуре:

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Средняя квадратичная скорость молекул газа вычисляется по формуле

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

и составляет при 0 °C несколько сотен метров в секунду.

## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ Глава 10 ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

В этой главе вы не встретите принципиально новых сведений о газах. Речь пойдет о следствиях, которые можно извлечь из понятия температуры и других макроскопических параметров. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов вплотную приблизило нас к установлению связей между этими параметрами.

### § 68 УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Состояние газа данной массы характеризуется тремя макроскопическими параметрами: давлением  $p$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Сейчас мы найдем между ними связь, а затем посмотрим, для чего эта связь нужна.

**Уравнение состояния.** Мы детально рассмотрели поведение идеального газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Была определена зависимость давления

газа от концентрации его молекул и температуры (см. формулу 9.10). На основе этой зависимости можно получить уравнение, связывающее все три макроскопических параметра  $p$ ,  $V$  и  $T$ , характеризующие состояние достаточно разреженного газа данной массы. Это уравнение называют *уравнением состояния идеального газа*.

Подставим в уравнение  $p = nkT$  выражение для концентрации молекул газа. Учитывая формулу (8.8), концентрацию газа можно записать так:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{1}{V} \frac{m}{M} N_A, \quad (10.1)$$

где  $N_A$  — постоянная Авогадро;  $m$  — масса газа;  $M$  — его молярная масса.

После подстановки формулы (10.1) в выражение (9.10) будем иметь

$$pV = \frac{m}{M} k N_A T. \quad (10.2)$$

Произведение постоянной Больцмана  $k$  и постоянной Авогадро  $N_A$  называют **универсальной (молярной) газовой постоянной** и обозначают буквой  $R$ :

$$\begin{aligned} R = k N_A &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль} = \\ &= 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К).} \end{aligned} \quad (10.3)$$

Подставляя в уравнение (10.2) вместо  $k N_A$  универсальную газовую постоянную  $R$ , получим *уравнение состояния для идеального газа* произвольной массы:

$$pV = \frac{m}{M} RT. \quad (10.4)$$

Единственная величина в этом уравнении, зависящая от рода газа, — это его молярная масса.

Из *уравнения состояния* вытекает связь между давлением, объемом и температурой идеального газа, который может находиться в двух любых состояниях.

Если индексом 1 обозначить параметры, относящиеся к первому состоянию, а индексом 2 — параметры, относящиеся ко второму состоянию, то согласно уравнению (10.4) для газа данной массы

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m}{M} R \quad \text{и} \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} R.$$

Правые части этих уравнений одинаковы, следовательно, должны быть равны и их левые части:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{const.} \quad (10.5)$$

### **Менделеев Дмитрий Иванович**

(1834—1907) — великий русский ученый, создатель периодической системы элементов — одного из самых глубоких обобщений в науке. Д. И. Менделееву принадлежат важнейшие работы по теории газов, взаимным превращениям газов и жидкостей (открытие критической температуры, выше которой газ нельзя превратить в жидкость). Передовой общественный деятель, Д. И. Менделеев много сделал для развития производительных сил России, использования полезных ископаемых и развития химического производства.



*Уравнение состояния* в форме (10.5) называется *уравнением Клапейрона*<sup>1</sup> и представляет собой одну из форм записи уравнения состояния.

*Уравнение состояния* в форме (10.4) было впервые получено великим русским ученым Д. И. Менделеевым. Его называют уравнением Менделеева — Клапейрона.

Для чего нужно *уравнение состояния*? Не только идеальный газ, но и любая реальная система — газ, жидкость, твердое тело — характеризуется своим уравнением состояния. Но только эти уравнения намного сложнее, чем уравнение Менделеева — Клапейрона для идеального (до-статочно разреженного) газа.

Знать уравнение состояния необходимо при исследовании тепловых явлений. Оно позволяет полностью или частично ответить сразу на три группы различных вопросов.

1. Уравнение состояния позволяет определить одну из величин, характеризующих состояние, например температуру, если известны две другие величины. Это и используют в термометрах.

2. Зная уравнение состояния, можно сказать, как протекают в системе различные процессы при определенных внешних условиях: например, как будет меняться давление газа, если увеличивать его объем при неизменной температуре, и т. д. Этому посвящен следующий параграф.

3. Наконец, зная уравнение состояния, можно определить, как меняется состояние системы, если она совершает работу или получает теплоту от окружающих тел. Об этом пойдет речь в конце раздела «Молекулярная физика. Тепловые явления».

---

Уравнение состояния не надо выводить каждый раз, его надо запомнить. Неплохо было бы помнить и значение универсальной газовой постоянной:  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ .

---

<sup>1</sup> Б. Клапейрон (1799—1864) — французский физик, в течение 10 лет работал в России.



1. Что называют уравнением состояния?
2. Какая форма уравнения состояния содержит больше информации: уравнение Клапейрона или уравнение Менделеева — Клапейрона?
3. Почему газовая постоянная  $R$  называется универсальной?

## § 69 ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

С помощью уравнения состояния идеального газа можно исследовать процессы, в которых масса газа и один из трех параметров — давление, объем или температура — остаются неизменными. Количественные зависимости между двумя параметрами газа при фиксированном значении третьего называют *газовыми законами*.

Процессы, протекающие при неизменном значении одного из параметров, называют *изопроцессами* (от греческого слова «изос» — равный). Правда, в действительности ни один процесс не может протекать при строго фиксированном значении какого-либо параметра. Всегда имеются те или иные воздействия, нарушающие постоянство температуры, давления или объема. Лишь в лабораторных условиях удается поддерживать постоянство того или иного параметра с высокой точностью, но в действующих технических устройствах и в природе это практически неосуществимо. Изопроцесс — это идеализированная модель реального процесса, которая только приближенно отражает действительность.

**Изотермический процесс.** Процесс изменения состояния системы макроскопических тел (*термодинамической системы*) при постоянной температуре называют *изотермическим*. Для поддержания температуры газа постоянной необходимо, чтобы он мог обмениваться теплотой с большой системой — термостатом. Иначе при сжатии или расширении температура газа будет меняться. Термостатом может служить атмосферный воздух, если температура его заметно не меняется на протяжении всего процесса.

Согласно уравнению состояния идеального газа (10.4) в любом состоянии с неизменной температурой произведение давления газа на его объем остается постоянным:

$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const}. \quad (10.6)$$

*Для газа данной массы при постоянной температуре произведение давления газа на его объем постоянно.*

Этот закон экспериментально был открыт английским ученым Р. Бойлем (1627—1691) и несколько позже французским ученым Э. Мариоттом (1620—1684). Поэтому он носит название **закона Бойля — Мариотта**.

Закон Бойля — Мариотта справедлив обычно для любых газов, а также и для их смесей, например для воздуха.

Лишь при давлениях, в несколько сотен раз больших атмосферного, отклонения от этого закона становятся существенными.

Зависимость давления газа от объема при постоянной температуре графически изображают кривой, которую называют **изотермой**. Изотерма газа изображает обратно пропорциональную зависимость между давлением и объемом. Кривую такого рода в математике называют гиперболой (рис. 10.1).

Различным постоянным температурам соответствуют различные изотермы. При повышении температуры газа давление согласно уравнению состояния (10.4) увеличивается, если  $V = \text{const}$ . Поэтому изотерма, соответствующая более высокой температуре  $T_2$ , лежит выше изотермы, соответствующей более низкой температуре  $T_1$  (см. рис. 10.1).

Для того чтобы процесс происходил при постоянной температуре, сжатие или расширение газа должно происходить очень медленно. Дело в том, что, например, при сжатии газ нагревается, так как при движении поршня в сосуде скорость молекул после ударов о поршень увеличивается, а следовательно, увеличивается и температура газа. Именно поэтому для реализации изотермического процесса надо после небольшого смещения поршня подождать, когда температура газа в сосуде опять станет равной температуре окружающего воздуха.

Кроме этого, отметим, что при быстром сжатии давление под поршнем сразу становится больше, чем во всем сосуде. Если значения давления и температуры в различных точках объема разные, то в этом случае газ находится в неравновесном состоянии и мы не можем назвать значения температуры и давления, определяющие в данный момент состояние системы. Если систему предоставить самой себе, то температура и давление постепенно выравниваются, система приходит в равновесное состояние. *Равновесное состояние* — это состояние, при котором температура и давление во всех точках объема одинаковы. Параметры состояния газа могут быть определены, если он находится в равновесном состоянии. Процесс, при котором все промежуточные состояния газа являются равновесными, называют *равновесным процессом*. Очевидно, что на графиках зависимости одного параметра от другого мы можем изображать только равновесные процессы.

**Изобарный процесс.** Процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянном давлении называют **изобарным** (от греческого слова «барос» — вес).

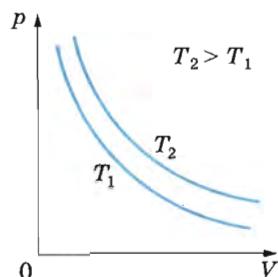


Рис. 10.1

Согласно уравнению (10.4) в любом состоянии газа с неизменным давлением отношение объема газа к его температуре остается постоянным:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ при } p = \text{const}. \quad (10.7)$$

**Для газа данной массы при постоянном давлении отношение объема к температуре постоянно.**

Этот закон был установлен экспериментально в 1802 г. французским ученым Ж. Гей-Люссаком (1778—1850)

и носит название **закона Гей-Люссака**. Согласно уравнению (10.7) объем газа при постоянном давлении пропорционален температуре:

$$V = \text{const} \cdot T. \quad (10.8)$$

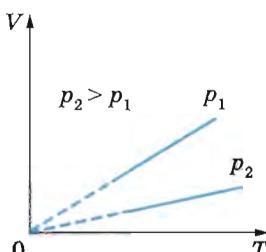


Рис. 10.2

Эта зависимость графически изображается прямой, которая называется *изобарой* (рис. 10.2). Разным давлениям соответствуют разные изобары. С ростом давления объем газа при постоянной температуре согласно закону Бойля — Мариотта уменьшается. Поэтому изобара, соответствующая более высокому давлению  $p_2$ , лежит ниже изобары, соответствующей более низкому давлению  $p_1$ .

В области низких температур все изобары *идеального* газа сходятся в точке  $T = 0$ . Но это не означает, что объем *реального* газа обращается в нуль. Все газы при сильном охлаждении превращаются в жидкости, а к жидкостям уравнение состояния (10.4) неприменимо. Именно поэтому, начиная с некоторого значения температуры, зависимость объема от температуры проводится на графике штриховой линией. В действительности таких значений температуры и давления у вещества в газообразном состоянии быть не может.

Изобарным можно считать расширение газа при нагревании его в цилиндре с подвижным поршнем, если внешнее давление постоянно. Постоянство давления в цилиндре обеспечивается атмосферным давлением на внешнюю поверхность поршня.

**Изохорный процесс.** Процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянном объеме называют *изохорным* (от греческого слова «хорема» — вместимость).

Из уравнения состояния (10.4) вытекает, что в любом состоянии газа с неизменным объемом отношение давления газа к его температуре остается постоянным:

$$\frac{p}{T} = \text{const} \text{ при } V = \text{const}. \quad (10.9)$$

*Для газа данной массы отношение давления к температуре постоянно, если объем не меняется.*

Этот газовый закон был установлен в 1787 г. французским физиком Ж. Шарлем (1746–1823) и носит название **закона Шарля**. Согласно уравнению (10.9) давление газа при постоянном объеме пропорционально температуре:

$$p = \text{const} \cdot T. \quad (10.10)$$

Эта зависимость изображается прямой, называемой *изохорой* (рис. 10.3). Разным объемам соответствуют разные изохоры. С ростом объема газа при постоянной температуре давление его согласно закону Бойля — Мариотта падает. Поэтому изохора, соответствующая большему объему  $V_2$ , лежит ниже изохоры, соответствующей меньшему объему  $V_1$ .

В соответствии с уравнением (10.10) все изохоры идеального газа начинаются в точке  $T = 0$ . Значит, давление идеального газа при абсолютном нуле равно нулю.

Увеличение давления газа в любом сосуде или в электрической лампочке при нагревании можно считать изохорным процессом. Изохорный процесс используется в газовых термометрах постоянного объема.

---

Газовые законы — частный случай уравнения состояния идеального газа, один из параметров которого остается постоянным.

---



1. Вы надули щеки. При этом и объем и давление воздуха у вас во рту увеличиваются. Как это согласовать с законом Бойля — Мариотта?
2. Как можно осуществить изотермический, изобарный и изохорный процессы?
3. Какое состояние системы (газа) считается равновесным?
4. Как качественно объяснить газовые законы на основе молекулярно-кинетической теории?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач по данной теме надо четко представлять себе начальное состояние системы и какой процесс переводит ее в конечное состояние. Одна из типичных задач на использование уравнения состояния идеального

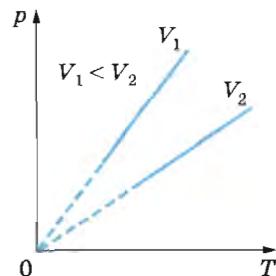


Рис. 10.3

газа: требуется определить параметры системы в конечном состоянии, по известным макроскопическим параметрам в ее начальном состоянии.

Если при переходе газа из начального состояния в конечное один из параметров не меняется, то разумно использовать один из газовых законов (10.6), (10.7) или (10.9).

Если меняются все три параметра, то надо использовать уравнение состояния (10.4) или (10.5).

Во многих задачах требуется построение графиков, изображающих разного рода процессы. Для этого нужно знать зависимость параметров друг от друга, которая в общем случае дается уравнением состояния, а в частных — газовыми законами.

**1.** Баллон вместимостью  $V_1 = 0,02 \text{ м}^3$ , содержащий воздух под давлением  $p_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , соединяют с баллоном вместимостью  $V_2 = 0,06 \text{ м}^3$ , из которого воздух выкачен. Определите давление  $p$ , которое установится в сосудах. Температура постоянна.

**Решение.** Воздух из первого баллона займет весь предоставленный ему объем  $V_1 + V_2$ . По закону Бойля — Мариотта

$$p_1 V_1 = p (V_2 + V_1).$$

Отсюда искомое давление:

$$p = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2} = 10^5 \text{ Па.}$$

**2.** Плотность воздуха  $\rho$  при нормальных условиях (температура  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и атмосферное давление  $p_0 = 101\,325 \text{ Па}$ ) равна  $1,29 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Определите среднюю молярную массу  $M$  воздуха.

**Решение.** Уравнение состояния идеального газа при нормальных условиях имеет вид  $p_0 V_0 = \frac{m}{M} RT_0$ . Здесь  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  и  $T_0 = 0^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C} = 273 \text{ К}$ . Отсюда

$$M = \frac{mRT_0}{p_0 V_0} = \frac{\rho_0 RT_0}{p_0} = 0,029 \text{ кг}/\text{моль.}$$

**3.** Постройте изобары для водорода массой 2 г при нормальном атмосферном давлении  $p_0$  в осях  $p$ ;  $T$ ;  $p$ ;  $V$ ;  $V$ ;  $T$ .

**Решение.** На графиках зависимости  $p$  от  $T$  и  $p$  от  $V$  изобара представляет собой прямую, параллельную либо оси  $T$ , либо оси  $V$  (рис. 10.4, *a* и *б*). Так как  $V = \frac{mR}{Mp_0} T$ , то

графиком зависимости  $V$  от  $T$  является прямая, проходящая через начало отсчета. Учитывая, что  $m = 0,002 \text{ кг}$ ,  $M = 0,002 \text{ кг}/\text{моль}$ ,  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  и  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ ,

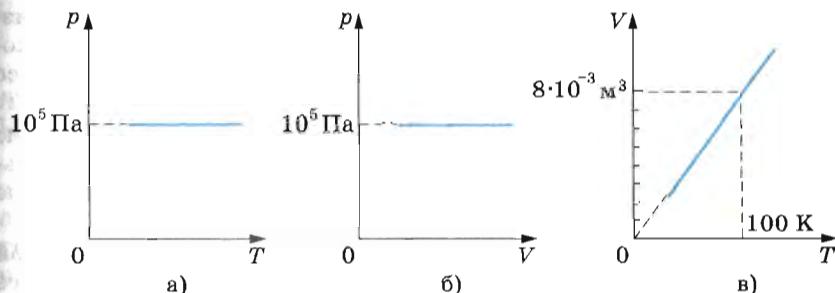


Рис. 10.4

можно записать  $V = BT$ , где  $B = \frac{mR}{Mp_0} \approx 8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{К}}$ . В частности, при  $T = 100 \text{ К}$   $V \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . График зависимости  $V$  от  $T$  показан на рисунке 10.4, в.



### УПРАЖНЕНИЕ 13

1. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков, засасывает из атмосферы воздух объемом  $V = 100 \text{ л}$  в 1 с. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо обеспечить подачу воздуха объемом  $V_1 = 100 \text{ см}^3$  в 1 с при давлении  $p = 5 \text{ МПа}$ ? Атмосферное давление  $p_0 = 100 \text{ кПа}$ .

2. Постройте изотермы для водорода массой 2 г при  $0^\circ\text{C}$  в координатах  $p$ ;  $V$ ;  $T$  и  $p$ ;  $T$ .

3. Определите температуру газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на 0,4% от первоначального давления при нагревании на 1 К.

4. Чему равен объем идеального газа в количестве одного моля при нормальных условиях?

5. Определите массу воздуха в классе, где вы занимаетесь, при температуре  $20^\circ\text{C}$  и нормальному атмосферному давлению. Молярную массу воздуха принять равной 0,029 кг/моль.

6. В баллоне вместимостью  $0,03 \text{ м}^3$  находится газ под давлением  $1,35 \cdot 10^6 \text{ Па}$  при температуре  $455^\circ\text{C}$ . Какой объем занимал бы этот газ при нормальных условиях ( $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $p = 101\,325 \text{ Па}$ )?

7. Высота пика Ленина на Памире равна 7134 м. Атмосферное давление на этой высоте равно  $3,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$ . Определите плотность воздуха на вершине пика при температуре  $0^\circ\text{C}$ , если плотность воздуха при нормальных условиях  $1,29 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

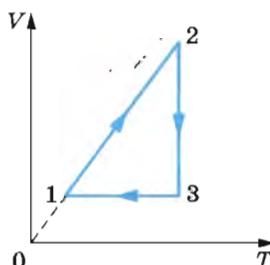


Рис. 10.5

8. На рисунке 10.5 дан график изменения состояния идеального газа в координатах  $V$ ,  $T$ . Представьте этот процесс на графиках в координатах  $p$ ,  $V$  и  $p$ ,  $T$ .

9. Выразите среднюю квадратичную скорость молекулы через универсальную газовую постоянную и молярную массу.

10. При переходе газа определенной массы из одного состояния в другое его давление уменьшается, а температура увеличивается. Как изменяется его объем?

## Глава 10. КРАТКИЕ ИТОГИ

Между термодинамическими параметрами существует связь, показанная уравнением состояния. Все достаточно разреженные газы (их можно считать идеальными газами) подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где  $p$  — давление;  $V$  — объем;  $m$  — масса газа;  $M$  — молярная масса;  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$  — универсальная газовая постоянная;  $T$  — абсолютная температура.

Уравнение состояния содержит в себе в качестве частных случаев газовые законы, связывающие изменение двух термодинамических параметров при неизменном значении третьего.

Для газа данной массы:

а) при  $T = \text{const}$   $pV = \text{const}$  (закон Бойля — Мариотта);

б) при  $p = \text{const}$   $\frac{V}{T} = \text{const}$  (закон Гей-Люссака);

в) при  $V = \text{const}$   $\frac{p}{T} = \text{const}$  (закон Шарля).

## Глава 11 ВЗАЙМНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Молекулярно-кинетическая теория позволяет не только понять, почему вещество может находиться в газообразном, жидком и твердом состояниях, но и объяснить процесс перехода вещества из одного состояния в другое.

## § 70 НАСЫЩЕННЫЙ ПАР

Идеальный газ нельзя превратить в жидкость. В жидкость превращается реальный газ. Как это происходит? Чем газ отличается от пара?

**Испарение и конденсация.** Хорошо закрытый флакон с духами может стоять очень долго, и количество духов в нем не изменится. Если же флакон оставить открытым, то, взглянув на него через достаточно продолжительное время, вы увидите, что жидкости в нем нет. Жидкость, в которой растворены ароматические вещества, испарилась. Гораздо быстрее испаряется (высыхает) лужа на асфальте, особенно если высока температура воздуха и дует ветер. Эти явления можно объяснить так.

Молекулы жидкости движутся беспорядочно. Чем выше температура жидкости, тем больше кинетическая энергия молекул. Среднее значение кинетической энергии молекул при заданной температуре имеет определенное значение. Но у каждой молекулы кинетическая энергия в данный момент может оказаться как меньше, так и больше средней. В какой-то момент кинетическая энергия отдельных молекул может стать настолько большой, что они окажутся способными вылететь из жидкости, преодолев силы притяжения остальных молекул. Процесс превращения жидкости в пар называется **испарением**. При этом процессе число молекул, покидающих жидкость за определенный промежуток времени, больше числа молекул возвращающихся.

Вылетевшая молекула принимает участие в беспорядочном тепловом движении газа. Беспорядочно двигаясь, она может навсегда удалиться от поверхности жидкости, находящейся в открытом сосуде, но может и вернуться снова в жидкость. Процесс превращения пара в жидкость называется **конденсацией**.

Если поток воздуха над сосудом уносит с собой образовавшиеся пары жидкости, то жидкость испаряется быстрее, так как у молекулы пара уменьшается возможность вновь вернуться в жидкость. Чем выше температура жидкости, тем большее число молекул имеет достаточную для вылета из жидкости кинетическую энергию, тем быстрее идет испарение.

При испарении жидкость покидают более быстрые молекулы, поэтому средняя кинетическая энергия молекул жидкости уменьшается. Это означает, что происходит понижение температуры жидкости. Смочив руку какой-нибудь быстро испаряющейся жидкостью (например, бензином или ацетоном), вы тут же почувствуете сильное охлаждение смоченного места. Охлаждение этого места усиливается, если на руку подуть.

Процесс испарения происходит со свободной поверхности жидкости.

Если лишить жидкость возможности испаряться, то охлаждение ее будет происходить гораздо медленнее. Вспомните, как долго остывает жирный суп. Слой жира на его поверхности мешает выходу быстрых молекул воды. Жидкость почти не испаряется, и ее температура падает медленно (сам жир испаряется крайне медленно, так как его большие молекулы более прочно сцеплены друг с другом, чем молекулы воды).

**Насыщенный пар.** Если сосуд с жидкостью плотно закрыть, то сначала количество жидкости уменьшится, а затем будет оставаться постоянным. При неизменной температуре система жидкость — пар придет в состояние теплового равновесия и будет находиться в нем сколь угодно долго. Одновременно с процессом испарения происходит и конденсация, оба процесса в среднем компенсируют друг друга.

В первый момент, после того как жидкость нальют в сосуд и закроют его, жидкость будет испаряться и плотность пара над ней будет увеличиваться. Однако одновременно с этим будет расти и число молекул, возвращающихся в жидкость. Чем больше плотность пара, тем большее число его молекул возвращается в жидкость. В результате в закрытом сосуде при постоянной температуре установится *динамическое (подвижное) равновесие* между жидкостью и паром, т. е. число молекул, покидающих поверхность жидкости за некоторый промежуток времени, будет равно в среднем числу молекул пара, возвратившихся за то же время в жидкость. Для воды при комнатной температуре это число приблизительно равно  $10^{22}$  молекул за время, равное 1 с (на  $1 \text{ см}^2$  площади поверхности). Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют **насыщенным паром**. Это определение подчеркивает, что в данном объеме при данной температуре не может находиться большее количество пара. Если воздух из сосуда с жидкостью предварительно откачен, то над поверхностью жидкости будет находиться только ее насыщенный пар.

**Давление насыщенного пара.** Что будет происходить с насыщенным паром, если уменьшить занимаемый им объем? Например, если сжимать пар, находящийся в равновесии с жидкостью в цилиндре под поршнем, поддерживая температуру содержимого цилиндра постоянной.

При сжатии пара равновесие начнет нарушаться. Плотность пара в первый момент немного увеличится, и из газа в жидкость начнет переходить большее число молекул, чем из жидкости в газ. Ведь число молекул, покидающих жидкость в единицу времени, зависит только от температуры,

и сжатие пара это число не меняет. Процесс продолжается до тех пор, пока вновь не установится динамическое равновесие и плотность пара, а значит, и концентрация его молекул не примут прежних своих значений. Следовательно, *концентрация молекул насыщенного пара при постоянной температуре не зависит от его объема*.

Так как давление пропорционально концентрации молекул ( $p = nkT$ ), то из этого определения следует, что *давление насыщенного пара не зависит от занимаемого им объема*.

Давление  $p_{\text{н.п}}$  пара, при котором жидкость находится в равновесии со своим паром, называют **давлением насыщенного пара**.

При сжатии насыщенного пара все большая часть его переходит в жидкое состояние. Жидкость данной массы занимает меньший объем, чем пар той же массы. В результате объем пара при неизменной его плотности уменьшается.

Отметим еще один важный факт. Очевидно, газовые законы для насыщенного пара несправедливы (при любом объеме при постоянной температуре давление насыщенного пара одинаково). В то же время состояние насыщенного пара достаточно точно описывается уравнением Менделеева — Клапейрона.

**Ненасыщенный пар.** Если пар постепенно сжимают, а превращение его в жидкость не происходит, то такой пар называют **ненасыщенным**. При определенном объеме пар становится насыщенным, и при дальнейшем его сжатии происходит превращение его в жидкость. В этом случае над жидкостью уже будет находиться насыщенный пар.

Однако пар превращается в жидкость не при любой температуре. Если температура выше некоторого значения, то, как бы мы ни сжимали газ, он никогда не превратится в жидкость. Максимальная температура, при которой пар еще может превратиться в жидкость, называется **критической температурой**.

Состояние вещества при температуре выше критической называется газом; при температуре ниже критической, когда у пара есть возможность превратиться в жидкость, — паром.

Каждому веществу соответствует своя критическая температура, у гелия  $T_{\text{кр}} = 4 \text{ K}$ , у азота  $T_{\text{кр}} = 126 \text{ K}$ .

Свойства насыщенного и ненасыщенного пара различны.



1. Почему в жару собака высовывает язык?
2. Почему давление насыщенного пара не зависит от его объема?
3. Приведите примеры динамического равновесия, подобного динамическому равновесию насыщенного пара и жидкости.

Жидкость не только испаряется. При некоторой температуре она кипит.

**Зависимость давления насыщенного пара от температуры.** Состояние насыщенного пара, как показывает опыт (мы говорили об этом в предыдущем параграфе), приближенно описывается уравнением состояния идеального газа (10.4), а его давление определяется формулой

$$p_{\text{н. п.}} = nkT. \quad (11.1)$$

С ростом температуры давление растет. Так как *давление насыщенного пара не зависит от объема, то, следовательно, оно зависит только от температуры.*

Однако зависимость  $p_{\text{н. п.}}$  от  $T$ , найденная экспериментально, не является прямо пропорциональной, как у идеального газа при постоянном объеме. С увеличением температуры давление реального насыщенного пара растет быстрее, чем давление идеального газа (рис. 11.1, участок кривой  $AB$ ). Это становится очевидным, если провести изохоры идеального газа через точки  $A$  и  $B$  (штриховые прямые). Почему это происходит?

При нагревании жидкости в закрытом сосуде часть жидкости превращается в пар. В результате согласно формуле (11.1) *давление насыщенного пара растет не только вследствие повышения температуры жидкости, но и вследствие увеличения концентрации молекул (плотности) пара.* В основном увеличение давления при повышении температуры определяется именно увеличением концентрации. Главное различие в поведении идеального газа и насыщенного пара состоит в том, что при изменении температуры пара в закрытом сосуде (или при изменении объема при постоянной температуре) меняется масса пара. Жидкость частично превращается в пар, или, напротив, пар частично конденсируется. С идеальным газом ничего подобного не происходит.

Когда вся жидкость испарится, пар при дальнейшем нагревании перестанет быть насыщенным и его давление

при постоянном объеме будет возрастать *прямо пропорционально абсолютной температуре* (см. рис. 11.1, участок кривой  $BC$ ).

**Кипение.** По мере увеличения температуры жидкости интенсивность испарения увеличивается. Наконец, жидкость начинает кипеть. При кипении по всему объему жидкости образуются быстро растущие

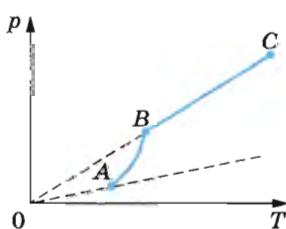


Рис. 11.1

пузырьки пара, которые всплывают на поверхность. Температура кипения жидкости остается постоянной. Это происходит потому, что вся подводимая к жидкости энергия расходуется на превращение ее в пар. При каких условиях начинается кипение?

В жидкости всегда присутствуют растворенные газы, выделяющиеся на дне и стенах сосуда, а также на взвешенных в жидкости пылинках, которые являются центрами парообразования. Пары жидкости, находящиеся внутри пузырьков, являются насыщенными. С увеличением температуры давление насыщенных паров возрастает и пузырьки увеличиваются в размерах. Под действием выталкивающей силы они всплывают вверх. Если верхние слои жидкости имеют более низкую температуру, то в этих слоях происходит конденсация пара в пузырьках. Давление стремительно падает, и пузырьки захлопываются. Захлопывание происходит настолько быстро, что стенки пузырька, сталкиваясь, производят нечто вроде взрыва. Множество таких микровзрывов создает характерный шум. Когда жидкость достаточно прогреется, пузырьки перестанут захлопываться и всплывут на поверхность. Жидкость закипит. Понаблюдайте внимательно за чайником на плите. Вы обнаружите, что перед закипанием он почти перестает шуметь.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры объясняет, почему температура кипения жидкости зависит от давления на ее поверхность. Пузырек пара может расти, когда давление насыщенного пара внутри него немного превосходит давление в жидкости, которое складывается из давления воздуха на поверхность жидкости (внешнее давление) и гидростатического давления столба жидкости.

Обратим внимание на то, что испарение жидкости происходит при температурах, меньших температуры кипения, и только с поверхности жидкости, при кипении образование пара происходит по всему объему жидкости.

Кипение начинается при температуре, при которой давление насыщенного пара в пузырьках сравнивается с давлением в жидкости.

*Чем больше внешнее давление, тем выше температура кипения.* Так, в паровом кotle при давлении, достигающем  $1,6 \cdot 10^6$  Па, вода не кипит и при температуре 200 °С. В медицинских учреждениях в герметически закрытых сосудах — автоклавах (рис. 11.2) кипение воды также происходит при повышенном давлении.

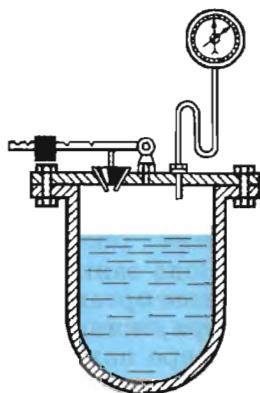


Рис. 11.2

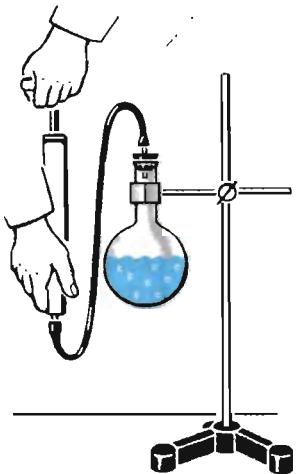


Рис. 11.3

Поэтому температура кипения жидкости значительно выше 100 °С. Автоклавы применяют для стерилизации хирургических инструментов и др.

И наоборот, уменьшая внешнее давление, мы тем самым понижаем температуру кипения. Откачивая насосом воздух и пары воды из колбы, можно заставить воду кипеть при комнатной температуре (рис. 11.3). При подъеме в горы атмосферное давление уменьшается, поэтому уменьшается температура кипения. На высоте 7134 м (пик Ленина на Памире) давление приближенно равно  $4 \cdot 10^4$  Па (300 мм рт. ст.). Вода кипит там примерно при 70 °С. Сварить мясо в этих условиях невозможно.

У каждой жидкости своя температура кипения, которая зависит от давления ее насыщенного пара. Чем выше давление насыщенного пара, тем ниже температура кипения жидкости, так как при меньших температурах давление насыщенного пара становится равным атмосферному. Например, при температуре кипения 100 °С давление насыщенных паров воды равно 101 325 Па (760 мм рт. ст.), а паров ртути — всего лишь 117 Па (0,88 мм рт. ст.). Кипит ртуть при температуре 357 °С при нормальном давлении.

Жидкость закипает, когда давление ее насыщенного пара становится равно давлению внутри жидкости.



1. Почему температура кипения возрастает с увеличением давления?
2. Почему для кипения существенно повышение давления насыщенного пара в пузырьках, а не повышение давления имеющегося в них воздуха?
3. Как заставить закипеть жидкость, охлаждая сосуд? (Вопрос этот непростой.)

## § 72 ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

Вода занимает около 70,8% поверхности земного шара. Живые организмы содержат от 50 до 99,7% воды. Образно говоря, живые организмы — это одушевленная вода. В атмосфере находится около 13—15 тыс. км<sup>3</sup> воды в виде капель, кристаллов снега и водяного пара. Атмосферный водяной пар влияет на погоду и климат Земли.

**Водяной пар в атмосфере.** Водяной пар в воздухе, несмотря на огромные поверхности океанов, морей, озер и рек, далеко не всегда является насыщенным. Перемещение воздушных масс приводит к тому, что в одних местах нашей планеты в данный момент испарение воды преобладает над конденсацией, а в других, наоборот, преобладает конденсация. Но в воздухе практически всегда имеется некоторое количество водяного пара.

Содержание водяного пара в воздухе, т. е. его влажность, можно характеризовать несколькими величинами.

Плотность водяного пара в воздухе называется **абсолютной влажностью**. Абсолютная влажность измеряется, следовательно, в килограммах на метр кубический ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ).

**Парциальное давление водяного пара.** Атмосферный воздух представляет собой смесь различных газов и водяного пара. Каждый из газов вносит свой вклад в суммарное давление, производимое воздухом на находящиеся в нем тела. Давление, которое производил бы водяной пар, если бы все остальные газы отсутствовали, называют **парциальным давлением водяного пара**. Парциальное давление водяного пара принимают за один из показателей влажности воздуха. Его выражают в единицах давления — паскалях или миллиметрах ртутного столба.

Атмосферное давление определяется суммой парциальных давлений компонент сухого воздуха (кислорода, азота и т. д.) и водяного пара.

**Относительная влажность.** По парциальному давлению водяного пара и абсолютной влажности еще нельзя судить о том, насколько водяной пар в данных условиях близок к насыщению. А именно от этого зависит интенсивность испарения воды и потеря влаги живыми организмами. Вот почему вводят величину, показывающую, насколько водяной пар при данной температуре близок к насыщению, — **относительную влажность**.

**Относительной влажностью воздуха** называют отношение парциального давления  $p$  водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению  $p_{\text{н.п}}$  насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах:

$$\phi = \frac{p}{p_{\text{н.п}}} \cdot 100\%. \quad (11.2)$$

Относительная влажность воздуха обычно меньше 100%.

**Психрометр.** Влажность воздуха измеряют с помощью специальных приборов. Мы расскажем об одном из них — **психрометре**.

Психрометр состоит из двух термометров (рис. 11.4). Резервуар одного из них остается сухим, и он показывает

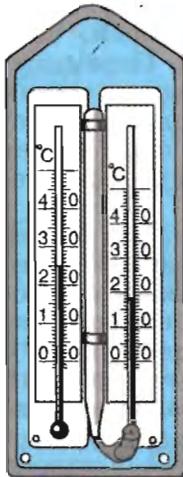


Рис. 11.4

температуру воздуха. Резервуар другого окружен полоской ткани, конец которой опущен в воду. Вода испаряется, и благодаря этому термометр охлаждается. Чем больше относительная влажность, тем менее интенсивно идет испарение и температура, показываемая термометром, окруженным влажной тканью, ближе к температуре сухого термометра.

При относительной влажности, равной 100%, вода вообще не будет испаряться и показания обоих термометров будут одинаковы. По разности температур этих термометров с помощью специальных таблиц можно определить влажность воздуха.

**Значение влажности.** От влажности зависит интенсивность испарения влаги с поверхности кожи человека. А испарение влаги имеет большое значение для поддержания температуры тела постоянной.

В космических кораблях поддерживается наиболее благоприятная для человека относительная влажность воздуха (40—60%).

Очень важно знать влажность в метеорологии — в связи с предсказанием погоды. Хотя относительное количество водяного пара в атмосфере сравнительно невелико (около 1%), роль его в атмосферных явлениях значительна. Конденсация водяного пара приводит к образованию облаков и последующему выпадению осадков. При этом выделяется большое количество теплоты. И наоборот, испарение воды сопровождается поглощением теплоты.

В ткацком, кондитерском и других производствах для нормального течения процесса необходима определенная влажность.

Хранение произведений искусства и книг требует поддержания влажности воздуха на необходимом уровне. Поэтому в музеях на стенах вы можете видеть психрометры.

---

Важно знать не абсолютное количество водяного пара в атмосфере, а относительное. Относительную влажность измеряют психрометром.

---



1. Что называется относительной влажностью воздуха?
2. Определяется ли разность показаний термометров психрометра только относительной влажностью или, кроме того, зависит от конструкции прибора?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач надо иметь в виду, что давление и плотность насыщенного пара не зависят от его объема, а зависят только от температуры. Уравнение состояния идеального газа приближенно применимо и для описания насыщенного пара. Но при сжатии или нагревании насыщенного пара его масса не остается постоянной.

1. Закрытый сосуд объемом  $V_1 = 0,5 \text{ м}^3$  содержит воду массой  $m = 0,5 \text{ кг}$ . Сосуд нагрели до температуры  $t = 147^\circ\text{C}$ . На сколько следует изменить объем сосуда, чтобы в нем содержался только насыщенный пар? Давление насыщенного пара  $p_{\text{н.п}}$  при температуре  $t = 147^\circ\text{C}$  равно  $4,7 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Решение. Насыщенный пар при давлении  $p_{\text{н.п}}$  занимает объем, равный

$$V = \frac{mRT}{p_{\text{н.п}} M} \approx 0,2 \text{ м}^3,$$

где  $M = 0,018 \text{ кг/моль}$  — молярная масса воды. Объем сосуда  $V_1 > V$ , а значит, пар не является насыщенным. Для того чтобы пар стал насыщенным, объем сосуда следует уменьшить на

$$\Delta V = V_1 - V = V_1 - \frac{mRT}{p_{\text{н.п}} M} = 0,3 \text{ м}^3.$$

2. Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде при температуре  $t_1 = 5^\circ\text{C}$  равна  $\varphi_1 = 84\%$ , а при температуре  $t_2 = 22^\circ\text{C}$  равна  $\varphi_2 = 30\%$ . Во сколько раз давление насыщенного пара воды при температуре  $t_2$  больше, чем при температуре  $t_1$ ?

Решение. Давление водяного пара в сосуде при  $T_1 = 278 \text{ К}$  равно:  $p_1 = \frac{\varphi_1}{100\%} p_{\text{н.п1}}$ , где  $p_{\text{н.п1}}$  — давление насыщенного пара при температуре  $T_1$ . При температуре  $T_2 = 295 \text{ К}$  давление

$$p_2 = \frac{\varphi_2}{100\%} p_{\text{н.п2}}.$$

Так как объем постоянен, то по закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Отсюда

$$\frac{p_{\text{н.п2}}}{p_{\text{н.п1}}} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \frac{T_2}{T_1} \approx 3.$$



## УПРАЖНЕНИЕ 14

1. Как будет меняться температура кипения воды, если со- суд с водой опускать в глубокую шахту?
2. Чему равна плотность пара в пузырьках, поднимающихся к поверхности воды, кипящей при атмосферном давлении?
3. На улице моросит холодный осенний дождь. В комнате развешано выстиранное белье. Высохнет ли белье быстрее, если открыть форточку?
4. При температуре  $t = 20^{\circ}\text{C}$  относительная влажность в комнате  $\varphi_1 = 20\%$ . Определите массу воды, которую нужно испарить для увеличения влажности до  $\varphi_2 = 50\%$ , если объем комнаты  $V = 40 \text{ м}^3$ . Плотность насыщенного пара воды при температуре  $t = 20^{\circ}\text{C}$  равна  $\rho_{\text{н.п.}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^3$ .

## Глава 11. КРАТКИЕ ИТОГИ

Между жидкостью и паром, находящимся над ней, может существовать динамическое равновесие, при котором число молекул, покидающих жидкость за некоторое время, равно числу молекул, возвращающихся из пара в жидкость за то же время. Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют насыщенным. Давление насыщенного пара не зависит от объема и определяется только температурой.

Жидкость кипит при температуре, при которой давление насыщенного пара в пузырьках становится равным давлению в жидкости. Чем больше внешнее давление, тем выше температура кипения.

Атмосферный воздух представляет собой смесь различных газов и водяного пара. Содержание водяного пара в воздухе, т. е. влажность воздуха, характеризуют рядом величин: абсолютной и относительной влажностью, парциальным давлением. Давление, которое производил бы водяной пар, если бы все остальные газы отсутствовали, называют парциальным давлением водяного пара. Относительной влажностью воздуха называют выраженное в процентах отношение парциального давления водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению насыщенного водяного пара при той же температуре. Большое значение имеет знание влажности в метеорологии для предсказания погоды.

## Глава 12 ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

Мы живем на поверхности твердого тела — земного шара, в домах, построенных из твердых тел. Наше тело, хотя оно и содержит 65% воды (мозг — 80%), тоже считают твердым. Орудия труда сделаны из твердых тел. Знать свойства твердых тел необходимо.

### § 73 КРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ ТЕЛА

Твердые тела сохраняют не только свой объем, как жидкости, но и форму. Они находятся преимущественно в кристаллическом состоянии.

*Кристаллы* — это твердые тела, атомы или молекулы которых занимают определенные, упорядоченные положения в пространстве. Поэтому кристаллы имеют плоские грани. Например, крупинка обычной поваренной соли имеет плоские грани, составляющие друг с другом прямые углы (рис. 12.1). Это можно заметить, рассматривая соль с помощью лупы. А как геометрически правильна форма снежинки! В ней также отражена геометрическая правильность внутреннего строения кристаллического твердого тела — льда (рис. 12.2).

**Анизотропия кристаллов.** Однако правильная внешняя форма не единственное и даже не самое главное следствие упорядоченного строения кристалла. Главное — это зависимость физических свойств кристалла от выбранного в кристалле направления.

Прежде всего бросается в глаза различная механическая прочность кристаллов по разным направлениям. Например, кусок слюды легко расслаивается в одном из направлений на тонкие пластинки (рис. 12.3), но разорвать его в направлении, перпендикулярном пластинкам, гораздо труднее. Так же легко расслаивается в одном направлении кристалл графита. Когда вы пишете карандашом, такое расслоение происходит непрерывно и тонкие

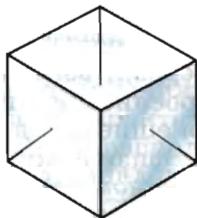


Рис. 12.1



Рис. 12.2

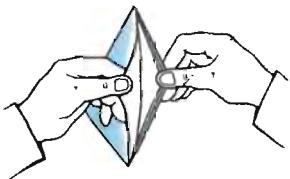


Рис. 12.3

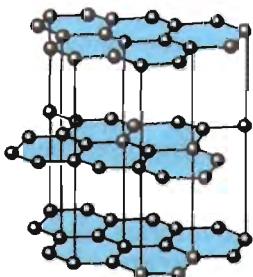


Рис. 12.4



Рис. 12.5

слои графита остаются на бумаге. Это происходит потому, что кристаллическая решетка графита имеет слоистую структуру. Слои образованы рядом параллельных сеток, состоящих из атомов углерода (рис. 12.4). Атомы располагаются в вершинах правильных шестиугольников. Расстояние между слоями сравнительно велико — примерно в 2 раза больше, чем длина стороны шестиугольника, поэтому связи между слоями менее прочны, чем связи внутри них.

Многие кристаллы по-разному проводят тепло и электрический ток в различных направлениях. От направления зависят и оптические свойства кристаллов. Так, кристалл кварца по-разному преломляет свет в зависимости от направления падающих на него лучей.

Зависимость физических свойств от направления внутри кристалла называют **анизотропией**. Все кристаллические тела анизотропны.

**Монокристаллы и поликристаллы.** Кристаллическую структуру имеют металлы. Именно металлы преимущественно используются в настоящее время для изготовления орудий труда, различных машин и механизмов.

Если взять сравнительно большой кусок металла, то на первый взгляд его кристаллическое строение никак не проявляется ни во внешнем виде этого куска, ни в его физических свойствах. Металлы в обычном состоянии не обнаруживают анизотропии.

Дело здесь в том, что обычно металл состоит из огромного количества сросшихся друг с другом маленьких кристалликов. Под микроскопом или даже с помощью лупы их нетрудно рассмотреть, особенно на свежем изломе металла (рис. 12.5). Свойства каждого кристаллика зависят от направления, но кристаллики ориентированы по отношению друг к другу беспорядочно. В результате в объеме, значительно превышающем объем отдельных кристалликов, все направления внутри металлов равноправны и свойства металлов одинаковы по всем направлениям.

Твердое тело, состоящее из большого числа маленьких кристалликов, называют *поликристаллическим*. Одиночные кристаллы называют *моноокристаллами*.

Соблюдая большие предосторожности, можно вырастить металлический кристалл больших размеров — моноокристалл.

В обычных условиях поликристаллическое тело образуется в результате того, что начавшийся рост многих кристаллов продолжается до тех пор, пока они не приходят в соприкосновение друг с другом, образуя единое тело.

К поликристаллам относятся не только металлы. Кусок сахара, например, также имеет поликристаллическую структуру.

Большинство кристаллических тел — поликристаллы, так как они состоят из множества сросшихся кристаллов. Одиночные кристаллы — моноокристаллы имеют правильную геометрическую форму, и их свойства различны по разным направлениям (анизотропия).



1. Все ли кристаллические тела анизотропны!
2. Древесина анизотропна. Является ли она кристаллическим телом?
3. Приведите примеры моноокристаллических и поликристаллических тел, не упомянутых в тексте.

## § 74 АМОРФНЫЕ ТЕЛА

Не все твердые тела — кристаллы. Существует множество аморфных<sup>1</sup> тел. Чем они отличаются от кристаллов?

У аморфных тел нет строгого порядка в расположении атомов. Только ближайшие атомы-соседи располагаются в некотором порядке. Но строгой повторяемости по всем направлениям одного и того же элемента структуры, которая характерна для кристаллов, в аморфных телах нет.

По расположению атомов и по их поведению аморфные тела аналогичны жидкостям.

Часто одно и то же вещество может находиться как в кристаллическом, так и в аморфном состоянии. Например, кварц  $\text{SiO}_2$  может быть как в кристаллической, так и в аморфной форме (кремнезем). Кристаллическую форму кварца схематически можно представить в виде решетки из правильных шестиугольников (рис. 12.6, а). Аморфная структура кварца также имеет вид решетки, но неправильной формы. Наряду с шестиугольниками в ней встречаются пяти- и семиугольники (рис. 12.6, б).

<sup>1</sup> От греческого «морфе» — форма и частицы «а», имеющей смысл отрицания.

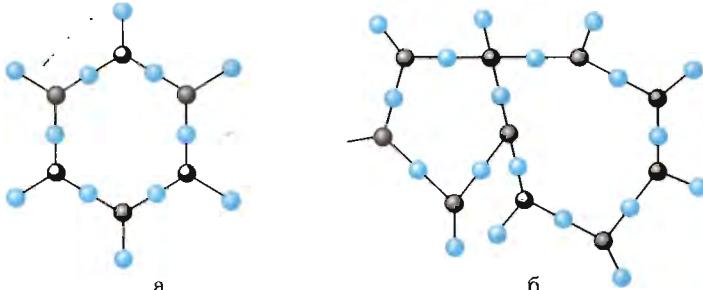


Рис. 12.6

а

б

**Свойства аморфных тел.** Все аморфные тела изотропны, т. е. их физические свойства одинаковы по всем направлениям. К аморфным телам относятся стекло, смола, канифоль, сахарный леденец и др.

