Мастерская УЧИТЕЛЯ

Н.И. Зорин

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»

10–11 КЛАССЫ

- *Авторские методические разработки*
- *Подробные сценарии занятий*
- *Система задач по всем темам курса*
- *Дифференцированный подход*
- *Олимпиады, турниры, конкурсы*

Механика

Молекулярная физика

Термодинамика

Электродинамика

ФИЗИКА

Мастерская
УЧИТЕЛЯ

Н.И. Зорин

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»

– Авторские методические разработки
– Подробные сценарии занятий
– Система задач по всем темам курса
– Дифференцированный подход
– Олимпиады, турниры, конкурсы

10–11 классы

МОСКВА • «ВАКО» • 2007

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я.72
З86

Зорин Н.И.

З86 Элективный курс «Методы решения физических задач»: 10–11 классы. – М.: ВАКО, 2007. – 336 с. – (Мастерская учителя).

ISBN 5-94665-495-0
ISBN 978-5-94665-495-1

В пособие предлагается авторский элективный курс по физике для учащихся 10–11 классов. Приводится подробное поурочное планирование, методика обучения решению оригинальных и исследовательских задач постепенно возрастающей сложности. Кроме того, даются готовые разработки нестандартных уроков – в формах игры, коллективного соревнования, олимпиады, турнира физиков. Задачами элективного курса являются прежде всего развитие интереса к изучению физических явлений, стимулирование самостоятельного познавательного процесса и практической деятельности учащихся.

Издание адресовано учителям физики, студентам педагогических вузов, также будет полезно ученикам при подготовке к олимпиадам и вступительным экзаменам.

ISBN 5-94665-495-0
ISBN 978-5-94665-495-1

Учебно-методическое издание

Мастерская учителя

Зорин Николай Иванович

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»

10–11 классы

Выпускающий редактор *Татьяна Судакова*
Дизайн обложки *Елизаветы Шевейко*

Налоговая льгота – ОКП 005-93-953. (Литература учебная)
Издательство «ВАКО»
Подписано к печати с диапозитивов 14.12.2006
Формат 84×108/32. Печать офсетная.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 17,64
Тираж 10 000 экз. Заказ №3658.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени «Чеховский полиграфический комбинат».
142300, г. Чехов Московской области,
тел./факс (501) 443-92-17, (272) 6-25-36,
E-mail:marketing@chpk.ru

СОДЕРЖАНИЕ

От автора

Элективный курс предназначен для учащихся 10–11 классов общеобразовательных учреждений естественно-научного или естественно-математического профиля. Курс основан на знаниях и умениях, полученных учащимися при изучении физики в основной и средней школе.

Цели и задачи курса:

– развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения физических задач и самостоятельного приобретения новых знаний;
– воспитание духа сотрудничества в процессе совместного выполнения задач;
– овладение умениями строить модели, устанавливать границы их применимости;
– применять знания по физике для объяснения явлений природы, свойств вещества, решения физических задач, самостоятельного приобретения и оценки новой информации физического содержания, использования современных информационных технологий;
– использование приобретенных знаний и умений для решения практических, жизненных задач.

Элективный курс прежде всего ориентирован на развитие у школьников интереса к занятиям, на организацию самостоятельного познавательного процесса и самостоятельной практической деятельности. В сборнике представлена система задач постепенно возрастающей сложности по механике за курс физики средней школы. Занятия по решению теоретических задач дают возможность обеспечить учащихся материалами для самостоятельной работы. С этой целью после разбора двух-трех ключевых задач на занятии в классе целесообразно дать комплект из 5–10 задач по данной теме для самостоятельной работы с обязательным полным письменным оформлением. Количество решаемых задач определяется желанием школьника, но общее число предлагаемых задач должно быть достаточным для удовлетворения потребностей наиболее способных и настойчивых учащихся.

В конце изучения каждой темы целесообразно проведение занятия в форме тура физической олимпиады. В этом случае все учащиеся получают одинаковые комплекты из трех задач. Это задание выполняется за два часа, без какой-либо посторонней помощи и без обсуждения возникающих проблем с другими участниками. Итогом работы должен быть письменный отчет, содержащий полное теоретическое решение. В конце занятия участникам выдаются заранее подготовленные критерии, а также предлагается выполнить самооценку своих результатов. Затем учитель выполняет контроль произведенной самооценки и выставляет окончательную оценку. В том случае, если большинство участников получило очень низкие оценки, выполнение задания целесообразно повторить на следующем занятии.

При проверке выполнения домашнего задания по решению трудных задач полезна методика, используемая при проведении турнира физиков. Одна группа рассказывает решение задач, вторая группа является оппонентом, третья — рецензентом. При объяснении решения другой задачи группы меняются таким образом, чтобы каждая выступила и докладчиком, и оппонентом, и рецензентом. Особенностью этой формы проведения занятий является обоснование решения задачи в устном выступлении. Оценка выставляется с учетом убедительности аргументов при отстаивании правильности полученного решения (максимальная оценка — 10 баллов), а также при оппонировании (5 баллов) и рецензировании выступлений докладчика и оппонента (3 балла).

Игровые формы проведения занятий — это коллективные соревнования школьников в умении решать задачи. Они являются хорошим дополнением к традиционным формам проведения занятий по решению задач.

Часть I
10 КЛАСС. МЕХАНИКА

Тематическое планирование учебного материала

Правила и приемы решения физических задач (2 ч)

Что такое физическая задача? Физическая теория и решение задач. Составление физических задач. Основные требования к составлению задач. Общие требования при решении физических задач. Этапы решения задачи. Формулировка плана решения. Выполнения плана решения задачи. Числовой расчет. Анализ решения и оформление решения. Типичные недостатки при решении и оформлении решения задачи. Различные приемы и способы решения: геометрические приемы, алгоритмы, аналогии. Методы размерностей, графические решения, метод графов и т.д.

Операции над векторными величинами (2 ч)

Скалярные и векторные величины. Действия над векторами. Задание вектора. Единичный вектор. Умножение вектора на скаляр. Сложение векторов. Вычитание векторов. Проекции вектора на координатные оси и действия над векторами. Проекции суммы и разности векторов.

Равномерное движение. Средняя скорость (по пути и перемещению) (3 ч)

Перемещение. Скорость. Прямолинейное равномерное движение. Графическое представление движения. Средняя путевая и средняя скорость по перемещению. Мгновенная скорость.

Закон сложения скоростей (3 ч)

Относительность механического движения. Радиус-вектор. Движение с разных точек зрения. Формула сложения перемещения.

Одномерное равнопеременное движение (3 ч)

Ускорение. Равноускоренное движение. Движение при разгоне и торможении. Перемещение при равноускоренном движении. Свободное падение. Ускорение свободного падения. Начальная скорость. Движение тела брошенного вертикально вверх.

Двумерное равнопеременное движение (3 ч)

Движение тела брошенного под углом к горизонту. Определение дальности полета, времени полета. Максимальная высота подъема тела при движении под углом к горизонту. Время подъема до максимальной высоты. Скорость в любой момент движения. Угол между скоростью в любой момент времени и горизонтом. Уравнение траектории движения.

Динамика материальной точки. Поступательное движение (3 ч)

Координатный метод решения задач по механике.

Движение материальной точки по окружности (3 ч)

Период обращения и частота обращения. Циклическая частота. Угловая скорость. Перемещение и скорость при криволинейном движении. Центростремительное ускорение. Закон Всемирного тяготения.

Импульс. Закон сохранения импульса (3 ч)

Импульс тела. Импульс силы. Явление отдачи. Замкнутые системы. Абсолютно упругое и неупругое столкновение.

Работа и энергия в механике. Закон изменения и сохранения механической энергии (3 ч)

Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная и кинетическая энергия. Полная механическая энергия.

Статика и гидростатика (2 ч)

Условия равновесия тел. Момент силы. Центр тяжести тела. Виды равновесия тела. Давление в жидкости. Закон Паскаля. Гидравлический пресс. Сила Архимеда. Вес тела в жидкости. Условия плавания тел. Воздухоплавание. Несжимаемая жидкость.

Избранное (4 ч)

Физическая олимпиада.

Урок 1. Физическая задача. Правила решения физических задач

Цели: ознакомить учащихся с минимальными сведениями о понятии «задача»; дать представление о значении задач в жизни, науке, технике; ознакомить с различными сторонами работы с задачами, в частности, научить основным приемам составления задач, классификации задач по трем-четырем основаниям.

Ход урока

I. Организационный момент. Слово учителя

Во вступительной части учитель рассказывает, чем будут заниматься, что изучать. Следует обратить внимание учащихся на то, что в задачнике есть разобранные задачи, но это ничего не значит до тех пор, пока ученики сами не решат их, так как процесс решения физических задач – это сугубо индивидуальный процесс. Далее учитель вводит основное понятие «физическая задача».

В методической и учебной литературе под учебными физическими задачами понимают целесообразно подобранные упражнения, главное назначение которых заключается в изучении физических явлений, формировании понятий, развитии физического мышления учащихся и привитии им умений применять свои знания на практике. В методическом пособии А.В. Усовой *физическая задача* – это ситуация, требующая от учащихся мыслительных и практических действий на основе законов и методов физики, направленных на овладение знаниями по физике и на развитие мышления.

Примечание. Научить учащихся решать физические задачи – одна из сложнейших педагогических проблем. В исследованиях по выявлению степени усвоения учащимися отдельных операций, входящих в умение решать, установлено, что 30–50 % учащихся различных классов указывают на отсутствие у них такого умения. Неумение решать задачи является одной из основных причин снижения успеха в изучении физики. Проведенные исследования показали, что неумение самостоятельно решать задачи являются основной причиной нерегулярного выполнения домашних заданий. Только небольшая часть учащихся овладение умением решать задачи рассматривает как одно из важнейших условий повышения качества знаний по физике. Поэтому данный курс и рассчитан на развитие у учащихся самостоятельности решения задач по подобию или предложенному учителем алгоритму. Учитель в процессе занятий выполняет роль дирижера, наблюдателя.

Далее в процессе беседы следует особо обратить внимание на важность физической теории при решении задач. Значение задач в обучении и жизни. Решение задачи в процессе обучения физики имеет многогранные функции:

– овладение теоретическими знаниями;
– овладение понятиями о физических явлениях и величинах;

– развитие умственных способностей, творческого мышления и специальных способностей учащихся;
– знакомит учащихся с достижениями науки и техники;
– воспитывает трудолюбие, настойчивость, волю, характер, целеустремленность;
– является средством контроля за знаниями, умениями и навыками учащихся.

Все задачи можно классифицировать следующим образом: по требованию, по содержанию, по способу задания и решения. Остановимся на всех видах задач. *Качественные задачи*, которые, как правило, не требуют математических расчетов и по типу условия делятся на словесные, графические и экспериментальные. Основная цель качественных задач – научить:

– различать физические явления и процессы в природе и технике;
– объяснять физические явления и процессы на основе имеющихся теоретических знаний.

Количественные задачи, которые для решения требуют проведения математических расчетов. По типу решения их принято подразделять на:

– аналитические (решаются посредством использования одного или нескольких необходимых уравнений);
– графические (решаются посредством построения графика);
– оценочные (для их решения необходимо сформулировать простую физическую модель рассматриваемого явления, подобрать разумные значения необходимых физических величин и получить примерный числовой результат, например: «Оценить, с какой скоростью может бежать по Луне космонавт в легком, удобном скафандре»);
– экспериментальные.

II. Основная часть

При решении задач необходимо придерживаться определенных требовании и этапов. Для этого детально остановимся на каждом шаге при решении задач:

Правила решения физических задач

Этап 1. Понять суть задачи.

1. Внимательно прочитать текст задачи.
2. Разбить текст задачи на такие фрагменты, в каждом из которых речь идет только об одной теме, об одном яв-

лении, об одном свойстве, об одной физической величине.

3. Выяснить смысл всех непонятных слов и выражений.
4. Записать, что требуется найти и что дано.
5. Сделать схематический рисунок или серию рисунков, если позволяет характер задачи. Указать на чертеже все векторные величины, выбрать систему отсчета.
6. Кратко, одним-двумя предложениями, сделать запись, выражающую суть задачи.

Этап 2. Составить план решения задачи.

1. Рассмотреть физическую картину задачи, уяснив для себя, о каких темах и взаимодействиях тел идет речь в задаче, какие явления и процессы имеют место, какие принимаются упрощения (идеализация), какие физические величины описывают свойства тел и явления, какие связи (отношения) существуют между этими физическими величинами.
2. Провести анализ задачи. Пояснить все буквенные обозначения величин.
3. Составить план решения задачи. Приведя систему уравнений — следует пояснить каждое из них.

Этап 3. Реализовать план решения задачи.

1. Найти решение задачи в общем, алгебраическом виде, проверить, правильную ли оно имеет размерность.
2. Произвести необходимые расчеты, соблюдая правила приближенных вычислений и выполняя операции над наименованиями единиц физических величин.

Этап 4. Проверить или даже исследовать полученный результат.

1. Оценить правдоподобность полученного численного результата.
2. Установить и оценить все частные (предельные) случаи.
3. Записать полученный ответ.

III. Закрепление материала

Предлагается на отдельных развернутых тетрадных листах оформить по данному плану следующую задачу:

Деталь, изготовленная из сплава золота и серебра, имеет массу 412 г и объем 29,4 см^3. Сколько серебра содержится в этой детали?

При оформлении учитывать все основные пункты плана.

Домашнее задание

Закончить оформление задачи. Подобрать или составить свою задачу и оформить ее по плану.

Урок 2. Приемы решения физических задач

Цели: научить учащихся использовать при решении задач различные методы и приемы; рассмотреть более подробно метод графов.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания

При проверке необходимо рассмотреть предложенные учащимися задачи, указать на типичные недостатки при решении и оформлении. В качестве образца необходимо показать решении задачи при помощи метода графов. Особо стоит остановиться на этом способе, т. к данный способ способствует развитию логического мышления при решении задач, что играет огромную роль в курсе физики.

II. Изучение нового материала

Существуют различные приемы и способы решения физических задач: алгоритм, аналогии, геометрические приемы, метод размерностей, графические решения.

Рассмотрим один из способов решения – метод графов. Как он составляется? Нам необходимо найти массу серебра. Запишем ее в двойных окружностях, чтоб найти массу серебра надо знать плотность серебра и его объем. Плотность известна, оставим ее веточку открытой, а объем неизвестен – обведем его окружностью. Для нахождения объема серебра необходимо знать весь объем и объем золота. Объем золота неизвестен, весь объем известен. Поступим аналогично. Далее для нахождения объема золота необходима плотность золота и его масса. Плотность известна, а массу мы можем найти через всю массу и массу серебра. Граф закрыт. По составленному графу необходимо составить систему уравнений и решить ее.

Задача. Деталь, изготовленная из сплава золота и серебра, имеет массу 412 г и объем 29,4 см^3. Сколько серебра содержится в этой детали?

Дано:

масса детали
$m = 0{,}412$ кг

объем детали
$V = 29{,}4 \cdot 10{-}6$ м^3

плотность серебра
$\rho_c = 10500$ кг/м^3

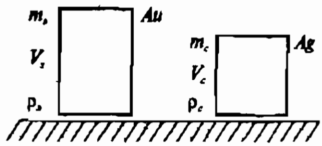
плотность золота
$\rho_з = 19300$ кг/м^3

Найти:

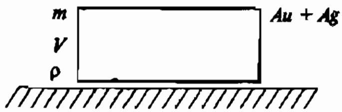
массу серебра m_c

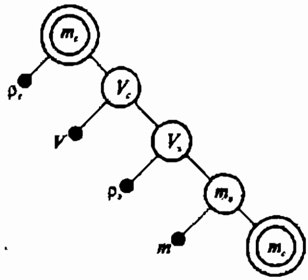
Решение:

Составные части



Деталь из сплава





Упрощение.

Считаем, что объем детали равен сумме объемов составных частей: $V = V_з + V_c$

$$\begin{cases} m = m_з + m_c \text{ – по свойству массы} \\ \rho_р = \dfrac{m_р}{V_з} \text{ – определение плотности} \\ V = V_з + V_c \text{ – по свойству объемов} \\ \rho = \dfrac{m_c}{V_c} \text{ – определение плотности} \end{cases}$$

$m_c = m - m_з;$
$m_c = m - \rho_з V_з;\ m_c = m - \rho_з(V_з - V_c);$

$$m_c = m - \rho_з\left(V - \frac{m_c}{\rho_c}\right);$$

$$m_c\left(\frac{\rho_з}{\rho_c} - 1\right) = \rho_з V - m;$$

Ответ в общем виде:

$$m_c = \frac{\rho_з V - m}{\frac{\rho_з}{\rho_c} - 1}$$

$$m_c = \frac{19300\,\frac{кг}{м^3}\cdot 29{,}4\cdot 10^{-6}\ м^3 - 0{,}412\ кг}{\frac{19300\,\frac{кг}{м^3}}{10500\,\frac{кг}{м^3}} - 1} = 0{,}185\ кг.$$

Ответ: масса серебра 185 г.

III. Закрепление материала

Подведем итоги. Общий подход к решению любой задачи из курса физики в основном сводится к умению проводить анализ произвольного физического явления или совокупности явлений. Фундаментальное понятие «физическое явление» связано с большинством обобщенных понятий физики: физическая система, физическая величина, физический закон и его важнейшие стороны (физический смысл, условия применимости, метод применения), взаимодействие, состояние физической системы и понятие основной задачи. Метод анализа физической ситуации позволяет решить любую поставленную задачу из курса общей физики. Метод постановки задачи поможет не только найти подход к решению поставленной задачи, сформулировать и решить первую задачу, но и далее, используя метод упрощения и усложнения, поставить и решить еще десятки задач различной степени трудности, то есть рассмотреть так называемый «блок» задач.

Домашнее задание

Подобрать или составить свою задачу и оформить ее по плану. Повторить понятие вектор, действия над векторами и проекции.

Уроки 3–4. Операции над векторными величинами

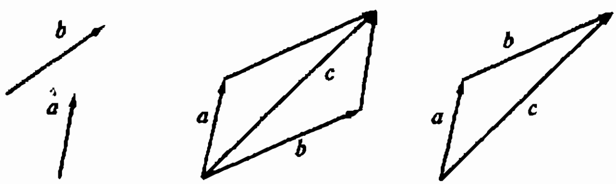
Цели: отработать с учащимися основные навыки по определению модуля вектора, проекции результирующего вектора при сложении и вычитании.

Ход уроков

I. Изучение нового материала

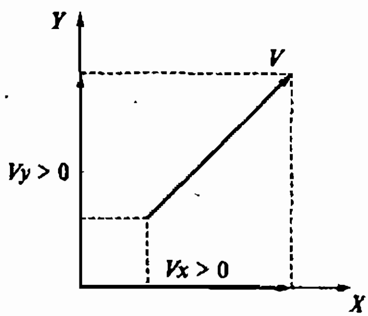
Среди физических величин можно выделить скалярные и векторные. Скалярные имеют только числовые значения (масса, температура, объем). Векторные величины (скорость, сила) имеют направление и числовое значение, которое называется модулем вектора. Изображается векторная величина стрелкой, длина которой является модулем вектора, а сама стрелка указывает направление. Далее следует остановиться на действиях над векторами:

а) Сложение векторов (по правилу параллелограмма или треугольника) – нахождение вектора суммы по данным составляющим векторам $\vec{c} = \vec{a} = \vec{b}$.

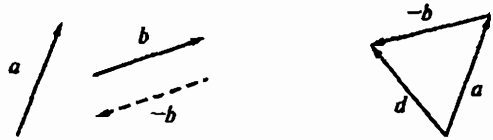


Разложить вектор – найти его составляющие. Это действие неоднозначное и требует указания направлений составляющих. Нахождение проекций на оси координат – частный случай разложения вектора на взаимно – перпендикулярные составляющие.

Пример: $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$.



б) Вычитание вектора $\vec{b}$ из вектора $\vec{a}$ можно заменить сложением $\vec{a}$ с вектором $(-\vec{b})$: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.



в) Скалярное произведение двух векторов – скаляр, равный произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha.$$

На занятии целесообразно разобрать у доски с проговариванием задач.

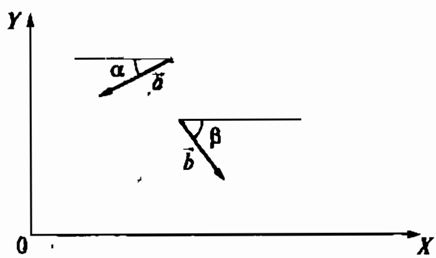
1.1. Найдите разность векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и проекции вектора $\vec{c}$ на оси Ox и Oy. Известно, что $a = 5{,}2$ см, $b = 3$ см, $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$. Какой угол с осью координат Ox составляет вектор $\vec{c}$?

Дано:
$a = 5{,}2$ см
$b = 3$ см
$\alpha = 30°$
$\beta = 60°$

Найти:
c_x, c_y, γ, c

Решение:

Для вычисления вектора $\vec{c}$, являющегося разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, можно воспользоваться координатным методом: в проекции на координатные оси Ox и Oy соответственно имеем $c_x = a_x - b_x$, $c_y = a_y - b_y$, где $a_x = -a\cos\alpha$, $b_x = b\cos\beta$ $a_y = -a\sin\alpha$, $b_y = -b\sin\beta$.



Тогда $c_x = a_x - b_x = -a\cos\alpha - b\cos\beta = -6{,}0$ см, $c_y = a_y - b_y = -a\sin\alpha + b\sin\beta \approx 0$.

Длина вектора $\vec{c}$ равна $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = 6{,}0$ см. Он составляет с осью Ox угол γ, определенный условием $\cos\gamma = \dfrac{c_x}{c}$, то есть $\gamma = 180°$.

Ответ: угол $\gamma = 180°$.

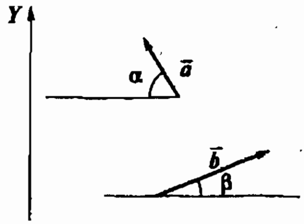
1.2. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = 10$ см, $b = 20$ см, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$.

Дано:
$a = 10$ см
$b = 20$ см
$\alpha = 60°$
$\beta = 30°$

Найти:
c_x, c_y

Решение:
Вычилим проекции на координатные оси Ox и Oy:

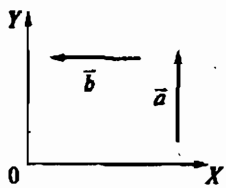
$$a_x = -\cos\alpha,\ a_x = -5\text{ см}$$
$$b_x = b\cos\beta,\ b_x = 10\sqrt{3}\text{ см}$$
$$a_y = a\sin\alpha,\ a_y = 5\sqrt{3}\text{ см}$$
$$b_y = b\sin\beta,\ b_y = 10\text{ см}$$



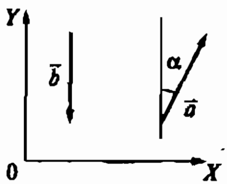
II. Закрепление материала

Предложить учащимся самостоятельно решить задачи: 1.4–1.8, используя разобранную задачу как образец.

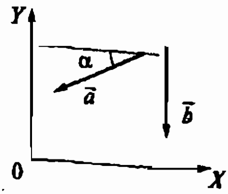
1.4. Сложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину результирующего вектора, если $a = 3$ см, $b = 4$ см. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ составляет 90°.



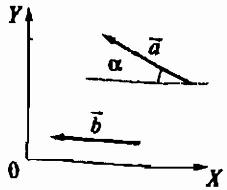
1.5. Сложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину результирующего вектора, если $a = 5$см, $b = 3$ см, $\alpha = 30°$.



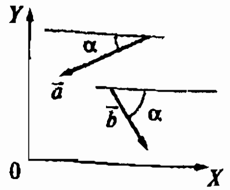
1.6. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = b = 1$ см, $\alpha = 30°$.



1.7. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = b = 1$ см, $\alpha = 30°$.



1.8. Найдите сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и проекции этой суммы на оси Ox и Oy, если $a = b = 5$ см, $\alpha = 60°$.



Домашнее задание

Решить задачи 1.9–1.12, используя алгоритм решения, предложенный на занятии. Повторить понятия равномерного движения, скорости и средней скорости путевой и по перемещению.

Урок 5. Равномерное движение. Средняя скорость (по пути и перемещению)

Цели: научить решать задачи на среднюю скорость; сформировать понятие «средняя скорость по пути» и «средняя скорость по перемещению».

Ход урока

I. Проверка домашнего задания

У доски учащиеся показывают и разбирают только те задачи, которые вызывали затруднения при решении.

II. Изучение нового материала

– Что называется мгновенной скоростью?
– Какое движении принято за равномерное?
– Как находится средняя скорость по пути и перемещению?
– Что называют перемещением?

Разобрать подробно различные типы задач, по данной теме останавливаясь на основных методах и приемах решения задач. Разобрать задачи 2.1–2.5.

2.1. Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с, а вторую половину пути – со скоростью $\upsilon_2 = 15$ м/с. Найдите среднюю скорость $\upsilon_{ср}$ на всем пути.

Дано:
$\upsilon_1 = 10$ м/с
$\upsilon_2 = 15$ м/с
$\Delta S : 2 = S_1$
$\Delta S : 2 = S_2$

Найти: $\upsilon_{ср}$

Решение:
Средняя скорость на пройденном пути ΔS за время Δt по определению равна $\upsilon_{ср} = \Delta S : \Delta t$. Время Δt прохождения пути определено выражением:

$$\Delta t = t_1 + t_2,$$

где t_1 – время движения со скоростью υ_1, t_2 – время движения со скоростью υ_2, причем $\Delta S : 2 = \upsilon_1 \cdot t_1$, $\Delta S : 2 = \upsilon_2 \cdot t_2 \Rightarrow t = \dfrac{\Delta S}{2\upsilon_1} + \dfrac{\Delta S}{2\upsilon_2}$.

Окончательно $\upsilon_{ср} = \dfrac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$; $\upsilon_{ср} = 12$ м/с.

Ответ: $\upsilon_{ср} = 12$ м/с.

2.2. Найдите среднюю скорость движения автомобиля, если известно, что ¼ часть времени он двигался со скоростью 16 м/с, а все остальное время – со скоростью 8 м/с.

Дано:
$\upsilon_1 = 16$ м/с
$\upsilon_2 = 8$ м/с
$t_1 = \Delta t/4$

Найти: $\upsilon_{ср}$

Решение:
Движение автомобиля со скоростью υ происходит в течение времени:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{4}\Delta t,$$

а со скоростью υ_2 — в течение времени:

$$\Delta t_2 = \frac{3}{4}\Delta t.$$

Общее время движения:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{1}{4}\Delta t + \frac{3}{4}\Delta t.$$

Путь, пройденный автомобилем, определен выражением:

$$\Delta S = \upsilon_1\Delta t_1 + \upsilon_2\Delta t_2 = \upsilon_1 \cdot \frac{1}{4}\Delta t + \upsilon_2 \cdot \frac{3}{4}\Delta t.$$

Средняя скорость, по определению равная $\upsilon_{ср.} = \Delta S : \Delta t$,

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1\Delta t_1 + \upsilon_2\Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\upsilon_1\frac{1}{4}\Delta t + \upsilon_2\frac{3}{4}\Delta t}{\frac{1}{4}\Delta t + \frac{3}{4}\Delta t} = \frac{\left(\frac{1}{4}\upsilon_1 + \frac{3}{4}\upsilon_2\right)\Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{4}\upsilon_1 +$$

$$+\frac{3}{4}\upsilon_2,\ \upsilon_{ср} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{ср} = \frac{1}{4}\upsilon_1 + \frac{3}{4}\upsilon_2 = 10$ м/с.

2.3. Зависимость ординаты точки от времени имеет вид $y = 8 - 8t^2$ (все величины в СИ), абсцисса точки от времени не зависит: $x = \text{const}$. Найдите среднюю скорость по перемещению (средневекторную скорость) за первые $\tau = 2$ с от начала движения.

Дано:	**Решение:**
$y = 8 - 8t^2$ $x = \text{const}$ $\tau = 2$ с	По определению $\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$;
Найти: $\vec{\upsilon}_{ср}$	по условию задач $\Delta x = 0$, так как $x =$ $=$ const, следовательно

$$|\Delta\vec{r}| = |\Delta y| \text{ и } |\vec{\upsilon}_{ср}| = \frac{|y(\tau) - y(0)|}{\tau} = \frac{|(8 - 8\tau^2) - (8 - 0)|}{\tau} = \frac{|-24 - 8|}{2} =$$

$$= 16 \text{ м/с}.$$

Ответ: $|\upsilon_{ср}| = 16$ м/с, $(\upsilon_{ср})_y = -16$ м/с, $(\upsilon_{ср})_x = 0$.

2.4. Заданы уравнения движения материальной точки: $x = 2t$, $y = t$ (все величины заданы в СИ). Найдите величины и направление ее скорости через $\tau = 2$ с после прохождения начала координат.

Дано:	Решение:
$x = 2t$ $y = t$ (СИ) $\tau = 2$ с	Убедимся в том, что координаты x и y обращаются в нуль одновременно. Действительно, рассмотрев условия $x(t_0) = 2t_0 = 0$ и $y(t_0) = t_0 = 0$, мы видим, что в момент времени $t_0 = 0$ одновременно обе координаты принимают нулевые значения (то есть точка проходит начало координат в момент времени $t = t_0 = 0$).
Найти: $\vec{\upsilon}(\tau)$	

Таким образом, нас интересует скорость точки в момент времени $\tau = 2$ с после начала движения. Заметим, что обе зависимости координат от времени – $x(t)$ и $y(t)$ – линейные, следовательно, движение точки является равномерным, то есть происходит с постоянной по величине и направлению скорости. Она может быть определена из соотношения $\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{r}$ – перемещение за любой промежуток времени Δt.

Проекции скорости на координатной оси равны:

$$\upsilon_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{2(t+\Delta t)}{\Delta t} = 2 \text{ м/с},$$

$$\upsilon_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} = \frac{2(t+\Delta t) - 2t}{\Delta t} = 1 \text{ м/с}.$$

Мы не только вычислили значения проекций скорости на координатные оси – мы убедились в том, что эти проекции не зависят от Δt, то есть являются постоянными и соответствуют случаю равномерного движения. Модуль скорости равен:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = 2,24 \text{ м/с}.$$

Она составляет с осью Ox угол α такой, что

$$tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{1}{2};\ \alpha = 26,6^\circ.$$

Ответ: $\upsilon = 2,24$ м/с, $tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{1}{2};\ \alpha = 26,6^\circ$.

2.5. Точки A и B движутся в плоскости xOy. Уравнения движения имеют вид: $\vec{r}_a = at\vec{i} + b\vec{j}$, $\vec{r}_b = bt\vec{i} + a\vec{j}$. Здесь a и b – некоторые постоянные. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда и где? Здесь $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – единичные векторы, направление которых совпадает с положительным направлением осей Ox и Oy.

Дано:

$\vec{r}_a = at\vec{i} + b\vec{j}$

$\vec{r}_b = bt\vec{i} + a\vec{j}$

$\vec{r}_a(t_0) = \vec{r}_b(t_0) = \vec{r}_0$

Найти: t_0, $\vec{r}_0$

Решение:

Приведенные выражения для радиус-векторов удобно переписать в координатном виде: $x_A(t) = at$; $y_A(t) = b$; $y_B(t) = at$.

Если точки встретятся в момент времени t_0, то одновременно должны выполняться два условия:

$$x_A(t_0) = at_0 = x_B(t_0) = b; \ (1)$$

$$y_A(t_0) = b = y_B(t_0) = at_0. \ (2)$$

Значение $t_0 = \dfrac{b}{a}$ удовлетворяет условию (1) и (2), точки A и B действительно встретятся. Координаты радиус-вектора $\vec{r}_0$ места встречи равны $x(t_0) = b$; $y(t_0) = b$.

Ответ: $t_0 = \dfrac{b}{a}$, $x(t_0) = b$; $y(t_0) = b$.

Домашнее задание

Решить задачи 2.6–2.16, используя разобранные на занятии задачи.

Уроки 6–7. Тур физической олимпиады

Цели: развитие навыков самостоятельной работы; отработка методов решения задач.

Ход уроков

I. Решение задач

Предлагается решить из задач 2.17–2.24 любые две.

2.17. На дистанции $S = 1500$ м одновременно стартуют два бегуна A и B; A пробегает первую половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с, а вторую – со скоростью $\upsilon_2 = 6$ м/с; бегун B

первую половину времени, затраченного на преодоление всей дистанции, пробегает со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с, а вторую – со скоростью $\upsilon_2 = 6$ м/с. Какой из бегунов финиширует раньше? На какое расстояние ΔS обгонит он другого бегуна?

2.18. Движение двух велосипедистов по прямой описывается уравнением $x_1(t) = 5t$, $x_2(t) = 150 - 10t$ (x – в метрах, t – в секундах). Постройте графики зависимостей $x(t)$ для обоих велосипедистов. Найдите время и место встречи велосипедистов (аналитически и графически).

2.19. Две материальные точки движутся вдоль оси Ox согласно уравнениям $x_1(t) = 8t$, $x_2(t) = 10 - 2t$. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда и где? Все величины заданы в СИ.

2.20. Точки K и M в момент $t = 0$ начинают двигаться вдоль оси Ox согласно уравнениям $x_K = 2 - 3t$, $x_M = 3 + 5t$. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда? Все величины заданы в СИ.

2.21. Материальная точка движется по плоскости в соответствии с уравнениями: $x = t$, $y = 3$. Найдите модуль средней скорости по перемещению (средневекторной скорости) в первые τ секунд движения. Все величины заданы в СИ.

2.22. Материальная точка начинает движение из начала координат. Проекции ее скорости описываются зависимостями $\upsilon_x = b = 2$ м/с, $\upsilon_y = c = 3$ м/с. Найдите пройденный точкой путь и модуль вектора перемещения за время $\tau = 5$ с.

2.23. Зависимость абсциссы движущейся вдоль оси Ox материальной точки, от времени выражается уравнением $x = 6 + 3t + 2t^2$ (Все величины заданы в СИ). Определите модуль средней скорости по перемещению за первые $\tau = 2$ с движения.

2.24. Уравнения движения материальной точки имеют вид: $x = 3t$, $y = 10 - 4t$. Найдите модуль скорости и угол, который составляет вектор скорости с осью Ox через $\tau = 2$ с после начала движения. Все величины заданы в СИ.

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Составить и решить 4–5 задач по данной теме или решить данные задачи.

Урок 8. Закон сложения скоростей

Цели: дать учащимся представление об относительности движения; сформировать представления об относительности скорости при движении тел в одном направлении и при встречном движении.

Ход урока

I. Актуализация знаний

Перед началом занятия следует остановиться на понятии «сложение скоростей». Если тело одновременно участвует в нескольких движениях, то его скорость равна векторной сумме скоростей каждого из этих движений. Это непосредственно следует из правила сложения перемещения: так как $\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2$, то после деления на Δt получаем $v = v_1 + v_2$.

Разобрать на уроке основные типы задач на относительную скорость при движении тел в одном направлении и при встречном движении. (Задачи 3.1–3.2.)

II. Решение задач

3.1. Скорость движения лодки относительно неподвижной воды в $n = 2$ раза больше скорости течения реки. Во сколько раз больше времени занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению?

Дано:	Решение:
n	Путь, проходимый телом при равномерном движении со скоростью υ за время t, равен $S = \upsilon \cdot t$. Скорость движения лодки относительно берега будет равна векторной сумме двух скоростей — скорости движения лодки в стоячей воде $\vec{\upsilon}_0$ и скорости течения $\vec{u}$: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{u}$.
Найти: $\dfrac{t_{по}}{t_{против}}$	

При движении по течению модуль скорости $\upsilon_{по} = \upsilon_0 + u$, против течения $\upsilon_{против} = \upsilon_0 - u$.

По условию задачи $\upsilon_0 = nu$. Следовательно, $S = (n + 1)ut_{по}$, $S = (n - 1)ut_{против}$, $(n + 1)ut_{по} = (n - 1)ut_{против}$,

$$\frac{t_{по}}{t_{против}} = \frac{n+1}{n-1} = 3.$$

Ответ: $\dfrac{t_{по}}{t_{против}} = \dfrac{n+1}{n-1} = 3.$

3.2. Капли дождя на окне неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом $\alpha = 30°$ к вертикали. При движении трамвая со скоростью $u = 18$ км/ч полосы от дождя вертикальные. Определите скорость капель υ в безветренную погоду и скорость ветра $\upsilon_в$.

Дано:

$\alpha = 30^\circ$

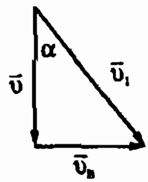
$u = 18$ км/ч

Найти: υ, $\upsilon_в$

Решение:

В системе отсчета, связанной с землей (или неподвижным трамваем) скорость капель дождя, оставляющих след на стекле неподвижного трамвая, складывается из вертикальной составляющей, равной скорости падения $\vec{\upsilon}$ капель в безветренную погоду, и горизонтальной составляющей, равной скорости ветра: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_В$.

При движении трамвая удобно перейти в связанную с ним систему отсчета. В этой системе отсчета скорость капель равна $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_В - \vec{u}$. Так как относительно движущегося трамвая капли падают вертикально, то горизонтальные составляющие скорости ветра $\vec{\upsilon}_В$ и скорости трамвая $\vec{u}_В$ равны: $\upsilon_В = u = 5$ м/с. Вертикальную составляющую скорости капель υ можно найти, рассмотрев сумму векторов $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_В$.



$$\upsilon = \upsilon_В \cdot tg\alpha = u \cdot tg\alpha = 8{,}66 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_В = 5$ м/с, $\upsilon = u \cdot tg\alpha = 8{,}66$ м/с.

Самостоятельно решить задачи: 3.3–3.7, используя разобранные задачи.

Домашнее задание

Решить задачи 3.8–3.12 с полным оформлением.

Уроки 9–10. Игра «Кто больше?»

Цели: в игровой форме обобщить и закрепить знания по данной теме; развить коммуникативные способности.

Ход уроков

I. Проверка домашнего задания

У доски разбираются только те задачи, при решении которых возникали затруднения.

II. Основная часть

Класс разбивается на группы, в каждой из которых должен быть «генератор идей», «физик», «математик», «скептик» и т.д. Предлагаются задачи 3.13–3.23. Группа, которая решила какую-либо задачу первой (после проверки правильности полученного ответа преподавателем), получает 10 баллов. Группа, которая решила эту задачу позже, получает соответственно 9, 8, 7 и т.д. баллов. Выигрывает та команда, которая набрала большее число баллов.

При такой организации занятий в процессе решения задач участвуют все учащиеся, а главное – он сопровождается эмоциональным подъемом.

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Повторить понятия ускорение, равноускоренное и равнозамедленное движение.

Урок 11. Одномерное равнопеременное движение

Цель: научиться находить путь, скорость, ускорение и перемещение при ускоренном движении.

Ход урока

I. Слово учителя

Перед началом занятия есть необходимость напомнить основные понятия.

Равнопеременное движение материальной точки – такое движение точки, при котором ее скорость за любые равные промежутки времени получает одинаковые приращения, то есть это движение с постоянным по модулю и направлению ускорением. Траектория равнопеременного движения – прямолинейная в следующих трех случая: а) если начальная скорость точки равна нулю; б) если она сонаправлена с вектором ускорения; в) если она противоположна ускорению. Во всех других случаях траектория криволинейна.

Свободное падение – движение под действием одной только силы тяготения. Это равнопеременное движение с ускорением g, называемым ускорением свободного падения. Оно зависит от географической широты и высоты над уровнем моря.

II. Решение задач

Разобрать задачи на равноускоренное движение по горизонтали и вертикальном падении без учета сопротивления воздуха. (Задачи 4.1–4.4.)

4.1. За время t тело прошло путь S, причем его скорость увеличилась в n раз. Считая движение равноускоренным, вычислите ускорение тела. Направление движения тела не изменилось.

Дано:	Решение:
S, t, n	Поскольку движение равноускоренное, то зависимость скорости от времени имеет вид: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t$. Проекция скорости на направление движения равна $\upsilon = \upsilon_0 + at$.
Найти: a	

По условию $\upsilon = \upsilon_0 n$, откуда $n\upsilon_0 = \upsilon_0 n + at$, и окончательно

$$\upsilon_0 = \frac{at}{n-1} (1).$$

Путь S при одномерном равнопеременном движении равен:

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a} \Rightarrow S = \frac{\upsilon_0^2 \left(n^2 - 1\right)}{2a}$$

или:

$$a = \frac{\upsilon_0^2 \left(n^2 - 1\right)}{2S}$$

с учетом (1) $a = \dfrac{a^2 t \left(n^2 - 1\right)}{2S\left(n - 1\right)^2}$, откуда $a = \dfrac{2S\left(n - 1\right)}{\left(n + 1\right)t^2}$.

