НЕСТАНДАРТНЫЙ АНАЛИЗ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

ВРЕМЯ И ХРОНОМЕТРИКА. АРЕАЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА.

П.В.Полуян

От автора: На прошедшей недавно международной математической конференции "Многомерный комплексный анализ" (International Conference "Multidimensional Complex Analysis", Krasnoyarsk, Russia, August 5-10, 2002) я представил внепрограммный доклад "Существуют ли гипердействительные числа в квантово-релятивистской вселенной?" Доклад (http://res.krasu.ru/non-standard) был посвящен обширной теме "Нестандартный анализ неклассического движения", и, в частности, касался вопроса о построении нестандартной теоретической модели времени и применимости нестандартного математического подхода к неклассической физике. Предлагаемая здесь статья является более детальной конкретизацией изложенных там результатов. Автор благодарит математиков и физиков, высказавших в беседах и по e-mail свои критические и конструктивные комментарии к поставленной проблеме.

ХРОНОМЕТРИКА

К сожалению, метрические свойства времени, в отличие от его направленности и текучести, привлекают внимание теоретиков в последнюю очередь. Есть важная причина: именно здесь время как таковое легко отождествляется с пространством - с одномерным линейным континуумом, поэтому ничего специфически временного здесь как бы не обнаруживается.

Да, и можно ли вообще вести речь о "метрических свойствах" времени, если его теоретической репрезентацией является прямая? Ведь метрические свойства - это атрибуты многомерного пространства, где появляются линейно независимые векторы. Если же мы рассматриваем "чистое время", - числовую ось, где откладываются отрезки, конгруэнтность которых обосновывается ссылками на периодичность каких-либо естественных процессов, то ничего кроме линейных операций с временнЫми отрезками проделать нельзя. В связи с этим, надо внести уточнение: метрическими я называю здесь такие свойства "чистого времени", которые не могут быть сведены к особенностям одномерного линейного континуума вещественных чисел. Иными словами, мы заранее предположим, что время является более сложным объектом, нежели ординарная прямая числовая ось.

Хочу напомнить, что еще в XIX веке Уильям Гамильтон сформулировал перспективную задачу: если есть геометрия как наука о пустом пространстве, то - просто по аналогии - можно представить некую науку о "чистом времени". Более того, он предположил, что алгебра - это и есть такая наука, просто мы не улавливаем в ней скрытую временную специфику, не понимаем - как НА САМОМ ДЕЛЕ в алгебраических уравнениях воплощаются внутренние свойства ВРЕМЕНИ. И далеко не случаен тот факт, что открытие некоммутативной алгебры Гамильтоном произошло в результате его попыток смоделировать время в "Теории алгебраических пар чисел".

В 1959 году (J.L.Syng, "The New Scientist" 19th February, 1959, p. 410.) Синг предложил создать особую науку о чистом времени под названием "хронометрия" - по аналогии с геометрией. Но в русском языке такой термин однозначно ассоциируется с процедурой измерения времени, поэтому я ввожу здесь другое название "хронометрика", в этом наименовании зафиксировано наличие особых - метрических - свойств.

Известны попытки дать логическое обоснование тому, что временная ось является именно линейным континуумом подобным континууму вещественных чисел. Наиболее детально это сделано Бертраном Расселом. Мне представляется существенным замечание высказанное по этому поводу английским космологом Дж.Уитроу в его великолепной книге "Естественная философия времени" (G.J.Whitrow, "The Natural Philosophy of Time". London and Edinburgh, 1961, русское издание - М.: "Прогресс", 1964), он совершенно правильно указывает, что в математике существуют упорядоченные множества и более сложного типа.

Уитроу замечает: "Рассел ОПРЕДЕЛЯЕТ мгновение как такое множество событий, любые два события из которого одновременны, и не существует другого события (то есть события, не содержащегося в множестве), одновременного со всеми этими событиями. Предполагается, что мгновения, определенные таким образом, СУЩЕСТВУЮТ" (Дж.Уитроу, Естественная философия времени, стр. 207.) Мы оказываемся в замкнутом круге: собираясь предпринять логическое исследование времени, мы неизбежно начинаем опираться на "эмпирические данные сознания", и в результате получается наукообразный перевод наших субъективных установок на язык логических терминов.

Тем не менее, отметим важность поставленного вопроса: является ли время тождественным континууму вещественных чисел или оно имеет некую иную, более сложную, структуру? Ответ на этот вопрос может составить основу науки под названием ХРОНОМЕТРИКА.

Здесь открывается еще один принципиальный аспект - конгруэнтность. Если для определения конгруэнтности пространственных отрезков более-менее подходят ссылки на сравнимость отрезков при их параллельном переносе, то для сравнимости временных периодов даже эта возможность исчезает. Вольно или невольно мы приписываем времени свойства, которые считаются присущими пространственным отношениям.

Проблеме конгруэнтности пространственных и временных отрезков посвящена книга Адольфа Грюнбаума "Философские проблемы пространства и времени" (Adolf Grunbaum, Philosophical Problem of Space and Time. N.Y., 1963, русское издание - М.: "Прогресс", 1969.) Суть дилеммы: существует ли основание для приписывания пространству (и времени) внутренней метрики, согласно которому совпадение только устанавливает равенство отдельных интервалов, обусловленное внутренне присущим им количеством. Грюнбаум защищает в своей книге позицию Римана - Пуанкаре, согласно которой определение конгруэнтности конвенционально. То есть у пространства и времени нет внутренне присущей им метрики. Также как и у линейного континуума вещественных чисел, где за единицу измерения может быть принято любое число: начав с 1, мы прибавляем к ней еще одну и получаем 2, одновременно получая и 1/2, при условии, что полученная двойка теперь считается единичной мерой. Однако, как и следовало ожидать, в анализе проблемы конгруэнтности у Грюнбаума чаще всего рассматриваются пространственные отношения, которые потом переносятся на временной порядок. А специфика временного порядка опять-таки появляется только в попытках смоделировать чувственно воспринимаемую направленность (анизотропию) времени, и в анализе экзотических вариантов замкнутого, циклического времени.

Итак, основной проблемой хронометрики является поиск ответа на вопрос: тождественны ли континуум временного порядка и континуум вещественных чисел? Возможных ответов выявляется три: оба континуума тождественны, а если не тождественны, то - либо упорядоченный временной ряд более прост, либо он более сложен. В свою очередь, простота времени может выражаться в том, что оно уподобляется счетному множеству, натуральному ряду чисел - имеет атомарную структуру, или отождествляется с множеством рациональных чисел - все интервалы соизмеримы. В случае его "большей сложности" вариантов снова два: либо какая-либо известная нам "сложность", либо некая особая специфика - множество какого-то особого типа.