При внешних воздействиях аморфные тела обнаруживают одновременно упругие свойства, подобно твердым телам, и текучесть, подобно жидкости. Так, при кратковременных воздействиях (ударах) они ведут себя как твердые тела и при сильном ударе раскалываются на куски. Но при очень продолжительном воздействии аморфные тела текут. В этом вы можете убедиться сами, если запасетесь терпением. Проследите за куском смолы, который лежит на твердой поверхности. Постепенно смола по ней растекается, и, чем выше температура смолы, тем быстрее это происходит.

Атомы или молекулы аморфных тел, подобно молекулам жидкости, имеют определенное время «оседлой жизни» — время колебаний около положения равновесия. Но в отличие от жидкостей это время у них весьма велико.

Так, для вара при  $t = 20^{\circ}\text{C}$  время «оседлой жизни» примерно 0,1 с. В этом отношении аморфные тела близки к кристаллическим, так как перескоки атомов из одного положения равновесия в другое происходят сравнительно редко.

Аморфные тела при низких температурах по своим свойствам напоминают твердые тела. Текучестью они почти не обладают, но по мере повышения температуры постепенно размягчаются и их свойства все более и более приближаются к свойствам жидкостей. Это происходит потому, что с ростом температуры постепенно учащаются перескоки атомов из одного положения равновесия в другое. *Определенной температуры плавления* у аморфных тел, в отличие от кристаллических, нет.

**Жидкие кристаллы.** В природе встречаются вещества, обладающие одновременно основными свойствами кристалла и жидкости, а именно анизотропией и текучестью. Такое состояние вещества называется *жидкокристаллическим*. Жидкими кристаллами являются в основном органические вещества, молекулы которых имеют длинную нитевидную форму или форму плоских пластин.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда жидкий кристалл образуется нитевидными молекулами. Эти молекулы расположены параллельно друг другу, однако беспорядочно сдвинуты, т. е. порядок, в отличие от обычных кристаллов, существует только в одном направлении.

При тепловом движении центры этих молекул движутся хаотически, однако ориентация молекул не изменяется, и они остаются параллельны самим себе. Строгая ориентация молекул существует не во всем объеме кристалла, а в небольших областях, называемых доменами. На границе доменов происходит преломление и отражение света, поэтому жидкие кристаллы непрозрачны. Однако в слое жидкого кристалла, помещенном между двумя тонкими пластинаами, расстояния между которыми  $0,01—0,1$  мм, с параллельными углублениями  $10—100$  нм, все молекулы будут параллельны и кристалл станет прозрачным. Если на какие-то участки жидкого кристалла подать электрическое напряжение, то жидкокристаллическое состояние нарушается. Эти участки становятся непрозрачными и начинают светиться, а участки без напряжения остаются темными. Это явление используется при создании жидкокристаллических экранов телевизоров. Нужно отметить, что сам экран состоит из огромного числа элементов и электронная схема управления таким экраном чрезвычайно сложна.

**Физика твердого тела.** Человечество всегда использовало и будет использовать твердые тела. Но если раньше физика твердого тела отставала от развития технологий, основанной на непосредственном опыте, то теперь положение изменилось. Теоретические исследования приводят к созданию твердых тел, свойства которых совершенно необычны.

Получить такие тела методом проб и ошибок было бы невозможно. Создание транзисторов, о которых пойдет речь в дальнейшем, — яркий пример того, как понимание структуры твердых тел привело к революции во всей радиотехнике.

Получение материалов с заданными механическими, магнитными, электрическими и другими свойствами — одно из основных направлений современной физики твердого тела. Примерно половина физиков мира работают сейчас в этой области физики.

Аморфные тела занимают промежуточное положение между кристаллическими твердыми телами и жидкостями. Их атомы или молекулы располагаются в относительном порядке. Понимание структуры твердых тел (кристаллических и аморфных) позволяет создавать материалы с заданными свойствами.



1. Чем отличаются аморфные тела от кристаллических?
2. Приведите примеры аморфных тел.
3. Возникла ли бы профессия стеклодува, если бы стекло было кристаллическим телом, а не аморфным?

## Глава 12. КРАТКИЕ ИТОГИ

Твердые тела преимущественно находятся в кристаллическом состоянии. Кристаллы анизотропны; это означает, что физические свойства кристаллов зависят от выбранного направления.

У аморфных тел, в отличие от кристаллов, нет строгого порядка в расположении атомов. При низких температурах аморфные тела по своим свойствам напоминают твердые тела, а при высоких — подобны очень вязким жидкостям.

## Глава 13 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Тепловые явления можно описывать с помощью величин (макроскопических параметров), регистрируемых такими приборами, как манометр и термометр. Эти приборы не реагируют на воздействие отдельных молекул. Теория тепловых процессов, в которой не учитывается молекулярное строение тел, называется термодинамикой. Ее мы будем изучать в этой главе.

### § 75 ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ

Термодинамика была создана в середине XIX в. после открытия закона сохранения энергии. В ее основе лежит понятие *внутренняя энергия*. С него мы и начнем. Предварительно остановимся на вопросе о том, какая связь существует между термодинамикой и молекулярно-кинетической теорией.

**Термодинамика и статистическая механика.** Первой научной теорией тепловых процессов была не молекулярно-кинетическая теория, а термодинамика. Она возникла при изучении оптимальных условий использования теплоты для совершения работы. Это произошло в середине XIX в., задолго до того, как молекулярно-кинетическая теория получила всеобщее признание.

Сейчас в науке и технике при изучении тепловых явлений используются как термодинамика, так и молекулярно-кинетическая теория. В теоретической физике молекулярно-кинетическую теорию называют *статистической*

*механикой.* Термодинамика и статистическая механика изучают различными методами одни и те же явления и взаимно дополняют друг друга.

*Главное содержание термодинамики состоит в двух основных ее законах, касающихся поведения энергии.* Эти законы установлены опытным путем. Они справедливы для всех веществ независимо от их внутреннего строения.

Статистическая механика более глубокая и точная наука, чем термодинамика, но и более сложная. К ней прибегают в тех случаях, когда простые соотношения термодинамики оказываются недостаточными для объяснения наблюдаемых явлений.

**Внутренняя энергия в молекулярно-кинетической теории.** В середине XIX в. было доказано, что наряду с механической энергией макроскопические тела обладают еще и энергией, заключенной внутри самих тел. Эта *внутренняя энергия* входит в баланс энергетических превращений в природе. После открытия внутренней энергии был сформулирован *закон сохранения и превращения энергии*.

Что такое внутренняя энергия?

Когда скользящая по льду шайба останавливается под действием силы трения, то ее механическая (кинетическая) энергия не просто исчезает, а передается беспорядочно движущимся молекулам льда и шайбы. Неровности поверхностей труящихся тел деформируются при движении, и интенсивность беспорядочного движения молекул возрастает. Оба тела нагреваются, что и означает увеличение их внутренней энергии.

Нетрудно наблюдать и обратный переход внутренней энергии в механическую. Если нагревать воду в пробирке, закрытой пробкой, то внутренняя энергия воды и внутренняя энергия пара начнут возрастать. Давление пара увеличится настолько, что пробка будет выбита. Кинетическая энергия пробки увеличится за счет внутренней энергии пара. Расширяясь, водяной пар совершает работу и охлаждается. Его внутренняя энергия при этом уменьшается.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории *внутренняя энергия макроскопического тела равна сумме кинетических энергий беспорядочного движения всех молекул (или атомов) тела и потенциальных энергий взаимодействия всех молекул друг с другом (но не с молекулами других тел).*

Вычислить внутреннюю энергию тела (или ее изменение), учитывая движение отдельных молекул и их положения относительно друг друга, практически невозможно из-за огромного числа молекул в макроскопических телах. Поэтому необходимо уметь определять значение внутренней энергии (или ее изменение) в зависимости от макро-

скопических параметров, которые можно непосредственно измерить.

**Внутренняя энергия идеального одноатомного газа.** Наиболее прост по своим свойствам одноатомный газ, состоящий из отдельных атомов, а не молекул. Одноатомными являются инертные газы — гелий, неон, аргон и др. Вычислим внутреннюю энергию идеального одноатомного газа.

Так как молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, то их потенциальная энергия равна нулю. Вся внутренняя энергия идеального газа определяется кинетической энергией беспорядочного движения его молекул.

Для вычисления внутренней энергии идеального одноатомного газа массой  $m$  нужно умножить среднюю кинетическую энергию одного атома на число атомов. Учитывая, что  $kN_A = R$ , получим формулу для внутренней энергии идеального газа:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (13.1)$$

**Внутренняя энергия идеального одноатомного газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре.**

Она не зависит от объема и других макроскопических параметров системы.

Изменение внутренней энергии идеального газа равно  $\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_2 - T_1)$ , т. е. определяется температурами начального и конечного состояний газа и не зависит от процесса.

Если идеальный газ состоит из более сложных молекул, чем одноатомный, то его внутренняя энергия также пропорциональна абсолютной температуре, но коэффициент пропорциональности между  $U$  и  $T$  другой. Объясняется это тем, что сложные молекулы не только движутся поступательно, но и вращаются. Внутренняя энергия таких газов равна сумме энергий поступательного и вращательного движений молекул.

**Зависимость внутренней энергии от макроскопических параметров.** Мы установили, что внутренняя энергия идеального газа зависит от одного параметра — температуры. От объема внутренняя энергия идеального газа не зависит потому, что потенциальная энергия взаимодействия его молекул равна нулю.

У реальных газов, жидкостей и твердых тел средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул не равна нулю. Правда, для газов она много меньше средней кинетической энергии молекул, но для твердых и жидких тел сравнима с ней.

Средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул газа зависит от объема вещества, так как при изменении объема меняется среднее расстояние между молекулами. Следовательно, *внутренняя энергия реального газа в термодинамике в общем случае зависит, наряду с температурой  $T$ , и от объема  $V$ .*

Значения макроскопических параметров (температуры  $T$ , объема  $V$  и др.) однозначно определяют состояние тел. Поэтому они определяют и внутреннюю энергию макроскопических тел.

Внутренняя энергия  $U$  макроскопических тел однозначно определяется параметрами, характеризующими состояние этих тел: температурой и объемом.

В основе термодинамики лежит понятие внутренней энергии. Эта энергия зависит от макроскопических параметров: температуры и объема.

Внутренняя энергия идеального газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре.



1. Приведите примеры превращения механической энергии во внутреннюю и обратно в технике и быту.
2. От каких физических величин зависит внутренняя энергия тела?
3. Чему равна внутренняя энергия идеального одноатомного газа?

## § 76 РАБОТА В ТЕРМОДИНАМИКЕ

В результате каких процессов может меняться внутренняя энергия? Вы уже знаете, что есть два вида таких процессов: совершение работы и теплопередача. Начнем с работы. Чему она равна при сжатии и расширении газа и других тел?

**Работа в механике и термодинамике.** В механике работа определяется как произведение модуля силы, модуля перемещения точки ее приложения и косинуса угла между ними. При действии силы на движущееся тело работа равна изменению его кинетической энергии.

В термодинамике движение тела как целого не рассматривается, речь идет о перемещении частей макроскопического тела друг относительно друга. В результате может меняться объем тела, а его скорость остается равной нулю. Работа в термодинамике определяется так же, как и в механике, но она равна не изменению кинетической энергии тела, а изменению его внутренней энергии.

**Изменение внутренней энергии при совершении работы.** Почему при сжатии или расширении тела меняется

его внутренняя энергия тела? Почему, в частности, нагревается воздух при накачивании велосипедной шины?

Причина изменения температуры газа в процессе его сжатия состоит в следующем: *при упругих соударениях молекул газа с движущимся поршнем изменяется их кинетическая энергия*. Так, при движении навстречу молекулам газа поршень во время столкновений передает им часть своей механической энергии, в результате чего газ нагревается. Поршень действует подобно футболисту, встречающему летящий мяч ударом ноги. Нога сообщает мячу скорость, значительно большую той, которой он обладал до удара.

И наоборот, если газ расширяется, то после столкновения с удаляющимся поршнем скорости молекул уменьшаются, в результате чего газ охлаждается. Так же действует и футболист, для того чтобы уменьшить скорость летящего мяча или остановить его, — нога футболиста движется от мяча, как бы уступая ему дорогу.

При сжатии или расширении меняется и средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул, так как при этом меняется среднее расстояние между молекулами.

**Вычисление работы.** Вычислим работу в зависимости от изменения объема на примере газа в цилиндре под поршнем (рис. 13.1). Проще всего вначале вычислить не работу силы  $\vec{F}$ , действующей на газ со стороны внешнего тела (поршня), а работу, которую совершает сила давления газа, действуя на поршень с силой  $\vec{F}'$ . Согласно третьему закону Ньютона  $\vec{F} = -\vec{F}'$ . Модуль силы, действующей со стороны газа на поршень, равен  $F' = pS$ , где  $p$  — давление газа, а  $S$  — площадь поверхности поршня. Пусть газ расширяется изобарно и поршень смещается в направлении силы  $\vec{F}'$  на малое расстояние  $\Delta h = h_2 - h_1$ . Так как давление газа постоянно, то работа газа равна:

$$A' = F'\Delta h = pS(h_2 - h_1) = p(Sh_2 - Sh_1). \quad (13.2)$$

Эту работу можно выразить через изменение объема газа. Начальный его объем  $V_1 = Sh_1$ , а конечный  $V_2 = Sh_2$ . Поэтому

$$A' = p(V_2 - V_1) = p\Delta V, \quad (13.3)$$

где  $\Delta V = V_2 - V_1$  — изменение объема газа.

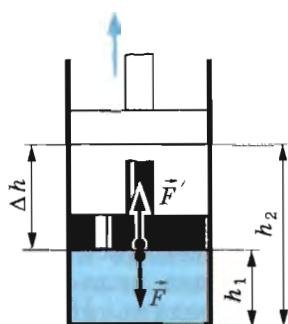


Рис. 13.1

При расширении газ совершают положительную работу, так как направление силы и направление перемещения поршня совпадают.

Если газ сжимается, то формула (13.3) для работы газа остается справедливой. Но теперь  $V_2 < V_1$ , и поэтому  $A' < 0$  (рис. 13.2).

Работа  $A$ , совершаемая внешними телами над газом, отличается от работы самого газа  $A'$  только знаком:  $A = -A'$ , так как сила  $\vec{F}$ , действующая на газ, направлена против силы  $\vec{F}'$ , а перемещение поршня остается тем же самым. Поэтому работа внешних сил, действующих на газ, равна:

$$A = -A' = -p\Delta V. \quad (13.4)$$

При сжатии газа, когда  $\Delta V = V_2 - V_1 < 0$ , работа внешней силы оказывается положительной. Так и должно быть: при сжатии газа направления силы и перемещения точки ее приложения совпадают.

Если давление не поддерживать постоянным, то при расширении газ теряет энергию и передает ее окружающим телам: поднимающемуся поршню, воздуху и т. д. Газ при этом охлаждается. При сжатии газа, наоборот, внешние тела передают ему энергию и газ нагревается.

**Геометрическое истолкование работы.** Работе  $A'$  газа для случая постоянного давления можно дать простое геометрическое истолкование.

Построим график зависимости давления газа от занимаемого им объема (рис. 13.3). Здесь площадь прямоугольника  $abdc$ , ограниченная графиком  $p_1 = \text{const}$ , осью  $V$  и отрезками  $ab$  и  $cd$ , равными давлению газа, численно равна работе (13.3):

$$A' = p_1(V_2 - V_1) = |ab| \cdot |ac|.$$

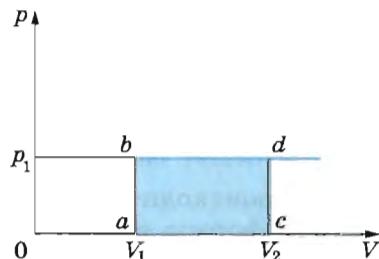


Рис. 13.3

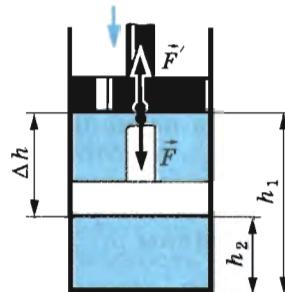


Рис. 13.2

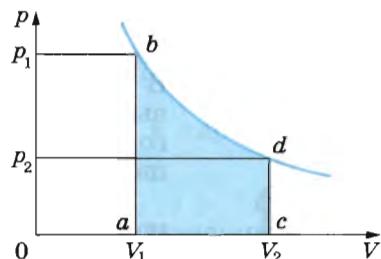


Рис. 13.4

В общем случае давление газа не остается неизменным. Например, при изотермическом процессе оно убывает обратно пропорционально объему (рис. 13.4). В этом случае для вычисления работы нужно разделить общее изменение объема на малые части и вычислить элементарные (малые) работы, а потом все их сложить. Работа газа по-прежнему численно равна площади фигуры, ограниченной графиком зависимости  $p$  от  $V$ , осью  $V$  и отрезками  $ab$  и  $cd$ , равными давлениям  $p_1$ ,  $p_2$  в начальном и конечном состояниях газа.

Работа внешней силы, изменяющей при постоянном давлении объем газа на  $\Delta V$ , равна  $A = -p\Delta V$ . Работа газа (силы давления газа)  $A' = -A = p\Delta V$ , где  $p$  — давление газа.



1. Почему газы при сжатии нагреваются?
2. Положительную или отрицательную работу совершают внешние силы при изотермическом процессе, изображенном на рисунке 13.2?

## § 77 КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ

Изменить внутреннюю энергию газа в цилиндре можно, не только совершая работу, но и нагревая газ.

Если закрепить поршень (рис. 13.5), то объем газа при нагревании не меняется и работа не совершается. Но температура газа, а следовательно, и его внутренняя энергия возрастают.

Процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы называют *теплообменом* или *теплопередачей*.

Количественную меру изменения внутренней энергии при теплообмене называют *количеством теплоты*. Количеством теплоты называют также энергию, которую тело отдает в процессе теплообмена.

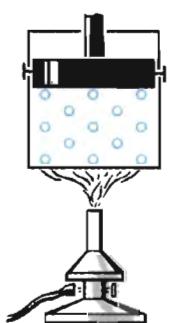


Рис. 13.5

**Молекулярная картина теплообмена.** При теплообмене на границе между телами происходит взаимодействие медленно движущихся молекул холодного тела с быстро движущимися молекулами горячего тела. В результате кинетические энергии молекул выравниваются и скорости молекул холодного тела увеличиваются, а горячего — уменьшаются.

При теплообмене не происходит превращения энергии из одной формы в другую, часть внутренней энергии горячего тела передается холодному телу.

**Количество теплоты и теплоемкость.** Вам уже известно, что для нагревания тела массой  $m$  от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  необходимо передать ему количество теплоты:

$$Q = cm(t_2 - t_1) = c m \Delta t. \quad (13.5)$$

При остывании тела его конечная температура  $t_2$  оказывается меньше начальной температуры  $t_1$  и количество теплоты, отдаваемое телом, отрицательно.

Коэффициент  $c$  в формуле (13.5) называют *удельной теплоемкостью* вещества. *Удельная теплоемкость* — это величина, численно равная количеству теплоты, которое получает или отдает вещество массой 1 кг при изменении его температуры на 1 К.

Удельная теплоемкость зависит не только от свойств вещества, но и от того, при каком процессе осуществляется теплопередача. Если нагревать газ при постоянном давлении, то он будет расширяться и совершать работу. Для нагревания газа на 1 °С при постоянном давлении ему нужно передать большее количество теплоты, чем для нагревания его при постоянном объеме, когда газ будет только нагреваться.

Жидкие и твердые тела расширяются при нагревании незначительно. Их удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении мало различаются.

**Удельная теплота парообразования.** Для превращения жидкости в пар в процессе кипения необходима передача ей определенного количества теплоты. Температура жидкости при кипении не меняется. Превращение жидкости в пар при постоянной температуре не ведет к увеличению кинетической энергии молекул, но сопровождается увеличением потенциальной энергии их взаимодействия. Ведь среднее расстояние между молекулами газа много больше, чем между молекулами жидкости.

Величину, численно равную количеству теплоты, необходимому для превращения при постоянной температуре жидкости массой 1 кг в пар, называют *удельной теплотой парообразования*. Эту величину обозначают буквой  $r$  и выражают в джоулях на килограмм (Дж/кг).

Очень велика удельная теплота парообразования воды:  $r_{\text{H}_2\text{O}} = 2,256 \cdot 10^6$  Дж/кг при температуре 100 °С. У других жидкостей, например у спирта, эфира, ртути, керосина, удельная теплота парообразования меньше в 3—10 раз, чем у воды.

Для превращения жидкости массой  $m$  в пар требуется количество теплоты, равное:

$$Q_{\text{п}} = rm. \quad (13.6)$$

При конденсации пара происходит выделение такого же количества теплоты:

$$Q_{\kappa} = -rm. \quad (13.7)$$

**Удельная теплота плавления.** При плавлении кристаллического тела вся подводимая к нему теплота идет на увеличение потенциальной энергии молекул. Кинетическая энергия молекул не меняется, так как плавление происходит при постоянной температуре.

Величину, численно равную количеству теплоты, необходимому для превращения кристаллического вещества массой 1 кг при температуре плавления в жидкость, называют **удельной теплотой плавления**  $\lambda$ .

При кристаллизации вещества массой 1 кг выделяется точно такое же количество теплоты, какое поглощается при плавлении.

Удельная теплота плавления льда довольно велика:  $3,34 \cdot 10^5$  Дж/кг. «Если бы лед не обладал большой теплотой плавления, — писал Р. Блэк еще в XVIII в., — то тогда весной вся масса льда должна была бы растаять в несколько минут или секунд, так как теплота непрерывно передается льду из воздуха. Последствия этого были бы ужасны; ведь и при существующем положении возникают большие наводнения и сильные потоки воды при таянии больших масс льда или снега».

Для того чтобы расплавить кристаллическое тело массой  $m$ , необходимо количество теплоты, равное:

$$Q_{\text{пл}} = \lambda m. \quad (13.8)$$

Количество теплоты, выделяемое при кристаллизации тела, равно:

$$Q_{\text{кр}} = -\lambda m. \quad (13.9)$$

Внутренняя энергия тела меняется при нагревании и охлаждении, при парообразовании и конденсации, при плавлении и кристаллизации. Во всех случаях телу передается или от него отнимается некоторое количество теплоты.



1. Что называют количеством теплоты?
2. От чего зависит **удельная теплоемкость** вещества?
3. Что называют **удельной теплотой парообразования**?
4. Что называют **удельной теплотой плавления**?
5. В каких случаях количество теплоты **положительная величина**, а в каких **отрицательная**?

## § 78 ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Первый закон термодинамики — это закон сохранения энергии, распространенный на тепловые явления. Он показывает, от каких причин зависит изменение внутренней энергии.

**Закон сохранения энергии.** К середине XIX в. многочисленные опыты доказали, что **механическая энергия**

*никогда не пропадает бесследно.* Падает, например, молот на кусок свинца, и свинец нагревается вполне определенным образом. Силы трения тормозят тела, которые при этом разогреваются.

На основании множества подобных наблюдений и обобщения опытных фактов был сформулирован **закон сохранения энергии:**

*Энергия в природе не возникает из ничего и не исчезает: количество энергии неизменно, она только переходит из одной формы в другую.*

Закон сохранения энергии управляет всеми явлениями природы и связывает их воедино. Он всегда выполняется абсолютно точно, неизвестно ни одного случая, когда бы этот великий закон не выполнялся.

Этот закон был открыт в середине XIX в. немецким ученым, врачом по образованию Р. Майером (1814—1878), английским ученым Дж. Джоулем (1818—1889) и получил наиболее точную формулировку в трудах немецкого ученого Г. Гельмгольца (1821—1894).

**Первый закон термодинамики.** Закон сохранения и превращения энергии, распространенный на тепловые явления, носит название *первого закона термодинамики*.

В термодинамике рассматриваются тела, положение центра тяжести которых практически не меняется. Механическая энергия таких тел остается постоянной, изменяться может лишь внутренняя энергия каждого тела.

До сих пор мы рассматривали процессы, в которых внутренняя энергия системы изменялась либо за счет совершения работы, либо за счет теплообмена с окружающими телами.

В общем случае при переходе системы из одного состояния в другое внутренняя энергия изменяется одновременно как за счет совершения работы, так и за счет передачи теплоты. **Первый закон термодинамики** формулируется именно для таких общих случаев:

*Изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе:*

$$\Delta U = A + Q. \quad (13.10)$$

Если система является изолированной, то работа внешних сил равна нулю ( $A = 0$ ) и система не обменивается теплотой с окружающими телами ( $Q = 0$ ). В этом случае согласно первому закону термодинамики  $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$ , или  $U_1 = U_2$ . *Внутренняя энергия изолированной системы остается неизменной (сохраняется).*

Часто вместо работы  $A$  внешних тел над системой рассматривают работу  $A'$  системы над внешними телами. Учитывая, что  $A' = -A$ , первый закон термодинамики (13.10) можно записать так:

$$Q = \Delta U + A'. \quad (13.11)$$

Количество теплоты, переданное системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами.

**Невозможность создания вечного двигателя.** Из первого закона термодинамики вытекает невозможность создания вечного двигателя — устройства, способного совершать неограниченное количество работы без затрат топлива или каких-либо других материалов. Если к системе не поступает тепло ( $Q = 0$ ), то работа  $A'$  согласно уравнению (13.11) может быть совершена только за счет убыли внутренней энергии:  $A' = -\Delta U$ . После того как запас энергии окажется исчерпанным, двигатель перестанет работать.

**Работа и количество теплоты — характеристики процесса изменения внутренней энергии.** В данном состоянии система всегда обладает определенной внутренней энергией.

Но нельзя говорить, что в системе содержится определенное количество теплоты или работы. Как работа, так и количество теплоты являются величинами, характеризующими изменение внутренней энергии системы в результате того или иного процесса.

Внутренняя энергия системы может измениться одинаково как за счет совершения системой работы, так и за счет передачи окружающим телам какого-либо количества теплоты. Например, нагретый газ в цилиндре может уменьшить свою энергию остывая, без совершения работы (рис. 13.6). Но он может потерять точно такое же количество энергии, перемещая поршень, без отдачи теплоты окружающим телам. Для этого стенки цилиндра и поршень должны быть теплонепроницаемыми (рис. 13.7).

В дальнейшем на протяжении всего курса физики мы будем знакомиться с другими формами энергии, способами их превращения и передачи.

Рис. 13.6

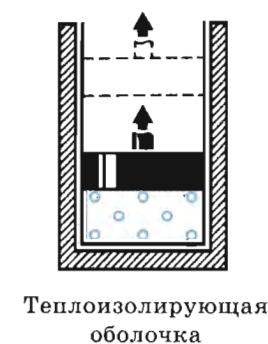


Рис. 13.7

Внутренняя энергия системы тел изменяется при совершении работы и при передаче количества теплоты. В каждом состоянии система обладает определенной внутренней энергией. Работа и количество теплоты не содержатся в теле, а характеризуют процесс изменения его внутренней энергии.



1. Как формулируется первый закон термодинамики?
2. В каком случае изменение внутренней энергии отрицательно?
3. Почему можно говорить, что система обладает внутренней энергией, но нельзя сказать, что она обладает запасом определенного количества теплоты или работы?

## § 79 ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ К РАЗЛИЧНЫМ ПРОЦЕССАМ

С помощью первого закона термодинамики можно делать важные заключения о характере протекающих процессов. Рассмотрим различные процессы, при которых одна из физических величин остается неизменной (изопропцессы), например случай, когда система представляет собой идеальный газ.

**Изохорный процесс.** При изохорном процессе объем газа не меняется, и поэтому работа газа равна нулю. Изменение внутренней энергии газа согласно уравнению (13.11) равно количеству переданной ему теплоты:

$$\Delta U = Q. \quad (13.12)$$

Если газ нагревается, то  $Q > 0$  и  $\Delta U > 0$ , его внутренняя энергия увеличивается. При охлаждении газа  $Q < 0$  и  $\Delta U = U_2 - U_1 < 0$ , изменение внутренней энергии отрицательно и внутренняя энергия газа уменьшается.

**Изотермический процесс.** При изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ ) внутренняя энергия идеального газа (см. формулу (13.1)) не меняется. Согласно формуле (13.11) все переданное газу количество теплоты идет на совершение работы:

$$Q = A'. \quad (13.13)$$

Если газ получает тепло ( $Q > 0$ ), то он совершает положительную работу ( $A' > 0$ ). Если, напротив, газ отдает тепло окружающей среде (термостату), то  $Q < 0$  и  $A' < 0$ . Работа же внешних сил над газом в последнем случае положительна.

**Изобарный процесс.** При изобарном процессе согласно формуле (13.11) передаваемое газу количество теплоты

идет на изменение его внутренней энергии и на совершение им работы при постоянном давлении:

$$Q = \Delta U + A' = \Delta U + p\Delta V.$$

**Адиабатный процесс.** Рассмотрим теперь процесс, протекающий в системе, которая не обменивается теплом с окружающими телами. Процесс в теплоизолированной системе называют **адиабатным**.

При адиабатном процессе  $Q = 0$  и согласно уравнению (13.10) изменение внутренней энергии происходит только за счет совершения работы:

$$\Delta U = A. \quad (13.14)$$

Конечно, нельзя окружить систему оболочкой, абсолютно не допускающей теплопередачу. Но в ряде случаев можно считать реальные процессы очень близкими к адиабатным. Для этого они должны протекать достаточно быстро, так, чтобы за время процесса не произошло заметного теплообмена между системой и окружающими телами.

Согласно уравнению (13.14) при совершении над системой положительной работы, например при сжатии газа, его внутренняя энергия увеличивается, что означает повышение температуры газа. И наоборот, при расширении газа сам газ совершает положительную работу ( $A' > 0$ ) и его внутренняя энергия уменьшается — газ охлаждается.

Нагревание воздуха при быстром сжатии нашло применение в двигателях Дизеля. В этих двигателях отсутствует система зажигания горючей смеси, необходимая для обычных карбюраторных двигателей внутреннего сгорания.

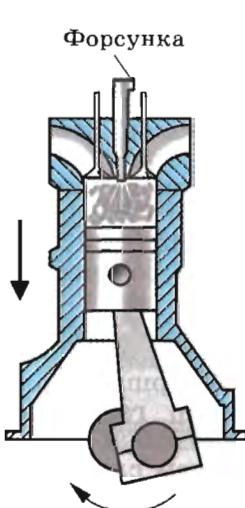


Рис. 13.8

В цилиндр засасывается не горючая смесь, а атмосферный воздух. К концу такта сжатия в цилиндр с помощью специальной форсунки впрыскивается жидкое топливо (рис. 13.8). К этому моменту температура воздуха так велика, что горючее воспламеняется. Двигатели Дизеля имеют больший коэффициент полезного действия, чем обычные, но более массивны и сложны в изготовлении и эксплуатации. Все большее количество автомобилей снабжается двигателями Дизеля, благодаря дешевизне дизельного топлива.

При работе мощных компрессоров, сжимающих воздух, температура воздуха настолько увеличивается, что приходится прибегать к специальной

системе охлаждения цилиндров. Адиабатное охлаждение газов при их расширении используется в машинах для сжижения газов.

Охлаждение газа при адиабатном расширении происходит в грандиозных масштабах в атмосфере Земли. Нагретый воздух поднимается вверх и расширяется, так как атмосферное давление падает с увеличением высоты. Это расширение сопровождается значительным охлаждением. В результате водяные пары конденсируются и образуют облака.

**Теплообмен в изолированной системе.** Рассмотрим теплообмен внутри системы, состоящей из нескольких тел, имеющих первоначально различные температуры, например теплообмен между водой в сосуде и опущенным в воду горячим железным шариком. Будем считать, что система достаточно изолирована от окружающих тел и ее внутренняя энергия не изменяется (изолированная система). никакой работы внутри этой системы не совершается. Тогда согласно первому закону термодинамики (см. уравнение (13.10)) изменение энергии любого тела системы равно количеству теплоты, отданной или полученной этим телом до наступления теплового равновесия внутри системы:  $\Delta U_i = Q_i$ . Складывая подобные выражения для всех тел системы и учитывая, что суммарная внутренняя энергия не меняется ( $\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \dots = 0$ ), получим следующее уравнение:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0. \quad (13.15)$$

Это уравнение носит название **уравнения теплового баланса**. Здесь  $Q_1, Q_2, Q_3$  — количества теплоты, полученные или отданые телами. Эти количества теплоты выражаются формулой (13.5) или формулами (13.6)–(13.9), если в процессе теплообмена происходят превращения вещества из жидкого состояния в газообразное или твердое (или же, напротив, образуется жидкость).

Внутренняя энергия идеального газа не изменяется только при изотермическом процессе. При изохорном она изменяется за счет теплопередачи, а при изобарном процессе внутренняя энергия газа изменяется как за счет теплопередачи, так и за счет совершения работы. В теплоизолированной системе происходит адиабатный процесс. Изменение энергии системы в этом процессе равно работе внешних сил.



1. В каком случае работа газа больше: при изотермическом расширении от объема  $V_1$  до объема  $V_2$  или при изобарном расширении от объема  $V_1$  до объема  $V_2$ ?
2. Как следует записать уравнение теплового баланса для изолированной системы из трех тел, переходящей в равновесное состояние?

## § 80 НЕОБРАТИМОСТЬ ПРОЦЕССОВ В ПРИРОДЕ

Закон сохранения энергии утверждает, что количество энергии при любых ее превращениях остается неизменным. Между тем многие процессы, вполне допустимые с точки зрения закона сохранения энергии, никогда не протекают в действительности.

**Примеры необратимых процессов.** Нагретые тела постепенно остывают, передавая свою энергию более холодным окружающим телам. Обратный процесс передачи теплоты от холодного тела к горячему не противоречит закону сохранения энергии, если количество теплоты, отданное холодным телом, равно количеству теплоты, полученному горячим, но такой процесс самопроизвольно никогда не происходит.

Другой пример. Колебания маятника, выведенного из положения равновесия, затухают (рис. 13.9; 1, 2, 3, 4 — последовательные положения маятника при максимальных отклонениях от положения равновесия). За счет работы сил трения механическая энергия маятника убывает, а температура маятника и окружающего воздуха (а значит, и их внутренняя энергия) слегка повышается. Энергетически допустим и обратный процесс, когда амплитуда колебаний маятника увеличивается за счет охлаждения самого маятника и окружающей среды. Но такой процесс никогда не наблюдается. Механическая энергия самопроизвольно переходит во внутреннюю, но не наоборот. При этом энергия упорядоченного движения тела как целого превращается в энергию неупорядоченного теплового движения слагающих его молекул.

**Общее заключение о необратимости процессов в природе.** Переход тепла от горячего тела к холодному и механической энергии во внутреннюю — это примеры наиболее типичных необратимых процессов. Число подобных примеров можно увеличивать практически неограниченно. Все они говорят о том, что процессы в природе имеют

определенную направленность, никак не отраженную в первом законе термодинамики. *Все макроскопические процессы в природе протекают только в одном определенном направлении.* В обратном направлении они самопроизвольно протекать не могут. Все процессы в природе необратимы, и самые трагические из них — старение и смерть организмов.

**Точная формулировка понятия необратимого процесса.** Для пра-

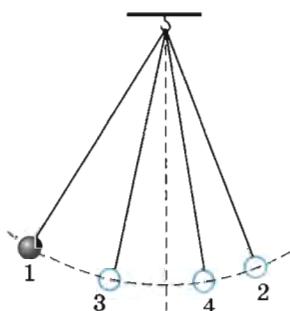


Рис. 13.9

вильного понимания существа необратимости процессов необходимо сделать следующее уточнение: **необратимыми** называются такие процессы, которые могут самопроизвольно протекать лишь в одном определенном направлении; в обратном направлении они могут протекать только при внешнем воздействии. Так, можно вновь увеличить размах колебаний маятника, подтолкнув его рукой. Но это увеличение возникает не само собой, а становится возможным в результате более сложного процесса, включающего движение руки.

Математически необратимость механических процессов выражается в том, что уравнения движения макроскопических тел изменяются с изменением знака времени. Они, как говорят в таких случаях, не инвариантны при преобразовании  $t \rightarrow -t$ . Ускорение не меняет знака при замене  $t \rightarrow -t$ . Силы, зависящие от расстояний, также не изменяют знака. Знак при замене  $t$  на  $-t$  меняется у скорости. Именно поэтому при совершении работы силами трения, зависящими от скорости, кинетическая энергия тела необратимо переходит во внутреннюю.

**Кино «наоборот».** Яркой иллюстрацией необратимости явлений в природе служит просмотр кинофильма в обратном направлении. Например, прыжок в воду будет при этом выглядеть следующим образом. Спокойная вода в бассейне начинает бурлить, появляются ноги, стремительно движущиеся вверх, а затем и весь ныряльщик. Поверхность воды быстро успокаивается. Постепенно скорость ныряльщика уменьшается, и вот уже он спокойно стоит на вышке. То, что мы видим на экране, могло бы происходить в действительности, если бы процессы можно было обратить.

Нелепость происходящего на экране проистекает из того, что мы привыкли к определенной направленности процессов и не сомневаемся в невозможности их обратного течения. А ведь такой процесс, как вознесение ныряльщика на вышку из воды, не противоречит ни закону сохранения энергии, ни законам механики, ни вообще каким-либо законам, кроме *второго закона термодинамики*.

**Второй закон термодинамики.** Второй закон термодинамики указывает направление возможных энергетических превращений, т. е. направление процессов, и тем самым выражает необратимость процессов в природе. Этот закон был установлен путем непосредственного обобщения опытных фактов.

Есть несколько формулировок второго закона, которые, несмотря на внешнее различие, выражают, в сущности, одно и то же и поэтому равнозначны.

Немецкий ученый Р. Клаузиус (1822—1888) сформулировал этот закон так: **невозможно перевести теп-**

*ло от более холодной системы к более горячей при отсутствии других одновременных изменений в обеих системах или в окружающих телах.*

Здесь констатируется опытный факт определенной направленности теплопередачи: тепло само собой переходит всегда от горячих тел к холодным. Правда, в холодильных установках осуществляется теплопередача от холодного тела к более теплому, но эта передача связана с другими изменениями в окружающих телах: охлаждение достигается за счет работы.

Важность этого закона в том, что из него можно вывести заключение о необратимости не только процесса теплопередачи, но и других процессов в природе. Если бы тепло в каких-либо случаях могло самопроизвольно передаваться от холодных тел к горячим, то это позволило бы сделать обратимыми и другие процессы.

Все процессы самопроизвольно протекают в одном определенном направлении. Они необратимы. Тепло всегда переходит от горячего тела к холодному, а механическая энергия макроскопических тел — во внутреннюю.

Направление процессов в природе указывается вторым законом термодинамики.



1. Какие процессы называются необратимыми? Назовите наиболее типичные необратимые процессы.
2. Как формулируется второй закон термодинамики?
3. Если бы реки потекли вспять, означало бы это, что нарушается закон сохранения энергии?

## § 81

### СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИСТОЛКОВАНИЕ НЕОБРАТИМОСТИ ПРОЦЕССОВ В ПРИРОДЕ

Второй закон термодинамики констатирует факт необратимости процессов в природе, но не дает ему никакого объяснения. Это объяснение может быть получено на основе молекулярно-кинетической теории.

**Противоречие между обратимостью микропроцессов и необратимостью макропроцессов.** Необратимость макропроцессов выглядит парадоксально, потому что все микропроцессы обратимы во времени. Уравнения движения отдельных микрочастиц, как классические, так и квантовые, обратимы во времени, ибо никаких сил трения, зависящих от скорости, не содержат. Сила трения — это макроскопический эффект от взаимодействия большого тела с огромным количеством молекул окружающей среды, и появление этой силы само нуждается в объяснении. Силы, посредством которых взаимодействуют микрочастицы (в первую

очередь это электромагнитные силы), во времени обратимы. Уравнения Максвелла, описывающие электромагнитные взаимодействия, не меняются при замене времени  $t$  на  $-t$ .

Если взять простейшую модель газа — совокупность упругих шариков, то газ в целом будет обнаруживать определенную направленность поведения. Например, будучи сжат в половине сосуда, он начнет расширяться и займет весь сосуд. Снова он не сожмется. Уравнения же движения каждой молекулы-шарика обратимы во времени, так как содержат только силы, зависящие от расстояний и проявляющиеся при столкновении молекул.

Таким образом, задача состоит не только в объяснении происхождения необратимости, но и в согласовании факта обратимости микропроцессов с фактом необратимости макропроцессов.

Заслуга в нахождении принципиально правильного подхода к решению этой проблемы принадлежит Больцману. Правда, некоторые аспекты проблемы необратимости до сих пор не получили исчерпывающего решения.

**Житейский пример необратимости.** Приведем простой житейский пример, имеющий прямое отношение к решению проблемы необратимости Больцманом.

Допустим, с понедельника вы решили начать новую жизнь. Непременным условием этого обычно является идеальный или близкий к идеальному порядок на письменном столе. Вы расставляете все предметы и книги на строго определенные места, и у вас на столе царит состояние, которое с полным правом можно назвать состоянием «порядок».

Что произойдет с течением времени, хорошо известно. Вы забываете ставить предметы и книги на строго определенные места, и на столе воцаряется состояние хаоса. Нетрудно понять, с чем это связано. Состоянию «порядок» отвечает только одно определенное расположение предметов, а состоянию «хаос» — несравнимо большее число. И как только предметы начинают занимать произвольные положения, не контролируемые вашей волей, на столе само собой возникает более вероятное состояние хаоса, реализуемое гораздо большим числом вариантов распределения предметов на столе.

В принципе именно такие соображения были высказаны Больцманом для объяснения необратимости макропроцессов.

**Микроскопическое и макроскопическое состояния.** Прежде всего нужно различать макроскопическое и микроскопическое состояния системы.

**Макроскопическое** состояние характеризуется немногим числом термодинамических параметров (давлением,

объемом, температурой и др.). Именно макроскопические величины, характеризующие состояние системы в целом, имеют практическое значение.

*Микроскопическое* состояние характеризуется в общем случае заданием координат и скоростей (или импульсов) всех частиц, составляющих систему (макроскопическое тело). Это несравненно более детальная характеристика системы, знание которой совсем не требуется для описания процессов с макроскопическими телами. Более того, знание микросостояния системы фактически недостижимо из-за огромного числа частиц, слагающих ее.

В приведенном выше житейском примере с предметами на столе можно ввести понятие микро- и макросостояний. *Микросостоянию* отвечает какое-то одно определенное расположение предметов, а *макросостоянию* — оценка ситуации в целом: либо «порядок», либо «хаос». Вполне очевидно, что *определенное макросостояние может быть реализовано огромным числом различных микросостояний*. Так, переход одной молекулы из данной точки пространства в другую точку или изменение ее скорости в результате столкновения изменяет микросостояние системы, но, конечно, не меняет термодинамических параметров и, следовательно, макросостояния системы.

Теперь введем гипотезу, не столь очевидную, как предшествующие утверждения: *все микроскопические состояния изолированной системы равновероятны; ни одно из них не выделено, не занимает преимущественного положения*. Это предположение фактически эквивалентно гипотезе о хаотичном характере теплового движения молекул.

**Вероятность состояния.** С течением времени микросостояния непрерывно сменяют друг друга. Время пребывания системы в определенном макроскопическом состоянии пропорционально, очевидно, числу микросостояний  $Z_1$ , которые реализуют данное состояние. Если через  $Z$  обозначить полное число микросостояний системы, то вероятность состояния  $W$  можно определить так:

$$W = \frac{Z_1}{Z}.$$

**Вероятность макроскопического состояния равна отношению числа микросостояний, реализующих макросостояние, к полному числу возможных микросостояний.**

**Переход системы к наиболее вероятному состоянию.** Чем больше  $Z_1$ , тем больше вероятность данного макросостояния и тем большее время система будет находиться в этом состоянии. Таким образом, *эволюция системы происходит в направлении перехода от маловероятных состояний к состояниям более вероятным*. Именно с этим

связана необратимость течения макроскопических процессов, несмотря на обратимость законов, управляющих движением отдельных частиц. Обратный процесс не является невозможным, он просто маловероятен. Так как все микросостояния равновероятны, то в принципе может возникнуть макросостояние, реализуемое малым числом микросостояний, но это чрезвычайно редкое событие. Мы не должны удивляться, если никогда не увидим их. Наиболее вероятно состояние теплового равновесия. Ему отвечает наибольшее число микросостояний.

Легко понять, почему механическая энергия самопривольно переходит во внутреннюю. Механическое движение системы (или тела) — это упорядоченное движение, когда все части системы перемещаются определенным образом. Упорядоченному движению отвечает небольшое число микросостояний по сравнению с беспорядочным тепловым движением. Поэтому маловероятное состояние упорядоченного механического движения само собой превращается в беспорядочное тепловое движение, реализуемое гораздо большим числом микросостояний.

Менее нагляден процесс перехода теплоты от горячего тела к холодному. Но и здесь сущность необратимости та же. В начале теплообмена есть две группы молекул: молекулы с более высокой средней кинетической энергией у горячего тела и молекулы с низкой средней кинетической энергией у холодного. При установлении теплового равновесия в конце процесса все молекулы окажутся принадлежащими к одной группе молекул с одной и той же средней кинетической энергией. Более упорядоченное состояние с разделением молекул на две группы перестает существовать.

Итак, необратимость процессов связана с тем, что неравновесные макроскопические состояния маловероятны. Эти состояния либо возникают естественным путем в результате эволюции Вселенной, либо создаются искусственно человеком. Например, мы получаем сильно неравновесные состояния, нагревая рабочее тело теплового двигателя до температур, на сотни градусов превышающих температуру окружающей среды.

**Расширение газа из четырех молекул.** Рассмотрим простой пример, позволяющий вычислить вероятности различных состояний и наглядно показывающий, как увеличение числа частиц в системе приводит к тому, что процессы становятся необратимыми, несмотря на обратимость уравнений движения микрочастиц.

Пусть в сосуде имеется газ, состоящий всего лишь из четырех молекул. Вначале все молекулы находятся в левой половине сосуда, отделенной перегородкой от правой половины (рис. 13.10, а). Уберем перегородку, и газ нач-

нет расширяться, занимая весь сосуд. Посмотрим, какова вероятность того, что газ опять сожмется, т. е. молекулы снова соберутся в одной половине сосуда.

В нашем примере макросостояние будет характеризоваться указанием числа молекул в одной половине сосуда безотносительно к тому, какие именно молекулы здесь находятся. Микросостояния задаются распределением молекул по половинам сосуда с указанием того, какие именно молекулы занимают данную половину сосуда. Пронумеруем молекулы цифрами 1, 2, 3, 4. Возможны 16 различных микросостояний, все они изображены на рисунке 13.10, а—д.

Вероятность того, что все молекулы соберутся в левой (или правой) половине сосуда, равна:

$$W_1 = \frac{Z_1}{Z} = \frac{1}{16},$$

так как данному макросостоянию соответствует одно микросостояние из полного их числа 16 (см. рис. 13.10, а, б).

Вероятность же того, что молекулы распределятся поровну, будет в 6 раз больше:

$$W_2 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8},$$

так как данному макросостоянию соответствует 6 микросостояний из полного их числа 16 (см. рис. 13.10, в, г).

Вероятность того, что в одной половине сосуда, например левой, будет три молекулы, а в другой соответственно одна молекула, равна (см. рис. 13.10, в, г):

$$W_3 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$$

Большую часть времени молекулы будут распределены в половинках сосуда поровну: это наиболее вероятное со-

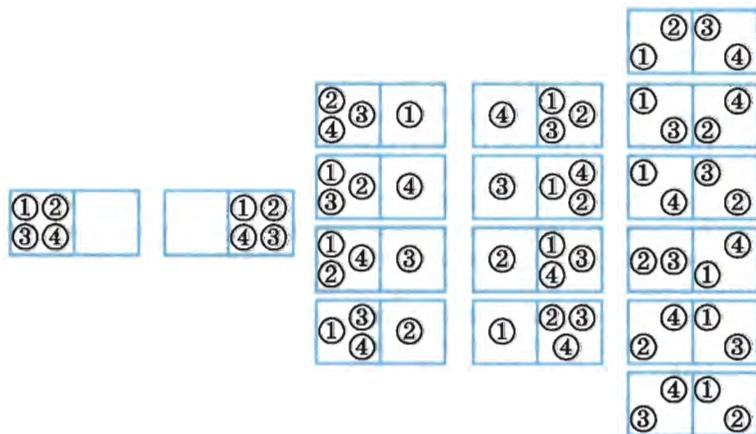


Рис. 13.10 а)

б)

в)

г)

д)

стояние. Но примерно  $\frac{2}{16}$  интервала времени наблюдения молекулы будут занимать одну из половинок сосуда. Таким образом, процесс расширения газа в данном примере обратим и газ снова сжимается через сравнительно небольшой промежуток времени.