Ответ: $a = \dfrac{2S\left(n-1\right)}{\left(n+1\right)t^2}$.

4.2. Тело падает с высоты h = 100 м без начальной скорости. За какое время t_1 тело проходит первый метр своего пути? За какое время Δt – последний метр? Какой путь S_1 тело проходит за первую секунду своего падения? Какой путь ΔS тело проходит за последнюю секунду? Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:	Решение:
$h = 100$ м $\tau = 1$ с $l = 1$ м	Если ось Oy направлена вертикально вниз, то зависимость координаты y тела от времени t имеет вид: $y(t) = \frac{1}{2}gt^2.$
Найти: t_1, Δt, S, ΔS	За первую секунду движения тело проходит путь

$$S_1 = \frac{1}{2}g\tau^2 = 4,9\,\text{м}.$$

Первый метр пути будет пройден за время:

$$y(t_1) = \frac{1}{2}gt_1^2 = l \text{ откуда } t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}} = 0,45\text{ с}.$$

Весь путь h пройденный телом, равен $h = \frac{gt_0^2}{2}$, где t_0 – время падения тела на Землю из верхней точки, откуда $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. За последнюю секунду движения тело проходит путь:

$$\Delta S = y(t_0) - y(t_0 - \tau) = h - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \tau\right)^2 =$$

$$= \tau\sqrt{2gh} - \frac{1}{2}g\tau^2 = 39,4\text{ м}.$$

Последний метр пути будет пройден за время $\Delta t = t_0 - t_{99}$, где t_{99} – момент времени, когда тело проходит отметку «99 м»:

$$y(t_{99}) = \frac{1}{2}gt_{99}^2 = h - l\text{, откуда } t_{99} = \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}}.$$

$$\Delta t = t_0 - t_{99} = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}} = 0,023\text{ с}.$$

Ответ: $t_1 = \sqrt{\dfrac{2l}{g}} = 0,45$ с, $\Delta t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} - \sqrt{\dfrac{2(h-l)}{g}} = 0,023$ с.

$$S_1 = \frac{1}{2}g\tau^2 = 4,9 \text{ м}, \Delta S = \tau\sqrt{2gh} - \frac{1}{2}g\tau^2 = 39,4 \text{ м}.$$

4.3. В последнюю секунду своего движения свободно падающее тело прошло половину высоты, с которой оно падало. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите высоту h, с которой тело падало.

Дано:

$\Delta t = 1$ с

$h_2 = h : 2$

Найти: h

Решение:

Если ось Oy направлена вертикально вниз, то зависимость координаты y тела от времени t имеет вид:

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2.$$

Весь путь h пройденный телом, равен $h = \dfrac{gt_0^2}{2}$, где t_0 – время падения тела на Землю из верхней точки. Первую половину пути по условию тело проходит за время $(\Delta t - t_0)$, тогда:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}g(t_0 - \Delta t)^2, t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, t_0 - \Delta t = \sqrt{\frac{h}{g}}, \text{откуда}$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \Delta t + \sqrt{\frac{h}{g}}, \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{\Delta t}{(\sqrt{2}-1)}, \text{откуда}$$

$$h = \frac{g(\Delta t)^2}{(\sqrt{2}-1)} = 57,12 \text{ м}.$$

4.4. Во сколько раз скорость пули υ_1 в середине ствола винтовки меньше, чем при вылете из ствола υ_2? Ускорение пули в стволе винтовки считайте постоянным.

Дано:

$S_1 = \dfrac{S}{2}$

$S_2 = S$

$a = \text{const}$

Найти: $\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$

Решение:

Для описания движения используем систему координат, связанную со стволом винтовки, ось Ox направим по направлению движения пули, начало координат выберем так, чтобы в момент начала движения $t = 0$ выполнялось условие $x(0) = 0$. Тогда $\upsilon_1 = at_1$,

$$\upsilon_2 = at_2, \frac{S}{2} = \frac{1}{2}at_1^2, S = \frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_1}{a}, t_2 = \frac{\upsilon_2}{a} \Rightarrow \frac{S}{2} = \frac{\upsilon_1^2}{2a},$$

$$S = \frac{\upsilon_1^2}{2a}, \frac{\upsilon_1^2}{a} = \frac{\upsilon_2^2}{2a}; \text{ откуда } \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{\sqrt{2}} \text{ и } \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{2}.$$

Ответ: $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{2}.$

Самостоятельное решение задач: 4.5–4.9.

Домашнее задание

Решить задачи 4.10–4.15 аналитически и графически.

Урок 12.
Самостоятельное решение задач

Цель: развитие навыков самостоятельной работы.

Ход урока

I. Решение задач

Решить самостоятельно на уроке с полным объяснением следующие задачи: 4.16–4.25.

4.16. Автомобиль, имеющий начальную скорость υ_0 = 36 км/ч, при торможении останавливается за время τ = 2 с. Каково ускорение а автомобиля и какое расстояние S он пробегает до остановки?

4.17. При скорости υ_1 = 15 км/ч тормозной путь автомобиля равен S_1 = 1,5 км/ч. Каким будет тормозной путь S_2 при скорости автомобиля υ_2 = 90 км/ч? Ускорение в обоих случаях считать одинаковым.

4.18. Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх со скоростью υ_0. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите зависимость ординаты у и проекции скорости υ_y от времени, считая, что ось Oy направлена вертикально вверх.

4.19. С крыши дома высотой h = 10 м брошен вверх камень со скоростью υ_0 = 5 м/с. Определить время падения камня на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4,20. Тело бросили вертикально вверх. Оно вернулось на землю через τ = 6 с. На какую высоту h поднялось тело? С какой скоростью υ_0 его бросили? Сопротивлением воздуха пренебречь.

4.21. Камень бросили вверх на высоту $h = 10$ м. Через какое время τ после броска он упадет на землю? На какую высоту H поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить в $n = 2$ раза? Сопротивление воздуха не учитывать.

4.22. Мяч, брошенный вертикально вверх с высоты над землей $h = 10$ м, упал на землю через $t_0 = 4$ с. С какой скоростью υ_0 был брошен мяч?

4.23. Какую начальную скорость υ_0 надо сообщить камню при бросании его вертикально вниз с моста высотой $h = 20$ м, чтобы он достиг поверхности воды через $t = 1$ с? На сколько дольше длилось бы свободное падение камня с той же высоты?

4.24. С аэростата, находящегося на высоте $h = 300$ м, упал камень. Через какой промежуток времени он упадет на землю? Задачу решить для трех случаев:

1) аэростат поднимается со скоростью $\upsilon = 5$ м/с;
2) аэростат опускается со скоростью $\upsilon = 5$ м/с;
3) аэростат неподвижен.

4.25. В момент, когда опоздавший пассажир вбежал на платформу, мимо него за время t_1 прошел предпоследний вагон поезда. Последний вагон прошел мимо пассажира за время t_2. На сколько времени опоздал пассажир к отходу поезда? Поезд движется равноускоренно, длина вагонов одинакова.

Учитель контролирует как идет процесс решения и по необходимости оказывает помощь отдельным ученикам.

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Разобрать задачи 4.26–4.30 и оформить их.

Урок 13. Игра «Поле чудес»

Цель: отработать навыки коллективного соревнования школьников в умении решать задачи.

Ход урока

I. Основная часть

Класс разбивается на группы. Выделенные группы школьников решают предложенные учителем задачи. Затем разыгрывается (с помощью вертушки) номер задачи, решение которой надо объяснить классу (если это решение получено). Предложенные задачи: 4.31–4.44.

4.31. Ракета, запущенная вертикально вверх с Земли, движется с ускорением $a = 2$ м/с^2 в течение времени $t_0 = 50$ с. Затем двигатели прекращают работу. Определите максимальную высоту подъема ракеты. Сопротивление воздуха пренебречь.

4.32. Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением a. Через время τ от начала его движения из него выпал предмет. Определите время t падения предмета на Землю.

4.33. Пловец, спрыгнув с вышки высотой $h = 5$ м, погрузился в воду на глубину $h_1 = 2$ м. Сколько времени и с каким ускорением двигался он в воде?

4.34. Вычислите среднюю скорость движения тела, брошенного вертикально вверх с поверхности Земли со скоростью υ_0, на участке полета от $y = 0$ до $y = \frac{3}{4}y_{max}$ (y_{max} – максимальная высота полета).

4.35. За последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело пролетело $\frac{3}{4}$ всего пути. Сколько времени падало тело?

4.36. Тело свободно падает с высоты $h = 80$ м. Какой путь проходит оно в последнюю секунду падения?

4.37. Тело падает без начальной скорости с высоты $h = 45$ м. Найти среднюю скорость падения тела на нижней половине пути.

4.38. Камень падает с башни с нулевой начальной скоростью. Вторую половину пути он пролетел за время $\tau = 1$ с. Найдите полное время полета t_0 и высоту башни H.

4.39. Свободно падающее тело прошло последние $l = 30$ м за время $\Delta t = 0,5$ с. Найти высоту падения.

4.40. Одно тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 с поверхности земли, другое тело падает с высоты H_0 без начальной скорости. Движения начались одновременно и происходят по одной прямой. Найти зависимость расстояния между телами от времени.

4.41. Одновременно с земли бросают вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с один камень, а второй падает с высоты $h = 10$ м над землей без начальной скорости. Через какое время эти камни встретятся?

4.42. Из двух точек, находящихся на одной вертикали на расстоянии $l_0 = 50$ м, бросили одновременно друг другу два тела с одинаковой скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с. Определите, через какое время t и на каком расстоянии l от верхней точки оба тела столкнутся.

4.43. Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты $h = 990$ м. Выстрел произведен вертикально вверх. Определите начальную скорость пули υ_0, если средняя скорость звука в воздухе $U = 330$ м/с.

4.44. Из одной точки вертикально вверх бросают друг за другом с одинаковой начальной скоростью два шарика. Второй шарик брошен в момент достижения первым максимальной высоты, равной $h = 10$ м. На какой высоте H они встретятся? Сопротивление воздуха пренебречь.

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Повторить теорию «Движение тела брошенного под углом к горизонту».

Урок 14. Двумерное равнопеременное движение

Цели: сформировать представление о понятии «баллистика»; показать уравнение баллистической траектории.

Ход урока

I. Слово учителя

Баллистика – наука о движении снаряда. (от греческого слова «балло» – бросать, метать)

История баллистики тесно связана с историей развития артиллерии. Ряд выдающихся ученых, особенно математиков, занимались вопросами баллистики еще до средних веков. Так, итальянский ученый Тарталья (XVI в.) написал труд «Вопросы и открытия, относящиеся к артиллерийской стрельбе». Баллистикой занимались такие выдающиеся ученые, как Галилей, Торричелли, Мерсен, Ломоносов, Эйлер, Бернулли. Как самостоятельная, определенная область науки, баллистика получила широкое развитие с середины XIX века. Баллистика многим обязана трудам великих русских математиков Н.И. Лобачевского, П.Л. Чебышева, М.В. Остроградского. В 1868 г. полковник Н.П. Федоров установил влияние условий горения пороха на состав продуктов горения. Эти работы явились основой для развития правильных положений о горении пороха при выстреле и были использованы в дальнейших трудах по внутренней баллистике. К 60-м годам относится изобретение двух основных приборов экспериментальной баллистики, широко применяемых до настоящего времени, – хронографа Ле-Буланже для измерения скорости снаряда (Бельгия) и крешера Нобеля для измерения давления пороховых газов (Англия). Из наиболее крупных ученых во второй половине XIX в. следует отметить профессора, члена-корреспондента Академии Наук Н.В. Маевского, известного в области внешней баллистики.

В 1721 г. член Петербургской Академии Наук Даниил Бернулли (1700–1762 гг.) решил задачу о движении снаряда с учетом силы сопротивления воздуха.


Даниил Бернулли

Он принимал силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости снаряда.

Новая эра в баллистике начинается с работ знаменитого петербургского академика Леонарда Эйлера (1710–1763 гг.).

В 1753 г. Эйлер дал более простое решение задачи о движении снаряда в воздухе и предложил метод расчета траекторий, который применяется до настоящего времени.


Леонард Эйлер

Одним из преподавателей внешней баллистики в Академии был выдающийся математик М.В. Остроградский (1801–1861 гг.).

Во время работы в академии Остроградский составил таблицы полета сферических снарядов в воздухе.

Именно ему артиллерийская наука обязана созданием математической школы, так необходимой артиллеристам.

Одной из крупнейших работ того времени является труд итальянского баллистика Сиаччи, который разработал новый метод расчета траекторий. Метод Сиаччи применяется и в настоящее время.


М.В. Остроградский

В XX в. перед внешней баллистикой возникли новые задачи:

– сверхдальняя стрельба;

– составление точных таблиц.

Эти задачи нашли полное разрешение в работах выдающегося баллистика В.М. Трофимова. Ему принадлежит заслуга объединения ряда крупных ученых для разрешения проблем артиллерийской науки в созданной им Комиссии особых артиллерийских опытов.

Одним из ученых, вовлеченных в работу Комиссии, академиком А.Н. Крыловым, в 1918 году был предложен метод численного интегрирования для расчета траекторий и в 1929 г. создана современная теория вращательного движения снарядов.

В Советском Союзе центром артиллерийской науки являлась Артиллерийская академия им. Дзержинского. За это время в СССР проведены выдающиеся работы по внешней баллистике. Профессором Пугачевым решена общая задача о движении вращающегося снаряда в воздухе.

В нашей стране создана и осуществлена на практике теория реактивного движения, основы которой были заложены в работах К.Э. Циолковского и И.В. Мещерского.

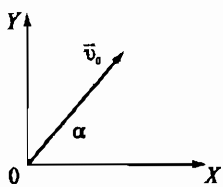
Работы Жуковского, Чаплыгина и их учеников Христиановича и Франкля по аэродинамике и газодинамике дали возможность изучить сопротивление воздуха снарядам, которые движутся со скоростями, близкими к скорости звука и превышающими ее.

II. Решение задач

Используя основные параметры баллистического движения: время подъема на максимальную высоту, максимальная высота, время и дальность полета, скорость при баллистическом движении, разобрать задачи 5.1–5.2.

5.1. Тело, брошенное с земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, находилось в полете $\tau = 2$ с. С какой скоростью υ_0 было брошено тело и какова дальность полета S по горизонтали?

Дано:	Решение:
$\alpha = 30°$ $\tau = 2$ с	Для описания движения тела выберем связанную с землей систему координат, начало которой совпадает с точкой вылета тела, ось Ox направлена горизонтально в направлении движения тела, ось Oy – вертикально вверх.
Найти: υ_0, S	



Дальность полета по горизонтали равна $S = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot \tau$, где τ — время полета, которое можно определить из условия $y(\tau) = (\upsilon_0 \sin\alpha)\tau - \frac{1}{2}g\tau^2 = 0$, откуда $\tau = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$, и

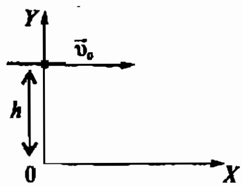
$$\upsilon_0 = \frac{g\tau}{2\sin\alpha} = 19{,}6 \text{ м/с}.$$

$$S = \frac{g\tau^2}{2tg\alpha} = 34 \text{ м}.$$

Ответ: $\upsilon_0 = \frac{g\tau}{2\sin\alpha} = 19{,}6$ м/с; $S = \frac{g\tau^2}{2tg\alpha} = 34$ м.

5.2. Определите скорость υ тела через $\tau = 3{,}0$ с после того, как его бросили горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 39{,}2$ м/с.

Дано:	Решение:
$\tau = 3{,}0$ с $\upsilon_0 = 39{,}2$ м/с	Для описания движения тела выберем связанную с землей систему координат ось Ox которой направлена горизонтально в направлении движении тела, ось Oy – вертикально вверх.
Найти: υ	



Положение начала координат относительно точки вылета тела значения не имеет и может быть, в частности, таким, как на рисунке, где $h = y(0)$. Зависимость проекций скорости $\vec{\upsilon}$ тела от времени на координатные оси имеют вид: $\upsilon_x(t) = 0$; $\upsilon_y(t) = -gt$. Скорость направлена к горизонту под углом α, который может быть найден $tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}$. В момент времени $\tau = 3$ с имеем:

$$\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_0^2 + (y\tau)^2} = 49 \text{ м/с}, \; tg\alpha = -\frac{g\tau}{\upsilon_0} \approx -\frac{3}{4}, \text{ откуда } \alpha \approx -37^\circ.$$

Ответ: $\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_0^2 + (y\tau)^2} = 49$ м/с, $\alpha \approx -37^\circ$.

Предложить учащимся самостоятельно решить задачи 5.3 – 5.10.

Домашнее задание

Решить задачи 5.11–5.15.

Уроки 15–16. Самостоятельное решение задач

Цель: закрепление полученных навыков при решении задач.

Ход уроков

I. Решение задач

Решение задач в группах с последующим обсуждение полученных решении. Разбор задач наиболее трудных у доски с проговариванием этапов решения. (Задачи для обсуждения: 5.16–5.31.) Необходимо решить не менее 5–6 задач на выбор ученика.

5.16. Тело брошено с земли под углом α_0 к горизонту со скоростью υ_0. На какую высоту $h_{макс}$ над землей поднимется тело? В течении какого времени t_1 будет продолжаться подъем вверх?

5.17. Тело брошено с земли под углом α_0 к горизонту со скоростью υ_0. Какое время t_0 тело будет находится в полете? На каком расстоянии S по горизонтальному направлению от места бросания тело упадет на Землю?

5.18. Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью υ_0 под углом α к горизонту. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите зависимость координат x и y, а также проекций скоростей υ_x и υ_y от времени. Определите время τ подъема тела на максимальную высоту. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Ось Ox ориентирована горизонтально в направлении движения тела, ось Oy направлена вертикально вверх.

5.19. Тело брошено с Земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с. Через какой промежуток времени оно упадет на Землю?

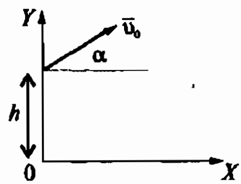
5.20. Тело брощенное с поверхности Земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту находилось в полете $\tau = 2{,}0$ с. С какой скоростью υ_0 было брошено тело и какова дальность S его полета по горизонтали?

5.21. Мяч брошен с начальной скоростью $\upsilon_0 = 40$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту с поверхности Земли. Через какое время от начала движения мяч поднимается на половину максимальной высоты?

5.22. Небольшое тело брошено под углом $\alpha = 60°$ к горизонту с поверхности земли. Определите начальную скорость тела υ_0, если дальность полета составила $S = 88{,}2$ м.

5.23. Снаряд вылетает из ствола орудия под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 600$ м/с. Спустя некоторое время он оказывается на высоте $h = 400$ м. На каком расстоянии S по горизонтали от орудия и в какой момент времени это происходит?

5.24. С горы высотой h бросают тело со скоростью υ, под углом α к горизонту. Найти координаты тела и его скорость через время t после начала движения. Начало системы координат выберите под точкой вылета тела, ось Ox направлена горизонтально в направлении движения тела, ось Oy — вертикально вверх.



5.25. Тело брошено с высоты h с начальной скоростью υ_0 под углом α к горизонту. Определите время t_1 всего полета и время t_2 достижения телом максимальной высоты.

5.26. Камень брошен с башни высотой h со скоростью υ_0, направленной вверх под углом α к горизонту. На каком расстоянии от основания башни упадет камень?

5.27. Тело бросают с высоты $h = 20$ м со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с, Направленной вверх под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. С какой по величине и направлению скоростью тело упадет на землю?

5.28. Тело, брошенное под углом α к горизонту с башни высотой h, достигло наибольшей высоты H. Определите время, необходимое для достижения этой высоты и начальную скорость.

5.29. Дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту с поверхности Земли равна L, максимальная высота подъема H. Определите угол бросания α.

5.30. Под каким углом α к горизонту надо направить струю воды, чтобы дальность ее полета была максимальной?

5.31. Под каким углом к горизонту надо направить струю воды, чтобы максимальная высота подъема равнялась дальности полета?

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Подобрать и предложить на следующем уроке задачи на баллистическое движение.

Урок 17. Динамика материальной точки. Поступательное движение тела

Цели: сформировать понятие об инерциальной системе отсчета; изучить законы Ньютона.

Ход урока

I. Изучение нового материала

Прежде чем приступить к решению задач на законы Ньютона, выясним, когда и в каких системах это возможно. И начнем с понятия инерциальные системы отсчета. Системы отсчета, в которых выполняется закон инерции, называются инерциальными.

Ученик. Кто первым сформулировал сущность закона инерции?

Учитель. Достаточно точную формулировку закона инерции до Ньютона дал философ и математик Рене Декарт, современник Галилея. Он так выразил законы инерции: 1) всякая вещь продолжает по возможности пребывать в одном и том же состоянии и изменяет его не иначе, как от встречи с другой; 2) каждая материальная частица в отдельности стремится продолжить дальнейшее движение не по кривой, а исключительно по прямой.

Ученик. Как экспериментально доказать, что движение по кривой не может быть инерциальным, и кто первым сделал это?

Учитель. Голландский ученый Христиан Гюйгенс, изучая движение маятника, установил, что массивное тело, подвешенное на нити и движущееся по окружности, например маятник, нагружает нить помимо своей силы тяжести дополнительной силой, которую Гюйгенс назвал центробежным стремлением или центробежной силой. Естественно движение по кругу, оказывается, не может быть естественным – инерциальным, потому что к телу, сворачивающему с прямого пути, должна быть приложена центростремительная сила. Сила эта вызывает центростремительное ускорение (которое также называют нормальным). Следовательно, инерционное движение может быть только прямолинейным, а для того чтобы тело (точка) свернуло с прямолинейного пути, к нему должна быть приложена внешняя центростремительная сила.

Ученик. Что такое «инерциальная система отсчета»?

Учитель. Это такая абстрактная система отсчета, которая считается неподвижной или движущейся равномерно и прямолинейно. Если это движение происходит со скоростями, далекими от скорости света, то отличить любым механическими экспериментами неподвижную систему от движущейся равномерно и прямолинейно невозможно. абсолютно точная инерциальная система невозможна в нашем реальном мире. Систему отсчета, близкую к инерциальной, можно получить, поместив ее в центр в центр Солнца, а оси направив на три условно неподвижные звезды. Для более грубых целей, например, технических задач, центр системы можно перенести в центр Земли, а оси направить на те же звезды.

Ученик. Что такое масса гравитационная и масса инертная? Как соотносятся между собой эти массы?

Учитель. Для определения массы тела в физике имеются две основные зависимости. Из второго закона Ньютона массу можно определить как

$$m = \frac{F}{a},$$

где F – сила, действующая на массу m; a – ее ускорение.

Таким образом определяется инертная масса, так как в основе этого закона лежит свойство инертности.

Из закона всемирного тяготения, также открытого Ньютоном, массу m, например падающего у поверхности Земли тела, можно определить как

$$m = \frac{F}{g},$$

где F – сила тяжести тела; g – ускорение свободного падения, равное $\frac{GM}{R^2}$, где G – гравитационная постоянная,

M – масса Земли, R – радиус Земли. При постоянных G, M, R ускорение свободного падения у поверхности Земли g постоянно. Однако масса, определенная из второго выражения уже не инертная, а гравитационная. Так равны ли эти массы – инертная и гравитационная, или нет? Доказательство их равенства может быть получено из следующего рассуждения. Если в вакууме одновременно сбросить на Землю два тела, одно из которых массивнее другого, то оба тела будут падать с одинаковым ускорением. Так как для обоих тел $a = g$, следовательно, и масса инертная равна массе гравитационной.

Далее остановиться на одном из основных способов решения задач, используя алгоритм.

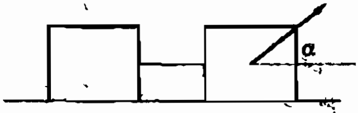
Алгоритм решения задач по динамике

1. Выбрать инерциальную систему отсчета.
2. Найти все силы, действующие на тело, и изобразить их, а также и ускорение на чертеже. Если направление ускорения неизвестно, указать его предположительно.
3. Записать второй закон Ньютона в векторной форме и перейти к скалярной записи, заменив все векторы их проекциями на оси.
4. Исходя из физической природы сил, выразить силы через физические величины, от которых они зависят, и подставить их в закон Ньютона.
5. Если в задаче требуется определить положение или скорость тела, то написать нужные уравнения кинематики.
6. Решить систему уравнений относительно искомых величин.

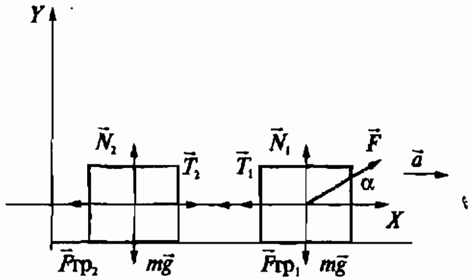
II. Решение задач

Разобрать задачи 6.1–6.2.

6.1. Два груза, массой m каждый, соединенные невесомой нерастяжимой нитью, движутся под действием силы F по шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между поверхностью и грузами μ, угол между направлением силы и горизонтом α. Определите ускорение грузов a и силу натяжения T нити, соединяющей грузы.



Дано:	**Решение:**
m, $\vec{F}$, μ, α	Рассмотрим силы, действующие на тела системы.
Найти: T, a	Здесь $\vec{N}_1$ – сила реакции опоры на первое (правое) тело; $\vec{N}_2$ – сила реакции опоры на второе (левое) тело; $\vec{F}_{тр_1}$ – сила трения первого тела;



$\vec{F}_{тр_2}$ — сила трения второго тела; $\vec{T}_1$ – сила действия нити на тело 1; $\vec{T}_2$ – сила действия нити на тело 2. Основной закон движения материальной точки (второй закон Ньютона) для первого и второго тела запишем в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр_1} + \vec{T}_1 = m\vec{a}.$$

$$m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр_2} + \vec{T}_2 = m\vec{a}.$$

Переходя от векторных равенств к скалярным, для проекции на горизонтальную ось Ox имеем:

$$ma = F\cos\alpha - F_{тр_1} - T.$$

$$ma = T - F_{тр_2}.$$

Для проекций на вертикальную ось Oy:

$$0 = N_1 - mg + F\sin\alpha.$$

$$0 = N_2 - mg.$$

Отсюда $N_1 = mg - F\sin\alpha$, $N_2 = mg$.

Так как по условию задачи грузы скользят по поверхности, то модули сил трения равны:

$$F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu(mg - F\sin\alpha).$$

$$F_{тр_2} = \mu N_2 = \mu mg.$$

Тогда

$$(1)\ F\cos\alpha = \mu(mg - F\sin\alpha) - T = ma.$$

$$(2)\ T - \mu mg = ma.$$

Сложим (1) и (2):

$$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) - T = 2ma,$$

отсюда

$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{2m} - \mu g$$

Из (2) получим:

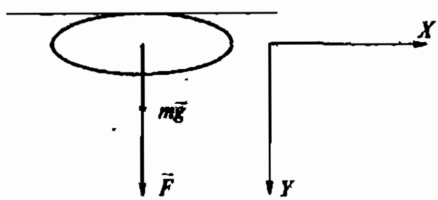
$$T = \frac{F}{2}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha).$$

Ответ:

$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{2m} - \mu g;\ T = \frac{F}{2}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha).$$

6.2. Кусок замазки массой m = 0,2 кг, брошенный вертикально верх, перед ударом о потолок двигался со скоростью υ = 9,8 м/с. Деформируясь при ударе, замазка прилипает к потолку и принимает окончательную форму через Δt = 0,18 с. Найдите среднюю силу давления F куска замазки на потолок при ударе.

Дано:	**Решение:**
m = 0,2 кг υ = 9,8 м/с Δt = 0,18 с	Второй закон Ньютона, описывающий движение замазки в процессе взаимодействия с потолком, может быть записан в виде:
Найти: F	$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}.$



Для проекций сил и ускорения на ось Oy получим $F + mg = ma$.

Считая движение равноускоренным, имеем $a = \dfrac{\upsilon}{\Delta t}$, откуда

$$F = m\left(\frac{\upsilon}{\Delta t} - g\right) = 8{,}92H.$$

Ответ: $F = m\left(\frac{\upsilon}{\Delta t} - g\right) = 8{,}92H.$

Решить самостоятельно задачи 6.3–6.8.

Домашнее задание

Используя предложенный на уроке алгоритм, решить задачи 6.9–6.13.

Урок 18. Решение задач

Цели: развить логическое мышление учащихся; продолжить развивать навыки самостоятельного овладения знаниями.

Ход урока

I. Основная часть

На данном этапе отрабатываются навыки стандартного подхода для решения ключевых задач.

Разберем ряд задач:

1. В трубе течет вода со скоростью 5 м/с. Как изменится давление воды в трубе у заслонки, если течение воды резко остановить заслонкой? Скорость звука в воде 1500 м/с.

Дано:	**Решение:**
$v = 5$ м/с $c = 1500$ v/c	Изменения давления в воде распространяется в ней со скоростью звука. При остановке воды давление возрастает.
Найти: p	

Изменение давления распространяется за время Δt на расстояние: $\Delta L = c\Delta t$. Масса остановившейся воды равна: $\Delta m = \rho\Delta V = \rho S\Delta L = \rho Sc\Delta t$, где ρ – плотность воды, S – площадь поперечного сечения трубы у заслонки. При этом происходит изменение импульса mV воды:

$$\Delta(mV) = \Delta mV,\ F\Delta t = \Delta(mV),\ F = \frac{\Delta(mV)}{\Delta t} = \rho ScV.$$

Отсюда следует, что давление p равно:

$$p = \frac{F}{S} = \rho cV.\ p = 10^3 \cdot 1500 \cdot 5\ \text{Па} = 7{,}5 \cdot 10^6\ \text{Па}.$$

Ответ: $p = 10^3 \cdot 1500 \cdot 5$ Па $= 7{,}5 \cdot 10^6$ Па.

2. Модель вертолета в 1/8 натуральной величины удерживается в воздухе двигателем мощностью 50 Вт. Какой мощ-

ности двигатель нужен для настоящего вертолета? В модели использованы те же материалы, что и в настоящем вертолете.

Дано:	Решение:
$N_{модели} = 50$ Вт $m = 1/8$ М	Вертолет удерживается в воздухе реактивной силой струи воздуха, отбрасываемой винтом.
Найти: N	Если плотность воздуха ρ, площадь, захватываемая винтом, S и скорость

струи воздуха v, то за время Δt масса отбрасываемого воздуха равна: $\Delta m = \rho S v \Delta t$.

При этом изменение импульса воздуха равно: $\Delta(mv) = \Delta m v = \rho S v^2 \Delta t$, а сила действия винта на воздух равна: $F = \dfrac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \rho S v^2$. Соответственно воздух действует на винт силой: $\rho S v^2 = Mg$, где M – масса вертолета. Для создания такой струи вертолет должен иметь мощность:

$$N = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m v^2}{2\Delta t}.$$

Отсюда

$$N = \frac{\Delta m v^2}{2\Delta t} = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

и, как следствие

$$v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}.$$

Поэтому

$$N = \frac{1}{2} Mg\sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}.$$

Масса M вертолета пропорциональна L^3, $S \sim L^2$, $N \sim L^{\frac{7}{2}}$, где L – линейные размеры вертолета.

$$\frac{N}{N_{модели}} = \left(\frac{L}{L_{модели}}\right)^{\frac{7}{2}} - 8^{\frac{7}{2}},\ N = N_{модели} \cdot 8^{\frac{7}{2}} \approx 72{,}4 \text{ кВт}.$$

Ответ: $N = N_{модели} \cdot 8^{\frac{7}{2}} \approx 72{,}4$ кВт.

II. Закрепление материала

Решение задач 6.14–6.23.

Домашнее задание

Решить задачи 6.24–6.28.

Урок 19. Самостоятельная работа по решению задач на динамику

Цель: проконтролировать и оценить знания учащихся.

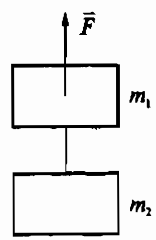
Ход урока

I. Решение задач

Из предложенных задач решить 5–6 с полным оформлением, используя предложенный ранее алгоритм. (Задачи 6.29–6.48.)

6.29. Два одинаковых бруска, связанные невесомой нерастяжимой нитью движутся по горизонтальной плоскости под действием силы $F = 10$ *Н*, приложенной к одному из них и направленной вверх под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определите модуль силы натяжения T нити, если коэффициент трения брусков о плоскость равен $\mu = 0,5$.

6.30. Два бруска массами m_1 и m_2 связанные невесомой нерастяжимой нитью находятся на горизонтальной плоскости. К ним приложены силы F_1 и F_2, направленные под углами α и β к горизонту. Найдите ускорение а системы и натяжение T нити, если коэффициенты трения брусков о плоскость одинаковы и равны μ. Силы F_1 и F_2 удовлетворяют условиям $F_1 \cdot \sin\alpha < m_1 g$, $F_2 \cdot \sin\beta < m_2 g$. Известно, что система движется влево.



6.31. На рисунке изображены два тела массами m_1. и m_2 связанные невесомой нерастяжимой нитью. К телу массой m_1

приложена сила F_1, направленная вертикально вверх. Найдите силу натяжения T.

6.32. Определите ускорение тела, соскальзывающего с наклонной плоскости, если угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$, а коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $\mu = 0,3$.

6.33. При коэффициенте трения, равном $\mu = 0,84$, тело равномерно соскальзывает с наклонной плоскости. Каков угол α наклона плоскости к горизонту? Какую силу, направленную вдоль плоскости, нужно приложить к нему массой $m = 100$ кг для его равномерного подъема?

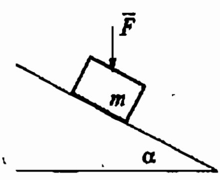
6.34. С вершины наклонной плоскости, имеющей длину $L = 10$ м и высоту $h = 6$ м, начинает двигаться без начальной скорости тело. Какое время t будет продолжаться движение тела до основания наклонной плоскости? Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,2$.

6.35. Автомобиль, движущийся вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0 = 10$ м/с. определить путь, пройденный автомобилем до остановки, и время его движения, если коэффициент трения $\mu = 0,5$, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 10°$.

6.36. По доске, наклоненной под углом α к горизонту, кирпич соскальзывает практически равномерно. За какое время t кирпич соскользнет с доски, если наклонить ее под углом β к горизонту ($\beta \geq \alpha$)? Длина доски равна L.

6.37. На наклонной плоскости длиной $l = 13$ м и высотой $h = 5$ м лежит груз массой $m = 26$ кг. Коэффициент трения равен $\mu = 0,5$. Какую минимальную силу F надо приложить к грузу вдоль наклонной плоскости, чтобы вытащить груз? Чтобы стащить груз?

6.38. Найдите ускорение бруска массой m, движущегося вниз по неподвижной наклонной плоскости под действием силы F. Угол наклона плоскости к горизонту равен α. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость равен μ.



6.39. Две гири массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок.

Найдите ускорение гирь a и натяжение нити T. Трением в оси блока и массой блока пренебречь.

6.40. Две гири массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Первоначально гири находятся на одном уровне. Определите, на какое расстояние S по вертикали разойдутся грузы через $\tau = 0,2$ с *после начала движения и натяжения нити T.* трением в оси блока и массой блока пренебречь.

6.41. Две гири массами $m_1 = 7$ кг и $m_2 = 11$ кг висят на концах невесомой нерастяжимой нити, которая перекинута через блок. Гири вначале находятся на одной высоте. Через какое время t после начала движения более легкая гиря окажется на $h = 10$ см выше тяжелой? Блок считать невесомым. Трение отсутствует.

6.42. Две гири массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 6,8$ кг висят на концах нити, которая перекинута через блок. Первая гиря находится на $h = 2$ м ниже второй. Гири пришли к движению без начальной скорости. Через какое время t они окажутся на одной высоте.

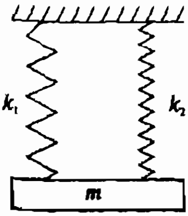
6.43. Два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг прикреплены к концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок. Блок подвешен к потолку на легкой пружине жесткостью $k = 1000$ $Н$/м. Определите удлинение пружины Δl, пренебрегая трением и массой блока.

6.44. Два тела, массы которых $m_1 = 500$ г и $m_2 = 1$ кг, связанные легкой пружиной жесткостью $k = 50$ $Н$/м, находятся на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. На первое тело действует направленная по горизонтали сила $F = 3$ $Н$. Определите удлинение пружины Δl.

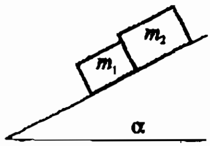
6.45. Мальчик изготовил цепочку из n одинаковых пружинок жесткостью k каждая. На сколько удлинится цепочка, если подвесить на ней тело массой m?

6.46. Первый раз тело подвесили на резиновом жгуте, закрепив один его конец и прикрепив тело к свободному концу. Второй раз то же тело подвесили на том же жгуте, сложив его вдвое. Во сколько раз будут отличаться удлинения жгута?

6.47. Экспериментатор подвесил тело на двух пружинах так, как показано на рисунке. Он хочет заменить две пружины одной так, чтобы жесткость системы не изменилась. Какова должна быть жесткость этой пружины k, если жесткость пружин k_1 и k_2 известны?



6.48. В системе, показанной на рисунке, две последовательно соединенные пружинки с жесткостями k_1 и k_2 следует заменить одной. Какова должна быть ее жесткость k?



II. Подведение итогов

Домашнее задание

Повторить теорию по динамике вращательного движения.

Урок 20. Движение материальной точки по окружности

Цели: рассмотреть особенности криволинейного движения; научиться решать задачи на нахождение центростремительного ускорения, периода и частоты обращения.

Ход урока

I. Слово учителя

Рассмотрим несколько особо важных теоретических вопросов.

Равномерное движение материальной точки по окружности – это движение по круговой траектории с постоянной по модулю скоростью. Оно описывается линейными и угловыми величинами.

Линейные: радиус-вектор, вектор перемещения, путь, линейная скорость, линейное ускорение (нормальное). Радиус-вектор материальной точки, движущейся по окружности, — вектор, проведенный к точке из центра этой окружности.

Угловые характеристики: угол поворота φ радиуса-вектора, угловая скорость ω.

Угловая скорость ω материальной точки, равномерно движущейся по окружности, — векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угла поворота радиуса-вектора точки и равна по модулю отношению приращения $\Delta\varphi$ угла поворота радиуса — вектора за промежуток времени Δt к этому промежутку. Угловая скорость перпендикулярна к плоскости, в которой движется по окружности материальная точка; ее направление связано с направлением движения точки буравчика (правило-соглашение). Если ось буравчика с правой нарезкой расположить перпендикулярно к окружности, по которой движется материальная точка, и рукоятку буравчика вращать в направлении движения точки по окружности, то поступательное движение оси буравчика укажет направление угловой скорости.

II. Решение задач

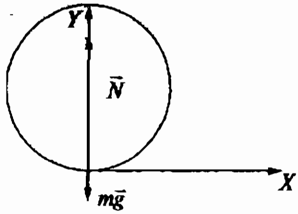
Рассмотреть и разобрать задачи на движение по окружности в вертикальной и горизонтальной плоскости. При решении задач использовать закон Всемирного тяготения.

7.1. Самолет, летящий со скоростью $\upsilon = 900$ км/ч, делает «мертвую петлю» в вертикальной плоскости. Каков должен быть радиус R «мертвой петли», чтобы сила, прижимающая летчика к сиденью в нижней точке траектории, в пять раз превышала действующую на летчика силу тяжести?

Дано:
$\upsilon = 900$ км/ч
$n = 5$

Найти: R

Решение:
Для описания движения летчика по окружности используем систему координат, начало которой находится в точке, где в данный момент расположен летчик. Ось Oy направлена к центру окружности, ось Ox — по касательной к траектории. Рассмотрим действующие силы в момент, когда летчик находится в нижней части траектории.



Второй закон Ньютона для этого случая имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

$$Oy: ma_n = -mg + N;\ a_n = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

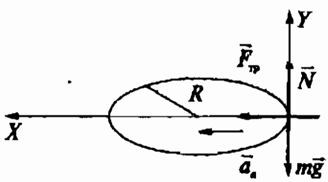
По условию задачи сила реакции сиденья в $n = 5$ раз больше силы тяжести

$$N = nmg \Rightarrow m\frac{\upsilon^2}{R} = -mg + nmg - (n-1)mg,$$

$$\text{откуда } R = \frac{\upsilon^2}{(n-1)g},\ R = 1600 \text{ м}.$$

Ответ: $R = \dfrac{\upsilon^2}{(n-1)g}$, $R = 1600$ м.