Когда Рассел писал в 1914 году свое исследование, он традиционным образом переносил на временной порядок уже известные из математики методы, а сам временной порядок представлял исходя из данных нашего чувственного опыта. Вообще-то другого пути у нас нет: все наши представления о времени - это данные нашего опыта. Но опираться надо все-таки на представления о ВРЕМЕНИ, а не о его ИЗМЕРЕНИИ. Это очень важная оговорка.

Дело в том, что ИЗМЕРЕНИЕ времени - операция совершенно идентичная построению шкалы для любой измеримой величины. Однако, когда мы строим шкалу температур, мы не утверждаем, что температура - это линейный упорядоченный континуум. Здесь мы отдаем себе отчет, что мы именно ТАК упорядочиваем данные измерения, для того, чтобы было удобно сравнивать разные температуры одного тела в разных ситуациях или разных тел в одной ситуации. А вот со временем - иначе. Мы неявно предполагаем, что наша процедура измерения - откладывание последовательно неких длительностей, определенных по "тик-так" какого-либо периодического процесса - это и есть ВРЕМЯ. То, как время нами измеряется, конечно, отражает особенности этой сущности, однако эта сущность - ВРЕМЯ - ими отнюдь не исчерпывается. Иными словами, в наших представлениях о времени надо поискать такое его свойство, которое с "измеримостью" не связано, то есть выражает какое-то другое специфическое качество времени.

Мы возьмем за основу такое всем понятное свойство времени, как его разделение на ПРОШЛОЕ, НАСТОЯЩЕЕ и БУДУЩЕЕ. Ясно, что к измерению времени это разделение не относится, но вот к анизотропии, к направленности времени оно явно имеет прямое отношение. Новизна моего подхода состоит в том, что я предлагаю именно от этой "явности" абстрагироваться. То есть для нашего анализа совсем не важно, что время "течет из прошлого – через настоящее - в будущее". Важно то, что единое множество мгновений времени каким-то образом делится на части (подмножества).

Итак, мы начинаем с очевидного для всех разделения "единого потока времени" на ПРОШЛОЕ - НАСТОЯЩЕЕ - БУДУЩЕЕ. Понятно, что, если мы хотим хоть немного продвинуться в научном понимании сущности времени, надо раз и навсегда отбросить психологические интерпретации и признать: разделение ПРОШЛОЕ - НАСТОЯЩЕЕ - БУДУЩЕЕ - это объективное свойство ВРЕМЕНИ. Свойство, присущее ему независимо от того, кто воспринимает его или участвует в этом процессе - человек разумный, собака-сторож или спонтанно распадающаяся элементарная частица. Если мы абстрагируемся от субъективных особенностей восприятия, то ВРЕМЯ предстанет перед нами как предмет вполне пригодный для аналитики, и мы заметим одно фундаментальное свойство.

Здесь, в знак уважения к прошлому, я хочу воспроизвести постулат из работы Учение о Пространстве и Времени" оригинального русского философа Александра Васильевича Сухово-Кобылина, написанной еще в конце XIX века. Это Учение - часть так до сих пор и не изданного труда "Всемир", где философ пытался смоделировать Универсум с помощью биномиального разложения многочлена бесконечной степени. А.В.Сухово-Кобылина у нас знают больше как литератора, а его научные труды мне пришлось изучать в 1990 году в архиве ЦГАЛИ СССР, где хранятся неопубликованные рукописи этого замечательного мыслителя. Сходящиеся ряды у автора "Всемира" - подняты до уровня процессирования Абсолютной Идеи, разворачивается "Философия спирали", от бесконечности отнимаются конечные числа и пр. Так вот, у Сухово-Кобылина, как некий рефрен, повторяется: "Время, разделено на три времени - настоящее, прошедшее и будущее... Прошедшее прошло, его нет. Будущее еще будет, его нет. ЕСТЬ только настоящее".

В логическом смысле представляет интерес рассечение этого "потока мгновений" на три части (три подмножества). Причем, только одно подмножество ЕСТЬ, а двух других подмножеств, оказывается, НЕТ. Будущего-прошлого НЕТ потому, что разделяющая их связка - настоящее - снабжено "предикатом" ЕСТЬ. Так появляются абстрактные объекты, к которым можно попробовать применить традиционные для математики методы.

Итак. Будем считать ВРЕМЯ - множеством мгновений. Или иначе:

1. Есть некое множество, которое мы именуем "время".

2. Состоит это множество из бесконечного числа индивидных элементов, которые мы именуем "мгновения".

3. Элементам ЭТОГО множества будет приписано оригинальное качество: если один элемент этого множетсва ЕСТЬ, то остальных элементов этого множества НЕТ.

Чтобы не путаться в чувственных ассоциациях, связанных со словами "ЕСТЬ" и "НЕТ", определим это оригинальное свойство поточнее, а определение дадим пошире. Скажем так. Все элементы данного множества обладают такой особенностью: если один (или несколько) элементов являются РЕАЛЬНЫМИ, то все другие элементы множества являются НЕРЕАЛЬНЫМИ. А множества такого типа будем именовать - АРЕАЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА. Термин "ареальность" воплощает два смысла: это соединение отрицательной приставки "а" со словом "реальность", и отсылка к биологическому термину "ареал" (место обитания определенного вида существ).

Что мы получили в результате такого определения?

Во-первых, мы констатируем, что ВРЕМЯ, как таковое, подходит под это определение - если мгновение настоящего считать одним единственно реальным, то все другие мгновения в самом точном смысле, - нереальны: прошлые мгновения уже были реальными, будущим эта роль еще предстоит.

Во-вторых, задав ОБЩЕЕ определение, мы подразумеваем, что помимо времени есть и другие прообразы, которые временем совсем не являются. Если мы определили некое небывалое множество, то правомерность определения может быть подтверждена только в том случае, если помимо времени, удастся найти другие денотаты для этой номинации.

Но прежде чем заниматься этими поисками, надо сделать одно важное замечание. (На необходимость этого уточнения автору указал профессор С.С.Кутателадзе.) Введенное только что определение ареального множества явным образом создает некий специфический объект, который отличается от того множества, понятие которого сформировалось в классической теории множеств. Ведь объединение неких элементов в единое целое - множество - подразумевает завершенный акт, отсюда представление об актуальной бесконечности. В нашем же случае сделано существенное уточнение: ареальное множество также является актуально данной совокупностью элементов, однако элементы его являются таковыми благодаря тому, что некие другие элементы не являются элементами данного множества. Иными словами, для данного ареального множества существенной становится наличие ВОЗМОЖНОСТИ того, что его элементами МОГУТ стать и некие другие элементы (при условии, что другие элементы его исключаются из его состава).

Я не думаю, что такое определение идет в разрез с логикой, по которой формировалось понятие множества. Напротив, представляется, что мы здесь находим точку зрения, откуда традиционные представления о множестве могут быть рассмотрены более детально. А главным критерием, которым я руководствуюсь здесь:

конструктивность подхода - построение модели, которая позволяет продвинуться в теоретическом осмыслении реальности.