**Необратимость расширения газа с большим числом молекул.** Описанная выше обратимость возможна лишь при небольшом числе молекул. Если же число молекул становится огромным, то результат существенно иной.

Подсчитаем вероятность того, что молекулы вновь соберутся в одной половинке сосуда после расширения, если число молекул произвольно велико.

Молекулы идеального газа движутся практически независимо друг от друга. Для одной молекулы вероятность того, что она окажется в левой половине сосуда, равна, очевидно,  $\frac{1}{2}$ . Такова же вероятность и для другой молекулы. Эти события независимы, и вероятность того, что первая и вторая молекулы окажутся в левой половине сосуда, равна произведению вероятностей событий:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ .

Для трех молекул вероятность их нахождения в левой половине сосуда равна  $\frac{1}{2^3}$ , а для четырех —  $\frac{1}{2^4}$ . Именно такое значение вероятности мы и получили при детальном рассмотрении распределения молекул по сосуду.

Но если взять реальное число молекул газа в  $1 \text{ см}^3$  при нормальных условиях ( $n = 3 \cdot 10^{19}$ ), то вероятность того, что молекулы соберутся в одной половине сосуда объемом  $1 \text{ см}^3$ , будет совершенно ничтожна:

$$\frac{1}{2^3 \cdot 10^{19}}.$$

Таким образом, только из-за большого числа молекул в макросистемах процессы в природе оказываются практически необратимыми. В принципе обратные процессы возможны, но вероятность их близка к нулю. Не противоречит, строго говоря, законам природы процесс, в результате которого при случайном движении молекул все они соберутся в одной половине класса, а учащиеся в другой половине класса задохнутся. Но реально это событие никогда не происходило в прошлом и не произойдет в будущем. Слишком мала вероятность подобного события, чтобы оно когда-либо случилось за все время существования Вселенной в современном ее состоянии — около нескольких миллиардов лет.

По приблизительным оценкам, эта вероятность примерно такого же порядка, как и вероятность того, что 20 000 обезьян, хаотично ударяя по клавишам пишущих

машинок, напечатают без единой ошибки «Войну и мир» Л. Н. Толстого. В принципе это возможно, но реально никогда не произойдет.

**Стрела времени.** Во всех процессах существует выделенное направление, в котором процессы идут сами собой от более упорядоченного состояния к менее упорядоченному. Чем больше порядок в системе, тем сложнее восстановить его из беспорядка. Несравненно проще разбить стекло, чем изготовить новое и вставить его в раму. Гораздо проще убить живое существо, чем возвратить его к жизни, если это вообще возможно. «Бог сотворил маленькую букашку. Если ты ее раздавишь, она умрет» — такой эпиграф поставил американский биохимик Сент Дьерди к своей книге «Биоэнергетика».

Выделенное направление времени — *стрела времени*, — воспринимаемое нами, очевидно, связано с направленностью процессов в мире.

**Границы применимости второго закона термодинамики.** Вероятность обратных процессов перехода от равновесных состояний к неравновесным для макроскопических систем в целом очень мала. Но для малых объемов, содержащих небольшое число молекул, вероятность отклонения от равновесия становится заметной. Такие случайные отклонения системы от равновесия называются *флуктуациями*. Именно флуктуациями плотности газа в областях порядка длины световой волны объясняются рассеяние света в атмосфере Земли и голубой цвет неба. Флуктуации давления в малых объемах объясняют броуновское движение.

Наблюдение флуктуации служит важнейшим доказательством правильности созданной Больцманом статистической теории необратимости макропроцессов. *Второй закон термодинамики выполняется только для систем с огромным числом частиц.* В малых объемах становятся существенными отклонения от этого закона.

---

Необратимость процессов в природе связана со стремлением систем к переходу в наиболее вероятное состояние, которому отвечает максимальный беспорядок.

---

## § 82 ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ (КПД) ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Запасы внутренней энергии в земной коре и океанах можно считать практически неограниченными. Но для решения практических задач располагать запасами энергии еще недостаточно. Необходимо еще уметь за счет энергии

приводить в движение станки на фабриках и заводах, средства транспорта, тракторы и другие машины, вращать роторы генераторов электрического тока и т. д. Человечеству нужны двигатели — устройства, способные совершать работу. Большая часть двигателей на Земле — это *тепловые двигатели*. Тепловые двигатели — это устройства, превращающие внутреннюю энергию топлива в механическую.

**Принципы действия тепловых двигателей.** Для того чтобы двигатель совершал работу, необходима разность давлений по обе стороны поршня двигателя или лопастей турбины. Во всех тепловых двигателях эта разность давлений достигается за счет повышения температуры рабочего тела (газа) на сотни или тысячи градусов по сравнению с температурой окружающей среды. Такое повышение температуры происходит при сгорании топлива.

Одна из основных частей двигателя — сосуд, наполненный газом, с подвижным поршнем. Рабочим телом у всех тепловых двигателей является газ, который совершает работу при расширении. Обозначим начальную температуру рабочего тела (газа) через  $T_1$ . Эту температуру в паровых турбинах или машинах приобретает пар в паровом кotle. В двигателях внутреннего сгорания и газовых турбинах повышение температуры происходит при сгорании топлива внутри самого двигателя. Температуру  $T_1$  называют *температурой нагревателя*.

**Роль холодильника.** По мере совершения работы газ теряет энергию и неизбежно охлаждается до некоторой температуры  $T_2$ , которая обычно несколько выше температуры окружающей среды. Ее называют *температурой холодильника*. Холодильником является атмосфера или специальные устройства для охлаждения и конденсации отработанного пара — *конденсаторы*. В последнем случае температура холодильника может быть немного ниже температуры атмосферы.

Таким образом, в двигателе рабочее тело при расширении не может отдать всю свою внутреннюю энергию на совершение работы. Часть теплоты неизбежно передается холодильнику (атмосфере) вместе с отработанным паром или выхлопными газами двигателей внутреннего сгорания и газовых турбин. Эта часть внутренней энергии теряется.

Тепловой двигатель совершает работу за счет внутренней энергии рабочего тела. Причем в этом процессе происходит передача теплоты от более горячих тел (нагревателя) к более холодным (холодильнику).

Принципиальная схема теплового двигателя изображена на рисунке 13.11.

Рабочее тело двигателя получает от нагревателя при сгорании топлива количество теплоты  $Q_1$ , совершает работу  $A'$  и передает холодильнику количество теплоты  $Q_2 < Q_1$ .

**Коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя.** Невозможность полного превращения внутренней энергии газа в работу тепловых двигателей обусловлена необратимостью процессов в природе. Если бы тепло могло самопроизвольно возвращаться от холодильника к нагревателю, то внутренняя энергия могла бы быть полностью превращена в полезную работу с помощью любого теплового двигателя.

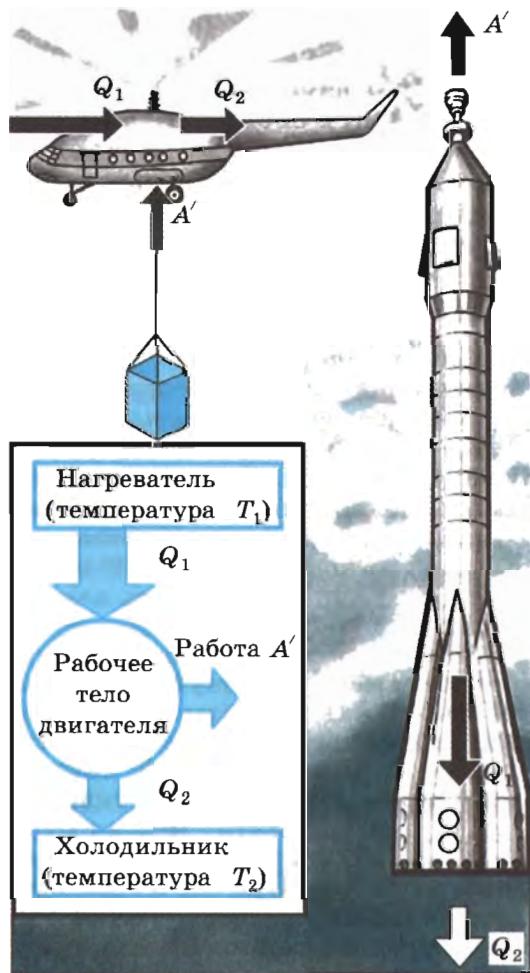


Рис. 13.11

Согласно закону сохранения энергии работа, совершающаяся двигателем, равна:

$$A' = Q_1 - |Q_2|, \quad (13.17)$$

где  $Q_1$  — количество теплоты, полученное от нагревателя, а  $|Q_2|$  — количество теплоты, отданное холодильнику.

**Коэффициентом полезного действия (КПД) теплового двигателя** называют отношение работы  $A'$ , совершаемой двигателем, к количеству теплоты, полученной от нагревателя:

$$\eta = \frac{A'}{|Q_1|} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}. \quad (13.18)$$

Так как у всех двигателей некоторое количество теплоты передается холодильнику, то  $\eta < 1$ .

КПД теплового двигателя пропорционален разности температур нагревателя и холодильника. При  $T_1 - T_2 = 0$  двигатель не может работать.

**Максимальное значение КПД тепловых двигателей.** Законы термодинамики позволяют вычислить максимально возможный КПД теплового двигателя, работающего с нагревателем, имеющим температуру  $T_1$ , и холодильником с температурой  $T_2$ . Впервые это сделал французский инженер и ученый Сади Карно (1796—1832) в труде «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824).

Карно придумал идеальную тепловую машину с идеальным газом в качестве рабочего тела. Идеальная тепловая машина Карно работает по циклу, состоящему из двух изотерм и двух адиабат. Сначала сосуд с газом приводят в контакт с нагревателем, газ изотермически расширяется, совершая положительную работу, при температуре  $T_1$ , при этом он получает количество теплоты  $Q_1$ .

Затем сосуд теплоизолируют, газ продолжает расширяться уже адиабатно, при этом его температура понижается до температуры холодильника  $T_2$ . После этого газ приводят в контакт с холодильником, при изотермическом сжатии он отдает холодильнику количество теплоты  $Q_2$ , сжимаясь до объема  $V_4 < V_1$ . Затем сосуд снова термоизолируют, газ сжимается адиабатно до объема  $V_1$  и возвращается в первоначальное состояние.

Карно получил для КПД этой машины следующее выражение:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (13.19)$$

Как и следовало ожидать, КПД машины Карно прямо пропорционален разности абсолютных температур нагревателя и холодильника.

Главное значение этой формулы состоит в том, что любая реальная тепловая машина, работающая с нагревателем, имеющим температуру  $T_1$ , и холодильником с температурой  $T_2$ , не может иметь КПД, превышающий КПД идеальной тепловой машины.

$$\frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Формула (13.19) дает теоретический предел для максимального значения КПД тепловых двигателей. Она показывает, что тепловой двигатель тем эффективнее, чем выше температура нагревателя и ниже температура холодильника. Лишь при температуре холодильника, равной абсолютному нулю,  $\eta = 1$ .

Но температура холодильника практически не может быть ниже температуры окружающего воздуха. Повышать температуру нагревателя можно. Однако любой материал (твердое тело) обладает ограниченной теплостойкостью, или жаропрочностью. При нагревании он постепенно утрачивает свои упругие свойства, а при достаточно высокой температуре плавится.

Сейчас основные усилия инженеров направлены на повышение КПД двигателей за счет уменьшения трения их частей, потерь топлива вследствие его неполного сгорания и т. д. Реальные возможности для повышения КПД здесь все еще остаются большими. Так, для паровой турбины начальные и конечные температуры пара примерно таковы:  $T_1 \approx 800$  К и  $T_2 \approx 300$  К. При этих температурах максимальное значение коэффициента полезного действия равно:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \approx 0,62, \quad \eta_{\max} = 62\%.$$

Действительное же значение КПД из-за различного рода энергетических потерь приблизительно равно 40%. Максимальный КПД — около 44% — имеют двигатели Дизеля.

Повышение КПД тепловых двигателей и приближение его к максимально возможному — важнейшая техническая задача.

---

Тепловые двигатели совершают работу благодаря разности давлений газа на поверхностях поршней или лопастей турбины. Эта разность давлений создается с помощью разности температур. Максимально возможный КПД пропорционален этой разности температур и обратно пропорционален абсолютной температуре нагревателя.

Тепловой двигатель не может работать без холодильника, роль которого обычно играет атмосфера.

---



1. Какое устройство называют тепловым двигателем?
2. Какова роль нагревателя, холодильника и рабочего тела в тепловом двигателе?
3. Что называется коэффициентом полезного действия двигателя?
4. Чему равно максимальное значение коэффициента полезного действия теплового двигателя?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Для решения задач нужно уметь вычислять работу, пользуясь формулой (13.4), и количество теплоты по формулам (13.5) — (13.9). Надо еще иметь в виду, что величины  $A$ ,  $Q$ ,  $\Delta U$  могут быть как положительными, так и отрицательными.

В большей части задач используются не общая форма первого закона термодинамики, а его различные частные формулировки, применимые к определенным процессам. Задачи на теплообмен в изолированной системе решаются с помощью уравнения теплового баланса (13.15).

При решении задач надо четко выделять начальное и конечное состояние системы, а также характеризующие ее параметры.

1. Аэростат объемом  $V = 500 \text{ м}^3$  наполнен гелием под давлением  $p = 10^5 \text{ Па}$ . В результате солнечного нагрева температура газа в аэростате поднялась от  $t_1 = 10^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 25^\circ\text{C}$ . Насколько увеличилась внутренняя энергия газа?

**Решение.** Гелий является одноатомным газом, поэтому его внутренняя энергия определяется формулой (13.1). При температуре  $T_1$  эта энергия равна  $U_1 = \frac{3m}{2M} RT_1$ , а при температуре  $T_2$  равна  $U_2 = \frac{3m}{2M} RT_2$ .

Изменение энергии равно:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3mR}{2M} (T_2 - T_1).$$

Масса гелия неизвестна, но ее можно выразить с помощью уравнения Менделеева — Клапейрона через начальную температуру, давление и объем газа:  $\frac{mR}{M} = \frac{pV}{T_1}$ . Подставляя значение  $\frac{mR}{M}$  в уравнение для изменения энергии, получаем

$$\Delta U = \frac{3}{2} pV \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \approx 4 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

**2.** В цилиндре под тяжелым поршнем находится углекислый газ ( $M = 0,044$  кг/моль) массой  $m = 0,20$  кг. Газ нагревается на  $\Delta T = 88$  К. Какую работу он при этом совершает?

**Решение.** Газ расширяется при некотором постоянном давлении  $p$ , которое создается атмосферой и поршнем. В этом случае работа газа равна  $A' = p(V_2 - V_1)$ , где  $V_1$  и  $V_2$  — начальный и конечный объемы газа. Используя уравнение Менделеева — Клапейрона, выразим произведения  $pV_2$  и  $pV_1$  через  $\frac{m}{M} RT_2$  и  $\frac{m}{M} RT_1$ . Тогда

$$A' = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) \approx 3,3 \text{ Дж.}$$

**3.** Во время расширения газа, вызванного его нагреванием, в цилиндре с площадью поперечного сечения  $S = 200 \text{ см}^2$  газу было передано количество теплоты  $Q = 1,5 \cdot 10^5$  Дж, причем давление газа оставалось постоянным и равным  $p = 2 \cdot 10^7$  Па. На сколько изменилась внутренняя энергия газа, если поршень передвинулся на расстояние  $\Delta h = 30$  см?

**Решение.** Согласно первому закону термодинамики в форме (13.11)

$$Q = \Delta U + A',$$

где  $A' = p\Delta V = pS\Delta h$  — работа, совершенная газом. Отсюда

$$\Delta U = Q - pS\Delta h = 30 \text{ кДж.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 15

**1.** Как изменится внутренняя энергия одноатомного идеального газа, если его давление увеличится в 3 раза, а объем уменьшится в 2 раза?

**2.** Термодинамической системе передано количество теплоты 200 Дж. Как изменилась внутренняя энергия системы, если при этом она совершила работу 400 Дж?

**3.** Стержень отбойного молотка приводится в движение сжатым воздухом. Масса воздуха в цилиндре за время хода поршня меняется от 0,1 до 0,5 г. Считая давление воздуха в цилиндре и температуру (27 °С) постоянными, определите работу газа за один ход поршня. Молярная масса воздуха  $M = 0,029$  кг/моль.

**4.** На одинаковые газовые горелки поставили два одинаковых плотно закупоренных сосуда вместимостью по 1 л. В одном сосуде находится вода, а в другом — воздух. Какой сосуд быстрее нагревается до 50 °С? Почему?

**5.** Предложен следующий проект вечного двигателя (рис. 13.12). Закрытый сосуд разделен на две половинки герметичной пере-

городкой, сквозь которую пропущены трубы и водяная турбина в кожухе с двумя отверстиями. Давление воздуха в нижней части больше, чем в верхней. Вода поднимается по трубке и наполняет открытую камеру. В нижней части очередная порция воды выливается из камеры турбины, подошедшей к отверстию кожуха. Почему данная машина не будет работать вечно?

6. Положительна или отрицательна работа газа в процессах 1—2, 2—3 и 3—1 на рисунке 10.5? Получает газ тепло или отдает в каждом из этих процессов?

7. Какое количество теплоты необходимо для изохорного нагревания гелия массой 4 кг на 100 К?

8. Вычислите увеличение внутренней энергии водорода массой 2 кг при изобарном его нагревании на 10 К. (Удельная теплоемкость водорода при постоянном давлении равна 14 кДж/(кг · К).)

9. В цилиндре компрессора сжимают идеальный одноатомный газ, количество вещества которого 4 моль. Определите, насколько поднялась температура газа за один ход поршня, если при этом была совершена работа 500 Дж. Процесс считайте адиабатным.

10. В калориметре находится вода массой 0,4 кг при температуре 10 °С. В воду положили лед массой 0,6 кг при температуре —40 °С. Какая температура установится в калориметре, если его теплоемкость ничтожно мала?

11. Какой должна быть температура нагревателя, для того чтобы стало возможным достижение значения КПД тепловой машины 80%, если температура холодильника 27 °С?

12. В процессе работы тепловой машины за некоторое время рабочим телом было получено от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 1,5 \cdot 10^6$  Дж, передано холодильнику  $Q_2 = -1,2 \cdot 10^6$  Дж. Вычислите КПД машины и сравните его с максимально возможным КПД, если температуры нагревателя и холодильника соответственно равны 250 °С и 30 °С.

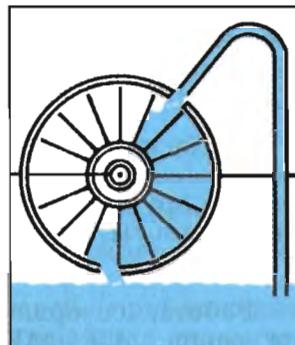


Рис. 13.12

## Глава 13. КРАТКИЕ ИТОГИ

Макроскопические тела обладают внутренней энергией, которая равна сумме кинетических энергий беспорядочного движения и потенциальных энергий взаимодействия друг с другом всех молекул тела. Внутренняя энергия является однозначной функцией термодинамических параметров: температуры и объема.

В случае идеального одноатомного газа внутренняя энергия зависит только от температуры:

$$U = \frac{3m}{2M} RT.$$

Согласно первому закону термодинамики изменение внутренней энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного при этом системе:

$$\Delta U = A + Q.$$

Работа, совершаемая над системой, в термодинамике равна:  $A = -p\Delta V$ , где  $p$  — давление, а  $\Delta V$  — изменение объема. Сама система при этом совершает работу  $A' = -A = p\Delta V$ . При нагревании и охлаждении количество теплоты равно  $Q = c\Delta T$ , где  $c$  — удельная теплоемкость вещества, а  $\Delta T$  — изменение температуры. Кроме того, теплота поглощается при парообразовании и плавлении, выделяется при конденсации и кристаллизации (формулы (13.6) — (13.9)).

Работа и количество теплоты — характеристики процессов, при которых меняется внутренняя энергия системы.

При изохорном процессе ( $V = \text{const}$ ) работа равна нулю и  $\Delta U = Q$ .

При изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ ) внутренняя энергия идеального газа не меняется и  $Q = A'$ .

При изобарном процессе ( $p = \text{const}$ ) передаваемое системе количество теплоты идет на изменение внутренней энергии системы и совершение работы:

$$Q = \Delta U + A'.$$

При адиабатном процессе (в теплоизолированной системе)

$$Q = 0, \Delta U = A.$$

При обмене теплом в изолированной системе без совершения работы выполняется уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0,$$

где  $Q_1, Q_2, Q_3$  — количества теплоты, полученные или отданные телами.

Процессы, протекающие в природе с макроскопическими телами, необратимы. Типичные необратимые процессы таковы: тепло самопроизвольно переходит от горячего тела к холодному, но не наоборот; механическая энергия самопроизвольно переходит во внутреннюю.

Путем обобщения опытных фактов, касающихся необратимости процессов, был сформулирован второй закон термодинамики.

Из законов термодинамики вытекает, что тепловые двигатели могут совершать работу только в результате передачи тепла от нагревателя к холодильнику. Максимально возможное значение коэффициента полезного действия теплового двигателя равно:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%,$$

где  $T_1$  — температура нагревателя;  $T_2$  — температура холодильника.

Повышение КПД тепловых двигателей, приближение его к максимально возможному — важнейшая техническая задача.



# ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

## § 83 ЧТО ТАКОЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Приступим к изучению нового раздела физики — «Электродинамика». Речь пойдет о процессах, которые определяются движением и взаимодействием электрически заряженных частиц. Такое взаимодействие называется **электромагнитным**.

Изучение природы этого взаимодействия приведет нас к одному из самых фундаментальных понятий физики — **электромагнитному полю**.

Электродинамика — это наука о свойствах и закономерностях поведения особого вида материи — электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие между электрически заряженными телами или частицами.

Среди четырех типов взаимодействий, открытых наукой, — гравитационных, электромагнитных, сильных (ядерных) и слабых<sup>1</sup> — именно электромагнитные взаимодействия занимают первое место по широте и разнообразию проявлений. В повседневной жизни и технике мы чаще всего встречаемся с различными видами электромагнитных сил. Это силы упругости, трения, силы мышц.

Электромагнитные взаимодействия позволяют видеть книгу, которую вы читаете, так как свет — одна из форм электромагнитного поля. Сама жизнь немыслима без этих сил.

Живые существа и даже человек, как показали полеты космонавтов, способны длительное время находиться в состоянии невесомости, когда силы всемирного тяготения не оказывают никакого влияния на жизнедеятельность организмов, а только обеспечивают их движение по определенной орбите вокруг Земли. В состоянии невесомости, например, внутренние органы человека не оказывают давления друг на друга, как это происходит, когда он находится на Земле. Тем не менее, человек спокойно существует в этих условиях. Но если бы на мгновение прекратилось действие электромагнитных сил, то сразу исчезла бы и жизнь.

При взаимодействии частиц в самых малых системах природы — в атомных ядрах — и при взаимодействии космических тел электромагнитные силы играют важную

<sup>1</sup> Слабые взаимодействия вызывают превращения элементарных частиц.

роль. В то же время сильные и слабые взаимодействия определяют процессы только в очень малых<sup>1</sup> масштабах, а гравитационные — только в космических (по крайней мере одно из тел должно иметь космические размеры). Строение атомной оболочки, сцепление атомов в молекулы (химические силы) и образование макроскопических тел определяются электромагнитными силами. Трудно, почти невозможно указать явления, которые не были бы связаны с действием электромагнитных сил.

К созданию электродинамики привела длинная цепь планомерных исследований и случайных открытий, начиная с обнаружения способности янтаря, потертого о шерсть, притягивать легкие предметы и кончая гипотезой великого английского ученого Джеймса Клерка Максвелла о порождении магнитного поля переменным электрическим полем. Лишь во второй половине XIX в., после создания электродинамики, началось широкое практическое использование электромагнитных явлений. Изобретение радио А. С. Поповым (1859—1906) и Г. Маркони (1874—1937) — одно из важнейших применений принципов новой теории.

При развитии электродинамики впервые научные исследования предшествовали техническим применением. Если паровая машина была построена задолго до создания теории тепловых процессов, то сконструировать электродвигатель или радиоприемник оказалось возможным лишь после открытия и изучения законов электродинамики.

Бесчисленные практические применения электромагнитных явлений преобразовали жизнь людей на всем земном шаре. Современная цивилизация немыслима без электрического тока.

Телевизоры, компьютеры, электроплиты и многое другое, что кажется для нас естественным и привычным, образуют своеобразную среду обитания, об истоках которой мы не задумываемся. Нам кажется, что это существовало вечно. Однако это далеко не так и стоит задуматься, что любой прибор, которым мы пользуемся, работает на основе того или иного физического закона.

---

Наша задача состоит в изучении основных законов электромагнитных взаимодействий, а также в знакомстве с основными способами получения электрической энергии и использования ее на практике.

---

<sup>1</sup> Расстояния, на которых обнаруживаются сильные взаимодействия, имеют порядок  $10^{-12}$  см. Слабые взаимодействия проявляются на еще меньших расстояниях, не превышающих  $10^{-16}$  см.

## Глава 14 ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Вначале рассмотрим наиболее простой случай, когда электрически заряженные тела находятся в покое. Раздел электродинамики, посвященный изучению покоящихся электрически заряженных тел, называют электростатикой.

§ 84

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Со словами *электричество*, *электрический заряд*, *электрический ток* вы встречались много раз и успели к ним привыкнуть. Но попробуйте ответить на вопрос: «Что такое электрический заряд?» — и вы убедитесь, что это не так-то просто. Дело в том, что понятие *заряд* — это основное, первичное понятие, которое не сводится на современном уровне развития наших знаний к каким-либо более простым, элементарным понятиям.

Попытаемся сначала выяснить, что понимают под утверждением: «Данное тело или частица имеет электрический заряд».

Вы знаете, что все тела построены из мельчайших частиц, которые неделимы на более простые и поэтому называются *элементарными*. Все элементарные частицы имеют массу и благодаря этому притягиваются друг к другу согласно закону всемирного тяготения. С увеличением расстояния между частицами сила тяготения убывает обратно пропорционально квадрату этого расстояния. Большинство элементарных частиц, хотя и не все, кроме того, обладают способностью взаимодействовать друг с другом с силой, которая также убывает обратно пропорционально квадрату расстояния, но эта сила в огромное число раз превосходит силу тяготения. Так, в атоме водорода, изображенном схематически на рисунке 14.1, электрон притягивается к ядру (протону) с силой, в  $10^{39}$  раз превышающей силу гравитационного притяжения.

Если частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые убывают с увеличением расстояния так же, как и силы всемирного тяготения, но превышают силы тяготения во много раз, то говорят, что эти частицы имеют *электрический заряд*. Сами частицы называются *заряженными*. Бывают частицы без электри-

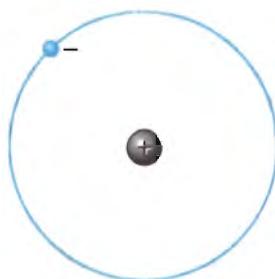


Рис. 14.1

ческого заряда, но не существует электрического заряда без частицы.

Взаимодействия между заряженными частицами носят название **электромагнитных**. Электрический заряд определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий, подобно тому как масса определяет интенсивность гравитационных взаимодействий.

Электрический заряд элементарной частицы — это не особый механизм в частице, который можно было бы снять с нее, разложить на составные части и снова собрать. Наличие электрического заряда у электрона и других частиц означает лишь существование определенных силовых взаимодействий между ними. Но мы, в сущности, ничего не знаем о заряде, если не знаем законов этих взаимодействий. Знание законов взаимодействий должно входить в наши представления о заряде. Эти законы непросты, и изложить их в нескольких словах невозможно. Поэтому нельзя дать достаточно удовлетворительное краткое определение понятию **электрический заряд**.

**Два знака электрических зарядов.** Все тела обладают массой и поэтому притягиваются друг к другу. Заряженные же тела могут как притягивать, так и отталкивать друг друга. Этот важнейший факт, знакомый вам, означает, что *в природе есть частицы с электрическими зарядами противоположных знаков; в случае зарядов одинаковых знаков частицы отталкиваются, а в случае разных — притягиваются*.

Заряд элементарных частиц — **протонов**, входящих в состав всех атомных ядер, называют положительным, а заряд **электронов** — отрицательным. Между положительными и отрицательными зарядами внутренних различий нет. Если бы знаки зарядов частиц поменялись местами, то от этого характер электромагнитных взаимодействий нисколько бы не изменился.

**Элементарный заряд.** Кроме электронов и протонов, есть еще несколько типов заряженных элементарных частиц. Но только электроны и протоны могут неограниченно долго существовать в свободном состоянии. Остальные же заряженные частицы живут менее миллионных долей секунды. Они рождаются при столкновениях быстрых элементарных частиц и, просуществовав ничтожно малое время, распадаются, превращаясь в другие частицы. С этими частицами вы познакомитесь в 11 классе.

К частицам, не имеющим электрического заряда, относится **нейтрон**. Его масса лишь незначительно превышает массу протона. Нейтроны вместе с протонами входят в состав атомного ядра. Если элементарная частица имеет заряд, то его значение строго определено.

Существует минимальный заряд, называемый элементарным, которым обладают все заряженные элементарные частицы. Заряды элементарных частиц различаются лишь знаками. Отделить часть заряда, например у электрона, невозможно.



1. Какие взаимодействия называют электромагнитными?
2. Что такое элементарный заряд?
3. Назовите элементарные частицы, заряженные положительно и заряженные отрицательно.

## § 85 ЗАРЯЖЕННЫЕ ТЕЛА. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ

Каким образом макроскопические тела приобретают электрический заряд? Об этом сейчас будет рассказано.

Электромагнитные силы в природе играют огромную роль благодаря тому, что в состав всех тел входят электрически заряженные частицы. Составные части атомов — ядра и электроны — обладают электрическим зарядом.

Непосредственно действие электромагнитных сил между телами не обнаруживается, так как тела в обычном состоянии электрически нейтральны. Нейтрален атом любого вещества, так как число электронов в нем равно числу протонов в ядре. Положительно и отрицательно заряженные частицы связаны друг с другом электрическими силами и образуют нейтральные системы.

Макроскопическое тело заряжено электрически в том случае, если оно содержит избыточное количество элементарных частиц с каким-либо одним знаком заряда. Так, отрицательный заряд тела обусловлен избытком числа электронов по сравнению с числом протонов, а положительный — недостатком электронов.

Для того чтобы получить электрически заряженное макроскопическое тело, т. е. наэлектризовать его, нужно отделить часть отрицательного заряда от связанного с ним положительного. Это можно сделать с помощью трения. Если провести расческой по сухим волосам, то небольшая часть самых подвижных заряженных частиц — электронов перейдет с волос на расческу и зарядит ее отрицательно, а волосы зарядятся положительно.

**Равенство зарядов при электризации.** С помощью опыта можно доказать, что при электризации трением оба тела приобретают заряды, противоположные по знаку, но одинаковые по модулю.

Возьмем электрометр, на стержне которого укреплена металлическая сфера с отверстием, и две пластины на длинных рукоятках: одна из эбонита, а другая из плекси-

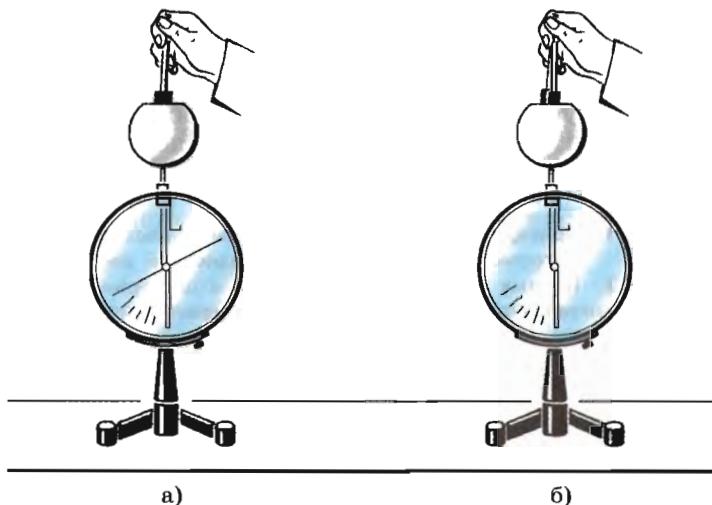


Рис. 14.2

гласа. При трении друг о друга пластины электризуются. Внесем одну из пластин внутрь сферы, не касаясь ее стенок. Если пластина заряжена положительно, то часть электронов со стрелки и стержня электрометра притягивается к пластине и собирается на внутренней поверхности сферы. Стрелка при этом зарядится положительно и оттолкнется от стержня (рис. 14.2, а).

Если внести внутрь сферы другую пластину, вынув предварительно первую, то электроны сферы и стержня будут отталкиваться от пластины и соберутся в избытке на стрелке. Это вызовет отклонение стрелки от стержня, причем на тот же угол, что и в первом опыте.

Опустив обе пластины внутрь сферы, мы вообще не обнаружим отклонения стрелки (рис. 14.2, б). Это доказывает, что заряды пластин равны по модулю и противоположны по знаку.

**Электризация тел и ее проявления.** Значительная электризация происходит при трении синтетических тканей. Снимая с себя нейлоновую рубашку в сухом воздухе, можно слышать характерное потрескивание. Между заряженными участками труящихся поверхностей проскаивают маленькие искорки. С подобными явлениями приходится считаться на производстве. Так, нити пряжи на текстильных фабриках электризуются за счет трения, притягиваются к веретенам и роликам и рвутся. Пряжа притягивает пыль и загрязняется. Приходится применять специальные меры против электризации нитей.

Электризация тел при тесном контакте используется в различных электрокопировальных установках и др.

Макроскопическое тело электрически заряжено в том случае, если оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный — недостатком электронов.



1. Приведите примеры явлений, вызванных электризацией тел, которые вы наблюдали в повседневной жизни.
2. Почему при перевозке бензина к цистерне прикрепляют металлическую цепь, касающуюся земли?

## § 86

### ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Вы знаете, что масса тел сохраняется. Сохраняется также и электрический заряд. Именно заряд, а не число заряженных частиц.

Опыт с электризацией пластин доказывает, что при электризации трением происходит перераспределение имеющихся зарядов между телами, нейтральными в первый момент. Небольшая часть электронов переходит с одного тела на другое. При этом новые частицы не возникают, а существовавшие ранее не исчезают.

При электризации тел выполняется *закон сохранения электрического заряда*. Этот закон справедлив для системы, в которую не входят извне и из которой не выходят наружу заряженные частицы, т. е. для *изолированной системы*. В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц сохраняется. Если заряды частиц обозначить через  $q_1, q_2$  и т. д., то

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const.} \quad (14.1)$$

Закон сохранения заряда имеет глубокий смысл. Если число заряженных элементарных частиц не меняется, то выполнение закона сохранения заряда очевидно. Но элементарные частицы могут превращаться друг в друга, рождаться и исчезать, давая жизнь новым частицам. Однако во всех случаях заряженные частицы рождаются только парами с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку зарядами; исчезают заряженные частицы тоже только парами, превращаясь в нейтральные. И во всех этих случаях алгебраическая сумма зарядов остается одной и той же.

Справедливость закона сохранения заряда подтверждают наблюдения над огромным числом превращений эле-

ментарных частиц. Этот закон выражает одно из самых фундаментальных свойств электрического заряда. Причина сохранения заряда до сих пор неизвестна.

Электрический заряд во Вселенной сохраняется. Полный электрический заряд Вселенной, скорее всего, равен нулю; число положительно заряженных элементарных частиц равно числу отрицательно заряженных элементарных частиц.



1. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.
2. Приведите примеры явлений, в которых наблюдается сохранение заряда.

## § 87

### ОСНОВНОЙ ЗАКОН ЭЛЕКТРОСТАТИКИ — ЗАКОН КУЛОНА

Приступим к изучению количественных законов электромагнитных взаимодействий. Основной закон электростатики — закон взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел.

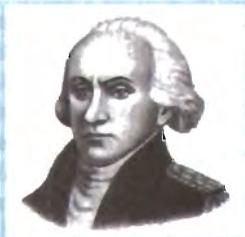
Основной закон электростатики был экспериментально установлен Шарлем Кулоном в 1785 г. и носит его имя.

Если расстояние между телами во много раз больше их размеров, то ни форма, ни размеры заряженных тел существенно не влияют на взаимодействия между ними. В таком случае заряженные тела считают **точечными зарядами**. Вспомните, что и закон всемирного тяготения тоже сформулирован для тел, которые можно считать материальными точками.

Сила взаимодействия заряженных тел зависит от свойств среды между заряженными телами. Пока будем считать, что взаимодействие происходит в вакууме. Опыт показывает, что воздух очень мало влияет на силу взаимодействия заряженных тел, она оказывается почти такой же, как в вакууме.

#### Кулон Шарль Огюстен

(1736—1806) — французский ученый, известный своими работами по электричеству и магнетизму и исследованием сил трения. Наряду с изучением взаимодействия заряженных тел Кулон исследовал также взаимодействие полюсов длинных магнитов.



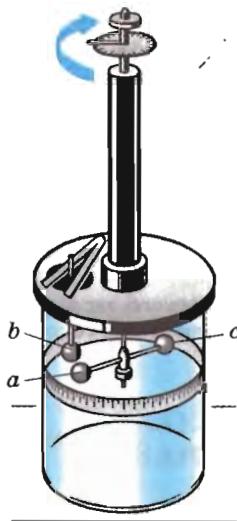


Рис. 14.3

**Опыты Кулона.** Идея опытов Кулона аналогична идее опыта Кавендиша по определению гравитационной постоянной. Открытие закона взаимодействия электрических зарядов было облегчено тем, что эти силы оказались велики и благодаря этому не нужно было применять особо чувствительную аппаратуру, как при проверке закона всемирного тяготения в земных условиях. С помощью крутильных весов удалось установить, как взаимодействуют друг с другом неподвижные заряженные тела.

Крутильные весы состоят из стеклянной палочки, подвешенной на тонкой упругой проволочке (рис. 14.3). На одном конце палочки закреплен маленький металлический шарик *a*, а на другом — противовес *c*. Еще один металлический шарик *b* закреплен неподвижно на стержне, который, в свою очередь, крепится на крышке весов.

При сообщении шарикам одноименных зарядов они начинают отталкиваться друг от друга. Чтобы удержать их на фиксированном расстоянии, упругую проволочку нужно закрутить на некоторый угол. По углу закручивания проволочки определяют силу взаимодействия шариков.

Крутильные весы позволили изучить зависимость силы взаимодействия заряженных шариков от значений зарядов и от расстояния между ними. Измерять силу и расстояние в то время умели. Единственная трудность была связана с зарядом, для измерения которого не существовало даже единиц. Кулон нашел простой способ изменения заряда одного из шариков в 2, 4 и более раза, соединяя его с таким же незаряженным шариком. Заряд при этом распределялся поровну между шариками, что и уменьшало исследуемый заряд в известном отношении. Новое значение силы взаимодействия при новом заряде определялось экспериментально.

**Закон Кулона.** Опыты Кулона привели к установлению закона, поразительно напоминающего закон всемирного тяготения. *Сила взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.* Эту силу называют *кулоновской*.

Если обозначить модули зарядов через  $|q_1|$  и  $|q_2|$ , а расстояние между ними через  $r$ , то закон Кулона можно записать в следующей форме:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad (14.2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, численно равный силе взаимодействия единичных зарядов на расстоянии, равном единице длины. Его значение зависит от выбора системы единиц.

Такую же форму (14.2) имеет закон всемирного тяготения, только вместо заряда в закон тяготения входят массы, а роль коэффициента  $k$  играет гравитационная постоянная.

Легко обнаружить, что два заряженных шарика, подвешенные на нитях, либо притягиваются друг к другу, либо отталкиваются. Отсюда следует, что *силы взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов направлены вдоль прямой, соединяющей эти заряды* (рис. 14.4). Подобные силы называют центральными. В соответствии с третьим законом Ньютона  $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ .

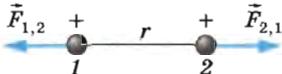


Рис. 14.4

Открытие закона Кулона — первый конкретный шаг в изучении свойств электрического заряда. Наличие электрического заряда у небольших тел или элементарных частиц означает, что они взаимодействуют друг с другом по закону Кулона.



1. В чем сходство и различие закона всемирного тяготения и закона Кулона?
2. При каком условии заряженное тело можно считать точечным зарядом?

## § 88 ЕДИНИЦА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Введена новая физическая величина — электрический заряд. Нужно выбрать единицу этой величины. Этот выбор, как и выбор единиц других физических величин, произволен. Дело здесь только в целесообразности того или иного выбора.

Создать макроскопический эталон единицы электрического заряда, подобный эталону массы — килограмму, невозможно из-за утечки заряда. Естественно было бы за единицу принять заряд электрона, что и сделано в атом-

ной физике, но этот заряд слишком мал, и поэтому пользоваться им в качестве единицы заряда не всегда удобно.

**Единица заряда — кулон.** В Международной системе единиц (СИ) единица заряда является не основной, а производной и эталон для нее не вводится. Наряду с метром, секундой и килограммом в СИ введена основная единица для электрических величин — единица силы тока — **ампер**. Эталонное значение ампера устанавливается с помощью магнитных взаимодействий токов.

Единицу заряда в СИ — **кулон** устанавливают с помощью единицы силы тока. *Один кулон (1 Кл) — это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.*

Коэффициент  $k$  в законе Кулона при записи его в единицах СИ выражается в  $\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ , так как согласно формуле (14.2) имеем

$$k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|}, \quad (14.3)$$

где сила взаимодействия зарядов выражается в ньютонах, расстояние — в метрах, заряд — в кулонах. Числовое значение этого коэффициента можно определить экспериментально. Для этого надо измерить силу взаимодействия  $F$  между двумя известными зарядами  $|q_1|$  и  $|q_2|$ , находящимися на заданном расстоянии  $r$ , и эти значения подставить в формулу (14.3). Полученное значение  $k$  будет равно:

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2. \quad (14.4)$$

Заряд в 1 Кл очень велик. Сила взаимодействия двух точечных зарядов, по 1 Кл каждый, расположенных на расстоянии 1 км друг от друга, чуть меньше силы, с которой земной шар притягивает груз массой 1 т. Поэтому сообщить небольшому телу (размером порядка нескольких метров) заряд в 1 Кл невозможно. Отталкиваясь друг от друга, заряженные частицы не могут удержаться на теле. Никаких других сил, способных в данных условиях компенсировать кулоновское отталкивание, в природе не существует. Но в проводнике, который в целом нейтрален, привести в движение заряд в 1 Кл не составляет большого труда. Ведь в обычной электрической лампочке мощностью 100 Вт при напряжении 127 В сила тока немного меньше 1 А. При этом за 1 с через поперечное сечение проводника проходит заряд, почти равный 1 Кл.

Минимальный заряд, существующий в природе, — это заряд элементарных частиц. В единицах СИ модуль этого заряда равен:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \quad (14.5)$$

Заряд, который можно сообщить телу, всегда кратен минимальному заряду:

$$q = \pm N |e|,$$

где  $N$  — целое число. Когда заряд тела существенно больше по модулю минимального заряда, то проверять кратность не имеет смысла, однако когда речь идет о заряде частиц ядер атомов, то заряд их должен быть всегда равен целому числу модулей заряда электрона.

В СИ единица заряда — кулон устанавливается с помощью единицы силы тока — ампер. Элементарный электрический заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- 1. Как определяется единица заряда?
- 2. Чему равен заряд протона?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на применение закона Кулона используются те же приемы, что и при решении задач в курсе механики. Надо лишь иметь в виду, что направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел. Кроме того, в ряде задач используется закон сохранения заряда и тот факт, что заряд любого тела кратен заряду электрона.

1. Сколько электронов содержится в капле воды массой  $m = 0,03$  г? Масса молекулы воды  $m_0 = 3 \cdot 10^{-23}$  г.

Решение. Молекула воды ( $\text{H}_2\text{O}$ ) содержит 10 электронов. В капле воды содержится

$\frac{m}{m_0} = 10^{21}$  молекул и, следовательно,  $10^{22}$  электронов.

2. Два одинаковых шарика подвешены на нитях длиной  $l = 2,0$  м к одной точке. Когда шарикам сообщили одинаковые заряды по  $q = 2,0 \cdot 10^{-8}$  Кл, они разошлись на расстояние  $r = 16$  см. Определите натяжение каждой нити.

Решение. На каждый шарик действуют три силы: сила тяжести  $\vec{mg}$ , сила упругости нити  $\vec{F}_{\text{упр}}$  и кулоновская сила  $\vec{F}$  (рис. 14.5).

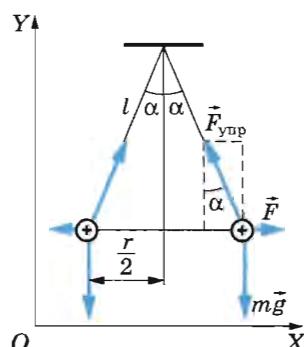


Рис. 14.5

Шарик неподвижен, следовательно, суммы проекций сил на оси  $OX$  и  $OY$  равны нулю. Для суммы проекций сил на ось  $OX$  это условие имеет вид  $F - F_{\text{упр}} \sin \alpha + mg \cos 90^\circ = 0$ . Так как  $\sin \alpha = \frac{r}{2l}$  и  $F = k \frac{q^2}{r^2}$ , то

$$F_{\text{упр}} = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F 2l}{r} = k \frac{q^2 2l}{r^3} \approx 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 16

1. Определите силу взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода, если расстояние между ними равно  $0,5 \cdot 10^{-8}$  см.
2. С какой силой взаимодействовали бы две капли воды на расстоянии 1 км, если бы удалось передать одной из капель 1% всех электронов, содержащихся в другой капле массой 0,03 г?
3. Два одинаковых шарика находятся на расстоянии 40 см друг от друга. Заряд одного из них  $9 \cdot 10^{-9}$  Кл, а заряд другого —  $2 \cdot 10^{-9}$  Кл. Шарики привели в соприкосновение и вновь раздвинули на такое же расстояние. Определите силы их взаимодействия до и после соприкосновения.
4. Точечные заряды  $1,0 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $2,0 \cdot 10^{-8}$  Кл закреплены на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме. На середине отрезка, соединяющего эти заряды, на одинаковом расстоянии от каждого из них помещен точечный заряд, равный  $-3 \cdot 10^{-9}$  Кл. Определите модуль и направление силы, действующей на него.

### § 89

## БЛИЗКОДЕЙСТВИЕ И ДЕЙСТВИЕ НА РАССТОЯНИИ

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов был установлен экспериментально. Но оставался нерешенным вопрос о том, как осуществляется это взаимодействие.

**Близкодействие.** Если мы наблюдаем действие одного тела на другое, находящееся на некотором расстоянии от него, то, прежде чем допустить, что это действие прямое и непосредственное, мы склонны сначала исследовать, нет ли между телами какой-либо материальной связи: нитей, стержней и т. д. Если подобные связи есть, то мы объясняем действие одного тела на другое при помощи этих промежуточных звеньев.

Так, когда водители старых автобусов (ныне встречающихся редко) поворачивают рукоятку, открывающую дверь, то последовательные участки соединительного стер-

жня сжимаются, затем приходят в движение, пока дверь не откроется.

В современных автобусах водитель заставляет дверь открываться, направляя по трубкам сжатый воздух в цилиндр, управляющий механизмом двери. Можно приспособить для этой цели электромотор.

Во всех этих трех способах открывания двери есть нечто общее: между водителем и дверью существует непрерывная соединительная линия, в каждой точке которой совершается некоторый физический процесс. С помощью этого процесса, распространяющегося от точки к точке, происходит передача действия, причем не мгновенно, а с той или иной скоростью.

Итак, действие между телами на расстоянии во многих случаях можно объяснить присутствием передающих действие промежуточных звеньев. Не разумно ли в тех случаях, когда мы не замечаем никакой среды, никакого посредника между взаимодействующими телами, допустить существование некоторых промежуточных звеньев? Ведь иначе придется считать, что тело действует там, где его нет.