7.2. Горизонтально расположенный диск, вращающийся вокруг вертикальной оси делает 30 об/мин. Предельное расстояние, на котором удерживается тело на диске, составляет 20 см. каков коэффициент трения о поверхность диска?



Дано:	Решение:
$n = 30$ об/мин	Рассмотрим силы, действующие на тело. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:
$R = 20$ см	$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = m\vec{a}.$$
Найти: μ	

Выберем систему, в которой ось Ox, проходящая через точку, в которой в рассматриваемый момент времени находится тело, направлена к центру траектории, ось Oy – вертикально вверх (перпендикулярно плоскости траектории).

Для проекций на ось Ox имеем:

$$F_{тр} = ma_n,\ a_n = \omega^2 R = (2\pi n)^2 R$$

Для проекций на ось Oy имеем:

$$N - mg = 0,\ \text{откуда}\ N - mg.$$

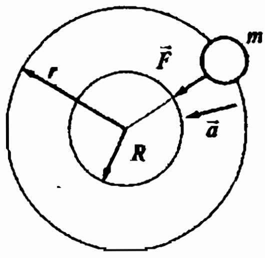
Максимально возможное значение силы трения покоя равно:

$$F_{тр.\,max} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$$\mu \cdot mg = 4\pi^2 mn^2 R,\ \text{откуда}\ \mu = \frac{4\pi^2 mn^2 R}{mg} = \frac{4\pi^2 n^2 R}{g} = 0,1$$

Ответ: $\mu = \dfrac{4\pi^2 n^2 R}{g} = 0,1.$

7.3. Период вращения спутника, движущегося вблизи поверхности планеты по кривой орбите радиуса r, равен T. Считая планету однородным шаром радиуса R. Найдите плотность планеты ρ.



Дано:	Решение:
r, T, R	Спутник движется по орбите под действием единственной силы – силы гравитационного взаимодействия с планетой, равной
Найти: ρ	

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

где G – гравитационная постоянная, m – масса спутника, M – масса планеты.

Второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, $a = a_n = \dfrac{\upsilon^2}{r}$, где $\upsilon = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$.

Таким образом, $m = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = G\frac{mM}{r^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^2}{GT^2}$.

Учитывая, что объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, для плотности планеты получим выражение: $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3r^3}{G\pi R^3 T^2}$.

Проверим единицы измерения:

$$[\rho] = \frac{м^3 кг^2}{Нм^2 м^3 с^2} = \frac{кг^2}{\frac{кг \cdot м}{с^2} м^2 с^2} = \frac{кг}{м^3}.$$

Ответ: $\rho = \frac{3r^3}{G\pi R^3 T^2}$.

III. Закрепление материала

Далее предлагается решить самостоятельно задачи 7.4–7.8.

– Положите длинную деревянную линейку на указательные пальцы разведенных в стороны рук и начните медленно, без рывков, сближать руки в горизонтальной плоскости. Объясните, почему скольжение линейки происходит поочередно то по одному, то по другому пальцу.
– Как следует поступать водителю при необходимости осуществить экстренное торможение автомобиля: следует ли резко нажать на педаль тормоза и заблокировать колеса? Будет ли тормозной путь при этом меньшим?
– Объясните, почему блокировка колес (юз) при торможении способствует возникновению заноса автомобиля?

Домашнее задание

Решить задачи 7.9–7.13.

Уроки 21–22. Тур физической олимпиады

Цель: развитие духа состязательности, самостоятельности мышления и выборе способов решения предложенных задач.

Ход уроков

I. Решение задач

Предлагаются следующие задачи:

1. (7.20.) С какой скоростью v внутри сферы радиуса R = 20 см должен вращаться небольшой шарик, чтобы он все время находился на высоте h = 5 см относительно нижней точки сферы? Трение отсутствует.

2. (7.27.) Искусственный спутник выведен на круговую орбиту, высота которой над поверхностью Земли h = 3200 км. Определите скорость спутника v при движении по такой орбите. Радиус Земли R = 6400 км, ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли g = 9,81 м/с^2.

3. Шарик подвешен на нити и совершает в вертикальной плоскости колебания. При прохождении положения равновесия его ускорение равно a_0 = 10 м/с^2. Чему равно ускорение а шарика при максимальном его отклонении от положения равновесия?

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Решить задачи 7.14–7.27.

Урок 23. Импульс. Закон сохранения импульса

Цель: научиться решать задачи, используя понятия: импульс тела, импульс силы, закон сохранения импульса.

Ход урока

I. Слово учителя

Начнем занятие с подведения итогов олимпиады и разбора задач у доски учащимися.

Импульс материальной точки – векторная физическая величина, являющаяся мерой ее механического движения и равная произведению массы точки на скорость.

Импульс постоянной силы F – векторная физическая величина, характеризующая действие силы во времени и равная произведению силы на промежуток времени, в течение которого сила действует.

Механическая система – совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых в данной механической задаче. Тела рассматриваемой системы могут взаимодействовать как друг с другом, так и с внешними телами.

Внутренние силы – силы, с которыми тела системы взаимодействуют друг с другом.

Внешние силы — силы, действующие на тела системы со стороны внешних тел.

Квазизамкнутая механическая система — система, на которую действуют скомпенсированные (уравновешивающиеся) внешние силы.

Суммарный импульс замкнутой и квазизамкнутой механической системы сохраняется относительно инерциальной системы отсчета.

При решении задач можно использовать следующий алгоритм:

1. Выбрать систему отсчета.
2. Выделить систему взаимодействующих тел и выяснить, какие силы для нее являются внутренними, а какие — внешними.
3. Определить импульсы тел системы до взаимодействия и после него.
4. Если в целом система не замкнута, но сумма проекций внешних сил на одну из осей равна нулю, то можно использовать закон сохранения импульса в проекциях только на эту ось.
5. Если взаимодействие тел носит ударный характер, то можно использовать закон сохранения импульса в векторной форме и перейти к скалярной.
6. Решив уравнение, найти искомую величину.

II. Решение задач

На уроке разобрать и решить задачи 8.1–8.5.

8.1. Два тела, двигаясь навстречу друг другу со скоростями, равными по модулю $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 30$ м/с, после абсолютно неупругого соударения стали двигаться вместе со скоростью $U = 5$ м/с в направлении движения первого тела. Определите отношения масс этих тел. Трением пренебречь.

Дано:	Решение:
$\upsilon = 30$ м/с $U = 5$ м/с	Считая систему замкнутой, запишем закон сохранения импульса:
Найти: m_1/m_2	$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{U}.$$ В проекции на ось Ox имеем:

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)U.$$

Разделив левую и правую часть равенства на m_2, получим:

$$\frac{m_1}{m_2}\upsilon - \upsilon = \left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)U, \text{ откуда } \frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon + U}{\upsilon - U} = 1,4.$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon + U}{\upsilon - U} = 1,4.$

8.2. На какое расстояние x сместится неподвижная лодка массой $M = 280$ кг, если человек массой $m = 70$ кг перейдет с ее носа на корму? Расстояние от носа до кормы $L = 5$ м. Сопротивлением воды пренебречь.

Дано:

$M = 280$ кг

$m = 70$ кг

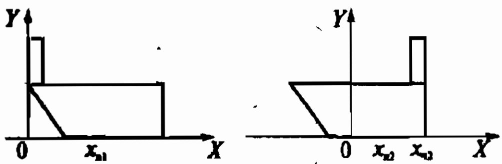
$L = 5$ м

Найти: Δx

Решение:

Рассмотрим механическую систему, состоящую из лодки и пассажира. По условию задачи, внешние силы сопротивления воды не учитываются, следовательно, выполняются условия сохранения горизонтальной составляющей импульса системы. Следовательно, горизонтальная составляющая скорости центра масс системы остается неизменной.

В исходном состоянии системы центр масс был неподвижен, следовательно, и после перемещения человека, его положение не изменится. На рисунке показаны положения системы в начале и в конце движения человека. Здесь $x_л$ и $x_ч$ – координаты центров масс лодки и человека.



Горизонтальная координата центра масс определена выражением:

$$x = \frac{mx_ч + Mx_л}{m + M}.$$

В начале движения, имея ввиду, что $x_{ч1} = 0$, имеем:

$$x_1 = \frac{mx_{ч1} + M_{л1}}{m + M} = \frac{m \cdot 0 + Mx_{л1}}{m + M} = \frac{Mx_{л1}}{m + M}.$$

В конце движения:

$$x_2 = \frac{mx_{ч2} + M_{л2}}{m+M} = \frac{m\cdot(L+x) + M(x_{л1}+x)}{m+M}.$$

Так как центр масс системы в горизонтальном направлении не перемещается, то $x_1 = x_2$.

$$\Delta x = -\frac{mL}{m+M} = -1 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta x = -\frac{mL}{m+M} = -1$ м.

8.3. Тело массы $m = 40$ г, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon_0 = 30$ м/с, достигло высшей точки подъема спустя время $t = 2{,}5$ с. Найдите среднюю силу F сопротивления воздуха, действовавшую на тело во время полета.

Дано:	**Решение:**
m, υ_0, t	Изменение импульса тела за время t может быть представлено в виде:
Найти: $F_{сопр}$	$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = (m\vec{g} + \vec{F}_{сопр})t,$

где $\vec{P}_1$ — начальный импульс тела, $\vec{P}_2$ — импульс тела в наивысшей точке траектории.

Учитывая, что сила сопротивления $\vec{F}_{сопр}$ направлена против движения, для проекций на направленную вертикально вверх ось Oy имеем:

$$O - m\upsilon_0 = (-mg - F_{сопр})t, \text{ откуда } F_{сопр} = m\left(\frac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09\ H.$$

Ответ: $F_{сопр} = m\left(\frac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09\ H.$

8.4. Материальная точка массы $m = 1$ кг равномерно движется по окружности со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Найдите изменение импульса за половину периода и за период обращения точки на окружности.

8.5. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное под углом $\alpha = \pi : 6$ к горизонту, достигло наивысшей точки траектории через 4 с. Определите максимальную величину импульса тела за время его полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Домашнее задание

Решить задачи 8.6–8.10 и составить конструкторские задачи на проекты: модель пушки с противооткатным устройством, самодвижущихся тележек.

Урок 24. Решение задач

Цели: развить логическое мышление учащихся; продолжить развивать навыки самостоятельного овладения знаниями.

Ход урока

I. Решение задач 8.11–8.16.

8.11. Из ружья массой $M = 5$ кг вылетает пуля массой $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг со скоростью $\upsilon = 600$ м/с. найдите скорость отдачи ружья U.

8.12. Два тела, массы которых равны $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 6$ кг, движутся навстречу друг другу со скоростями $\upsilon = 2$ м/с каждое. Определите модуль и направление скорости тела после абсолютно неупругого удара.

8.13. С лодки массой $M = 200$ кг, движущейся со скоростью $\upsilon = 1$ м/с, ныряет мальчик массой $m = 50$ кг. Какой станет скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает с носа лодки вперед в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с. Все скорости указаны относительно воды.

8.14. Между тележками с массами m_1 и $m_2 = 4m_1$, стоящими на горизонтальной поверхности и связанными ниткой, помещена сжатая легкая пружина. Каково будет отношение скоростей υ, с которыми тележки будут двигаться после того, как нитку пережгут? Каково будет отношение путей S, пройденных тележками до остановки? Коэффициенты трения между тележками и столом одинаковы.

8.15. Две частицы с массами m_1 и m_2 движутся со скоростями υ_1 и υ_2, направленными перпендикулярно друг к другу. После абсолютно неупругого столкновения частицы начинают двигаться как единое целое. Определите скорость υ составной частицы после столкновения.

8.16. Материальной точке, обладающей импульсом $P_1 = 3$ кгм/с, сообщают дополнительный импульс $P_2 = 4$ кгм/с, перпендикулярный к направлению ее движения. Определите величину P результирующего импульса, угол α между его направлением и направлением первоначального импульса и величину силы, считая, что она действовала $\Delta t = 0,5$ с.

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Подготовить оформленные конструкторские задачи на проекты: модель пушки с противооткатным устройством, самодвижущихся тележек.

Урок 25. Защита проектов

Цель: научить выдвигать и отстаивать свои идеи.

Ход урока

I. Образец проекта

Учащиеся предлагают свои задачи по предложенным проектам, отстаивая их целесообразность, объясняя, используя теорию.

Вот один из фрагментов выступления:

Спустя пять столетий после смерти Леонардо да Винчи итальянские ученые наконец сумели разобраться в проекте его самодвижущейся тележки. Можете назвать это предшественником современного автомобиля. Этот проект Леонардо всегда ставил ученых в тупик — еще и потому, что не вся документация уцелела.

И вот эксперты во Флоренции сумели построить «автомобиль», спроектированный великим мастером эпохи Ренессанса. И он даже передвигается.

II. Варианты проектов

Пружины, да не те

Более века ученые — современники Леонардо — пытались постичь загадку страницы 812R Codex Atlanticus, страницы которого полны всевозможных изобретений — от велосипеда до подводной лодки.

Что же касается деревянной самодвижущейся тележки, то попытки ее построить не раз предпринимались — но заставить ее двигаться не удавалось. Как теперь понятно, из-за ошибки в понимании идеи Леонардо.

Леонардо да Винчи: гениальный изобретатель

Все, кто пытался собрать этот «автомобиль», неправильно оценивали роль рессор.

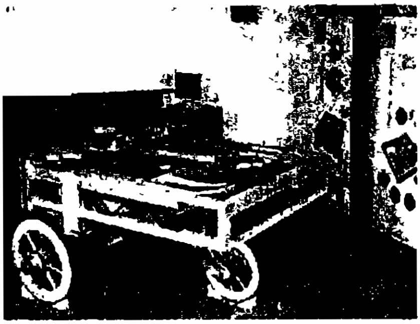
Прорыв совершил Карло Педретти, которого осенило, что механизм, приводящий тележку в движение, использует сов-

сем другие пружины – внутри барабанов под «автомобилем».

А те пружины, которым инженеры уделяли внимание в предыдущих попытках осуществить проект Леонардо – не что иное, как рудиментарная система управления.

Карнавальный автомобиль

Доктор Педретти многие годы работал вместе американским специалистом по робототехнике, пытаясь создать динамические компьютерные модели автомашины великого флорентинца.



Результатом этой работы стала деревянная тележка длиной в один метр, которая может двигаться самостоятельно. Сейчас она демонстрируется во флорентийском Музее истории науки.

Карло Педретти полагает, что устройство было спроектировано, скорее всего, в качестве движущейся подставки, использующейся на карнавальных шествиях, которые часто становились своего рода «показательными выступлениями» художников и инженеров.

Изобретательность Леонардо поражает воображение – даже для, казалось бы, пустячной затеи он сумел спроектировать нечто такое, что приблизило его чуть ли не к идее автомобиля за несколько столетий до того, как тот был изобретен.

Домашнее задание

Повторить понятия работа, энергия, мощность. Закон сохранения энергии.

Урок 26. Работа и энергия в механике. Закон изменения и сохранения механической энергии

Цель: отработать навыки решения задач по заданной теме.

Ход урока

I. Слово учителя

Наряду с временной характеристикой силы – ее импульсом – в механике столь же важную роль играет и пространственная характеристика действия силы, называемая механической работой. Работа силы при перемещении тела, к которому она приложена, определяется как скалярное произведение силы и перемещения. Работа силы – это скалярная алгебраическая величина, которая может быть положительной, отрицательной и равной нулю.

Отношение работы к промежутку времени, в течение которого она совершена, называется средней мощностью за время Δt.

Консервативная сила – сила, работа которой не зависит от формы траектории, по которой перемещается точка приложения силы. Консервативные силы: силы тяготения (тяжести), сила упругости, сила Архимеда и др.

Неконсервативная сила – сила, работа которой зависит от формы траектории, по которой перемещается точка приложения силы. Неконсервативные силы: силы трения (сопротивления), силы давления газа, сила тяги, развиваемая транспортным средством, и др..

Закон сохранения полной механической энергии для отдельного тела: если на тело не действуют неконсервативные силы, то полная механическая энергия этого тела сохраняется относительно инерциальной системы отсчета.

Закон сохранения механической энергии для системы тел: если система тел – замкнутая или квазизамкнутая и на ее тела не действуют неконсервативные силы, то полная механическая энергия такой системы сохраняется относительно инерциальной системы отсчета.

Не следует смешивать закон сохранения механической энергии с общефизическим законом сохранения энергии. Формулировка этого закона: энергия не возникает и не исчезает; она лишь передается от одних тел к другим или превращается из одних видов в другие в эквивалентных количествах.

Учащимся предлагается алгоритм решения задач, как один из способов решения:

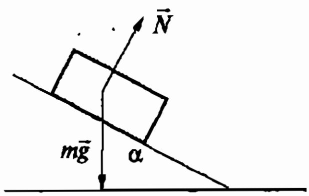
1. Выбрать систему отсчета.
2. Выбрать не менее двух состояний тела (системы тел), чтобы в число их параметров входили как известные, так и искомые величины.

3. Выбрать нулевой уровень отсчета потенциальной энергии.
4. Определить, какие силы действуют на тела: потенциальные или не потенциальные.
5. Если действуют только потенциальные силы, написать закон сохранения механической энергии в виде $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$. Если действуют и непотенциальные силы, написать закон изменения механической энергии в виде $\Delta E = E_2 - E_1 = A$.
6. Раскрыть значения энергии в каждом состоянии, найти величину работы и, подставить эти величины в уравнение закона, решить его относительно искомой величины.

II. Решение задач

9.1. У основания закрепленной наклонной плоскости плавно переходящей в горизонтальную поверхность, покоится брусок массой m. Бруску толчком сообщают скорость υ_0, направленную вверх по наклонной плоскости. Какова будет скорость υ бруска, когда он поднимется по наклонной плоскости на высоту H? Трение отсутствует.

Дано:	Решение:
m, υ_0, H	Рассмотрим силы, действующие на брусок. Поскольку силы трения отсутствуют, в рассмотрении должны быть включены только силы тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{N}$ нормальной реакции опоры.
Найти: υ	



Поскольку сила нормальной реакции опоры направлена под прямым углом к скорости тела в любой точке траектории, ее мгновенная мощность тождественно равна нулю, и, следовательно, совершаемая ее работа также равна нулю. Сила тяжести – потенциальна, следовательно, при подъеме тела по наклонной плоскости применим закон сохранения механической энергии.

В начальный момент времени полная механическая энергия тела равна $E_1 = mv_0^2 : 2$ (полагая начальное значение потенциальной энергии тела в поле тяготения $W_1 = 0$).

В тот момент, когда тело достигает высоты H, его полная энергия будет определена выражением:

$$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgH.$$

Из закона сохранения энергии имеем: $E_1 = E_2$.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgH, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gH}.$$

Очевидно, что решение задачи существует только при выполнении условия: $v_0^2 \geq 2gH$.

Ответ: $v = \sqrt{v_0^2 - 2gH}$.

9.2. Небольшое тело соскальзывает без трения с вершины закрепленной на столе полусферы радиуса R. На какой высоте h от поверхности стола тело оторвется от полусферы? Начальная скорость тела равна нулю.

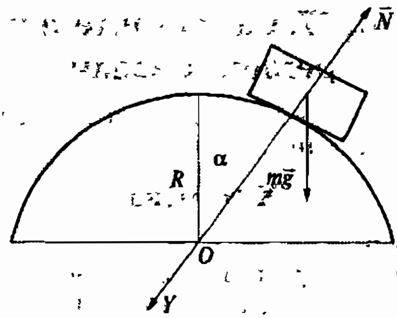
Дано:	**Решение:**
R	Рассмотрим силы, действующие на тело. Поскольку трение отсутствует, в рассмотрении должны быть включены только сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{N}$ нормальной реакции опоры.
Найти: h	

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Выберем ось Oy к центру кривизны, получим для проекции на эту ось:

$$ma_n = mg\cos\alpha - N,\ a_n = \frac{v^2}{R},\ N = m\left(g\cos\alpha - \frac{v^2}{R}\right).$$

Очевидно, что при соскальзывании тела с поверхности полусферы $\cos\alpha$ уменьшается, а скорость v движения возрастает, и в некоторый момент времени нормальная реакция опоры N станет равной нулю. Именно в этот момент и произойдет отрыв тела от поверхности. Поскольку сила нормальной реакции опоры направлена под прямым углом к скорости тела в любой точке траектории, ее мгновенная мощность тождественно равна нулю, и, следовательно, совершаемая ее работа также равна нулю. Сила тяжести является потенциальной, таким образом, при движении тела по поверхности полусферы применим закон сохранения механической энергии.



В начальный момент движения полная механическая энергия тела равна $E_1 = mgR$, если считать потенциальную энергию тела в гравитационном поле земли равной нулю на уровне стола.

В момент, когда радиус – вектор тела, проведенный из центра полусферы O, будет составлять угол α с вертикалью, полная механическая энергия тела равна

$$E_2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgR\cos\alpha.$$

Приравнивая E_1 и E_2, получим:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgR\cos\alpha = mgR, \text{ откуда } \upsilon^2 = 2gR\cdot(1-\cos\alpha).$$

$$\text{Учитывая } N = 0, \text{ получим } \cos\alpha = \frac{2}{3},$$

$$\text{откуда } h = R\cos\alpha = \frac{2}{3}R.$$

Ответ: $h = \frac{2}{3}R.$

Строго следуя предписаниям алгоритма, решить задачи 9.3–9.10.

III. Закрепление материала

1. Оцените среднюю силу, действующую на ноги человека после его прыжка на землю с платформы высотой 3 м.

2. Объясните различие между потенциальными и непотенциальными силами.

Домашнее задание

Используя алгоритм, решить задачи 9.11–9.15.

Урок 27. Самостоятельное решение задач

Цели: отработка навыков решения задач; развитие самостоятельности мышления.

Ход урока

I. Решение задач

Задачи учениками решаются смостоятельно, заранее поделившись на группы. (Задачи 9.16–9.34.)

9.16. Моторы электровоза при движении со средней скоростью $\upsilon = 20$ м/с потребляет мощность $N = 8 \cdot 105$ Вт. Какова сила тяги мотора F, если коэффициент полезного действия силовой установки $\eta = 80$ %?

9.17. Импульс тела равен $p = 8$ кг · м/с, а его кинетическая энергия $K = 16$ Дж. Определить массу m тела.

9.18. Камень брошен вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с, на какой высоте h его кинетическая энергия равна потенциальной энергии?

9.19. Какую кинетическую энергию K нужно сообщить телу массой $m = 0{,}5$ кг, чтобы оно поднялось вертикально вверх на $h = 10$ м? Трением пренебречь.

9.20. Тело бросают с начальной скоростью $\upsilon = 10$ м/с с высоты $h = 15$ м. С какой скоростью υ оно упадет на землю? Трением пренебречь.

9.21. Скорость свободно падающего тела массой $m = 4$ кг на некотором пути увеличилась со $\upsilon_0 = 2$ м/с до $\upsilon = 8$ м/с. Найдите работу силы тяжести A на этом пути.

9.22. С какой начальной скоростью υ_0 надо бросить вниз мяч с высоты h, чтобы он подпрыгнул на высоту $2h$? Считайте удар о землю абсолютно упругим.

9.23. Тело массой $m = 100$ кг упало на землю с высоты $h = 75$ м через $t = 5$ с после начала падения. Определите работу $A_{сопр}$ силы сопротивления воздуха и величину $F_{сопр}$ этой силы, считая ее постоянной.

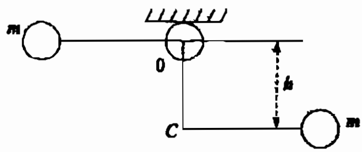
9.24. Тело массой $m = 2$ кг упало на землю с высоты $h = 20$ м из состояния покоя и в момент удара о землю имеет скорость $\upsilon = 20$ м/с. Определите работу $A_{сопр}$ силы сопротивления воздуха.

9.25. Тело массой $m = 200$ кг, падая из состояния покоя с высоты $h = 500$ м, погружается в грунт на глубину $S = 5$ м. Определить среднее значение силы сопротивления грунта $F_{сопр}$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

9.26. Какую горизонтальную скорость υ_0 нужно сообщить шарику, неподвижно висящему на невесомой и нерастяжимой нити длиной $l = 0,4$ м, чтобы она отклонилась на угол $\alpha = 600$ от вертикали?

9.27. Маятник массой m отклонили на угол α от вертикали и отпустили. Какова сила T натяжения нити при прохождении маятником положения равновесия?

9.28. Шарик массы m, висящий на нити длиной L, отводят в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Внизу на расстоянии $h = 2L : 3$ под точкой подвеса O вбит гвоздь C. Какую силу натяжения T будет иметь нить в момент, когда ее нижняя часть займет горизонтальное положение?



9.29. Спутник массой $m = 10$ т вращается по круговой орбите вокруг Земли, обладая кинетической энергией $K = 6,4 \cdot 10^{10}$ Дж. Во сколько раз радиус орбиты спутника r больше радиуса Земли $R = 6370$ км?

9.30. Пуля массой m попадает в деревянный брусок массой M, подвешенный на нити длиной l (баллистический маятник), и застревает в нем. На какой угол отклонится маятник, если скорость пули равна υ?

9.31. Шарик подвешен на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 0,5$ м. Какую горизонтальную скорость υ_0 надо сообщить шарику, чтобы он, двигаясь по окружности в вертикальной плоскости, смог пройти верхнюю точку траектории? Трением пренебречь.

9.32. Пружину пневматического пистолета сжимают на 5 см. Какую скорость приобретет пуля массой 20 г при выстреле в горизонтальном направлении? Жесткость пружины 800 Н/м.

9.33. К невесомой пружине с жесткостью k подвешен груз массой m. Определите потенциальную энергию U упруго деформированной пружины.

9.34. Имеются две пружины с коэффициентами жесткости k_1 и k_2, причем $k_1 < k_2$. К ним приложены одинаковые по величине силы F. Сравните потенциальные энергии упругих деформаций этих пружин.

II. Проверка задач

Решенные задачи обсуждаются между группами. Осуществляется взаимопроверка.

Домашнее задание

Решить задачи 9.35–9.45.

Урок 28. Турнир физиков

Цель: приучить учащихся к обоснованию решения задач в устном выступлении.

Ход урока

I. Проведение турнира

При проверке выполнения домашнего задания по решению трудных задач класс разбивается на три группы. Одна группа рассказывает решение задач, вторая является оппонентом, третья – рецензентом. При объяснении решения другой задачи группы меняются таким образом, чтобы каждая выступила и докладчиком, и оппонентом, и рецензентом. Оценка выставляется с учетом убедительности аргументов при отстаивании правильности полученного решения (максимальная оценка – 10 баллов), а также при оппонировании (5 баллов) и рецензировании докладчика и оппонента (3 балла).

II. Подведение итогов

Домашнее задание

Повторить материал, касающийся статики и гидростатики.

Урок 29. Статика и гидростатика

Цель: определить основные характеристики равновесия физических систем.

Ход урока

I. Слово учителя

Для решения задач по данной теме необходимо остановиться на некоторых моментах теории.

Статика изучает условия равновесия тел. Следует различать условия равновесия материальной точки и твердого тела, размерами второго пренебрегать нельзя.

Материальная точка находится в равновесии относительно инерциальной системы отсчета, если векторная сумма всех действующих на нее сил равна нулю

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N = 0.$$

Твердое тело находится в равновесии относительно инерциальной системы отсчета, если векторная сумма всех действующих на него сил и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой оси вращения равно нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N = 0.$$
$$M_1 + M_2 + ... + M_N = 0.$$

Жидкости обладают собственным объемом; сопротивляются сжатию и растяжению; имеют свободную поверхность; не имеют собственной формы; не сопротивляются деформации сдвига (свойства текучести). В условиях равновесия жидкости сжаты. Степень их сжатия характеризуют силы давления и давление. Силы давления жидкости всегда перпендикулярны к соответствующим поверхностям: к дну и стенкам сосуда, к элементам поверхностей погруженных в них тело, поверхности раздела двух соседних объемов жидкостей и т.д. В жидкости существуют два вида статического давления (давления на стенки сосуда): гидростатическое, или весовое, $P_г$ и внешнее, или поршневое, $P_{внеш}$.

Гидростатическое давление $P_г$ жидкости – скалярная физическая величина, характеризующая сжатие жидкости под действием собственного веса и равная отношению веса Q вышележащего вертикального столба жидкости к площади S горизонтальной поверхности, на которую этот вес действует

$$P_г = \frac{Q}{S}.$$

Предложить учащимся алгоритм решения:

1. Выбрать систему отсчета.
2. Найти все силы, приложенные к телу, находящемуся в равновесии.
3. Написать уравнение, выражающее первое условие равновесия, в векторной форме и перейти к скалярной его записи.

4. Выбрать ось, относительно которой целесообразно определять моменты сил.
5. Определить плечи сил и написать уравнение, выражающее второе условие равновесия.
6. Исходя из природы сил выразить силы через величины, от которых они зависят, и решить полученную систему уравнений относительно искомых величин.

II. Решение задач

Используя предложенный алгоритм и разобранные задачи 10.1, 10.19, 10.20, решить задачи 10.2–10.5.

10.1. Прямоугольная коробочка из жести массой $m = 76$ г с площадью дна $S = 38$ см^2 и высотой $H = 6$ см плавает в воде. Определите высоту x надводной части коробочки.

Дано:	Решение:
$m = 76$ г $S = 38$ см^2 $H = 6$ см	Условие плавания коробочки имеет вид $\vec{F}_A + m\vec{g} = 0$, где $\vec{F}_A$, выталкивающая (Архимедова) сила, откуда $FA = mg$.
Найти: x	В соответствии с законом Архимеда имеем: $F_A = \rho S_g(H - x)$, где x – искомая высота надводной части коробочки, $\rho = 103$ кг/м^3 –

плотность воды, отсюда получим выражение для x в следующем виде: $x = H - \dfrac{m}{\rho S} = 4$ см.

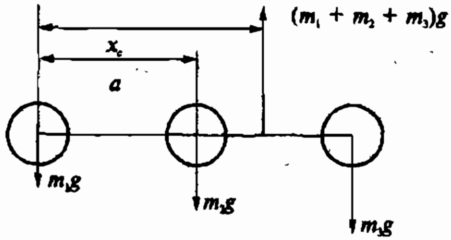
Ответ: $x = H - \dfrac{m}{\rho S} = 4$ см.

10.19. Три шарика, массы которых равны соответственно равны $m_1 = 1$ г, $m_2 = 2$ г и $m_3 = 3$ г укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии $a = 12$ см друг от друга. Найдите центр масс (центр тяжести) данной системы.

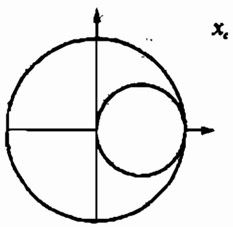
Дано:	Решение:
$m_1 = 1$ г $m_2 = 2$ г $m_3 = 3$ г	Если подвесить стержень с шариками за центр тяжести на нить, то система будет находится в равновесии (таково свойство центра тяжести точки приложения равнодействующих сил тяжести системы), а сила
Найти: X_c	натяжения нити при этом равна сумме сил тяжести шариков (см. рис.).

Из условия равновесия следует, что алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих в системе, относительно любой точки, в том числе относительно центра меньшего шарика, равна нулю, $(m_1 + m_2 + m_3)g \cdot x_c = m_2ga + m_3g2a$, откуда следует:

$$x_c = \frac{(m_2 + 2m_3)a}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\text{ г} \cdot 12\text{ см}}{6\text{ г}} = 16\text{ см}.$$



10.20. Определить центр тяжести однородного диска радиусом $R = 12$ см с вырезом, сделанным, как показано на рисунке.



Дано:	Решение:
$R = 12$ см	Заполним мысленно вырез диска так, чтобы получился сплошной однородный диск, состоящий однако из двух частей. Пусть масса m – масса сплошного диска. Тогда массы частей диска равны:
Найти: X_c	

$$m_1 = \frac{m}{\pi R^2}\left(\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right) = \frac{3}{4}m;\ m_2 = m - m_1 = \frac{1}{4}m.$$

Из соображений симметрии следует, что центр первой части (то есть заданного диска) лежит на оси x, второй части – в точке O_1, а сплошного диска в точке O. Если рассматриваемую систему подвесить за точку O, то она будет находиться в равновесии. Запишем условие равенства нулю моментов всех сил относительно точки O:

$$m_1 g x_c = m_2 g \frac{R}{2}, \text{ следовательно } \sqrt{x_c} = \frac{R}{6} = 2 \text{ см.}$$

Ответ: $x_c = 2$ см.

Домашнее задание

Решить задачи 10.6–10.10, 10.22–10.24.

Урок 30. Решение задач

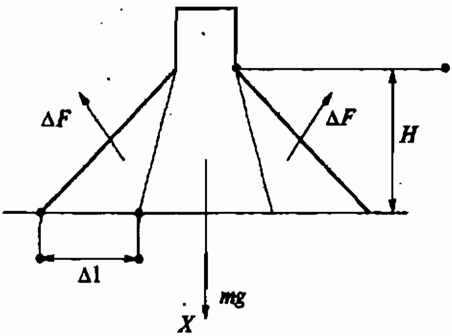
Цель: закрепление полученных знании по теме.

Ход урока

I. Основная часть

Разберем ряд интересных задач:

1. Воронка с узкой горловиной лежит на горизонтальном столе и наполняется сверху водой. Как только вода достигает горловины, она начинает выливаться снизу. Определите массу воронки, если радиус ее широкой части R, а угол раствора 2α.



Дано:	Решение:
$R = 2\alpha$	На воронку действует сила ее тяжести, сила давления со стороны жидкости и сила реакции опоры. В момент, когда вода будет выливаться, сила реакции опоры будет равна нулю.
Найти: m	

Поэтому

$$m\vec{g} + \sum \Delta \vec{F}_i = 0.$$

Найдем ΔF_i. Так как давление жидкости меняется с высотой линейно, то можно взять для вычисления ΔF_i его среднее значение. Тогда

$$\Delta F_i = \frac{1}{2}\rho g H \cdot \Delta S_i,\ H = R ctg\alpha,$$

где ΔS_i – площадь маленького треугольника (если пренебречь размерами горловины), равная приближенно

$$\Delta S_i \approx \frac{1}{2} l \cdot \Delta l_i,\ l = \frac{R}{\sin\alpha}.$$

Подставляя все это в равенство сил, получим

$$m = \frac{1}{4g}\rho g R^2 ctg\alpha \sum \Delta l_i = \frac{\pi}{2}\rho R^3 ctg\alpha.$$

Ответ: $m = \frac{\pi}{2}\rho R^3 ctg\alpha.$

Проделать соответствующий опыт и записать результаты в тетрадь.

2. В бассейн с водой опускают куб с ребром a, плотно прижав его к стене бассейна. Коэффициент трения равен 0,5, а плотность куба равна половине плотности воды. Найдите глубину, на которую нужно погрузить куб, чтобы он не всплыл.

Дано:
α
$\mu = 0{,}5$
$\rho_K = \frac{1}{2}\rho_b$

Найти: H

Решение:
Введем систему координат и обозначим силы, действующие на брусок. Условием его равновесия является равенство

$$\vec{F}_A + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = 0.$$

Спроецируем равенство на оси координат: Oy: $F_A - F_{тр} - mg = 0$; Ox: $N - F = 0$.

Учтем, что $F_{тр} = \mu N$, $F_A = \rho Vg = \rho a^3 g$, $mg = 0{,}5\rho a^3 g$.

Для нахождения силы F давления воды на правую грань кубика примем давление воды равным сумме среднего гидростатического ρgh и атмосферного p_a. Тогда $F = (\rho gh + p_a)a^2$. Суммируя все сказанное, найдем $h = a - p_a : \rho g$.

Изложенное решение предполагало, что кубик погружен полностью, поэтому должно быть:

$$h \geq a : 2,\ a - p_a : \rho g \geq a : 2,\ \rho g a \leq p_a.$$

Попробуйте проделать опыт, например, с деревянным кубиком. Результаты запишите в тетрадь.

II. Закрепление материала

Решить задачи 10.11–10.18, 10.25, 10.26.

Домашнее задание

Подготовиться к итоговой олимпиаде. Повторить все способы и приемы решения задач. Самостоятельно решить задачи из раздела «Избранное».

Уроки 31–34.
Физическая олимпиада

Цели: повторение материала у учащихся; расширение кругозора.

Ход уроков

I. Решение задач

Вариант I

Задача 1

Заяц бежит прямолинейно с постоянной скоростью. Недалеко от него затаился Волк. Заметив Зайца на расстоянии L, Волк начинает бежать так, что ускорение Волка по модулю всегда равно a и направлено к Зайцу. Время между первой и второй встречами Зайца с Волком равно t_2. Найдите время t_1, прошедшее от момента, когда Волк начал движение до момента его первой встречи с Зайцем, если известно, что $2t_1 > t_2$. Считать, что Заяц и Волк бегут вдоль одной прямой. Пробегая мимо Зайца, Волк своей скорости не меняет.

Задача 2

Автомобиль разгоняется вниз по склону с постоянным ускорением $a = 1$ м/с^2. Каким должен быть коэффициент трения, чтобы это было возможно? Уклон горы $\alpha = 45°$, $g = 10$ м/с^2. Ответ обоснуйте.

Задача 3

Известно, что разгоняя поезд из состояния покоя с ускорением a, электровоз совершает работу A. Чему окажется равна эта работа, если за время разгона грузчики перенесут из заднего вагона в передний груз массой M? Массой грузчиков по сравнению с M можно пренебречь. Расстояние между первым и последним вагоном равно L. Ответ обоснуйте.

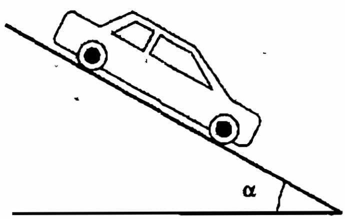
Вариант II

Задача 1

Заяц бежит прямолинейно с постоянной скоростью. Недалеко от него затаился Волк. Заметив Зайца на расстоянии L, Волк начинает бежать так, что ускорение Волка по модулю всегда равно a и направлено к Зайцу. Время между первой и второй встречами Зайца с Волком равно t_2. Найдите время t_1, прошедшее от момента, когда Волк начал движение до момента его первой встречи с Зайцем, если известно, что $2t_1 < t_2$. Считать, что Заяц и Волк бегут вдоль одной прямой. Пробегая мимо Зайца, Волк своей скорости не меняет.

Задача 2

Автомобиль разгоняется вниз по склону с постоянным ускорением $a = 7$ м/с^2. Каким должен быть коэффициент трения, чтобы это было возможно? Уклон горы $a = 30°$, $g = 10$ м/с^2. Ответ обоснуйте.



Задача 3

Известно, что разгоняя поезд из состояния покоя с ускорением a, электровоз совершает работу А. Чему окажется равна эта работа, если за время разгона грузчики перенесут из переднего вагона в задний груз массой M? Массой грузчиков по сравнению с M можно пренебречь. Расстояние между первым и последним вагоном равно L. Ответ обоснуйте.

В конце олимпиады выдаются критерии оценки работы и предлагается им выполнить самооценку своих результатов. Затем учитель выполняет контроль произведенной самооценки и выставляет окончательную оценку.

II. Разбор задач

Задача 1

Обозначим скорость Зайца за v. Перейдем в систему отсчета Зайца, в которой его скорость равна нулю. В такой системе отсчета, в начальный момент времени, Волк находится на расстоянии L от Зайца и движется со скоростью v направленной к Зайцу или от Зайца. После первой встречи с Зайцем, скорость Волка не изменится, а ускорение поменяет знак. Это означает, что через некоторое время Волк снова встретится с Зайцем, при этом его скорость поменяет свое направление. В дальнейшем ситуация полностью повторяется — Волк пробегает мимо Зайца, через равные промежутки времени t_2, каждый раз меняя знак своей скорости.

Пусть скорость Волка в моменты встречи с Зайцем равна v_0. Тогда за время t_2 между встречами скорость Волка меняется от v_0 до $-v_0$.

Тогда мы получим: $-v_0 - v_0 = at_2$ или $v_0 = -at_2 : 2$.

Вариант 1

Если $t_1 > t_2 : 2$, то первоначально Волк находился позади Зайца и двигался по направлению от Зайца (в С.О. Зайца). При этом первый раз Волк догоняет Зайца сзади.

Вариант 2

Если $t_1 < t_2 : 2$ то первоначально Волк находился спереди от Зайца и двигался по направлению к Зайцу (в С.О. Зайца). При этом первый раз Волк приближается к Зайцу спереди.

Далее можно написать уравнение равноускоренного движения Волка. Удобнее выбрать начало отсчета времени ($t = 0$) в момент первой встречи Зайца с Волком, так как нам известен модуль скорости Волка в этот момент ($|v_0| = at_2 : 2$). Если выбрать за положительное направление, направление движения Зайца, то...