Итак, какие же примеры ареальности можно еще найти? Мы сразу же вынесем за скобки различные эмпирические случаи, которые могут рассматриваться в качестве ареальных отношений. (Это, например, случаи из биологии популяций - доминирование определенного фенотипа в данных условиях, обусловленное наличием других возможностей, заложенных в генотипе этого вида.) Мы сосредоточим свое внимание на математических объектах – как наиболее абстрактных и пригодных для точного анализа.

Так например, ареальность хорошо улавливался в процессе введения меры на оси действительных чисел. В самом деле, для заданной оси естественным образом предполагается, что возможна перенормировка: взяв 2 за новую единицу, мы старую единицу превращаем в 1/2 и т.п. Иными словами, вся совокупность возможных мер-нормировок является типичным ареальным множеством: если взята - стала реальна - одна из мер, все другие остаются нереализованными - так сказать "пребывают в нереальности". При всей непривычности таких оценок, использование определения "ареальное множество" здесь оказывается правомерным.

Но самое примечательное, что простейшее ареальное отношение - это ни что иное, как логический закон противоречия: либо - А, либо не-А, третьего не дано. То есть, если А - реально, то не-А - нереально. Оно ведь не исчезает это не-А, без него ведь само это А просто немыслимо, но мы, как само собой разумеющееся, полагаем: если А существует, то не-А – именно что не существует! То есть, оно существует - мыслимо - но существует как-то - "нереально". Короче говоря, А и не-А вместе образуют ареальное множество из двух элементов. Аристотель, а за ним и все логики, постоянно подчеркивали, формулируя закон противоречия: не может быть и А и не-А в одном и том же отношении, в одно и то же ВРЕМЯ. Сейчас важно переставить акценты: мы формулируем ЛОГИЧЕСКОЕ ОТНОШЕНИЕ, которое моделирует время, а не эмпирическое время используем для подкрепления логической очевидности.

Введя принцип АРЕАЛЬНОСТИ, мы неожиданно обнаруживаем в самом эмпирическом времени особое свойство.

Давайте, попробуем соотнести ВРЕМЯ, как ареальное множество, с только что введенной ареальностью множества нормировок линейного континуума действительных чисел. То есть возьмем ареальное множество нормировок в качестве основы для моделирования времени, но при этом учтем и специфику времени, в котором реальным всегда является только одно мгновение настоящего.

Если временной континуум отождествить с ареальным множеством нормировок числовой оси, то придется сделать странное заключение: временной порядок осуществляется так, что реализация одной из нормировок происходит только в том случае, если реализовалось - стала мгновением - лишь ОДНА ее точка. Реализация конкретной нормировки может происходить ДЛЯ ВРЕМЕНИ только через реализацию одной ее точки - иначе реальным должно становиться все множество точек, соответствующих данной нормировке. Иными словами, в данной системе отсчета любой РЕАЛЬНО ПРОТЕКШИЙ ОТРЕЗОК ВРЕМЕНИ образован точками, каждая из которых является точкой только одной определенной уникальной нормировки из бесконечного множества таковых. Если "стрела времени" линейна, то только потому, что в нереальность выводится с каждым мгновением бесконечное множество других мгновений, образующих вместе с данным ординарный линейный континуум вещественных чисел.

Напомню: мы рассматриваем здесь свойства "чистого времени" – множество мгновений, которые не отождествляются тут с какими-либо событиями. И вот обнаруживается, что любое мгновение - это не просто точка на оси, а определенная заданная нормировка, а его реальность - это реализация множества точек, которые относительно данной уходят в "прошлое" и "будущее". Но особенность в том, что все эти точки уже стали "реальными" и никогда в будущем ни одна из них уже не станет мгновением и не была таковым ранее.

Это уже следующий шаг в понимании времени, понятие ареальности приводит, как видим, к необходимости более глубокого анализа, но здесь мы ограничимся сказанным. На данном этапе построения ХРОНОМЕТРИКИ качественного элементарного описания, полагаю, достаточно.

НЕСТАНДАРТНЫЙ АНАЛИЗ И АРЕАЛЬНЫЕ МНОЖСТВА.

До сих пор в определении ареального множества и построении модели времени я старался держаться в рамках общепринятых понятий. Все вышеизложенные построения осуществлялись на основе обычных, хорошо известных представлений, - что может быть обыденнее разделения времени на ПРОШЛОЕ-НАСТОЯЩЕЕ-БУДУЩЕЕ! Полагаю, критически настроенный читатель мог счесть изложенное неким бесполезным мудрствованием, но, не думаю, что понятие ареальности могло вызвать у него активный протест. Сейчас я попробую использовать ареальность для уточнения некоторых моментов, касающихся основ математики - здесь позиция автора окажется более уязвимой. Тем не менее, рискну изложить ее.

Перечитывая свои подготовительные заметки, я сам постоянно ловил себя на ощущении неудобства, - будто в приличном обществе опозорился, допустив бестактность. И, конечно, могу представить реакцию читателей: произвольные манипуляции с математическими понятиями наводят на мысль, что у автора "не все в порядке". Однако, я надеюсь, что излагаемый ниже подход будет воспринят хотя бы как любопытный курьез, годный в качестве повода для философско-методологических дискуссий.

Чтобы хоть как-то обосновать свой подход, я должен уточнить исходную теоретическую позицию.

Поскольку мы начали с анализа времени, больше того - именно ЭМПИРИЧЕСКОЕ ВРЕМЯ было объектом теоретического моделирования, полагаю, читателям уже очевиден не математический, а физический характер статьи.

Наша основная тема: НЕСТАНДАРТНЫЙ АНАЛИЗ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ, то есть попытка построения модели механического ДВИЖЕНИЯ в его неклассическом понимании, свойственном для релятивистской и квантовой физики. Идея автора довольно проста: если в классической науке исходное математическое понятие производной совпадало с исходным физическим представлением о скорости - механическом перемещении точки по траектории, то в науке неклассической возможно построение модели, где будет обнаружена аналогичная тесная связь между математическими понятиями и физическими характеристиками движения.

В настоящий момент, математическое моделирование движения имеет феноменологический, описательный характер (по крайней мере, в квантовой механике, так как в теории относительности пространственно-временной континуум играет более фундаментальную роль). Однако ни из каких соображений не следует, что описательное моделирование - это единственно возможный вариант математизации. Мысль Альберта Эйнштейна о том, что можно понять объективную реальность чисто умозрительным - математическим – путем не кажется автору благим пожеланием. Напротив, я убежден, что в математических структурах может быть обнаружены фундаментальные отношения, которые являются прямым и точным отражением физических закономерностей. Мы не будем углубляться в философские тонкости, оставим гносеологические вопросы для другого разговора. Однако не вызывает сомнений: основополагающие математические представления ныне для физики уже не достаточны. Приведу в подтверждение этой мысли две цитаты.