Кому незнакомы свойства воздуха, тот может подумать, что рот или голосовые связки собеседника непосредственно действуют на уши, и считать, что звук передается невидимой средой, свойства которой непонятны. Однако можно проследить весь процесс распространения звуковых волн и вычислить их скорость.

Предположение о том, что взаимодействие между удаленными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет *сущность теории близкодействия*.

Многие ученые, сторонники теории близкодействия, для объяснения происхождения гравитационных и электромагнитных сил придумывали невидимые источники, окружающие планеты и магниты, незримые атмосферы вокруг наэлектризованных тел. Размышления эти были подчас весьма остроумны, но обладали немаловажным недостатком — они ничего не давали науке.

**Действие на расстоянии (дальнодействие).** Так продолжалось до тех пор, пока Ньютон не установил закон всемирного тяготения. Последовавшие успехи в исследовании Солнечной системы настолько захватили воображение ученых, что они вообще в большинстве своем начали склоняться к мысли о бесполезности поисков каких-либо посредников, передающих взаимодействие от одного тела к другому.

Возникла теория прямого действия на расстоянии непосредственно через пустоту. Согласно этой теории действие передается мгновенно на сколь угодно большие расстояния. Тела способны «чувствовать» присутствие друга без

какой-либо среды между ними. Сторонников действия на расстоянии не смущала мысль о действии тела там, где его самого нет. «Разве, — рассуждали они, — мы не видим, как магнит или наэлектризованная палочка прямо через пустоту притягивают тела?» И при этом сила притяжения, например, магнита заметно не меняется, если магнит завернуть в бумагу или положить в деревянный ящик. Более того, даже если нам и кажется, что взаимодействие тел вызвано непосредственным контактом, то в действительности это не так. При самом тесном контакте между телами или частями одного тела остаются небольшие промежутки. Ведь груз, например, подвешенный на нити, не разрывается эту нить, хотя между отдельными атомами, из которых она состоит, ничего нет. Действие на расстоянии — единственный способ действия, встречающийся повсюду.

Возражения против теории близкодействия были довольно сильными, тем более что они подкреплялись успехами, которых добились такие убежденные сторонники действия на расстоянии, как Кулон и Ампер.

Если бы развитие науки происходило прямолинейно, то, казалось бы, победа теории действия на расстоянии обеспечена. Но в действительности развитие науки напоминает, скорее, спиралеобразную линию. Пройдя один виток, наука возвращается примерно к тем же представлениям, но уже на более высоком уровне. Именно так произошло при развитии молекулярно-кинетической теории. Атомная гипотеза Демокрита одно время была оставлена большинством ученых. Затем она возродилась в строгой математической форме и была доказана экспериментально. Так же случилось и при развитии теории близкодействия.

Успехи в открытии законов взаимодействия электрических зарядов и токов не были неразрывно связаны с представлением о действии на расстоянии. Ведь опытное исследование самих сил не предполагает наличия определенных представлений о том, как эти силы передаются. В первую очередь нужно было найти математическое выражение для сил, а выяснить их природу можно было и потом.

---

Теория близкодействия утверждает, что любое взаимодействие осуществляется с помощью промежуточных агентов и распространяется с конечной скоростью. Согласно теории действия на расстоянии (дальнодействия) одно тело действует на другое непосредственно через пустоту и это действие передается мгновенно.

---



1. Какая теория — дальнодействия или близкодействия — кажется вам более привлекательной? Почему?
2. Каковы сильные стороны теории дальнодействия по сравнению с теорией близкодействия?

## § 90 ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

После длительной борьбы теория близкодействия одержала окончательную победу. Расскажем кратко, как это произошло, а также о том, что такое электрическое поле.

**Идеи Фарадея.** Решительный поворот к представлению о близкодействии был сделан великим английским ученым Майклом Фарадеем, а окончательно завершен английским ученым Джеймсом Максвеллом.

### Фарадей Майкл

(1791—1867) — великий английский ученый, творец общего учения об электромагнитных явлениях, в котором все явления рассматриваются с единой точки зрения. Фарадей впервые ввел представление об электрическом и магнитном полях. «Там, где математики видели центры напряжения сил дальнодействия, Фарадей видел промежуточный агент. Где они не видели ничего, кроме расстояния, удовлетворяясь тем, что находили закон распределения сил, действующих на электрические флюиды (т. е. заряды с современной точки зрения), Фарадей искал сущность реальных явлений, протекающих в среде» (Дж. Максвелл).



### Максвелл Джеймс Клерк

(1831—1879) — великий английский физик, создатель теории электромагнитного поля. Уравнения Максвella для электромагнитного поля лежат в основе всей электродинамики, подобно тому как законы Ньютона составляют основу классической механики. Максвелл является также одним из основателей молекулярно-кинетической теории строения вещества. Он впервые ввел в физику представления о статистических законах, использующих математическое понятие вероятности.



По теории действия на расстоянии один заряд непосредственно чувствует присутствие другого. При перемещении одного из зарядов, например  $A$  (рис. 14.6), сила, действующая на другой заряд —  $B$ , мгновенно изменяет свое значение. Причем ни с самим зарядом  $B$ , ни с окружающим его пространством никаких изменений не происходит.

Согласно идеи Фарадея электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создает в окружающем пространстве **электрическое поле**. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. По мере удаления от заряда поле ослабевает. Первоначаль-



Рис. 14.6

но эта идея выражала лишь уверенность Фарадея в том, что действие одного тела на другое через пустоту невозможно.

Доказательство существования поля не было. Такие доказательства и нельзя получить, исследуя лишь взаимодействие неподвижных зарядов. Успех к теории близкодействия пришел после изучения электромагнитных взаимодействий движущихся заряженных частиц. Вначале было доказано существование переменных во времени полей и только после этого был сделан вывод о реальности электрического поля неподвижных зарядов.

**Скорость распространения электромагнитных взаимодействий.** Основываясь на идеях Фарадея, Максвелл сумел теоретически доказать, что *электромагнитные взаимодействия должны распространяться в пространстве с конечной скоростью*.

Это означает, что если слегка передвинуть заряд *A* (см. рис. 14.6), то сила, действующая на заряд *B*, изменится, но не в то же мгновение, а лишь спустя некоторое время:

$$t = \frac{AB}{c}, \quad (14.6)$$

где *AB* — расстояние между зарядами, а *c* — скорость распространения электромагнитных взаимодействий. Максвелл показал, что скорость *c* равна скорости света в вакууме, т. е. примерно 300 000 км/с. При перемещении заряда *A* электрическое поле вокруг заряда *B* изменится спустя время *t*. Значит, между зарядами в вакууме происходит какой-то процесс, в результате которого взаимодействие между ними распространяется с конечной скоростью.

Существование определенного процесса в пространстве между взаимодействующими телами, который длится конечное время, — вот главное, что отличает теорию близкодействия от теории действия на расстоянии. Все прочие аргументы в пользу той или другой теории не могут считаться решающими. Правда, эксперимент по проверке равенства (14.6) при перемещении зарядов трудно осуществить из-за большого значения скорости *c*. Но в этом сейчас, после изобретения радио, нет нужды.

**Радиоволны.** Передача информации с помощью электромагнитных волн называется **радиосвязью**. Сейчас вы можете прочитать в газетах, что радиоволны от космической станции, приближающейся к Венере, доходят до Земли за время более чем 4 мин. Станция уже может сгореть в атмосфере планеты, а посланные ею радиоволны еще долго будут блуждать в пространстве. Таким образом, электро-

магнитное поле обнаруживает себя как нечто реально существующее.

**Что такое электрическое поле?** Мы знаем, что электрическое поле существует реально: его свойства можно исследовать опытным путем. Но мы не можем сказать, из чего это поле состоит. Здесь мы доходим до границы того, что известно науке.

Дом состоит из кирпичей, плит и других материалов, которые, в свою очередь, состоят из молекул, молекулы — из атомов, атомы — из элементарных частиц. Более же простых образований, чем элементарные частицы, мы не знаем. Так же обстоит дело и с электрическим полем: ничего более простого, чем поле, мы не знаем. Поэтому о природе электрического поля мы можем сказать лишь следующее:

во-первых, поле материально; оно существует независимо от нас, от наших знаний о нем;

во-вторых, поле обладает определенными свойствами, которые не позволяют спутать его с чем-либо другим в окружающем мире.

Установление этих свойств и формирует наши представления о том, что такое электрическое поле.

При изучении электрического поля мы сталкиваемся с особым видом материи, движение которой не подчиняется законам механики Ньютона. С открытием электрического поля впервые за всю историю науки появилась глубокая идея: *существуют различные виды материи и каждому из них присущи свои свойства*.

**Основные свойства электрического поля.** Главное свойство электрического поля — *действие его на электрические заряды с некоторой силой*. По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают все его характеристики.

Электрическое поле неподвижных зарядов называют **электростатическим**. Оно не меняется со временем. Электростатическое поле создается только электрическими зарядами. Оно существует в пространстве, окружающем эти заряды, и неразрывно с ними связано.

По мере изучения электродинамики мы будем знакомиться с новыми *свойствами* электрического поля. Познакомимся и с переменным во времени электрическим полем, которое уже не связано с зарядами неразрывно.

Многие свойства статических и переменных полей совпадают. Однако имеются между ними и существенные различия. Говоря о свойствах поля, мы будем называть это поле просто **электрическим**, если данное свойство в равной мере присуще как статическим, так и переменным полям.

Согласно теории близкодействия взаимодействие между заряженными частицами осуществляется посредством электрического поля. Электрическое поле — это особая форма материи, существующая независимо от наших представлений о нем. Доказательства реальности электрического поля — конечная скорость распространения электромагнитных взаимодействий и действие поля на заряженные тела.



1. В чем состоит отличие теории близкодействия от теории действия на расстоянии?
2. Каковы основные свойства электростатического поля?

## § 91

### НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ПОЛЕЙ

Недостаточно утверждать, что электрическое поле существует. Надо ввести количественную характеристику поля. После этого электрические поля можно будет сравнивать друг с другом и продолжать изучать их свойства.

**Напряженность электрического поля.** Электрическое поле обнаруживается по силам, действующим на заряд. Можно утверждать, что мы знаем о поле все, что нам нужно, если будем знать силу, действующую на любой заряд в любой точке поля.

Поэтому надо ввести такую характеристику поля, знание которой позволит определить эту силу.

Если поочередно помещать в одну и ту же точку поля небольшие заряженные тела и измерять силы, то обнаружится, что сила, действующая на заряд со стороны поля, прямо пропорциональна этому заряду. Действительно, пусть поле создается точечным зарядом  $q_1$ . Согласно закону Кулона (14.2) на заряд  $q_2$  действует сила, пропорциональная заряду  $q_2$ . Поэтому отношение силы, действующей на помещаемый в данную точку поля заряд, к этому заряду для каждой точки поля не зависит от заряда и может рассматриваться как характеристика поля. Этую характеристику называют **напряженностью электрического поля**. Подобно силе, напряженность поля — *векторная величина*; ее обозначают буквой  $\vec{E}$ . Если помещенный в поле заряд обозначить через  $q$  вместо  $q_2$ , то напряженность будет равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (14.7)$$

**Напряженность поля в данной точке равна отношению силы, с которой поле действует на точечный заряд, помещенный в эту точку, к этому заряду.**

Отсюда сила, действующая на заряд  $q$  со стороны электрического поля, равна:

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (14.8)$$

Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд, и противоположно направлению силы, действующей на отрицательный заряд.

**Напряженность поля точечного заряда.** Найдем напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом  $q_0$ . По закону Кулона этот заряд будет действовать на положительный заряд  $q$  с силой, равной

$$F = k \frac{|q_0|q}{r^2}.$$

Модуль напряженности поля точечного заряда  $q_0$  на расстоянии  $r$  от него равен:

$$E = \frac{F}{q} = k \frac{|q_0|}{r^2}. \quad (14.9)$$

Вектор напряженности в любой точке электрического поля направлен вдоль прямой, соединяющей эту точку и заряд (рис. 14.7) и совпадает с силой, действующей на точечный положительный заряд, помещенный в данную точку.

**Принцип суперпозиции полей.** Если на тело действует несколько сил, то согласно законам механики результирующая сила равна геометрической сумме этих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

На электрические заряды действуют силы со стороны электрического поля. Если при наложении полей от нескольких зарядов эти поля не оказывают никакого влияния друг на друга, то результирующая сила со стороны всех полей должна быть равна геометрической сумме сил со стороны каждого поля. Опыт показывает, что именно так и происходит на самом деле. Это означает, что напряженности полей складываются геометрически.

В этом состоит *принцип суперпозиции полей*, который формулируется так: если в данной точке пространст-

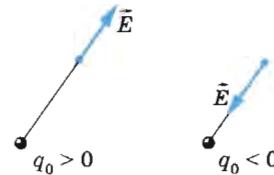


Рис. 14.7

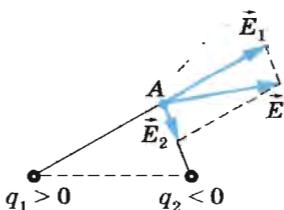


Рис. 14.8

ва различные заряженные частицы создают электрические поля, напряженности которых  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{E}_3$  и т. д., то результирующая напряженность поля в этой точке равна сумме напряженностей этих полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots, \quad (14.10)$$

причем напряженность поля, созданная отдельным зарядом, определяется так, как будто других зарядов, создающих поле, не существует.

Благодаря принципу суперпозиции для нахождения напряженности поля системы заряженных частиц в любой точке достаточно знать выражение (14.9) для напряженности поля точечного заряда. На рисунке 14.8 показано, как определяется напряженность поля  $\vec{E}$  в точке  $A$ , созданная двумя точечными зарядами  $q_1$  и  $q_2$ ,  $q_1 > q_2$ .

Введение электрического поля позволяет разделить задачу вычисления сил взаимодействия заряженных частиц на две части. Сначала вычисляют напряженность поля, созданного зарядами, а затем по известной напряженности определяют силы. Такое разделение задачи на части обычно облегчает расчеты сил.



- Что называется напряженностью электрического поля?
- Чему равна напряженность поля точечного заряда?
- Как направлена напряженность поля заряда  $q_0$ , если  $q_0 > 0$ ?
- Как формулируется принцип суперпозиции полей?

## Лекция 14

### § 92

## СИЛОВЫЕ ЛИНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ ЗАРЯЖЕННОГО ШАРА

Электрическое поле не действует на органы чувств. Его мы не видим.

Однако мы можем получить некоторое представление о распределении поля, если нарисуем векторы напряженности поля в нескольких точках пространства (рис. 14.9, слева). Картина будет более наглядной, если нарисовать непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке, через которую они проходят, совпадают по направлению с векторами напряженности. Эти линии называют

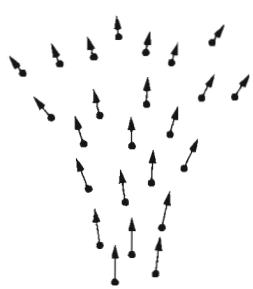


Рис. 14.9

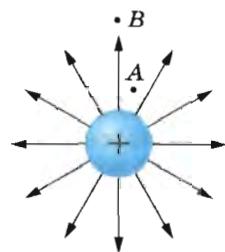
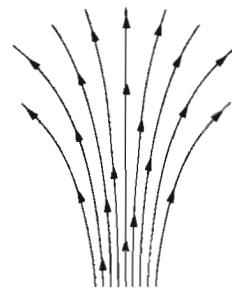


Рис. 14.10

**силовыми линиями электрического поля или линиями напряженности** (рис. 14.9, справа).

Направление силовых линий позволяет определить направление вектора напряженности в различных точках поля, а густота (число линий на единицу площади) силовых линий показывает, где напряженность поля больше. Так, на рисунках 14.10—14.13 густота силовых линий в точках *A* больше, чем в точках *B*. Очевидно,  $\vec{E}_A > \vec{E}_B$ .

Не следует думать, что линии напряженности существуют в действительности вроде растянутых упругих нитей или шнурков, как предполагал сам Фарадей. Линии напряженности помогают лишь наглядно представить распределение поля в пространстве. Они не более реальны, чем меридианы и параллели на земном шаре.

Однако силовые линии можно сделать видимыми. Если продолговатые кристаллики изолятора (например, хинина) хорошо перемешать в вязкой жидкости (например, в кастроровом масле) и поместить туда заряженные тела, то вблизи этих тел кристаллики выстроются в цепочки вдоль линий напряженности.

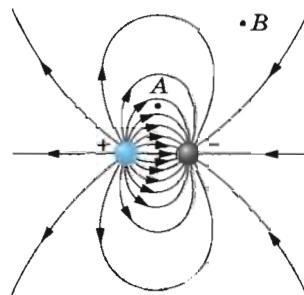


Рис. 14.11

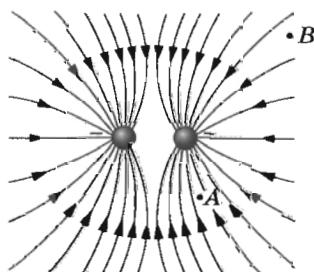


Рис. 14.12

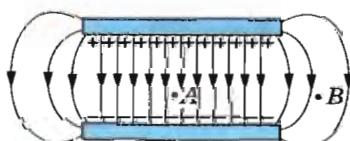


Рис. 14.13

На рисунках приведены примеры линий напряженности: положительно заряженного шарика (см. рис. 14.10); двух разноименно заряженных шариков (см. рис. 14.11); двух одноименно заряженных шариков (см. рис. 14.12); двух пластин, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку (см. рис. 14.13). Последний пример особенно важен. На рисунке 14.13 видно, что в пространстве между пластинами ближе к середине силовые линии параллельны: электрическое поле здесь одинаково во всех точках.

Электрическое поле, напряженность которого одинакова во всех точках пространства, называется **однородным**. В ограниченной области пространства электрическое поле можно считать приближенно однородным, если напряженность поля внутри этой области меняется незначительно.

Однородное электрическое поле изображается параллельными линиями, расположенными на равных расстояниях друг от друга.

Силовые линии электрического поля не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. Силовые линии непрерывны и не пересекаются, так как пересечение означало бы отсутствие определенного направления напряженности электрического поля в данной точке.

**Поле заряженного шара.** Рассмотрим теперь вопрос о электрическом поле заряженного проводящего шара радиусом  $R$ . Заряд  $q$  равномерно распределен по поверхности шара. Силовые линии электрического поля, как вытекает из соображений симметрии, направлены вдоль продолжений радиусов шара (рис. 14.14, а).

Обратите внимание! Силовые линии вне шара распределены в пространстве точно так же, как и силовые линии точечного заряда (рис. 14.14, б). Если совпадают картины силовых линий, то можно ожидать, что совпадают и напряженности полей. Поэтому на расстоянии  $r \geq R$  от цент-

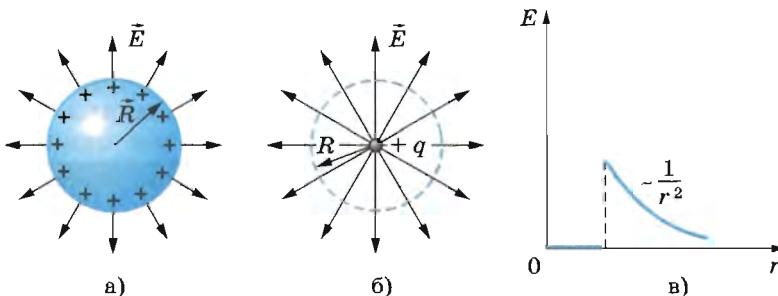


Рис. 14.14

ра шара напряженность поля определяется той же формулой (14.9), что и напряженность поля точечного заряда, помещенного в центре сферы:

$$E = k \frac{|q|}{r^2}. \quad (14.11)$$

*Внутри проводящего шара ( $r < R$ ) напряженность поля равна нулю.* В этом мы скоро убедимся. На рисунке 14.14, в показана зависимость напряженности электрического поля заряженного проводящего шара от расстояния до его центра.

Картина силовых линий наглядно показывает, как направлена напряженность электрического поля в различных точках пространства. По изменению густоты линий можно судить об изменении модуля напряженности поля при переходе от точки к точке.



1. Что называют силовыми линиями электрического поля?
2. Во всех ли случаях траектория заряженной частицы совпадает с силовой линией?
3. Могут ли силовые линии пересекаться?
4. Чему равна напряженность поля заряженного проводящего шара?

## § 93

### ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Что происходит с телами, если их зарядить или поместить в электрическом поле? Проще всего ответить на этот вопрос в случае проводника.

**Свободные заряды.** В проводниках, к которым в первую очередь относятся металлы, имеются заряженные частицы, способные перемещаться внутри проводника под влиянием электрического поля. По этой причине заряды этих частиц называют **свободными зарядами**.

В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. При образовании металла его нейтральные атомы начинают взаимодействовать друг с другом. Благодаря этому взаимодействию электроны внешних оболочек атомов полностью утрачивают связи со своими атомами и становятся «собственностью» всего проводника в целом. В результате образовавшиеся положительно заряженные ионы оказываются окружеными отрицательно заряженным «газом», образованным **коллективизированными** электронами. Эти свободные электроны участвуют в тепловом движении и могут перемещаться по металлу в любом направлении.

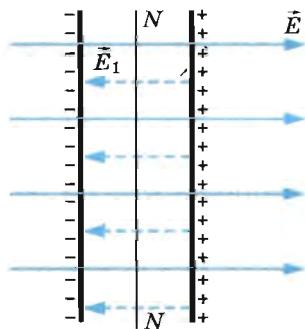


Рис. 14.15

**Электростатическое поле внутри проводника.** Наличие в проводнике свободных зарядов приводит к тому, что даже при наличии внешнего электрического поля внутри проводника напряженность поля равна нулю. Если бы напряженность электрического поля была отлична от нуля, то поле приводило бы свободные заряды в упорядоченное движение, т. е. в проводнике существовал бы электрический ток. Утверждение об отсутствии электростатического поля внутри проводника

справедливо как для заряженного проводника, так и для незаряженного, помещенного во внешнее электростатическое поле.

На примере незаряженной проводящей пластины (проводника), внесенной в однородное поле, выясним, в результате какого процесса напряженность электростатического поля внутри проводника оказывается равной нулю (рис. 14.15). Силовые линии поля изображены сплошными линиями.

В первый момент (при внесении пластины в поле) возникает электрический ток. Под действием электрического поля электроны пластины начинают перемещаться справа налево. Левая сторона пластины заряжается отрицательно, а правая — положительно (см. рис. 14.15). В этом состоит явление *электростатической индукции*. (Если, не убирая пластину из поля, разделить ее пополам вдоль линии  $NN$  (см. рис. 14.15), то обе половины окажутся заряженными.) Появившиеся заряды создают свое поле (линии напряженности этого поля показаны на рисунке 14.15 штриховыми прямыми), которое накладывается на внешнее поле и компенсирует его. За ничтожно малое время заряды перераспределяются так, что напряженность результирующего поля внутри пластины становится равной нулю и движение зарядов прекращается.

Итак, *электростатического поля внутри проводника нет*. На этом факте основана электростатическая защита. Чтобы защитить чувствительные к электрическому полю приборы, их помещают в металлические ящики.

Силовые линии электростатического поля вне проводника в непосредственной близости к его поверхности перпендикулярны поверхности. Докажем это. Предположим, что какая-то силовая линия не перпендикулярна поверхности проводника (рис. 14.16). Это означает, что касательная составляющая вектора напряженности электрического поля не равна нулю. Следовательно, на свободные заряды

действует сила, перемещающая их по поверхности проводника. Это перемещение будет происходить до тех пор, пока все силовые линии не станут перпендикулярными поверхности проводника.

**Электрический заряд проводников.** Внутри проводника при равновесии зарядов не только напряженность поля равна нулю, равен нулю и заряд. Весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности. В самом деле, если бы внутри проводника имелся заряд, то вблизи заряда имелось бы и поле. Но электростатического поля внутри проводника нет. Следовательно, заряды в проводнике могут располагаться только на его поверхности. Этот вывод справедлив как для незаряженных проводников в электрическом поле, так и для заряженных.

При равновесии зарядов электрическое поле и электрический заряд внутри проводника равны нулю. Весь заряд сосредоточен на поверхности проводника, а линии напряженности электрического поля в любой точке поверхности проводника перпендикулярны этой поверхности.

## § 94

## ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ДВА ВИДА ДИЭЛЕКТРИКОВ

Какое влияние оказывают на электростатическое поле тела, не являющиеся проводниками? Для выяснения этого вопроса надо ближе познакомиться со строением таких тел.

У изолятора или диэлектрика<sup>1</sup> электрические заряды, а точнее, электрически заряженные частицы — электроны и ядра в нейтральных атомах *связаны* друг с другом. Они не могут, подобно свободным зарядам проводника, перемещаться под действием электрического поля по всему объему тела.

Различие в строении проводников и диэлектриков приводит к тому, что они по-разному ведут себя в электростатическом поле. Электрическое поле может существовать внутри диэлектрика.

**Электрические свойства нейтральных атомов и молекул.** Чтобы понять, как незаряженный диэлектрик созда-

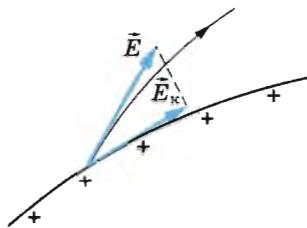


Рис. 14.16

<sup>1</sup> Изоляторы в физике обычно называют диэлектриками от греческого «дия» — через и английского «электрик» — электрический (термином «диэлектрик» обозначают вещества, через которые передаются электромагнитные взаимодействия).

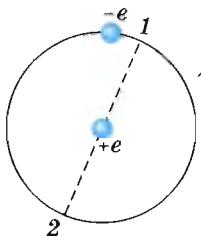


Рис. 14.17



Рис. 14.18

ет электрическое поле, сначала познакомимся с электрическими свойствами нейтральных атомов и молекул.

Атомы и молекулы состоят из положительно заряженных частиц — ядер и отрицательно заряженных частиц — электронов. На рисунке 14.17 изображена схема простейшего атома — атома водорода. Положительный заряд атома (заряд ядра) сосредоточен в его центре. Электрон движется в атоме с большой скоростью. Один оборот вокруг ядра он делает за очень малое время, порядка  $10^{-15}$  с. Поэтому, например, уже за  $10^{-9}$  с он успевает совершить миллион оборотов и, следовательно, миллион раз побывать в двух любых точках 1 и 2, расположенных симметрично относительно ядра. Это дает основание считать, что в среднем по времени центр распределения отрицательного заряда находится на середину атома, т. е. совпадает с положительно заряженным ядром.

Однако так обстоит дело не всегда. Рассмотрим молекулу поваренной соли  $\text{NaCl}$ . Атом натрия имеет во внешней оболочке один валентный электрон, слабо связанный с атомом. У атома хлора семь валентных электронов. При образовании молекулы единственный валентный электрон натрия захватывается хлором. Оба нейтральных атома превращаются в систему из двух ионов с зарядами противоположных знаков (рис. 14.18). Положительный и отрицательный заряды не распределены теперь симметрично по объему молекулы: центр распределения положительно заряда приходится на ион натрия, а отрицательного — на ион хлора.

**Электрический диполь.** На большом расстоянии такую молекулу можно приближенно рассматривать как совокупность двух точечных зарядов, равных по модулю и противоположных по знаку, находящихся на некотором расстоянии  $l$  друг от друга (рис. 14.19). Такую в целом нейтральную систему двух зарядов называют **электрическим диполем**.

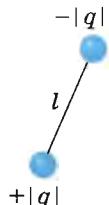


Рис. 14.19

**Два вида диэлектриков.** Существующие диэлектрики можно разбить на два вида: **полярные**, состоящие из таких молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают;

**неполярные**, состоящие из атомов или молекул, у которых центры распределе-

ния положительных и отрицательных зарядов совпадают. Следовательно, молекулы у этих диэлектриков разные.

К полярным диэлектрикам относятся спирты, вода и другие вещества; к неполярным — инертные газы, кислород, водород, бензол, полиэтилен и др.

Существуют два вида диэлектриков: полярные и неполярные. Они различаются строением молекул.



- Чем отличаются диэлектрики от проводников?
- Какие диэлектрики называют полярными, а какие — неполярными?

## § 95

## ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Теперь посмотрим, что происходит с диэлектриком в электрическом поле.

**Поляризация полярных диэлектриков.** Полярный диэлектрик состоит из молекул, которые можно рассматривать как электрические диполи. Термическое движение приводит к беспорядочной ориентации диполей (рис. 14.20), поэтому на поверхности диэлектрика, а также и в любом его объеме, содержащем большое число молекул (выделенный прямоугольник на рисунке 14.20), электрический заряд в среднем равен нулю. Напряженность электрического поля в диэлектрике в среднем также равна нулю.

Поместим диэлектрик между двумя параллельными металлическими пластинами, несущими заряды противоположного знака. Если размеры пластин много больше расстояния между ними, то поле между пластинами однородно. Со стороны этого поля на каждый электрический диполь будут действовать две силы, одинаковые по модулю, но противоположные по направлению (рис. 14.21). Они создадут момент сил, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его ось была направлена по силовым линиям поля (рис. 14.22). При этом положительные заряды смещаются в

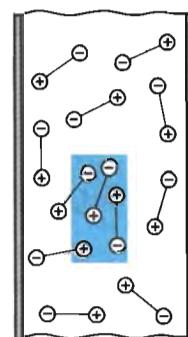


Рис. 14.20

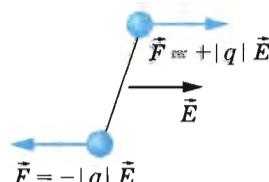


Рис. 14.21

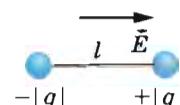


Рис. 14.22

направлении электрического поля, а отрицательные — в противоположную сторону.

Смещение положительных и отрицательных связанных зарядов диэлектрика в противоположные стороны называют **поляризацией**.

Однако тепловое движение препятствует созданию упорядоченной ориентации всех диполей. Только при температуре, стремящейся к абсолютному нулю, все диполи выстраивались бы вдоль силовых линий. Таким образом, под влиянием поля происходит лишь частичная ориентация электрических диполей. Это означает, что в среднем число диполей, ориентированных вдоль поля, больше, чем число диполей, ориентированных против поля.

На рисунке 14.23 видно, что у положительно заряженной пластины на поверхности диэлектрика появляются преимущественно отрицательные заряды диполей, а у отрицательно заряженной — положительные. В результате на поверхности диэлектрика возникает связанный заряд. Внутри диэлектрика положительные и отрицательные заряды диполей компенсируют друг друга и средний поляризованный связанный электрический заряд, по-прежнему равен нулю.

**Поляризация неполярных диэлектриков.** Неполярный диэлектрик в электрическом поле также поляризуется. Под действием поля положительные и отрицательные заряды его молекулы смещаются в противоположные стороны и центры распределения положительного и отрицательного зарядов перестают совпадать, как и у полярной молекулы. Молекулы растягиваются (рис. 14.24). Такие деформированные молекулы можно рассматривать как электрические диполи, оси которых направлены вдоль поля. На поверхностях диэлектрика, примыкающих к заряженным пластинам, появляются связанные заряды, как и при поляризации полярного диэлектрика.

В результате поляризации возникает поле, создаваемое связанными

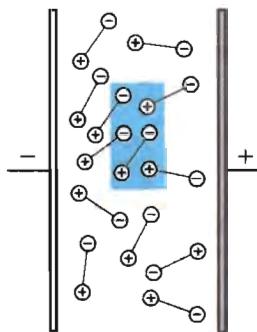


Рис. 14.23

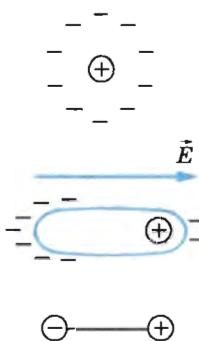


Рис. 14.24

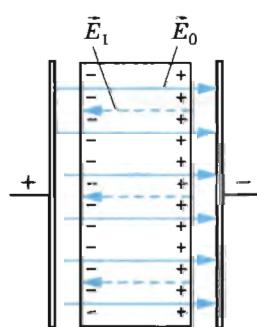


Рис. 14.25

поляризованными зарядами и направленное против внешнего поля (рис. 14.25). Если напряженность внешнего поля  $E_0$ , а напряженность поля, созданного поляризованными зарядами,  $E_1$ , то напряженность поля внутри диэлектрика равна:

$$E = E_0 - E_1.$$

Как видим, поле внутри диэлектрика ослабляется. Степень ослабления поля зависит от свойств диэлектрика.

В электрическом поле связанные заряды диэлектрика смещаются в противоположные стороны, происходит поляризация диэлектрика. Поляризованный диэлектрик сам создает электрическое поле. Независимо от вида диэлектрика напряженность поля в нем всегда меньше напряженности внешнего поля, вызвавшего его поляризацию.

- 
1. Что называют поляризацией диэлектрика?
  2. Как диэлектрик влияет на электрическое поле?

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО ТЕЛА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Заряженные тела притягивают или отталкивают друг друга. При перемещении заряженных тел, например листочков электроскопа, действующие на них силы совершают работу. Из механики известно, что система, способная совершить работу благодаря взаимодействию тел друг с другом, обладает потенциальной энергией. Значит, система заряженных тел обладает потенциальной энергией, называемой электростатической или электрической.

Понятие потенциальной энергии самое сложное в электростатике. Вспомните, как нелегко было представить себе, что такое потенциальная энергия в механике. Силу мы ощущаем непосредственно, а потенциальную энергию нет. На пятом этаже дома потенциальная энергия нашего тела больше, чем на первом. Но мы это никак не воспринимаем. Рааличие становится понятным, если вспомнить, что при подъеме вверх пришлось совершить работу, а также если представить себе, что произойдет при падении с пятого этажа.

Энергия взаимодействия электронов с ядром в атоме и энергия взаимодействия атомов друг с другом в молекулах (химическая энергия) — это в основном электрическая энергия.

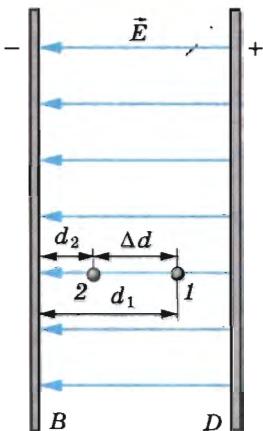


Рис. 14.26

С точки зрения теории близкодействия на заряд непосредственно действует электрическое поле, созданное другим зарядом. При перемещении заряда действующая на него со стороны поля сила совершает работу. (В дальнейшем для краткости будем говорить просто о работе поля.) Поэтому можно утверждать, что заряженное тело в электрическом поле обладает энергией. Найдем потенциальную энергию заряда в однородном электрическом поле.

**Работа при перемещении заряда в однородном электростатическом поле.** Однородное поле создают, например, большие параллельные металлические пластины, имеющие за-

ряды противоположного знака. Это поле действует на заряд  $q$  с постоянной силой  $\vec{F} = q\vec{E}$ , подобно тому как Земля действует с постоянной силой  $\vec{F} = mg$  на камень вблизи ее поверхности.

Пусть пластины расположены вертикально (рис. 14.26), левая пластина  $B$  заряжена отрицательно, а правая  $D$  — положительно. Вычислим работу, совершающую полем при перемещении положительного заряда  $q$  из точки 1, находящейся на расстоянии  $d_1$  от левой пластины, в точку 2, расположенную на расстоянии  $d_2$  от нее. Точки 1 и 2 лежат на одной силовой линии.

Электрическое поле при перемещении заряда совершил положительную работу

$$A = qE(d_1 - d_2) = qE\Delta d. \quad (14.12)$$

Эта работа не зависит от формы траектории, подобно тому как не зависит от формы траектории работа силы тяжести. Докажем это непосредственным расчетом.

Пусть перемещение заряда происходит по кривой (рис. 14.27). Разобьем эту кривую на малые перемещения. Сила, действующая на заряд, остается постоянной (поле однородно), а угол между направлением силы и перемещения будет изменяться. Работа на малом перемещении  $\vec{ds}$

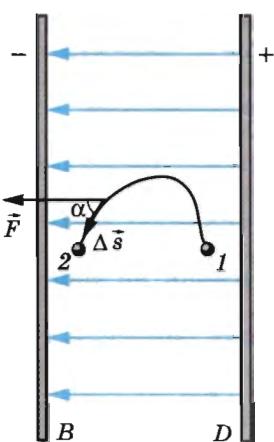


Рис. 14.27

равна  $\Delta A = qE |\vec{\Delta s}| \cos \alpha$ . Очевидно, что  $|\vec{\Delta s}| \cos \alpha = \Delta d$  — проекция малого перемещения на горизонтальное направление. Суммируя работы на малых перемещениях, получим  $A = qE\Delta d$ .

**Потенциальная энергия.** Поскольку работа электростатической силы не зависит от формы траектории точки ее приложения, эта сила является консервативной, и ее работа согласно формуле (6.23) равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A = -(W_{n2} - W_{n1}) = -\Delta W_n. \quad (14.13)$$

Сравнивая полученное выражение (14.12) с общим определением потенциальной энергии (14.13), видим, что **потенциальная энергия заряда в однородном электростатическом поле равна:**

$$W_n = qEd. \quad (14.14)$$

(Считаем, что в точке 2 потенциальная энергия равна нулю.)

Формула (14.14) подобна формуле  $W_n = mgh$  для потенциальной энергии тела. Но заряд  $q$  в отличие от массы может быть как положительным, так и отрицательным.

Если поле совершает положительную работу, то потенциальная энергия заряженного тела в поле уменьшается:  $\Delta W_n < 0$ . Одновременно согласно закону сохранения энергии растет его кинетическая энергия. И наоборот, если работа отрицательна (например, при движении положительно заряженной частицы в направлении, противоположном направлению вектора напряженности поля  $\vec{E}$ ; это движение подобно движению камня, брошенного вверх), то  $\Delta W_n > 0$ . Потенциальная энергия растет, а кинетическая энергия уменьшается; частица тормозится.

На замкнутой траектории, когда заряд возвращается в начальную точку, работа поля равна нулю:

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n1} - W_{n2}) = 0.$$

---

Заряженные частицы в электростатическом поле обладают потенциальной энергией. При перемещении частицы из одной точки поля в другую электрическое поле совершает работу, не зависящую от формы траектории. Эта работа равна изменению потенциальной энергии, взятой со знаком «-».

---



1. Как связано изменение потенциальной энергии заряженной частицы с работой электрического поля?
2. Чему равна потенциальная энергия заряженной частицы в однородном электрическом поле?

В механике взаимное действие тел друг на друга характеризуют силой и потенциальной энергией. Электростатическое поле, осуществляющее взаимодействие между зарядами, также характеризуют двумя величинами. Напряженность поля — это *силовая характеристика*. Теперь введем энергетическую характеристику — потенциал.

**Потенциал поля.** Работа любого электростатического поля при перемещении в нем заряженного тела из одной точки в другую также не зависит от формы траектории, как и работа однородного поля. *На замкнутой траектории работа электростатического поля всегда равна нулю.* Поля, обладающие таким свойством, называют **потенциальными**. Потенциальный характер, в частности, имеет электростатическое поле точечного заряда.

Работу потенциального поля можно выразить через изменение потенциальной энергии. Формула  $A = -(W_{n2} - W_{n1})$  справедлива для любого электростатического поля. Но только в случае однородного поля потенциальная энергия выражается формулой (14.14).

**Потенциал.** Потенциальная энергия заряда в электростатическом поле пропорциональна заряду. Это справедливо как для однородного поля (см. формулу (14.14)), так и для неоднородного. Следовательно, *отношение потенциальной энергии к заряду не зависит от помещенного в поле заряда.*

Это позволяет ввести новую количественную характеристику поля — **потенциал**, не зависящую от заряда, помещенного в поле.

Для определения значения потенциальной энергии, как мы знаем, необходимо выбрать нулевой уровень ее отсчета. При определении потенциала поля, созданного системой зарядов, предполагается, что потенциал в бесконечно удаленной точке поля равен нулю.

**Потенциалом точки электростатического поля называют отношение потенциальной энергии заряда, помещенного в данную точку, к этому заряду.**

Согласно данному определению потенциал равен:

$$\Phi = \frac{W_n}{q}. \quad (14.15)$$

Напряженность поля  $\vec{E}$  — векторная величина. Она представляет собой силовую характеристику поля, которая определяет силу, действующую на заряд  $q$  в данной точке поля. А потенциал  $\Phi$  — скаляр, это *энергетическая характеристика поля*; он определяет потенциальную энергию заряда  $q$  в данной точке поля.

Если в примере с двумя заряженными пластинаами в качестве точки с нулевым потенциалом выбрать точку на отрицательно заряженной пластине (см. рис. 14.26), то согласно формулам (14.14) и (14.15) потенциал однородного поля равен:

$$\phi = \frac{W_u}{q} = Ed. \quad (14.16)$$

**Разность потенциалов.** Подобно потенциальной энергии, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчета потенциала, т. е. от выбора точки, потенциал которой принимается равным нулю. Изменение потенциала не зависит от выбора нулевого уровня отсчета потенциала.

Так как потенциальная энергия  $W_u = q\phi$ , то работа сил поля равна:

$$A = -(W_{u2} - W_{u1}) = -q(\phi_2 - \phi_1) = q(\phi_1 - \phi_2) = qU. \quad (14.17)$$

Здесь

$$U = \phi_1 - \phi_2 \quad (14.18)$$

— разность потенциалов, т. е. разность значений потенциала в начальной и конечной точках траектории.

Разность потенциалов называют также **напряжением**.

Согласно формулам (14.17) и (14.18) разность потенциалов между двумя точками оказывается равной:

$$U = \phi_1 - \phi_2 = \frac{A}{q}. \quad (14.19)$$

**Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равна отношению работы поля при перемещении положительного заряда из начальной точки в конечную к величине этого заряда.**

Если за нулевой уровень отсчета потенциала принять потенциал бесконечно удаленной точки поля, то потенциал в данной точке равен отношению работы электростатических сил по перемещению положительного заряда из данной точки в бесконечность к этому заряду.

**Единица разности потенциалов.** Единицу разности потенциалов устанавливают с помощью формулы (14.19). В Международной системе единиц работу выражают в джоулях, а заряд — в кулонах. Поэтому разность потенциалов между двумя точками численно равна единице, если при перемещении заряда в 1 Кл из одной точки в другую электрическое поле совершает работу в 1 Дж. Эту единицу называют **вольтом** (В);  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж}/1 \text{ Кл}$ .

---

Энергетическую характеристику электростатического поля называют потенциалом. Потенциал данной точки поля равен отношению потенциальной энергии заряда, по-

мещенного в эту точку в поле, к заряду. Разность потенциалов между двумя точками численно равна работе сил поля по перемещению единичного заряда между этими точками.



1. Какие поля называют потенциальными?
2. Как разность потенциалов между двумя точками поля зависит от работы электрического поля?
3. Что нужно выбрать прежде, чем говорить о значении потенциала в данной точке поля?

## § 98

### СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕННОСТЬЮ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬЮ ПОТЕНЦИАЛОВ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Каждой точке электрического поля соответствуют определенные значения потенциала и напряженности. Найдем связь напряженности электрического поля с потенциалом.

Пусть заряд  $q$  перемещается в направлении вектора напряженности однородного электрического поля  $\vec{E}$  из точки 1 в точку 2, находящуюся на расстоянии  $\Delta d$  от точки 1 (рис. 14.28). Электрическое поле совершает работу:

$$A = qE\Delta d.$$

Эту работу согласно формуле (14.19) можно выразить через разность потенциалов в точках 1 и 2:

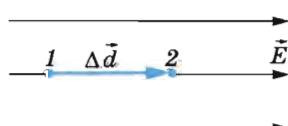
$$A = q(\phi_1 - \phi_2) = qU. \quad (14.20)$$

Приравнивая выражения для работы, найдем модуль вектора напряженности поля:

$$E = \frac{U}{\Delta d}. \quad (14.21)$$

В этой формуле  $U$  — разность потенциалов между точками 1 и 2, которые связаны вектором перемещения  $\vec{\Delta d}$ , совпадающим по направлению с вектором напряженности  $\vec{E}$  (см. рис. 14.28).

Формула (14.21) показывает: чем меньше меняется потенциал на расстоянии  $\Delta d$ , тем меньше напряженность электростатического поля. Если потенциал не меняется совсем, то напряженность поля равна нулю.



Так как при перемещении положительного заряда в направлении вектора напряженности  $\vec{E}$  электро-

Рис. 14.28

статическое поле совершают положительную работу  $A = q(\phi_1 - \phi_2)$ , то потенциал  $\phi_1$  больше потенциала  $\phi_2$ .

Следовательно, напряженность электрического поля направлена в сторону убывания потенциала.

Любое электростатическое поле в достаточно малой области пространства можно считать однородным. Поэтому формула (14.21) справедлива для произвольного электростатического поля, если только расстояние  $\Delta d$  настолько мало, что изменением напряженности поля на этом расстоянии можно пренебречь.

**Единица напряженности электрического поля.** Единицу напряженности электрического поля в СИ устанавливают, используя формулу (14.21). Напряженность электрического поля численно равна единице, если разность потенциалов между двумя точками на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В. Наименование этой единицы — вольт на метр (В/м).

Напряженность можно также выражать в ньютонах на кулон. Действительно,

$$1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

**Эквипотенциальные поверхности.** При перемещении заряда под углом  $90^\circ$  к силовым линиям электрическое поле не совершает работы, так как сила перпендикулярна перемещению. Значит, если провести поверхность, перпендикулярную в каждой ее точке силовым линиям, то при перемещении заряда вдоль этой поверхности работа не совершается. А это означает, что все точки поверхности, перпендикулярной силовым линиям, имеют один и тот же потенциал.

Поверхности равного потенциала называют **эквипотенциальными**.

Эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой плоскости (рис. 14.29), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 14.30).

Подобно силовым линиям, эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют распределение поля в пространстве. Вектор напряженности перпендикулярен эквипотенциальному поверхностям и направлен в сторону уменьшения потенциала.

Эквипотенциальные поверхности строятся обычно так, что разность потенциалов между двумя соседни-

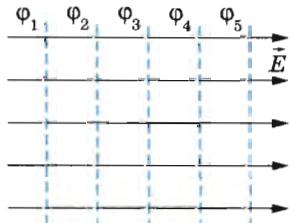


Рис. 14.29

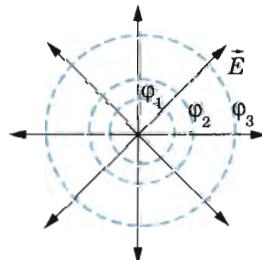


Рис. 14.30

ми поверхностями постоянна. Поэтому согласно формуле (14.21) расстояния между соседними эквипотенциальными поверхностями увеличиваются по мере удаления от точечного заряда, так как напряженность поля уменьшается.

Эквипотенциальные поверхности однородного поля расположены на равных расстояниях друг от друга.

Эквипотенциальной является поверхность любого проводника в электростатическом поле. Ведь силовые линии перпендикулярны поверхности проводника. Причем не только поверхность, но и все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал. Напряженность поля внутри проводника равна нулю, значит, равна нулю и разность потенциалов между любыми точками проводника.

Модуль напряженности электростатического поля численно равен разности потенциалов между двумя близкими точками в этом поле, деленной на расстояние между этими точками.

- 1. Чему равна разность потенциалов между двумя точками заряженного проводника?
- 2. Как связана разность потенциалов с напряженностью электрического поля?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач с использованием понятия напряженности электрического поля нужно прежде всего знать формулы (14.8) и (14.11), определяющие силу, действующую на заряд со стороны электрического поля, и напряженность поля точечного заряда. Если поле создается несколькими зарядами, то для расчета напряженности в данной точке надо сделать рисунок и затем определить напряженность как геометрическую сумму напряженностей полей.

Работа сил, действующих на заряд со стороны поля, выражается через разность потенциальных энергий или разность потенциалов (см. формулу (14.20)). Потенциал однородного поля определяется формулой (14.16), при этом надо всегда указывать как выбран нулевой уровень потенциала.

Часто при решении задач надо учитывать, что все точки проводника в электростатическом поле имеют один и тот же потенциал, а напряженность поля внутри проводника равна нулю.

1. Два одинаковых положительных точечных заряда расположены на расстоянии  $r$  друг от друга в вакууме. Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на одинаковом расстоянии  $r$  как от одного, так и от другого заряда.

**Решение.** Согласно принципу суперпозиции искомая напряженность  $\vec{E}$  равна геометрической сумме напряженностей полей, созданных каждым из зарядов (рис. 14.31):  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ .

Модули напряженностей полей зарядов равны:

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q|}{r^2}.$$

Диагональ параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , есть напряженность результирующего поля, модуль которой равен:

$$E = 2E_1 \cos 30^\circ = 2k \frac{|q|}{r^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = k \frac{|q| \sqrt{3}}{r^2}.$$

2. Проводящая сфера радиусом  $r = 0,2$  м, несущая заряд  $q = 1,8 \cdot 10^{-4}$  Кл, находится в вакууме. Определите: 1) модуль напряженности  $\vec{E}$  электрического поля на ее поверхности; 2) модуль напряженности  $\vec{E}_1$  электрического поля в точке, отстоящей на расстоянии  $r_1 = 10$  м от центра сферы; 3) модуль напряженности  $\vec{E}_0$  в центре сферы; 4) во сколько раз потенциал в центре сферы отличается от потенциала на ее поверхности.

**Решение.** Электрическое поле заряженной сферы вне ее совпадает с полем точечного заряда. Поэтому

$$E = k \frac{|q|}{r^2}.$$

Следовательно,

$$1) E = \frac{k|q|}{r^2} \approx 4 \cdot 10^7 \text{ В/м};$$

$$2) E_1 = k \frac{|q|}{r_1^2} \approx 16 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

3) напряженность поля в любой точке внутри проводящей сферы равна нулю:  $E_0 = 0$ ;

4) потенциалы всех точек внутри сферы одинаковы и равны потенциальному поверхности сферы.



## УПРАЖНЕНИЕ 17

- В направленном вертикально вниз однородном электрическом поле напряженностью  $1,3 \cdot 10^5$  В/м капелька жидкости массой  $2 \cdot 10^{-9}$  г оказалась в равновесии. Определите заряд капельки и число избыточных электронов на ней.

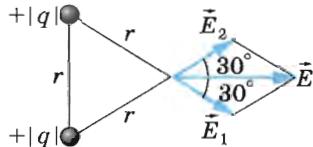


Рис. 14.31

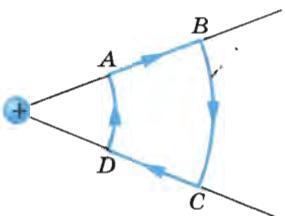


Рис. 14.32

**2.** Почему заряженная расческа притягивает электрически нейтральные кусочки бумаги?

**3.** Электрический заряд  $q_1 > 0$  переместили по замкнутому контуру  $ABCD$  в поле точечного заряда  $q_2 > 0$  (рис. 14.32). На каких участках работы поля по перемещению заряда была положительной? отрицательной? равной нулю? Как изменилась потенциальная энергия системы? Чему равна полная работа поля по перемещению заряда?

**4.** Двигаясь в электрическом поле, электрон перешел из одной точки в другую, потенциал которой выше на 1 В. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона? потенциальная?

**5.** Точечные заряды  $q_1 > 0$  и  $q_2 < 0$  расположены в двух вершинах равностороннего треугольника со стороной  $r$ . Определите модуль вектора напряженности в третьей вершине.

**6.** Потенциал электростатического поля возрастает в направлении снизу вверх. Куда направлен вектор напряженности поля?

**7.** Разность потенциалов между точками, лежащими на одной силовой линии на расстоянии 3 см друг от друга, равна 120 В. Определите напряженность электростатического поля, если известно, что поле однородно.

**8.** Изобразите эквипотенциальные поверхности бесконечного проводящего и равномерно заряженного цилиндра.

**9.** У электрона, движущегося в электрическом поле, увеличилась скорость с  $v_1 \approx 1 \cdot 10^7$  м/с до  $v_2 \approx 3 \cdot 10^7$  м/с. Определите разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения электрона. Отношение заряда электрона к его массе равно:  $\frac{|e|}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

## § 99

### ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. ЕДИНИЦЫ ЭЛЕКТРОЕМКОСТИ

Выясним важный для практики вопрос: при каком условии можно накопить на проводниках большой электрический заряд?

При любом способе электризации тел — с помощью трения, электростатической машины, гальванического элемента и т. д. — первоначально нейтральные тела заряжаются вследствие того, что некоторая часть заряженных частиц переходит от одного тела к другому. Обычно этими частицами являются электроны.

При электризации двух проводников, например от электростатической машины, один из них приобретает заряд  $+q$ , а другой  $-q$ . Между проводниками появляется электрическое поле и возникает разность потенциалов (напряже-

ние). С увеличением заряда проводников электрическое поле между ними усиливается.

В сильном электрическом поле (при большом напряжении и соответственно при большой напряженности) диэлектрик (например, воздух) становится проводящим. Возможен так называемый *пробой* диэлектрика: между проводниками проскаивает искра, и они разряжаются. Чем меньше увеличивается напряжение между проводниками с увеличением их зарядов, тем больший заряд можно на них накопить.

**Электроемкость.** Введем физическую величину, характеризующую способность двух проводников накапливать электрический заряд. Эту величину называют **электроемкостью**.

Напряжение  $U$  между двумя проводниками пропорционально электрическим зарядам, которые находятся на проводниках (на одном  $+|q|$ , а на другом  $-|q|$ ). Действительно, если заряды удвоить, то напряженность электрического поля станет в 2 раза больше, следовательно, в 2 раза увеличится и работа, совершаемая полем при перемещении заряда, т. е. в 2 раза увеличится напряжение. Поэтому отношение заряда  $q$  одного из проводников (на другом находится такой же по модулю заряд) к разности потенциалов между этим проводником и соседним не зависит от заряда. Оно определяется геометрическими размерами проводников, их формой и взаимным расположением, а также электрическими свойствами окружающей среды.

Это позволяет ввести понятие **электроемкости** двух проводников.

**Электроемкостью двух проводников называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между ними:**

$$C = \frac{q}{U}. \quad (14.22)$$

Чем меньше напряжение  $U$  между проводниками при сообщении им зарядов  $+|q|$  и  $-|q|$ , тем больше электроемкость проводников. На проводниках можно накопить большие заряды, не вызывая пробоя диэлектрика. Но сама электроемкость не зависит ни от сообщенных проводникам зарядов, ни от возникающего между ними напряжения.

**Единицы электроемкости.** Формула (14.22) позволяет ввести единицу электроемкости.

**Электроемкость двух проводников численно равна единице, если при сообщении им зарядов +1 Кл и -1 Кл между ними возникает разность потенциалов 1 В.** Этую единицу называют *фарад* ( $\Phi$ );  $1 \Phi = 1 \text{ Кл}/\text{В}$ .

Из-за того что заряд в 1 Кл очень велик, емкость 1 Ф оказывается очень большой. Поэтому на практике часто используют доли этой единицы: микрофарад (мкФ) —  $10^{-6}$  Ф и пикофарад (пФ) —  $10^{-12}$  Ф.

Важная характеристика проводников — электроемкость. Электроемкость проводников тем больше, чем меньше разность потенциалов между ними при сообщении им зарядов противоположных знаков.



1. Что называют электроемкостью двух проводников?
2. Почему понятие электроемкости неприменимо к диэлектрикам?
3. В каких единицах выражается электроемкость?

## § 100 КОНДЕНСАТОРЫ<sup>1</sup>

Систему проводников очень большой электроемкости вы можете обнаружить в любом радиоприемнике или купить в магазине. Называется она конденсатором. Сейчас вы узнаете, как устроены подобные системы и от чего зависит их электроемкость.

**Конденсатор.** Большой электроемкостью обладают системы из двух проводников, называемые **конденсаторами**. Конденсатор представляет собой два проводника, разделенные слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников. Проводники в этом случае называются **обкладками** конденсатора.

Простейший плоский конденсатор состоит из двух одинаковых параллельных пластин, находящихся на малом расстоянии друг от друга (рис. 14.33). Если заряды пластин одинаковы по модулю и противоположны по знаку, то силовые линии электрического поля начинаются на положительно заряженной обкладке конденсатора и оканчиваются на отрицательно заряженной (см. рис. 14.28). Поэтому почти все электрическое поле *сосредоточено внутри конденсатора и однородно*.

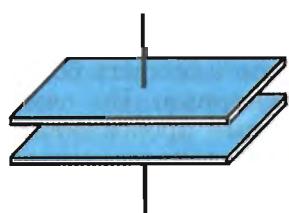


Рис. 14.33

Для зарядки конденсатора нужно присоединить его обкладки к полюсам источника напряжения, например к полюсам батареи аккумуляторов. Можно также первую обкладку соединить с полюсом батареи, у которой другой полюс заземлен, а вторую обкладку конденсатора зазем-

<sup>1</sup> Слово «конденсатор» в переводе на русский язык означает «сгуститель». В данном случае — «сгуститель электрического заряда».

лить<sup>1</sup>. Тогда на заземленной обкладке останется заряд, противоположный по знаку и равный по модулю заряду незаземленной обкладки. Такой же по модулю заряд уйдет в землю.

Под *зарядом конденсатора* понимают абсолютное значение заряда одной из обкладок.

Электроемкость конденсатора определяется формулой (14.22).

Электрические поля окружающих тел почти не проникают внутрь конденсатора и не влияют на разность потенциалов между его обкладками. Поэтому электроемкость конденсатора практически не зависит от наличия вблизи него каких-либо других тел.

**Электроемкость плоского конденсатора.** Геометрия плоского конденсатора полностью определяется площадью  $S$  его пластин и расстоянием  $d$  между ними. От этих величин и должна зависеть емкость плоского конденсатора.

Чем больше площадь пластин, тем больший заряд можно на них накопить:  $q \sim S$ . С другой стороны, напряжение между пластинами согласно формуле (14.21) пропорционально расстоянию  $d$  между ними. Поэтому емкость

$$C = \frac{q}{U} \sim \frac{S}{d}. \quad (14.23)$$

Кроме того, емкость конденсатора зависит от свойств диэлектрика между пластинами. Так как диэлектрик ослабляет поле, то электроемкость при наличии диэлектрика увеличивается.

Проверим на опыте зависимости, полученные нами из рассуждений. Для этого возьмем конденсатор, у которого расстояние между пластинами можно изменять, и электрометр с заземленным корпусом (рис. 14.34). Соединим

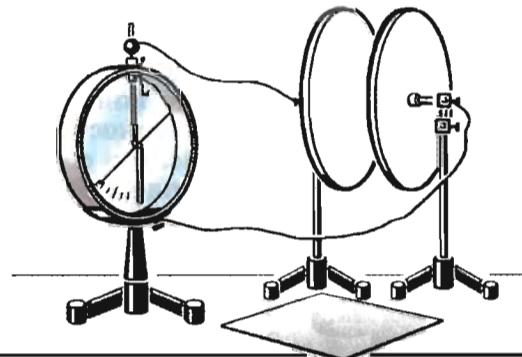


Рис. 14.34

<sup>1</sup> Заземление проводников — это соединение их с землей (очень большим проводником) с помощью металлических листов в земле, водопроводных труб и т. д.

корпус и стержень электрометра с пластинами конденсатора проводниками и зарядим конденсатор. Для этого нужно коснуться наэлектризованной палочкой пластины конденсатора, соединенной со стержнем. Электрометр покажет разность потенциалов между пластинами.

Раздвигая пластины, мы обнаружим *увеличение разности потенциалов*. Согласно определению электроемкости (см. формулу (14.22)) это указывает на ее уменьшение. В соответствии с зависимостью (14.23) электроемкость действительно должна уменьшаться с увеличением расстояния между пластинами.

Вставив между обкладками конденсатора пластину из диэлектрика, например из органического стекла, мы обнаружим *уменьшение разности потенциалов*. Следовательно, *электроемкость плоского конденсатора в этом случае увеличивается*. Расстояние между пластинами  $d$  может быть очень малым, а площадь  $S$  — большой. Поэтому при небольших размерах конденсатор может иметь большую электроемкость.

Для сравнения: в отсутствие диэлектрика между обкладками плоского конденсатора при электроемкости в 1 Ф и расстоянии между пластинами  $d = 1$  мм он должен был бы иметь площадь пластин  $S = 100$  км<sup>2</sup>.

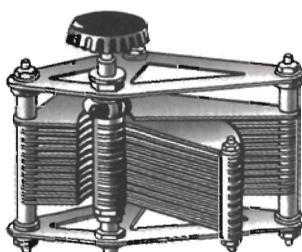


Рис. 14.35

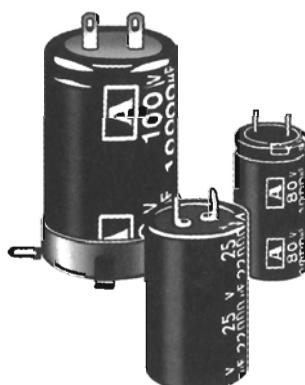


Рис. 14.36

**Различные типы конденсаторов.** В зависимости от назначения конденсаторы имеют различное устройство. Обычный технический бумажный конденсатор состоит из двух полосок алюминиевой фольги, изолированных друг от друга и от металлического корпуса бумажными лентами, пропитанными парафином. Полоски и ленты туго свернуты в пакет небольшого размера.

В радиотехнике широко применяют конденсаторы переменной электроемкости (рис. 14.35). Такой конденсатор состоит из двух систем металлических пластин, которые при вращении рукоятки могут входить одна в другую. При этом меняются площади перекрывающихся частей пластин и, следовательно, их электроемкость. Диэлектриком в таких конденсаторах служит воздух.

Значительного увеличения электроемкости за счет уменьшения расстояния между обкладками дости-

гают в так называемых электролитических конденсаторах (рис. 14.36). Диэлектриком в них служит очень тонкая пленка оксидов, покрывающих одну из обкладок (полосу фольги). Другой обкладкой служит бумага, пропитанная раствором специального вещества (электролита).

Конденсаторы позволяют накапливать электрический заряд. Электроемкость плоского конденсатора пропорциональна площади пластин и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами. Кроме того, она зависит от свойств диэлектрика между обкладками.



1. От чего зависит электроемкость?
2. Как изменяется емкость конденсатора при наличии диэлектрика между его обкладками?
3. Какие существуют типы конденсаторов?
4. Какую роль выполняют конденсаторы в технике?

## § 101

### ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО КОНДЕНСАТОРА. ПРИМЕНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

Как и любая система заряженных тел, конденсатор обладает энергией. Вычислить энергию заряженного плоского конденсатора с однородным полем внутри него несложно.

**Энергия заряженного конденсатора.** Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии эта работа равна энергии конденсатора. В том, что заряженный конденсатор обладает энергией, можно убедиться, если разрядить его через цепь, содержащую лампу накаливания, рассчитанную на напряжение в несколько вольт (рис. 14.37). При разрядке конденсатора лампа вспыхивает. Энергия конденсатора превращается в тепло и энергию света.

Выведем формулу для энергии плоского конденсатора.

Напряженность поля, созданного зарядом одной из пластин, равна  $E/2$ , где  $E$  — напряженность поля в конденсаторе. В однородном поле

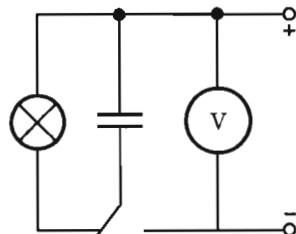


Рис. 14.37

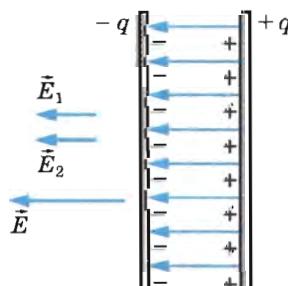


Рис. 14.38

одной пластины находится заряд  $q$ , распределенный по поверхности другой пластины (рис. 14.38). Согласно формуле (14.14) для потенциальной энергии заряда в однородном поле энергия конденсатора равна:

$$W_{\text{п}} = q \frac{E}{2} d, \quad (14.24)$$

где  $q$  — заряд конденсатора, а  $d$  — расстояние между пластинами.

Так как  $Ed = U$ , где  $U$  — разность потенциалов между обкладками конденсатора, то его энергия равна:

$$W_{\text{п}} = \frac{qU}{2}. \quad (14.25)$$

Эта энергия равна работе, которую совершил электрическое поле при сближении пластин вплотную.

Заменив в формуле (14.25) разность потенциалов или заряд с помощью выражения (14.22) для электроемкости конденсатора, получим:

$$W_{\text{п}} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \quad (14.26)$$

Можно доказать, что эти формулы справедливы для любого конденсатора, а не только для плоского.

**Энергия электрического поля.** Согласно теории близкодействия вся энергия взаимодействия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел. Значит, энергия может быть выражена через основную характеристику поля — напряженность.

Так как напряженность электрического поля прямо пропорциональна разности потенциалов ( $U = Ed$ ), то согласно формуле  $W_{\text{п}} = \frac{CU^2}{2}$  энергия конденсатора прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля внутри него:  $W_{\text{п}} \sim E^2$ .

**Применение конденсаторов.** Зависимость электроемкости конденсатора от расстояния между его пластинами используется при создании одного из типов клавиатур компьютера. На тыльной стороне каждой клавиши располагается одна пластина конденсатора, а на плате, расположенной под клавишами, — другая. Нажатие клавиши изменяет емкость конденсатора. Электронная схема, подключенная к этому конденсатору, преобразует сигнал в соответствующий код, передаваемый в компьютер.

Энергия конденсатора обычно не очень велика — не более сотен джоулей. К тому же она не сохраняется долго из-за неизбежной утечки заряда. Поэтому заряженные конденсаторы не могут заменить, например, аккумуляторы в качестве источников электрической энергии.

Но это совсем не означает, что конденсаторы как накопители энергии не получили практического применения. Они имеют одно важное свойство: конденсаторы могут накапливать энергию более или менее длительное время, а при разрядке через цепь с малым сопротивлением они отдают энергию почти мгновенно. Именно это свойство широко используют на практике.

Лампа-вспышка, применяемая в фотографии, питается электрическим током разряда конденсатора, заряжаемого предварительно специальной батареей. Возбуждение квантовых источников света — лазеров осуществляется с помощью газоразрядной трубки, вспышка которой происходит при разрядке батареи конденсаторов большой электроемкости.

Однако основное применение конденсаторы находят в радиотехнике.

Энергия конденсатора пропорциональна его электроемкости и квадрату напряжения между пластинами. Вся эта энергия сосредоточена в электрическом поле. Энергия поля пропорциональна квадрату напряженности поля.

- 
- Чему равна энергия заряженного конденсатора?
  - Перечислите основные применения конденсаторов.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Электроемкость — последняя тема раздела «Электростатика». При решении задач на эту тему могут потребоваться все сведения, полученные при изучении электростатики: закон сохранения электрического заряда, понятия напряженности поля и потенциала, сведения о поведении проводников в электростатическом поле, о напряженности поля в диэлектриках, о законе сохранения энергии применительно к электростатическим явлениям.

Основной формулой при решении задач на электроемкость является формула (14.22).

1. Конденсатор имеет электроемкость  $C = 5 \text{ пФ}$ . Какой заряд находится на каждой из его обкладок, если разность потенциалов между ними  $U = 1000 \text{ В}$ ?

**Решение.** Согласно формуле (14.22) электроемкость конденсатора  $C = \frac{q}{U}$ . Отсюда заряд обкладки равен  $q = CU$ ;  $q = 5 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \text{ Кл} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ .

**2.** Заряд конденсатора  $q = 3 \cdot 10^{-8}$  Кл. Емкость конденсатора  $C = 10$  пФ. Определите скорость, которую приобретает электрон, пролетая в конденсаторе путь от одной пластины к другой. Начальная скорость электрона равна нулю. Удельный заряд электрона  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

**Решение.** Начальная кинетическая энергия электрона равна нулю, а конечная равна  $W_k = \frac{mv^2}{2}$ . Применим закон сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} - 0 = A,$$

где  $A$  — работа поля конденсатора:

$$A = |e|U, \quad U = \frac{q}{C}.$$

Следовательно,

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{|e|q}{C}.$$

Окончательно

$$v = \sqrt{\frac{2|e|q}{mC}} \approx 10^7 \text{ м/с.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 18

**1.** Разность потенциалов между обкладками конденсатора емкостью  $0,1$  мКФ изменилась на  $175$  В. Определите изменение заряда конденсатора.

**2.** В пространство между пластинами плоского конденсатора влетает электрон со скоростью  $2 \cdot 10^7$  м/с, направленной параллельно пластинам конденсатора. На какое расстояние по направлению к положительно заряженной пластине сместится электрон за время движения внутри конденсатора, если длина конденсатора равна  $0,05$  м и разность потенциалов между пластинами  $200$  В? Расстояние между пластинами конденсатора равно  $0,02$  м. Отношение заряда электрона к его массе равно  $1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

**3.** Плоский конденсатор зарядили при помощи источника тока напряжением  $U = 200$  В. Затем конденсатор был отключен от этого источника тока. Каким станет напряжение  $U_1$  между пластинами, если расстояние между ними увеличить от первоначального  $d = 0,2$  мм до  $d_1 = 0,7$  мм?

## Глава 14. КРАТКИЕ ИТОГИ

В природе существуют только два вида электрических зарядов. Если два заряженных тела отталкиваются друг от друга, но одно из них притягивается к третьему телу, это означает, что третье тело несет заряд противоположного знака. Мы можем абсолютно точно утверждать, что и второе тело, из первых двух, будет притягиваться к третьему телу.

Неподвижные точечные электрические заряды  $q_1$  и  $q_2$  взаимодействуют в вакууме согласно закону Кулона с силой

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где коэффициент  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ . Заряд выражается в кулонах.

В изолированной системе заряженных тел заряд сохраняется.

Взаимодействие зарядов осуществляется посредством электрического поля. Напряженность поля  $\vec{E}$  определяет силу, действующую на заряд:  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Напряженности полей, созданных отдельными зарядами, складываются геометрически (принцип суперпозиции).

Напряженность электрического поля точечного заряда в вакууме равна:

$$E = k \frac{|q|}{r^2}.$$

В проводниках имеются свободные электрические заряды. Напряженность поля и электрический заряд внутри проводника равны нулю (в электростатике).

В диэлектриках все заряды связаны внутри отдельных атомов или молекул. Диэлектрик ослабляет электрическое поле.

Электростатическое поле потенциально, его работа не зависит от формы траектории заряда и равна изменению его потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:  $A = -\Delta W_n$ .

Потенциальная энергия заряда  $q$  в однородном поле:  $W_n = qEd$ , где  $d$  — расстояние от плоскости, на которой потенциальная энергия принимается равной нулю.

Потенциалом электрического поля называют отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду:

$$\phi = \frac{W_n}{q}.$$

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равна отношению работы поля при перемещении заряда из начальной точки в конечную к этому заряду:  $U = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{A}{q}$ . Разность потенциалов выражается в вольтах, 1 В = 1 Дж/1 Кл.

Напряженность поля связана с разностью потенциалов формулой

$$E = \frac{U}{\Delta d},$$

где  $U$  — разность потенциалов между двумя точками на одной силовой линии, находящимися на малом расстоянии  $\Delta d$  друг от друга.

Способность проводников накапливать электрический заряд характеризуют электроемкостью. Электроемкость двух проводников равна:

$$C = \frac{q}{U},$$

где  $q$  — заряд одного из проводников (на другом проводнике такой же заряд противоположного знака), а  $U$  — разность потенциалов между проводниками.

Электроемкость выражается в фарадах, 1 Ф =  $\frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}$ .

Наибольший заряд накапливается в конденсаторах — системах двух проводников, размеры которых много больше расстояния между ними.

Энергия заряженного конденсатора

$$W_n = \frac{qU}{2}.$$

\* \* \*

Мы потратили довольно много времени на изучение электричества, а рассмотрели лишь простейший частный случай неподвижных заряженных тел — электростатику.

Может быть, не стоило уделять электростатике такое большое внимание? Нет, стоило! Мы ведь ввели важнейшие понятия, используемые во всей электродинамике: электрический заряд, электрическое поле, потенциал и разность потенциалов, электроемкость, энергия электрического поля.

На простом частном случае выяснить суть этих фундаментальных понятий не так трудно, как в общем случае движущихся зарядов.

Теперь перейдем к изучению электромагнитных процессов, наблюдаемых при движении заряженных частиц.

## Глава 15 ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрический ток — направленное движение заряженных частиц. Благодаря электрическому току освещаются квартиры, приводятся в движение станки и т. п.

Рассмотрим наиболее простой случай направленного движения заряженных частиц — постоянный ток.

### § 102 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. СИЛА ТОКА

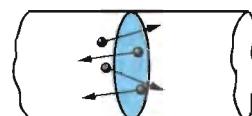
При движении заряженных частиц в проводнике происходит перенос электрического заряда с одного места в другое. Однако если заряженные частицы совершают беспорядочное тепловое движение, как, например, *свободные электроны в металле*, то переноса заряда не происходит (рис. 15.1, а). Поперечное сечение проводника в среднем пересекает одинаковое число электронов в двух противоположных направлениях. Электрический заряд перемещается через поперечное сечение проводника лишь в том случае, если наряду с беспорядочным движением электронов участвуют в направленном движении (рис. 15.1, б). В этом случае говорят, что в проводнике устанавливается *электрический ток*.

**Электрическим током** называют упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц.

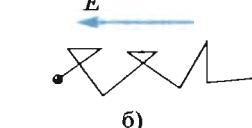
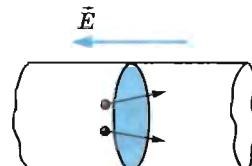
Электрический ток возникает при упорядоченном перемещении свободных электронов или ионов.

Если перемещать нейтральное в целом тело, то, несмотря на упорядоченное движение огромного числа электронов и атомных ядер, электрический ток не возникнет. Полный заряд, переносимый через любое сечение, будет при этом равным нулю, так как заряды разных знаков перемещаются с одинаковой средней скоростью.

Электрический ток имеет определенное направление. За направление тока принимают направление движения положительно заряженных частиц. Отсюда следует, что направление тока совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля.



a)  
 $E = 0$



б)

Рис. 15.1

Если ток образован движением отрицательно заряженных частиц, то направление тока считают противоположным направлению движения частиц. (Такой выбор направления тока не очень удачен, так как в большинстве случаев ток представляет собой упорядоченное движение электронов — отрицательно заряженных частиц. Выбор направления тока был сделан в то время, когда о свободных электронах в металлах еще ничего не знали.)

**Действие тока.** Движение частиц в проводнике мы непосредственно не видим. О наличии электрического тока приходится судить по тем действиям или явлениям, которые его сопровождают.

Во-первых, проводник, по которому течет ток, нагревается.

Во-вторых, электрический ток может изменять химический состав проводника, например выделять его химические составные части (меди из раствора медного купороса и т. д.).

В-третьих, ток оказывает силовое воздействие на соседние токи и намагниченные тела. Это действие тока называется **магнитным**. Так, магнитная стрелка вблизи проводника с током поворачивается. Магнитное действие тока в отличие от химического и теплового является основным, так как проявляется у всех без исключения проводников. Химическое действие тока наблюдается лишь у растворов и расплавов электролитов, а нагревание отсутствует у сверхпроводников.

**Сила тока.** Если в цепи устанавливается электрический ток, то это означает, что через поперечное сечение проводника все время переносится электрический заряд. Заряд, перенесенный в единицу времени, служит основной количественной характеристикой тока, называемой **силой тока**. Если через поперечное сечение проводника за время  $\Delta t$  переносится заряд  $\Delta q$ , то среднее значение силы тока равно:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (15.1)$$

Таким образом, средняя сила тока равна отношению заряда  $\Delta q$ , прошедшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени  $\Delta t$ , к этому промежутку времени. Если сила тока со временем не меняется, то ток называют **постоянным**.

Сила тока в данный момент времени определяется также по формуле (15.1), но промежуток времени  $\Delta t$  в таком случае должен быть очень мал.

Если ток переменный, то сила тока, подобно заряду, — величина переменная. Она может быть как положитель-

ной, так и отрицательной. Знак силы тока зависит от того, какое из направлений вдоль проводника принять за положительное. Сила тока  $I > 0$ , если направление тока совпадает с условно выбранным положительным направлением вдоль проводника. В противном случае  $I < 0$ . (Термин *сила тока* нельзя считать удачным, так как понятие *сила*, применяемое к току, не имеет никакого отношения к понятию *сила* в механике. Но термин *сила тока* был введен давно и утвердился в науке.)

**Связь силы тока со скоростью направленного движения частиц.** Пусть цилиндрический проводник (рис. 15.2) имеет поперечное сечение площадью  $S$ . За положительное направление в проводнике примем направление слева направо. Заряд каждой частицы будем считать равным  $q_0$ . В объеме проводника, ограниченном поперечными сечениями 1 и 2 с расстоянием  $\Delta l$  между ними, содержится  $nS\Delta l$  частиц, где  $n$  — концентрация частиц (носителей тока). Их общий заряд в выбранном объеме  $q = q_0nS\Delta l$ . Если частицы движутся слева направо со средней скоростью  $\vec{v}$ , то за время  $\Delta t = \frac{\Delta l}{v}$  все частицы, заключенные в рассматриваемом объеме, пройдут через поперечное сечение 2. Поэтому сила тока равна:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_0 n S \Delta l v}{\Delta l} = q_0 n v S. \quad (15.2)$$

В СИ единицей силы тока является *ампер* (А). Эту единицу устанавливают на основе магнитного взаимодействия токов.

Измеряют силу тока *амперетрами*. Принцип устройства этих приборов основан на магнитном действии тока.

**Скорость упорядоченного движения электронов в проводнике.** Найдем скорость упорядоченного перемещения электронов в металлическом проводнике. Согласно формуле (15.2)  $v = \frac{I}{enS}$ , где  $e$  — модуль заряда электрона. Пусть, например, сила тока  $I = 1$  А, а площадь поперечного сечения проводника  $S = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>. Модуль заряда электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Число электронов в 1 м<sup>3</sup> меди равно числу атомов в этом объеме, так как один из валентных электронов каждого атома меди коллективизирован и является свободным. Это число есть  $n = 8,5 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup> (см. задачу 6 упражнения 11). Следовательно,

$$v = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}} \text{ м/с} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ м/с.}$$

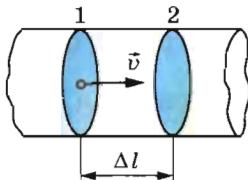


Рис. 15.2

Как видите, скорость упорядоченного перемещения электронов очень мала.

Основная количественная характеристика электрического тока — сила тока. Она определяется электрическим зарядом, переносимым через поперечное сечение проводника за единицу времени. Скорость заряженных частиц (электронов) в проводнике очень мала — около 0,1 мм/с.



1. Что называют электрическим током?
2. Что такое сила тока?
3. Какое направление тока принимают за положительное?

## § 103

### УСЛОВИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Для возникновения и существования постоянного электрического тока в веществе необходимо, во-первых, **наличие свободных заряженных частиц**. Если положительные и отрицательные заряды связаны друг с другом в атомах или молекулах, то их перемещение не приведет к появлению электрического тока. Но наличия свободных зарядов еще недостаточно для возникновения тока.

Для создания и поддержания упорядоченного движения заряженных частиц необходима, во-вторых, **сила, действующая на них в определенном направлении**. Если эта сила перестанет действовать, то упорядоченное движение заряженных частиц прекратится из-за электрического сопротивления, оказываемого их движению ионами кристаллической решетки металлов или нейтральными молекулами электролитов.

На заряженные частицы, как мы знаем, действует электрическое поле с силой

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Обычно именно электрическое поле внутри проводника служит причиной, вызывающей и поддерживающей упорядоченное движение заряженных частиц. Только в статическом случае, когда заряды покоятся, электрическое поле внутри проводника равно нулю.

Если внутри проводника имеется электрическое поле, то между концами проводника, в соответствии с формулой (14.21), существует разность потенциалов. Когда разность потенциалов не меняется во времени, в проводнике устанавливается *постоянный электрический ток*. Вдоль проводника потенциал уменьшается от максимального значения на одном конце проводника до минимального на дру-

том, так как положительный заряд под действием сил поля перемещается в сторону убывания потенциала.

Электрический ток, как известно, может быть получен только в таком веществе, в котором имеются свободные заряженные частицы. Чтобы эти частицы пришли в упорядоченное движение, нужно создать в проводнике электрическое поле.

## § 104 ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ. СОПРОТИВЛЕНИЕ

Ранее вы изучали закон Ома. Этот закон прост, однако столь важен, что его необходимо повторить.

**Вольт-амперная характеристика.** В предыдущем параграфе было установлено, что для существования тока в проводнике необходимо создать разность потенциалов на его концах. Сила тока в проводнике определяется этой разностью потенциалов. Чем больше разность потенциалов, тем больше напряженность электрического поля в проводнике и, следовательно, тем большую скорость направленного движения приобретают заряженные частицы. Согласно формуле (15.2) это означает увеличение силы тока.

Для каждого проводника — твердого, жидкого и газообразного — существует определенная зависимость силы тока от приложенной разности потенциалов на концах проводника. Эту зависимость выражает так называемая **вольт-амперная характеристика** проводника. Ее находят, измеряя силу тока в проводнике при различных значениях напряжения. Знание вольт-амперной характеристики играет большую роль при изучении электрического тока.

**Закон Ома.** Наиболее простой вид имеет вольт-амперная характеристика металлических проводников и растворов

**Ом Георг Симон** (1787—1854) — немецкий физик. Работал школьным учителем. Он открыл закон зависимости силы тока от напряжения для участка цепи, а также закон, определяющий силу тока в замкнутой цепи. Чувствительный прибор для измерения силы тока он изготовил сам. В качестве источника напряжения Ом использовал термопару: два спаянных вместе проводника из различных металлов. Увеличивая разность температур спаев, Ом менял напряжение, которое пропорционально этой разности температур. Кроме того, Ом нашел зависимость сопротивления проводника от длины и площади его поперечного сечения.



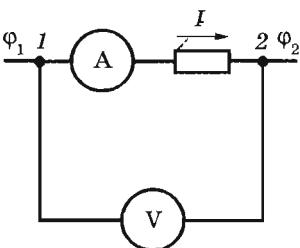


Рис. 15.3

электролитов. Впервые (для металлов) ее установил немецкий ученый Георг Ом, поэтому зависимость силы тока от напряжения носит название *закона Ома*.

На участке цепи, изображенной на рисунке 15.3, ток направлен от точки 1 к точке 2. Разность потенциалов (напряжение) на концах проводника равна  $U = \phi_1 - \phi_2$ . Так как ток направлен слева направо, то напряженность электрического поля направлена в ту же сторону и  $\phi_1 > \phi_2$ .

**Закон Ома** для участка цепи:

*Сила тока на участке цепи прямо пропорциональна приложенному к нему напряжению  $U$  и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка  $R$ :*

$$I = \frac{U}{R}. \quad (15.3)$$

Закон Ома имеет очень простую форму, но доказать экспериментально его справедливость довольно трудно. Дело в том, что разность потенциалов на участке металлического проводника даже при большой силе тока мала, так как мало сопротивление проводника.

Обычный электрометр непригоден для измерения столь малых напряжений: его чувствительность слишком мала. Нужен несравненно более чувствительный прибор. Вот тогда, измеряя силу тока амперметром, а напряжение чувствительным электрометром, можно убедиться в том, что сила тока прямо пропорциональна напряжению.

Применение обычных приборов для измерения напряжения — вольтметров — основано на использовании закона Ома. Принцип устройства вольтметра такой же, как у амперметра. Угол поворота стрелки прибора пропорционален силе тока. Сила тока, проходящего по вольтметру, определяется напряжением между точками цепи, к которой он подключен. Поэтому, зная сопротивление вольтметра, можно по силе тока определить напряжение. На практике прибор градируют так, чтобы он сразу показывал напряжение в вольтах.

**Сопротивление.** Основная электрическая характеристика проводника — *сопротивление*. От этой величины зависит сила тока в проводнике при заданном напряжении. Сопротивление проводника представляет собой как бы меру противодействия проводника направленному движе-

нию электрических зарядов. С помощью закона Ома (15.3) можно определить сопротивление проводника:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Для этого нужно измерить напряжение на концах проводника и силу тока через него.

Сопротивление зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Сопротивление проводника длиной  $l$  с постоянной площадью поперечного сечения  $S$  равно:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (15.4)$$

где  $\rho$  — величина, зависящая от рода вещества и его состояния (от температуры в первую очередь). Величину  $\rho$  называют **удельным сопротивлением** проводника. Удельное сопротивление материала численно равно сопротивлению проводника из этого материала длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м<sup>2</sup>.

Единицу сопротивления проводника устанавливают на основе закона Ома и называют ее **омом**. Проводник имеет сопротивление 1 Ом, если при разности потенциалов 1 В сила тока в нем 1 А.

Единицей удельного сопротивления является 1 Ом · м. Удельное сопротивление металлов мало. А вот диэлектрики обладают очень большим удельным сопротивлением. В справочных таблицах приводятся значения удельного сопротивления некоторых веществ.

**Значение закона Ома.** Закон Ома для участка цепи определяет силу тока на участке электрической цепи при заданном напряжении между его концами и известном сопротивлении. Он позволяет рассчитать тепловые, химические и магнитные действия тока, так как они зависят от силы тока. Из закона Ома вытекает, что замыкать обычную осветительную сеть проводником малого сопротивления опасно. Сила тока может оказаться настолько большой, что это может иметь тяжелые последствия.

Закон Ома — основа всей электротехники постоянных токов. Формулу  $I = \frac{U}{R}$  надо хорошо понять и твердо запомнить.



1. Согласно закону Ома сопротивление участка цепи  $R = \frac{U}{I}$ .  
Означает ли это, что сопротивление зависит от силы тока или напряжения?
2. Что такое **удельное сопротивление проводника**?
3. В каких единицах выражается **удельное сопротивление проводника**?

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ. § 105 НОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

От источника тока энергия может быть передана по проводам к устройствам, потребляющим энергию: электрической лампе, радиоприемнику и др. Для этого составляют **электрические цепи** различной сложности.

Электрическая цепь обычно состоит из источника тока, устройств, потребляющих электрическую энергию, соединительных проводов и выключателей для замыкания цепи. Часто в электрическую цепь включают приборы, контролирующие силу тока и напряжение на различных участках цепи, — амперметры и вольтметры.

К наиболее простым и часто встречающимся соединениям проводников относятся последовательное и параллельное соединения.

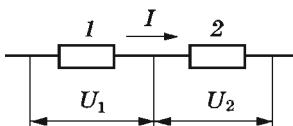


Рис. 15.4

**Последовательное соединение проводников.** При последовательном соединении электрическая цепь не имеет разветвлений. Все проводники включают в цепь поочередно друг за другом. На рисунке 15.4 показано последовательное соединение двух проводников 1 и 2, имеющих сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ . Это могут быть две лампы, две обмотки электродвигателя и др.

Сила тока в обоих проводниках одинакова, т. е.

$$I_1 = I_2 = I, \quad (15.5)$$

так как в проводниках электрический заряд в случае постоянного тока не накапливается и через любое поперечное сечение проводника за определенное время проходит один и тот же заряд.

Напряжение на концах рассматриваемого участка цепи складывается из напряжений на первом и втором проводниках:

$$U = U_1 + U_2.$$

Надо надеяться, что с доказательством этого простого соотношения вы справитесь сами.

Применяя закон Ома для всего участка в целом и для участков с сопротивлениями проводников  $R_1$  и  $R_2$ , можно доказать, что полное сопротивление всего участка цепи при последовательном соединении равно:

$$R = R_1 + R_2. \quad (15.6)$$

Это правило можно применить для любого числа последовательно соединенных проводников.

Напряжения на проводниках и их сопротивления при последовательном соединении связаны соотношением

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (15.7)$$

Докажите это равенство сами.

**Параллельное соединение проводников.** На рисунке 15.5 показано параллельное соединение двух проводников 1 и 2 сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$ . В этом случае электрический ток  $I$  разветвляется на две части. Силу тока в первом и втором проводниках обозначим через  $I_1$  и  $I_2$ . Так как в точке  $a$  — разветвлении проводников (такую точку называют **узлом**) — электрический заряд не накапливается, то заряд, поступающий в единицу времени в узел, равен заряду, уходящему из узла за это же время. Следовательно,

$$I = I_1 + I_2. \quad (15.8)$$

Напряжение  $U$  на концах проводников, соединенных параллельно, одинаково, так как они присоединены к одним и тем же точкам цепи.

В осветительной сети обычно поддерживается напряжение 220 В. На это напряжение рассчитаны приборы, потребляющие электрическую энергию. Поэтому параллельное соединение — самый распространенный способ соединения различных потребителей. В этом случае выход из строя одного прибора не отражается на работе остальных, тогда как при последовательном соединении выход из строя одного прибора размыкает цепь.

Применяя закон Ома для всего участка в целом и для участков сопротивлениями проводников  $R_1$  и  $R_2$ , можно доказать, что величина, обратная полному сопротивлению участка  $ab$ , равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (15.9)$$

Отсюда следует, что

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (15.10)$$

Напряжения на параллельно соединенных проводниках равны:  $I_1 R_1 = I_2 R_2$ .

Следовательно,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (15.11)$$

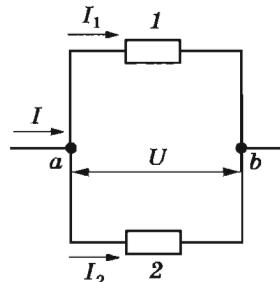


Рис. 15.5

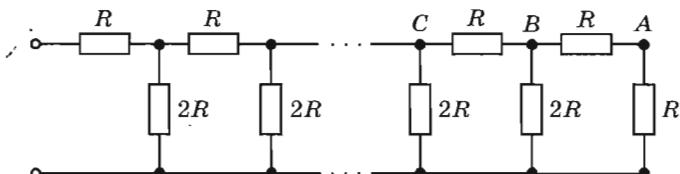


Рис. 15.6

Рассмотрим цепочку сопротивлений  $R - 2R$ , называемую матрицей (рис. 15.6).

На последнем (правом) звене матрицы напряжение делится пополам из-за равенства сопротивлений, на предыдущем звене напряжение тоже делится пополам, поскольку оно распределяется между резистором сопротивлением  $R$  и двумя параллельными резисторами сопротивлениями  $2R$  и т. д. Эта идея — деления напряжения — лежит в основе преобразования двоичного кода в постоянное напряжение, что необходимо для работы компьютеров.

Различные проводники в цепи соединяются друг с другом последовательно или параллельно. В первом случае сила тока одинакова во всех проводниках, а во втором случае одинаковы напряжения на проводниках. Чаще всего к осветительной сети различные потребители тока подключаются параллельно.

-  1. Почему лампы в квартире соединяют параллельно, а лампочки в елочных гирляндах — последовательно?
- 2. Сопротивление каждого проводника равно 1 Ом. Чему равно сопротивление двух таких проводников, соединенных: 1) последовательно; 2) параллельно?

## § 106 РАБОТА И МОЩНОСТЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрический ток получил такое широкое применение потому, что он несет с собой энергию. Эта энергия может быть превращена в любую форму.

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершаet работу. Ее принято называть *работой тока*. Сейчас мы напомним сведения о работе и мощности тока.

**Работа тока.** Рассмотрим произвольный участок цепи. Это может быть однородный проводник, например нить лампы накаливания, обмотка электродвигателя и др. Пусть за время  $\Delta t$  через поперечное сечение проводника проходит заряд  $\Delta q$ . Электрическое поле совершил при этом работу  $A = \Delta q U$  ( $U$  — напряжение между концами участка проводника).

Так как сила тока  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , то эта работа равна:

$$A = IU\Delta t.$$

(15.12)

**Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения и времени, в течение которого шел ток.**

Согласно закону сохранения энергии эта работа должна быть равна изменению энергии рассматриваемого участка цепи. Поэтому энергия, выделяемая на данном участке цепи за время  $\Delta t$ , равна работе тока (см. формулу (15.12)).

Если на участке цепи не совершается механическая работа и ток не производит химических действий, то происходит только нагревание проводника. Нагретый проводник отдает тепло окружающим телам.

Нагревание проводника происходит следующим образом. Электрическое поле ускоряет электроны. После столкновения с ионами кристаллической решетки они передают ионам свою энергию. В результате энергия беспорядочного движения ионов около положений равновесия возрастает. Это и означает увеличение внутренней энергии. Температура проводника при этом повышается, и он начинает передавать тепло окружающим телам. Спустя некоторое время после замыкания цепи процесс устанавливается, и температура перестает изменяться со временем. К проводнику за счет работы электрического поля непрерывно поступает энергия. Но его внутренняя энергия остается неизменной, так как проводник передает окружающим телам количество теплоты, равное работе тока. Таким образом, формула (15.12) для работы тока определяет количество теплоты, передаваемое проводником другим телам.

Если в формуле (15.12) выразить либо напряжение через силу тока, либо силу тока через напряжение с помощью закона Ома для участка цепи, то получим три эквивалентные формулы:

$$A = IU\Delta t = I^2R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t = Q. \quad (15.13)$$

Формулой  $A = I^2R\Delta t$  удобно пользоваться в случае последовательного соединения проводников, так как сила тока в этом случае одинакова во всех проводниках. При параллельном соединении удобна формула  $A = \frac{U^2}{R}\Delta t$ , так как напряжение на всех проводниках одинаково.

**Закон Джоуля — Ленца.** Закон, определяющий количество теплоты, которое выделяет проводник с током в окружающую среду, был впервые установлен экспериментально английским ученым Д. Джоулем (1818—1889) и русским ученым Э. Х. Ленцем (1804—1865). **Закон Джоуля — Ленца** гласит:

**ля — Ленца** формулируется следующим образом: **количество теплоты, выделяемой проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения тока по проводнику:**

$$Q = I^2 R \Delta t. \quad (15.14)$$

Мы получили этот закон с помощью рассуждений, основанных на законе сохранения энергии. Формула (15.14) позволяет вычислить количество теплоты, выделяемое на любом участке цепи, содержащем какие угодно проводники.

**Мощность тока.** Любой электрический прибор (лампа, электродвигатель и т. д.) рассчитан на потребление определенной энергии в единицу времени. Поэтому, наряду с работой тока, очень важное значение имеет понятие **мощность тока**. **Мощность тока равна отношению работы тока ко времени прохождения тока.**

Согласно этому определению мощность тока

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \quad (15.15)$$

Из этой формулы очевидно, что мощность тока выражается в **ваттах** (Вт).

Это выражение для мощности тока можно переписать в нескольких эквивалентных формах, используя закон Ома для участка цепи:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

На большинстве приборов указана потребляемая ими мощность.

Прохождение по проводнику электрического тока сопровождается выделением в нем энергии. Эта энергия определяется работой тока — произведением перенесенного заряда и напряжения на концах проводника.

- 1. Что называют работой тока?
- 2. Что такое мощность тока?
- 3. В каких единицах выражается мощность тока?

## § 107 ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

Любой источник тока характеризуется электродвижущей силой, или, сокращенно, ЭДС. Так, на круглой батарейке для карманного фонарика написано: 1,5 В. Что это значит?

Соедините проводником два металлических шарика, несущих заряды противоположных знаков. Под влиянием

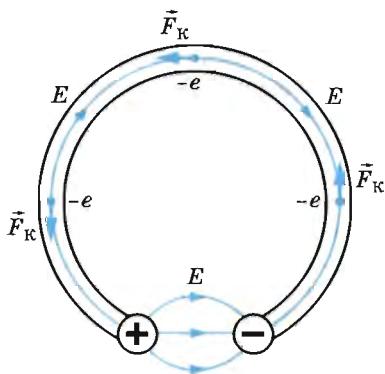


Рис. 15.7

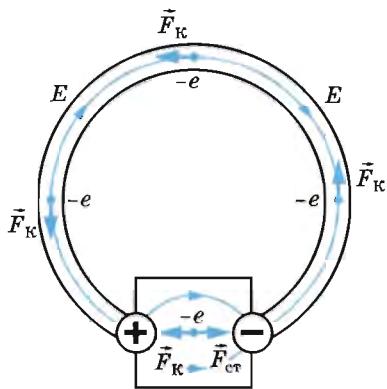


Рис. 15.8

электрического поля этих зарядов в проводнике возникает электрический ток (рис. 15.7). Но этот ток будет очень кратковременным. Заряды быстро нейтрализуют друг друга, потенциалы шариков станут одинаковыми, и электрическое поле исчезнет.