Вариант 1

В момент встречи скорость Волка равна v_0, а в момент времени ($-t_1$) (начало движения) координата Волка равна ($-L$). Ускорение Волка с момента начала движения до момента первой встречи равно a.

В итоге получим: $-L = (at_2 : 2) \cdot (-t_1) + at_1^2 : 2$.

Вариант 2

В момент встречи скорость Волка равна ($-v_0$), а в момент времени ($-t_1$) (начало движения) координата Волка равна L.

Ускорение Волка с момента начала движения до момента первой встречи равно $(-a)$.

В итоге получим: $L = (-at_2 : 2) \cdot (-t_1) - at_1{}^2 : 2$.

Решая квадратное уравнение, мы получим два решения для t_1. Из них надо выбрать то, которое соответствует условию задачи.

Вариант 1

Ответ: $t_2 : 2 + (t_2{}^2 : 4 - 2L : 2a)^{1/2}$.

Вариант 2

Ответ: $t_2 : 2 - (t_2{}^2 : 4 - 2L : a)^{1/2}$.

Задача 2

Чтобы определить направление силы трения, необходимо сравнить a и $g\sin\alpha$. Действительно, спроецируем силы, действующие на автомобиль, на ось параллельную дороге и направленную вниз: $f_{тр} + mg\sin\alpha = ma$ или $f_{тр} = ma - mg\sin\alpha$.

Вариант 1

$a < g\sin\alpha$ Сила трения направлена вниз ($f_{тр} > 0$).

Вариант 2

$a > g\sin\alpha$ Сила трения направлена вверх ($f_{тр} < 0$).

Спроецируем все силы на ось, перпендикулярную дороге: $N - mg\cos\alpha = 0$ Кроме того, $|f_{тр}| \le \alpha N$.

$\alpha \ge |f_{тр}| : N = |ma - mg\sin\alpha| : (mg\cos\alpha) = |a - g\sin\alpha| : (g\cos\alpha)$.

Вариант 1

Ответ: Сила трения направлена вниз.

$$\mu \ge 1 - 1/\left(5\sqrt{2}\right) \approx 0,86.$$

Вариант 2

Ответ: Сила трения направлена вверх.

$$\mu \ge 2/\left(5\sqrt{3}\right) \approx 0,23.$$

Задача 3

Будем обозначать индексом «0» величины, которые соответствуют неподвижно стоящему грузчику.

Мощность, развиваемая поездом, равна $W = Fv$, где F – сила тяги поезда, v – его скорость. Движение грузчиков можно представить следующим образом: грузчик разгоняется из состояния покоя, затем он движется с постоянной скоростью, проходя путь L, затем останавливается.

Импульс системы «поезд + грузчик» равен $P = P_0 + mu$, где m – масса грузчика с грузом, u – его скорость относительно поезда. Видно, что пока скорость грузчика постоянна, добавка к импульсу связанная с движением грузчика не зависит от времени, т.е. сила $F = \nu P : \nu t = F_0$. Следовательно, при движении грузчика с постоянной скоростью $W = W_0$. В момент разгона грузчика импульс системы увеличивается на mu, а в момент торможения импульс системы уменьшается на mu.

В момент разгона (торможения) грузчика сила тяги поезда должна была увеличиться (уменьшиться), так как ускорение поезда постоянно. Пусть $F = F_0 + f$. Если разгон длится время τ, дополнительная совершенная работа будет равна $\Delta A = \tau\Delta W = \tau f v = vp$, где p – изменение импульса системы, связанное с движением грузчика.

Пусть в момент разгона грузчика скорость поезда была равна v_1, а в момент торможения $v_2 > v_1$, тогда полное изменение работы будет равно $A_{сум} = v_1 mu - v_2 mu = mu(v_1 - v_2) = -muaT = -maX$ здесь T – время движения грузчика через поезд, а X – его смещение вдоль поезда.

Вариант 1

Ответ: $A_1 = A - maL$.

Вариант 2

Ответ: $A_1 = A + maL$.

III. Подведение итогов работы по данному курсу

Часть II
11 КЛАСС. ТЕРМОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Тематическое планирование учебного материала

Основы молекулярно-кинетической теории (4 ч)

Количество вещества. Постоянная Авогадро. Масса и размер молекул. Основное уравнение МКТ. Энергия теплового движения молекул. Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры. Скорость молекул газа. Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы.

Основы термодинамики (4 ч)

Внутренняя энергия одноатомного газа. Работа и количество теплоты. Первый закон термодинамики. Адиабатный процесс. Изменение внутренней энергии тел в процессе теплопередачи. Изменение внутренней энергии в процессе совершения работы. Тепловые двигатели.

Свойства паров, жидких и твердых тел (4 ч)

Свойства паров. Влажность воздуха. Поверхностное натяжение. Капиллярные явления. Механические свойства твердых тел.

Электрическое поле (5 ч)

Закон Кулона. Напряженность поля. Проводники в электрическом поле. Поле заряженного шара и пластины. Диэлектрики в электрическом поле. Энергия заряженного тела в электрическом поле. Разность потенциалов. Электроемкость конденсатора. Энергия заряженного конденсатора.

Законы постоянного тока (5 ч)

Сила тока. Сопротивление. Закон Ома. Работа и мощность тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для замкнутой цепи. Законы Кирхгофа.

Электрический ток в различных средах (4 ч)

Электрический ток в металлах и электролитах. Электрический ток в газах, вакууме, полупроводниках.

Электромагнитные явления (4 ч)

Магнитное поле тока. Магнитная индукция. Магнитный поток. Закон Ампера. Сила Лоренца. Магнитные свойства вещества.

Избранное (4 ч)

Физическая олимпиада.

Урок 1. Количества вещества. Постоянная Авогадро. Масса и размер молекул. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

Цели: сформулировать основные положения МКТ; дать понятие о размерах молекул; углубить знания учащихся о величинах, характеризующих молекул; ввести понятие идеального газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории; углубить и обобщить знания учащихся по теме в ходе решения задач.

Ход урока

I. Слово учителя

Молекулярно-кинетической теорией называется учение, которое объясняет строение и свойства тел движением и взаимодействием атомов, молекул и ионов, из которых состоят тела. В основе молекулярно-кинетической теории лежат три важнейших положения, которые полностью подтверждены экспериментально и теоретически:

— все тела состоят из частиц – молекул, атомов, ионов. В состав атомов входят более мелкие элементарные частицы;

— атомы, молекулы и ионы находятся в непрерывном хаотическом движении;

— между частицами любого тела существуют силы взаимодействия – притяжения и отталкивания.

Атомом называется наименьшая частица данного химического элемента.

Молекулой называется наименьшая устойчивая частица данного вещества, обладающая его основными химическими свойствами.

Количеством вещества называется физическая величина, определяемая числом специфических структурных элементов — молекул, атомов или ионов, — из которых состоит вещество.

Число атомов (молекул или других структурных единиц), содержащихся в одном моле вещества, называется *постоянной Авогадро* N_A.

Идеальным газом называется газ, между молекулами которого отсутствуют силы взаимного притяжения.

Основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} m_0 \cdot n \cdot \overline{v}^2.$$

II. Решение задач

Разберем основные типы задач по данной теме.

1.1. Какое количество вещества содержится в алюминиевой отливке массой 5,4 кг?

Дано:	Решение:
$m = 5{,}4$ кг $\mu = 0{,}027$ кг/моль	Для решения достаточно найти из таблицы химических элементов Д.И. Менделеева относительную атомную массу алюминия.
Найти: ν	

$$\nu = \frac{m}{\mu};\ \nu = \frac{5{,}4\ \text{кг}}{0{,}027\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 200\ \text{моль}.$$

1.2. Во сколько раз средняя квадратичная скорость молекул воздуха в летний день при температуре 30 °С больше, чем в зимний день при температуре –30 °С.

Дано:	Решение:
$t_1 = 30$ °C $T_1 = 303$ K $t_2 = -30$ °C $T_2 = 243$ K	В МКТ идеального газа получена формула для расчета средней квадратичной скорости поступательного движения молекул газа: $v_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$, тогда $\frac{v_{кв}}{v_{кв}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1{,}12.$
Найти: $\frac{v_{кв}}{v_{кв}}$	

Ответ: $\frac{v_{кв}}{v_{кв}} = 1{,}12.$

1.3. Какой скоростью обладала молекула паров серебра, если ее угловое смещение в опыте Штерна составляло 5,4°

при частоте вращения прибора 150 $с^{-1}$? Расстояние между внешним и внутренними цилиндрами равно 2 см.

Дано:	**Решение:**
$\varphi = 5{,}4° = 0{,}094$ рад $R_2 - R_1 = 2$ см $= 0{,}2$ м $n = 150\ с^{-1}$	$\dfrac{R_2 - R_1}{t} = \bar{v};$ $t = \dfrac{R_2 - R_1}{\bar{v}};$ $\omega = \dfrac{\varphi}{t};$
Найти: $\bar{v}$ – ?	

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{2\pi n};\ \bar{v} = \frac{2\pi n(R_2 - R_1)}{\varphi} = 201\ \frac{м}{с}.$$

Ответ: $\bar{v} = 201\ \dfrac{м}{с}$.

1.4. Какова средняя квадратичная скорость движения молекул газа, если, имея массу 6 кг, он занимает объем 5 $м^3$ при давлении 200 кПа?

Дано:	**Решение:**
$m = 6$ кг $V = 5\ м^3$ $p = 200$ кПа	Давление по основному уравнению МКТ находится по формуле: $p = \dfrac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2,$
Найти: $v_{кв}$	учитывая, что $m_0 n = \rho$ имеем

$$p = \frac{1}{3}\rho\bar{v}^2 \Rightarrow p = \frac{1}{3}\frac{m}{V}\bar{v}^2 \Rightarrow v_{кв} = \sqrt{\frac{3pV}{m}} = 707{,}1\ м/с.$$

Ответ: $\sqrt{кв} = 707{,}1$ м/с.

III. Закрепление материала

– Находится ли в состоянии теплового равновесия воздух в жилом помещении? (*Нет.*)

– В сосуде с водой при 0° положили кусок льда при 0°. Сосуд теплоизолирован. Будет ли лед плавиться или вода замерзать? (*Не будет, так как система «сосуд, лед, вода» в тепловом равновесии.*)

– Какую температуру покажет термометр в открытом космическом пространстве, в котором плотность вещества равна нулю? (*Термометр покажет свою собственную температуру.*)

Домашнее задание

Решить задачи:

1.5. Какое понадобится время τ, чтобы на поверхность стекла нанести слой серебра толщиной $d = 5$ мкм, используя для этого атомарный пучок с концентрацией атомов серебра $n = 10^{18}$ м$^{-3}$, движущихся со скоростью $v = 0{,}39$ км/с? Молярная масса серебра $\mu = 108 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность серебра $\rho = 10{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.6. Кристаллическая решетка железа при комнатной температуре – кубическая объемно-центрированная. Атомы железа расположены в вершинах куба и в центре – на пересечении пространственных диагоналей куба. Сколько n атомов железа приходится на одну элементарную ячейку? Определите постоянную решетки (ребро куба) a и минимальное расстояние d между атомами железа. Относительная атомная масса железа $M_r = 56$, плотность железа $\rho = 7{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.7. Кристаллы поваренной соли $NaCl$ кубической системы состоят из чередующихся атомов (ионов) Na и Cl. Определите наименьшее расстояние d между их центрами. Молярная масса поваренной соли $\mu = 59{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность $\rho = 2{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Урок 2. Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы

Цели: научить решать задачи на зависимости между параметрами (P, V, T), характеризующими состояние газа; установить зависимость между термодинамическими параметрами.

Ход урока

I. Слово учителя

Уравнением состояния идеального газа называется уравнение, связывающее следующие макроскопические параметры газа: давление p, объем V и температуру T.

Запишем уравнения Клапейрона и уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \ldots = \frac{p_nV_n}{T_n}; \; pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Изопроцессами называют процессы, протекающие при неизменном значении одного из параметров системы.

II. Решение задач

1. В пробирке длиной $L = 10$ см, расположенной вертикально, над воздухом находится столбик ртути высотой $h = 3$ см. Пробирку переворачивают вверх дном. Определить, какой высоты столбик ртути останется в пробирке. Принять $P_{атм} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па, плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано:

$L = 0{,}1$ м

$h = 0{,}03$ м

$P_{атм} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па

$\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3

Найти: x

Решение:

Если перевернуть пробирку, то воздух, заключенный в ней под столбиком ртути, расширится. Температура воздуха не изменится, то есть процесс расширения происходит изотермически: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Давление воздуха P_1 равно сумме гидростатического давления столбика ртути и атмосферного давления: $P_1 = P_{атм} + \rho gh$.

Объем, занимаемый воздухом до опрокидывания, $V_1 = (L - h)S$, где S – площадь поперечного сечения пробирки.

Когда пробирку перевернули, то атмосферное давление уравновешивается давлением воздуха P_2 и давлением оставшегося столбика ртути x:

$$P_{атм} = P_2 + \rho gx, \text{ откуда } P_2 = P_{атм} - \rho gx.$$

Объем воздуха в этом случае равен $V_2 = (L - x)S$. При решении данных уравнении получаем квадратное уравнение, решением которого являются два значения. Физически смысл имеет только один из корней уравнения

$$x = \frac{A - \sqrt{A^2 - 4\rho gB}}{2\rho g}, \text{ где } A = \rho gL + P_{атм},$$

$$B = P_{атм}L - (P_{атм} + \rho gh)(L - h),\ x = 0{,}026 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 0{,}026$ м.

2. По газопроводу течет углекислый газ при давлении $p = 50$ Н/см^2 и температуре $t = 17$ °С. Какова скорость v движения газа по трубке, если за $\tau = 5$ мин через площадь попе-

речного сечения $S = 6$ см² протекает $m = 2{,}5$ кг углекислого газа?

Дано:
$p = 50$ Н/см²
$\tau = 5$ мин; $t = 17$ °С
$S = 6$ см²
$m = 2{,}5$ кг

Найти: v

Решение:
Объем, занимаемый газом при данных условиях можно определить из уравнения Клапейрона-Менделеева: $pV = (m : M)RT$, молярная масса CO_2 – 0,044 кг/моль.

$$V = \frac{mRT}{Mp}; V = vS\tau \Rightarrow v = \frac{mRT}{MpS\tau}; = 1{,}52 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 1{,}52$ м/с.

3. Сосуд разделен пополам полунепроницаемой перегородкой, пропускающей водород и не пропускающей кислород. В правую половину сосуда впускают 36 г кислорода и 4 г водорода. Объем сосуда 20 л, температура 27 °С. Определить давление в левой и правой половинах сосуда, когда установится равновесие.

Дано:
$m_1 = 36$ г
$m_2 = 4$ г
$M_1 = 0{,}032$ кг/моль
$M_2 = 0{,}002$ кг/моль
$V = 20$ л
$t = 27$ °С

Найти: $p_1 = ?$ $p_2 = ?$

Решение:
В левой половине сосуда будут находиться кислород и водород, в правой только водород (из условия полупроницаемости перегородки). Давление в левой половине сосуда, согласно закону Дальтона, равно $p_1 = p_н + p_0$, где $p_н$ – парциальное давление водорода, равное

$$p_н = (m_2 : M_2)(RT : V),$$ p_0 – парциальное давление кислорода, равное

$$p_0 = (m_1 : M_1)(RT : V : 2),$$

откуда

$$p_1 = \frac{RT}{V}\left(\frac{2m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right); \; p_1 = 4{,}96 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

$$p_2 = \frac{RT}{V}\frac{m_2}{M_2}; \; p_2 = 2{,}48 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $p_1 = 4{,}96 \cdot 10^5$ Па; $p_2 = 2{,}48 \cdot 10^5$ Па.

III. Закрепление материала

Решаем следующие задачи:

1.10. Вакуумный насос понижает давление до $P = 1,3 \cdot 10^{-10}$ Па. Сколько N молекул газа содержится в $V = 1$ см^3 при указанном давлении и температуре $t = 27$ °С? Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

1.11. В трещину откачанной лампы накаливания объемом $V = 200$ см^3 ежесекундно проникает $\Delta N = 10^{12}$ молекул газа. За какое время τ при температуре $T = 27$ °С в лампе установится давление $P_0 = 10^5$ Па? Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

1.12. Найдите массу m воздуха, заполняющего аудиторию площадью $S = 200$ м^2 и высотой $h = 5$ м. Давление воздуха $P = 10^5$ Па, температура воздуха $t = 17$ °С. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль-К).

Домашнее задание

Решить задачи:

1.14. Водитель проверяет давление в шинах автомобиля перед тем, как отправиться в продолжительную поездку. Давление равно $P_1 = 200$ кПа при температуре $t_1 = 22$ °С. После нескольких часов езды он снова измеряет давление и находит, что оно равно $P_2 = 250$ кПа. Насколько Δt увеличилась температура воздуха в шинах? Утечки воздуха из шин и изменения их объема не происходит.

1.15. Определите температуру T газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на $\delta P = 0,4\%$ при нагревании на $\Delta T = 1$ К.

1.16. Бутылка, наполненная воздухом, плотно закрыта пробкой площадью сечения $S = 2,5$ см^2. До какой температуры t_2 следует нагреть воздух, чтобы пробка вылетела из бутылки, если сила трения, удерживающая пробку, $F = 12$ Н? Начальное давление воздуха в бутылке и наружное давление одинаковы и равны $P = 100$ кПа, начальная температура $t_1 = -3$ °С.

Подготовиться к физической олимпиаде.

Уроки 3–4. Физическая олимпиада

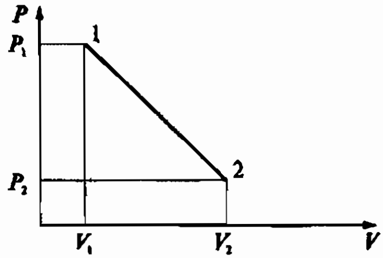
Цель: развитие духа состязательности, самостоятельности мышления и выборе способов решения предложенных задач.

Ход уроков

I. Решение задач

Предлагаются следующие задачи:

1. За сколько ходов поршня с рабочим объемом V можно понизить давление в сосуде объемом V_0 от атмосферного P_0 до P?
2. Идеальный газ в количестве $\nu = 4$ моля переводится из состояния с объемом $V_1 = 8$ л и давлением $p_1 = 1{,}5 \cdot 10^6$ Па в состояние с объемом $V_2 = 30$ л и давлением $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па так как показано на рисунке. Какой максимальной температуры T_m достигает газ в этом процессе?



3. Тонкий диск массой M_0 и радиусом r падает в разреженном воздухе вертикально вниз с постоянной скоростью так, что плоскость диска остается все время горизонтальной. Оцените скорость движения диска v. Считать массы молекул газа одинаковыми, скорости их движения равными средней квадратичной, давление p и температуру T постоянными.

II. Разбор задач

1. В первый момент давление в рабочем объеме поршня практически равно нулю. Поршень начинает двигаться вверх, открывается клапан, соединяется рабочий объем поршня с объемом сосуда, и газ занимает объем $V + V_0$, давление понижается. Когда поршень идет вниз, рабочий объем изолирован от сосуда и газ удаляется из него. При первом ходе поршня газ расширяется и объем его $V + V_0$, давление газа понижается до P_1. Газ расширяется изотермически согласно закону Бойля-Мариотта: $P_0V_0 = P_1(V_0 + V)$.

Давление газа в сосуде становится равным $P_1 = \dfrac{P_0V_0}{V_0 + V}$.

При втором ходе давление газа становится равным P_2 и определяется уравнением

$$P_1 V_0 = P_2 (V_0 + V),$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_0}{V_0 + V} \right) = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V} \right)^2.$$

Очевидно, после n ходов давление в сосуде становится равным

$$P_n = P_0 \left(\frac{V_0}{V + V_0} \right)^n.$$

Причем P_n равным конечному давлению: $P_n = P$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n.$$

Прологарифмировав, получим

$$\lg\left(\frac{P}{P_0}\right) = n \lg\left[\frac{V_0}{V + V_0}\right], \text{ окончательно } n = \frac{\lg\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\lg \frac{V_0}{V + V_0}}.$$

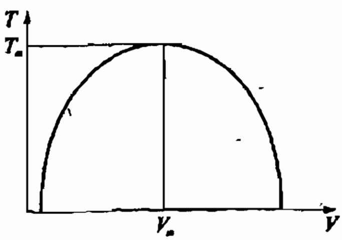
2. Зависимость давления от объема в данном процессе является линейной, поэтому аналитически она описывается уравнением $p = -aV + b$, где постоянные a и b определяются из уравнений:

$$\begin{cases} p_1 = -aV_1 + b \\ p_2 = -aV_2 + b \end{cases}$$

Найдем зависимость температуры от объема, воспользовавшись уравнением состояния идеального газа:

$$T = \frac{pV}{\sqrt{R}} = \frac{V}{\sqrt{R}}(-aV + b) = -\frac{a}{\sqrt{R}}V^2 + \frac{b}{\sqrt{R}}V.$$

Изобразим график $T(V)$ на рисунке.



Этот график представляет собой параболу, проходящую собой параболу, проходящую через начало координат, ветви которой направлены вниз. Найдем координату вершины параболы:

$$V_m = \frac{b}{2a}.$$

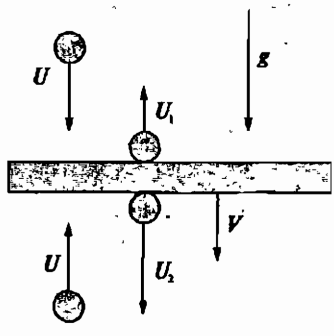
Следовательно, максимальная температура равна:

$$T_b = -\frac{1}{\sqrt{R}}\left(aV_b^2 - bV_b\right) = \frac{b^2}{4\sqrt{Ra}}.$$

Определив из системы уравнений a и b, и подставив их в последнее выражение, получим окончательно:

$$T_m = \frac{(P_1V_2 - P_2V_1)^2}{4\nu(P_1 - P_2)(V_2 - V_1)} \approx 540\ \text{K}.$$

3. Сила сопротивления движению диска возникает из-за разности воздействий молекул воздуха на верхнюю и нижнюю его стороны, так как молекулы, подлетающие к диску с одинаковыми скоростями $u \to v$, после соударений отлетают с разными скоростями. Молекулы, соударяющиеся с диском сверху и снизу, передают ему разное количество движения.



Будем считать, что в разреженном воздухе молекулы, один раз столкнувшиеся с диском и изменившие в результате удара направление движения, с ним больше не встречаются. Сложный молекулярный состав воздуха заменим некими усредненными молекулами с массой m_0. Задачу удобнее решать в подвижной системе отсчета, связанной с диском. Так как его движение относительно воздуха равномерное и прямолинейное, то все силы, действующие на диск в этой системе отсчета, останутся неизменными.

В системе отсчета, связанной с диском, молекулы воздуха подлетают к верхней стороне диска со скоростью $u_1 = u - v$ и после удара отлетают с той же скоростью. Изменение импульса этих молекул за единицу времени, равное по второму закону Ньютона силе F_1 действующей на них со стороны диска, будет составлять $F_1 = 2m_0(u - v)z_1$ где z_1 – число ударов молекул о верхнюю сторону диска за единицу времени. Для молекул, подлетающих к диску с нижней стороны со скоростью $u_2 = u + v$, соответствующая сила будет равна $F_2 = 2m_0(u + v)z_2$ где z_2 – число ударов молекул о нижнюю сторону диска за единицу времени.

По третьему закону Ньютона на диск со стороны молекул воздуха будут действовать силы F_1 и F_2, численно равные , но направленные к поверхностям диска. Число ударов молекул о каждую из сторон диска определяется из известных соотношений:

$$z_1 \approx \frac{1}{6}n\pi r^2 (u - v);$$
$$z_2 = \frac{1}{6}n\pi r^2 (u + v),$$

где n – число молекул воздуха в единице объема. Таким образом, на стороны диска действуют силы:

$$F_1 = \frac{1}{3}m_0 n\pi r^2 (u - v)^2,$$
$$F_2 = \frac{1}{3}m_0 n\pi r^2 (u + v)^2.$$

Так как $F_2 > F_1$, то результирующая сила сопротивления воздуха движению $F = F_2 - F_1$ будет направлена вверх и равна $F = \frac{4}{3}\rho\pi r^2 uv$, где $\rho = m_0 n$ – плотность воздуха.

Скорость диска v будет постоянна при условии $F = M_0 g$, то есть

$$F = M_0 g, \text{ т.е. } \frac{4}{3}\rho\pi r^2 uv = M_0 g.$$

Следовательно, скорость равномерно падающего диска

$$v = \frac{3M_0 g}{4\rho\pi r^2 u}.$$

Плотность воздуха можно выразить из уравнения Менделеева-Клапейрона $\rho = \frac{P\mu}{RT}$, где μ – молярная масса воздуха, а средне-квадратичную скорость молекул воздуха – из известного соотношения $u = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$. Подставляя эти значения, получим окончательную оценку равномерной скорости падения диска:

$$v = \frac{M_0 g}{4\pi r^2 P}\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

III. Подведение итогов

Урок 5. Внутренняя энергия одноатомного газа. Работа и количество теплоты. Первый закон термодинамики. Адиабатный процесс

Цели: дать молекулярно-кинетическую трактовку понятия внутренней энергии, термодинамическую трактовку понятия работы; установить связь между изменением внутренней энергии системы, работой и количеством теплоты; научить решать задачи по данной теме.

Ход урока

I. Изучение нового материала

Перед решением задач целесообразно рассмотреть некоторые вопросы теории.

С молекулярно-кинетической точки зрения внутренняя энергия представляет собой суммарную энергию движения и взаимодействия микрочастиц, составляющих макросистему.

В состав внутренней энергии входят:

– кинетическая энергия поступательного, вращательного и колебательного движения молекул и атомов;
– потенциальная энергия взаимодействия молекул и атомов;
– энергия электронных оболочек атомов;
– внутриядерная энергия.

Такое разбиение внутренней энергии на компоненты носит весьма приближенный характер, так как в общем случае различные компоненты могут переходить один в другой. Изменение внутренней энергии идеальных газов сводится к изменению лишь кинетической энергии молекул, так как молекулы этих газов не взаимодействует.

Изменение внутренней энергии термодинамической системы равно сумме работы внешних сил и сообщенного системы количества теплоты.

Если $A = 0$ и $Q = 0$, то $\Delta U = 0$ и $U = \text{const}$, то есть внутренняя энергия изолированной термодинамической системы остается величиной постоянной. Это два положения являются формулировкой *I* закона термодинамики.

1. Изохорный процесс ($V = \text{const}$).
   $\Delta U = QV$ $\quad\quad$ $\Delta U = \nu C_V \Delta T$.
2. Изобарный процесс ($P = \text{const}$).
   $\Delta U = A + Q_p$ $\quad\quad$ $C_P = C_V + R$ – уравнение Майера.
3. Изотермический процесс ($T = \text{const}$).
   $Q = A'$.
4. Адиабатный процесс ($Q = 0$).
   $\Delta U = A$.

В отличие от изохорного, изобарного и изотермического процессов, адиабатный процесс сопровождается изменениями давления, объема и температуры, причем одному и тому же изменению объема ΔV соответствует при адиабатном процессе большее изменение давления, нежели при изотермическом.

II. Решение задач

1. Одноатомный идеальный газ находится в сосуде объемом $V = 3$ л при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па. В результате изохорного нагревания внутренняя энергия газа возросла на $\Delta U = 450$ Дж. Определить давление газа p_2 после нагревания.

Дано:
$V = 3$ л
$p_1 = 2 \cdot 10^5$
$\Delta U = 450$ Дж

Найти: p_2

Решение:
Внутренняя энергия одноатомного идеального газа в начальном состоянии равно:

$$U_1 = \frac{3}{2} p_1 V,$$

а в конечном состоянии:

$$U_2 = \frac{3}{2} p_2 \cdot V.$$

Из этих уравнений следует:

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2}V(p_2 - p_1). \text{ Здесь } U_2 - U_1 = \Delta U.$$

Следовательно,

$$\Delta U = \frac{3}{2}V(p_2 - p_1),$$

откуда получим:

$$p_2 = p_1 + \frac{2\Delta U}{3V} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $p_2 = 3 \cdot 10^5$ Па.

2. Основываясь на представлениях молекулярно-кинетической теории, оцените давление и температуру внутри Солнца. Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг, радиус $7 \cdot 10^8$ м. В расчетах можно принять, что Солнце состоит в основном из атомарного водорода.

Дано:
$M_с = 2 \cdot 10^{30}$
$R = 7 \cdot 10^8$ м

Найти: p, T

Решение:
Согласно МКТ давление газа p связано с его температурой T и концентрацией молекул n соотношением $p = nkT$, отсюда

$$T = \frac{p}{nk}.$$

Поскольку Солнце не расширяется и не сжимается, давление его внутренних слоев на любой глубине равно давлению вышележащих слоев, создаваемому действием силы тяжести F:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Отсюда следует, что для определения температуры на какой-то глубине внутри Солнца необходимо определить концентрацию атомов n на этой глубине и давление вышележащих слоев p.

Для упрощения зададимся целью определить температуру на расстоянии $\frac{R}{2}$ от центра Солнца, где концентрацию атомов водорода можно считать приближенно равной среднему значению для Солнца:

$$n \approx n_{\text{ср}} = \frac{N}{V} = \frac{M_c N_A}{MV} = \frac{M_c N_A}{M\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\rho N_A}{M}.$$

Выделив вертикальный столб газа с площадью основания S, давление верхних слоев на лежащие ниже можно оценить, пренебрегая зависимостью плотностью ρ газа от глубины. Примем расстояние до центра масс верхней половины столба газа равным $\frac{3}{4}R$ и произведем расчет силы тяготения, пренебрегая отличием формы тяготеющих тел от точечных и шарообразных тел:

$$F = G\frac{mM_c}{\left(\frac{3}{4}R\right)^2} = G\frac{\rho\frac{R}{2}SM_c}{\left(\frac{3}{4}R\right)^2} = G\frac{\rho SM_c}{\frac{9}{8}R}.$$

Тогда давление будет равно:

$$p = \frac{F}{S} = G\frac{\rho M_c}{\frac{9}{8}R} = G\frac{M_c^2}{\frac{9}{8}R\frac{4}{3}\pi R^3} = G\frac{M_c^2}{\frac{3}{2}\pi R^4},$$

а температура:

$$T = \frac{p}{nk} = \frac{G\rho M_c M}{\frac{9}{8}R\rho N_A k} = \frac{GM_c M}{\frac{9}{8}RN_A k}.$$

Подставив числовые значения получим: $p = 2 \cdot 10^{15}$ Па. $T = 2 \cdot 10^7$ К.

Ответ: $p = 2 \cdot 10^{15}$ Па, $T = 2 \cdot 10^7$ К.

3. Вертикальный теплоизолированный сосуд, в котором находится одноатомный газ, закрыт поршнем массы M. В сосуде включают нагреватель мощностью N, и поршень начинает медленно сдвигаться вверх. За какое время t он поднимется на высоту H относительно начального положения? Теплоемкостью поршня и трением пренебречь. Атмосферное давление отсутствует.

Дано:	Решение:
M, N, H	За искомое время t к газу подводится количество теплоты $Q = Nt$. Оно расходуется на работу по расширению газа
Найти: t	

при постоянном давлении, равную работе по равномерному поднятию поршня $A = p\Delta V = \nu R\Delta T = MgH$, и на увеличение внутренней энергии ν (моль) одноатомного газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}MgH,\ Nt = MgH + \frac{3}{2}MgH,\ t = \frac{5}{2}\frac{MgH}{N}.$$

Решить задачи подобные данным:

2.1. Каково давление P одноатомного идеального газа, занимающего объем $V = 2$ л, если его внутренняя энергия $U = 300$ Дж?

2.2. Найдите число N молекул, содержащихся в $m = 1$ кг идеального газа, если при температуре $T = 300$ К средний квадрат скорости молекул $\langle v^2 \rangle = 0{,}37 \cdot 106$ м^2/с^2. Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

2.3. Два сосуда, содержащие $\nu_1 = 10$ моль и $\nu_2 = 15$ моль одинакового идеального газа, соединены трубкой с краном. В первом сосуде средний квадрат скорости движения молекул равен $\langle v_1 \rangle = 16 \cdot 10^4$ м^2/с^2, а во втором $\langle v_2 \rangle = 25 \cdot 10^4$ м^2/с^2. Найдите установившуюся температуру T газа после открытия крана. Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Молярная масса газа $\mu_1 = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль-К).

III. Закрепление материала

– Чем отличается внутренняя энергия идеального газа от внутренней энергии реального газа?

– Можно ли определить внутреннюю энергию 1 моль кислорода, используя формулу внутренней энергии одноатомного идеального газа? Ответ обоснуйте.

Домашнее задание

Решить задачи:

2.5. Во время расширения, вызванного нагреванием, газу было передано количество теплоты $Q = 3 \cdot 10^5$ Дж, причем газ действовал на поршень с постоянной силой $F = 4 \cdot 10^5$ Н. На сколько ΔU увеличилась внутренняя энергия газа, если поршень передвинулся на расстояние $L = 30$ см?

2.6. Газ, находящийся при давлении $P = 10^5$ Па, расширился изобарически, совершив работу $A = 25$ Дж. Определите приращение ΔV объема газа.

Урок 6. Изменение внутренней энергии тел в процессе теплопередачи. Изменение внутренней энергии в процессе совершения работы. Тепловые двигатели

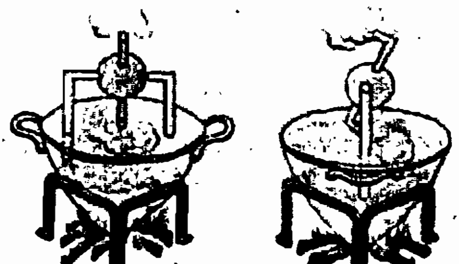
Цели: систематизировать и углубить знания учащимися об изопроцессах; закрепить изученный материал в ходе решения графических, качественных и расчетных задач.

Ход урока

I. Слово учителя

История тепловых двигателей

В древности люди приводили в действие простейшие механизмы руками или с помощью животных. Затем они научились использовать силу ветра, плавая на парусных кораблях. Они научились так же использовать ветер для вращения ветряных мельниц, перемалывающих зерно в муку. Позже они стали применять энергию течения воды в реках для вращения водяных колес. Эти колеса перекачивали и поднимали воду или приводили в действие различные механизмы.



История появления тепловых двигателей уходит в далекое прошлое. Говорят, еще две с лишним тысячи лет назад, в III веке до нашей эры, великий греческий механик и математик Архимед построил пушку, которая стреляла с помощью пара. Рисунок пушки Архимеда и ее описание были найдены спустя 18 столетий в рукописях великого итальянского ученого, инженера и художника Леонардо да Винчи.

Как же стреляла эта пушка? Один конец ствола сильно нагревали на огне. Затем в нагретую часть ствола наливали воду. Вода мгновенно испарялась и превращалась в пар. Пар, расширяясь, с силой и грохотом выбрасывал ядро. Для нас интересно здесь то, что ствол пушки представлял собой цилиндр, по которому как поршень скользило ядро.

Примерно тремя столетиями позже в Александрии – культурном и богатом городе на африканском побережье Средиземного моря – жил и работал выдающийся ученый Герон, которого историки называют Героном Александрийским.

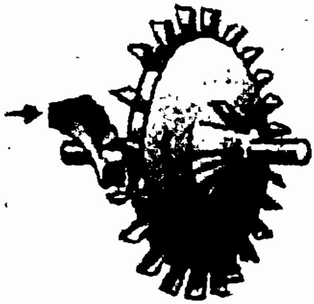
Герон оставил несколько сочинений, дошедших до нас, в которых он описал различные машины, приборы, механизмы, известные в те времена. В сочинениях Герона есть описание интересного прибора, который сейчас называют Героновым шаром.

Он представляет собой полый железный шар, закрепленный так, что может вращаться вокруг горизонтальной оси. Из закрытого котла с кипящей водой пар по трубке поступает в шар, из шара он вырывается наружу через, изогнутые трубки, при этом шар приходит во вращение. Внутренняя энергия пара превращается в механическую энергию вращения шара. Геронов шар – это прообраз современных реактивных двигателей.

В то время изобретение Герона не нашло применения и осталось только забавой. Прошло 15 столетий. Во времена нового расцвета науки и техники, наступившего после периода средневековья, об использовании внутренней энергии пара задумывается Леонардо да Винчи. В его рукописях есть несколько рисунков с изображением цилиндра и поршня. Под поршнем в цилиндре находится вода, а сам цилиндр подогревается. Леонардо да Винчи предполагал, что образовавшийся в результате нагрева воды пар, расширяясь и увеличиваясь в объеме, будет искать выход и толкать поршень вверх. Во время своего движения вверх поршень мог бы совершать полезную работу.

Несколько иначе представлял себе двигатель, использующий энергию пара, Джованни Бранка, живший на век позже великого Леонардо. Это было колесо с лопатками, в которое с силой ударяла струя пара, благодаря чему колесо начинало вращаться. По существу, это была первая паровая турбина.

В XVII–XVIII веках над изобретением паровой машины трудились англичане Томас Севери (1650–1715) и Томас Ньюкомен (1663–1729), француз Дени Папен (1647–1714), русский ученый Иван Иванович Ползунов (1728–1766) и многие другие.



Папен построил цилиндр, в котором вверх и вниз свободно перемещался поршень. Поршень был связан тросом, перекинутым через блок, с грузом, который вслед за поршнем также поднимался и опускался. По мысли Папена, поршень можно было связать с какой-либо машиной, например водяным насосом, который стал бы качать воду. В нижнюю откидывающуюся часть цилиндра насыпали порох, который затем поджигали. Образовавшиеся газы, стремясь расшириться, толкали поршень вверх. После этого цилиндр и поршень с наружной стороны обливали холодной водой. Газы в цилиндре охлаждались, и их давление на поршень уменьшалось. Поршень под действием собственного веса и наружного атмосферного давления опускался вниз, поднимая при этом груз. Двигатель совершал полезную работу. Для практических целей он не годился: слишком уж сложен был технологический цикл его работы (засыпка и поджигание пороха, обливание водой, и это на протяжении всей работы двигателя!). Кроме того, применение подобного двигателя было далеко не безопасным.

Однако нельзя не усмотреть в первой машине Папена черты современного двигателя внутреннего сгорания.

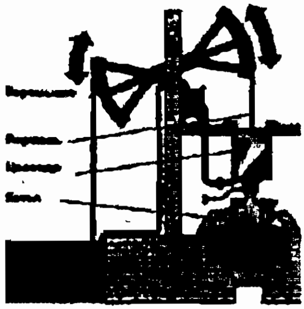
В своем новом двигателе Папен вместо пороха использовал воду. Ее наливали в цилиндр под поршень, а сам цилиндр разогревали снизу. Образующийся пар поднимал поршень. Затем цилиндр охлаждали, и находящийся в нем пар конденсировался — снова превращался в воду. Поршень, как и в случае порохового двигателя, под действием своего веса и атмосферного давления опускался вниз. Этот двигатель работал лучше, чем пороховой, но для серьезного практического использования был также малопригоден: нужно было подводить и отводить огонь, подавать охлажденную воду, ждать, пока пар сконденсируется, перекрывать воду и т.п.

Все эти недостатки были связаны с тем, что приготовление пара, необходимого для работы двигателя, происходило в самом цилиндре

А что если в цилиндр впускать уже готовый пар, полученный, например, в отдельном котле? Тогда достаточно было бы попеременно впускать в цилиндр то пар, то охлажденную воду, и двигатель работал бы с большей скоростью и меньшим потреблением топлива.

Об этом догадался современник Дени Папена англичанин Томас Севери, построивший паровой насос для откачки воды из шахты. В его машине приготовление пара происходило вне цилиндра — в котле.

Вслед за Севери паровую машину (также приспособленную для откачивания воды из шахты) сконструировал английский кузнец Томас Ньюкомен. Он умело использовал многое из того, что было придумано до него. Ньюкомен взял цилиндр с поршнем Папена, но пар для подъема поршня получал, как и Севери, в отдельном котле.



Машина Ньюкомена, как и все ее предшественницы, работала прерывисто – между двумя рабочими ходами поршня была пауза. Высотой она была с четырех-пятиэтажный дом и, следовательно, исключительно «прожорлива»: пятьдесят лошадей еле-еле успевали подвозить ей топливо. Обслуживающий персонал состоял из двух человек: кочегар непрерывно подбрасывал уголь в «ненасытную пасть» топки, а механик управлял кранами, впускающими пар и холодную воду в цилиндр.