Ричард Фейнман в своей книге "Характер физических законов" пишет: "Теория, согласно которой пространство непрерывно, мне кажется неверной, потому что она приводит к бесконечно большим величинам и другим трудностям. Кроме того, она не дает ответа на вопрос о том, чем определяются размеры всех частиц. Я сильно подозреваю, что простые представления геометрии, распространенные на очень маленькие участки пространства, неверны. Говоря это, я, конечно, всего лишь пробиваю брешь в общем здании физики, ничего не говоря о том, как ее заделать." (Richard Feynman, The Character of Physical Law. Русский перевод: Р.Фейнман. Характер физических законов. М.: Мир, 1968, стр. 184).

А вот какое примечательное суждение высказано в известной книге Д.Гильберта и П.Бернайса: "На самом деле мы вовсе не обязаны считать, что математическое пространственно-временное представление о движении является физически осмысленным также и в случаях произвольно малых пространственных и временнЫх интервалов. Более того, у нас имеются все основания предполагать, что, стремясь иметь дело с достаточно простыми понятиями, эта математическая модель экстраполирует факты, взятые из определенной области опыта, а именно из области движений в пределах того порядка величин, который еще доступен нашему наблюдению... Подобно тому, как при неограниченном пространственном дроблении вода перестает быть водой, при неограниченном дроблении движения также возникает нечто такое, что едва ли может быть охарактеризовано как движение" (Гильберт Д., Барнайс П., "Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики", М., "Наука", 1979, с. 41, первое издание книги - 1934 г.).

Прошу прощения за столь обширное цитирование, оно понадобилось, чтобы обосновать основные предпосылки важной проблемы:

1. Существует принципиальное расхождение между современными физическими представлениями о движении и классическими понятиями анализа.

2. Возможно построение "математической модели", которая подойдет для описания микро-движения в пределах "недоступного наблюдению порядка величин".

Однако - НА САМОМ ДЕЛЕ - речь надо вести не о МОДЕЛИ, и не о ПОСТРОЕНИИ. Речь идет о том, чтобы внутри самой логики классической математики найти основания для дальнейшего развития теории. То, что классический математический анализ с его идеей непрерывно делимого континуума уже не достаточен –

более-менее ясно. Но совершенно непонятно, каким образом эта непрерывная делимость может быть переосмыслена, - какие основания могут быть предложены для этого?

С 60-х годов прошлого века все больше утверждается в математике концепция нестандартного анализа Абрахама Робинсона[*], и, если в начале идею актуально бесконечно малых и актуально бесконечно больших гипердействительных чисел математики не слишком жаловали, ныне выработалась определенная идеология, в рамках которой такие числа считаются допустимы. Однако расширение поля действительных чисел за счет гипердействительных имеет, все-таки, некий условный характер - они понимаются в качестве ИДЕАЛЬНЫХ, "искусственных" объектов. Гипердействительные числа появляются в нестандартной модели анализа Робинсона в результате расширения поля действительных чисел, если допускается нарушение аксиомы Евдокса-Архимеда, но рассматривая логическую модель, где такое нарушение допускается, мы тем не менее понимаем, что сама эта аксиома имеет более фундаментальный характер - она, если угодно, объективно обусловлена, а ее отрицание "условно", искусственно, конвенциально.

Таким образом, неархимедов анализ в его современном виде – это искусственная модель, основанная на прямом отрицании аксиомы Евдокса-Архимеда, и нет пока никаких серьезных причин расширять поле действительных чисел. В самом деле: что это за числа такие, сколь угодно большая сумма которых не может превзойти единицу, а обратные им оказываются за знаком бесконечности? Их введение - это произвольное допущение, а модель анализа, сконструированная на их основе, - остается экзотическим построением, не имеющим, надо понимать, никакого отношения ни к эмпирической реальности, ни к теоретической физике.

Правда, в последнем случае, мы можем обнаружить некоторые интересные особенности.

В теории относительности Альберта Эйнштейна, как известно, используется релятивистское правило сложения скоростей, когда прибавление единиц не приводит к бесконечному возрастанию суммы - она ограничена верхним пределом скорости света. Однако и в этом случае суть дела не в нарушении аксиомы Евдокса-Архимеда, а в особенностях преобразований Лоренца, действенных для псевдоевклидова континуума пространства-времени. Разумеется, можно допустить, что аналогичное правило сложения может работать и для простых величин, типа длин или временных отрезков, но, опять-таки, совершенно не ясно почему мы должны ограничивать бесконечное пространство неким заданным радиусом, к которому будет стремиться сумма складываемых единичных длин. Закон перспективы существует, но ведь мы понимаем, что уменьшение длины с расстоянием - это зрительная иллюзия, а не свойство пространственной метрики.

Теперь обратимся к квантовой механике. Известно, что так называемая "ультрафиолетовая катастрофа" была прямым следствием из формул классического математического анализа - для равновесного излучения в области высоких частот получались бесконечные значения энергии. Однако выход был найден не в модификации математических принципов, а в осмыслении экспериментальных данных: гипотеза Макса Планка положила предел бесконечному дроблению энергии - E=hv оказался неделимым. И сейчас классические формулы анализа продолжают использоваться, а все мешающие бесконечности современные физики-теоретики научились, как выразился Ричард Фейнман, - "заметать под ковер".

Таким образом, теоретическую ситуацию можно охарактеризовать так. С одной стороны, классический анализ оказался недостаточен для физики, хотя его исходные представления выглядят столь очевидными и естественными. С другой стороны, нестандартный анализ кажется для физики подходящим: актуально бесконечно малые как бы "квантуют" континуум в микромасштабах, а гипердействительность (выражение Мартина Девиса из его книги "Прикладной нестандартный анализ": Martin Davis, Applied Njnstsndard Analysis, N.Y., 1977) разбивается на "микромир", мир "действительных масштабов" и мир "космической" бесконечности. Однако неархимедов анализ - это все-таки искусственное построение, эта "неархимедовость" логически противоречит бесконечной делимости и классическому понятию предела. Таким образом, единственным выходом может быть только ЛОГИЧЕСКОЕ соединение нестандартной модели анализа с анализом классическим, обнаружение их необходимой связи, если угодно, - их дополнительности. Появление иррациональных чисел не отменило числа рациональные, точно также введение гипердействительных чисел должно быть не декларативным модельным построением, а естественным выведением их из логики классического анализа. Я считаю, что такая постановка задачи правомерна.