**Сторонние силы.** Для того чтобы ток был постоянным, надо поддерживать постоянное напряжение между шариками. Для этого необходимо устройство (*источник тока*), которое перемещало бы заряды от одного шарика к другому в направлении, противоположном направлению сил, действующих на эти заряды со стороны электрического поля шариков. В таком устройстве на заряды, кроме электрических сил, должны действовать силы неэлектростатического происхождения (рис. 15.8). Одно лишь электрическое поле заряженных частиц (*кулоновское поле*) не способно поддерживать постоянный ток в цепи.

Любые силы, действующие на электрически заряженные частицы, за исключением сил электростатического происхождения (т. е. кулонаовских), называют **сторонними силами**.

Вывод о необходимости сторонних сил для поддержания постоянного тока в цепи станет еще очевиднее, если обратиться к закону сохранения энергии. Электростатическое поле потенциально. Работа этого поля при перемещении в нем заряженных частиц вдоль замкнутой электрической цепи равна нулю. Прохождение же тока по проводникам сопровождается выделением энергии — проводник нагревается. Следовательно, в цепи должен быть какой-то источник энергии, поставляющий ее в цель. В нем, помимо кулонаовских сил, обязательно должны действовать стороны, непотенциальные силы. Работа этих сил вдоль замкнутого контура должна быть отлична от нуля. Именно в процессе совершения работы этими силами заряженные

частицы приобретают внутри источника тока энергию и отдают ее затем проводникам электрической цепи.

Сторонние силы приводят в движение заряженные частицы внутри всех источников тока: в генераторах на электростанциях, в гальванических элементах, аккумуляторах и т. д.

При замыкании цепи создается электрическое поле во всех проводниках цепи. Внутри источника тока заряды движутся под действием *сторонних сил против кулоновских сил* (электроны от положительно заряженного электрода к отрицательному), а во внешней цепи их приводит в движение электрическое поле (см. рис. 15.8).

**Природа сторонних сил.** Природа сторонних сил может быть разнообразной. В генераторах электростанций сторонние силы — это силы, действующие со стороны магнитного поля на электроны в движущемся проводнике.

В гальваническом элементе, например элементе Вольта, действуют химические силы. Элемент Вольта состоит из цинкового и медного электродов, помещенных в раствор серной кислоты. Химические силы вызывают растворение цинка в кислоте. В раствор переходят положительно заряженные ионы цинка, а сам цинковый электрод при этом заряжается отрицательно. (Медь очень мало растворяется в серной кислоте.) Между цинковым и медным электродами появляется разность потенциалов, которая и обуславливает ток в замкнутой электрической цепи.

**Электродвижущая сила.** Действие сторонних сил характеризуется важной физической величиной, называемой *электродвижущей силой* (сокращенно ЭДС).

**Электродвижущая сила источника тока равна отношению работы сторонних сил при перемещении заряда по замкнутому контуру к величине этого заряда:**

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ct}}{q}. \quad (15.16)$$

Электродвижущую силу, как и напряжение, выражают в вольтах.

Можно говорить также об электродвижущей силе и на любом участке цепи. Это удельная работа сторонних сил (работа по перемещению единичного заряда) не во всем контуре, а только на данном участке. **Электродвижущая сила гальванического элемента** есть величина, численно равная работе сторонних сил при перемещении единично-го положительного заряда внутри элемента от одного полюса к другому. Работа сторонних сил не может быть выражена через разность потенциалов, так как сторонние силы непотенциальны и их работа зависит от формы траектории перемещения зарядов. Так, например, работа сто-

ронних сил при перемещении заряда между клеммами источника тока вне самого источника равна нулю.

Теперь вы знаете, что такое ЭДС. Если на батарейке написано 1,5 В, то это означает, что сторонние силы (химические в данном случае) совершают работу 1,5 Дж при перемещении заряда в 1 Кл от одного полюса батарейки к другому. Постоянный ток не может существовать в замкнутой цепи, если в ней не действуют сторонние силы, т. е. нет ЭДС.



1. Почему электрическое поле заряженных частиц (кулоновское поле) не способно поддерживать постоянный электрический ток в цепи?
2. Какие силы принято называть сторонними?
3. Что называют электродвижущей силой?

## § 108 ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ

Рассмотрим простейшую полную (т. е. замкнутую) цепь, состоящую из источника тока (гальванического элемента, аккумулятора или генератора) и резистора сопротивлением  $R$  (рис. 15.9). Источник тока имеет ЭДС  $\mathcal{E}$  и сопротивление  $r$ . Сопротивление источника часто называют *внутренним сопротивлением* — в отличие от внешнего сопротивления  $R$  цепи. В генераторе  $r$  — это сопротивление обмоток, а в гальваническом элементе — сопротивление раствора электролита и электродов.

Закон Ома для замкнутой цепи связывает силу тока в цепи, ЭДС и *полное сопротивление цепи*  $R + r$ . Эта связь может быть установлена теоретически, если использовать закон сохранения энергии и закон Джоуля — Ленца (15.14).

Пусть за время  $\Delta t$  через поперечное сечение проводника проходит электрический заряд  $\Delta q$ . Тогда работу сторонних сил при перемещении заряда  $\Delta q$  можно записать так:  $A_{ct} = \mathcal{E}\Delta q$ . Согласно определению силы тока (15.1)  $\Delta q = I\Delta t$ . Поэтому

$$A_{ct} = \mathcal{E}I\Delta t. \quad (15.17)$$

При совершении этой работы на внутреннем и внешнем участках цепи, сопротивления которых  $r$  и  $R$ , выделяется некоторое количество теплоты. По закону Джоуля — Ленца оно равно:

$$Q = I^2R\Delta t + I^2r\Delta t. \quad (15.18)$$

По закону сохранения энергии  $A_{ct} = Q$ , откуда получаем

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (15.19)$$

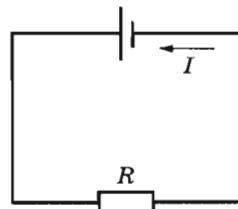


Рис. 15.9

Произведение силы тока и сопротивления участка цепи часто называют *падением напряжения на этом участке*. Таким образом, ЭДС равна сумме падений напряжения на внутреннем и внешнем участках замкнутой цепи.

**Закон Ома для замкнутой цепи** записывают в виде:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (15.20)$$

**Сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС источника тока к полному сопротивлению цепи.**

Сила тока в цепи зависит от трех величин: ЭДС  $\mathcal{E}$ , сопротивлений  $R$  внешнего и  $r$  внутреннего участков цепи. Внутреннее сопротивление источника тока не оказывает заметного влияния на силу тока, если оно мало по сравнению с сопротивлением внешней части цепи ( $R \gg r$ ). При этом напряжение на зажимах источника примерно равно ЭДС:  $U = IR = \mathcal{E} - Ir \approx \mathcal{E}$ .

При коротком замыкании, когда  $R \approx 0$ , сила тока в цепи определяется именно внутренним сопротивлением источника и при электродвижущей силе в несколько вольт может оказаться очень большой, если  $r$  мало (например, у аккумулятора  $r \approx 0,1\text{--}0,001$  Ом). Провода могут распаяться, а сам источник выйти из строя.

Если цепь содержит несколько последовательно соединенных элементов с ЭДС  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_3$  и т. д., то *полная ЭДС цепи равна алгебраической сумме ЭДС отдельных элементов*. Для определения знака ЭДС любого источника нужно вначале условиться относительно выбора положительного направления обхода контура. На рисунке 15.10 положительным (произвольно) считают направление обхода против часовой стрелки.

Если при обходе цепи данный источник стремится вызвать ток в направлении обхода, то его ЭДС берется положительной,  $\mathcal{E} > 0$ . Сторонние силы внутри источника совершают при этом положительную работу.

Если же при обходе цепи данный источник вызывает ток против направления обхода цепи, то его ЭДС будет отрицательной,  $\mathcal{E} < 0$ . Сторонние силы внутри источника совершают отрицательную работу. Так, для цепи, изображенной на рисунке 15.10, при обходе контура против часовой стрелки получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = \\ &= |\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2| + |\mathcal{E}_3|. \end{aligned}$$

Рис. 15.10



Если  $\mathcal{E} > 0$ , то согласно формуле (15.20) сила тока  $I > 0$ , т. е. направление тока совпадает с направлением обхода контура. При  $\mathcal{E} < 0$ , наоборот, направление тока противоположно направлению обхода контура. Полное сопротивление цепи  $R_{\text{п}}$  равно сумме всех сопротивлений (рис. 15.10):

$$R_{\text{п}} = R + r_1 + r_2 + r_3.$$

Сила тока в замкнутой цепи равна ЭДС в этой цепи, деленной на ее полное сопротивление.



1. От чего зависит знак ЭДС в законе Ома для замкнутой цепи?
2. Чему равно внешнее сопротивление в случаях: а) короткого замыкания; б) разомкнутой цепи?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на применение закона Ома, кроме самого закона Ома, необходимо учитывать, что при последовательном соединении проводников сила тока во всех проводниках одинакова, а при параллельном их соединении напряжение одинаково на всех проводниках.

Формулы (15.6), (15.7), (15.9) и (15.11) вытекают из закона Ома. Их надо применять при решении задач.

При решении задач, связанных с расчетом работы и мощности тока, надо применять формулы (15.13) и (15.15).

Для определения тока в замкнутой цепи надо использовать закон Ома для полной цепи, а в случае нескольких источников правильно определить суммарную ЭДС.

1. Сила тока в цепи, содержащей реостат,  $I = 3,2 \text{ А}$ . Напряжение между клеммами реостата  $U = 14,4 \text{ В}$ . Чему равно сопротивление  $R$  той части реостата, в которой идет ток?

**Решение.** Согласно закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}, \text{ отсюда } R = \frac{U}{I} = 4,5 \text{ Ом.}$$

2. Аккумулятор с ЭДС  $\mathcal{E} = 6,0 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,1 \text{ Ом}$  питает внешнюю цепь с сопротивлением  $R = 12,4 \text{ Ом}$ . Какое количество теплоты  $Q$  выделится во всей цепи за время  $t = 10 \text{ мин}$ ?

**Решение.** Согласно закону Ома для замкнутой цепи ток в цепи равен  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ . Количество теплоты, выделившееся на внешнем участке цепи, равно  $Q_1 = I^2 R t$ , на внутреннем —  $Q_2 = I^2 r t$ . Полное количество теплоты равно:

$$Q = Q_1 + Q_2 = I^2 (R + r) t = \frac{\mathcal{E}^2 t}{R + r} \approx 1,7 \text{ кДж.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 19

1. Электроны, летящие к экрану телевизионной трубы, образуют электронный пучок. В какую сторону направлен ток пучка?

2. Определите площадь поперечного сечения и длину медного проводника, если его сопротивление  $0,2\text{ Ом}$ , а масса  $0,2\text{ кг}$ . Плотность меди  $8900\text{ кг}/\text{м}^3$ , удельное сопротивление  $1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

3. К концам медного проводника длиной  $300\text{ м}$  приложено напряжение  $36\text{ В}$ . Найдите среднюю скорость упорядоченного движения электронов в проводнике, если концентрация электронов проводимости в меди  $8,5 \cdot 10^{28}\text{ м}^{-3}$ .

4. За некоторый промежуток времени электрическая плитка, включенная в сеть с постоянным напряжением, выделила количество теплоты  $Q$ . Какое количество теплоты выделят за то же время две такие плитки, включенные в ту же сеть последовательно? параллельно? Изменение сопротивления спирали в зависимости от температуры не учитывать.

5. Чему равно напряжение на клеммах гальванического элемента с ЭДС, равной  $\mathcal{E}$ , если цепь разомкнута?

6. Чему равна сила тока при коротком замыкании аккумулятора с ЭДС  $\mathcal{E} = 12\text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,01\text{ Ом}$ ?

7. Батарейка для карманного фонаря замкнута на резистор переменного сопротивления. При сопротивлении резистора  $1,65\text{ Ом}$  напряжение на нем равно  $3,30\text{ В}$ , а при сопротивлении  $3,50\text{ Ом}$  напряжение равно  $3,50\text{ В}$ . Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батарейки.

8. Источники тока с ЭДС  $4,50$  и  $1,50\text{ В}$  и внутренними сопротивлениями  $1,50$  и  $0,50\text{ Ом}$ , соединенные, как показано на рисунке 15.11, питают лампу от карманного фонаря. Какую мощность потребляет лампа, если известно, что сопротивление ее нити в нагретом состоянии равно  $23\text{ Ом}$ ?

9. Замкнутая цепь питается от источника с ЭДС  $\mathcal{E} = 6\text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $0,1\text{ Ом}$ . Постройте графики зависимости силы тока в цепи, напряжения на зажимах источника и мощности от сопротивления внешнего участка.

10. Два элемента, имеющие одинаковые ЭДС по  $4,1\text{ В}$  и одинаковые внутренние сопротивления по  $4\text{ Ом}$ , соединены одноименными полюсами, от которых сделаны выводы, так что получилась батарейка. Какую ЭДС и какое внутреннее сопротивление должен иметь элемент, которым можно было бы заменить такую батарейку?

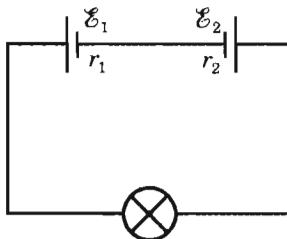


Рис. 15.11

## Глава 15. КРАТКИЕ ИТОГИ

Направленное (упорядоченное) движение заряженных частиц называют электрическим током. Сила тока равна отношению заряда  $\Delta q$ , переносимого через поперечное сечение проводника за интервал времени  $\Delta t$ , к этому интервалу.

Силу тока измеряют в амперах. Согласно закону Ома для участка цепи  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  — напряжение на концах участка цепи, а  $R$  — сопротивление участка цепи. Единица сопротивления в СИ — ом:  $1 \text{ Ом} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А}}$ .

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу, называемую работой тока. Работа тока за время  $\Delta t$  на участке проводника равна:  $A = IU\Delta t$ .

Количество теплоты, выделяемое в проводнике с током, согласно закону Джоуля — Ленца равно:  $Q = I^2R\Delta t$ .

$$\text{Мощность тока } P = \frac{A}{\Delta t} = IU.$$

В цепи для поддержания тока в ней должны существовать непотенциальные сторонние силы той или иной природы. Они действуют внутри источника тока, включаемого в цепь. Отношение работы сторонних сил при перемещении заряда  $q$  вдоль замкнутого контура к этому заряду называют электродвижущей силой:  $\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$ .

Сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС к полному сопротивлению цепи:  $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ .

## Глава 16 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

В этой главе вы познакомитесь с физическими процессами, обусловливающими прохождение тока в различных средах.

### § 109 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ ВЕЩЕСТВ

Электрический ток проводят твердые, жидкые и газообразные тела. Чем эти проводники отличаются друг от друга?

Мы познакомились с электрическим током в металлических проводниках и с установленной экспериментально вольт-амперной характеристикой этих проводников — за-

коном Ома. Металлические проводники находят самое широкое применение в передаче электроэнергии от источников тока к потребителям. Кроме того, эти проводники используются в электродвигателях и генераторах, электронагревательных приборах и т. д.

Наряду с металлами хорошими проводниками, т. е. веществами с большим количеством свободных заряженных частиц, являются водные растворы или расплавы электролитов и ионизованный газ — плазма. Эти проводники также широко используются в технике.

В вакуумных электронных приборах электрический ток образуют потоки электронов.

Кроме *проводников* и *диэлектриков* (веществ со сравнительно небольшим количеством свободных заряженных частиц), имеется группа веществ, проводимость которых занимает промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Эти вещества не настолько хорошо проводят электричество, чтобы их назвать проводниками, но и не настолько плохо, чтобы их отнести к диэлектрикам. Поэтому они получили название **полупроводников**.

Долгое время полупроводники не играли заметной практической роли. В электротехнике и радиотехнике применяли исключительно различные проводники и диэлектрики. Положение существенно изменилось, когда сначала была предсказана теоретически, а затем обнаружена и изучена легкоосуществимая возможность управления электрической проводимостью полупроводников.

---

Для передачи электрической энергии по проводам применяют проводники.

Полупроводники применяют в качестве элементов, преобразующих ток в радиоприемниках, вычислительных машинах и т. д.

---

- 
1. Какие вещества являются хорошими проводниками?
  2. Чем отличаются проводники от полупроводников?

## § 110 ЭЛЕКТРОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Начнем с металлических проводников. Вольт-амперная характеристика этих проводников нам известна, но пока ничего не говорилось о ее объяснении с точки зрения молекулярно-кинетической теории.

Носителями свободных зарядов в металлах являются электроны. Их концентрация велика — порядка  $10^{28}$  1/ $\text{м}^3$ . Эти электроны участвуют в беспорядочном тепловом движении. Под действием электрического поля они начинают

**Мандельштам Леонид Исаакович**  
(1879—1944) — советский физик, академик. Л. И. Мандельштам внес большой вклад в развитие теории колебаний, радиофизики и оптики. Совместно с Г. С. Ландсбергом им было открыто рассеяние света кристаллами, сопровождающееся изменением частоты (так называемое комбинационное рассеяние). Л. И. Мандельштам создал целое научное направление в советской физике. Его учениками являются академики А. А. Андронов, М. А. Леонтович, чл.-корр. АН СССР С. М. Рытов, профессор С. П. Стрелков и многие другие.



перемещаться упорядоченно со средней скоростью порядка  $10^{-4}$  м/с.

**Экспериментальное доказательство существования свободных электронов в металлах.** Экспериментальное доказательство того, что проводимость металлов обусловлена движением свободных электронов, было дано в опытах Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси (1913), Б. Стюарта и Р. Толмена (1916). Схема этих опытов такова.

На катушку наматывают проволоку, концы которой припаивают к двум металлическим дискам, изолированным друг от друга (рис. 16.1). К концам дисков при помощи скользящих контактов подключают гальванометр.

Катушку приводят в быстрое вращение, а затем резко останавливают. После резкой остановки катушки свободные заряженные частицы некоторое время движутся относительно проводника по инерции и, следовательно, в катушке возникает электрический ток. Ток существует незначительное время, так как из-за сопротивления проводника заряженные частицы тормозятся и упорядоченное движение частиц, образующее ток, прекращается.

Направление тока в этом опыте говорит о том, что он создается движением отрицательно заряженных частиц. Переносимый при этом заряд пропорционален отношению заряда частиц, создающих ток, к их массе, т. е.  $|q|/m$ . Поэтому, измеряя заряд, проходящий через гальванометр за время существования тока в цепи, удалось определить это отношение. Оно оказалось равным  $1,8 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Эта величина совпадала с отношением заряда электрона к его массе  $e/m$ , найденным ранее из других опытов.



Рис. 16.1

**Движение электронов в металле.** Электроны под влиянием силы, действующей на них со стороны электрического поля, приобретают определенную скорость упорядоченного движения. Эта скорость не увеличивается в дальнейшем со временем, так как, сталкиваясь с ионами кристаллической решетки, электроны теряют направленное движение, а затем опять под действием электрического поля начинают двигаться направленно. В результате средняя скорость упорядоченного движения электронов оказывается пропорциональной напряженности электрического поля в проводнике  $v \sim E$  и, следовательно, разности потенциалов на концах проводника, так как  $E = \frac{U}{l}$ , где  $l$  — длина проводника.

Сила тока в проводнике пропорциональна скорости упорядоченного движения частиц (см. формулу (15.2)). Поэтому можем сказать, что сила тока пропорциональна разности потенциалов на концах проводника:  $I \sim U$ . В этом состоит *качественное объяснение закона Ома* на основе электронной теории проводимости металлов.

Построить удовлетворительную количественную теорию движения электронов в металле на основе законов классической механики невозможно. Дело в том, что условия движения электронов в металле таковы, что классическая механика Ньютона неприменима для описания этого движения.

Наиболее наглядно это видно из следующего примера. Если экспериментально определить среднюю кинетическую энергию теплового движения электронов в металле при комнатной температуре и найти соответствующую этой энергии температуру, то получим температуру порядка  $10^5$ — $10^6$  К. Такая температура существует внутри звезд. Движение электронов в металле подчиняется законам квантовой механики.

Экспериментально доказано, что носителями свободных зарядов в металлах являются электроны. Под действием электрического поля электроны движутся с постоянной средней скоростью, испытывая тормозящее влияние со стороны кристаллической решетки. Скорость упорядоченного движения электронов прямо пропорциональна напряженности поля в проводнике.



1. Катушка (см. рис. 16.1) вращалась по часовой стрелке, а затем была резко заторможена. Каково направление электрического тока в катушке в момент торможения?
2. Как скорость упорядоченного движения электронов в металлическом проводнике зависит от напряжения на концах проводника?

Различные вещества имеют разные удельные сопротивления (см. § 104). Зависит ли сопротивление от состояния проводника? от его температуры? Ответ должен дать опыт.

Если пропустить ток от аккумулятора через стальную спираль, а затем начать нагревать ее в пламени горелки, то амперметр покажет уменьшение силы тока. Это означает, что с изменением температуры сопротивление проводника меняется.

Если при температуре, равной  $0^{\circ}\text{C}$ , сопротивление проводника равно  $R_0$ , а при температуре  $t$  оно равно  $R$ , то относительное изменение сопротивления, как показывает опыт, прямо пропорционально изменению температуры  $t$ :

$$\frac{R - R_0}{R} = \alpha t. \quad (16.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называют **температурным коэффициентом сопротивления**. Он характеризует зависимость сопротивления вещества от температуры. Температурный коэффициент сопротивления численно равен относительному изменению сопротивления проводника при нагревании на 1 К. Для всех металлических проводников коэффициент  $\alpha > 0$  и незначительно меняется с изменением температуры. Если интервал изменения температуры невелик, то температурный коэффициент можно считать постоянным и равным его среднему значению на этом интервале температур. У чистых металлов  $\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ К}^{-1}$ . У растворов электролитов сопротивление с ростом температуры не увеличивается, а уменьшается. Для них  $\alpha < 0$ . Например, для 10%-ного раствора поваренной соли  $\alpha = -0,02 \text{ К}^{-1}$ .

При нагревании проводника его геометрические размеры меняются незначительно. Сопротивление проводника меняется в основном за счет изменения его удельного сопротивления. Можно найти зависимость этого удельного сопротивления от температуры, если в формулу (16.1) подставить значения  $R = \rho \frac{l}{S}$  и  $R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}$ .

Вычисления приводят к следующему результату:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t). \quad (16.2)$$

Так как  $\alpha$  мало меняется при изменении температуры проводника, то можно считать, что удельное сопротивление проводника линейно зависит от температуры (рис. 16.2).

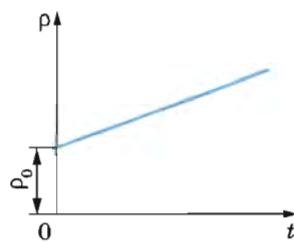


Рис. 16.2

Увеличение сопротивления можно объяснить тем, что при повышении температуры увеличивается амплитуда колебаний ионов в узлах кристаллической решетки, поэтому свободные электроны сталкиваются с ними чаще, теряя при этом направленность движения. Хотя коэффициент  $\alpha$  довольно мал, учет зависимости сопротивления от температуры при расчете нагревательных приборов совершенно необходим. Так, сопротивление вольфрамовой нити лампы накаливания увеличивается при прохождении по ней тока более чем в 10 раз.

У некоторых сплавов, например у сплава меди с никелем (константан), температурный коэффициент сопротивления очень мал:  $\alpha \approx 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ ; удельное сопротивление константана велико:  $\rho \approx 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Такие сплавы используют для изготовления эталонных сопротивлений и добавочных сопротивлений к измерительным приборам, т. е. в тех случаях, когда требуется, чтобы сопротивление заметно не менялось при колебаниях температуры.

Зависимость сопротивления металлов от температуры используют в *термометрах сопротивления*. Обычно в качестве основного рабочего элемента такого термометра берут платиновую проволоку, зависимость сопротивления которой от температуры хорошо известна. Об изменениях температуры судят по изменению сопротивления проволоки, которое можно измерить.

Такие термометры позволяют измерять очень низкие и очень высокие температуры, когда обычные жидкостные термометры непригодны.

---

Удельное сопротивление металлов растет линейно с увеличением температуры. У растворов электролитов оно уменьшается при увеличении температуры.

---



1. Когда электрическая лампочка потребляет большую мощность: сразу после включения ее в сеть или спустя несколько минут?
2. Если бы сопротивление спирали электроплитки не менялось с температурой, то ее длина при номинальной мощности должна быть большей или меньшей?

## § 112 СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

Сопротивление проводников зависит от температуры. Сопротивление металлов уменьшается с уменьшением температуры. Что произойдет при стремлении температуры к абсолютному нулю?

В 1911 г. голландский физик Х. Камерлинг-ОНнес открыл замечательное явление — *сверхпроводимость*. Он обнаружил, что при охлаждении ртути в жидком гелии

ее сопротивление сначала меняется постепенно, а затем при температуре 4,1 К очень резко падает до нуля (рис. 16.3). Температура, при которой вещество переходит в сверхпроводящее состояние, называется критической температурой. Это явление было названо сверхпроводимостью. Позже было открыто много других сверхпроводников.

Сверхпроводимость многих металлов и сплавов наблюдается при очень низких температурах — начиная примерно с 25 К. В справочных таблицах приводятся температуры перехода в сверхпроводящее состояние некоторых веществ.

Если в кольцевом проводнике, находящемся в сверхпроводящем состоянии, создать ток, а затем устраниć источник тока, то сила этого тока не меняется сколь угодно долго. В обычном же (несверхпроводящем) проводнике электрический ток в этом случае прекращается.

Сверхпроводники находят широкое применение. Так, сооружают мощные электромагниты со сверхпроводящей обмоткой, которые создают магнитное поле на протяжении длительных интервалов времени без затрат энергии. Ведь *выделения тепла в сверхпроводящей обмотке не происходит*.

Однако получить сколь угодно сильное магнитное поле с помощью сверхпроводящего магнита нельзя. Очень сильное магнитное поле разрушает сверхпроводящее состояние. Такое поле может быть создано и током в самом сверхпроводнике. Поэтому для каждого проводника в сверхпроводящем состоянии существует критическое значение силы тока, превзойти которое, не нарушая сверхпроводящего состояния, нельзя.

Сверхпроводящие магниты используются в ускорителях элементарных частиц, магнитогидродинамических генераторах, преобразующих механическую энергию струи раскаленного ионизованного газа, движущегося в магнитном поле, в электрическую энергию.

Если бы удалось создать сверхпроводящие материалы при температурах, близких к комнатным, то была бы решена важнейшая техническая проблема — *передача энергии по проводам без потерь*. В настоящее время физики работают над ее решением.

Объяснение сверхпроводимости возможно только на основе квантовой теории. Оно было дано лишь в 1957 г. американскими учеными Дж. Бардином, Л. Купером, Дж. Шраффером и советским ученым, академиком Н. Н. Боголюбовым.

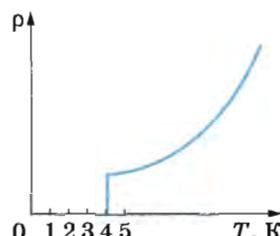


Рис. 16.3

Физический механизм сверхпроводимости довольно сложен. Очень упрощенно его можно объяснить так: электроны объединяются в правильную шеренгу и движутся не сталкиваясь с кристаллической решеткой, состоящей из ионов. Это движение существенно отличается от обычного теплового движения, при котором свободный электрон движется хаотично.

В 1986 г. была открыта высокотемпературная сверхпроводимость. Получены сложные оксидные соединения лантана, бария и других элементов (керамики) с температурой перехода в сверхпроводящее состояние около 100 К. Это выше температуры кипения жидкого азота при атмосферном давлении (77 К).

Высокотемпературная сверхпроводимость в недалеком будущем приведет наверняка к новой технической революции во всей электротехнике, радиотехнике, конструировании ЭВМ. Сейчас прогресс в этой области тормозится необходимостью охлаждения проводников до температур кипения дорогого газа — гелия.

Надо надеяться, что удастся создать сверхпроводники при комнатной температуре. Генераторы и электродвигатели станут исключительно компактными (уменьшатся в несколько раз) и экономичными. Электроэнергию можно будет передавать на любые расстояния без потерь и аккумулировать в простых устройствах.

Многие металлы и сплавы при температурах ниже 25 К полностью теряют сопротивление — становятся сверхпроводниками.

Недавно была открыта высокотемпературная сверхпроводимость.



1. Каковы главные технические трудности использования сверхпроводников на практике?
2. Как убедиться в том, что в кольцевом сверхпроводнике действительно устанавливается неизменный ток?

## § 113 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В чем главное отличие полупроводников от проводников? Какие особенности строения полупроводников открыли им доступ во все радиоустройства, телевизоры и ЭВМ?

Отличие проводников от полупроводников особенно проявляется при анализе зависимости их электропроводимости от температуры. Исследования показывают, что у ряда элементов (кремний, германий, селен и др.) и соединений (PbS, CdS, GaAs и др.) удельное сопротивление с увеличением температуры не растет, как у металлов

(см. рис. 16.3), а, наоборот, чрезвычайно резко уменьшается (рис. 16.4). Такие вещества и называют **полупроводниками**.

Из графика, изображенного на рисунке, видно, что при температурах, близких к абсолютному нулю, удельное сопротивление полупроводников очень велико. Это означает, что при низких температурах полупроводник ведет себя как диэлектрик. По мере повышения температуры его удельное сопротивление быстро уменьшается.

**Строение полупроводников.** Для того чтобы включить транзисторный приемник, знать ничего не надо. Но чтобы его создать, надо было знать очень много и обладать незаурядным талантом. Понять же в общих чертах, как работает транзистор, не так уж и трудно. Сначала необходимо познакомиться с механизмом проводимости в полупроводниках. А для этого придется вникнуть в *природу связей*, удерживающих атомы полупроводникового кристалла друг возле друга.

Для примера рассмотрим кристалл кремния.

Кремний — четырехвалентный элемент. Это означает, что во внешней оболочке его атома имеется четыре электрона, сравнительно слабо связанных с ядром. Число ближайших соседей каждого атома кремния также равно четырем. Схема структуры кристалла кремния изображена на рисунке 16.5.

Взаимодействие пары соседних атомов осуществляется с помощью парноэлектронной связи, называемой **ковалентной связью**. В образовании этой связи от каждого атома участвует по одному валентному электрону, которые отделяются от атома, которому они принадлежат (коллективируются кристаллом) и при своем движении большую часть времени проводят в пространстве между соседними атомами. Их отрицательный заряд удерживает положительные ионы кремния друг возле друга.

Не надо думать, что коллективированная пара электронов принадлежит лишь двум атомам. Каждый атом образует четыре связи с соседними, и любой валентный электрон может двигаться по одной из них. Дойдя до со-

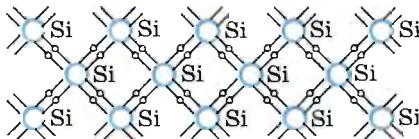


Рис. 16.5

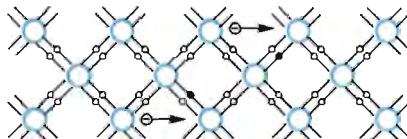


Рис. 16.6

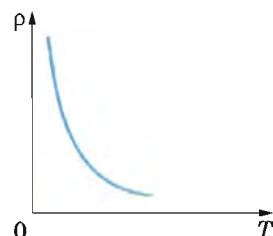


Рис. 16.4

седнего атома, он может перейти к следующему, а затем дальше вдоль всего кристалла. Валентные электроны принадлежат всему кристаллу.

Парноэлектронные связи в кристалле кремния достаточно прочны и при низких температурах не разрываются. Поэтому кремний при низкой температуре не проводит электрический ток. Участвующие в связи атомов валентные электроны являются как бы «цементирующим раствором», удерживающим кристаллическую решетку, и внешнее электрическое поле не оказывает заметного влияния на их движение. Аналогичное строение имеет кристалл германия.

**Электронная проводимость.** При нагревании кремния кинетическая энергия частиц повышается, и наступает разрыв отдельных связей. Некоторые электроны покидают свои «проторечные пути» и становятся свободными, подобно электронам в металле. В электрическом поле они перемещаются между узлами решетки, создавая электрический ток (рис. 16.6).

Проводимость полупроводников, обусловленную наличием у них свободных электронов, называют **электронной проводимостью**. При повышении температуры число разорванных связей, а значит, и свободных электронов увеличивается. При нагревании от 300 до 700 К число свободных носителей заряда увеличивается от  $10^{17}$  до  $10^{24} \text{ 1/m}^3$ . Это приводит к уменьшению сопротивления.

**Дырочная проводимость.** При разрыве связи между атомами полупроводника образуется вакантное место с недостающим электроном. Его называют **дыркой**. В дырке имеется избыточный положительный заряд по сравнению с остальными, не разорванными связями (см. рис. 16.6).

Положение дырки в кристалле не является неизменным. Непрерывно происходит следующий процесс. Один из электронов, обеспечивающих связь атомов, перескакивает на место образовавшейся дырки и восстанавливает здесь парноэлектронную связь, а там, откуда перескочил этот электрон, образуется новая дырка. Таким образом, дырка может перемещаться по всему кристаллу.

Если напряженность электрического поля в образце равна нулю, то перемещение дырок, равнозначное перемещению положительных зарядов, происходит беспорядочно и поэтому не создает электрического тока. При наличии электрического поля возникает упорядоченное перемещение дырок,

и, таким образом, к электрическому току свободных электронов добавляется электрический ток, связанный с перемещением дырок. Направление движения дырок противоположно направлению движения электронов (рис. 16.7).

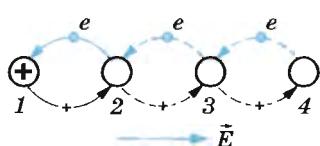


Рис. 16.7

В отсутствие внешнего поля на один свободный электрон (–) приходится одна дырка (+). При наложении поля свободный электрон смещается против напряженности поля. В этом направлении перемещается также один из связанных электронов. Это выглядит как перемещение дырки в направлении поля.

Итак, в полупроводниках имеются носители заряда двух типов: электроны и дырки. Поэтому полупроводники обладают не только электронной, но и дырочной проводимостью.

Мы рассмотрели механизм проводимости чистых полупроводников. Проводимость при этих условиях называют собственной проводимостью полупроводников.

Проводимость чистых полупроводников (собственная проводимость) осуществляется перемещением свободных электронов (электронная проводимость) и перемещением связанных электронов на вакантные места парноэлектронных связей (дырочная проводимость).

- 
1. Какую связь называют ковалентной?
  2. В чем состоит различие зависимости сопротивления полупроводников и металлов от температуры?
  3. Какие подвижные носители зарядов имеются в чистом полупроводнике?
  4. Что происходит при встрече электрона с дыркой?

## § 114 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПРИМЕСЕЙ

Проводимость полупроводников чрезвычайно сильно зависит от примесей. Именно эта зависимость сделала полупроводники тем, чем они стали в современной технике.

Собственная проводимость полупроводников обычно невелика, так как мало число свободных электронов; например, в германии при комнатной температуре  $n_e = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . В то же время число атомов германия в 1 см<sup>3</sup> порядка  $10^{23}$ .

Таким образом, число свободных электронов составляет примерно одну десятимиллиардную часть от общего числа атомов.

Существенная особенность полупроводников состоит в том, что в них при наличии примесей наряду с собственной проводимостью возникает дополнительная — примесная проводимость. Изменяя концентрацию примеси, можно значительно изменять число носителей заряда того или иного знака. Благодаря этому можно создавать полупро-

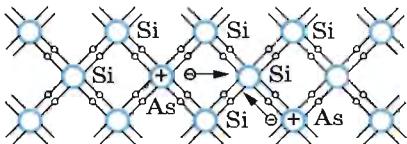


Рис. 16.8

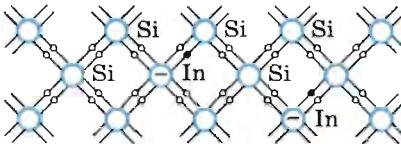


Рис. 16.9

водники с преи́мущественной концентрацией одного из но-сителей тока электронов или дырок. Эта особенность полу-проводников открывает широкие возможности для их практического применения.

**Донорные примеси.** Оказывается, что при наличии при-месей, например атомов мышьяка, даже при очень малой их концентрации, число свободных электронов возрастает во много раз. Происходит это по следующей причине. Ато-мы мышьяка имеют пять валентных электронов. Четыре из них участвуют в создании ковалентной связи данного атома с окружающими, например с атомами кремния. Пятый валентный электрон оказывается слабо связанным с атомом. Он легко покидает атом мышьяка и становится свободным (рис. 16.8).

При добавлении одной десятимиллионной доли атомов мышьяка концентрация свободных электронов становится равной  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Это в тысячу раз больше концентрации свободных электронов в чистом полупроводнике.

Примеси, легко отдающие электроны и, следовательно, увеличивающие число свободных электронов, называют **донорными** (отдающими) **примесями**.

Поскольку полупроводники, имеющие донорные примеси, обладают большим числом электронов (по сравнению с числом дырок), их называют полупроводниками *n*-типа (от английского слова *negative* — отрицательный).

В полупроводнике *n*-типа электроны являются основ-ными носителями заряда, а дырки — неосновными.

**Акцепторные примеси.** Если в качестве примеси ис-пользовать индий, атомы которого трехвалентны, то ха-рактер проводимости полупроводника меняется. Теперь для образования нормальных парноэлектронных связей с соседями атому индия недостает одного электрона. В ре-зультате образуется дырка. Число дырок в кристалле равно числу атомов примеси (рис. 16.9). Такого рода примеси называют **акцепторными** (принимающими).

При наличии электрического поля дырки перемещают-ся по полю и возникает дырочная проводимость. Полупро-водники с преобладанием дырочной проводимости над элек-тронной называют полупроводниками *p*-типа (от анг-лийского слова *positive* — положительный). Основными но-сителями заряда в полупроводнике *p*-типа являются дыр-ки, а неосновными — электроны.

Донорные примеси отдают лишние валентные электроны: образуется полупроводник *n*-типа. Акцепторные примеси создают дырки: образуется полупроводник *p*-типа.



1. Почему сопротивление полупроводников сильно зависит от наличия примесей?
2. Какие носители заряда являются основными в полупроводнике с акцепторной примесью?
3. Какую примесь надо ввести в полупроводник, чтобы получить полупроводник *n*-типа?

## § 115 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК ЧЕРЕЗ КОНТАКТ ПОЛУПРОВОДНИКОВ *p*- И *n*-ТИПОВ

Наиболее интересные явления происходят при контакте полупроводников *n*- и *p*-типов. Эти явления используются в большинстве полупроводниковых приборов.

На рисунке 16.10 изображена схема полупроводника, правая часть которого содержит донорные примеси и поэтому является полупроводником *n*-типа, а левая — акцепторные примеси и представляет собой полупроводник *p*-типа; между ними — зона *перехода* — зона, обедненная зарядами. В ней происходит рекомбинация электронов и дырок. Электроны изображены голубыми кружочками, дырки — серыми. Контакт двух полупроводников называют *p*—*n*- или *n*—*p*-переходом.

При образовании контакта электроны частично переходят из полупроводника *n*-типа в полупроводник *p*-типа, а дырки — в обратном направлении. В результате полупроводник *n*-типа заряжается положительно, а *p*-типа — отрицательно. Диффузия прекращается после того, как электрическое поле, возникающее в зоне перехода, начинает препятствовать дальнейшему перемещению электронов и дырок.

Включим полупроводник с *p*—*n*-переходом в электрическую цепь (рис. 16.11). Подключим сначала батарею так, чтобы потенциал полупроводника *p*-типа был положительным, а *n*-типа — отрицательным. При этом ток через *p*—*n*-переход со-

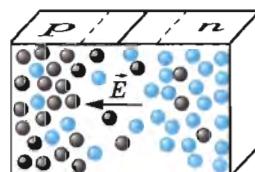


Рис. 16.10

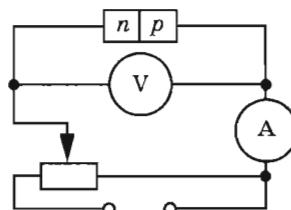


Рис. 16.11

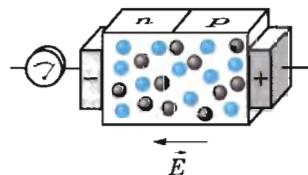


Рис. 16.12

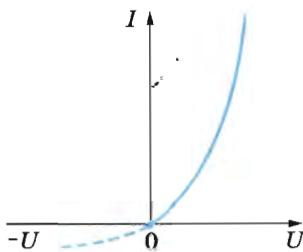


Рис. 16.13

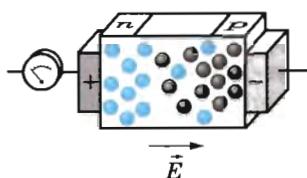


Рис. 16.14

здаются основными носителями: из области *n* в область *p* — электронами, а из области *p* в область *n* — дырками (рис. 16.12).

Вследствие этого проводимость всего образца велика, а сопротивление мало.

Рассмотренный здесь переход называют **прямым**. Зависимость силы тока от разности потенциалов — вольт-амперная характеристика прямого перехода — изображена на рисунке 16.13 сплошной линией.

Изменим теперь полярность подключения батареи. Тогда при той же разности потенциалов сила тока в цепи окажется значительно меньше, чем при прямом переходе. Это обусловлено следующим. Электроны через контакт идут теперь из области *p* в область *n*, а дырки — из области *n* в область *p*. Но ведь в полупроводнике *p*-типа мало свободных электронов, а в полупроводнике *n*-типа мало дырок. Теперь переход через контакт осуществляется неосновными носителями, число которых мало (рис. 16.14). Вследствие этого проводимость образца оказывается незначительной, а сопротивление — большим. Образуется так называемый запирающий слой.

Такой переход называют **обратным**. Вольт-амперная характеристика обратного перехода изображена на рисунке 16.13 штриховой линией.

Таким образом, *p*—*n*-переход можно использовать для выпрямления электрического тока. Такое устройство называется полупроводниковым диодом.

Полупроводниковые диоды изготавливают из германия, кремния, селена и других веществ.

Рассмотрим, как создают *p*—*n*-переход, используя германий, обладающий проводимостью *n*-типа, с небольшой добавкой донорной примеси. Этот переход не удается получить путем механического соединения двух полупроводников с различными типами проводимости, так как при этом получается слишком большой зазор между полупроводниками. Толщина же *p*—*n*-перехода должна быть не больше межатомных расстояний, поэтому в одну из поверхностей образца вплавляют индий. Для создания полупроводникового диода полупроводник с примесью *p*-типа, содержащий атомы индия, нагревается до высокой температуры. Пары примеси *n*-типа (например, мышьяка) осаждают на поверхность кристалла. Вследствие диффузии они внедряются

в кристалл, и на поверхности кристалла с проводимостью *p*-типа образуется область с электронным типом проводимости (рис. 16.15).

Для предотвращения вредных воздействий воздуха и света кристалл германия помещают в герметичный металлический корпус.

Схематическое изображение диода приведено на рисунке 16.16. Полупроводниковые выпрямители обладают высокой надежностью и имеют большой срок службы. Однако они могут работать лишь в ограниченном интервале температур (от  $-70$  до  $125$   $^{\circ}\text{C}$ ).

*p*—*n*-Переход по отношению к току оказывается несимметричным: в прямом направлении сопротивление перехода значительно меньше, чем в обратном.

Свойства *p*—*n*-перехода используют для выпрямления переменного тока. На протяжении половины периода изменения тока через переход, когда потенциал полупроводника *p*-типа положителен, ток свободно проходит через *p*—*n*-переход. В следующую половину периода ток практически равен нулю.



1. Что происходит в контакте двух проводников *n*- и *p*-типов?
2. Что такое запирающий слой?
3. Какой переход называют прямым?
4. Для чего служит полупроводниковый диод?

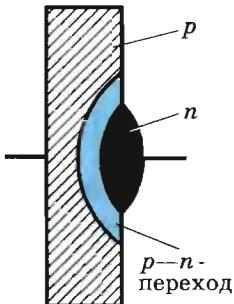


Рис. 16.15

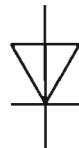


Рис. 16.16

## § 116 ТРАНЗИСТОРЫ

Транзистор<sup>1</sup> — хитроумный прибор. Понять принципы работы транзистора нелегко, но ведь его сумели изобрести! Надеемся, что вы сможете понять, как он работает, даже по краткому описанию.

Рассмотрим один из видов транзисторов из германия или кремния с введенными в них донорными и акцепторными примесями. Распределение примесей таково, что создается очень тонкая (толщиной порядка нескольких микрометров) прослойка полупроводника *n*-типа между двумя слоями полупроводника *p*-типа (рис. 16.17). Эту тонкую прослойку называют **основанием**, или **базой**.

<sup>1</sup> От английских слов transfer — переносить, resistor — сопротивление.

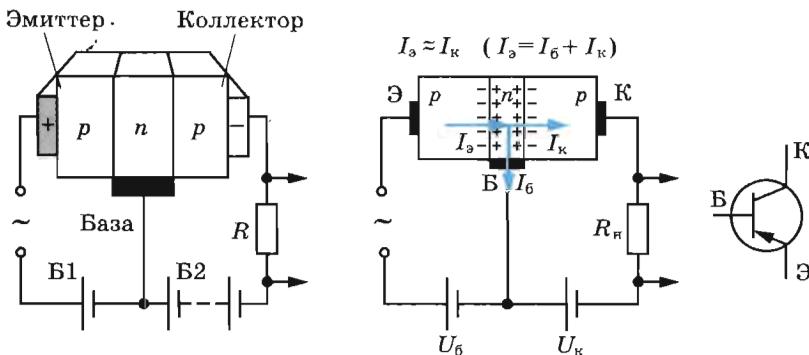


Рис. 16.17

В кристалле образуются два  $p-n$ -перехода, прямые направления которых противоположны. Три вывода от областей с различными типами проводимости позволяют включать транзистор в схему, изображенную на рисунке 16.17. В данной схеме левый  $p-n$ -переход является *прямым* и отделяет базу от области с проводимостью  $p$ -типа, называемую *эмиттером*. Если бы не было правого  $p-n$ -перехода, в цепи эмиттер — база существовал бы ток, зависящий от напряжения источников (батареи  $B_1$  и источника переменного напряжения) и сопротивления цепи, включая малое сопротивление прямого перехода эмиттер — база.

Батарея  $B_2$  включена так, что правый  $p-n$ -переход в схеме (см. рис. 16.17) является *обратным*. Он отделяет базу от правой области с проводимостью  $p$ -типа, называемой *коллектором*. Если бы не было левого  $p-n$ -перехода, сила тока в цепи коллектора была бы близка к нулю, так как сопротивление обратного перехода очень велико. При существовании же тока в левом  $p-n$ -переходе появляется ток и в цепи коллектора, причем сила тока в коллекторе лишь немного меньше силы тока в эмиттере<sup>1</sup>.

Это объясняется следующим. При создании напряжения между эмиттером и базой основные носители полупроводника  $p$ -типа (дырки) проникают в базу, где они являются уже *неосновными носителями*. Поскольку толщина базы очень мала и число основных носителей (электронов) в ней невелико, попавшие в нее дырки почти не объединяются (не рекомбинируют) с электронами базы и проникают в коллектор за счет диффузии. Правый  $p-n$ -переход открыт для основных носителей заряда базы — электронов, но не для дырок. В коллекторе дырки увлекаются электри-

<sup>1</sup> Если на эмиттер подано отрицательное напряжение, то левый  $p-n$ -переход будет обратным и ток в цепи эмиттера и в цепи коллектора будет практически отсутствовать.

ческим полем и замыкают цепь. Сила тока, ответвляющаяся в цепь эмиттера из базы, очень мала, так как площадь сечения базы в горизонтальной (см. рис. 16.17) плоскости много меньше сечения в вертикальной плоскости.

Сила тока в коллекторе, почти равная силе тока в эмиттере, изменяется вместе с током через эмиттер. Сопротивление резистора  $R$  мало влияет на ток в коллекторе, и это сопротивление можно сделать достаточно большим. Управляя током эмиттера с помощью источника переменного напряжения, включенного в его цепь, мы получим синхронное изменение напряжения на резисторе  $R$ .

При большом сопротивлении резистора изменение напряжения на нем может в десятки тысяч раз превышать изменение напряжения сигнала в цепи эмиттера. Это означает усиление напряжения. Поэтому на нагрузке  $R$  можно получить электрические сигналы, мощность которых во много раз превосходит мощность, поступающую в цепь эмиттера.