Понадобилось еще 50 лет, прежде чем был построен универсальный паровой двигатель. Это произошло в России, на одной из отдаленных ее окраин – Алтае, где в то время работал гениальный русский изобретатель, солдатский сын Иван Ползунов.

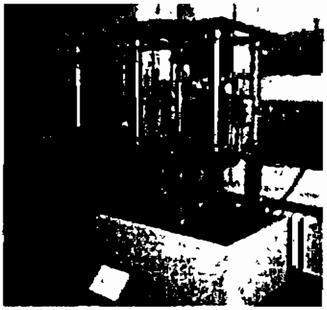
Ползунов построил свою «огнедействующую машину» на одном из барнаульских заводов. Это изобретение было делом его жизни и, можно сказать, стоило ему жизни. В апреле 1763 года Ползунов заканчивает расчеты и подает проект на рассмотрение. В отличие от паровых насосов Севери и Ньюкомена, о которых Ползунов знал, и недостатки которых ясно осознавал, это был проект универсальной машины непрерывного действия. Машина предназначалась для воздуходувных мехов, нагнетающих воздух в плавильные печи. Главной ее особенностью было то, что рабочий вал качался непрерывно, без холостых пауз. Это достигалось тем, что Ползунов предусмотрел вместо одного цилиндра, как это было в машине Ньюкомена, два попеременно работающих. Пока в одном цилиндре поршень под действием пара поднимался вверх, в другом пар конденсировался, и поршень шел вниз. Оба поршня были связаны одним рабочим валом, который они поочередно поворачивали то в одну, то в другую стороны. Рабочий ход машины осуществлялся не за счет атмосферного давления, как у Ньюкомена, а благодаря работе пара в цилиндрах.

Весной 1766 года ученики Ползунова, спустя неделю после его смерти (он умер в 38 лет), испытали машину. Она работала в течение 43 суток и приводила в движение мехи трех плавильных печей. Потом котел дал течь; кожа, которой были обтянуты поршни (чтобы уменьшить зазор между стенкой цилиндра и поршнем), истерлась, и машина остановилась навсегда. Больше ею никто не занимался.

Создателем другого универсального парового двигателя, который получил широкое распространение, стал английский механик Джеймс Уатт (1736–1819).

Работая над усовершенствованием машины Ньюкомена, он в 1784 году построил двигатель, который годился для любых нужд. Изобретение Уатта было принято на ура. В наиболее развитых странах Европы ручной труд на фабриках и заводах все больше и больше заменялся работой машин. Универсальный двигатель стал необходим производству, и он был создан.

В двигателе Уатта применен так называемый кривошипно-шатунный механизм, преобразовывающий возвратно-поступательное движение поршня во вращательное движение колеса.



Уже потом было придумано «двойное действие» машины: направляя поочередно пар то под поршень, то сверху поршня, Уатт превратил оба его хода (вверх и вниз) в рабочие. Машина стала мощнее. Пар в верхнюю и нижнюю части цилиндра направлялся специальным парораспределительным механизмом, который впоследствии был усовершенствован и назван «золотником».

Затем Уатт пришел к выводу, что вовсе не обязательно все время, пока поршень движется, подавать в цилиндр пар. Достаточно впустить в цилиндр какую-то порцию пара и сообщить поршню движение, а дальше этот пар начнет расширяться и перемещать поршень в крайнее положение. Это сделало машину экономичней: меньше требовалось пара, меньше расходовалось топлива.

II. Решение задач

1. Найти выражение для работы идеального газа в политропном процессе при нагревании от температуры T_1 до T_2, если объем газа меняется с температурой по закону $T = \alpha V_2$. Политропными называется процесс, происходящий по закону $PV_п = \mathrm{const}$. Теплоемкость любого политропного процесса остается постоянной.

Дано:

T_1, T_2, $T = \alpha V_2$

Найти: А – ?

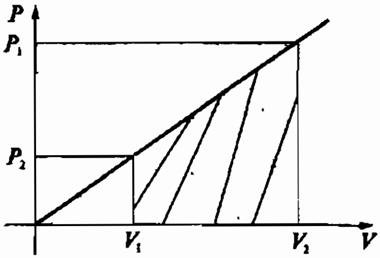
Решение:

По условию газ подчиняется закону $T = \alpha V_2$.

Поскольку газ идеальный, подставив в уравнение Клапейрона-Менделеева, получим

$$P = \frac{mRT}{MV} = \frac{m}{M}\frac{R\alpha V^2}{V} = \frac{m}{M}R\alpha V.$$

Работу можно вычислить графически. Так как давление линейно зависит от объема, то работа численно равна площади трапеции (заштрихованная область):



$$A = (1 : 2)(P_1 + P_2)(V_2 - V_1).$$

Имеем:

$$A = \frac{\alpha m R}{2M}\left(V_2^2 - V_1^2\right).$$

Окончательно имеем:

$$A = \frac{1}{2}\frac{m}{M}R\left(T_2 - T_1\right).$$

III. Самостоятельная работа

2.18. Для изобарного нагревания ν = 800 моль газа на ΔT = 500 К газу сообщили количество теплоты Q = 9,4 МДж. Найдите работу A газа и приращение ΔU его внутренней энергии. Универсальная газовая постоянная равна R = 8,31 Дж/(моль-К).

2.19. Одноатомный идеальный газ, находящийся в цилиндре под поршнем, нагревают, при этом газ совершает работу A = 600 Дж. Какое количество Q тепла подведено к газу при нагревании?

2.20. При изобарическом охлаждении одноатомного идеального газа его внутренняя энергия уменьшается на $|\Delta U|$ = 1500 Дж. Найдите работу A, совершенную газом.

Домашнее задание

Решить подобные задачи:

2.21. Одноатомный идеальный газ, находящийся в цилиндре под поршнем, охлаждают, при этом газ совершает работу A = −900 Дж. Какое количество $|Q|$ тепла было отведено от газа при охлаждении?

2.22. При изобарическом нагревании одноатомнго идеального газа его внутренняя энергия увеличилась на

$\Delta U = 1500$ Дж. Найдите количество Q тепла, которое было при этом подведено к газу.

2.23. На сколько ΔU увеличится внутренняя энергия одноатомного идеального газа в процессе изобарического расширения, если газу при этом сообщается $Q = 30$ кДж тепла?

Уроки 7–8. Соревнование по теме «Тепловые явления»

Цели: в интересной игровой форме обобщить, закрепить знания, полученные по теме; научить видеть проявления изученных закономерностей в окружающей жизни; совершенствовать навыки решения качественных и расчетных задач, расширить кругозор учащихся; развить коммуникативные способности.

Ход уроков

I. Основная часть

На заключительном этапе изучения темы «Тепловые явления» такая форма урока, как урок-соревнование, является очень полезной. Она позволяет проверить качество усвоения данной темы.

Класс делится на три команды. Каждая команда выбирает капитана.

Конкурс «Разминка»

В течение пяти минут весь класс в быстром темпе заканчивает фразу учителя. Первый, правильно ответивший, получает балл.

1. Какие явления называются тепловыми?
2. Какое движение называется тепловым?
3. Внутренняя энергия это ...
4. Теплопроводность это ...
5. Лучистый теплообмен это ...
6. Количество теплоты это ...
7. Формула расчета количества теплоты при нагревании ...
8. Что показывает удельная теплоемкость вещества?
9. Плавление кристаллических тел – это ...
10. Формула количества теплоты при плавлении ...
11. Удельная теплота парообразования – это ...
12. Формула расчета количества теплоты, выделившегося при сгорании топлива ...

Конкурс «Аукцион»

Лот 1. Термос.
Лот 2. Термометр.
Лот 3. Кристаллизация.
Лот 4. Испарение.
Лот 5. Формула для определения количества теплоты при нагревании. $Q = cm(t_1 - t_2)$.
Лот 6. Двигатель внутреннего сгорания.

Конкурс «Люблю задачи»

Каждая команда получает по две задачи. После выполнения первой задачи всеми членами команды. Один из учеников сообщает свой результат. Если результат у всех одинаковый и правильный, выдается условие второй задачи. Если кто-либо получил другой результат, ученики команды помогают отыскать ошибку, за это снимаются баллы. Победителем считается команда, справившаяся с заданием быстрее других, и с наименьшим количеством снятых баллов.

1. При нагревании куска меди от 20 °С до 170 °С было затрачено 140 кДж тепла. Определить массу меди.
2. Чему равна удельная теплоемкость жидкости, если для нагревания 2 л на 20 °С потребовалось 150 кДж, плотность жидкости 1,5 г/см^3.
3. Определить, какое количество теплоты необходимо для превращения 200 г льда при температуры –10 °С в воду с температурой 20 °С.
4. Определить, какое количество теплоты отдает в окружающую среду водяной пар массой 200 г и температурой 100 °С при превращении в воду с температурой 20 °С.
5. Для превращения воды в пар израсходовали $2 \cdot 10^5$ Дж тепла. Определить исходную массу воды, если начальная температура равна 40 °С.

Конкурс «Литературный»

Каждая команда получает график изменения температуры. Необходимо за пять минут составить рассказ по предложенному графику. Командам предлагаются графики, состоящие из нескольких участков, а участники придумывают для графиков литературный сюжет.

Конкурс «Викторина»

Учащиеся отвечают на вопросы викторины. Каждый правильный ответ приносит балл команде.

1. Что сильнее обжигает: пар, вырывающийся из носика кипящего чайника, или брызги самой кипящей воды? (*Пар обжигает значительно сильнее, так как коже еще отдается тепло, выделяющееся в процессе конденсации.*)
2. Почему на раскаленной сковороде капли воды долго «скачут» и медленно испаряются? (*Под каплями образуется неустойчивая прослойка пара, поэтому и «скачут». Но она же затрудняет передачу тепла от сковороды к воде.*)
3. Почему сырые дрова, даже разгоревшись, дают меньше тепла, чем сухие? (*Часть тепла идет на парообразование.*)
4. В сильный мороз катки заливают горячей водой. Почему? (*Чтобы вода успела растечься ровным слоем прежде, чем замерзнет.*)
5. Почему в сауне человек может выдержать температуру воздуха до 130 °С, а в русской бане — вдвое меньше? (*В сауне очень сухой воздух. Интенсивность испарения влаги с поверхности кожи охлаждает ее. В русской бане пар влажный и испарение слабее.*)
6. На дне сосуда намерз лед. Налили воду — лед растаял. Изменится ли уровень воды? (*Слегка понизится — плотность воды больше, чем плотность льда.*)
7. Греет ли женская вуаль? (*Вуаль препятствует обдуву наружным воздухом и сохраняет имеющееся тепло.*)
8. Почему вода гасит огонь костра? (*Интенсивность испарения воды охлаждает дерево, а образующаяся оболочка водяного пара препятствует доступу кислорода в воздухе, и горение прекращается.*)

II. Подведение итогов

Уроки 9–12. Особенности внутреннего строения и свойства газообразных, жидких и твердых тел*

Цели: на основе МКТ объяснить особенности строения тел в различных состояниях; расширить кругозор учащихся по данному вопросу; показать связь изучаемого материала с химией, математикой; способствовать развитию интереса к предмету, вырабатывать внимание, стремление к познанию.

* Урок проводится в форме игры «Счастливый случай».

Оборудование и материалы: колбы различной формы с водой, лед, выращенные кристаллы; модели кристаллических решеток; различные материалы (пластмасса, подсолнечное масло, алюминий); учебник физики для 10-го класса.

Ход уроков

I. Организационный момент. Слово учителя

Сегодня у нас будет необычный урок, а урок-игра «Счастливый случай». Я надеюсь, что на этой игре, на этом уроке мы углубим наши знания о веществе, о его различных состояниях; объясним эти различия с научной точки зрения.

Я предлагаю классу разбиться на две команды и придумать им названия, связанные с физическими терминами. Это может быть: «молекулы» и «кремень»; «позитроны» и «электроны».

Жюри нашего конкурса сидит на последних партах (это могут быть ученики этого или другого класса). Игра не очень строгая, победитель определится по активности команд.

II. Проведение игры

1-й гейм

Учитель. Начинаем 1-й гейм. Откройте тетради, запишите число и тему сегодняшнего урока. (*Учитель демонстрирует вещество в 3-х состояниях.*) Перед вами 3 вещества — пар, вода и лед. Что вы можете сказать о каждом из них?

Ученики. Это различные состояния одного и того же вещества.

Учитель. Какого вещества?

Ученики. Вода.

Учитель. Какой формулой в химии обозначается вода?

Ученики. H_2O.

Учитель. Правильно. Вода — самое удивительное и распространенное природное соединение, источник жизни на Земле.

Молекула воды похожа на персик с двумя абрикосами по бокам. «Персик» — Это атом кислорода, «абрикосы» — Атомы водорода. (*Демонстрирует рисунок молекулы* H_2O).

Ребята, давайте подумаем: почему в одном случае вещество газообразное; в другом — жидкое; в третьем — твердое?

Прежде чем ответить на этот вопрос, давайте вспомним основные положения МКТ. (*Учитель дает объяснение (ответ) на поставленный вопрос.*)

Ребята думают. Называют 3 основные положения МКТ.

Учитель. Итак, вывод:

– в газе расстояние между молекулами много больше размеров молекул;
– молекулы жидкости расположены в беспорядке и могут перескакивать из одного «оседлого» положения в другое;
– в твердых телах молекулы и атомы расположены строго упорядоченно.

Давайте разделим тетрадь на три столбца и сделаем заголовки:

1-й – газообразные тела;

2-й – жидкости;

3-й – твердые тела.

А сейчас в ходе беседы установим свойства газов, жидкостей и твердых тел.

Например, возьмем волейбольную камеру, накаченную воздухом. Что можно сказать о форме и объеме газа? Легко ли сжать газ и почему?

Ученики выполняю работу.

Записываем в первый столбец:

1. Не сохраняет ни формы, ни объема.

2. Легко сжимаются

Примеры: воздух, кислород.

Учащиеся работают с учебником.

Проводим эксперимент. В несколько колб различной формы поочередно наливаем окрашенную жидкость. Что можно сказать о форме и объеме жидкости?

Ученики. Газ занимает весь представленный объем и принимает форму данного тела. Газы легко сжимаются, так как молекулы находятся на большом расстоянии друг от друга.

Учитель. Если сжать жидкость в поршне под цилиндром, то легко ли сжимается жидкость?

Записываем во второй столбец:

1. Не сохраняют форму, но сохраняют объем.

2. Плохо сжимаются.

3. Обладают текучестью.

Примеры: вода, нефть, щелочи.

Ученики записывают.

Учитель рассказывает подробно о свойствах нефти.

Учитель. Рассмотрим образцы твердых тел. Что вы можете сказать про их форму и объем?

Ученики. Жидкости сохраняют объем, но не сохраняю форму.

Учитель. Попробуйте сжать эти тела. А почему так происходит?

Ученики. Жидкости мало сжимаемы, так как молекулы находятся друг возле друга.

Учитель демонстрирует таблицу кристаллических решеток и рассказывает об истории алмаза и графита. Ученики записывают.

Учитель. Запишем в третий столбец:

1. Сохраняют форму и объем.
2. Плохо сжимаются.
3. Плохо растягиваются.

Примеры: золото, серебро, стекло.

Итак, наш первый гейм закончился, теперь проверим, как вы усвоили материал.

Ученики слушают.

Ученики. Твердые тела сохраняют форму и объем. Они плохо сжимаются. Так как расстояния между молекулами малы.

2-й гейм

Учитель. Начинаем второй гейм. Будете отвечать на мои вопросы.

Вопросы для первой команды:

1. На основе какой теории рассматривается строение вещества? (*На основе МКТ.*)
2. Как расположены молекулы в газах?
3. Почему жидкости текучи?
4. Почему твердые тела сохраняют форму?
5. Примеры жидких тел.

Вопросы для второй команды:

1. В каких трех агрегатных состояниях может находиться вещество?
2. Как расположены молекулы в жидкостях?
3. Как расположены атомы в твердых телах?
4. Почему газы легко сжимаются?
5. Примеры газообразных веществ.

3-й гейм. Блицтурнир

Учитель. Третий гейм. Кто ответит за одну минуту на большее количество вопросов, тот побеждает.

Вопросы для первой команды:

1. Мельчайшая частица вещества, сохраняющая его свойства.
2. В каком агрегатном состоянии находится вещество, если межмолекулярное пространство минимально?
3. Химическая формула воды.
4. Из атомов какого элемента состоит алмаз?
5. Обычное агрегатное состояние аргона.
6. Характерное свойство жидкости.
7. Самое твердое естественное вещество на Земле

Вопросы для второй команды:

1. Что это за вещество: NaCl?
2. Из атомов какого элемента состоит графит?
3. Обычное агрегатное состояние вольфрама.
4. Основатель МКТ?
5. Тела, сохраняющие объем, но не сохраняющие форму.
6. Вода в газообразном состоянии.
7. Вода в твердом состоянии?

Итак, закончился блицтурнир, и победила команда ... . Но в конечном итоге победили все, потому что лучше запомнили изучаемый материал, расширили свой кругозор. А главное, применяя МКТ, выяснили, почему тела находятся в различных агрегатных состояниях.

В качестве домашнего задания проведите эксперимент:

1. Вырастить монокристалл поваренной соли. Для этого приготовьте насыщенный раствор поваренной соли при температуре 20 °С. Профильтруйте его и налейте в чистую банку. В центре банки на нитке или леске подвесьте кристалл поваренной соли. Оставьте банку на несколько дней. Полученный монокристалл высушите, запакуйте в прозрачную коробку.
2. Сделать из бумаги модель элементарной ячейки графита.

Я прошу оценить вас, насколько успешен был урок. Сейчас Учитель раздает карточки, и ученики ставят галочки.

Мне все понравилось.	Мне ничего не понятно.
Мне было интересно.	Мне было скучно.
Мне было легко.	Мне было трудно.
Я узнал много нового.	Я не узнал ничего нового.

III. Решение задач

1. В комнате объемом $V = 120$ м^3 при температуре $t = 15$ °С относительная влажность составляет $\varphi = 60$ %. Определить массу водяных паров m в воздухе комнаты. Давление насыщенного водяного пара при $t = 15$ °С, $p_0 = 1{,}7$ кПа. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль.

Дано:	**Решение:**
$V = 120$ м² $t = 15$ °С $\varphi = 60\%$ $p_0 = 1{,}7$ кПа $\mu = 0{,}029$ кг/моль	Массу водяного пара в воздухе комнаты найдем из уравнения состояния $$PV = \frac{m}{\mu}RT.$$ Учитывая, что $\varphi = (p : p_0)\ 100\ \%$, получим
Найти: m	

$$m = \frac{\mu p_0 \varphi V}{100\ \% \cdot RT} \approx 0{,}92 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = \dfrac{\mu p_0 \varphi V}{100\ \% \cdot RT} \approx 0{,}92$ кг.

2. Какую работу надо совершить, чтобы надуть мыльный пузырь радиусом $R = 4$ см? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора $\sigma = 40$ мН/м.

Дано:	**Решение:**
$R = 4$ см $\sigma = 40$ мН/м	Коэффициент поверхностного натяжения равен потенциальной энергии поверхностного слоя единичной площади. Следовательно, на создание мыльного пузыря с внутренней и внешней поверхности необходимо совершить работу
Найти: A	

$$A = 2\sigma S = 2\sigma 4\pi R^2 = 1{,}6 \text{ мДж}.$$

Ответ: $A = 1{,}6$ мДж.

3. Из скольких стальных проволок диаметром 2 мм должен состоять трос, рассчитанный на подъем груза 2 т?

Дано:	**Решение:**
$m = 2$ т $d = 2$ мм	Пределом прочности $\sigma_{пч}$ называется механическое напряжение, которому соответствует наибольшая выдерживаемая телом нагрузка перед разрушением его кристаллической
Найти: N	

структуры. Значение $\sigma_{пч}$ для стали берем из таблицы. Подъем груза массой 2 тонны предполагается равномерным прямолинейным. В этом случае вес поднимаемого груза (непосредственно действующей на трос) равен по модулю силе тяжести: $P = mg$. Площадь S поперечного сечения троса равна сумме

N площадей S_0 поперечного сечения каждой проволоки в отдельности: $S = NS_0$.

Тогда $\sigma_{пч} = P : S = (mg) : (NS_0)$; $S_0 = (\pi d^2) : 4$, где d – диаметр одной проволоки. Окончательно

$$N = \frac{4mg}{\sigma_{пч}\pi d^2} \approx 13.$$

Ответ: $N = \dfrac{4mg}{\sigma_{пч}\pi d^2} \approx 13.$

Домашнее задание

Решить задачи 3.2–3.6.

Урок 13. Закон Кулона

Цели: сформировать знания о зависимости силы взаимодействия между электрическими зарядами от их значения и от расстояния между ними (закона Кулона); сформировать представления о единстве материального мира (на примере аналогии между законом Кулона и законом всемирного тяготения), представления о концепции взаимодействия, о границах применимости физических законов на примере закона Кулона; продолжить формирование общеучебных умений работы с компьютером и исследовательских умений (формулировать проблему, выдвигать гипотезу, составлять план экспериментального исследования, анализировать и обобщать результаты, делать выводы); продолжить работу по развитию логического и теоретического мышления учащихся; научить решать задачи по данной теме.

Ход урока

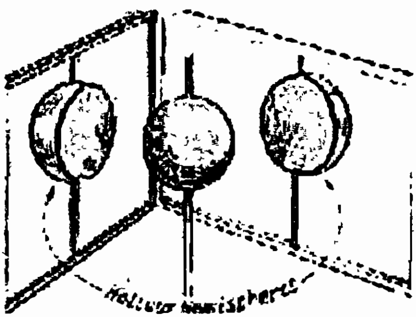
I. Слово учителя

История открытия закона Кулона

Основной закон электростатики – закон Кулона – был установлен французским физиком Кулоном в 80-х гг. XVIII в. Однако история его открытия начинается раньше. Эта история показывает один из путей, по которому развивается физика, – путь применения аналогии, о котором мы упоминали выше.

Мы видели, что Эпинус уже догадывался о том, что сила взаимодействия между электрическими зарядами обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. И эта догадка возникла на основе некоторой аналогии между силами тяготения и электрическими силами.

Но аналогия не является доказательством. Вывод из аналогии всегда требует проверки. Опираясь только на аналогию, можно прийти и к невёрным результатам. Эппиус не проверил справедливость данной аналогии, и поэтому его высказывание имело только предположительный характер. Иначе поступил английский ученый Генри Кавендиш (1731–1810). Он также исходил из аналогии между силами тяготения и силами электрического взаимодействия. Но он пошел дальше, нежели Эпинус, и проверил на опыте выводы, вытекающие из нее. Дадим представление об исследовании, выполненном Кавендишем.



Представим себе опять тонкий шаровой слой, на поверхности которого равномерно распределен электрический заряд. Поместим внутрь этого слоя другой заряд. Если сила взаимодействия между зарядами обратно пропорциональна квадратам расстояний между ними, то действующая на него со стороны зарядов, распределенных но шаровому слою, будет равна нулю. Если поместить внутрь слоя второй такой же заряд того же знака, то они будут отталкиваться друг от друга н двигаться в противоположные стороны.

Кавендиш в 70-х гг. XVIII в. проделал и такой опыт. Он взял заряженный металлический шар и поместил его внутрь полого металлического шара, образованного двумя полушариями (см. рис.). Внешний полый шар сначала был не заряжен.

Затем внутренний шар тонкой проволокой соединялся с внешним шаром, для чего было сделано в последнем маленькое отверстие. Через некоторое время полушария разъединяли и освобождали внутренний шар. После этого соединяли его с электроскопом.

Что показывал электроскоп? Если правильно предположение, что силы взаимодействия между зарядами (в данном случае силы отталкивания) обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними, то электроскоп покажет отсутствие заряда. Действительно, как только внутренний шар соединяли проволокой с полушариями, так сейчас же электричество начинало перетекать с шара по проволоке на полушария, равномерно распределяясь на них. Ведь между зарядами, находящимися на шаре, действовала сила отталкивания, но пока шар изолирован, заряды не могли его покинуть. Попав же на внешний шар, заряды равномерно распределялись на его поверхности, и их действие на заряд, находящийся внутри шара, прекращалось. Перетекание зарядов с внутреннего шара на внешний будет происходить до тех пор, пока они все не покинут внутренний шар. Отсюда Кавендиш и сделал вывод о том, что силы взаимодействия между электрическими зарядами обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними.

Таким образом, мы должны сказать, что Кавендиш первым экспериментально установил закон взаимодействия электрических зарядов. Однако он не обнародовал своего открытия. И эта работа оставалась при его жизни неизвестной. О ней узнали гораздо позже, только в середине прошлого столетия, после того как Максвелл опубликовал ее. Конечно, к этому времени она имела уже чисто исторический интерес.

Не зная об исследованиях Кавендища, французский ученый Шарль Кулон (1736–1806) в 80-х гг. XVIII в. проделал ряд опытов и установил основной закон электростатики, получивший его имя.

В отличие от Кавендиша, Кулон с помощью крутильных весов, изобретенных им, непосредственно измерял силу взаимодействия между электрическими зарядами. Мы не будем описывать опыт Кулона, потому что об этом рассказано в учебном пособии по физике для 9-го класса.

Кулон установил, во-первых, что сила взаимодействия между точечными зарядами обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Эта сила будет силой отталкивания, если заряды одноименные, и силой притяжения, если заряды разноименные.

Во-вторых, Кулон ввел понятие количества электричества и определил, что сила взаимодействия между зарядами пропорциональна их величине.

Кулон также экспериментально исследовал силы взаимодействия между магнитами. На основании данных эксперимента и полагая, что наряду с электрическими существуют и магнитные заряды, Кулон пришел к заключению, что силы взаимодействия между магнитными зарядами или магнитными массами также обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними.

В связи с этим закон Кулона для взаимодействия магнитов стали выражать как закон взаимодействия между магнитными массами m_1 и m_2 в виде формулы известной формулы.

В последующем, уже в XIX в. выяснилось, что магнитных зарядов не существует. Но законом Кулона для магнитов продолжали пользоваться, хотя ему уже придавали иной смысл, нежели тот, который вкладывал в него Кулон.

II. Актуализация знаний и мотивация учения

1. Фронтальный опрос по изученному ранее материалу.

– Какой процесс называют электризацией тел?
– Как можно наэлектризовать тело?
– Что такое электрический заряд?
– Какие виды заряда существуют?
– Каков характер взаимодействия между одноименными и разноименными зарядами?

2. Подведение итогов актуализации знаний.

Итак, наэлектризованные тела, то есть тела, обладающие зарядом, взаимодействуют друг с другом. Заряд – физическая величина, характеризующая способность к электрическим взаимодействиям. Направление силы взаимодействия между зарядами зависит от их знака.

3. Беседа с целью мотивации изучения материала и постановки познавательной задачи.

Выполняется демонстрационный эксперимент с султанами и эбонитовой и стеклянной палочками (при наличии оборудования эксперимент может выполняться фронтально группами учащихся), позволяющий показать качественную зависимость силы взаимодействия между зарядами от их значения и расстояния между ними.

4. Подведение итогов этапа мотивации.

Итак сила взаимодействия между электрическими зарядами тем больше, чем больше их значение и чем меньше расстояние между ними. Установим точную количественную зависимость между силой взаимодействия зарядов, их значением и расстоянием между ними.

III. Изучение нового материала

1. Постановка познавательной задачи.

Найти закон взаимодействия двух точечных зарядов, используя компьютерный модельный эксперимент.

2. Введение (историческая справка).

Первым закон взаимодействия электрических зарядов получил экспериментально Г. Кавендиш (1873 г.), который так и не опубликовал свою работу. Через 12 лет после этого Ш.О. Кулон (1885 г.) решил эту задачу с помощью крутильных весов (обучающимся объясняется устройство крутильных весов и идея эксперимента Кулона, в качестве средства наглядности используется раздаточный материал с фотографией крутильных весов).

3. Обсуждение и запись формулы закона Кулона.

$$F = (kq_1q_2) : r^2.$$

Сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды.

а) обсуждение границ применимости закона Кулона;

б) проведение аналогии между электростатическим и гравитационным взаимодействием;

в) обсуждение значения и смысла коэффициента пропорциональности в законе Кулона.

IV. Закрепление материала

Предлагается решить задачу.

Сравнить силу гравитационного и электростатического взаимодействия между шариками в опыте Кулона, если их масса каждого равна 1 г, а заряд 10^{-7} Кл.

V. Подведение итогов

Урок 14. Закон Кулона. Решение задач

Цель: научить решать задачи по данной теме.

Ход урока

I. Решение задач

Разберем основные типы задач:

1. Два маленьких одинаковых шарика, находящихся на расстоянии $r = 0{,}2$ м друг от друга притягиваются с силой $F_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. После того как шарики были приведены в соприкосновение и затем разведены на прежнее расстояние,

они стали отталкиваться с силой $F_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ Н. Определите первоначальные заряды шариков.

Дано:
$r = 0{,}2$ м
$F_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ Н
$F_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ Н

Найти: q_1, q_2

Решение:
Так как в начале шарики притягивались, то их заряды противоположны по знаку и по закону Кулона

$$F_1 = -k\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

После того как шарики приведены в соприкосновение, заряды перераспределяются, и на каждом из шариков заряд становится равным $\frac{q_1 + q_2}{2}$. Поэтому они взаимодействуют с силой $F_2 = k\frac{(q_1 + q_2)^2}{4r^2}$. Решая совместно данные уравнения получим:

$$q_1 = \frac{r}{\sqrt{k}}\left(\sqrt{F_2} + \sqrt{F_2 + F_1}\right) \approx 2{,}67 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}.$$

$$q_2 = \frac{r}{\sqrt{k}}\left(\sqrt{F_2} + \sqrt{F_2 + F_1}\right) \approx -0{,}67 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}.$$

Ответ: $q_1 = 2{,}67 \cdot 10^{-7}$ Кл, $q_2 = -0{,}67 \cdot 10^{-7}$ Кл.

2. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на длинных непроводящих нитях к одному крючку. Шарики заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии $r_1 = 5$ см друг от друга. Один из шариков разрядили. Каким стало расстояние r_2 между шариками?

Дано:
$q_1 = q_2$
$r_1 = 5$ см

Найти: r_2

Решение:
Рассмотрим сначала случай, когда шарики находятся на расстоянии r_1 друг от друга. Пусть q — заряд каждого шарика, l — длина нити.

Тогда на каждый из шариков действуют силы: mg — сила тяжести, $\vec{T}$ — сила натяжения нити, $F_1 = k$ — кулоновская сила. Из условия равновесия следует, что $\vec{F}_1 + m\vec{g} + \vec{T} = 0$.

Из этого условия получим, что $tg\alpha = \frac{F_1}{mg} = \frac{kq^2}{mgr_1}$. Так как $r_1 \to l$ (нить длинная), то

$$tg\alpha \approx \frac{r_1}{2l} \approx \frac{kq^2}{mgr_1^2}.$$

После того как один из шариков разрядили, шарики соприкоснутся и в результате перераспределения зарядов на каждом из них окажется заряд $\frac{q}{2}$ и они будут взаимодействовать с силой $F_2 = \frac{kq^2}{4r_2^2}$. Окончательно имеем

$$r_2 = \frac{r_1}{\sqrt[3]{4}} \approx 3,1 \text{ см}.$$

Ответ: $r_2 = 3,1$ см.

II. Закрепление материала

Самостоятельно решить задачи 4.2–4.6.

Домашнее задание

Решить аналогичные задачи 4.7–4.9.

Урок 15. Напряженность поля. Проводники в электрическом поле. Диэлектрики в электрическом поле. Эквипотенциальные поверхности. Конденсаторы

Цель: сформировать основные понятия напряженности и научить решать задачи по данной теме.

Ход урока

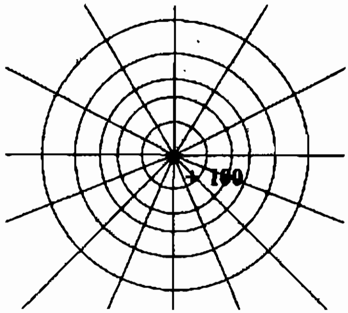
I. Слово учителя

Прежде чем приступить к решению задач на данную тему, посмотрим некоторые смоделированные эквипотенциальные поля, чтоб лучше представлять, о чем пойдет речь дальше.

Моделирование эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности электростатического поля

Линия напряженности – линия, в каждой точке которой вектор напряженности электростатического поля является касательной к этой линии.

Эквипотенциальная поверхность – поверхность, потенциал электростатического поля в каждой точке которой одинаковый.



Для одиночного заряда эквипотенциальные поверхности являются сферами (в сечении окружностями, на рисунке они синего цвета), а линии напряженности – радиусами окружности (на рисунке они малинового цвета). Линии напряженности в любой точке перпендикулярны эквипотенциальной поверхности.

В других областях физики так или иначе всплывают эквипотенциальные поверхности и линии напряженности, так, планеты Солнечной системы двигаются по эквипотенциальным поверхностям «поля», в котором планеты являются частицами, заряд которых соответствует массе планет. Линии напряженности показывают направление силы гравитации, действующей на планету.

1. Эквипотенциальные поверхности.

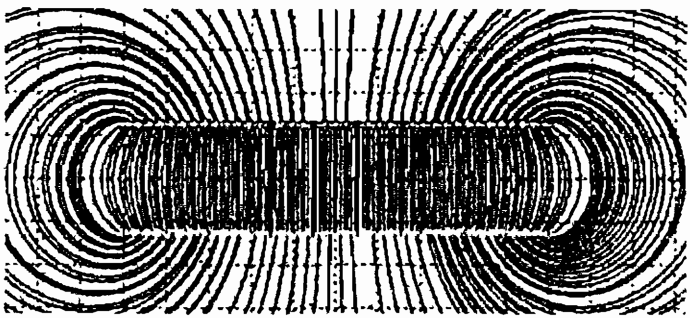
Если поверхности строятся через точку, то в ней подсчитывается потенциал, затем просматриваются точки вокруг нее и находится точка с потенциалом, ближайшим к начальному. Далее программа перемещается в новую точку и процедура повторяется. Дополнительные ухищрения состоят в том, что надо запоминать точки, в которых программа уже побывала, чтобы она не возвращалась по уже пройденному пути.

В режиме поиска поверхностей с определенным потенциалом программа разбивает экран на небольшие прямоугольники, находит прямоугольник со средним потенциалом, ближайшим к искомому. Далее прямоугольник сканируется в каждой точке и находится точка с ближайшим потенциалом. Через эту точку чертится поверхность вышеописанным способом. Выбрасываются из дальнейшего рассмотрения прямоугольники, через которые прошла эквипотенциальная поверхность.

2. Линии напряженности.

Вокруг каждого заряда на небольшом расстоянии от него по окружности выбирается некоторое количество «стартовых» точек. Количество таких точек пропорционально заряду. Из каждой стартовой точки считается вектор напряженности и программа перемещается в следующую точку в соответствии с этим вектором. Так продолжается до тех пор, пока линия не дойдет до какого-либо заряда или пока не выйдет за границы экрана.

Эквипотенциальные поверхности



Линии напряженности электростатического поля, создаваемые двумя параллельными цепочками разноименных зарядов (модель конденсатора).

II. Решение задач

Рассмотрим задачи:

1. У поверхности Земли напряженность электрического поля $E_1 = 120$ В/м, на высоте $h = 1{,}5$ км. $E_2 = 25$ В/м. Определите электрический заряд в атмосфере от поверхности земли до высоты h. Плотность электрических зарядов в атмосфере принять постоянной. Вектор напряженности направлен к Земле.

Дано:
$E_1 = 120$ В/м
$h_1 = 1{,}5$ км
$E_2 = 25$ В/м

Найти: q

Решение:
Обозначим заряд Земли q_1, заряд слоя атмосферы от поверхности Земли до высоты $h = 1{,}5$ км обозначим q_2. Радиус Земли $R \approx 6{,}4 \cdot 10^6$ м.

$$E_1 = \frac{kq_1}{R^2},$$

В этом случае имеем:

$$E_2 = \frac{k(q_1 + q_2)}{(R+h)^2}.$$

Так как $h \leftarrow R$,

$$E_2 = k\frac{q_1 + q_2}{R^2}.$$

Следовательно,

$$q_2 = \frac{E_2 R^2}{k} - q_1, \; q_2 = 4{,}4 \cdot 10^5 \text{ Кл}.$$

Ответ: $q_2 = 4{,}4 \cdot 10^5$ Кл.

2. Диагонали ромба $d_1 = 96$ см и $d_2 = 32$ см. На концах длинной диагонали расположены точечные заряды $q_1 = 64$ нКл и $q_2 = 352$ нКл, на концах короткой – точечные заряды $q_3 = 8$ нКл и $q_4 = 40$ нКл . Найдите модуль и направление (относительно короткой диагонали) напряженность электрического поля в центре ромба.

Дано:
$d_1 = 96$ см
$d_2 = 32$ см
$q_1 = 64$ нКл
$q_2 = 352$ нКл
$q_3 = 8$ нКл
$q_4 = 40$ нКл

Найти: E, α

Решение:
Напряженности электрического поля в центре ромба, создаваемые соответственно зарядами q_1, q_2, q_3 и q_4,

$$E_1 = \frac{4kq_1}{d_1^2},\; E_2 = \frac{4kq_2}{d_1^2},\; E_3 = \frac{4kq_3}{d_2^2},\; E_4 = \frac{4kq_4}{d_2^2}.$$

Напряженность в центре ромба:

$$E = \sqrt{(E_2 - E_1)^2 + (E_4 - E_3)^2} =$$
$$= \left(\frac{4k}{d_1^2 \cdot d_2^2}\right)\sqrt{(q_2 - q_1)^2 d_2^4 + (q_4 - q_3) d_1^4} = 15{,}9 \text{ кВ/м}.$$

Угол α между направлением этой напряженности и короткой диагональю ромба определяется выражением:

$$tg\alpha = \frac{E_2 - E_1}{E_4 - E_3} = \frac{(q_2 - q_1)d_2^2}{(q_4 - q_3)d_1^2} = 1, \text{ т.е. } \alpha = 45^\circ.$$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

3. Два шарика заряжены одноименными равными зарядами $q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл и закреплены на одной вертикали, проходящей через их центры, на расстоянии $H = 50$ см друг от друга. Верхний шарик массой $m = 1$ г освободили, и он стал падать вниз. На какое минимальное расстояние h верхний шарик приблизится к нижнему? Гравитационным взаимодействием шариков друг с другом и сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:	**Решение:**
$q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл $H = 50$ см $m = 1$ г	Верхний шарик находится в поле тяжести земли и в электрическом поле, созданном зарядом нижнего шарика. Поэтому по закону изменения кинетической энергии для верхнего и нижнего положения шарика
Найти: h	

$\Delta Ek = A_1 + A_2$. $\Delta Ek = 0$, потому что и в верхнем и в нижнем положениях шарика его скорость равна нулю.

$A_1 = mg(H - h)$ – работа силы тяжести.

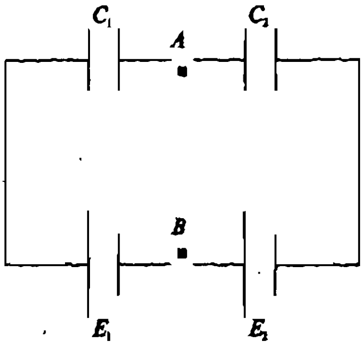
$A_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ – работа кулоновской силы.

Здесь $\varphi_1 = (kq) : H$, $\varphi_2 = (kq) : h$ – потенциалы электрического поля в верхней и в нижней точках. В результате получим квадратное уравнение. Решению удовлетворяет только один корень:

$$h = \frac{kq^2}{mgH} = 7{,}2 \text{ см}.$$

Ответ: $h = 7{,}2$ см.

4. Определите разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B в схеме, изображенной на рисунке.



Дано:
C_1
C_2
E_1
E_2

Найти: m

Решение:

Рассмотрим участок схемы, содержащий емкость C_2 и источник E_2. Определим расположение потенциалов на этом участке от точки A до точки B мысленно перемещая вдоль цепи единичный положительный заряд и определяя, какую работу совершают при этом электрические силы и источник напряжения и соотнося эту работу с изменением потенциала. При обходе конденсатора емкости C_2 потенциал уменьшается на величину $U_2 = q : C_2$, где q – заряд конденсатора. При обходе источника напряжения потенциал увеличивается на величину ЭДС, равную E_2. Аналитически установленное распределение потенциала может быть записано следующим образом:

$$\varphi_A - \frac{q}{C_2} + E_2 = \varphi_B,$$

откуда получим:

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{q}{C_2} - E_2.$$

Аналогично получим для участка, содержащего C_1 и E_1:

$$\varphi_A - \varphi_B = E_1 - \frac{q}{C_2}.$$

Решая совместно, найдем:

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{E_1C_1 - E_2C_2}{C_1 + C_2}.$$

Ответ: $\varphi_A - \varphi_B = \dfrac{E_1C_1 - E_2C_2}{C_1 + C_2}$.