Представление времени в качестве ареального множества - это первый шаг. Он демонстрирует, что МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ как таковое не может прямо и точно воспроизводиться в классическом понятии производной dx/dt, поскольку моменты времени - это не точки на оси T, а элементы некоторого множества, имеющего иную структуру, нежели ординарный линейный континуум. С другой стороны, введение отношения ареальности позволяет взглянуть иначе на такой континуум и обнаружить там некоторые неожиданные свойства.

Мы начнем с простейшего, можно сказать - стандартного утверждения: "Сходящийся ряд чисел имеет конечную сумму, но не имеет последнего члена". Если мы рассмотрим это утверждение как некоторое логическое высказывание, то увидим в нем признаки ареального определения. Множество чисел – членов сходящегося ряда - образуется при условии, что у этой последовательности последнего члена НЕТ. В самом деле, конечность суммы - это актуализация множества, мы начинаем складывать числа, начиная с первого, наибольшего. Общее число слагаемых - бесконечно. Мы можем говорить об актуальной счетной бесконечности этого множества, но это не отменяет важного признака элементов этого множества: они ЕСТЬ, они выстраиваются в определенном порядке, если мы ПОЛАГАЕМ, что последнего члена у последовательности слагаемых этого ряда - НЕТ. Иными словами, сходящаяся последовательность членов ряда может рассматриваться как ареальное множество, когда обычная счетная бесконечность элементов этого множества дополняется неким НЕРЕАЛЬНЫМ элементом - тем самым "последним членом", которого НЕТ.

Это странное рассуждение, казалось бы, ничего содержательного не прибавляет - служит просто каким-то искусственным домыслом. Но попробуем посмотреть: что будет, если мы примем АРЕАЛЬНОЕ отношение за основу?

Первый вывод. Этот исключенный из последовательности "последний член", хотя и не является элементом множества, но тем не менее он ЕСТЬ. То есть, продолжив ареальную логику, мы должны сказать, что ТАКАЯ сходящаяся последовательность членов ряда может предстать перед нами и в ином виде. Действительно, должно быть осмысленным тогда и такое представление о данном множестве, когда "последний член" ЕСТЬ, но в нереальность переходят все остальные – те, которые заведомо больше его. Что же это такое? Это ни что иное, как область гипердействительных чисел в смысле нестандартного анализа.

Таким образом, в рамках логики ареальных отношений, мы определили взаимную дополнительность области действительных чисел (где располагаются члены сходящегося ряда) и область гипердействительных чисел, которые все – меньше "наименьшего". Для гипердействительных чисел не действует аксиома Евдокса-Архимеда ПОТОМУ, что она действует для остальных – действительных - элементов этого ареального множества.

Второй вывод. Если ареальное множество - это нечто единое, то мы не можем просто так "пристыковать" гипердействительные числа к действительным, ведь у нас была задана некая вполне определенная сходящаяся последовательность действительных чисел. Иными словами, в этом ареальном множестве, взятом как целое, должно каким-то образом сохраняться общее для всей этой последовательности ОТНОШЕНИЕ элементов. Совершенно непонятно - каким образом закон сходимости (отношение элементов N_i и N_{i+1}) должен продолжаться в гипердействительной области!

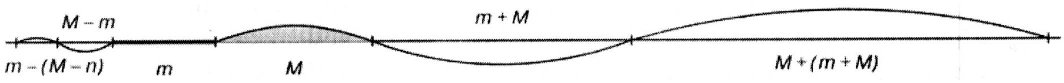
Сейчас мы попробуем понять - КАК ЭТО ПРОИСХОДИТ, рассматривая конкретные случаи последовательностей. Возможно, наше рассмотрение будет выглядеть неким произвольным измышлением, но, если ЛОГИКА АРЕАЛЬНОСТИ принята, то эти выводы будут получаться с необходимостью. Однако прежде чем это сделать, следует кое-что уточнить.

Понятно, что любая сходящаяся последовательность - это искусственно извлеченный фрагмент ряда чисел, связанных порядковым отношением между N_{i-1}, N_i, N_{i+1}. У такого ряда нет не только последнего члена, но и "первого". Точнее, мы можем начать с некоторого N и выстроить бесконечный сходящийся ряд с конечной суммой членов, но то же самое отношение, продолженное в сторону увеличения, разумеется, не будет давать нам конечной суммы, а величина каждого очередного члена ряда будет неограниченно возрастать. Иными словами, отношение ареальность для такого ряда – это вытеснение в нереальность обеих областей определения гипердействительных чисел: актуально бесконечно малых и актуально бесконечно больших. Строго говоря, начиная свои рассуждения с фразы "нет последнего члена", я просто использовал обычное "школьное" определение, для иллюстрации ареального подхода. Тем не менее, это было необходимо – ведь вся суть в том, что, говоря о сходящемся ряде, мы не можем описать его иначе, нежели словами: "У этой суммы нет последнего слагаемого".

Сейчас нам поможет другое "школьное" определение: ряды, где величина членов ряда последовательно возрастает, а "последнего" члена ряда опять-таки НЕТ.

Если мы на числовой прямой будем отмечать точки, соответствующие ряду Фибоначчи, где каждое последующее является суммой двух предыдущих (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ...), то в пределе - при устремлении в область все больших и больших чисел - отношение "двух последних" чисел Фибоначчи, как известно, дает *j*. Это знаменитое иррациональное число 1,61803... , задающее "золотую пропорцию" – сечение, при котором меньший отрезок относится к большему, как больший к их сумме. Можно заявить, что двигаясь так по числовой прямой мы получим в трансфинитной области два актуально бесконечно больших "отрезка", отношение между которыми выражается конечным иррациональным числом *j*.

И наоборот, можно в сторону убывания длин построить ряд отрезков, соответствующих "золотому сечению".



Поскольку отношение большего отрезка к соседнему меньшему = 1,61903..., их общая длина в сторону убывания будет иметь на прямой вполне определенную предельную точку окончания. В ее окрестности и будут "скучиваться" уменьшающиеся отрезки, которые - в полном соответствии с бесконечной делимостью непрерывного континуума - никогда не перестанут делиться. В этом построении предельная точка никогда и не будет достигнута, однако можно утверждать, что в этой бесконечно малой окрестности возле предельной точки происходит удивительная вещь: вместо непрерывного континуума образуются ЧИСЛА, которые будут идти к предельной точке как уменьшающиеся числа Фибоначчи. А поскольку ряд Фибоначчи начинается 1, 1, 2, 3 ... , то эти числа (и соответствующие им актуально бесконечно малые гипердействительные длины) благополучно придут в точку предела.