**Применение транзисторов.** Современная электроника базируется на микросхемах и микропроцессорах, включающих в себя колоссальное число транзисторов. Компьютеры, составленные из микросхем и микропроцессоров, фактически изменили окружающий человека мир. В настояще время не существует ни одной области человеческой деятельности, где компьютеры не служили бы активными помощниками человека. Например, в космических исследованиях или высокотехнологичных производствах работают микропроцессоры, уровень организации которых соответствует искусственному интеллекту.

Транзисторы (рис. 16.18, 16.19) получили чрезвычайно широкое распространение в современной технике. Они заменяют электронные лампы в электрических цепях научной, промышленной и бытовой аппаратуры. Портативные радиоприемники, использующие такие приборы, в обиходе называются транзисторами. Преимуществом транзисторов (так же как и полупроводниковых диодов) по сравнению с электронными лампами является прежде всего отсутствие накаленного катода, потребляющего значи-

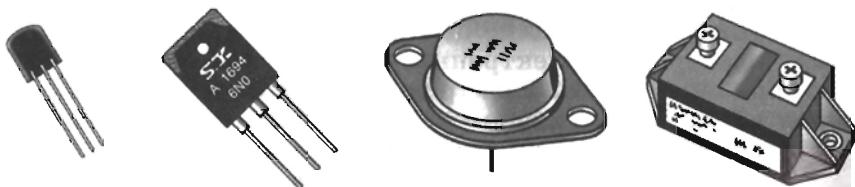


Рис. 16.18

Рис. 16.19

тельную мощность и требующего времени для его разогрева. Кроме того, эти приборы в десятки и сотни раз меньше по размерам и массе, чем электронные лампы. Работают они при более низких напряжениях.

Свойства  $p$ — $n$ -перехода в полупроводниках используются для усиления и генерации электрических колебаний.



1. Почему база транзистора должна быть узкой?
2. Как надо включать в цепь транзистор, у которого база является полупроводником  $p$ -типа, а эмиттер и коллектор — полупроводниками  $n$ -типа?
3. Почему сила тока в коллекторе почти равна силе тока в эмиттере?

## § 117 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ

До открытия уникальных свойств полупроводников в радиотехнике использовались исключительно электронные лампы.

Откачивая газ из сосуда (трубки), можно дойти до такой его концентрации, при которой молекулы газа успевают пролететь от одной стенки сосуда к другой, ни разу не испытав соударений друг с другом. Такое состояние газа в трубке называют **вакуумом**.

Проводимость межэлектродного промежутка в вакууме можно обеспечить только с помощью введения в трубку источника заряженных частиц.

**Термоэлектронная эмиссия.** Чаще всего действие такого источника заряженных частиц основано на свойстве тел, нагретых до высокой температуры, испускать электроны. Этот процесс называется **термоэлектронной эмиссией**. Его можно рассматривать как испарение электронов с поверхности металла. У многих твердых веществ термоэлектронная эмиссия начинается при температурах, при которых испарение самого вещества еще не происходит. Такие вещества и используются для изготовления катодов.

**Односторонняя проводимость.** Явление термоэлектронной эмиссии приводит к тому, что нагретый металлический электрод, в отличие от холодного, непрерывно испускает электроны. Электроны образуют вокруг электрода **электронное облако**. Электрод заряжается положительно, и под влиянием электрического поля заряженного облака электроны из облака частично возвращаются на электрод.

В равновесном состоянии число электронов, покинувших электрод в секунду, равно числу электронов, возвращавшихся на электрод за это время. Чем выше температура металла, тем выше плотность электронного облака.

Различие между температурами горячих и холодных электродов, впаянных в сосуд, из которого откачен воздух, приводит к односторонней проводимости электрического тока между ними.

При подключении электродов к источнику тока между ними возникает электрическое поле. Если положительный полюс источника тока соединен с холодным электродом (анодом), а отрицательный — с нагретым (катодом), то вектор напряженности электрического поля направлен к нагретому электроду. Под действием этого поля электроны частично покидают электронное облако и движутся к холодному электроду. Электрическая цепь замыкается, и в ней устанавливается электрический ток. При противоположной полярности включения источника напряженность поля направлена от нагретого электрода к холодному. Электрическое поле отталкивает электроны облака назад к нагретому электроду. Цепь оказывается разомкнутой.

**Диод.** Односторонняя проводимость широко использовалась раньше в электронных приборах с двумя электродами — *вакуумных диодах*, которые служили, как и полупроводниковые диоды, для выпрямления электрического тока. Однако в настоящее время вакуумные диоды практически не применяются.

Для создания тока в вакууме необходим специальный источник заряженных частиц. Действие такого источника обычно основано на термоэлектронной эмиссии.

- 
1. Для какой цели в электронных лампах создают вакуум?
  2. Наблюдается ли термоэлектронная эмиссия в диэлектриках?

## § 118

### ЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЧКИ. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ ТРУБКА

Если в аноде электронной лампы сделать отверстие, то часть электронов, ускоренных электрическим полем, пролетит в это отверстие, образуя за анодом электронный пучок. Количеством электронов в пучке можно управлять, поместив между катодом и анодом дополнительный электрод и изменяя его потенциал.

**Свойства электронных пучков и их применение.** Электронный пучок, попадая на тела, вызывает их нагревание. В современной технике это свойство используют для электронной плавки в вакууме сверхчистых металлов.

При торможении быстрых электронов, попадающих на вещество, возникает *рентгеновское излучение*. Это явление используют в рентгеновских трубках.

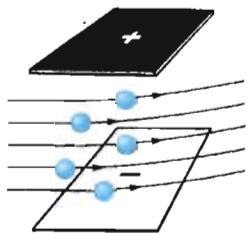


Рис. 16.20

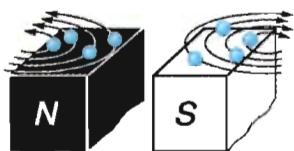


Рис. 16.21

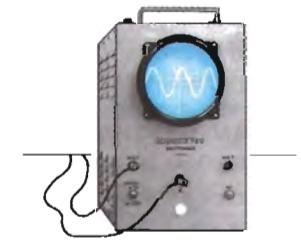


Рис. 16.22

экрана под действием

Некоторые вещества (стекло, сульфиды цинка и кадмия), бомбардируемые электронами, светятся. В настоящее время среди материалов этого типа (люминофоров) применяются такие, у которых в световую энергию превращается до 25% энергии электронного пучка.

Электронные пучки отклоняются электрическим полем. Например, проходя между пластинами конденсатора, электроны отклоняются от отрицательно заряженной пластины к положительно заряженной (рис. 16.20).

Электронный пучок отклоняется также в магнитном поле. Пролетая над северным полюсом магнита, электроны отклоняются влево, а пролетая над южным, отклоняются вправо (рис. 16.21). Отклонение электронных потоков, идущих от Солнца, в магнитном поле Земли приводит к тому, что свечение газов верхних слоев атмосферы (полярное сияние) наблюдается только у полюсов.

Возможность управления электронным пучком с помощью электрического или магнитного поля и свечение покрытого люминофором пучка применяют в электронно-лучевой трубке.

**Электронно-лучевая трубка.** Электронно-лучевая трубка — основной элемент одного из типов телевизоров и осциллографа — прибора для исследования быстропеременных процессов в электрических цепях (рис. 16.22).

Устройство электронно-лучевой трубки показано на рисунке 16.23. Эта трубка представляет собой вакуумный

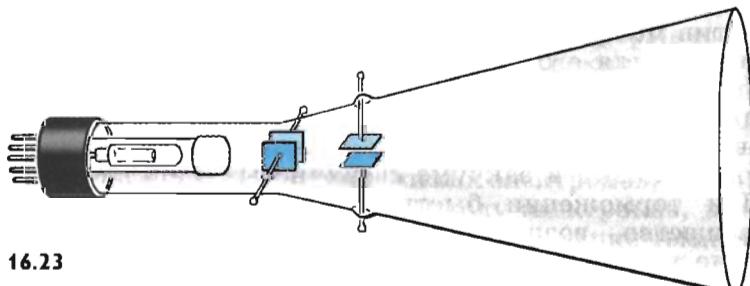


Рис. 16.23

баллон, одна из стенок которого служит экраном. В узком конце трубы помещен источник быстрых электронов — *электронная пушка* (рис. 16.24). Она состоит из катода, управляющего электрода и анода (чаще несколько анодов располагаются друг за другом). Электроны испускаются нагретым оксидным слоем с торца цилиндрического катода *C*, окруженного теплозащитным экраном *H*. Далее они проходят через отверстие в цилиндрическом управляющем электроде *B* (он регулирует число электронов в пучке). Каждый анод (*A<sub>1</sub>* и *A<sub>2</sub>*) состоит из дисков с небольшими отверстиями. Эти диски вставлены в металлические цилиндры. Между первым анодом и катодом создается разность потенциалов в сотни и даже тысячи вольт. Сильное электрическое поле ускоряет электроны, и они приобретают большую скорость. Форма, расположение и потенциалы анодов выбирают так, чтобы наряду с ускорением электронов осуществлялась и фокусировка электронного пучка, т. е. уменьшение площади поперечного сечения пучка на экране почти до точечных размеров.

На пути к экрану пучок последовательно проходит между двумя парами управляющих пластин, подобных пластинам плоского конденсатора (см. рис. 16.23). Если электрического поля между пластинами нет, то пучок не отклоняется и светящаяся точка располагается в центре экрана. При сообщении разности потенциалов вертикально расположенным пластинам пучок смещается в горизонтальном направлении, а при сообщении разности потенциалов горизонтальным пластинам он смещается в вертикальном направлении.

Одновременное использование двух пар пластин позволяет перемещать светящуюся точку по экрану в любом направлении. Так как масса электронов очень мала, то они почти мгновенно, т. е. за очень короткое время, реагируют на изменение разности потенциалов управляющих пластин.

В электронно-лучевой трубке, применяемой в телевизоре (так называемом кинескопе), управление пучком, созданным электронной пушкой, осуществляется с помощью магнитного поля. Это поле создают катушки, надетые на горловину трубы (рис. 16.25).

Цветной кинескоп содержит три разнесенные электронные пушки и экран мозаичной структуры, составленный из люминофоров трех типов (красного, синего и зеленого свече-

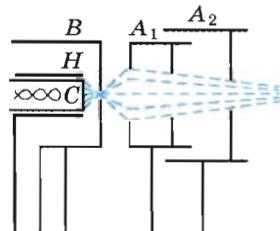


Рис. 16.24

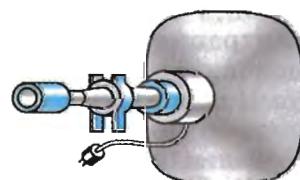


Рис. 16.25

ния). Каждый электронный пучок возбуждает люминофоры одного типа, свечение которых в совокупности создает на экране цветное изображение.

Широкое применение электронно-лучевые трубки находят в *дисплеях* — устройствах, присоединяемых к электронно-вычислительным машинам (ЭВМ). На экран дисплея, подобный экрану телевизора, поступает информация, записанная и переработанная ЭВМ. Можно непосредственно видеть текст на любом языке, графики различных процессов, изображения реальных объектов, а также воображаемые объекты, подчиняющиеся законам, записанным в программе вычислительной машины.

В электронно-лучевых трубках формируются узкие электронные пучки, управляемые электрическими и магнитными полями. Эти пучки используются в осциллографах, кинескопах телевизоров, дисплеях ЭВМ.

- 
1. Как осуществляется управление электронными пучками?
  2. Как устроена электронно-лучевая трубка?

## § 119 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЖИДКОСТЯХ

Жидкости, как и твердые тела, могут быть диэлектриками, проводниками и полупроводниками. К числу диэлектриков относится дистиллированная вода, к проводникам — растворы и расплавы электролитов: кислот, щелочей и солей. Жидкими полупроводниками являются расплавленный селен, расплавы сульфидов и др.

**Электролитическая диссоциация.** При растворении электролитов под влиянием электрического поля полярных молекул воды происходит распад молекул электролитов на ионы. Этот процесс называется **электролитической диссоциацией**.

*Степень диссоциации*, т. е. доля в растворенном веществе молекул, распавшихся на ионы, зависит от температуры, концентрации раствора и электрических свойств растворителя. С увеличением температуры степень диссоциации возрастает и, следовательно, увеличивается концентрация положительно и отрицательно заряженных ионов.

Ионы разных знаков при встрече могут снова объединиться в нейтральные молекулы — *рекомбинировать*. При неизменных условиях в растворе устанавливается динамическое равновесие, при котором число молекул, расходящихся за секунду на ионы, равно числу пар ионов,

которые за то же время вновь объединяются в нейтральные молекулы.

**Ионная проводимость.** Носителями заряда в водных растворах или расплавах электролитов являются положительно и отрицательно заряженные ионы.

Если сосуд с раствором электролита включить в электрическую цепь, то отрицательные ионы начнут двигаться к положительному электроду — аноду, а положительные — к отрицательному — катоду. В результате установится электрический ток. Поскольку перенос заряда в водных растворах или расплавах электролитов осуществляется ионами, такую проводимость называют **ионной**.

Жидкости могут обладать и электронной проводимостью. Такой проводимостью обладают, например, жидкие металлы.

**Электролиз.** При ионной проводимости прохождение тока связано с переносом вещества. На электродах происходит выделение веществ, входящих в состав электролитов. На аноде отрицательно заряженные ионы отдают свои лишние электроны (в химии это называется окислительной реакцией), а на катоде положительные ионы получают недостающие электроны (восстановительная реакция). Процесс выделения на электроде вещества, связанный с окислительно-восстановительными реакциями, называют **электролизом**.

**Применение электролиза.** Электролиз широко применяют в технике для различных целей. Электролитическим путем покрывают поверхность одного металла тонким слоем другого (*никелирование, хромирование, омеднение* и т. п.). Это прочное покрытие защищает поверхность от коррозии.

Если обеспечить хорошее отслаивание электролитического покрытия от поверхности, на которую осаждается металл (этого достигают, например, нанося на поверхность графит), то можно получить копию с рельефной поверхности.

В полиграфической промышленности такие копии (стереотипы) получают с матриц (оттиск набора на пластичном материале), для чего осаждают на матрицах толстый слой железа или другого вещества. Это позволяет воспроизвести набор в нужном количестве экземпляров. Если раньше тираж книги ограничивался числом оттисков, которые можно получить с одного набора (при печатании набор постепенно стирается), то сейчас использование стереотипов позволяет значительно увеличить тираж. Правда, в настоящее время с помощью электролиза получают стереотипы только для книг высококачественной печати.

Процесс получения отслаиваемых покрытий — *гальванопластика* — был разработан русским ученым Б. С. Якоби (1801—1874), который в 1836 г. применил этот способ

для изготовления полых фигур для Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге.

При помощи электролиза осуществляют очистку металлов от примесей. Так, полученную из руды неочищенную медь отливают в форме толстых листов, которые затем помещают в ванну в качестве анодов. При электролизе медь анода растворяется, примеси, содержащие ценные и редкие металлы, выпадают на дно, а на катоде оседает чистая медь.

При помощи электролиза получают алюминий из расплава бокситов. Именно этот способ получения алюминия сделал его дешевым и наряду с железом самым распространенным в технике и быту.

С помощью электролиза получают электронные платы, служащие основой всех электронных изделий. На диэлектрик наклеивают тонкую медную пластину, на которую наносят особой краской сложную картину соединяющих проводов. Затем пластину помещают в электролит, где вытравливаются незакрытые краской участки медного слоя. После этого краска смывается и на плате появляются детали микросхемы.

---

В растворах и расплавах электролитов свободные электрические заряды появляются за счет распада на ионы нейтральных молекул. Движение ионов в поле означает перенос вещества. Этот процесс широко используется на практике (электролиз).

---



1. Что называют электролитической диссоциацией?
2. Почему при прохождении тока по раствору электролита происходит перенос вещества, а при прохождении по металлическому проводнику перенос вещества не происходит?
3. В чем состоит сходство и различие собственной проводимости у полупроводников и у растворов электролитов?

## § 120 ЗАКОН ЭЛЕКТРОЛИЗА

При электролизе на электродах происходит выделение вещества. От чего зависит масса вещества, выделяющегося за определенное время? Это определяет закон электролиза.

Очевидно, что масса выделившегося вещества  $m$  равна произведению массы одного иона  $m_{0i}$  на число ионов  $N_i$ , достигших электрода за время  $\Delta t$ :

$$m = m_{0i}N_i. \quad (16.3)$$

Масса иона  $m_{0i}$  согласно формуле (8.4) равна:

$$m_{0i} = \frac{M}{N_A}, \quad (16.4)$$

где  $M$  — молярная (или атомная) масса вещества, а  $N_A$  — постоянная Авогадро, т. е. число ионов в одном моле.

Число ионов, достигших электрода, равно:

$$N_i = \frac{\Delta q}{q_{0i}}, \quad (16.5)$$

где  $\Delta q = I\Delta t$  — заряд, прошедший через электролит за время  $\Delta t$ ;  $q_{0i}$  — заряд иона, который определяется валентностью  $n$  атома:  $q_{0i} = ne$  ( $e$  — элементарный заряд).

При диссоциации молекул, состоящих из одновалентных атомов ( $n = 1$ ), возникают однозарядные ионы. Например, при диссоциации молекул KBr возникают ионы  $K^+$  и  $Br^-$ . Диссоциация молекул медного купороса ведет к появлению двухзарядных ионов  $Cu^{2+}$  и  $SO_4^{2-}$ , так как атомы меди в данном соединении двухвалентны ( $n = 2$ ). Подставляя в формулу (16.3) выражения (16.4) и (16.5) и учитывая, что  $\Delta q = I\Delta t$ , а  $q_{0i} = ne$ , получаем

$$m = \frac{M}{neN_A} I\Delta t. \quad (16.6)$$

**Закон Фарадея.** Обозначим через  $k$  коэффициент пропорциональности между массой вещества  $m$  и зарядом  $\Delta q = I\Delta t$ :

$$k = \frac{1}{eN_A} \frac{M}{n}. \quad (16.7)$$

Коэффициент  $k$  зависит от природы вещества (значений  $M$  и  $n$ ). Согласно формуле (16.6) имеем:

$$m = kI\Delta t. \quad (16.8)$$

Следовательно, *масса вещества, выделившегося на электроде за время  $\Delta t$  при прохождении электрического тока, пропорциональна силе тока и времени*.

Это утверждение, полученное нами теоретически, впервые было установлено экспериментально Фарадеем и носит название **закона электролиза Фарадея**.

Из формулы (16.8) видно, что коэффициент  $k$  численно равен массе вещества, выделившегося на электродах, при переносе ионами заряда, равного 1 Кл. Величину  $k$  называют **электрохимическим эквивалентом** данного вещества и выражают *в килограммах на кулон* (кг/Кл).

Электрохимический эквивалент имеет простой физический смысл. Так как  $\frac{M}{N_A} = m_{0i}$  и  $en = q_{0i}$ , то согласно

формуле (16.7)  $k = \frac{m_{0i}}{q_{0i}}$ , т. е.  $k$  — отношение массы иона к его заряду.

Измеряя величины  $m$  и  $\Delta q$ , можно определить электрохимические эквиваленты различных веществ.

Убедиться в справедливости закона Фарадея можно на опыте. Соберем установку, показанную на рисунке 16.26.

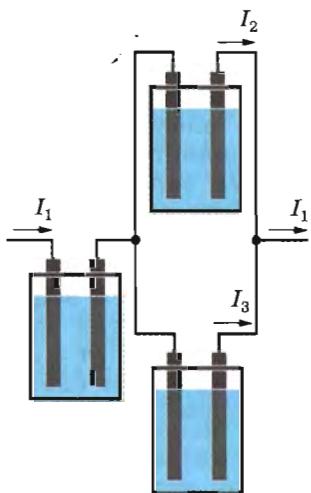


Рис. 16.26

Все три электролитические ванны заполнены одним и тем же раствором электролита, но токи, проходящие через них, различны. Обозначим силы токов через  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ . Тогда  $I_1 = I_2 + I_3$ . Измеряя массы  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  вещества, выделившегося на электродах в разных ваннах, можно убедиться, что они пропорциональны соответствующим силам токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .

**Определение заряда электрона.** Формулу (16.6) для массы выделившегося на электроде вещества можно использовать для определения заряда электрона. Из этой формулы вытекает, что модуль заряда электрона равен:

$$e = \frac{M}{mnN_A} I\Delta t. \quad (16.9)$$

Зная массу  $m$  выделившегося вещества при прохождении заряда  $I\Delta t$ , молярную массу  $M$ , валентность атомов  $n$  и постоянную Авогадро  $N_A$ , можно найти значение модуля заряда электрона. Оно оказывается равным  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

Именно таким путем и было впервые в 1874 г. получено значение элементарного электрического заряда.

---

Произведение силы тока на время определяет массу вещества, выделяемого при электролизе. Закон электролиза позволяет найти значение элементарного электрического заряда.



1. Сформулируйте закон электролиза Фарадея.
2. Почему отношение массы вещества, выделившегося при электролизе, к массе иона равно отношению прошедшего заряда к заряду иона?

## § 121 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

Мы рассмотрели механизм проводимости твердых и жидких тел, а также тока в вакууме. Осталось познакомиться с током в газах.

**Электрический разряд в газе.** Возьмем электрометр с присоединенными к нему дисками плоского конденсатора и зарядим его (рис. 16.27). При комнатной температуре

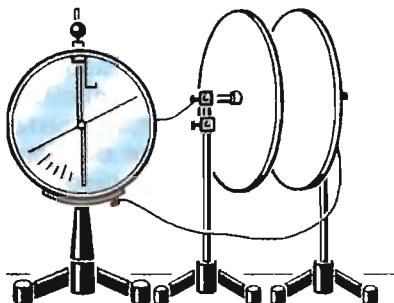


Рис. 16.27

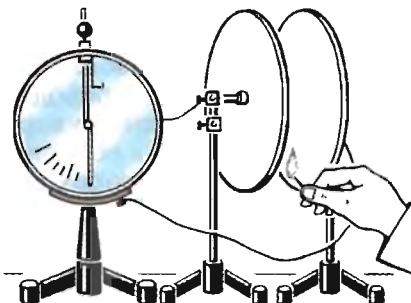


Рис. 16.28

ре, если воздух достаточно сухой, конденсатор разряжается очень медленно.

Это показывает, что электрический ток, вызываемый разностью потенциалов в воздухе между дисками, очень мал. Следовательно, электрическая проводимость воздуха при комнатной температуре мала и воздух можно считать диэлектриком.

Теперь нагреем воздух между дисками горящей спичкой (рис. 16.28). Заметим, что стрелка электрометра быстро приближается к нулю, значит, конденсатор разряжается. Следовательно, нагретый газ является проводником и в нем устанавливается электрический ток.

Процесс прохождения электрического тока через газ называют **газовым разрядом**.

**Ионизация газов.** Мы видели, что при комнатной температуре воздух очень плохой проводник. При нагревании проводимость воздуха возрастает. Увеличение проводимости воздуха можно вызвать и иными способами, например действием излучений: ультрафиолетового, рентгеновского, радиоактивного и др.

При обычных условиях газы почти полностью состоят из нейтральных атомов или молекул и, следовательно, являются диэлектриками. Вследствие нагревания или действия излучением часть атомов *ионизуется* — распадается на положительно заряженные ионы и электроны (рис. 16.29). В газе могут образовываться и отрицательные ионы, которые появляются благодаря присоединению электронов к нейтральным атомам.

Ионизация газов при нагревании объясняется тем, что по мере нагревания молекулы движутся все быстрее и быстрее. При этом некоторые молекулы начинают двигаться так быстро, что часть из них при

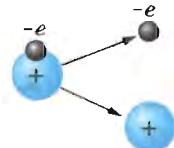


Рис. 16.29

столкновениях распадается, превращаясь в ионы. Чем выше температура, тем больше образуется ионов.

**Проводимость газов.** Механизм проводимости газов похож на механизм проводимости растворов и расплавов электролитов. Различие состоит в том, что отрицательный заряд переносится в основном не отрицательными ионами, как в водных растворах или расплавах электролитов, а электронами.

Таким образом, в газах сочетается электронная проводимость, подобная проводимости металлов, с ионной проводимостью, подобной проводимости водных растворов или расплавов электролитов. Существенно еще одно различие. В растворах электролитов образование ионов происходит вследствие ослабления внутримолекулярных связей под действием молекул растворителя (молекул воды). В газах образование ионов происходит либо при нагревании, либо за счет действия внешних ионизаторов, например излучений.

**Рекомбинация.** Если ионизатор перестанет действовать, то можно заметить, что заряженный электрометр снова будет сохранять заряд. Это показывает, что после прекращения действия ионизатора газ перестает быть проводником. Ток прекращается после того, как все ионы и элек-

троны достигнут электродов. Кроме того, при сближении электрона и положительно заряженного иона они могут вновь образовать нейтральный атом. Схематически это изображено на рисунке 16.30. Такой процесс называют **рекомбинацией** заряженных частиц.

В отсутствие внешнего поля заряженные частицы исчезают только вследствие рекомбинации, и газ становится диэлектриком. Если действие ионизатора не прерывается, то устанавливается динамическое равновесие, при котором среднее число вновь образующихся пар заряженных частиц равно среднему числу пар, исчезающих вследствие рекомбинации.

При комнатных температурах газы являются диэлектриками. Нагревание газа или облучение ультрафиолетом, рентгеновскими и другими лучами вызывает ионизацию атомов или молекул газа. Газ становится проводником.



1. В чем различие между диссоциацией электролитов и ионизацией газов?
2. Что такое рекомбинация?
3. Почему после прекращения действия ионизаторов газ снова становится диэлектриком?

## НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ РАЗРЯДЫ

Разряд в газе может происходить и без внешнего ионизатора. Разряд способен поддерживать сам себя. Почему это возможно?

**Несамостоятельный разряд.** Для исследования разряда в газе при различных давлениях удобно использовать стеклянную трубку с двумя электродами (рис. 16.31).

Пусть с помощью какого-либо ионизатора в газе образуется в секунду определенное число пар заряженных частиц: положительных ионов и электронов.

При небольшой разности потенциалов между электродами трубки положительно заряженные ионы перемещаются к отрицательному электроду, а электроны и отрицательно заряженные ионы — к положительному электроду. В результате в трубке возникает электрический ток, т. е. *происходит газовый разряд*.

Не все образующиеся ионы достигают электродов; часть их воссоединяется с электронами, образуя нейтральные молекулы газа. По мере увеличения разности потенциалов между электродами трубки доля заряженных частиц, достигающих электродов, увеличивается. Возрастает и сила тока в цепи. Наконец, наступает момент, при котором все заряженные частицы, образующиеся в газе за секунду, достигают за это время электродов. При этом дальнейшего роста силы тока не происходит (рис. 16.32). Ток, как говорят, достигает *насыщения*. Если действие ионизатора прекратить, то прекратится и разряд, так как других источников ионов нет. По этой причине такой разряд называют **несамостоятельным разрядом**.

**Самостоятельный разряд.** Что будет происходить с разрядом в газе, если продолжать увеличивать разность потенциалов на электродах?

Казалось бы, сила тока и при дальнейшем увеличении разности потенциалов должна оставаться неизменной. Однако опыт показывает, что в газах при увеличении разности потенциалов между электродами, начиная с некоторого ее значения, сила тока снова возрастает (рис. 16.33). Это означает, что в газе появляются

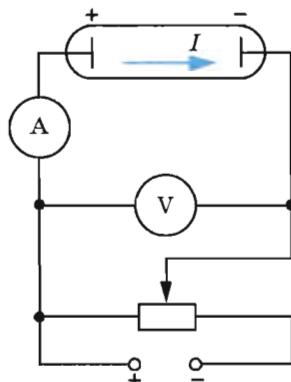


Рис. 16.31

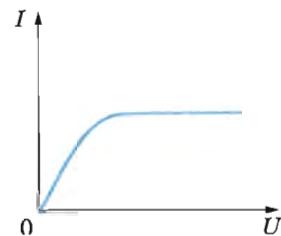


Рис. 16.32

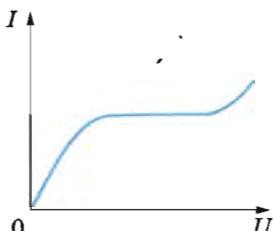


Рис. 16.33

дополнительные ионы сверх тех, которые образуются за счет действия ионизатора. Сила тока может возрасти в сотни и тысячи раз, а число ионов, возникающих в процессе разряда, может стать таким большим, что внешний ионизатор будет уже не нужен для поддержания разряда. Если убрать внешний ионизатор, то разряд не прекратится. Так как разряд в этом случае не нуждается для своего поддержания во внешнем ионизаторе, его называют **самостоятельным разрядом**.

**Ионизация электронным ударом.** Каковы же причины резкого увеличения силы тока в газе при больших напряжениях?

Рассмотрим какую-либо пару заряженных частиц (положительный ион и электрон), образовавшуюся благодаря действию внешнего ионизатора. Появившийся таким образом свободный электрон начинает двигаться к положительному электроду — аноду, а положительный ион — к катоду. На своем пути электрон встречает ионы и нейтральные атомы. В промежутках между двумя последовательными столкновениями кинетическая энергия электрона увеличивается за счет работы сил электрического поля. Чем больше разность потенциалов между электродами, тем больше напряженность электрического поля.

Кинетическая энергия электрона перед очередным столкновением пропорциональна напряженности поля и длине  $l$  свободного пробега электрона (пути между двумя последовательными столкновениями):

$$\frac{mv^2}{2} = eEl. \quad (16.10)$$

Если кинетическая энергия электрона превосходит работу  $A_i$ , которую нужно совершить, чтобы ионизовать нейтральный атом, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} \geq A_i,$$

то при столкновении электрона с атомом происходит ионизация (рис. 16.34). В результате вместо одного свободного электрона образуются два (налетающий на атом и вырванный из атома). Эти электроны, в свою очередь, получают энергию в поле и ионизируют встречные атомы и т. д.

Число заряженных частиц резко возрастает, возникает электронная лавина. Описанный процесс называют **ионизацией электронным ударом**. Но одна ионизация электронным ударом

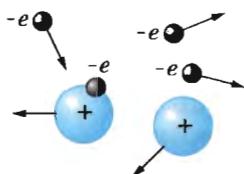


Рис. 16.34

не может обеспечить длительный самостоятельный разряд. Действительно, ведь все возникающие таким образом электроны движутся по направлению к аноду и по достижении анода «выбывают из игры». Для существования разряда необходима эмиссия электронов с катода (эмиссия означает «испускание»). Эмиссия электронов может быть обусловлена несколькими причинами. Положительные ионы, образовавшиеся при столкновении свободных электронов с нейтральными атомами, при своем движении к катоду приобретают под действием поля большую кинетическую энергию. При ударах таких быстрых ионов о катод с поверхности последнего выбиваются электроны.

Кроме того, катод может испускать электроны при нагревании его до высокой температуры. При самостоятельном разряде нагрев катода может происходить за счет бомбардировки его положительными ионами, что происходит, например, при дуговом разряде.

В газах при больших напряженностях электрических полей электроны достигают таких больших энергий, что начинается ионизация электронным ударом. Разряд становится самостоятельным и продолжается без внешнего ионизатора.

В разреженном газе самостоятельный разряд возникает при сравнительно небольших напряжениях. Благодаря малому давлению длина пробега электрона между двумя ударами велика, и он может приобрести энергию, достаточную для ионизации атомов. При таком разряде газ светится, цвет свечения зависит от рода газа. Свечение, возникающее при тлеющем разряде, широко используется для рекламы, для освещения помещения лампами дневного света.

---

В газах могут происходить самостоятельный и несамостоятельный разряды. Вид разряда зависит как от давления газа, так и от подаваемого напряжения.

---



1. При каких условиях несамостоятельный разряд в газах превращается в самостоятельный?
2. Почему ионизация электронным ударом не может обеспечить существование разряда в газах?

## § 123 ПЛАЗМА

Сейчас вы познакомитесь с четвертым состоянием вещества — плазмой. Это состояние не является экзотическим. Подавляющая часть вещества Вселенной находится именно в состоянии плазмы.

При очень низких температурах все вещества находятся в твердом состоянии. Их нагревание вызывает переход ве-

ществ из твердого состояния в жидкое. Дальнейшее повышение температуры приводит к превращению жидкостей в газ.

При достаточно больших температурах начинается ионизация газа за счет столкновений быстродвижущихся атомов или молекул. Вещество переходит в новое состояние, называемое *плазмой*<sup>1</sup>. Плазма — это частично или полностью ионизованный газ, в котором локальные плотности положительных и отрицательных зарядов практически совпадают. Таким образом, плазма в целом является электрически нейтральной системой. В зависимости от условий степень ионизации плазмы (отношение числа ионизованных атомов к их полному числу) может быть различной. В полностью ионизованной плазме нейтральных атомов нет.

Наряду с нагреванием, ионизация газа и образование плазмы могут быть вызваны различными излучениями или бомбардировкой атомов газа быстрыми заряженными частицами. При этом получается так называемая *низкотемпературная плазма*.

**Свойства плазмы.** Плазма обладает рядом специфических свойств, что позволяет рассматривать ее как особое, четвертое состояние вещества.

Из-за большой подвижности заряженные частицы плазмы легко перемещаются под действием электрических и магнитных полей. Поэтому любое нарушение электрической нейтральности отдельных областей плазмы, вызванное скоплением частиц одного знака заряда, быстро ликвидируется. Возникающие электрические поля перемещают заряженные частицы до тех пор, пока электрическая нейтральность не восстановится и электрическое поле не станет равным нулю.

В отличие от нейтрального газа, между молекулами которого существуют короткодействующие силы, между заряженными частицами плазмы действуют кулоновские силы, сравнительно медленно убывающие с расстоянием. Каждая частица взаимодействует сразу с большим количеством окружающих частиц. Благодаря этому, наряду с беспорядочным (тепловым) движением, частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных (коллективных) движениях. В плазме легко возбуждаются разного рода колебания и волны.

Проводимость плазмы увеличивается по мере роста степени ее ионизации. При высоких температурах полностью

<sup>1</sup> От греческого слова plasma — оформленное. Первоначально это слово начали употреблять в биологии для обозначения бесцветных жидкых компонентов крови и живых тканей. В физике слово *плазма* приобрело другой смысл.

ионизованная плазма по своей проводимости приближается к сверхпроводникам.

**Плазма в космическом пространстве.** В состоянии плазмы находится подавляющая (около 99%) часть вещества Вселенной. Вследствие высокой температуры Солнце и другие звезды состоят в основном из полностью ионизованной плазмы.

Из плазмы состоит и межзвездная среда, заполняющая пространство между звездами и галактиками. Плотность межзвездной среды очень мала — в среднем менее одного атома на 1 см<sup>3</sup>. Ионизация атомов межзвездной среды вызывается излучением звезд и космическими лучами — потоками быстрых частиц, пронизывающими пространство Вселенной по всем направлениям. В отличие от горячей плазмы звезд температура межзвездной плазмы очень мала.

Плазмой окружена и наша планета. Верхний слой атмосферы на высоте 100—300 км представляет собой ионизированный газ — *ионосферу*. Ионизация воздуха в верхнем слое атмосферы вызывается преимущественно излучением Солнца и потоком заряженных частиц, испускаемых Солнцем. Выше ионосферы простираются радиационные пояса Земли, открытые с помощью спутников. Радиационные пояса также состоят из плазмы.

Многими свойствами плазмы обладают свободные электроны в металлах. В отличие от обычной плазмы в плазме твердого тела положительные ионы не могут перемещаться по всему телу.

---

Частично или полностью ионизованный газ называют плазмой. Звезды состоят из плазмы. Расширяется техническое применение плазмы.

---



## ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Наиболее просты количественные закономерности для электрического тока в металлах и электролитах.

Задачи на закон Ома, который выполняется для этих проводников, были приведены в главе 15. В данной главе преимущественно рассматриваются задачи на применение закона электролиза. Кроме того, при решении некоторых задач надо использовать формулу (16.1) для зависимости сопротивления металлических проводников от температуры.

**Задача.** Проводящая сфера радиусом  $R = 5$  см помещена в электролитическую ванну, наполненную раствором медного купороса. Насколько увеличится масса сферы, если отложение меди длится  $t = 30$  мин, а электрический заряд, поступающий на

каждый квадратный сантиметр поверхности сферы за 1 с, равен 0,01 Кл? Молярная масса меди  $M = 0,0635$  кг/моль.

**Решение.** Площадь поверхности сферы  $S = 4\pi R^2 = 314$  см<sup>2</sup>. Следовательно, заряд, перенесенный ионами за  $t = 30$  мин = 1800 с, равен  $\Delta q = 0,01$  Кл/(см<sup>2</sup> · с) · 314 см<sup>2</sup> × 1800 с = 5652 Кл. Масса выделившейся меди равна:

$$m = \frac{M}{neN_A} \Delta q \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$



## УПРАЖНЕНИЕ 20

1. Длинная проволока, на концах которой поддерживается постоянное напряжение, накалилась докрасна. Половину проволоки опустили в холодную воду. Почему часть проволоки, оставшаяся над водой, нагревается сильнее?

2. Спираль электрической плитки перегорела и после соединения концов оказалась несколько короче. Как изменилось количество теплоты, выделяемое плиткой за единицу времени?

3. Алюминиевая обмотка электромагнита при температуре 0 °С потребляет мощность 5 кВт. Чему будет равна потребляемая мощность, если во время работы температура обмотки повысится до 60 °С, а напряжение останется неизменным? Что будет, если неизменным останется ток в обмотке?

4. Для покрытия цинком металлических изделий в электролитическую ванну помещен цинковый электрод массой  $m = 0,01$  кг. Какой заряд должен пройти через ванну, чтобы электрод полностью израсходовался? Электрохимический эквивалент цинка  $k = 3,4 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл.

5. При силе тока 1,6 А на катоде электролитической ванны за 10 мин отложилась медь массой 0,316 г. Определите электрохимический эквивалент меди.

6. Как надо расположить электроды, чтобы электролитически покрыть внутреннюю поверхность полого металлического предмета?

7. При никелировании детали в течение 2 ч сила тока, проходящего через ванну, была 25 А. Электрохимический эквивалент никеля  $k = 3 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл, его плотность  $\rho = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Чему равна толщина слоя никеля, выделившегося на детали, если площадь детали  $S = 0,2$  м<sup>2</sup>?

8. Однородное электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$  создано в металле и в вакууме. Однаковое ли расстояние пройдет за одно и то же время электрон в том и другом случаях? Начальная скорость электрона равна нулю.

9. Определите скорость электронов при выходе из электронной пушки в двух случаях — при разности потенциалов между анодом и катодом 500 и 5000 В.

## Глава 16. КРАТКИЕ ИТОГИ

Электрическая проводимость металлов обусловлена свободными электронами (электронная проводимость).

Широкое применение в радиотехнике получили полупроводники, сопротивление которых уменьшается с увеличением температуры. Сопротивление полупроводника в очень сильной степени зависит от наличия в нем примесей. Легко осуществляемое управление проводимостью полупроводников позволяет использовать их в полупроводниковых диодах и транзисторах — приборах для усиления и генерации электрических колебаний.

Для создания тока в вакууме необходимо поместить в вакуумную трубку источник электронов — нагретый катод.

Электрическая проводимость водных растворов электролитов обусловлена положительными и отрицательными ионами (ионная проводимость).

При ионной проводимости прохождение тока сопровождается выделением на электродах веществ, входящих в состав электролитов. Этот процесс, широко применяемый в технике, называют электролизом.

Масса вещества, выделившегося при электролизе за время  $\Delta t$ , равна

$$m = \frac{M}{enN_A} I\Delta t,$$

где  $M$  — молярная масса вещества,  $n$  — валентность,  $N_A$  — постоянная Авогадро,  $e$  — заряд электрона.

Газы при температурах, близких к комнатным, состоят из нейтральных молекул и являются диэлектриками. При нагревании, а также под действием излучения и других факторов возникает ионизация газов. Они становятся проводниками.

Проводимость газов в основном обусловлена положительными ионами и электронами. Разряд, который преображается после отключения ионизатора, называют несамостоятельным.

Разряд называется самостоятельным, если он существует без действия ионизатора. При самостоятельном разряде ионы и электроны образуются за счет ионизации электронным ударом, термоэлектронной эмиссии и т. д.



## ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ<sup>1</sup>

### Введение

Все, что сказано в этом введении, запоминать не нужно. Это справочный материал, к которому вы будете обращаться при выполнении лабораторных работ.

#### 1. Как определять погрешности измерений

Выполнение лабораторных работ связано с измерением различных физических величин и последующей обработкой их результатов.

*Измерение* — нахождение значения физической величины опытным путем с помощью средств измерений.

*Прямое измерение* — определение значения физической величины непосредственно средствами измерения.

*Косвенное измерение* — определение значения физической величины по формуле, связывающей ее с другими физическими величинами, определяемыми прямыми измерениями.

Введем следующие обозначения:

*A, B, C, ... — физические величины.*

*A<sub>пр</sub> — приближенное значение физической величины, т. е. значение, полученное путем прямых или косвенных измерений.*

*ΔA — абсолютная погрешность измерения физической величины.*

*ε — относительная погрешность измерения физической величины, равная:*

$$\epsilon = \frac{\Delta A}{A_{\text{пр}}} \cdot 100\%.$$

*Δ<sub>и</sub>A — абсолютная инструментальная погрешность, определяемая конструкцией прибора (погрешность средств измерения; см. табл. 1).*

*Δ<sub>о</sub>A — абсолютная погрешность отсчета (получающаяся от недостаточно точного отсчета показаний средств измерения); она равна в большинстве случаев половине цены деления, при измерении времени — цене деления секундомера или часов.*

<sup>1</sup> Инструкции к лабораторным работам составлены А. Б. Долицким и А. З. Синяковым при участии Ю. И. Дика и Г. Г. Никифорова.

Таблица 1

**Абсолютные инструментальные погрешности  
средств измерений**

№ п/п	Средства измерений	Предел измерения	Цена деления	Абсолютная инструмен- тальная погрешность
1	Линейка			
	ученическая	до 50 см	1 мм	± 1 мм
	чертежная	до 50 см	1 мм	± 0,2 мм
	инструменталь- ная (стальная)	20 см	1 мм	± 0,1 мм
	демонстрацион- ная	100 см	1 см	± 0,5 см
2	Лента измери- тельная	150 см	0,5 см	± 0,5 см
3	Измерительный цилиндр	до 250 мм	1 мл	± 1 мл
4	Штангенциркуль	150 мм	0,1 мм	± 0,05 мм
5	Микрометр	25 мм	0,01 мм	± 0,005 мм
6	Динамометр учебный	4 Н	0,1 Н	± 0,05 Н
7	Весы учебные	200 г	—	± 0,01 г
8	Секундомер	0—30 мин	0,2 с	± 1 с за 30 мин
9	Барометр-анероид	720—780 мм рт. ст.	1 мм рт. ст.	± 3 мм рт. ст.
10	Термометр лабо- раторный	0—100 °C	1 °C	± 1 °C
11	Амперметр школьный	2 А	0,1 А	± 0,05 А
12	Вольтметр школьный	6 В	0,2 В	± 0,15 В

*Максимальная абсолютная погрешность* прямых измерений складывается из абсолютной инструментальной погрешности и абсолютной погрешности отсчета при отсутствии других погрешностей:

$$\Delta A = \Delta_i A + \Delta_o A.$$

Абсолютную погрешность измерения обычно округляют до одной значащей цифры ( $\Delta A = 0,17 \approx 0,2$ ); числовое значение результата измерений округляют так, чтобы его последняя цифра оказалась в том же разряде, что и цифра погрешности ( $A = 10,332 \approx 10,3$ ).

Результаты повторных измерений физической величины  $A$ , проведенных при одних и тех же контролируемых условиях и при использовании достаточно чувствительных и точных (с малыми погрешностями) средств измерения, обычно отличаются друг от друга. В этом случае  $A_{\text{пп}}$  находят как среднее арифметическое значение всех измерений, а погрешность  $\Delta A$  (ее называют случайной погрешностью) определяют методами математической статистики.

В школьной лабораторной практике такие средства измерения практически не используются. Поэтому при выполнении лабораторных работ необходимо определять максимальные погрешности измерения физических величин. Для получения результата достаточно одного измерения.

Относительная погрешность косвенных измерений определяется так, как показано в таблице 2.

Таблица 2

**Формулы для вычисления относительной погрешности косвенных измерений**

№ п/п	Формула для физической величины	Формула для относительной погрешности
1	$A = BCD$	$\epsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
2	$A = \frac{B}{CD}$	$\epsilon = \frac{\Delta B + \Delta C}{B + C}$
3	$A = B + C$	$\epsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2} \frac{\Delta D}{D}$
4	$A = B \sqrt{\frac{C}{D}}$	

Абсолютная погрешность косвенных измерений определяется по формуле  $\Delta A = A_{\text{пп}}\epsilon$  ( $\epsilon$  выражается десятичной дробью).

## 2. О классе точности электроизмерительных приборов

Для определения абсолютной инструментальной погрешности прибора надо знать его *класс точности*. Класс точности  $\gamma_{\text{пр}}$  измерительного прибора показывает, сколько процентов составляет абсолютная инструментальная погрешность  $\Delta_u A$  от всей шкалы прибора ( $A_{\max}$ ):

$$\gamma = \frac{\Delta_u A}{A_{\max}} \cdot 100\%.$$

Класс точности указывают на шкале прибора или в его паспорте (знак % при этом не пишут). Существуют следующие классы точности электроизмерительных приборов: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 4. Зная класс точности прибора ( $\gamma_{\text{пр}}$ ) и всю его шкалу ( $A_{\max}$ ), определяют абсолютную погрешность  $\Delta_u A$  измерения физической величины  $A$  этим прибором:

$$\Delta_u A = \frac{\gamma_{\text{пр}} A_{\max}}{100}.$$

### 3. Как сравнивать результаты измерений

1. Записать результаты измерений в виде двойных неравенств:

$$A_{1\text{пр}} - \Delta A_1 < A_{1\text{пр}} < A_{1\text{пр}} + \Delta A_1,$$
$$A_{2\text{пр}} - \Delta A_2 < A_{2\text{пр}} < A_{2\text{пр}} + \Delta A_2.$$

2. Сравнить полученные интервалы значений (рис. 17.1): если интервалы не перекрываются, то результаты неодинаковы; если перекрываются — одинаковы при данной относительной погрешности измерений.

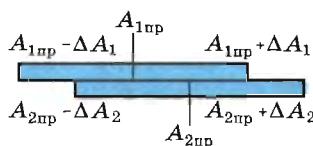


Рис. 17.1

### 4. Как оформлять отчет о проделанной работе

1. Лабораторная работа № ... .
2. Наименование работы.
3. Цель работы.
4. Чертеж (если требуется).
5. Формулы искомых величин и их погрешностей.
6. Таблица результатов измерений и вычислений.
7. Окончательный результат, вывод и пр. (согласно цели работы).

### 5. Как записывать результат измерения

$$A = A_{\text{пр}} \pm \Delta A,$$
$$\varepsilon = \dots \%. \quad$$

## № 1. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПО ОКРУЖНОСТИ

**Цель работы:** определение центростремительного ускорения шарика при его равномерном движении по окружности.

**Теоретическая часть.**

Эксперименты проводятся с коническим маятником. Небольшой шарик движется по окружности радиусом  $R$ . При этом нить  $AB$ , к которой прикреплен шарик, описывает поверхность прямого кругового конуса. На шарик действуют две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и натяжение нити  $\vec{F}$  (рис. 17.2, а).

Они создают центростремительное ускорение  $\vec{a}_n$ , направленное по радиусу к центру окружности. Модуль ускорения можно определить кинематически. Он равен:

$$a_n = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Для определения ускорения надо измерить радиус окружности  $R$  и период обращения шарика по окружности  $T$ .