III. Закрепление материала

Решить задачи 4.15–4.18.

Домашнее задание

Решить задачи 4.21–4.25.

Уроки 16–17. Олимпиада по теме «Электрическое поле»

Цель: развитие самостоятельности и умения применять полученные знания для решения нестандартных задач.

Ход уроков

I. Решение задач

1. Два маленьких шарика с одинаковыми зарядами q имеют различные массы m_1 и m_2. Когда шарики находились далеко друг от друга, первому из них сообщили скорость v_0, направленную ко второму шарику. который в этот момент был неподвижен. На какое наименьшее расстояние сблизятся шарики? Как изменится результат. если первый шарик неподвижен, а второму сообщают скорость v_0?

2. Направленный поток электронов вылетает из тонкой длинной щели со скоростью 105 м/с. Концентрация электронов в потоке $n = 10^{10}$ частиц/м^3. На каком расстоянии от щели толщина пучка увеличилась в 2 раза?

3. Капле ртути радиусом $R = 1$ мм, находящейся в вакууме, сообщили заряд $Q = 1$ нКл. Найти давление p внутри капли.

II. Разбор задач

1. *1-й способ.* Рассмотрим процесс взаимодействия шариков. Так как они заряжены одинаково, между ними возникают силы электростатического отталкивания, следовательно, при сближении первый шарик будет замедляться, а второй

начнет ускоряться. Очевидно, что расстояние между шариками будет минимальным в тот момент, когда их скорости уравняются. Действительно, если рассматривать относительную скорость, то в случае, когда она больше нуля, шарики сближаются, если же она меньше нуля, то шарики удаляются друг от друга. Сравнивая начальное и конечное состояние системы, которая является изолированной и консервативной, запишем условия сохранения импульса $(m_1 + m_2)v - m_1v_0 = 0$ и изменения кинетической энергии:

$$\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}-\frac{m_1v_0^2}{2}=0-\left(+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r}\right).$$

Из первого уравнения можно определить скорость шариков в момент наибольшего сближения

$$v=v_0\frac{m_1}{m_1+m_2}.$$

Из второго уравнения можно определить расстояние наибольшего сближения. Для этого подставим в него выражение для скорости в момент наибольшего сближения и окончательно получим:

$$r_{\text{мин}}=\frac{q^2(m_1+m_2)}{2\pi\varepsilon_0 m_1 m_2 v_0^2}.$$

2-й способ. На систему из двух шариков по условию задачи, кроме внутренних сил электростатического взаимодействия, никакие внешние силы не действуют. Поэтому центр масс этой системы будет двигаться равномерно и прямолинейно. Скорость центра масс можно определить из закона сохранения импульса $m_1v_0 = v(m_1 + m_2)$ и записать в виде:

$$v=\frac{v_0m_1}{m_1+m_2}.$$

Рассмотрим движение шариков в системе отсчета, связанной с центром масс. В этой системе шарики будут двигаться навстречу друг другу соответственно со скоростями:

$$v_1=v_0-v=\frac{v_0m_2}{m_1+m_2},$$

$$v_2 = v - 0 = \frac{v_0 m_1}{m + m_2}.$$

За счет сил электростатического отталкивания шарики будут замедлять свое движение, в точке наибольшего сближения скорости равны нулю и затем шарики начнут разлетаться. В точке наибольшего сближения вся кинетическая энергия шариков перейдет в потенциальную энергию электростатического взаимодействия:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Подставим в это уравнение выражение для скоростей и определим расстояние наибольшего сближения:

$$r_{мин} = \frac{q^2 (m_1 + m_2)}{2\pi\varepsilon_0 m_1 m_2 v_0^2}.$$

2. Будем считать, что щель настолько узка, что расстояние, на котором толщина пучка заметно меняется (например, в два раза), много больше ширины щели d_0. В этом случае можно считать, что пучок представляет собой плоскопараллельную заряженную пластину, создающую электрическое поле с напряженностью $E = \sigma : (2\varepsilon_0)$, где σ – плотность заряда на пластине, равная отношению заряд Q участка пластины к площади S этого участка. Так как $Q = enSd_0$, то $\sigma = end_0$. Следовательно,

$$E = \frac{end_0}{2\varepsilon_0}.$$

В этом поле на электрон у края пучка действует сила: $F = eE$, сообщающая ему в направлении, перпендикулярном к пучку, ускорение Ширина пучка удвоится, когда электрон пройдет с этим ускорением расстояние $\frac{d_0}{2}$, т.е. через промежуток времени:

$$t = \sqrt{\frac{d_0}{a}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 m}{e^2 n}}.$$

Вдоль направления пучка электрон за это время удалится от щели на расстояние:

$$l = vt \approx v\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 m}{e^2 n}} \approx 2{,}5 \text{ см}.$$

3. Заряд распределится по поверхности капли. В результате создается растягивающее каплю давление:

$$p_1 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4} = 360 \text{ Па}.$$

С другой стороны, благодаря поверхностному натяжению создается сжимающее каплю лапласовское давление:

$$p_2 \frac{2\sigma}{R} = 1020 \text{ Па}.$$

Давление внутри капли $p = p_2 - p_1 = 660$ Па. Заметим, что при $p_1 > p_2$ сферическая капля теряет устойчивость и может даже разделиться на более мелкие капли.

III. Вывод и подведение итогов олимпиады

Урок 18. Сила тока. Сопротивление

Цели: сформировать умения собирать электрическую цепь, изображать схемы электрических цепей; сформировать знания об условиях существования электрического тока в цепи с помощью натурного и компьютерного эксперимента; совершенствование умений работать с компьютером; продолжить работу по формированию исследовательских умений.

Ход урока

I. Актуализация знаний и мотивация

1. Фронтальный опрос по пройденному материалу.

— Что называют электрическим током?

— Какие элементы составляют электрическую цепь?

— Как элементы электрической цепи (источник тока, лампочка, ключ, соединительные провода) изображаются на чертежах?

— Какие вещества называют проводниками, а какие изоляторами? Чем они различаются? Приведите примеры проводников электрического тока и изоляторов.

2. Демонстрация опыта с двумя электрометрами, соединенными кондуктором, доказывающего, что для существования электрического тока необходим источник;

3. Подведение итогов актуализации и постановка познавательной задачи: установить экспериментально условия существования электрического тока в цепи.

II. Изучение нового материала

Постановка познавательной задачи: выявить условия существования тока в электрической цепи.

Выдвижение гипотез

Планирование эксперимента

Выполнение эксперимента – компьютерного и натурного. Результаты работы фиксируются в лабораторном листе.

1. Запишите гипотезы, относящиеся к условиям, необходимым для существования электрического тока в цепи.

2. Выполните модельный компьютерный эксперимент с использованием программы «Открытая физика.

   1) начертите схемы, которые вы собрали для доказательства каждой гипотезы;
   2) проделайте модельные эксперименты и сделайте выводы.

3. Проведите натурный эксперимент с использованием предложенных приборов и материалов.

   1) нарисуйте схемы электрических цепей, которые вы должны собрать для доказательства каждой из гипотез;
   2) соберите схемы, выполните эксперимент, сделайте выводы.

III. Обсуждение результатов работы и выводы

– Все ли гипотезы удалось проверить?
– Какие гипотезы проверить не удалось?
– Какие выводы можно сделать об условиях существования электрического тока в цепи?
– Какие недостатки имеет компьютерная программа «Открытая физика»? Как ее можно улучшить?
– Каковы достоинства и недостатки натурного эксперимента?
– Сравните возможности компьютерного и натурного эксперимента.

IV. Закрепление материала

Предлагается решить задачу:

Начертите такую электрическую цепь, потребителями в которой являются две лампочки, чтобы можно было включать эти лампы одновременно, по очереди.

V. Подведение итогов

Урок 19. Закон Ома для участка цепи

Цели: сформировать знания о зависимости силы тока в цепи от напряжения на участке цепи и его сопротивления (закон Ома); продолжить формирование умения графически представлять результаты эксперимента на примере графиков зависимости $I(U)$ и $I(R)$; продолжить развитие умения строить индуктивный вывод; продолжить работу по формированию практических экспериментальных умений — собирать цепи, включать в цепь электроизмерительные приборы, измерять силу тока и напряжение, определять погрешности прямых измерений; продолжить работу по формированию исследовательских экспериментальных умений; продолжить работу по формированию умений работать с компьютером; сформировать представления о различиях между натурным и компьютерным экспериментом.

Ход урока

I. Актуализация знаний и мотивация учения

1. Фронтальный опрос по изученному материалу.
 — Что называют силой тока? Какова единица силы тока?
 — Что называют напряжением? Какова единица напряжения?
 — Как включают в цепь амперметр и почему?
 — Как включают в цепь вольтметр и почему?
 — Что называют сопротивлением проводника? Какова единица сопротивления?
 — От чего зависит сопротивление проводника?
2. Демонстрация опыта.
 а) качественная зависимость силы тока на участке цепи от напряжения на нем и его сопротивления;
 б) вывод по результатам эксперимента.

II. Изучение нового материала

Постановка познавательной задачи: выяснить, как зависит сила тока на участке цепи от напряжения на нем и его сопротивления.

Выдвижение гипотез.

Планирование эксперимента.

Выполнение работы: половина класса выполняет натурный эксперимент, половина – компьютерный, затем они меняются местами. Результаты эксперимента заносятся в лабораторный лист.

1. Запишите гипотезы о характере зависимости силы тока на участке цепи от напряжения на нем и от его сопротивления.
2. Выполните компьютерный эксперимент.
   1) войдите в раздел «Электричество» и соберите электрическую цепь для проверки первой гипотезы;
   2) начертите цепь;
   3) выполните необходимые измерения и занесите результаты в таблицу:

№	*U*, *В*	*I*, *А*
1		
2		
3		

   4) сделайте вывод о характере зависимости силы ток от напряжения на участке цепи и запишите его;
   5) соберите электрическую цепь для проверки второй гипотезы;
   6) начертите цепь;
   7) выполните необходимые измерения и занесите их в таблицу:

№	*R*, *Ом*	*I*, *А*
1		
2		
3		

   8) сделайте вывод о характере зависимости силы тока от сопротивления участка цепи и запишите его;
   9) постройте графики зависимости силы тока от напряжения на участке цепи и зависимости силы тока от сопротивления участка цепи.
3. Выполните натурный эксперимент.
   1) соберите схемы для проверки каждой из гипотез;
   2) начертите эти схемы;
   3) выполните необходимые измерения и занесите результаты измерений в таблицу с учетом погрешности:

№	U, В	I, А		R, Ом	I, А
1					
2					
3					

4) сделайте вывод о характере зависимости силы тока на участке цепи от напряжения на концах этого участка и от его сопротивления;
5) постройте графики зависимости силы тока от напряжения на участке цепи и силы тока от сопротивления участка цепи.

III. Обсуждение результатов исследования и выводы

1. Обсуждение характера зависимости силы тока от напряжения на концах участка цепи и его сопротивления.
2. Формулировка и запись формулы закона Ома для участка цепи.
3. Обсуждение границ применимости закона Ома.
4. Обсуждение полученных графиков зависимости I(U) и I(R).
5. Сравнение компьютерного и натурного эксперимента, обсуждение достоинств и недостатков каждого из них.
6. Обсуждение причин погрешностей измерений в натурном эксперименте и возможностей их уменьшения.

IV. Закрепление материала

Предлагается решить задачу:

Вычислите силу тока в спирали нагревателя, если напряжение на нем 220 В, а его сопротивление 44 Ом.

V. Подведение итогов

Уроки 20–22. Работа и мощность. Электродвижущая сила. Закон Ома для замкнутой цепи. Решение задач

Цели: разъяснить сущность понятия «работа тока»; обучить учащихся методу решения задач на расчет количества теплоты, выделившейся в проводнике; ввести понятие «электродвижущая сила», закон Ома для замкнутой цепи.

Ход уроков

I. Слово учителя

Электродвижущая сила (ЭДС) источника. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

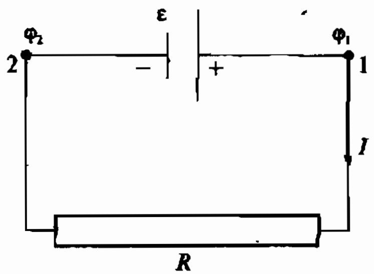
Для того чтобы поддерживать постоянный ток в цепи необходим источник сторонних сил, который бы поддерживал в цепи постоянное напряжение. Если во внешней цепи заряды перемещаются под действием электрического поля, то внутри источника заряды должны перемещаться против сил поля. Поэтому эти силы должны иметь неэлектростатическую природу. Они могут быть механическими, как в электрофорной машине, химическими, как в гальваническом элементе, магнитными, как в генераторе тока.

По аналогии с электрическим полем вводится понятие напряженность поля сторонних сил:

$$\vec{E}_{стор} = \frac{\vec{F}_{стор}}{q_{пр}}.$$

Тогда для любой точки участка цепи, содержащего ЭДС (рис), справедлив закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_{стор}).$$



В интегральной форме закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (участок 1 – ε – 2 на рис), имеет вид:

$$I \cdot R_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon,$$

где R_{1-2} – сопротивление участка $1 - \varepsilon - 2$; ε – электродвижущая сила (ЭДС), т.е. это работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по участку цепи:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q_{\text{пр}}};$$

$\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов; $I \cdot R_{1-2}$ – падение напряжения (напряжение).

Из формулы (2.30) следует: напряжение на участке цепи, содержащем ЭДС, равно разности потенциалов плюс ЭДС.

Закон Ома для замкнутой цепи

Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, т.е. $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$. Полное сопротивление замкнутой цепи равно сумме внешнего сопротивления и внутреннего сопротивления источника тока, т.е.

$$R_{\text{полное}} = R + r.$$

Тогда из формулы (2.30) следует закон Ома для замкнутой цепи:

$$I \cdot (R + r) = \varepsilon.$$

или:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Сила тока в полной цепи равна отношению ЭДС цепи к ее полному сопротивлению.

Обычно внутреннее сопротивление мало по сравнению с внешним ($r << R$). Тогда $U = IR$ и $U \approx \varepsilon$, т.е. ЭДС приблизительно равна напряжению на зажимах источника.

При коротком замыкании, когда $R \to 0$, сила тока короткого замыкания равна

$$I_K = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Сила тока I_k может оказаться очень большой, провода могут расплавиться, а сам источник – выйти из строя. Поэтому не надо допускать короткого замыкания.

Закон Ома имеет большое значение для расчета электрических цепей. Он представляет собой основу всей электротехники.

Тепловое действие тока

Проводник, по которому течет ток, нагревается. *По закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделяющееся в проводни-*

ке с током, пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока, т.е.

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Тепловая мощность тока равна:

$$P = \frac{Q}{t} = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}.$$

Джоулева теплота находит применение в электрообогревателях, лампах накаливания, в устройствах для сварки и плавки и т.д.

II. Закрепление материала

– Что называется силой тока? Плотностью тока?
– Сформулируйте закон Ома для однородного участка цепи.
– Выведите закон Ома в дифференциальной форме. Для каких цепей он применим?
– Как объясняет закон Ома классическая теория электропроводности металлов?
– Запишите закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, и для полной цепи.

III. Слово учителя

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Для упрощения расчетов сложных электрических цепей, содержащих неоднородные участки, используются *правила Кирхгофа*, которые являются обобщением закона Ома на случай разветвленных цепей.

В разветвленных цепях можно выделить *узловые точки* (*узлы*), в которых сходятся не менее трех проводников (рис. 1). Токи, втекающие в узел, принято считать положительными; токи, вытекающие из узла – отрицательными.

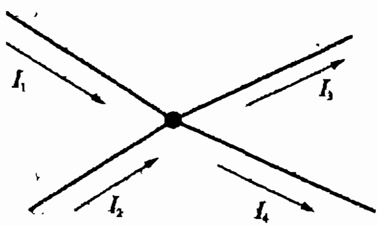


Рис. 1
Узел электрической цепи. I_1, $I_2 > 0$; I_3, $I_4 < 0$

В узлах цепи постоянного тока не может происходить накопление зарядов. Отсюда следует первое правило Кирхгофа:

Алгебраическая сумма сил токов для каждого узла в разветвленной цепи равна нулю:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n = 0.$$

Первое правило Кирхгофа является следствием *закона сохранения электрического заряда.*

В разветвленной цепи всегда можно выделить некоторое количество замкнутых путей, состоящих из однородных и неоднородных участков. Такие замкнутые пути называются *контурами.* На разных участках выделенного контура могут протекать различные токи. На рис. 2 представлен простой пример разветвленной цепи. Цепь содержит два узла *a* и *d*, в которых сходятся одинаковые токи; поэтому только один из узлов является независимым (*a* или *d*).

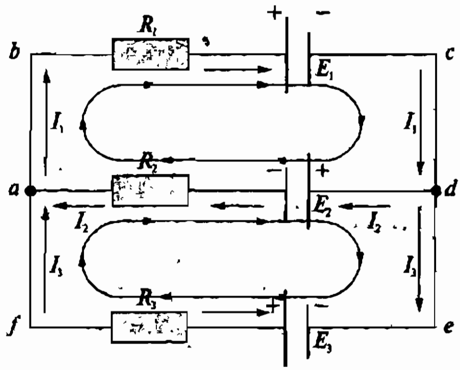


Рис. 2

Пример разветвленной электрической цепи. Цепь содержит один независимый узел (*a* или *d*) и два независимых контура (например, *abcd* и *adef*)

В цепи можно выделить три контура *abcd*, *adef* и *abcdef*. Из них только два являются независимыми (например, *abcd* и *adef*), так как третий не содержит никаких новых участков.

Второе правило Кирхгофа является следствием обобщенного закона Ома.

Запишем обобщенный закон Ома для участков, составляющих один из контуров цепи, изображенной на рис. 2, например, *abcd*. Для этого на каждом участке нужно задать *положительное направление тока и положительное направле-*

ние обхода контура. При записи обобщенного закона Ома для каждого из участков необходимо соблюдать определенные «правила знаков», которые поясняются на рис. 3.

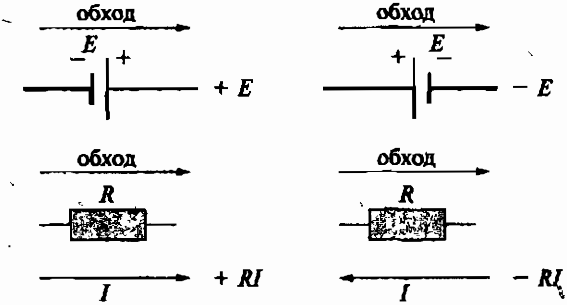


Рис. 3
Правила знаков

Для участков контура *abcd* обобщенный закон Ома записывается в виде:

Для участка *bc*: $I_1R_1 = \Delta\varphi_{bc} - \varphi_1$.

Для участка *da*: $I_2R_2 = \Delta\varphi_{da} - \varphi_2$.

Складывая левые и правые части этих равенств и принимая во внимание, что $\Delta\varphi_{bc} = -\Delta\varphi_{da}$, получим:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \Delta\varphi_{bc} + \Delta\varphi_{da} - E_1 + E\varphi_2 = -E\varphi_1 + E\varphi_2.$$

Аналогично, для контура *adef* можно записать:

$$-I_2R_2 + I_3R_3 = E\varphi_2 + E\varphi_3.$$

Второе правило Кирхгофа можно сформулировать так: *алгебраическая сумма произведений сопротивления каждого из участков любого замкнутого контура разветвленной цепи постоянного тока на силу тока на этом участке равна алгебраической сумме ЭДС вдоль этого контура.*

Первое и второе правила Кирхгофа, записанные для *всех* независимых узлов и контуров разветвленной цепи, дают в совокупности необходимое и достаточное число алгебраических уравнений для расчета электрической цепи. Для цепи, изображенной на рис. 2, система уравнений для определения трех неизвестных токов I_1, I_2 и I_3 имеет вид:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = -E_1 + E\varphi_2,$$

$$-I_2R_2 + I_3R_3 = E\varphi_2 + E\varphi_3,$$

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Таким образом, правила Кирхгофа сводят расчет разветвленной электрической цепи к решению системы линейных алгебраических уравнений. Это решение не вызывает принципиальных затруднений, однако, бывает весьма громоздким даже в случае достаточно простых цепей. Если в результате решения сила тока на каком-то участке оказывается отрицательной, то это означает, что ток на этом участке идет в направлении, противоположном выбранному положительному направлению.

IV. Решение задач к разделу «Постоянный ток»

1. Определить среднюю скорость направленного движения электронов вдоль медного проводника при плотности тока $j = 11$ А/мм^2. Считая, что на каждый атом меди в металле приходится один свободный электрон.

Дано:	**Решение:**
$j = 11$ А/мм^2 $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\rho = 8900$ кг/м^3 **Найти:** v	Плотность тока j связана с величиной заряда электрона e, концентрацией электронов n и их скоростью упорядоченного движения соотношением: $j = nev$.

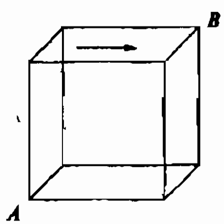
Действительно, по определению $j = I : S$, где S – площадь поперечного сечения проводника;

$I = \Delta q : \Delta t$, где Δq – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время Δt. Кроме того $\Delta q = neV$, где $V = Sv\Delta t$ – объем, в котором окажутся прошедшие через сечение проводника электроны. Учитывая, что плотность электронов в проводнике $n = \rho NA : \eta$, получим:

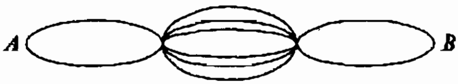
$$v = \eta j : (\rho N_A e) \approx 8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = \eta j : (\rho N_A e) \approx 8 \cdot 10^{-4}$ м/с.

2. Стороны проволочного куба обладают одинаковыми сопротивлениями по 5 Ом каждая. Сила тока в ребре, указанном на рисунке, равна 0,3 А. Определите разность потенциалов между точками A и B.



Дано:	Решение: Преобразуем проволочный куб в схему, руководствуясь наличием точек с одинаковыми потенциалами.
$R = 5$ Ом	
$I = 0{,}3$ А	
Найти: U	



Полное сопротивление цепи будет равно:

$$R = r : 3 + r : 6 + r : 3 = 5r : 6.$$

Полный ток равен $6I$. Следовательно,

$$U = \varphi_A - \varphi_B = 6IR = 5Ir = 9 \text{ В}.$$

Ответ: $U = \varphi_A - \varphi_B = 6IR = 5Ir = 9$ В.

3. Имеются n одинаковых элементов с параметрами ε и r каждый. Найдите соотношение между полезной мощностью при параллельном и последовательном соединении этих элементов и внешним сопротивлением цепи.

Дано:	Решение:
n	При внешнем сопротивлении R полезная мощность равна: $P = I^2R$.
ε	Сила тока при параллельном и последовательном соединении элементов равна:
r	
Найти: m	

$$I_{\text{парал}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}} = \frac{nR}{nR + r},$$

$$I_{\text{посл}} = \frac{n\varepsilon}{R + nr}.$$

Обозначим через x отношение полезных мощностей при параллельном и последовательном соединении элементов в батарею:

$$x = \frac{P_{\text{парал}}}{P_{\text{посл}}} = \frac{I^2_{\text{парал}}}{I^2_{\text{посл}}} = \left(\frac{R + nr}{nR + r}\right)^2,$$

откуда

$$R = r\frac{n - \sqrt{x}}{n\sqrt{x} - 1}.$$

Ответ: $R = r\frac{n - \sqrt{x}}{n\sqrt{x} - 1}$.

4. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода закипает через $t_1 = 12$ мин, при включении другой — через $t_2 = 24$ мин. Через сколько времени закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки параллельно? Последовательно? Теплообмен с воздухом не учитывать.

Дано:	Решение:
$t_1 = 12$ мин $t_2 = 24$ мин	Обозначим сопротивления обмоток чайника R_1 и R_2, напряжение в сети U. Количество теплоты, необходимое для доведения воды до кипения,
Найти: $t_{посл}$, $t_{парал}$	

$$Q = \frac{U^2}{R_1}t_1 = \frac{U^2}{R_2}t_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}t_{посл} = \left(\frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2}\right)t_{парал}.$$

Отсюда $R_1 : R_2 = t_1 : t_2$; время закипания воды при последовательном соединении обмоток $t_{посл} = t_1 + t_2 = 36$ мин, при параллельном соединении

$$t_{парал} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 8 \text{ мин}.$$

Ответ: $t_{посл} = 36$ мин, $t_{парал} = 8$ мин.

5. Электропоезд идет по горизонтальному участку пути с постоянной скоростью, а затем с другой постоянной скоростью преодолевает подъем с уклоном $k = 0{,}04$. Потребляемая сила тока на горизонтальном участке $I_1 = 240$ А, а на подъеме $I_2 = 450$ А. Коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}02$. Найдите отношение скоростей v_1 и v_2 на этих двух участках, считая КПД двигателя неизменным.

Дано:
$k = 0{,}04$
$I_1 = 240$ А
$I_2 = 450$ А
$\mu = 0{,}02$

Найти: v_1/v_2

Решение:
При равномерном движении по горизонтальному участку пути сила тяги $F_1 = \mu mg$; при равномерном движении на подъеме $F_2 = mg(\mu + k)$. Развиваемая механическая мощность $N = Fv$, а потребляемая электрическая энергия мощностью $P = UI$. Считая КПД двигателя неизменным, получаем

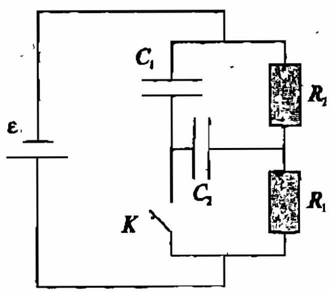
$$N_1 : P_1 = N_2 : P_2,$$

откуда

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{I_1}{I_2}\left(1 + \frac{k}{\mu}\right) = 1{,}6.$$

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{I_1}{I_2}\left(1 + \frac{k}{\mu}\right) = 1{,}6.$

6. Определите, какой заряд Δq протечет через ключ K при его замыкании.



Дано:
ε
C_1
C_2
R_1
R_2

Найти: Δq

Решение:
До включения:

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2},\ |q_1| = |q| = |q|,$$

$$\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2},\ q = \frac{\varepsilon R_2 C_1 C_2}{(C_1 + C_2)(R_1 + R_2)}.$$

После замыкания ключа:

$$\frac{q_1}{C_1}=\varepsilon,\ \frac{q_2}{C_2}=\frac{\varepsilon R_1}{R_1+R_2},\ q_1=\varepsilon C_1,\ q_2=\frac{\varepsilon R_1 C_2}{R_1+R_2}.$$

Заряды q_1' и q_2' одноименные, заряды q_1 и q_2 разноименные и одинаковые по модулю. Следовательно, при замыкании ключа протечет заряд:

$$\Delta q=q_1+q_2=\varepsilon C_1+\frac{\varepsilon R_1 C_2}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon C_1\left(R_1+R_2\right)+\varepsilon R_1 C_2}{R_1+R_2}.$$

Ответ: $\Delta q=q_1+q_2=\varepsilon C_1+\dfrac{\varepsilon R_1 C_2}{R_1+R_2}=\dfrac{\varepsilon C_1\left(R_1+R_2\right)+\varepsilon R_1 C_2}{R_1+R_2}.$

V. Закрепление материала

Решить задачи 5.3–5.8.

Домашнее задание

Решить задачи 5.10–5.15.

Уроки 23-25. Электрический ток в металлах, электролитах, газах, вакууме и полупроводниках

Цели: разъяснить физическую природу электрической проводимости металлов, электролитов, газов с точки зрения электронной теории; сформировать представления о свободных носителях электрического тока в полупроводниках и вакууме; научить решать задачи по данной теме.

Ход уроков

I. Изучение нового материала

Электрический ток в металлах

Электрический ток в металлах – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля. Опыты показывают, что при протекании тока по металлическому проводнику не происходит переноса вещества, следовательно, ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с инерцией электронов. Идея таких опытов и первые качественные результаты принадлежат русским физикам Л.И. Мандельштаму и Н.Д. Папалекси (1913 г.). В 1916 году американский физик Р. Толмен и шотландский физик Б. Стюарт усовершенствовали методику этих опытов и выполнили количественные измерения, неопровержимо доказавшие, что ток в металлических проводниках обусловлен движением электронов.

Схема опыта Толмена и Стюарта показана на рис. 1. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному *баллистическому гальванометру Г.* Раскрученная катушка резко тормозилась, и в цепи возникал кратковременных ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отбросу стрелки гальванометра.

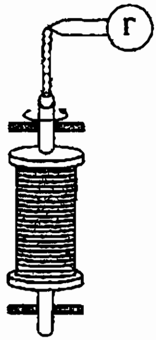


Рис. 1
Схема опыта Толмена и Стюарта

При торможении вращающейся катушки на каждый носитель заряда *e* действует тормозящая сила:

$$F = -m\frac{d\upsilon}{dt},$$

которая играет роль *сторонней силы*, то есть силы неэлектрического происхождения. Сторонняя сила, отнесенная к единице заряда, по определению является напряженностью $E_{ст}$ поля сторонних сил:

$$E_{ст} = -\frac{m}{e}\frac{d\upsilon}{dt}.$$

Следовательно, в цепи при торможении катушки возникает электродвижущая сила υ, равная

$$\varepsilon = E_{ст}l = -\frac{m}{e}\frac{d\upsilon}{dt}l.$$

где l – длина проволоки катушки. За время торможения катушки по цепи протечет заряд q, равный

$$q = \int Idt = \frac{1}{R}\int \varepsilon dt = \frac{m}{e}\frac{l\upsilon_0}{R}.$$

Здесь I – мгновенное значение силы тока в катушке, R – полное сопротивление цепи, υ_0 – начальная линейная скорость проволоки.

Отсюда удельный заряд $e : m$ свободных носителей тока в металлах равен:

$$\frac{e}{m} = \frac{l\upsilon_0}{Rq}.$$

Все величины, входящие в правую часть этого соотношения, можно измерить. На основании результатов опытов Толмена и Стюарта было установлено, что носители свободного заряда в металлах имеют отрицательный знак, а отношение заряда носителя к его массе близко к удельному заряду электрона, полученному из других опытов. Так было установлено, что носителями свободных зарядов в металлах являются электроны.

По современным данным модуль заряда электрона (*элементарный заряд*) равен:

$$e = 1{,}60218 \cdot 10^{-19}\ Кл/кг.$$

а его удельный заряд есть:

$$\frac{e}{m} = 1{,}75882 \cdot 10^{11}\ Кл/кг.$$

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.

Предположение о том, что за электрический ток в металлах ответственны электроны, возникло значительно раньше опытов Толмена и Стюарта. Еще в 1900 году немецкий ученый П. Друде на основе гипотезы о существовании свободных электронов в металлах создал электронную теорию проводимости металлов. Эта теория получила развитие в работах голландского физика X. Лоренца и носит название классической электронной теории. Согласно этой теории, электроны в металлах ведут себя как электронный газ, во многом похожий на идеальный газ. Электронный газ заполняет пространство между ионами, образующими кристаллическую решетку металла (рис. 2).

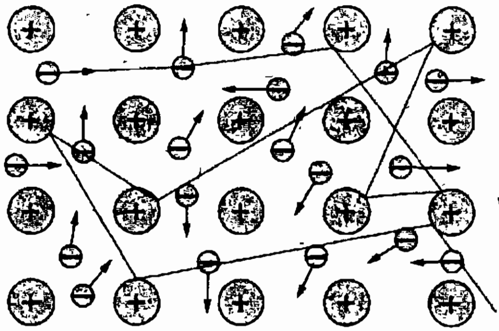


Рис. 2
Газ свободных электронов в кристаллической решетке металла. Показана траектория одного из электронов

Из-за взаимодействия с ионами электроны могут покинуть металл, лишь преодолев так называемый *потенциальный барьер*. Высота этого барьера называется *работой выхода*. При обычных (комнатных) температурах у электронов не хватает энергии для преодоления потенциального барьера.

Как ионы, образующие решетку, так и электроны участвуют в тепловом движении. Ионы совершают тепловые колебания вблизи положений равновесия — узлов кристаллической решетки. Свободные электроны движутся хаотично и при своем движении сталкиваются с ионами решетки. В результате таких столкновений устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. Согласно теории Друде-Лоренца, электроны обладают такой же средней энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного идеального газа. Это позволяет оценить среднюю скорость $\bar{\upsilon}_т$ теплового движения электронов по формулам молекулярно-кинетической теории. При комнатной температуре она оказывается примерно равной 10^5 м/с.

При наложении внешнего электрического поля в металлическом проводнике кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение (дрейф), то есть электрический ток. Среднюю скорость $\bar{\upsilon}_д$ дрейфа можно оценить из следующих соображений. За интервал времени Δt через поперечное сечение S проводника пройдут все электроны, находившиеся в объеме

$$S\bar{\upsilon}_д\Delta t.$$

Число таких электронов равно:

$$nS\bar{\upsilon}_д\Delta t,$$

где n — средняя концентрация свободных электронов, примерно равная числу атомов в единице объема металлического проводника.

Через сечение проводника за время Δt пройдет заряд:

$$\Delta q = enS\bar{\upsilon}_д\Delta t.$$

Отсюда следует:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enS\bar{\upsilon}_д.$$

или:

$$\bar{\upsilon}_д = \frac{I}{enS}.$$

Концентрация n атомов в металлах находится в пределах 10^{28}–10^{29} м$^{-3}$.

Оценка по этой формуле для металлического проводника сечением 1 мм^2, по которому течет ток 10 А, дает для *средней скорости* $\bar{\upsilon}_д$ *упорядоченного движения электронов значение в пределах 0,6–6 мм/с. Таким образом, средняя скорость* $\bar{\upsilon}_д$ *упорядоченного движения электронов в металлических проводниках на много порядков меньше средней скорости* $\bar{\upsilon}_т$ *их теплового движения:*

$$(\bar{\upsilon}_д \ll \bar{\upsilon}_т).$$

Рис. 3 дает представление о характере движения свободного электрона в кристаллической решетке.

Малая скорость дрейфа на противоречит опытному факту, что ток во всей цепи постоянного тока устанавливается практически мгновенно. Замыкание цепи вызывает распространение электрического поля со скоростью c = 3 · 108 м/с. Через время порядка $l : c$ (l — длина цепи) вдоль цепи устанавливается стационарное распределение электрического поля и в ней начинается упорядоченное движение электронов.

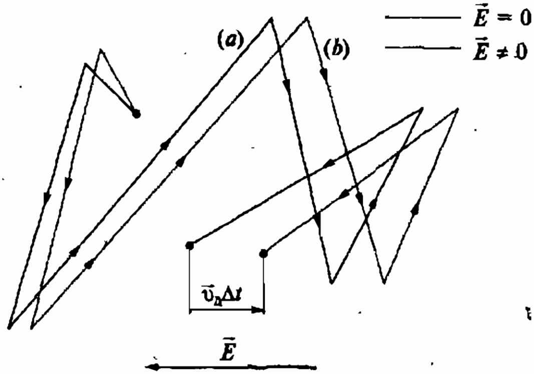


Рис. 3
Движение свободного электрона в кристаллической решетке:
a – хаотическое движение электрона в кристаллической решетке металла;
b – хаотическое движение с дрейфом, обусловленным электрическим полем. Масштабы дрейфа $\vec{\upsilon}_д \Delta t$ сильно преувеличены

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам механики Ньютона. В этой теории пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а их взаимодействие с положительными ионами сводят только к соударениям. Предполагается также, что при каждом соударении электрон передает решетке всю накопленную в электрическом поле энергию и поэтому после соударения он начинает движение с нулевой дрейфовой скоростью.

Несмотря на то, что все эти допущения являются весьма приближенными, классическая электронная теория качественно объясняет законы электрического тока в металлических проводниках.

Закон Ома. В промежутке между соударениями на электрон действует сила, равная по модулю eE, в результате чего он приобретает ускорение $\frac{e}{m}E$. Поэтому к концу свободного пробега дрейфовая скорость электрона равна:

$$\upsilon_д = (\upsilon_д)_{max} = \frac{eE}{m}\tau,$$

где τ – время свободного пробега, которое для упрощения расчетов предполагается одинаковым для всех электронов. Среднее значение скорости дрейфа $\overline{\upsilon}_д$ равно половине максимального значения:

$$\overline{\upsilon}_д = \frac{1}{2}\left(\upsilon_д\right)_{max} = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\tau.$$

Рассмотрим проводник длины l и сечением S с концентрацией электронов n. Ток в проводнике может быть записан в виде:

$$I = enS\overline{\upsilon}_д = \frac{1}{2}\frac{e^2\tau nS}{m}E = \frac{e^2\tau nS}{2ml}U,$$

где $U = El$ – напряжение на концах проводника. Полученная формула выражает закон Ома для металлического проводника. Электрическое сопротивление проводника равно:

$$R = \frac{2m}{e^2n\tau}\frac{l}{S},$$

а удельное сопротивление ρ и удельная проводимость ν выражаются соотношениями:

$$\rho = \frac{2m}{e^2n\tau};\ \nu = \frac{1}{2} = \frac{e^2n\tau}{2m}.$$

Закон Джоуля-Ленца. К концу свободного пробега электроны приобретают под действием поля кинетическую энергию

$$\frac{1}{2}m\left(\upsilon_д\right)^2_{max} = \frac{1}{2}\frac{e^2\tau^2}{m}E^2.$$

Согласно сделанным предположениям, вся эта энергия передается решетке при соударении и переходит в тепло.

За время Δt каждый электрон испытывает $\Delta t : \tau$ соударений. В проводнике сечением S и длины l имеется nSl электронов. Отсюда следует, что выделяемое в проводнике за время Δt тепло равно:

$$\Delta Q = \frac{nSl\Delta t}{\tau}\frac{e^2\tau^2}{2m}E^2 = \frac{ne^2\tau}{2m}\frac{S}{l}U^2\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t.$$

Это соотношение выражает *закон Джоуля-Ленца.*

Таким образом, классическая электронная теория объясняет существование электрического сопротивления металлов, законы Ома и Джоуля-Ленца. Однако в ряде вопросов классическая электронная теория приводит к выводам, находящимся в противоречии с опытом.

Эта теория не может, например, объяснить, почему молярная теплоемкость металлов, также как и молярная теплоемкость диэлектрических кристаллов, равна $3R$, где R – универсальная газовая постоянная (закон Дюлонга и Пти). Наличие свободных электронов на сказывается на величине теплоемкости металлов.

Классическая электронная теория не может также объяснить температурную зависимость удельного сопротивления металлов. Теория дает $\rho \sim \sqrt{T}$, в то время как из эксперимента получается зависимость $\rho \sim T$. Однако наиболее ярким примером расхождения теории и опытов является *сверхпроводимость.*

Согласно классической электронной теории, удельное сопротивление металлов должно монотонно уменьшаться при охлаждении, оставаясь конечным при всех температурах. Такая зависимость действительно наблюдается на опыте при сравнительно высоких температурах. При более низких температурах порядка нескольких кельвинов удельное сопротивление многих металлов перестает зависеть от температуры и достигает некоторого предельного значения. Однако наибольший интерес представляет удивительное *явление сверхпроводимости*, открытое датским физиком Х. Каммерлинг-Оннесом в 1911 году. При некоторой определенной температуре $T_{кр}$, различной для разных веществ, удельное сопротивление скачком уменьшается до нуля (рис. 4). Критическая температура у ртути равна 4,1 К, у аллюминия 1,2 К, у олова 3,7 К. Сверхпроводимость наблюдается не только у элементов, но и у многих химических соединений и сплавов. Например, соединение ниобия с оловом (Ni_3Sn) имеет критическую температуру 18 К. Некоторые вещества, переходящие при низких температурах в сверхпроводящее состояние, не являются проводниками при обычных температурах. В то же время такие «хорошие» проводники, как медь и серебро, не становятся сверхпроводниками при низких температурах.

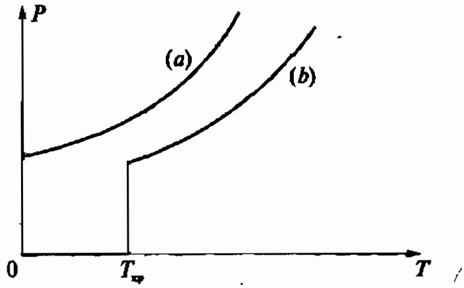


Рис. 4
Зависимость удельного сопротивления ρ от абсолютной температуры *T* при низких температурах: *a* – нормальный металл; *b* – сверхпроводник

Вещества в сверхпроводящем состоянии обладают исключительными свойствами. Практически наиболее важным их них является способность длительное время (многие годы) поддерживать без затухания электрический ток, возбужденный в сверхпроводящей цепи.