Здесь можно было бы пока поставить точку, но хочется наметить еще один путь развития предлагаемого подхода. Гармонический ряд целых чисел 1, 2, 3, 4, 5, ..., очевидным образом, в бесконечно большом пределе образует отношение соседних чисел N+1/N, то есть в трансфинитной области эти числа переходят в отношение актуально бесконечных отрезков равной длины. Казалось бы, здесь перевернуть операцию, идя в обратную сторону, невозможно: сложение равных действительных единичных длин не дает нам возможности обнаружить предельную точку, возле которой выстроится гармонический ряд чисел. К счастью, тут обнаруживается свойство иного рода. Хотя мы и "не видим" область, где находятся актуально бесконечно малые длины, образующие гармонический ряд чисел, но мы видим бесконечную прямую на которой отложены равные единичные отрезки и можем, начиная с любого рассмотреть бесконечную полупрямую. На ней соседние отрезки относятся друг к другу как N+1/N, где N – бесконечно большое число, выражающее сумму актуально малых длин. То есть образуется геометрическая прогрессия с множителем 1 + 1/N, и если длина первого отрезка нами принята за единицу, то происходит нарастание длин таким образом, что длина "последнего единичного отрезка" на этой бесконечной полупрямой оказывается $(1 + 1/N)^N$. Не трудно заметить, что эта длина – ***e***.

Попробуем интерпретировать данный результат. Допустим, из начала координат вылетает бесконечное число точек, скорость первой - единица, а расстояния, проходимые ими за единицу времени, последовательно отличаются друг от друга на актуально бесконечно малые единичные величины. И на каком же отрезке расположатся эти точки через единичный период времени?

Поставив это вопрос, я сделал одно упущение: не сказал, что всем векторам скорости надо задать одно общее направление - вдоль прямой. Но можно ли это единое направление действительно задать? На эти вопросы я отвечаю в другой главе работы "Нестандартный анализ неклассического движения", когда описываю движения с неопределенной скоростью. См. на сайте Красноярского госуниверситета www.krasu.ru (http://res.krasu.ru/non-standard).

О ПРИМЕНИМОСТИ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛИЗА В ФИЗИКЕ

Тезисное изложение материала вынуждает нас совершать логические скачки от темы к теме. Сейчас мы обратимся к физике, я попробую продемонстрировать, как нестандартный подход позволяет связать области, между которыми ранее связь не прослеживалась.

Выше было отмечено, что в теории относительности Альберта Эйнштейна используется релятивистское правило сложения скоростей, когда прибавление единиц не приводит к бесконечному возрастанию суммы - она ограничена верхним пределом скорости света. Это напоминает сложение гипердействительных чисел по неархимедову принципу, что позволяет в нестандартном анализе говорить о том, что их сумма не может превзойти единицу, однако в этом случае суть дела не в нарушении аксиомы Евдокса-Архимеда, а в особенностях преобразований Лоренца, действенных для псевдоевклидова континуума пространства-времени.

Самое главное отличие физики от математики здесь в том, что физические величины РАЗМЕРНЫ, в 4-х мерном псевдоевклидовом континууме реального пространства времени мнимая единица дополняется коэффициентом пропорциональности, который в физике интерпретируется как скорость света. В классической физике верхний предел скорости был неограничен, теперь роль бесконечности стала исполнять скорость света. Иными словами, все забесконечные значения скорости оказались вытеснены в нереальность, а это наводит на определенные мысли. Что если попытаться применить здесь технику, уже опробованную нами на бесконечных последовательностях?

Особенно интересно было бы посмотреть, что происходит в малом – это область квантовой механики, а превращение непрерывности в ряд чисел указывает на определенное сходство результатов.

В 1963 году Лео Мозер показал, что если луч света падает под углом на две сложенные вместе стеклянные пластинки, то в зависимости от числа отражений, которые он испытывает, получается разное число возможных путей. При больших значениях числа отражений числа возможных путей образуют ряд Фибоначчии. (Пример Мартина Гарднера из Scientific American. Русский перевод: М.Гарднер. Математические новеллы. М.:"Мир", 1974, стр. 398.) Предлагаемый нестандартный подход, очевидно, может оказаться продуктивным для интерпретации квантово-механических явлений.

Что касается релятивистского сложения скоростей, то нестандартный подход приводит к гипотезе, что точно так же, как в сторону увеличения скорости обнаруживается предельное значение ***С*** - скорость света, в сторону уменьшения может обнаружиться некий предел. Однако, такая гипотеза о "скорости темноты" выглядит экзотично, а главное не совпадает с теми выводами, которые можно сделать на основе формального подхода и его физической интерпретации. Полученные на этом пути результаты представляются мне интересными и физически осмысленными.

Начнем опять-таки с основополагающего для механики представления – с принципа относительности.

Содержание классического принципа относительности Галилея изложить легко: абсолютного движения нет, то есть две точки могут двигаться только относительно друг друга. Если мы берем одну из них за точку отсчета, то полагаем ее покоящейся, а другая относительно нее оказывается двигающейся. Совершенно так же мы можем эту движущуюся принять за неподвижную точку отсчета и считать двигающейся другую. Представление о движении совершенно естественно и необходимо требует принципа относительности - ведь изменение расстояния между точками со временем происходит МЕЖДУ НИМИ.

(Принцип относительности имеет и более замысловатые интерпретации, а это вызывает недопонимание – так например, рецензент "Научной сети" счел мою трактовку ошибочной. Поэтому привожу здесь цитату из работы Альберта Эйнштейна "Что такое теория относительности?": "Координатная система, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы, сама является инерциальной. Специальный принцип относительности представляет собой обобщение этого утверждения на все процессы природы: каждый универсальный закон природы, который выполняется по отношению к некоторой системе отсчета С, должен также выполняться в любой другой системе С`, которая движется равномерно и прямолинейно относительно С".(А.Эйнштейн. Собрание научных трудов. т. I, М.: "Наука", 1965 с. 679.)

Схематически принцип относительности поясняется на примере двух точек:

А. .С

принимаем одну за систему отсчета - вторая "движется относительно ее" и наоборот. Представим: в пустом пространстве находятся две точки (математически безразмерные), разделенные некоторым расстоянием. Теперь постараемся представить, что это расстояние изменяется... Но каким образом можно здесь зафиксировать "изменение"? Анри Пуанкаре однажды провел мысленный эксперимент - спросил: что было бы, если бы расстояния между всеми точками мира внезапно увеличились в два раза? И ответил: мир этого не заметил бы. Думаю, все понятно. Для того чтобы можно было говорить об изменении расстояния между двумя точками, надо представить себе наличие еще одной точки, которая относительно какой-либо из заданных неподвижна.