Центростремительное (нормальное) ускорение можно определить также, используя законы динамики. Согласно второму закону Ньютона  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}$ . Разложим силу  $\vec{F}$  на составляющие  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , направленные по радиусу к центру окружности и по вертикали вверх. Тогда второй закон Ньютона можно записать следующим образом:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Направление координатных осей выберем так, как показано на рисунке 17.2, б. В проекции на ось  $O_1Y$  уравнение движения шарика примет вид:  $0 = F_2 - mg$ . Отсюда  $F_2 = mg$ . Составляющая  $\vec{F}_2$  уравновешивает силу тяжести  $m\vec{g}$ , действующую на шарик. Запишем

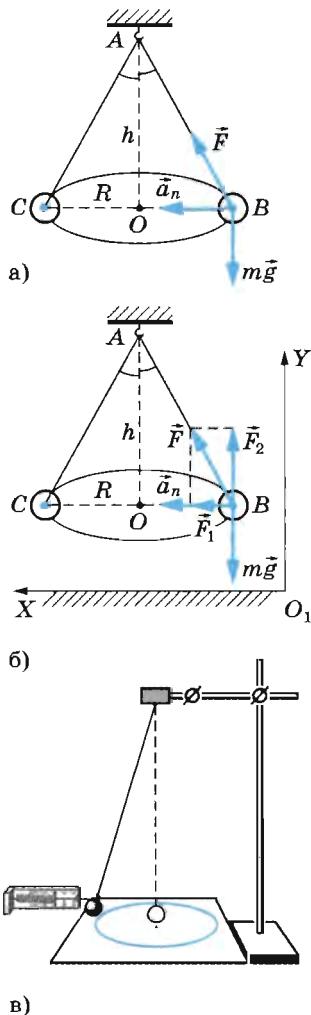


Рис. 17.2

второй закон Ньютона в проекции на ось  $O_1X$ :  $ma_n = F_1$ .

$$\text{Отсюда } a_n = \frac{F_1}{m}.$$

Модуль составляющей  $F_1$  можно определить различными способами. Во-первых, это можно сделать пользуясь подобием треугольников  $OAB$  и  $FBF_1$ :

$$\frac{F_1}{R} = \frac{mg}{h}.$$

$$\text{Отсюда } F_1 = \frac{mgR}{h} \text{ и } a_n = \frac{gR}{h}.$$

Во-вторых, модуль составляющей  $F_1$  можно непосредственно измерить динамометром. Для этого оттягиваем горизонтально расположенным динамометром шарик на расстояние, равное радиусу  $R$  окружности (рис. 17.2, в), и определяем показание динамометра. При этом сила упругости пружины уравновешивает составляющую  $\vec{F}_1$ . Сопоставим все три выражения для  $a_n$ :

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \quad a_n = \frac{gR}{h}, \quad a_n = \frac{F_1}{m}$$

и убедимся, что числовые значения центростремительного ускорения, полученные тремя способами, близки между собой.

В данной работе с наибольшей тщательностью следует измерять время. Для этого полезно отсчитывать возможно большее число  $N$  оборотов маятника, уменьшая тем самым относительную погрешность.

Взвешивать шарик с точностью, которую могут дать лабораторные весы, нет необходимости. Вполне достаточно взвешивать с точностью до 1 г. Высоту конуса и радиус окружности достаточно измерить с точностью до 1 см. При такой точности измерений относительные погрешности величин будут одного порядка.

Оборудование: штатив с муфтой и лапкой, лента измерительная, циркуль, динамометр лабораторный, весы с разновесами, шарик на нити, кусочек пробки с отверстием, лист бумаги, линейка.

#### Порядок выполнения работы.

1. Определяем массу шарика на весах с точностью до 1 г.
2. Нить продеваем сквозь отверстие в пробке и зажимаем пробку в лапке штатива (см. рис. 17.2, в).
3. Вычерчиваем на листе бумаги окружность, радиус которой около 20 см. Измеряем радиус с точностью до 1 см.
4. Штатив с маятником располагаем так, чтобы продолжение нити проходило через центр окружности.
5. Взяв нить пальцами у точки подвеса, вращаем маят-

ник так, чтобы шарик описывал такую же окружность, как и начертенная на бумаге.

6. Отсчитываем время, за которое маятник совершает заданное число оборотов (к примеру,  $N = 50$ ).

7. Определяем высоту конического маятника. Для этого измеряем расстояние по вертикали от центра шарика до точки подвеса (считаем  $h \approx l$ ).

8. Находим модуль центростремительного ускорения по формулам:

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ и } a_n = \frac{gR}{h}.$$

9. Оттягиваем горизонтально расположенным динамометром шарик на расстояние, равное радиусу окружности, и измеряем модуль составляющей  $\vec{F}_1$ . Затем вычисляем ускорение по формуле  $a_n = \frac{F_1}{m}$ .

10. Результаты измерений заносим в таблицу 3.

Таблица 3

Номер опыта	$R$	$N$	$\Delta t$	$T = \frac{\Delta t}{N}$	$h$	$m$	$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$	$a_n = \frac{gR}{h}$	$a_n = \frac{F_1}{m}$

Сравнивая полученные три значения модуля центростремительного ускорения, убеждаемся, что они примерно одинаковы.

## № 2. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Цель работы: научиться измерять потенциальную энергию поднятого над землей тела и деформированной пружины; сравнить два значения потенциальной энергии системы.

Теоретическая часть.

Эксперимент проводится с грузом, прикрепленным к одному концу нити длиной  $l$ . Другой конец нити привязан к крючку динамометра. Если поднять груз, то пружина динамометра становится недеформированной и стрелка динамометра показывает ноль, при этом потенциальная энергия груза обусловлена только силой тяжести. Груз отпускают и он падает вниз растягивая пружину. Если за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии взаимодействия

тела с Землей взять нижнюю точку, которую он достигает при падении, то очевидно, что потенциальная энергия тела в поле силы тяжести переходит в потенциальную энергию деформации пружины динамометра:

$$mg(l + \Delta l) = k \frac{\Delta l^2}{2},$$

где  $\Delta l$  — максимальное удлинение пружины,  $k$  — ее жесткость.

Трудность эксперимента состоит в точном определении максимальной деформации пружины, т. к. тело движется быстро.

**Оборудование:** штатив с муфтой и лапкой, динамометр лабораторный, линейка, груз массой  $m$  на нити длиной  $l$ , набор картонок, толщиной порядка 2 мм, краска и кисточка.

#### Указания к работе.

Для выполнения работы собирают установку, показанную на рисунке 17.3. Динамометр укрепляется в лапке штатива.

#### Порядок выполнения работы.

1. Привяжите груз к нити, другой конец нити привяжите к крючку динамометра и измерьте вес груза  $F_t = mg$  (в данном случае вес груза равен его силе тяжести).

2. Измерьте длину  $l$  нити, на которой привязан груз.

3. На нижний конец груза нанесите немного краски.

4. Поднимите груз до точки закрепления нити.

5. Отпустите груз и убедитесь по отсутствию краски на столе, что груз не касается его при падении.

6. Повторяйте опыт, каждый раз подкладывая картонки до тех пор, пока на верхней картонке не появятся следы краски.

7. Взявшись за груз рукой, растяните пружину до его соприкосновения с верхней картонкой и измерьте динамометром максимальную силу упругости  $F_{\text{упр}}$  и линейкой максимальное растяжение пружины  $\Delta l$ , отсчитывая его от нулевого деления динамометра.

8. Вычислите высоту, с которой падает груз:  $h = l + \Delta l$  (это высота, на которую смешается центр тяжести груза).

9. Вычислите потенциальную энергию поднятого груза

$$E'_{\text{n}} = mg(l + \Delta l).$$

10. Вычислите энергию деформированной пружины

$$E''_{\text{n}} = k \frac{\Delta l^2}{2}, \text{ где } k = \frac{F_{\text{упр}}}{\Delta l}.$$

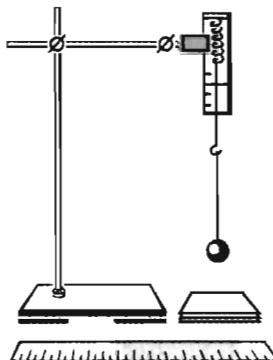


Рис. 17.3

Подставив выражение для  $k$  в формулу для энергии  $E''_{\text{п}}$  получим

$$E''_{\text{п}} = F_{\text{упр}} \frac{\Delta l}{2}.$$

11. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу 4.

Таблица 4

$F_{\text{т}} = mg$	$l$	$\Delta l$	$F$	$h = l + \Delta l$	$E'_{\text{п}} = mg (l + \Delta l)$	$E''_{\text{п}} = F_{\text{упр}} \frac{\Delta l}{2}$
					..	

12. Сравните значения энергий  $E'_{\text{п}}$  и  $E''_{\text{п}}$ . Подумайте, почему значения этих энергий совпадают не совсем точно.

### № 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНА ГЕЙ-ЛЮССАКА

Цель работы: экспериментально проверить справедливость соотношения  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

Оборудование: стеклянная трубка, запаянная с одного конца, длиной 600 мм и диаметром 8—10 мм; цилиндрический сосуд высотой 600 мм и диаметром 40—50 мм, наполненный горячей водой ( $t \approx 60^{\circ}\text{C}$ ); стакан с водой комнатной температуры; пластилин.

#### Указания к работе.

Чтобы проверить, выполняется ли закон Гей-Люссака, достаточно измерить объем и температуру газа в двух состояниях при постоянном давлении и проверить справедливость равенства  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ . Это можно осуществить, используя в качестве газа воздух при атмосферном давлении.

Стеклянная трубка открытым концом вверх помещается вертикально на 3—5 мин в цилиндрический сосуд с горячей водой (рис. 17.4, а). В этом случае объем воздуха  $V_1$  равен объему стеклянной трубки, а температура — температуре горячей воды  $T_1$ . Это — первое состояние. Чтобы при переходе воздуха во второе состояние его количество не изменилось, открытый конец стеклянной трубки, находящейся в горячей воде, замазывают пластилином. После этого трубку вынимают из сосуда с горячей водой и замазанный конец быстро опускают в стакан с водой комнатной температуры (рис. 17.4, б), а затем прямо под водой снимают пластилин. По мере охлаждения воздуха в трубке вода в ней будет подниматься. После прекращения подъема

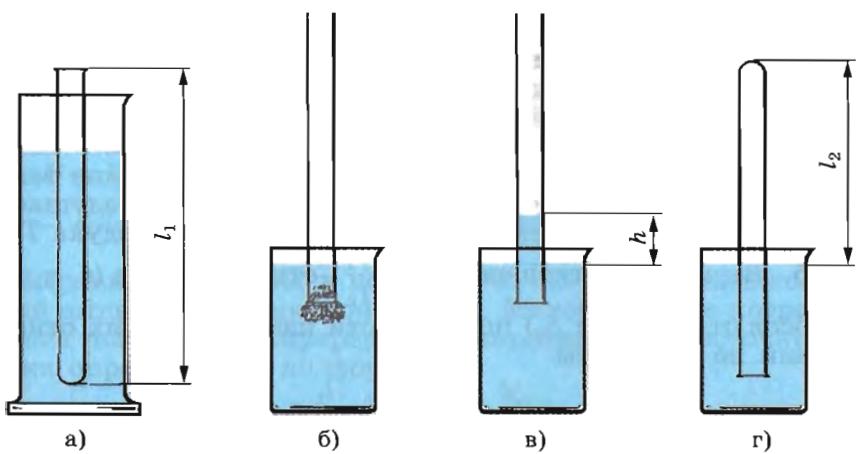


Рис. 17.4

воды в трубке (рис. 17.4, *в*) объем воздуха в ней станет равным  $V_2 < V_1$ , а давление  $p = p_{\text{атм}} - \rho g h$ . Чтобы давление воздуха в трубке вновь стало равным атмосферному, необходимо увеличивать глубину погружения трубки в стакан до тех пор, пока уровни воды в трубке и стакане не выровняются (рис. 17.4, *г*). Это будет второе состояние воздуха в трубке при температуре  $T_2$  окружающего воздуха. Отношение объемов воздуха в трубке в первом и втором состояниях можно заменить отношением высот воздушных столбов в трубке в этих состояниях, если сечение трубки постоянно по всей длине  $\left( \frac{V_1}{V_2} = \frac{Sl_1}{Sl_2} = \frac{l_1}{l_2} \right)$ . Поэтому в работе следует сравнить отношения  $\frac{l_1}{l_2}$  и  $\frac{T_1}{T_2}$ . Длина воздушного столба измеряется линейкой, температура — термометром.

Порядок выполнения работы.

1. Подготовьте бланк отчета с таблицей (см. табл. 5) для записи результатов измерений и вычислений (инструментальные погрешности определяются с помощью таблицы 1).

Таблица 5

Измерено					Вычислено						
$l_1$ , мм	$l_2$ , мм	$t_1$ , $^{\circ}\text{C}$	$t_2$ , $^{\circ}\text{C}$	$\Delta_u l$ , мм	$\Delta_o l$ , мм	$\Delta l$ , мм	$T_1$ , К	$T_2$ , К	$\Delta_u T$ , К	$\Delta_o T$ , К	
Вычислено											
$\Delta T$ , К	$\frac{l_1}{l_2}$	$\varepsilon_1$ , %	$\Delta_1$	$\frac{T_1}{T_2}$	$\varepsilon_1$ , %	$\Delta_2$					

2. Подготовьте стакан с водой комнатной температуры и сосуд с горячей водой.

3. Измерьте длину  $l_1$  стеклянной трубки и температуру воды в цилиндрическом сосуде.

4. Приведите воздух в трубке во второе состояние так, как об этом рассказано выше. Измерьте длину  $l_2$  воздушного столба в трубке и температуру окружающего воздуха  $T_2$ .

5. Вычислите отношения  $\frac{l_1}{l_2}$  и  $\frac{T_1}{T_2}$ , относительные ( $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ )

и абсолютные ( $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ) погрешности измерений этих отношений по формулам

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l_1} + \frac{\Delta l}{l_2}, \quad \Delta_1 = \frac{l_1}{l_2} \varepsilon_1;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta T}{T_1} + \frac{\Delta T}{T_2}, \quad \Delta_2 = \frac{T_1}{T_2} \varepsilon_2.$$

6. Сравните отношения  $\frac{l_1}{l_2}$  и  $\frac{T_1}{T_2}$  (см. п. 3 и рис. 17.1 введения к лабораторным работам).

7. Сделайте вывод о справедливости закона Гей-Люссака.

#### № 4. ИЗМЕРЕНИЕ ЭДС И ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА ТОКА

Цель работы: научиться измерять ЭДС источника тока и косвенными измерениями определять его внутреннее сопротивление.

Оборудование: аккумулятор или батарейка для карманного фонаря, вольтметр, амперметр, реостат, ключ.

##### Указания к работе.

При разомкнутом ключе (рис. 17.5) ЭДС источника тока равна напряжению на внешней цепи. В эксперименте источник тока замкнут на вольтметр, сопротивление которого  $R_v$  должно быть много больше внутреннего сопротивления источника тока  $r$ . Обычно сопротивление источника тока достаточно мало, поэтому для измерения напряжения можно использовать школьный вольтметр со шкалой 0—6 В и сопротивлением  $R_v = 900$  Ом (см. надпись под шкалой прибора). Так как  $R_v \gg r$ ,

отличие  $\mathcal{E}$  от  $U$  не превышает десятых долей процента, а потому погрешность измерения ЭДС равна погрешности измерения напряжения.

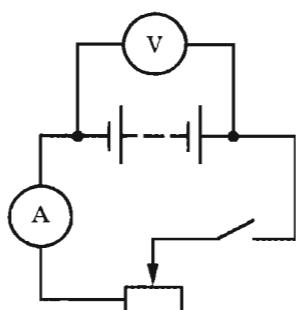


Рис. 17.5

Внутреннее сопротивление источника тока можно измерить косвенным путем, сняв показания амперметра и вольтметра при замкнутом ключе. Действительно, из закона Ома для замкнутой цепи (см. § 108) получаем  $\mathcal{E} = U + Ir$ , где  $U = IR$  — напряжение на внешней цепи

( $R$  — сопротивление реостата). Поэтому  $r_{\text{пп}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{пп}} - U_{\text{пп}}}{I_{\text{пп}}}$ . Для

измерения силы тока в цепи можно использовать школьный амперметр со шкалой 0—2 А. Максимальные погрешности измерений внутреннего сопротивления источника тока определяются по формулам

$$\varepsilon_{\text{пп}} = \frac{\Delta \mathcal{E} + \Delta U}{\mathcal{E}_{\text{пп}} - U_{\text{пп}}} + \frac{\Delta I}{I_{\text{пп}}},$$

$$\Delta r = r_{\text{пп}} \varepsilon_r.$$

### Порядок выполнения работы.

1. Подготовьте бланк отчета со схемой электрической цепи и таблицей 6 для записи результатов измерений и вычислений.

Таблица 6

Номер опыта	Измерено			Вычислено					
	$U_{\text{пп}}$ , В	$I_{\text{пп}}$ , А	$\mathcal{E}_{\text{пп}}$ , В	$\Delta_u U$ , В	$\Delta_o U$ , В	$\Delta U$ , В	$\varepsilon_U$ , %	$\varepsilon_{\mathcal{E}}$ , %	$r_{\text{пп}}$ , Ом
Измерение $\mathcal{E}$									
Измерение $r$									
Вычислено									
				$\Delta_u I$ , В	$\Delta_o I$ , В	$\Delta I$ , В	$\varepsilon_I$ , %	$\varepsilon_r$ , %	$\Delta r$ , Ом
Измерение $\mathcal{E}$									
Измерение $r$									

2. Соберите электрическую цепь согласно рисунку 17.5. Проверьте надежность электрических контактов, правильность подключения амперметра и вольтметра.

3. Проверьте работу цепи при разомкнутом и замкнутом ключе.

4. Измерьте ЭДС источника тока.

5. Снимите показания амперметра и вольтметра при замкнутом ключе и вычислите  $r_{\text{пп}}$ . Вычислите абсолютную

и относительную погрешности измерения ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока, используя данные о классе точности приборов.

6. Запишите результаты измерений ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{нр}} \pm \Delta \mathcal{E}, \quad \varepsilon_{\mathcal{E}} = \dots \%;$$

$$r = r_{\text{нр}} \pm \Delta r, \quad \varepsilon_r = \dots \%.$$

## № 5. ИЗУЧЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО И ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

Цель работы: проверить следующие законы соединения:

1. Для последовательного соединения проводников:

$$U = U_1 + U_2, \quad R = R_1 + R_2, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

2. Для параллельного соединения проводников:

$$I = I_1 + I_2, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Оборудование: источник тока, два проволочных резистора, амперметр и вольтметр, реостат.

Порядок выполнения работы.

1. Подготовьте бланк отчета для записи результатов измерений и вычислений (таблицы составьте сами по образцу предыдущих работ).

2. Соберите цепь для изучения последовательного соединения резисторов; измерьте силу тока и напряжения; проверьте выполнение закона соединения; сделайте вывод.

3. Соберите цепь для изучения параллельного соединения резисторов; измерьте токи и напряжение; проверьте выполнение закона соединения; сделайте вывод.

## НОБЕЛЕВСКАЯ ПРЕМИЯ

Ежегодно в конце октября по радио и по телевидению вы можете услышать сообщение о присуждении Нобелевских премий, которые номинируются по пяти направлениям: физике, химии, физиологии и медицине, литературе и вкладу в дело мира во всем мире. Решение о том, кому будут даны премии, выносится специальными Нобелевскими комитетами. Торжественная церемония вручения премий, включающих медали и дипломы, происходит ежегодно 10 декабря в Копенгагене и Осло. Премии по физике, химии, физиологии и медицине, литературе и экономике вручает в Копенгагене в концертном зале король Швеции. Нобелевская премия мира вручается председателем норвежского Нобелевского комитета в присутствии короля Норвегии и членов королевской семьи.

Получение Нобелевской премии — великое событие в жизни ученого, это не только мировое признание его научных достижений, это подтверждение того, что он занимается актуальными проблемами, решение которых может вывести человечество на новый уровень понимания законов природы.

К самому процессу получения премий ученые должны подготовиться. Частью церемонии вручения является доклад лауреата, в котором он должен кратко изложить свои основные научные идеи. В своих выступлениях ученые, как правило, анализируют состояние современной науки и делают научные прогнозы, которые часто сбываются, так как премии получают ученые широчайшего научного кругозора.

Итак, мы говорим с почтением: «Нобелевская премия, Нобелевский лауреат». Кем же был человек, которому пришла идея создать фонд для присуждения премий людям, деятельность которых приносит человечеству огромную пользу?

Альфред Бернхард Нобель родился в Стокгольме 21 октября 1833 года. В 1842 году семья переехала по приглашению российского правительства в Санкт-Петербург. До 16 лет Альфред занимался с частными преподавателями



Медаль Нобелевского лауреата

ми. Он увлекался в основном физикой, однако также прекрасно владел несколькими языками, знал литературу, историю, имел довольно глубокие знания по медицине. В 1849 году он отправился в Европу, а затем в Америку для занятий наукой. В химической лаборатории Т. Пелузя в Париже он впервые услышал о нитроглицерине и о возможностях его применения для создания взрывчатого вещества, что определило основной круг научных исследований Нобеля во всей его дальнейшей жизни.

Вернувшись в Россию в 1853 году, Нобель стал работать в лаборатории известного русского химика Н. Н. Зинина, который проводил опыты с нитроглицерином. В 1863 году Нобель произвел подводный взрыв в пригороде Петербурга, используя изобретенный им запал. Не получив в России патент на способ применения нитроглицерина для получения взрывчатого вещества, он уехал в Стокгольм, где в то время уже жили его родители. Там он довольно быстро получил патент на производство взрывчатой смеси и запал. Так как при работе с нитроглицерином происходило много несчастных случаев, правительством Швеции был наложен запрет на его производство. Нобель стал искать способ уменьшить его взрывоопасность и создал вещество на основе нитроглицерина, названное им динамитом. Вскоре динамит был запатентован в Швеции, а затем и в других странах. В 1887 году Нобель создал баллистит — бездымный порох. Динамитные заводы Нобеля приносили огромные доходы, и их продукция завоевала международный рынок. Однако сам Нобель был ярым пацифистом и одним из активных участников создания Конгресса в защиту мира. Как бы оправдывая род своих занятий, он писал: «Мои открытия скорее прекратят все войны, чем ваши конгрессы. Когда враждующие стороны обнаружат, что они в один миг могут уничтожить друг друга, люди откажутся от этих ужасов и от ведения войн».

Став богатым и влиятельным человеком, Нобель занялся благотворительностью, помогал молодым людям, пытающимся пробить себе дорогу к научной деятельности. В конце жизни он завещал все свое состояние фонду, устав которого был утвержден лишь в 1900 году, через четыре года после смерти его создателя.

Первыми лауреатами Нобелевской премии в 1901 году стали Э. Геринг (физиология и медицина), В. Рентген (физика) и Л. Вант-Гофф (химия).

Мы можем гордиться тем, что наши российские ученые также являются лауреатами Нобелевских премий в разных номинациях, и почти половина из них — физики. Отметим, что большинство из этих ученых занимались общественной и просветительской деятельностью, являлись

создателями новых лабораторий, редакторами научных и научно-популярных журналов. Помимо Нобелевской премии они имеют множество отечественных и зарубежных наград.

1958 год — Игорь Евгеньевич Тамм, Илья Михайлович Франк и Павел Алексеевич Черенков — за открытие и истолкование эффекта Вавилова — Черенкова (эффекта излучения сверхсветового электрона).

*И. Е. Тамм* (1895—1971). Совместно с И. М. Франком дал простое объяснение, предположив, что излучение возникает, когда электрон движется быстрее света. Если падающие  $\gamma$ -лучи обладают достаточной энергией, то выбитые из атомов электроны могут двигаться быстрее света. Сам И. Е. Тамм не причислял эту работу к своим наиболее важным достижениям. Он является автором принципиально новой теории — теории обменного взаимодействия. Впервые именно он высказал идею, что силы взаимодействия между частицами возникают в результате обмена другими частицами. Построил теорию взаимодействия частиц в ядре атома. Его работы явились фундаментом для понимания ядерных сил. Много сделано им также и в области классической электродинамики.

*И. М. Франк* (1908—1990). Сформулировал теорию переходного излучения (вместе с В. Л. Гинзбургом), возникающего при пересечении границы двух сред. Исследования И. М. Франка в области увеличения числа нейтронов в уранграфитовых системах сыграли существенную роль при создании атомной бомбы.

*П. А. Черенков* (1904—1990). Обнаружил, что  $\gamma$ -лучи, испускаемые радием, дают слабое голубое свечение в жидкости, и доказал, что это свечение имеет особую природу. Вместе с И. Е. Таммом и И. М. Франком объяснил это явление, названное эффектом Вавилова — Черенкова, что позволило продвинуть исследования в области физики плазмы, астрофизики, ускорения частиц. Счетчики П. А. Черенкова, основанные на обнаружении излучения (эффекта Вавилова — Черенкова), используются для измерения скорости частиц. С помощью такого счетчика был открыт антипротон (отрицательное ядро атома водорода).



И. Е. Тамм



И. М. Франк



П. А. Черенков



Л. Д. Ландау

1962 год — **Лев Давидович Ландау** — за основополагающие теории конденсированной материи, в особенности жидкого гелия.

**Л. Д. Ландау** (1908—1968). Объяснил явление сверхтекучести, используя новый математический аппарат. Вместе с Е. М. Лившицем создал теорию доменного строения ферромагнетиков. Он является основоположником теории электронной плазмы.

Л. Д. Ландау обладал энциклопедическими знаниями в области теоретической физики, мог оценить преимущества и недостатки вновь возникающих теорий. Он вместе с Е. М. Лившицем является создателем учебников по теоретической физике, переведенных почти на все языки и считающихся во всем мире классическими.



Н. Г. Басов

1964 год — **Николай Геннадьевич Басов** и **Александр Михайлович Прохоров** — за фундаментальные работы в области квантовой электроники, которые привели к созданию генераторов и усилителей нового типа — лазеров и мазеров.

**Н. Г. Басов** (1922—2001). Высказал идею использования в лазерах полупроводников. Его работы привели к созданию нового направления в проблеме управляемых термоядерных реакций — методов лазерного термоядерного синтеза.

**А. М. Прохоров** (1916—2002). Провел исследования, которые позволили создать квантовые усилители СВЧ-диапазона, обладающие предельно малыми шумами. Приборы, разработанные на их основе, широко применяются в радиоастрономии и дальней космической связи. Предложил новый тип резонатора — открытый резонатор. С такими резонаторами сейчас работают лазеры всех типов и диапазонов.



А. М. Прохоров

1978 год — **Петр Леонидович Капица** — за фундаментальные исследования в области физики низких температур.

**П. Л. Капица** (1894—1984). Создал новые методы получения жидкого гелия и водорода. Был блестящим экспериментатором. П. Л. Капицей были сконструированы новые типы установок (турбодетандеры), позволяющие получать жидкость из газов,



П. Л. Капица

а также разделять газы. Вершиной его творчества явилось создание установки для сжигания гелия. Открыл явление сверхтекучести гелия II.

2000 год — Жорес Иванович Алфёров — за фундаментальные исследования в сфере информационных и коммуникационных технологий, используемых в сверхбыстрых компьютерах и оптико-волоконной связи.

**Ж. И. Алфёров** (р. в 1930 г.). Вместе с Р. Казариновым создал полупроводниковый лазер, который применяется в оптико-волоконной связи и, например, в проигрывателях компакт-дисков. В лаборатории Алфёрова разрабатывались солнечные батареи, которые успешно использовались в течение 15 лет на космической станции «Мир». В настоящее время Ж. И. Алфёров занимается исследованиями свойств наноструктур, таких, как квантовые проволоки, позволяющие электронам перемещаться только в одном направлении. Исследования Ж. И. Алфёрова сформировали новое направление — физику гетероструктур, электронику и оптоэлектронику.

2003 год — Виталий Лазаревич Гinzбург и Алексей Алексеевич Абрикосов — за разработку теории сверхтекучести и сверхпроводимости.

**В. Л. Гинзбург** (р. в 1916 г.). Эта теория описывает электронный газ в сверхпроводнике как сверхтекущую жидкость, проходящую через кристаллическую решетку без сопротивления. В. Л. Гинзбург предсказал существование радиоизлучения от внешних областей солнечной короны, предложил метод изучения околосолнечной плазмы. В настоящее время занимается исследованием состава космических лучей, активно участвует в исследовании механизмов высокотемпературной сверхпроводимости. Автор книг по различным проблемам физики и астрофизики.

**А. А. Абрикосов** (р. в 1928 г.). Теоретически обосновал возможность существования нового класса сверхпроводников, которые допускают наличие сверхпроводимости и сильного магнитного поля одновременно. Изучение сверхпроводимости позволило создать сверхпроводящие магниты, используемые в магнитно-резонансных томографах (МРТ). В будущем сверхпроводники предполагается применять в термоядерных установках.



Ж. И. Алфёров



В. Л. Гинзбург



А. А. Абрикосов

## ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

**Упражнение 1.** 1. – 6 м; 18 м. 2. Графики на рисунке 17.6, а, б, в.

**Упражнение 2.** 1. 30 м/с по направлению движения первого автомобиля; 30 м/с по направлению движения второго автомобиля. 2. 20,8 с.

**Упражнение 3.** 1. 12 м/с по оси координат. 2. –5 м; –10 м; –5 м; 10 м. 3. Через 10 с.

**Упражнение 4.** 1. 20 м;  $\approx 20$  м/с. 2.  $\approx 1,4$  с;  $\approx 28$  м;  $\approx 24,5$  м/с. 3. 10 м;  $\approx 40$  м;  $\approx 14$  м/с; 15 м/с; 28 м; 8 м.

**Упражнение 5.** 1.  $\approx 6000$  об/мин. 2.  $\approx 0,61$  см/с; поворот на  $90^\circ$ .

**Упражнение 6.** 1. Ускорение направлено в сторону действия силы; направление скорости может быть любым. 2. 35 Н. 3. 400 Н. 4. 43 кН. 5. 0,6 Н вверх; 0,6 Н вниз. 6.  $4,2 \text{ м/с}^2$ ; 56 Н.

**Упражнение 7.** 1.  $1,66 \text{ м/с}^2$ , т. е. примерно в 6 раз меньше, чем на Земле. 2.  $7,74 \text{ м/с}^2$ ;  $\approx 2,6$  с. 3.  $\approx 200$  Н.

**Упражнение 8.** 1. 0,6 м/с. 2.  $\approx 0,83$  м/с под углом  $\approx 37^\circ$  к берегу. 3. Да. 4. 8 см/с.

**Упражнение 9.** 1. 10 Дж. 2.  $\approx 17$  кДж. 3. 1 м/с. 4. 100 кВт. 5.  $\approx 0,61$  м.

**Упражнение 10.** 1.  $\approx 700$  Н. 2.  $\approx 8,7$  Н · м. 3. 1 м. 4. 70 Н. 5. 400 Н; 200 Н.

**Упражнение 11.** 1. Не более  $12 \text{ м}^2$ . 2. 0,002 кг/моль; 0,004 кг/моль. 3. В 2 раза. 4.  $\approx 0,056$  моль.

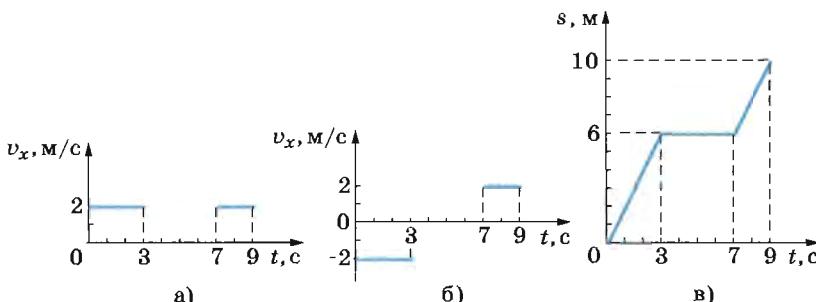


Рис. 17.6

5.  $\approx 4,65 \cdot 10^{-26}$  кг. 6.  $\approx 8,5 \cdot 10^{28}$ . 7.  $\approx 5,7 \cdot 10^{-8}$  м<sup>3</sup>.  
8.  $5 \cdot 10^5$  Па. 9.  $6 \cdot 10^{-21}$  Дж. 10.  $4,9 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>.

**Упражнение 12.** 1.  $2,76 \cdot 10^{-23}$  Дж/К. 2.  $3,14 \cdot 10^4$ .  
3.  $5,3 \cdot 10^{-26}$  кг. 4. На  $\approx 0,5\%$ .

**Упражнение 13.** 1. 20. 3. 250 К. 4.  $\approx 0,0224$  м<sup>3</sup>/моль.

5.  $m = \frac{Mp_0V}{RT}$ . 6. 0,15 м<sup>3</sup>. 7.  $\approx 0,48$  кг/м<sup>3</sup>. 9.  $\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ .

**Упражнение 14.** 1. Увеличится. 2.  $\approx 0,58$  кг/м<sup>3</sup>.  
3. Да, высохнет, т. к. относительная влажность воздуха на улице меньше, чем в комнате. 4.  $\approx 0,21$  кг.

**Упражнение 15.** 1. Увеличится в 1,5 раза. 2. Уменьшилась на 200 Дж. 3.  $\approx 34$  Дж. 7.  $\approx 1,25 \cdot 10^6$  Дж.  
8.  $\approx 2 \cdot 10^5$  Дж. 9.  $\approx 10$  К. 10. 0 °С. 11. 1500 К.  
12. 20%;  $\approx 42\%$ .

**Упражнение 16.** 1.  $\approx 9,2 \cdot 10^{-8}$  Н. 2.  $\approx 7,5 \cdot 10^6$  Н.  
3.  $\approx 1,0 \cdot 10^{-6}$  Н, сила притяжения;  $\approx 6,9 \cdot 10^{-7}$  Н,  
сила отталкивания. 4.  $\approx 1,1 \cdot 10^{-6}$  Н, в сторону второго заряда.

**Упражнение 17.** 1.  $\approx 1,5 \cdot 10^{-16}$  Кл;  $\approx 940$  избыточных электронов. 4.  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $-1,6 \cdot 10^{19}$  Дж. 7. 4000 В/м.  
9.  $-2,3 \cdot 10^3$  В.

**Упражнение 18.** 1.  $\approx 1,75 \cdot 10^{-5}$  Кл. 2.  $\approx 5,5$  мм.  
3.  $U_1 = 700$  В.

**Упражнение 19.** 2.  $\approx 1,4$  мм<sup>2</sup>;  $\approx 16$  м. 3.  $\approx 5 \cdot 10^{-4}$  м/с.  
4.  $\frac{Q}{2}$ ;  $2Q$ . 6. 1200 А. 7. 3,7 В; 0,2 Ом. 8. 0,33 Вт.  
10. 4,1 В; 2 Ом.

**Упражнение 20.** 3.  $\approx 4$  кВт;  $\approx 6,4$  кВт;  
4.  $\approx 2,9 \cdot 10^4$  Кл. 5.  $\approx 3,3 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл. 7.  $\approx 3 \cdot 10^{-5}$  м.  
9.  $1,3 \cdot 10^7$  м/с;  $\approx 4,2 \cdot 10^7$  м/с.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
--------------------	---

## МЕХАНИКА

§ 1. Что такое механика . . . . .	6
§ 2. Классическая механика Ньютона и границы ее применимости . . . . .	7

## КИНЕМАТИКА

Глава 1. Кинематика точки . . . . .	9
§ 3. Движение точки и тела . . . . .	—
§ 4. Положение точки в пространстве . . . . .	10
§ 5. Способы описания движения. Система отсчета . . . . .	13
§ 6. Перемещение . . . . .	16
§ 7. Скорость равномерного прямолинейного движения . . . . .	17
§ 8. Уравнение равномерного прямолинейного движения . . . . .	19
<i>Упражнение 1</i> . . . . .	22
§ 9. Мгновенная скорость . . . . .	—
§ 10. Сложение скоростей . . . . .	25
<i>Упражнение 2</i> . . . . .	27
§ 11. Ускорение . . . . .	—
§ 12. Единица ускорения . . . . .	30
§ 13. Скорость при движении с постоянным ускорением . . . . .	31
§ 14. Движение с постоянным ускорением . . . . .	33
<i>Упражнение 3</i> . . . . .	36
§ 15. Свободное падение тел . . . . .	—
§ 16. Движение с постоянным ускорением свободного падения . . . . .	38
<i>Упражнение 4</i> . . . . .	43
§ 17. Равномерное движение точки по окружности . . . . .	—
Глава 2. Кинематика твердого тела . . . . .	47
§ 18. Движение тел. Поступательное движение . . . . .	—
§ 19. Вращательное движение твердого тела. Угловая и линейная скорости вращения . . . . .	48
<i>Упражнение 5</i> . . . . .	52

## ДИНАМИКА

Глава 3. Законы механики Ньютона . . . . .	53
§ 20. Основное утверждение механики . . . . .	—
§ 21. Материальная точка . . . . .	57
§ 22. Первый закон Ньютона . . . . .	58

§ 23. Сила . . . . .	60
§ 24. Связь между ускорением и силой . . . . .	63
§ 25. Второй закон Ньютона. Масса . . . . .	66
§ 26. Третий закон Ньютона . . . . .	68
§ 27. Единицы массы и силы. Понятие о системе единиц . . . . .	70
§ 28. Инерциальные системы отсчета и принцип относительности в механике . . . . .	72
<i>Упражнение 6 . . . . .</i>	78
<b>Глава 4. Силы в механике . . . . .</b>	79
§ 29. Силы в природе . . . . .	—
<b>Гравитационные силы . . . . .</b>	81
§ 30. Силы всемирного тяготения . . . . .	—
§ 31. Закон всемирного тяготения . . . . .	83
§ 32. Первая космическая скорость . . . . .	87
§ 33. Сила тяжести и вес. Невесомость . . . . .	88
<b>Силы упругости . . . . .</b>	91
§ 34. Деформация и силы упругости . . . . .	—
§ 35. Закон Гука . . . . .	92
<b>Силы трения . . . . .</b>	94
§ 36. Роль сил трения . . . . .	—
§ 37. Силы трения между соприкасающимися поверхностьюми твердых тел . . . . .	95
§ 38. Силы сопротивления при движении твердых тел в жидкостях и газах . . . . .	99
<i>Упражнение 7 . . . . .</i>	102
<b>ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ . . . . .</b>	103
<b>Глава 5. Закон сохранения импульса . . . . .</b>	104
§ 39. Импульс материальной точки. Другая формулировка второго закона Ньютона . . . . .	—
§ 40. Закон сохранения импульса . . . . .	106
§ 41. Реактивное движение . . . . .	108
§ 42. Успехи в освоении космического пространства . . . . .	110
<i>Упражнение 8 . . . . .</i>	114
<b>Глава 6. Закон сохранения энергии . . . . .</b>	115
§ 43. Работа силы . . . . .	—
§ 44. Мощность . . . . .	118
§ 45. Энергия . . . . .	119
§ 46. Кинетическая энергия и ее изменение . . . . .	120
§ 47. Работа силы тяжести . . . . .	122
§ 48. Работа силы упругости . . . . .	124
§ 49. Потенциальная энергия . . . . .	126
§ 50. Закон сохранения энергии в механике . . . . .	129
§ 51. Уменьшение механической энергии системы под действием сил трения . . . . .	130
<i>Упражнение 9 . . . . .</i>	134

<b>СТАТИКА . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>Глава 7. Равновесие абсолютно твердых тел . . . . .</b>	<b>—</b>
§ 52. Равновесие тел . . . . .	—
§ 53. Первое условие равновесия твердого тела . . . . .	137
§ 54. Второе условие равновесия твердого тела . . . . .	138
<i>Упражнение 10 . . . . .</i>	144

## **МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ**

<b>§ 55. Почему тепловые явления изучаются в молекулярной физике . . . . .</b>	<b>145</b>
<b>Глава 8. Основы молекулярно-кинетической теории . . . . .</b>	<b>148</b>
§ 56. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Размеры молекул . . . . .	—
§ 57. Масса молекул. Количество вещества . . . . .	150
§ 58. Броуновское движение . . . . .	153
§ 59. Силы взаимодействия молекул . . . . .	156
§ 60. Строение газообразных, жидких и твердых тел . . . . .	157
§ 61. Идеальный газ в молекулярно-кинетической теории . . . . .	160
§ 62. Среднее значение квадрата скорости молекул . . . . .	161
§ 63. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов . . . . .	163
<i>Упражнение 11 . . . . .</i>	167
<b>Глава 9. Температура. Энергия теплового движения молекул . . . . .</b>	<b>168</b>
§ 64. Температура и тепловое равновесие . . . . .	—
§ 65. Определение температуры . . . . .	172
§ 66. Абсолютная температура. Температура — мера средней кинетической энергии молекул . . . . .	175
§ 67. Измерение скоростей молекул газа . . . . .	178
<i>Упражнение 12 . . . . .</i>	182
<b>Глава 10. Уравнение состояния идеального газа.</b>	
<b>Газовые законы . . . . .</b>	<b>183</b>
§ 68. Уравнение состояния идеального газа . . . . .	—
§ 69. Газовые законы . . . . .	186
<i>Упражнение 13 . . . . .</i>	191
<b>Глава 11. Взаимные превращения жидкостей и газов . . . . .</b>	<b>192</b>
§ 70. Насыщенный пар . . . . .	193
§ 71. Зависимость давления насыщенного пара от температуры. Кипение . . . . .	196
§ 72. Влажность воздуха . . . . .	198
<i>Упражнение 14 . . . . .</i>	202

<b>Глава 12. Твердые тела . . . . .</b>	<b>203</b>
§ 73. Кристаллические тела . . . . .	—
§ 74. Аморфные тела . . . . .	205
<b>Глава 13. Основы термодинамики . . . . .</b>	<b>208</b>
§ 75. Внутренняя энергия . . . . .	—
§ 76. Работа в термодинамике . . . . .	211
§ 77. Количество теплоты . . . . .	214
§ 78. Первый закон термодинамики . . . . .	216
§ 79. Применение первого закона термодинамики к различным процессам . . . . .	219
§ 80. Необратимость процессов в природе . . . . .	222
§ 81. Статистическое истолкование необратимости процессов в природе . . . . .	224
§ 82. Принцип действия тепловых двигателей. Коэффициент полезного действия (КПД) тепловых двигателей . . . . .	230
<i>Упражнение 15 . . . . .</i>	236

## ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

§ 83. Что такое электродинамика . . . . .	240
<b>Глава 14. Электростатика . . . . .</b>	<b>242</b>
§ 84. Электрический заряд и элементарные частицы . . . . .	—
§ 85. Заряженные тела. Электризация тел . . . . .	244
§ 86. Закон сохранения электрического заряда . . . . .	246
§ 87. Основной закон электростатики — закон Кулона . . . . .	247
§ 88. Единица электрического заряда . . . . .	249
<i>Упражнение 16 . . . . .</i>	252
§ 89. Близкодействие и действие на расстоянии . . . . .	—
§ 90. Электрическое поле . . . . .	255
§ 91. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции полей . . . . .	258
§ 92. Силовые линии электрического поля. Напряженность поля заряженного шара . . . . .	260
§ 93. Проводники в электростатическом поле . . . . .	263
§ 94. Диэлектрики в электростатическом поле. Два вида диэлектриков . . . . .	265
§ 95. Поляризация диэлектриков . . . . .	267
§ 96. Потенциальная энергия заряженного тела в одно- родном электростатическом поле . . . . .	269
§ 97. Потенциал электростатического поля и разность потенциалов . . . . .	272
§ 98. Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов. Эквипотенциальные поверхности . . . . .	274
<i>Упражнение 17 . . . . .</i>	277
§ 99. Электроемкость. Единицы электроемкости . . . . .	278

§ 100. Конденсаторы . . . . .	280
§ 101. Энергия заряженного конденсатора. Применение конденсаторов . . . . .	283
Упражнение 18 . . . . .	286
<b>Глава 15. Законы постоянного тока . . . . .</b>	<b>289</b>
§ 102. Электрический ток. Сила тока . . . . .	—
§ 103. Условия, необходимые для существования электрического тока . . . . .	292
§ 104. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление . . . . .	293
§ 105. Электрические цепи. Последовательное и параллельное соединения проводников . . . . .	296
§ 106. Работа и мощность постоянного тока . . . . .	298
§ 107. Электродвигущая сила . . . . .	300
§ 108. Закон Ома для полной цепи . . . . .	303
Упражнение 19 . . . . .	306
<b>Глава 16. Электрический ток в различных средах . . . . .</b>	<b>307</b>
§ 109. Электрическая проводимость различных веществ . . . . .	—
§ 110. Электронная проводимость металлов . . . . .	308
§ 111. Зависимость сопротивления проводника от температуры . . . . .	311
§ 112. Сверхпроводимость . . . . .	312
§ 113. Электрический ток в полупроводниках . . . . .	314
§ 114. Электрическая проводимость полупроводников при наличии примесей . . . . .	317
§ 115. Электрический ток через контакт полупроводников <i>p</i> - и <i>n</i> -типов . . . . .	319
§ 116. Транзисторы . . . . .	321
§ 117. Электрический ток в вакууме . . . . .	324
§ 118. Электронные пучки. Электронно-лучевая трубка . . . . .	325
§ 119. Электрический ток в жидкостях . . . . .	328
§ 120. Закон электролиза . . . . .	330
§ 121. Электрический ток в газах . . . . .	332
§ 122. Несамостоятельный и самостоятельный разряды . . . . .	335
§ 123. Плазма . . . . .	337
Упражнение 20 . . . . .	340
Лабораторные работы . . . . .	342
Приложение . . . . .	355
Ответы к упражнениям . . . . .	360

**Учебное издание**

*Серия «Классический курс»*

Мякишев Геннадий Яковлевич  
Буховцев Борис Борисович  
Сотский Николай Николаевич

## **ФИЗИКА**

**10 класс**

**Учебник для общеобразовательных учреждений**

*Базовый и профильный уровни*

Зав. редакцией В. И. Егудин. Редактор Г. Н. Федина. Младший редактор Т. И. Данилова. Художник В. С. Давыдов. Художественный редактор Т. В. Глушкова. Технический редактор и верстальщик Е. В. Саватеева. Корректоры Л. С. Александрова, Ю. Б. Григорьева

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 23.06.10. Формат 60 × 90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 20,56 + 0,39 форз. Доп. тираж 50 000 экз. Заказ № 3175.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных издательством материалов в ОАО «Тверской ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинат детской литературы им. 50-летия СССР». 170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, 46.





## Выпускаем

- Учебники
- Методическую литературу
- Научно-познавательную литературу
- Словари и справочную литературу
- Наглядные пособия и карты
- Учебные мультимедийные пособия

## Обучаем

Интернет-школа «Просвещение.ру»  
125315, Москва, ул. Балтийская, 14  
Тел. (495) 155-4403, 729-3522, 729-3533  
E-mail: office@internet-school.ru

## Представляем

На сайте издательства для наших партнеров, учителей и родителей

- Каталог выпускаемой продукции
- Методические пособия, презентации, программы повышения квалификации, поурочные разработки, аудиокурсы mp3
- Информационно-публицистический бюллетень «Просвещение»
- Форумы «Просвещение», «Спрашивайте! Отвечаю!»
- Ссылки на образовательные Интернет-ресурсы
- Адреса региональных книготорговых структур

## Приглашаем к сотрудничеству

- Учреждения дополнительного педагогического образования и библиотеки с целью проведения авторских и методических семинаров
- Книготорговые структуры для сотрудничества по продвижению литературы издательства

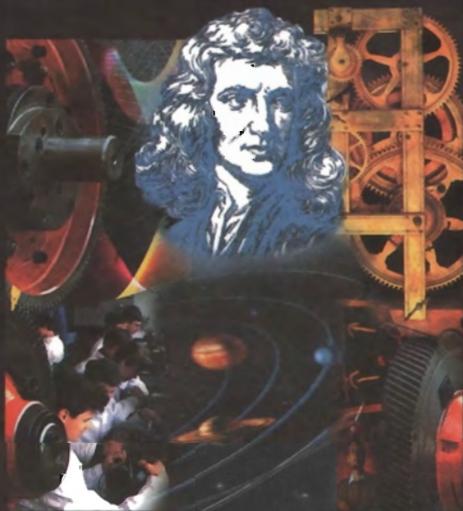
---

**Издательство «Просвещение»**  
127521, Москва,  
3-й проезд Марьиной рощи, 41  
Тел.: (495) 789-3040  
Факс: (495) 789-3041  
e-mail: prosv@prosv.ru  
[www.prosv.ru](http://www.prosv.ru)

**Интернет-магазин Umlit.ru**  
Доставка почтой по России, курьером по Москве  
129075, Москва, ул. Калибровская, 31А  
ООО «Абрис-Д»  
Тел.: (495) 981-1039  
e-mail: zakaz@umlit.ru  
[www.umlit.ru](http://www.umlit.ru)



БАЗОВЫЙ • ПРОФИЛЬНЫЙ  
УРОВНИ



ПРОСВЕЩЕНИЕ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО

ISBN 978-5-09-022776-6

9 785090 227766