Классическая электронная теория не способна объяснить явление сверхпроводимости. Объяснение механизма этого явления было дано только через 60 лет после его открытия на основе квантово-механических представлений.

Научный интерес к сверхпроводимости возрастал по мере открытия новых материалов с более высокими критическими температурами. Значительный шаг в этом направлении произошел в 1986 году, когда было обнаружено, что у одного сложного керамического соединения $T_{кр} \approx 35$ K. Уже в следующем 1987 году физики сумели создать новую керамику с критической температурой 98 K, превышающей температуру жидкого азота (77 K). Явление перехода веществ в сверхпроводящее состояние при температурах, превышающих температуру кипения жидкого азота, было названо высокотемпературной сверхпроводимостью. В 1988 году было создано керамическое соединение на основе элементов *Tl–Ca–Ba–Cu–O* с критической температурой 125 K.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по поиску новых веществ с еще более высокими значениями $T_{кр}$. Ученые надеятся получить вещество в сверхпроводящем состоянии при комнатной температуре. Если это произойдет, это будет настоящей революцией в науке, технике и вообще в жизни людей.

Следует отметить, что до настоящего времени механизм высокотемпературной сверхпроводимости керамических материалов до конца не выяснен.

Электрический ток в электролитах

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов с металлоидами в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются *водные растворы неорганических кислот, солей и оснований.*

Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название *электролиза.*

Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (*катоду*), отрицательные ионы – к положительному электроду (*аноду*). Ионы обоих знаков появляются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется электролитической диссоциацией. Например, хлорид меди $CuCl_2$ диссоциирует в водном растворе на ионы меди и хлора:

$$CuCl_2 \rightleftarrows Cu^{++} + 2Cl^-.$$

При подключении электродов к источнику тока ионы под действием электрического поля начинают упорядоченное движение: положительные ионы меди движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы хлора – к аноду (рис 1).

Достигнув катода, ионы меди нейтрализуются избыточными электронами катода и превращаются в нейтральные атомы, оседающие на катоде. Ионы хлора, достигнув анода, отдают но одному электрону. После этого нейтральные атомы хлора соединяются попарно и образуют молекулы хлора Cl_2. Хлор выделяется на аноде в виде пузырьков.

Во многих случаях электролиз сопровождается *вторичными реакциями* продуктов разложения, выделяющихся на электродах, с материалом электродов или растворителей. Примером может служить электролиз водного раствора сульфата меди $CuSO_4$ (медный купорос) в том случае, когда электроды, опущенные в электролит, изготовлены из меди.

Диссоциация молекул сульфата меди происходит по схеме:

$$CuSO_4 \rightleftarrows Cu^{++} + SO_4^{--}.$$

Нейтральные атомы меди отлагаются в виде твердого осадка на катоде. Таким путем можно получить химически чистую медь. Ион SO_4^{--} отдает аноду два электрона и превращается в нейтральный радикал SO_4 вступает во вторичную реакцию с медным анодом:

$$SO_4 + Cu = CuSO_4.$$

Образовавшаяся молекула сульфата меди переходит в раствор.

Таким образом, при прохождении электрического тока через водный раствор сульфата меди происходит растворение медного анода и отложение меди на катоде. Концентрация раствора сульфата меди при этом не изменяется.

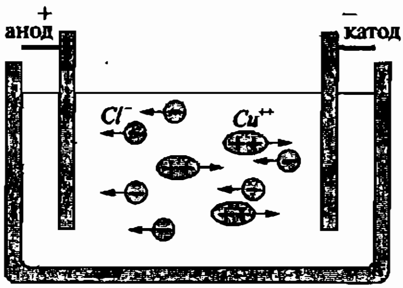


Рис. 1
Электролиз водного раствора хлорида меди

Закон Фарадея. Закон электролиза был экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году. Закон Фарадея определяет количества первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе:

Масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду Q, прошедшему через электролит:

$$m = kQ = kIt.$$

Величину k называют *электрохимическим эквивалентом.*

Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, пришедших к электроду:

$$m = m_0 N = m_0 \frac{Q}{q_0} = \frac{m_0}{q_0} It.$$

Здесь m_0 и q_0 – масса и заряд одного иона, $N = \frac{Q}{q_0}$ – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда Q. Таким образом, электрохимический эквивалент k равен отношению массы m_0 иона данного вещества к его заряду q_0.

Так как заряд иона равен произведению валентности вещества n на элементарный заряд e ($q_0 = ne$), то выражение для электрохимического эквивалента k можно записать в виде:

$$k = \frac{m_0}{q_0} = \frac{m_0 N_A}{neN_A} = \frac{1}{F}\frac{M}{n}.$$

Здесь N_A – постоянная Авогадро, $M = m_0 N_A$ – молярная масса вещества, $F = eN_A$ – *постоянная Фарадея.*

$$F = eN_A = 96485 \text{ Кл/моль}.$$

Постоянная Фарадея численно равна заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

Закон Фарадея для электролиза приобретает вид:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n} It.$$

Явление электролиза широко применяется в современном промышленном производстве.

Электрический ток в полупроводниках

По значению удельного электрического сопротивления полупроводники занимают промежуточное место между хорошими проводниками и диэлектриками. К числу полупроводников относятся многие химические элементы (германий, кремний, селен, теллур, мышьяк и др.), огромное количество сплавов и химических соединений. Почти все неорганические вещества окружающего нас мира – полупроводники. Самым распространенным в природе полупроводником является кремний, составляющий около 30 % земной коры.

Качественное отличие полупроводников от металлов проявляется прежде всего в зависимости удельного сопротивления от температуры. С понижением температуры сопротивление металлов падает. У полупроводников, напротив, с понижением температуры сопротивление возрастает и вблизи абсолютного нуля они практически становятся изоляторами (рис. 1).

Рис. 1
Зависимость удельного сопротивления ρ чистого полупроводника от абсолютной температуры T

Такой ход зависимости $\rho(T)$ показывает, что у полупроводников концентрация носителей свободного заряда не остается постоянной, а увеличивается с ростом температуры. Механизм электрического тока в полупроводниках нельзя объяснить в рамках модели газа свободных электронов. Рассмотрим качественно этот механизм на примере германия (*Ge*). В кристалле кремния (*Si*) механизм аналогичен.

Атомы германия имеют четыре слабо связанных электрона на внешней оболочке. Их называют ***валентными электронами***. В кристаллической решетке каждый атом окружен четырьмя ближайшими соседями. Связь между атомами в кристалле германия является ***ковалентной***, то есть осуществляется парами валентных электронов. Каждый валентный электрон принадлежит двум атомам (рис. 2). Валентные электроны в кристалле германия гораздо сильнее связаны с атомами, чем в металлах; поэтому концентрация электронов проводимости при комнатной температуре в полупроводниках на много порядков меньше, чем у металлов. Вблизи абсолютного нуля температуры в кристалле германия все электроны заняты в образовании связей. Такой кристалл электрического тока не проводит.

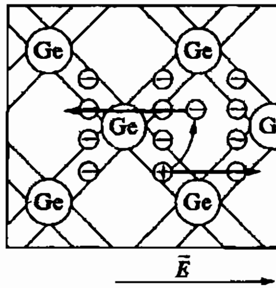


Рис. 2
Парно-электронные связи в кристалле германия
и образование электронно-дырочной пары

При повышении температуры некоторая часть валентных электронов может получить энергию, достаточную для разрыва ковалентных связей. Тогда в кристалле возникнут свободные электроны (электроны проводимости). Одновременно в местах разрыва связей образуются вакансии, которые не заняты электронами. Эти вакансии получили название *«дырок»*. Вакантное место может быть занято валентным электроном из соседней пары, тогда дырка переместиться на новое место в кристалле. При заданной температуре полупроводника в единицу времени образуется определенное количество электронно-дырочных пар. В то же время идет обратный процесс – при встрече свободного электрона с дыркой, восстанавливается электронная связь между атомами германия. Этот процесс называется *рекомбинацией*. Электронно-дырочные пары могут рождаться также при освещении полупроводника за счет энергии электромагнитного излучения. В отсутствие электрического поля электроны проводимости и дырки участвуют в хаотическом тепловом движении.

Если полупроводник помещается в электрическое поле, то в упорядоченное движение вовлекаются не только свободные электроны, но и дырки, которые ведут себя как положительно заряженные частицы. Поэтому ток I в полупроводнике складывается из электронного I_n и дырочного I_p токов:

$$I = I_n + I_p.$$

Концентрация электронов проводимости в полупроводнике равна концентрации дырок: $n_n = n_p$. Электронно-дырочный механизм проводимости проявляется только у чистых (то есть без примесей) полупроводников. Он называется *собственной электрической проводимостью полупроводников.*

При наличии примесей электропроводимость полупроводников сильно изменяется. Например, добавка примесей фосфора в кристалл кремния в количестве 0,001 атомного процента уменьшает удельное сопротивление более чем на пять порядков. Такое сильное влияние примесей может быть объяснено на основе изложенных выше представлений о строении полупроводников.

Необходимым условием резкого уменьшения удельного сопротивления полупроводника при введении примесей является отличие валентности атомов примеси от валентности основных атомов кристалла.

Проводимость полупроводников при наличии примесей называется *примесной проводимостью.* Различают два типа примесной проводимости – *электронную* и *дырочную* проводимости.

Электронная проводимость возникает, когда в кристалл германия с четырехвалентными атомами введены пятивалентные атомы (например, атомы мышьяка, *As*).

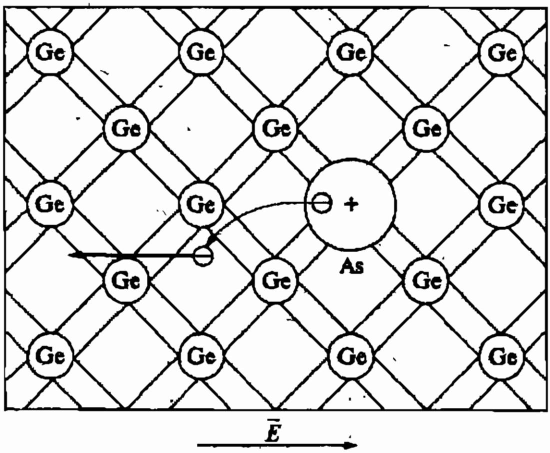


Рис. 3
Атом мышьяка в решетке германия. Полупроводник *n*-типа

На рис. 3 показан пятивалентный атом мышьяка, оказавшийся в узле кристаллической решетки германия. Четыре валентных электрона атома мышьяка включены в образование ковалентных связей с четырьмя соседними атомами германия. Пятый валентный электрон оказался излишним; он легко отрывается от атома мышьяка и становится свободным. Атом, потерявший электрон, превращается в положительный ион, расположенный в узле кристаллической решетки. Примесь из атомов с валентностью, превышающей валентность основных атомов полупроводникового кристалла, называется *донорской примесью.* В результате ее введения в кристалле появляется значительное число свободных электронов. Это приводит к резкому уменьшению удельного сопротивления полупроводника – в тысячи и даже миллионы раз. Удельное сопротивление проводника с большим содержанием примесей может приближаться к удельному сопротивлению металлического проводника.

В кристалле германия с примесью мышьяка есть электроны и дырки, ответственные за собственную проводимость кристалла. Но основным типом носителей свободного заряда являются электроны, оторвавшиеся от атомов мышьяка. В таком кристалле $n_n >> n_p$. Такая проводимость называется *электронной,* а полупроводник, обладающий электронной проводимостью, называется *полупроводником n-типа.*

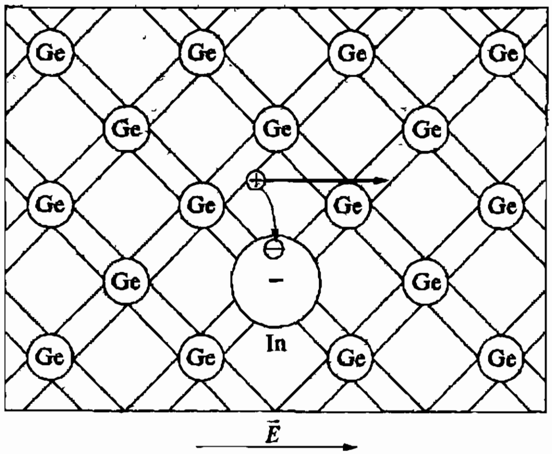


Рис. 4
Атом индия в решетке германия. Полупроводник *p*-типа

Дырочная проводимость возникает, когда в кристалл германия введены трехвалентные атомы (например, атомы индия, *In*). На рис. 4 показан атом индия, который создал с помощью своих валентных электронов ковалентные связи лишь с тремя соседними атомами германия. На образование связи с четвертым атомом германия у атома индия нет электрона. Этот недостающий электрон может быть захвачен атомом индия из ковалентной связи соседних атомов германия. В этом случае атом индия превращается в отрицательный ион, расположенный в узле кристаллической решетки, а в ковалентной связи соседних атомов образуется вакансия. Примесь атомов, способных захватывать электроны, называется *акцепторной примесью*. В результате введения акцепторной примеси в кристалле разрывается множество ковалентных связей и образуются вакантные места (дырки). На эти места могут перескакивать электроны из соседних ковалентных связей, что приводит к хаотическому блужданию дырок по кристаллу.

Наличие акцепторной примеси резко снижает удельное сопротивление полупроводника за счет появления большого числа свободных дырок. Концентрация дырок в полупроводнике с акцепторной примесью значительно превышает концентрацию электронов, которые возникли из-за механизма собственной электропроводности полупроводника: $n_p >> n_n$. Проводимость такого типа называется *дырочной проводимостью*. Примесный полупроводник с дырочной проводимостью называется *полупроводником p-типа*. Основными носителями свободного заряда в полупроводниках p-типа являются дырки.

Следует подчеркнуть, что дырочная проводимость в действительности обусловлена эстафетным перемещением по вакансиям от одного атома германия к другому электронов, которые осуществляют ковалентную связь.

Для полупроводников n- и p-типов закон Ома выполняется в определенных интервалах сил тока и напряжений при условии постоянства концентраций свободных носителей.

II. Решение задач

1. По медному проводнику течет ток. Плотность тока $j = 6$ А/мм^2. Найдите среднюю скорость v упорядоченного движения электронов, считая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

Дано:	**Решение:**
$j = 6$ А/мм^2 $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\rho = 8900$ кг/м^3 **Найти:** v	Используем соотношение $I = enSV$, где e — элементарный заряд, n — концентрация свободных электронов, S — площадь сечения проводника. Согласно условию, n совпадает

с концентрацией атомов меди, т.е. $n = \dfrac{N}{V} = \dfrac{\rho N_A}{M}$ (здесь ρ — плотность, а M — молярная масса меди; N_A — постоянная Авогадро; $N = \dfrac{\rho V N_A}{M}$ — количество атомов меди в объеме V). Поскольку, с другой стороны, $I = jS$, получаем $v = \dfrac{jM}{eN_A\rho} = 0{,}45$ мм/с.

Эта скорость (ее называют *дрейфовой*) ничтожна мала по сравнению со средней скоростью беспорядочного движения электронов.

2. Подключенная к сети спираль электроплитки раскалилась. Как изменится накал, если на часть спирали попадет вода?

Решение:

Часть спирали, на которую попадет вода, сильно охладится (в основном за счет испарения воды). Поскольку сопротивление металла при охлаждении уменьшается, сила тока возрастает. В результате накал той части спирали, куда не попала вода, увеличится. Из-за этого спираль может перегореть.

3. Почему при включении в квартире мощного электронагревателя горящие лампочки сразу заметно меркнут, но затем их яркость постепенно возрастает (хотя и не достигает первоначальной)?

Решение:

При включении нагревателя ток в проводах, подводящих электроэнергию к квартире, резко возрастает. Соответственно возрастает падение напряжения на проводах, а из-за этого уменьшается напряжение на лампочках. Затем при повышении температуры нагревателя его сопротивление увеличивается в несколько раз. Поскольку при увеличении сопротивления ток в цепи уменьшается, напряжение на лампочках увеличивается, хотя и не достигает первоначальной величины.

4. Вольфрамовая нить диаметром d_1 = 0,10 мм и длиной L = 1,0 м натянута в вакууме. К концам нити подводят напряжение и медленно его повышают. При каком напряжении U_1 нить перегорит? При расчете считайте, что сопротивление вольфрама прямо пропорционально абсолютной температуре T. Мощность теплового излучения с единицы площади поверхности нити можно считать равной σT_4 (величину $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 К^4) называют *постоянной Стефана-Больцмана*). Каким будет ответ, если диаметр нити d_2 = 1,6 мм?

Дано:	Решение:
$d_1 = 0{,}1$ мм $L = 1{,}0$ м $d_2 = 1{,}6$ мм	Нить перегорит, когда нагреется до температуры плавления вольфрама T = 3650 К. При этой температуре
Найти: U_1, U_2	

$$\rho = \frac{\rho_0 T}{T_0}$$

вся выделяющая мощность

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{\pi U^2 T_0 d^2}{4T\rho_0 L}$$

практически расходуется на тепловое излучение, то есть $P = \sigma T_4 \cdot \pi dL$. Отсюда

$$U = 2LT^2\sqrt{\frac{\sigma T\rho_0}{T_0 d}}.$$

Более толстая нить перегорит при меньшем напряжении, потому что выделяемая током мощность пропорциональна d^2, а площадь поверхности, с которой происходит теплоотдача, пропорциональна d. U_1 = 530 В, U_2 =130 В.

5. Две одинаковые электролитические ванны соединены последовательно. В одной из них – раствор $CuCl$, в другой – $CuCl_2$. В какой из ванн на катоде выделится больше меди?

Решение:

В соединении $CuCl$ валентность меди 1, а в соединении $CuCl_2$ валентность меди 2. Следовательно, во втором случае ионы меди имеют вдвое больший заряд. Поскольку при электролизе через обе ванны пройдет одинаковый заряд, в ванне с $CuCl$ для его переноса потребуется вдвое большее количество ионов, так что на катоде этой ванны выделится больше меди.

6. При нанесении металлических покрытий с помощью электролиза иногда в конце процесса на некоторое время изменяют направление тока на противоположное. В результате поверхность становится более гладкой. Почему?

Решение:

На поверхности металла всегда есть мелкие неровности. После изменения направления тока образовавшийся слой металла становится анодом и начинает растворяться. Выступы растворяются быстрее других участков, потому что поверхностная плотность заряда и напряженность электрического поля у выступов больше, чем у гладких участков или впадин. В результате поверхность металла становится более гладкой.

Домашнее задание

Решить задачи 6.1–6.6. Выдвинуть проект и обосновать его на эклектический ток в различных средах.

Урок 26. Защита проектов

Цели: научить самостоятельно находить и анализировать материал, ставить эксперемент и уметь объяснять его.

Ход урока

I. Основная часть

Предлагаем один из вариантов защиты проектов:

«Демонстрация электрического ветра в жидком диэлектрике»

Явление электрического ветра в газах известно давно и изучается со времен Аррениуса (Arrhenius, 1897). Исследования электрического ветра в жидких диэлектриках начались сравнительно недавно. Кроме красоты и наглядности при демонстрации этого явления, его изучение инициировалось такими проблемами, как механизм электропроводности в жидких диэлектриках, возможность построения и применения электродинамических насосов и другие.

Демонстрация электрического ветра, предлагаемая в настоящей работе, несет прежде всего учебную нагрузку. Дело в том, что тезис о существовании и равноправии форм материи, вещества и поля, с экспериментальной точки зрения в учебном процессе подкреплен слабо. В частности, существует не так уж много опытов, демонстрирующих передачу механического импульса от поля веществу в макроскопическом масштабе. Предлагаемая демонстрация электрического ветра в жидком диэлектрике обладает достоинствами наглядности, простоты и доступности и, в какой-то мере дополняет существующие демонстрации существования импульс поля.

Экспериментальная установка состоит из прозрачной кюветы размерами $1 \times 4 \times 6$ см игольчатого и плоского электродов. Игольчатый электрод специальным держателем прикреплен сверху, а плоский прикрепляется ко дну кюветы. Электроды с помощью хорошо изолированных проводов соединяются с кондукторами школьного высоковольтного разрядника «Разряд-1». При этом в кювету заливают трансформаторное или машинное масло так, чтобы игла была погружена в него. Для демонстрации учащимся кювету помещают в диапроектор типа «Экран» между линзой конденсора и объективом, убрав предварительно приставку для демонстрации диафильмов, и проецируют изображение иглы на экран. После подачи на иглу и плоски электрод высокого напряжения (около 25 кВ) возле иглы возникает стационарное течение масла. Для лучшей визуализации течения в масло можно бросить щепотку манной крупы.

После демонстрации целесообразно сделать следующие выводы:

1. В установке, нет никаких механических движущихся частей и до включения поля вся система находилась в равновесии, то есть имеет нулевой импульс. После включения поля жидкость приходит в движение и у ее частиц появляется импульс. Следовательно, электрическое поле обладает импульсом.
2. Электрическое поле в жидкости возле иглы создает насосный эффект, следовательно, на основе данного явления можно сконструировать электрогидродинамический насос.

II. Вывод по работам и проектам

Уроки 27–30. Магнитное поле тока. Магнитная индукция. Магнитный поток. Закон Ампера. Сила Лоренца. Магнитные свойства вещества

Цели: сформировать представление о магнитном поле как виде материи; ознакомить учащихся с графическим методом представления структуры магнитного поля; ввести понятия *закона Ампера* и *силы Лоренца.*

Ход уроков

I. Изучение нового материала

Индукция магнитного поля. Сила Ампера. Сила Лоренца

За направление вектора магнитной индукции принимается направление от южного полюса S к северному полюсу N магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле.

Направление вектора магнитной индукции совпадает с направлением положительной нормали к замкнутому контуру с током (положительная нормаль направлена в ту сторону, куда перемещается буравчик, если вращать его по направлению тока в рамке).

Модуль вектора магнитной индукции:

$$B = \frac{F_{max}}{I \Delta l}.$$

где F_{max} – максимальная сила, действующая со стороны магнитного поля на участок проводника с током; I – сила тока; Δl – длина участка проводника (или длина активной части проводника).

Единица магнитной индукции 1 Н/А · м = 1 Тл (тесла). На проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует сила Ампера, модуль которой определяют по *закону Ампера:*

$$F_A = IlB \cdot \sin \alpha.$$

где α – угол между направлениями вектора индукции магнитного поля и тока.

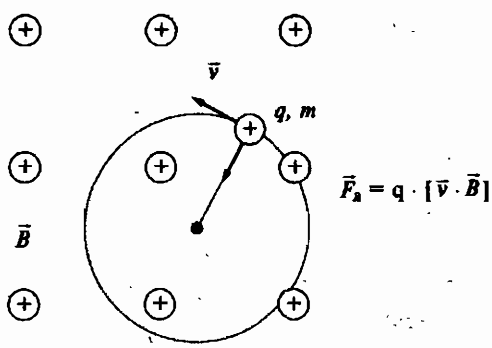
Направление силы Ампера можно найти по правилу левой руки: «если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции В входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по направлению тока, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы, действующей на отрезок проводника».

На электрический заряд, движущийся в магнитном поле, действует *сила Лоренца:*

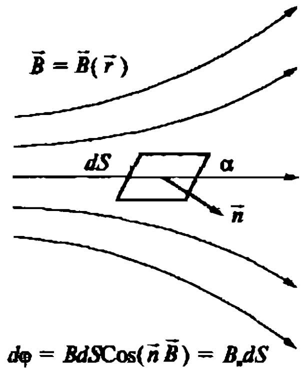
$$F_{\text{Л}} = qvB \cdot \sin\alpha.$$

где q – заряд, v – скорость движения заряда, α – угол между направлениями векторов индукции магнитного поля и скорости заряда. Направление силы Лоренца можно определить по правилу левой руки: *«если левую руку расположить так, чтобы составляющая вектора магнитной индукции B, перпендикулярная скорости заряда, входила в ладонь, а четыре пальца были направлены по движению положительного заряда (против движения отрицательного), то отогнутый на 90° большой палец покажет направление действующей на заряд силы Лоренца».*

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \sin(\vec{v}\vec{B}) = 1.$$

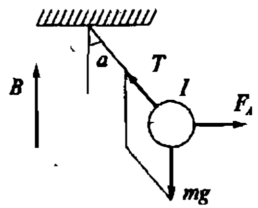


Линии индукции направлены за чертеж, B = const. Поток вектора через бесконечно малую поверхность в неоднородном поле.



II. Решение задач

1. Между горизонтальными полюсами магнита на двух тонких проволочках подвешен горизонтальный линейный проводник массой m = 10 г и длиной L = 20 см. Индукция однородного магнитного поля направлена вертикально и равна B = 0,25 Тл. Весь проводник находится в магнитном поле. На какой угол α от вертикали отклоняются проволочки, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток величиной I = 2 А? Массами проволочек пренебречь.



Дано:	Решение:
m = 10 г L = 20 см B = 0,25 Тл I = 2 А	На проводник с током в магнитном поле действуют: сила тяжести, сила натяжения нитей, сила Ампера. Из условия равновесия следует: $m\vec{g} + \vec{T} + F_A = 0.$
Найти: α	

Перепишем это уравнение в следующем виде:

$$m\vec{g} + \vec{T} = -\vec{F}_A.$$

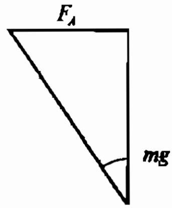
Последнее означает, что диагональ параллелограмма, построенного на векторах $m\vec{g}$ и $\vec{T}$, равна по величине силе Ампера. Учитывая это, построим треугольник сил и найдем из него:

$$tg\alpha = \frac{F_A}{mg} = \frac{IBL}{mg} = \frac{2A \cdot 0,25T \cdot 0,1\text{ м}}{0,01\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2} \approx 1.$$

$$\alpha = arctg_1 \approx 45°.$$

Ответ: $\alpha = arctg_1 \approx 45°$.

2. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 1$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, перпендикулярной направлению его движения. Найдите радиус кривизны R траектории электрона, период T и частоту n его обращения по траектории.



Дано:
$U = 1$ кВ
$B = 10^{-2}$

Найти: R, T, n

Решение:
Электрон, ускоренный разностью потенциалов U, будет двигаться со скоростью v,

$$\frac{mv^2}{2} = eU;$$

величину которой найдем из закона сохранения энергии:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

На электрон, движущийся в магнитном поле, перпендикулярном направлению его движения, действует сила Лоренца. Эта сила перпендикулярна скорости, поэтому траектория движения электрона является окружностью. Запишем уравнение движения электрона в проекциях на нормаль к траектории, приняв во внимание, что его ускорение является центростремительным.

$$m\frac{v^2}{R} = evB.$$

Окончательно имеем

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}} \approx 0{,}01 \text{ м}.$$

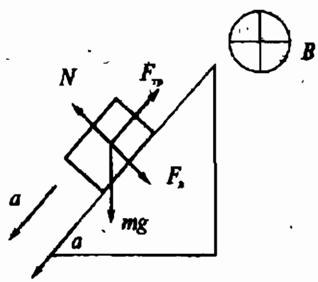
Период обращения T электрона найдем, воспользовавшись тем, что за время, равное периоду, электрон проходит путь, равный длине окружности:

$$E = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v}\cdot\frac{mv}{eB} = \frac{2\pi m}{eB} \approx 4\cdot 10^{-9} \text{ с}.$$

Частоту обращения определим из связи этой величины с периодом:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m} \approx 2{,}5\cdot 10^{8} \text{ с}^{-1}.$$

3. Небольшое тело массой m, несущее положительный заряд q, скользит по наклонной плоскости в постоянном однородном магнитном поле с индукцией B. Угол наклона плоскости α; коэффициент трения μ, причем $\mu < tg\,\alpha$; вектор B направлен так, как показано на рисунке. Какую максимальную скорость разовьет при этом тело? Заряд тела не изменяется в процессе движения, а поверхность остается электрически нейтральной.



Дано:	Решение:
m, q, B, α, μ	Силы, действующие на тело при его движении, показаны на рисунке. Запишем уравнение *второго закона Ньютона* в проекциях на оси x и y: $ma = mg\sin\alpha - \mu N$,
Найти: v	

$$N - mg\cos\alpha - qvB = 0.$$

В момент, когда скорость максимальна, ускорение $a = 0$, так как ускорение есть производная от скорости по времени. Поэтому

$$N = \frac{mg\sin\alpha}{\mu} \text{ и, следовательно,}$$

$$v = \frac{N - mg\cos\alpha}{qB} = \frac{mg}{\mu qB}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Ответ: $v = \dfrac{N - mg\cos\alpha}{qB} = \dfrac{mg}{\mu qB}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$

Отметим, что соотношение $\mu < tg\,\alpha$ является условием, при котором возможно скольжения тела по наклонной плоскости.

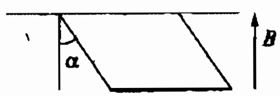
III. Закрепление материала

Предлагается решить следующие задачи:

1. Проводящий стержень массой $m = 200$ г лежит на горизонтальных рельсах, расстояние между которыми 0,2 м. Вся система находится в вертикальном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. При пропускании по стержню тока 20 А он начинает двигаться поступательно с ускорением 8 м/с^2. Найти коэффициент трения μ между стержнем и рельсами.

2. По жесткому кольцу из медной проволоки течет ток силой 5 А. Кольцо находится в перпендикулярном к его плоскости магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Найдите растягивающее механическое напряжение δ в проволоке, если радиус кольца $R = 5$ см, а площадь сечения проволоки $S = 3$ мм^2. магнитным взаимодействием между различными участками кольца можно пренебречь.

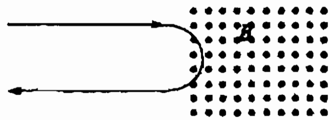
3. Проводник AC массой $m = 20$ г и длиной 20 см подвешен на двух тонких проволочках и помещен в однородное магнитное поле, а модуль этого вектора $B = 0,5$ Тл. На какой угол α от вертикали отклонятся проволочки, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток 1 А? Проволочки находятся за пределами магнитного поля.



4. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 2 Тл и направлена под углом 30° к вертикали, вертикально

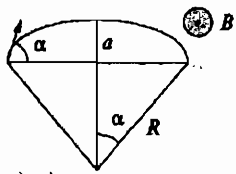
вверх движется прямой проводник массой 2 кг, по которому течет ток силой 4 А. Через 3 с после начала движения проводник имеет скорость 10 м/с. Определить длину проводника.

5. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 200$ В влетает в точке 1 в область поперечного магнитного однородного поля с индукцией $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. Между точками 1 и 2 расстояние 1 м. Найдите отношение заряда q частицы к ее массе m (q/m – ?).

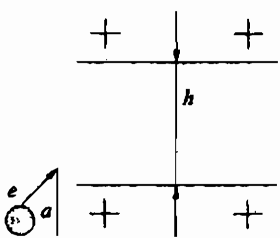


6. Электрон движется в магнитном поле, индукция которого 2 мТл, по винтовой линии радиусом 2 см и шагом винта 5 см. Определить скорость электрона.

7. α – частица влетает в область однородного магнитного поля индукцией 43,7 мТл. Направление скорости α – частицы перпендикулярно линиям индукции поля и составляет угол 45° к границе области. Максимальное проникновение α – частицы в область магнитного поля равно 7 см. Найдите скорость α – частицы.



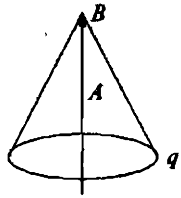
8. Электрон со скоростью $v = 10^9$ см/с влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл. Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определить максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля. Отношение заряда электрона к его массе $\eta = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения $\alpha = 30°$.



9. Протон влетает в область однородного магнитного поля шириной l, индукция магнитного поля B. Скорость протона перпендикулярна индукции поля B и границе области. Под каким углом α к первоначальному направлению движения протон вылетает из области поля.

10. Два иона с одинаковыми зарядами и кинетическими энергиями влетели в однородное поле (магнитное). Первый ион описал окружность радиуса $R_1 = 3$ см, а второй – окружность радиуса $R_2 = 1{,}5$ см. Определите отношение η массы иона к массе второго иона.

11. Шарик массой m с зарядом q, подвешенный на нити длиной l, находится в вертикальном магнитном поле индукцией B и движется в нем по окружности так, что нить составляет угол α с вертикалью. Найти угловую скорость w движения шарика.



12. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 400$ В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1{,}5$ мТл и описал дугу окружности. Найдите радиус этой окружности R и частота обращения n электрона по окружности.

13. Протон влетает в магнитное поле с индукцией $B = 6{,}3$ мТл перпендикулярно линиям индукции. Сколько оборотов сделает протон за время 0,1 с? Масса протона $m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

14. Электрон движется прямолинейно в однородных электрическом и магнитном полях, направленных перпендикулярно друг другу, причем напряженность электрического поля $E = 1$ кВ/м, а индукция магнитного поля $B = 1$ мТл. Определить скорость электрона.

15. Протон в магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл движется по окружности радиусом $R = 10$ см со скоростью $v = 9{,}6 \cdot 10^4$ м/с. Определите массу m протона.

16. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 2$ мТл по винтовой линии радиусом $R = 2$ см и шагом $L = 5$ см. Определить скорость v электрона.

Домашнее задание

Подготовиться к олимпиаде.

Уроки 31–34. Физическая олимпиада

Цели: повторение материала у учащихся; расширение кругозора.

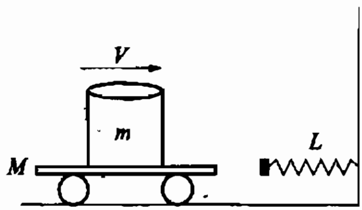
Ход уроков

I. Решение задач

Вариант I

Задача 1

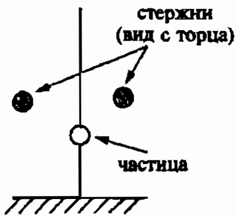
Тележка массой M, двигающаяся со скоростью V прямолинейно, наталкивается на легкую пружину длиной L, прикрепленную к стене (см. рис.). На тележке закреплен хрупкий предмет массы m, который разбивается, если его перемещать с ускорением больше чем a_0. Какой должна быть жесткость пружины, чтобы в процессе столкновения хрупкий предмет не разбился? Трением тележки о пол пренебречь. Пружину считать идеальной при любой длине от 0 до L.



Задача 2

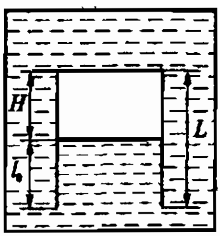
Два бесконечно длинных тонких стержня расположены в горизонтальной плоскости параллельно друг другу на расстоянии $2R$ и заряжены положительно с постоянной плотностью заряда на единицу длины. Вдоль вертикальной нити, туго натянутой посередине между стержнями, может без трения скользить отрицательно заряженная частица массой m (см. рис). При каком заряде частицы ее можно поднять вверх, поднимая медленно вверх стержни? Ускорение свободного падения g. Напомним, что электрическое поле заряженного стержня зависит от расстояния до него по формуле

$$E(r) = \sigma/(2\pi\varepsilon_0 r).$$



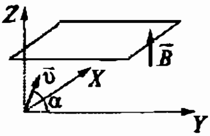
Задача 3

Тонкостенный перевернутый стакан высотой L быстро погрузили в воду на глубину H (см. рис.), при этом в первый момент после погружения вода в стакане поднялась до уровня l_0. Стакан удерживают под водой с помощью динамометра. На сколько и почему изменятся показания динамометра с течением времени по сравнению с первоначальными? Атмосферное давление p_0, плотность воды ρ_0, площадь дна стакана S. Считать, что температуры атмосферы и воды совпадают.



Задача 4

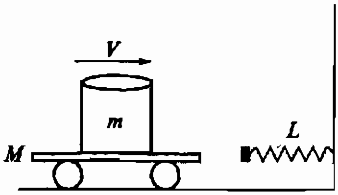
В однородном магнитном поле, направленном вертикально вверх, под углом α к горизонту со скоростью V запущена частица массы m заряда q. На некоторой высоте над точкой старта частицы расположена горизонтальная плоскость. В результате упругого столкновения частицы с плоскостью заряд частицы уменьшился вдвое. Траектория частицы после соударения пересекает траекторию частицы до соударения N раз, причем одно из пересечений происходит в точке старта. Найти, на какой высоте расположена плоскость. Силой тяжести пренебречь. Индукция магнитного поля B. (Примечание: на рисунке оси Ox, Oy, Oz взаимно перпендикулярны; вектор V лежит в плоскости Oyz).



Вариант II

Задача 1

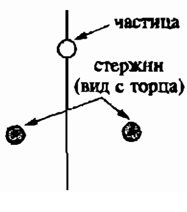
Тележка массой M, двигающаяся с некоторой постоянной скоростью прямолинейно, наталкивается на легкую пружину длиной L жесткостью k, прикрепленную к стене (см. рис.). На тележке закреплен хрупкий предмет массы m, который разбивается, если его перемещать с ускорением больше чем a_0. Какую скорость может иметь первоначально тележка, чтобы в процессе столкновения хрупкий предмет не разбился? Трением тележки о пол пренебречь. Пружину считать идеальной при любой длине от 0 до L.



Задача 2

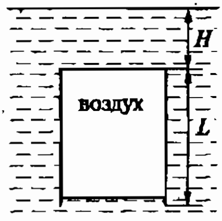
Два бесконечно длинных тонких стержня расположены в горизонтальной плоскости параллельно друг другу на расстоянии $2R$ и заряжены положительно с постоянной плотностью заряда на единицу длины l. Вдоль вертикальной нити, натянутой посередине между стержнями, может скользить без трения положительно заряженная частица массой m (см. рис). Частицу медленно опускают сверху. Каким зарядом она должна обладать, чтобы зависнуть? Ускорение свободного падения g. Напомним, что электрическое поле заряженного стержня зависит от расстояния до него по формуле

$$E(r) = \sigma/(2\pi\varepsilon_0 r).$$



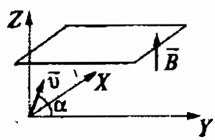
Задача 3

Тонкостенный перевернутый стакан, полностью наполненный воздухом и находящийся под водой на глубине H (см. рис.), взвешивают при помощи динамометра. Затем стакан медленно поднимают, так что его дно оказывается на поверхности, а потом опускают обратно и снова взвешивают. На сколько и почему изменятся показания динамометра по сравнению с первоначальными? Атмосферное давление p_0, плотность воды ρ_0, площадь дна стакана S, его высота L. Считать, что температура воды постоянна и равна T.



Задача 4

В однородном магнитном поле, направленном вертикально вверх, под углом α к горизонту со скоростью V запущена частица массы m заряда q. На некоторой высоте над точкой старта частицы расположена горизонтальная плоскость. В результате упругого столкновения с плоскостью частица распалась на две одинаковые по массе части, одна из которых (частица a) оказалась незаряженной, а вторая (частица b) имела тот же самый заряд q, что и исходная частица. Траектория частицы b пересекает траекторию исходной частицы N раз, причем одно из пересечений происходит в точке старта. Найти, на какой высоте расположена плоскость. Силой тяжести пренебречь. Индукция магнитного поля B. (Примечание: на рисунке оси Ox, Oy, Oz взаимно перпендикулярны; вектор V лежит в плоскости Oyz).



II. Разбор задач

Вариант I

Задача 1

Обозначим через k искомую жесткость пружины.

Если пружина в какой-то момент сжата в результате взаимодействия с тележкой на величину x, то сила $F = kx$, с которой пружина действует на тележку, обеспечивает ускорение a, которое испытывает тележка вместе с находящимся на ней предметом

$$kx = (M + m)a.$$

Поскольку предмет бьется при ускорениях больше чем a_0, то ускорение, которое он испытывает при любом сжатии пружины, не должно превышать a_0:

$$a = \frac{kx}{(M+m)} \le a_0. \quad (1)$$

(*2 балла*)

Пружина сжата максимально, когда вся кинетическая энергия системы перешла в потенциальную энергию пружины, т.е. когда

$$\frac{kx_{max}^2}{2} = \frac{(M+m)V^2}{2} \Rightarrow x_{max} = V\sqrt{\frac{M+m}{k}}.$$

Подставляя x_{max} в неравенство (1) и выражая оттуда k, получим первое условие на k:

$$k \le \frac{a_0^2(M+m)}{V^2}. \quad (2)$$

Таким образом, если пружина чересчур жесткая, предмет разобьется.