А. .В .С ®

Неподвижна - то есть находится все время от нее на одном и том же расстоянии. Тут пока никаких сложностей нет: просто мы декларируем, что нам нужна не точка, а система отсчета с заданным эталоном длины. Но ведь мы начинали с двух точек, потом добавили третью и вроде как можем теперь говорить о движении, однако правомерно задать вопрос: как мы определим, что между точками А и В расстояние постоянно, а между А и С изменяется? Ведь с таким же успехом мы можем принять расстояние ВС за эталон, а прежний эталон считать изменяющимся! В этих рассуждениях нет ничего нелогичного, наоборот, мы ввели третью точку и эталонное расстояние именно потому, что не могли определить изменение расстояния, но точно также мы не можем определить и неизменность его меры. Точнее можем определять его и так и так: то АВ берем за неизменный эталон и говорим, что точка С равномерно удаляется от А и от В, то берем за неизменность расстояние между В и С, тогда прежнее эталонное расстояние АВ должно полагаться изменяющимся.

A.*–const–.B .C®*

A*.® B.–const–.C*

Но ведь, если менять местами эталоны длины, получится странная картина. Мысленно представим, что "равномерно движущаяся" С как бы неподвижна и задает нам меру расстояния = const, тогда "реально неподвижная" относительно ЭТОЙ меры будет двигаться неравномерно: А приближается к В все время замедляясь. В самом абсурдном варианте она ускоряется от нуля до бесконечности, потом "прилетает" из бесконечности с другой стороны и начинает опять замедляться до нуля - всю оставшуюся в запасе вечность.

Вышеописанный вывод кажется настолько диким, что первое желание - отбросить его за ненадобностью. Проблема в том, что если мы в принципе относительности Галилея открываем для себя взаимоэквивалентность двух точек именно в процессе их мысленной замены, то почему в логически необходимой системе из трех точек вдруг должны отвергнуть взаимозамену совершенно такую же? Логические возможности возникают не для того, чтобы мы их просто отбрасывали, надо все-таки попытаться понять, что обнаруживается в этой странной ситуации. Может быть, все дело в неправильной интерпретации полученных результатов? Что мы вообще хотим сказать, когда говорим: "Данная материальная точка имеет заданную скорость?"

Стандартный вариант, если внимательнее присмотреться, не очень-то прост. Если у нас задана только одна единственная равномерная постоянная скорость, то ее количественное выражение может быть двояким. Скорость - как отношение отрезка пути к заданной единичной мере времени **[м/с]**, и совершенно эквивалентное отношение периода времени, затраченного для прохождения единичного отрезка расстояния **[с/м]**.

Зададимся простым вопросом: почему в обычном понимании движения исключена альтернативная размерность, почему мы не выражаем скорость как количество секунд, затрачиваемых на прохождение единицы расстояния - ведь это отношение логически допустимо, а математически вполне индивидуально для каждой конкретной скорости? Разве нас удивляет, что на стадионе спортивный результат судьи выражают не в численном значении скорости бегуна, а в количестве времени, затраченном на прохождение дистанции? Это ведь уникальный факт: движение измеряется не метрами за секунду, а временем, которое потребовалось для преодоления заданного расстояния! Тем не менее, в физике данная мера движения с размерностью ***[с/м]*** отвергается. Почему?

На этот "детский" вопрос можно дать вполне серьезный ответ. Множество всевозможных скоростей люди упорядочивают по принципу "медленнее-быстрее", и, сообразно этому, выстраивают по вектору "меньше-больше": чем быстрее скорость, тем она численно больше, - большее количество метров преодолевается за единицу времени. Взяв же иную меру, мы столкнемся с обратным соотношением: большей быстрости вынуждены будем приписывать меньшее число, - чем быстрее движется материальная точка, тем меньшее количество секунд ей требуется для прохождения единичного расстояния. Традиционный спектр скоростей начинается с нуля (покой) и количественно возрастает по мере увеличения-убыстрения скорости (в классической механике верхний предел скорости неограничен). "Самая быстрая", бесконечно большая скорость - это бесконечное количество метров за единицу времени. А вот с альтернативной размерностью **[с/м]** все выглядит точно наоборот: покой - это бесконечное количество секунд, затрачиваемых на "прохождение" единичного расстояния, так сказать, бесконечно большая медленность. Согласитесь, считать от бесконечности к нулю, по крайней мере, не удобно.

Может показаться, что наши рассуждения - мудрствования на пустом месте. Однако это не так. Достаточно сказать, что Готфрид Лейбниц при создании математического анализа неоднократно размышлял над этим вопросом. Он писал: "Покой может рассматриваться как бесконечно малая скорость или как бесконечно большая медленность" (Г.В.Лейбниц. Сочинения в четырех томах. Т. 1. М.: "Мысль" с. 205. См. также т. 3, с. 199.).

У Лейбница есть еще одно примечательное рассуждение: он отождествляет нулевую скорость движения по окружности с бесконечной скоростью, когда "каждая точка окружности должна всегда находиться в одном и том же месте" (Т. 3, с. 290). То есть логически отождествляются не только **0 м/с** и **Ґ** ***с/м*** (соответственно **Ґ** ***м/с и 0 с/м), но также 0 м/с и Ґ м/с при циклическом движении. Это последнее отождествление открывает перед нами одну интересную возможность.***

Почему не удобно отсчитывать увеличение скорости движения в мере **[с/м]**? Потому, что приписывая системе отсчета бесконечную медленность и вводя для движущейся точки некую единичную медленность **1 с/м**, мы не получим равномерную шкалу величин, где можно арифметически складывать **A[с/м] + B[с/м] = (A + B)[с/м]**. То есть такое сложение будет противоречить нормальному представлению о том, как оцениваются скорости при переходе от одной системы отсчета к другой. Но дело коренным образом измениться, если мы воспользуемся, так сказать, "преобразованием Лейбница".

В самом деле, когда мы в классическом принципе относительности выявили необходимость введения третьей точки, задающей неизменную меру расстояния, именно эта третья точка и служила прообразом покоя - за любой период времени она "могла пройти" только нулевое расстояние. Если мы, вслед за Лейбницем, отождествим покой и бесконечную скорость циклического движения, то обнаружим удивительную вещь: приписав такой покоящейся точке бесконечную скорость, мы вместе с мерой длины вводим и меру круговой траектории, длина которой определяется мерой длины как радиусом. Тогда оказывается, что в мере медленности **[с/м]** эта скорость будет уже обладать не бесконечной, а нулевой медленностью: для обегания этого радиуса ей требуется ноль секунд. Теперь мы уже можем вести нормальное сложение медленностей, но единичной медленностью будет считаться 1 секунда, требуемая для обегания единичной круговой траектории. Соответственно, обегание этой траектории за 2 секунды дает другую величину скорости движения - более медленную и т.п. При этом относительность в таком круговом движении полностью сохраняется, а "медленности" можно складывать арифметически. Иными словами, теперь для величин медленности строится нормальная ось, где отсчет идет от нуля до бесконечности. Правда, к бесконечной медленности – к полному покою – двигаются не линейные перемещения по прямой, а скорости передвижения по единичной круговой траектории.

А теперь самое интересное. Если для такой величины как медленность также должен действовать неархимедов закон сложения, то до бесконечной медленности нам не добраться. Должна существовать верхняя грань – предел медленности, столь же недостижимый, как скорость света. Мерой этого предела будет, естественно, **[с/м]** - то есть величина обратная мере скорости. И если эмпирическая предельная скорость С реально существует и измеряется в **[м/с]**, то должна существовать некая эмпирическая константа, измеряемая в **[с/м]**. Требуемая константа в физике известна - она образуется из соотношения ***h*** **/e**^{2} где **e** – заряд электрона, а ***h*** – постоянная Планка. А отношение скорости света к данной комбинации эмпирических констант дает нам безразмерную величину, именуемую постоянной тонкой структуры. Ее величина округленно равна 1/137, и до сих пор не прекращаются попытки выразить это число через комбинацию математических констант **"p"** и **"e"**. Теперь можно утверждать, что эти попытки не лишены оснований.

Подведем итог. Известно, что в псевдоевклидовом 4-мерном пространственно-временном континууме Минковского на осях откладывается единая мера, соответствующая пространственному протяжению **x[м]**, а преобразование меры **t[с]** осуществляется с помощью коэффициента пропорциональности **C[м/с]** - скорости света и мнимой единицы ***i***. (В случае движения по прямой он превращается в обычную комплексную плоскость.) Мы показали, что связь между x и t таким же образом может быть использована для построения псевдоевклидового континуума (комплексной плоскости), где на осях будет откладываться единая мера, соответствующая временным периодам ***t[с]***, а преобразование меры ***x[м]*** будет осуществляться с помощью коэффициента преобразования ***1/v [с/м]*** и мнимой единицы ***i***. В такого рода

построении нет ничего "ошибочного", хотя подход достаточно формальный. Однако попробовать было интересно, ведь такого псевдоевклидового континуума применительно к физическим величинам никто не пытался строить.

Создав его, мы сталкиваемся с проблемой интерпретации, поскольку "обратная скорость света" имеет меру **[с/м]** и не может являться скоростью в обычном понимании этого слова. Эту странную величину на основе традиционного принципа относительности можно интерпретировать как "скорость" вращения по единичной орбите, а коэффициент ***1/v*** для нового типа континуума оказывается константой, которой в физике соответствует комбинация констант $\mathbf{e}^{2/h}$. Вряд ли это является совпадением. Напротив, поскольку в математических построениях, относящихся к многомерному комплексному анализу, все величины безразмерны, а в физике они связаны с конкретными физическими параметрами, отмеченная двойственность псевдоевклидова континуума пространства-времени имеет нетривиальный смысл. По крайней мере, этот формальный подход показывает определенного рода взаимосвязь между понятиями и представлениями теории относительности и квантово-механическими параметрами.

Можно задаться вопросом: значит ли все вышеизложенное, что для абстрактного одномерного континуума существуют естественная метрика и реальный закон, упорядочивающий возрастание величины в области действительных чисел, располагающихся между недостижимыми точками ***0*** и **Ґ**? Я полагаю, что - да.

Однако, возникает вопрос: почему в физике математическая безразмерная ЕДИНИЦА как бы расщепилась, образовав некоторую область с неархимедовым сложением скоростей (скорость оказывается здесь всего лишь коэффициентом пропорциональности между осями псевдоевлидового континуума)? Поскольку в наших построениях не фигурировали никакие динамические физические величины, то понятно, что на подобные вопросы ответов пока нет. Однако у меня нет сомнения - развивая далее предложенный подход, отмеченные неясности можно будет объяснить математически корректно и физически осмысленно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Я понимаю, что, предлагая для серьезного обсуждения эту статью, рискую вызвать вполне естественную отрицательную реакцию. Все это похоже на некое дилетантское фокусничанье с математическими понятиями и физическими представлениями - вроде извлечения числа "пи" из египетской пирамиды. Мне остается выразить надежду, что найдутся читатели, которым предложенный подход покажется перспективным. В конечном счете, единственным критерием научности подхода, является его способность давать выводы, позволяющие увидеть ранее не видимые связи между привычными явлениями и понятиями.

Сейчас в науке общепринята идеология, которую можно назвать модельным конструктивизмом: математика рассматриваться как поставщик абстрактных конструкций для теоретического моделирования результатов физических наблюдений. Как выразился Бертран Рассел: "Математическая концепция дает абстрактную логическую схему, под которую можно подогнать подходящими манипуляциями эмпирический материал". (Б.Рассел "Введение в математическую философию", М.: "Гнозис", 1996. с. 101). Теперь математика - это не язык Логоса, Объективного Духа, а символический язык науки для описания реальности. Сообразно этому, придумываются все более и более абстрактные схемы, а математические концепции, используемые физиками-теоретиками, уходят все дальше и дальше от очевидной простоты, свойственной "математическим началам натуральной философии". Создается впечатление, что абстрактные объекты выступают в роли допотопных слонов и черепах, с помощью которых древние "моделировали" Вселенную...

Но реальное развитие науки идет иначе - я бы назвал этот путь ЛОГОГЕНЕЗОМ. То есть новые сущности "не измышляются", а в естественной логике теории отыскиваются основания, способные развиться в полноценную математическую науку, претендующую на ИСТИННОСТЬ. Если принять этот философский подход, то следует согласиться с Фейнманом - классический анализ НЕ СООТВЕТСТВУЕТ РЕАЛЬНОСТИ, но не потому, что он ошибочен, а потому, что в его логике пока не выявлены логические возможности, позволяющие привести математическую теорию в соответствие с физическими представлениями.

Вводя квант действия h, Макс Планк трагически переживал, что приходится модифицировать формулы со ссылками на эксперимент. Может быть, его переживания были небеспочвенны, и все неклассические свойства движения - и квантование, и релятивистскую связь между скоростью, массой и энергией действительно можно вывести теоретически, взяв за основу логические основания, пока еще скрытые и не выявленные? Я полагаю, что дело обстоит именно так.

---

[*] Позвольте мне процитировать слова Абрахама Робинсона: "Мы собираемся показать, что в настоящих рамках можно развить исчисление бесконечно малых и бесконечно больших величин. Это дает нам возможность заново сформулировать многие известные результаты теории функций на языке бесконечно малых так, как это было предсказано в неопределенной форме еще Лейбницем". ("Введение в теорию моделей и мета-математику алгебры", М. "Наука", 1967, с. 325.) И еще: "Нестандартное дифференциальное исчисление может конкурировать в простоте с самым ортодоксальным подходом". (Там же, с. 340.) Об интегрировании: "Наше

ограничение разбиениями на интервалы одинаковой длины слишком искусственно. Мы построим аппарат, который позволит нам рассмотреть более общие разбиения". (Там же, с. 341).

Павел Полуян,

660049, г.Красноярск, а/я 19589.

Тел. (3912) 27-50-77. E-mail: polyan2002@mail.ru