(*2 балла*)

С другой стороны, если пружина чересчур мягкая, она не сможет предотвратить столкновение тележки со стеной, и предмет разобьется при ударе. Чтобы этого не произошло, x_{max} не должно превышать L

$$x_{max} = V\sqrt{\frac{M+m}{k}} \le L \Rightarrow k \ge \frac{(M+m)V^2}{L^2}. \quad (3)$$

(*3 балла*)

Итак, согласно неравенствам (2) и (3), чтобы хрупкий предмет не разбился, жесткость пружины должна удовлетворять двойному неравенству

$$\frac{(M+m)V^2}{L^2} \le k \le \frac{a_0^2(M+m)}{V^2}. \quad (4)$$

(*1 балл*)

Задача 2

Обозначим: x – расстояние между частицей в положении равновесия и стержнями, h – глубина, на которой частица будет находиться под стержнями, когда ее будут поднимать (см. рис. 1), Q – искомый заряд частицы.

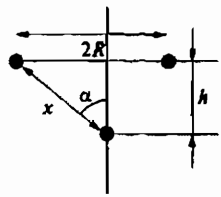


Рис. 1

Если стержни медленно поднимать, возможно, что частица будет находиться в состоянии равновесия под действием силы тяжести mg и кулоновских сил притяжения к каждому стержню F_{KL}. (*1 балл*)

Итак, на частицу действуют силы, изображенные на рис. 2, причем

$$F_{KL} = \frac{\sigma|Q|}{2\pi\varepsilon_0 x}.$$

Чтобы частица находилась в равновесии, сумма сил, действующих на нее, должна обращаться в ноль. В проекции на горизонтальную ось это условие тривиально выполняется из симметрии. В проекции на вертикальную ось оно дает нам

$$mg = 2F_{KL}\cos\alpha = \frac{\sigma|Q|\cos\alpha}{\pi\varepsilon_0 x}.$$

(*2 балла*)

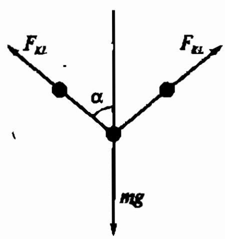


Рис. 2

Подставляя сюда найденные из геометрических соображений (см. рис. 1)

$$x = \sqrt{R^2 + h^2} \text{ и } \cos\alpha = h : \sqrt{R^2 + h^2},$$

получаем уравнение на h

$$mg = \frac{\sigma|Q|h}{\pi\varepsilon_0\left(R^2 + h^2\right)}, (1)$$

которое несложно свести к виду $h_2 - Ah + R^2 = 0$ (2), где

$$A = \frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg}.$$

(*1 балл*)

Уравнение (2) разрешимо относительно h, если дискриминант квадратного уравнения неотрицателен, т.е. при $|A| \geq 2R$. Итак, частицу можно поднять, поднимая медленно стержни вверх, если

$$|A| = \frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg} \geq 2R.$$

(*3 балла*)

Казалось бы, ответ задачи найден. Однако для того, чтобы окончательно убедиться в том, что он правильный, необходимо ответить на вопрос – а будет ли хоть одно из решений уравнения (1) давать устойчивое положение частицы в поле стержней? Исследование этого вопроса оценивается *дополнительными 5 баллами*:

Исследуем, как ведет себя правая часть уравнения (1)

$$f(h) = \frac{\sigma|Q|h}{\pi\varepsilon_0\left(R^2 + h^2\right)}$$

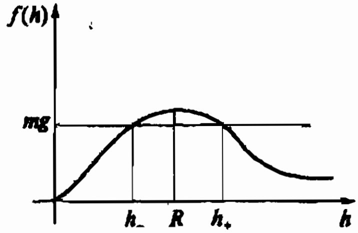
при случайном смещении частицы из положения равновесия. Равновесие устойчиво, если при малом увеличении h (при опускании частицы) функция $f(h)$ увеличивается (кулоновская сила начинает сильнее тянуть вверх частицу), и наоборот, при небольшом уменьшении h (при поднимании частицы) функция $f(h)$ уменьшается (частицу начинает тянуть вверх слабее). (*2 балла*)

Таким образом, положение равновесия устойчиво, если производная

$$\frac{df(h)}{dh}$$

положительна, и неустойчиво, если она отрицательна или равна нулю (см. рис. 4):

$$\frac{df(h)}{dh}=\frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)}-\frac{2|Q|\sigma h^2}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)^2}=|Q|\sigma\frac{R^2-h^2}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)^2}.$$



Следовательно, при $h < R$ величина

$$\frac{df(h)}{dh}>0,$$

и положение равновесия устойчиво лишь в этом случае.

Выражая из (2) равновесные положения частицы

$$h_{\pm}=\frac{A}{2}\pm\sqrt{\frac{A^2}{4}-R^2}$$

и вспоминая, что согласно (3) $|A| \geq 2R$, легко видеть, что лишь корень h – является устойчивым, да и то только в том случае, когда неравенство (3) выполняется строго, т.е. при

$$\frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg}>2R.$$

Аналогичный результат также можно немедленно получить, непосредственно рассматривая график функции $f(h)$. (*3 балла*)

Задача 3

Обозначим: T – температура воды и воздуха над ней; M – масса стакана, m – масса воздуха в стакане l_x – высота воздуха в стакане, установившаяся конце.

Сразу после погружения динамометр показывает разницу между действующей на стакан силой тяжести и выталкивающей силой Архимеда:

$$F_{нач}=(M+m)g-\sigma_0 g l_0 S.\ (1)$$

Так как стакан опускают быстро, он не успевает обменяться теплом с окружающей водой. При этом адиабатическое сжатие воздуха при погружении до объема l_0S сопровождается нагреванием воздуха до температуры T_1. Затем в течение некоторого времени устанавливается термодинамическое равновесие между воздухом и водой, в результате которого воздух остывает до исходной температуры T, а объем его соответственно уменьшается, что вызывает уменьшение плавучести стакана. (*2 балла*)

Когда стакан еще находился над водой (до погружения), он был целиком (на объем LS) наполнен воздухом при атмосферном давлении и температуре T. При этом уравнение Клапейрона-Менделеева имеет вид

$$p_0LS = \frac{m}{\mu}RT. \quad (2)$$

(*1 балл*)

На глубине же H газ находится под давлением $p_0 + \rho_0g(H + l_x)$, и в конце концов занимает объем l_xS при температуре T. При этом уравнение Клапейрона-Менделеева принимает вид

$$\left(p_0 + \rho_0g\left(H + l_x\right)\right)Sl_x = \frac{m}{\mu}RT. \quad (3)$$

(*1 балл*)

Приравнивая левые части формул (2) и (3), находим l_x:

$$l_{x\pm} = \frac{1}{2}\left(\pm\sqrt{\left(\frac{p_0}{\rho_0g}+H\right)^2 + \frac{4p_0L}{\rho_0g}} - \left(\frac{p_0}{\rho_0g}+H\right)\right) \quad (4)$$

Очевидно, что физичен только корень $l_x + > 0$. (*2 балла*)

После установления в системе термодинамического равновесия динамометр показывает новую разницу между весом стакана и выталкивающей его архимедовой силой

$$F_{\text{конечн}} = (M + m)g - \rho_0gl_x + S. \quad (5)$$

(*1 балл*)

Различие между показаниями динамометра в начале (1) и в конце (5) составляет

$$\Delta F = F_{\text{нач}} - F_{\text{конечн}} = \rho_0gS(l_x + -l_0),$$

где определяется формулой (4). (*1 балл*)

Задача 4

Обозначим: V_z – проекция начальной скорости частицы на ось Oz.

Опишем характер движения частицы до соударения с плоскостью. Вертикальная проекция скорости $V_z = V\sin\alpha$ сохраняется, так как в проекции на эту ось не действуют внешние силы. В проекции на горизонтальную плоскость частица движется по окружности с постоянной скоростью $V_{xy} = V\cos\alpha$. Таким образом, траектория движения частицы до столкновения – спираль. Скорость частицы по модулю постоянна, так как магнитная сила не совершает работы. (*2 балла*)

Найдем параметры траектории частицы. Движение по окружности радиуса R в плоскости Oxy обеспечивается силой Лоренца

$$qV_{xy}B = \frac{mV_{xy}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV_{xy}}{qB} = \frac{mV\cdot\cos\alpha}{qB}. \quad (1)$$

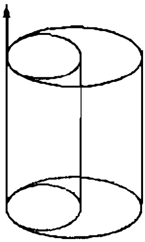
Период обращения по этой окружности

$$T = \frac{2\pi R}{V_{xy}} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (2)$$

(*2 балла*)

После столкновения с плоскостью траектория частицы осталась спиралью. Вертикальная компонента скорости в процессе удара изменила свое направление на противоположное. Так как заряд частицы уменьшился вдвое, радиус спирали и период обращения увеличился в 2 раза (см. формулы (1), (2)): $R' = 2R$; $T' = 2T$. (*1 балл*)

Итак, до столкновения траектория частицы – спираль, намотанная на вертикальный цилиндр радиуса R, после столкновения траектория частицы – спираль, намотанная на вертикальный цилиндр радиуса $2R$. По условию задачи цилиндры имеют общую точку с координатами $\{x = 0,\ y = 0,\ z = 0\}$ (точка старта, там, где траектории заведомо пересекаются). Следовательно, цилиндры могут быть взаимно расположены только как на рисунке 1 (касаются друг друга, имея общую вертикальную прямую, проходящую через начало координат). (*3 балла*)



Поэтому понятно, что траектории до и после соударения с плоскостью могут пересекаться только над точкой старта. Частица до соударения оказывалась над точкой старта каждый раз, совершив полный оборот, т.е. через моменты времени T, $2T$, $3T$, $4T$ ... nT после начала движения (n – целое число оборотов, которое частица совершит до соударения). Зная вертикальную компоненту скорости частицы, легко понять, что частица до соударения окажется в эти моменты над точкой старта на высоте

$$TV\sin\alpha,\ 2TV\sin\alpha,\ 3TV\sin\alpha,\ 4TV\sin\alpha,\ \ldots\ nTV\sin\alpha \quad (3)$$

соответственно, причем верхняя точка $nVT\sin\alpha$ совпадает по высоте с расположением плоскости $nTV\sin\alpha = H$ (4)

После соударения период обращения частицы увеличился в 2 раза, следовательно, она будет совершать полный оборот в 2 раза медленнее и пролетает над точкой старта в 2 раза меньшее количество раз ($n : 2$ раз), а именно в точках

$$H - 2TV\sin\alpha = (n-2)TV\sin\alpha,\ (n-4)TV\sin\alpha,$$
$$(n-6)TV\sin\alpha\ \ldots\ 2TV\sin\alpha,\ 0.$$

Во всех этих точках траектория частицы пересечет саму себя (см. выр. (3)). Так как число этих точек по условию равно N, следовательно, $n = 2N$. (*2 балла*)

Воспользовавшись (4) и выражением для периода T, найдем

$$H = 2NTV\sin\alpha = \frac{4\pi mNV\cdot\sin\alpha}{qB}.$$

Вариант II

Задача 1

Обозначим через V искомую скорость тележки.

Если пружина в какой-то момент сжата в результате взаимодействия с тележкой на величину x, то сила $F = kx$, с которой пружина действует на тележку, обеспечивает ускорение а, которое испытывает тележка вместе с находящимся на ней предметом

$$kx = (M + m)a.$$

Поскольку предмет бьется при ускорениях больше чем a_0, то ускорение, которое он испытывает при любом сжатии пружины, не должно превышать a_0:

$$a = \frac{kx}{(M+m)} \le a_0. \ (1)$$

(*2 балла*)

Пружина сжата максимально, когда вся кинетическая энергия системы перешла в потенциальную энергию пружины, т.е. когда

$$\frac{kx_{max}^2}{2} = \frac{(M+m)V^2}{2} \Rightarrow x_{max} = V\sqrt{\frac{M+m}{k}}.$$

Подставляя x_{max} в неравенство (1) и выражая оттуда V, получим первое условие на V:

$$V \le a_0\sqrt{\frac{(M+m)}{k}}. \ (2)$$

Таким образом, если скорость чересчур большая, предмет разобьется при взаимодействии с пружиной. (*2 балла*)

С другой стороны, если пружина не сможет предотвратить столкновение тележки со стеной, то предмет также разобьется. Чтобы этого не произошло, x_{max} не должно превышать L

$$x_{max} = V\sqrt{\frac{M+m}{k}} \le L \Rightarrow V \le L\sqrt{\frac{k}{M+m}}. \ (3)$$

(*3 балла*)

Итак, чтобы хрупкий предмет не разбился, скорость тележки должна удовлетворять неравенствам (2) и (3) *одновременно*, что можно также записать в виде

$$V \le \min\left(a_0\sqrt{\frac{M+m}{k}}, L\sqrt{\frac{k}{M+m}}\right). \ (4)$$

(*1 балл*)

Задача 2

Обозначим: x – расстояние между частицей в положении равновесия и стержнями, h – высота, на которой частица будет находиться над стержнями, когда ее будут опускать (см. рис. 1), Q – искомый заряд частицы.

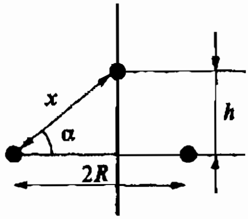


Рис. 1

Если частицу медленно опускать, возможно, что она будет находиться в состоянии равновесия под действием силы тяжести mg и кулоновских сил отталкивания каждого стержня F_{KL}. (*1 балл*)

На частицу действуют силы, изображенные на рис. 2, причем

$$F_{KL} = \frac{\sigma|Q|}{2\pi\varepsilon_0 x}.$$

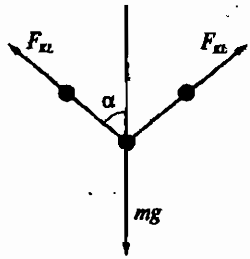


Рис. 1

Чтобы частица находилась в равновесии, сумма сил, действующих на нее, должна обращаться в ноль. В проекции на горизонтальную ось это условие тривиально выполняется из симметрии. В проекции на вертикальную ось оно дает нам

$$mg = 2F_{KL}\cos\alpha = \frac{\sigma|Q|\cos\alpha}{\pi\varepsilon_0 x}.$$

(*2 балла*)

Подставляя сюда найденные из геометрических соображений (см. рис. 1)

$$x = \sqrt{R^2 + h^2} \text{ и } \cos\alpha = h : \sqrt{R^2 + h^2},$$

получаем уравнение на h

$$mg = \frac{\sigma|Q|h}{\pi\varepsilon_0\left(R^2 + h^2\right)}, (1)$$

которое несложно свести к виду

$$h_2 - Ah + R_2 = 0 \ (2),$$

где

$$A = \frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg}.$$

(*1 балл*)

Уравнение (2) разрешимо относительно h, если дискриминант квадратного уравнения неотрицателен, т.е. при $|A| \geq 2R$. Итак, частица «зависнет» над стержнями, если

$$|A| = \frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg} \geq 2R. \ (3)$$

(*3 балла*)

Казалось бы, ответ задачи найден. Однако для того, чтобы окончательно убедиться в том, что он правильный, необходимо ответить на вопрос – а будет ли хоть одно из решений уравнения (1) давать устойчивое положение частицы в поле стержней? Исследование этого вопроса оценивается *дополнительными 5 баллами*:

Исследуем, как ведет себя правая часть уравнения (1)

$$f(h) = \frac{\sigma|Q|h}{\pi\varepsilon_0\left(R^2 + h^2\right)}$$

при случайном смещении частицы из положения равновесия. Равновесие устойчиво, если при малом увеличении h (при подъеме частицы) функция $f(h)$ уменьшается (кулоновская сила начинает слабее отталкивать частицу вверх), и наоборот, при небольшом уменьшении h (при опускании частицы) функция $f(h)$ увеличивается (частицу начинает толкать вверх сильнее). (*2 балла*)

Таким образом, положение равновесия устойчиво, если производная

$$\frac{df(h)}{dh}$$

отрицательна, и неустойчиво, если она положительна или равна нулю (см. рис. 3):

$$\frac{df(h)}{dh} = \frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)} - \frac{2|Q|\sigma h^2}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)^2} = |Q|\sigma\frac{R^2-h^2}{\pi\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)}.$$

Следовательно, при $h > R$ величина

$$\frac{df(h)}{dh} < 0,$$

и положение равновесия устойчиво лишь в этом случае.

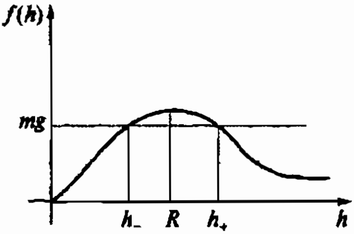


Рис. 3

Выражая из (2) равновесные положения частицы

$$h_{\pm} = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4} - R^2}$$

и вспоминая, что согласно (3) $|A| \geq 2R$, легко видеть, что лишь корень h_+ является устойчивым, да и то только в том случае, когда неравенство (3) выполняется строго, т.е. при

$$\frac{|Q|\sigma}{\pi\varepsilon_0 mg} > 2R.$$

Аналогичный результат также можно немедленно получить, непосредственно рассматривая график функции $f(h)$. (*3 балла*)

Задача 3

Обозначим: M — масса стакана, m — масса воздуха в стакане в конце процесса. l_x — высота, на которой воздух устанавливается в стакане в конце процесса

В начале динамометр показывает разницу между действующей на стакан силой тяжести и выталкивающей силой Архимеда:

$$F_{\text{нач}} = Mg - \rho_0 gLS.$$

(*1 балл*)

Когда стакан поднимают, воздух в нем начинает изотермически расширяться, и часть воздуха выходит наружу. Когда затем стакан снова опускают, оставшийся в стакане воздух сжимается, что вызывает уменьшение плавучести стакана. (*2 балла*)

Когда стакан находился в верхнем положении, он был целиком (на объем LS) наполнен воздухом при давлении $p_0 + \rho_0 gL$ и температуре T. При этом уравнение Клапейрона-Менделеева имеет вид:

$$(p_0 + \rho_0 gL)LS = \frac{m}{\mu}RT. \ (2)$$

(*1 балл*)

На глубине же H (в конечном положении стакана) та же самая масса газа находится под давлением $p_0 + \rho_0 g(H + l_x)$, и в конце концов занимает объем $l_x S$ при температуре T. При этом уравнение Клапейрона-Менделеева принимает вид

$$(p_0 + \rho_0 g(H + l_x))Sl_x = \frac{m}{\mu}RT. \ (3)$$

(*1 балл*)

Приравнивая левые части формул (2) и (3), находим l_x:

$$l_{x\pm} = \frac{1}{2}\left(\pm\sqrt{\left(\frac{p_0}{\rho_0 g} + H\right)^2 + 4L\left(\frac{p_0}{\rho_0 g} + L\right)} - \left(\frac{p_0}{\rho_0 g} + H\right)\right). \ (4)$$

Очевидно, что физичен только корень $l_x + > 0$. (*2 балла*)

После установления в системе термодинамического равновесия динамометр показывает новую разницу между весом стакана и выталкивающей его архимедовой силой

$$F_{\text{конечн}} = Mg - \rho_0 gl_x + S. \ (5)$$

(*1 балл*)

Различие между показаниями динамометра в начале (1) и в конце (5) составляет

$$F = F_{\text{нач}} - F_{\text{конечн}} = \rho_0 gS(l_x + -l_0),$$

где определяется формулой (4).

(*1 балл*)

Задача 4

Обозначим: V_z – проекция начальной скорости частицы на ось Oz.

Опишем характер движения частицы до соударения с плоскостью. Вертикальная проекция скорости $V_z = V\sin\alpha$ сохраняется, так как в проекции на эту ось не действуют внешние силы. В проекции на горизонтальную плоскость частица движется по окружности с постоянной скоростью $V_{xy} = V\cos\alpha$. Таким образом, траектория движения частицы до столкновения – спираль. Скорость частицы по модулю постоянна, так как магнитная сила не совершает работы. (*2 балла*)

Найдем параметры траектории частицы. Движение по окружности радиуса R в плоскости Oxy обеспечивается силой Лоренца

$$qV_{xy}B = \frac{mV_{xy}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV_{xy}}{qB} = \frac{mV \cdot \cos\alpha}{qB}. \quad (1)$$

Период обращения по этой окружности

$$T = \frac{2\pi R}{V_{xy}} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (2)$$

(*2 балла*)

В результате столкновения исходной частицы с плоскостью вертикальная компонента ее скорости заменится на противоположную, которую и будут иметь частицы a и b после соударения. После столкновения с плоскостью траектория частицы a окажется прямой (так как на эту частицу не действуют никакие силы), а траектория частицы b останется спиралью. Так как масса частицы b вдвое меньше массы исходной частицы, радиус спирали и период обращения для частицы b уменьшится в 2 раза по сравнению с исходной частицей (см. формулы (1),(2)): $R' = R : 2$, $T' = T : 2$. (*1 балл*)

Итак, до столкновения траектория частицы – спираль, намотанная на вертикальный цилиндр радиуса R, после столкновения траектория частицы b – спираль, намотанная на вертикальный цилиндр радиуса $R : 2$. По условию задачи цилиндры имеют общую точку с координатами $\{x = 0, y = 0, z = 0\}$ (точка старта, там, где траектории заведомо пересекаются). Следовательно, цилиндры могут быть взаимно расположены только как на рисунке 1 (касаются друг друга, имея общую вертикальную прямую, проходящую через начало координат).

(*3 балла*)

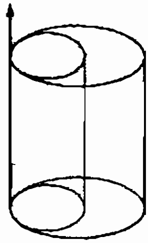


Рис. 4

Поэтому понятно, что траектории могут пересекаться только над точкой старта. Частица до соударения оказывалась над точкой старта каждый раз, совершив полный оборот, т.е. через моменты времени T, $2T$, $3T$, $4T$ ... nT после начала движения (n – целое число оборотов, которое частица совершит до соударения). Зная вертикальную компоненту скорости частицы, легко понять, что частица до соударения окажется в эти моменты над точкой старта на высоте

$$TV\sin\alpha,\ 2TV\sin\alpha,\ 3TV\sin\alpha,\ 4TV\sin\alpha,\ \dots\ nTV\sin\alpha \quad (3)$$

соответственно, причем верхняя точка $nVT\sin\alpha$ совпадает по высоте с расположением плоскости $nTV\sin\alpha = H$ (4)

После соударения период обращения частицы уменьшится в 2 раза, следовательно, она будет совершать полный оборот в 2 раза быстрее и будет пролетать над точкой старта в 2 раза большее количество раз, а именно в точках

$$H - TV\sin\alpha : 2 = (n-1 : 2)TV\sin\alpha,\ (n-1)TV\sin\alpha,$$
$$(n-3 : 2)TV\sin\alpha\ \dots\ (1 : 2)TV\sin\alpha,\ 0.$$

В тех из этих точек, которые присутствуют в наборе точек (3), траектории пересекутся. Легко видеть, что все точки из множества (3) попадают множество (5), т.е. пересечение траекторий произойдет n раз. Так это число по условию равно N, следовательно, $n = N$. (*2 балла*)

Воспользовавшись (4) и выражением для периода T, найдем

$$H = NTV\sin\alpha = \frac{2\pi mNV\cdot\sin\alpha}{qB}.$$

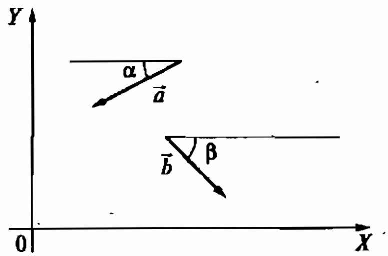
Область, где видно 2 изображения, заштрихована на рис. 4. (*1 балл*)

ЗАДАЧИ

10 КЛАСС. МЕХАНИКА

1. Операции над векторными величинами

1.1. Найдите разность векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и проекции вектора $\vec{c}$ на оси Ox и Oy. Известно, что $a = 5{,}2$ см, $b = 3$ см, $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$. Какой угол с осью координат Ox составляет вектор $\vec{c}$?



Решение:

Для вычисления вектора $\vec{c}$, являющегося разностью векторов, $\vec{a}$ и $\vec{b}$ можно воспользоваться координатным методом: в проекции на координатные оси Ox и Oy соответственно имеем

$c_x = a_x - b_x$, $c_y = a_y - b_y$,

где $a_x = -a\cos\alpha$, $b_x = -b\cos\beta$, $a_y = -a\sin\alpha$, $b_y = -b\sin\beta$.

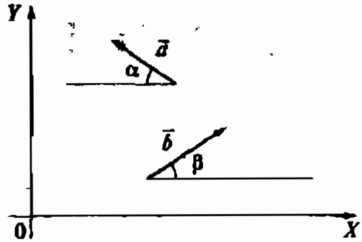
Тогда $c_x = a_x - b_x$, $- a\cos\alpha - b\cos\beta = - 6{,}0$ см, $c_y = a_y - b_y = -a\sin\alpha + b\sin\beta \approx 0$.

Длина вектора $\vec{c}$ равна $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = 6{,}0$ см. Он составляет с осью Ox угол γ, определенный условием,

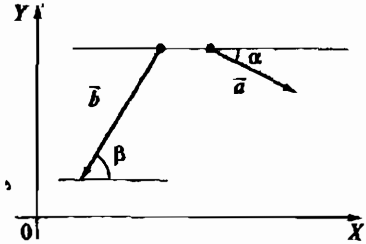
$$\cos\gamma = \frac{c_x}{c} = -1,$$

то есть $\gamma = 180°$.

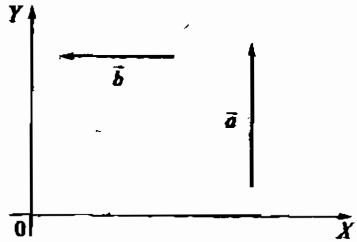
1.2. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = 10$ см, $b = 20$ см, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$.



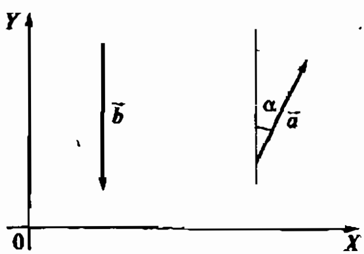
1.3. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = 10$ см, $b = 20$ см, $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$.



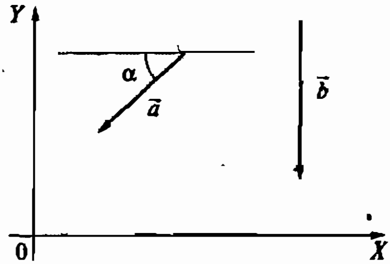
1.4. Сложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину результирующего вектора, если $a = 3$ см, $b = 4$ см. Угол между векторами составляет 90°.



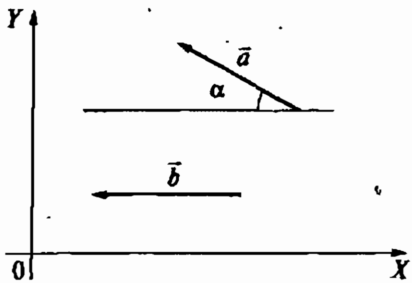
1.5. Сложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину результирующего вектора, если $a = 5$ см, $b = 3$ см, $\alpha = 30°$.



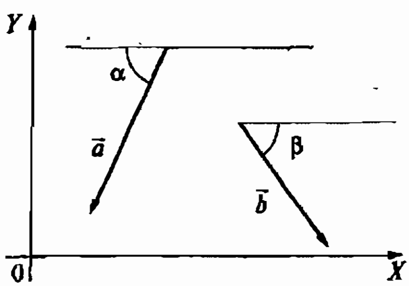
1.6. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = b = 1$ см, $\alpha = 30°$.



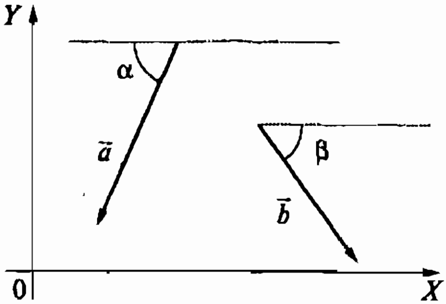
1.7. Найдите проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на оси Ox и Oy, если $a = b = 1$ см, $\alpha = 30°$.



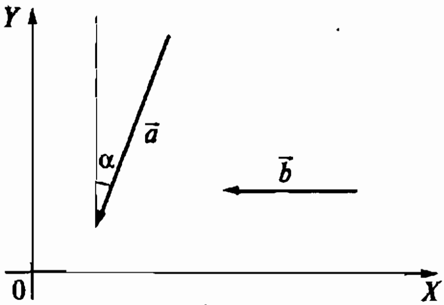
1.8. Найдите сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и проекции этой суммы на оси Ox и Oy, если $a = b = 5$ см, $\alpha = 60°$.



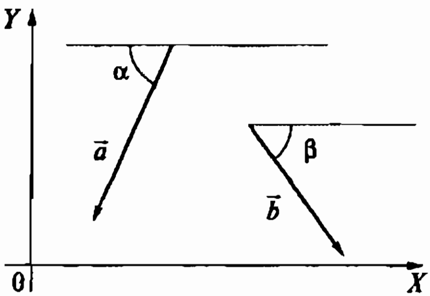
1.9. Найдите сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и проекции этой суммы на оси Ox и Oy, если $a = b = 10$ см, $\alpha = 60°$.



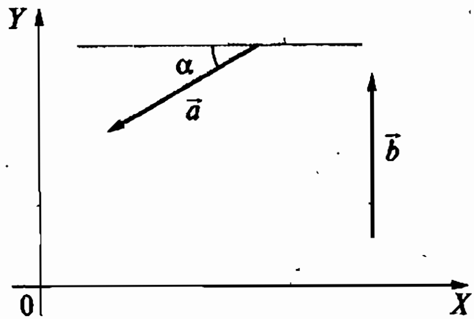
1.10. Найдите разность векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и проекции этой разности на оси Ox и Oy, если $a = 10$ см, $b = 5$ см, $\alpha = 30°$. Докажите, что вектор $\vec{c}$ вертикален.



1.11. Найдите разность векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и проекции этой разности на оси Ox и Oy, если $a = b = 10$ см, $\alpha = 60°$.



1.12. Найдите сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и проекции этой суммы на оси Ox и Oy, если $a = 8$ см, $b = 4$ см, $\alpha = 30°$. Докажите, что вектор $\vec{a} + \vec{b}$ горизонтален.



2. Равномерное движение. Средняя скорость (по пути и по перемещению)

2.1. Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с, а вторую половину пути – со скоростью $\upsilon_2 = 15$ м/с. Найдите среднюю скорость $\upsilon_{ср}$ на всем пути.

Дано:	Решение:
$\upsilon_1 = 10$ м/с $\upsilon_2 = 15$ м/с $\Delta S : 2 = S_1$ $\Delta S : 2 = S_2$	Средняя скорость на пройденном пути ΔS за время Δt по определению равна $\upsilon_{ср} = \Delta S : \Delta t$. Время Δt прохождения пути определено выражением: $\Delta t = t_1 + t_2$, где t_1 – время движения со скоростью υ_1, t_2 – время движения со скоростью υ_2, причем $\Delta S : 2 = \upsilon_1 \cdot t_1$,
Найти: $\upsilon_{ср}$	

$$S : 2 = \upsilon_2 \cdot t_2 \Rightarrow t = \frac{\Delta S}{2\upsilon_1} + \frac{\Delta S}{2\upsilon_2}.$$

Окончательно

$$\upsilon_{ср} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2};\ \upsilon_{ср} = 12 \text{ м/с}.$$

2.2. Найдите среднюю скорость движения автомобиля, если известно, что ¼ часть времени он двигался со скоростью 16 м/с, а все остальное время – со скоростью 8 м/с.

Дано:	**Решение:**
$\upsilon_1 = 16$ м/с $\upsilon_2 = 8$ м/с $t_1 = \Delta t : 4$	Движение автомобиля со скоростью υ происходит в течении времени,
Найти: $\upsilon_{ср}$	

$$\Delta t_1 = \frac{1}{4}\Delta t,$$

а со скоростью υ_2 — в течение времени

$$\Delta t_2 = \frac{3}{4}\Delta t.$$

Общее время движения

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{1}{4}\Delta t + \frac{3}{4}\Delta t.$$

Путь, пройденный автомобилем, определен выражением:

$$\Delta S = \upsilon_1 \Delta t_1 + \upsilon_2 \Delta t_2 = \upsilon_1 \cdot \frac{1}{4}\Delta t + \upsilon_2 \cdot \frac{3}{4}\Delta t.$$

Средняя скорость, по определению равная $\upsilon_{ср} = \Delta S : \Delta t$,

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 \Delta t_1 + \upsilon_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\upsilon_1 \frac{1}{4}\Delta t + \upsilon_2 \frac{3}{4}\Delta t}{\frac{1}{4}\Delta t + \frac{3}{4}\Delta t} = \frac{\frac{1}{4}\upsilon_1 + \frac{3}{4}\upsilon_2 \cdot \Delta t}{\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{4}\upsilon_1 + \frac{3}{4}\upsilon_2,\ \upsilon_{ср} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{ср} = \frac{1}{4}\upsilon_1 + \frac{3}{4}\upsilon_2 = 10$ м/с.

2.3. Зависимость ординаты точки от времени имеет вид $y = 8 - 8t^2$ (все величины в СИ), абсцисса точки от времени не зависит: $x = \text{const}$. Найдите среднюю скорость по перемещению (средневекторную скорость) за первые $\tau = 2$ с от начала движения.

Дано:	**Решение:**
$y = 8 - 8t^2$ $x = \text{const}$ $\tau = 2$ с	По определению $\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$; по условию задач $\Delta x = 0$, так как $x = \text{const}$, следовательно
Найти: $\vec{\upsilon}_{ср}$	

$$|\Delta\vec{r}| = |\Delta y| \text{ и } |\vec{\upsilon}_{ср}| = \frac{|y(\tau) - y(0)|}{\tau} = \frac{|(8 - 8\tau^2) - (8 - 0)|}{\tau} = 16 \text{ м/с}.$$

Ответ: $|\vec{\upsilon}_{ср}| = 16$ *м / с*, $(\upsilon_{ср})_y = -16$ м/с, $(\upsilon_{ср})_x = 0$.

2.4. Заданы уравнения движения материальной точки: $x = 2t$, $y = t$ (все величины заданы в СИ). Найдите величины и направление ее скорости через $\tau = 2$ с после прохождения начала координат.

Дано: $x = 2t$ $y = t$ (СИ) $\tau = 2$ с **Найти:** $\vec{\upsilon}(\tau)$	**Решение:** Убедимся в том, что координаты x и y обращаются в нуль одновременно. Действительно, рассмотрев условия $x(t_0) = 2t_0 = 0$ и $y(t_0) = t_0 = 0$, мы видим, что в момент времени $t_0 = 0$ одновременно обе координаты принимают нулевые значения (то есть точка проходит начало координат в момент времени $t = t_0 = 0$).

Таким образом, нас интересует скорость точки в момент времени $\tau = 2$ с после начала движения. Заметим, что обе зависимости координат от времени – $x(t)$ и $y(t)$ – линейные, следовательно, движение точки является равномерным, то есть происходит с постоянной по величине и направлению скорости. Она может быть определена из соотношения $\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{r}$ – перемещение за любой промежуток времени Δt.

Проекции скорости на координатной оси равны:

$$\upsilon_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{2(t + \Delta t) - 2t}{\Delta t} = 2 \text{ м/с}.$$

$$\upsilon_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} = \frac{2(t + \Delta t) - 2t}{\Delta t} = 1 \text{ м/с}.$$

Мы не только вычислили значения проекций скорости на координатные оси – мы убедились в том, что эти проекции не зависят от Δt, то есть являются постоянными и соответствуют случаю равномерного движения. Модуль скорости равен

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = 2,24 \text{ м/с}.$$

Она составляет с осью Ox угол α такой, что

$$tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{1}{2}; \alpha = 26,6^\circ.$$

Ответ: $\upsilon = 2,24$ *м / с*, $tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{1}{2}; \alpha = 26,6^\circ.$

2.5. Точки A и B движутся в плоскости xOy. Уравнения движения имеют вид:

$$\vec{r}_a = at\vec{i} + b\vec{j}, \vec{r}_b = bt\vec{i} + a\vec{j}.$$

Здесь a и b – некоторые постоянные. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда и где? Здесь $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – единичные векторы, направление которых совпадает с положительным направлением осей Ox и Oy.

Дано:

$\vec{r}_a = at\vec{i} + b\vec{j}$

$\vec{r}_b = bt\vec{i} + a\vec{j}$

$\vec{r}_a(t_0) = \vec{r}_b(t_0) = \vec{r}_0$

Найти:

$t_0, \vec{r}_0$

Решение:

Приведенные выражения для радиус-векторов удобно переписать в координатном виде:

$$x_A(t) = at; y_A(t) = b; x_B(t) = b; y_B(t) = at.$$

Если точки встретятся в момент времени t_0, то одновременно должны выполняться два условия:

$$x_A(t_0) = at_0 = x_B(t_0) = b; (1)$$
$$y_A(t_0) = b = y_B(t_0) = at_0. (2)$$

Значение $t_0 = \frac{b}{a}$ удовлетворяет условию (1) и (2), точки A и B действительно встретятся. Координаты радиус-вектора $\vec{r}_0$ места встречи равны $x(t_0) = b$; $y(t_0) = b$.

Ответ: $t_0 = \frac{b}{a}, x(t_0) = b; y(t_0) = b.$

2.6. Из Москвы в Петербург, расстояние между которыми 600 км, одновременно вышел поезд со скоростью 100 км/ч и вылетела муха со скоростью 300 км/ч. Муха, долетев до Петербурга, возвращается к экспрессу, встретив его, поворачивается вновь к Петербургу и т.д. Сколько километров налетает муха? Какова будет ее средняя скорость и ее средняя путевая скорость?

2.7. Первую треть пути точка движется со скоростью υ_1, вторую треть пути со скоростью υ_2, последнюю треть пути – со скоростью υ_3. Найдите среднюю скорость за все время движения.

2.8. Поезд первую половину пути двигался со скоростью в $n = 1{,}5$ раза большей, чем вторую половину пути. Какова скорость поезда на каждом участке, если средняя скорость прохождения всего пути равна $\upsilon_{ср} = 12$ м/с?

2.9. Велосипедист проехал за 5 секунд 40 м, за следующие 10 секунд 100 м, и за последующие 5 секунд 60 м. Найти среднюю скорость прохождения всего пути.

2.10. Автомобиль прошел расстояние от пункта A до пункта B со скоростью $\upsilon_1 = 80$ км/ч и обратно со скоростью $\upsilon_2 = 40$ км/ч. Какова средняя скорость автомобиля?

2.11. На соревнованиях по плаванию на дистанцию $S = 100$ м вольным стилем в бассейне длиной $l = 25$ м пловец, проплыв четверть дистанции за время $t_1 = 11$ с, каждую последующую четверть дистанции проплывая на $\Delta t = 1{,}5$ с хуже. Вычислите время заплыва, среднюю путевую скорость пловца и его средневекторную скорость (среднюю скорость перемещения).

2.12. Из города со скоростью $\upsilon_1 = 18$ м/с выезжает автомашина. Спустя время $t_1 = 20$ минут вслед за ней выезжает вторая автомашина. С какой скоростью двигалась вторая автомашина, если она догнала первую спустя время $t_2 = 1$ час после начала движения?

2.13. Поезд прошел путь $S = 200$ км. В течение времени $t_1 = 1$ ч он двигался со скоростью $\upsilon_1 = 100$ км/ч, затем сделал остановку на $t_2 = 30$ минут. Оставшуюся часть пути он проходил со скоростью $\upsilon_2 = 40$ км/ч. Какова средняя путевая скорость $\upsilon_{ср}$ поезда?

2.14. Одну треть пути тело движется со скоростью $\upsilon_1 = 36$ км/ч, а остальной путь, равный $S_2 = 300$ м, проходит

$t_2 = 60$ с. Определите среднепутевую скорость движения тела.

2.15. Первую половину всего времени вертолет перемещался на север со скоростью $\upsilon_1 = 30$ м/с, а вторую половину времени – на восток со скоростью $\upsilon_2 = 40$ м/с. Определить разность между среднепутевой скоростью и модулем средней скорости перемещения(средней векторной скорости).

2.16. На дистанции $S = 1500$ м одновременно стартуют два бегуна A и B; A пробегает первую половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с, а вторую – со скоростью $\upsilon_2 = 6$ м/с; бегун B первую половину времени, затраченного на преодоление всей дистанции, пробегает со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с, а вторую – со скоростью $\upsilon_2 = 6$ м/с. Какой из бегунов финиширует раньше? На какое расстояние ΔS обгонит он другого бегуна?

2.17. Движение двух велосипедистов по прямой описывается уравнением $x_1(t) = 5t$, $x_2(t) = 150 - 10t$ (x – в метрах, t – в секундах). Постройте графики зависимостей $x(t)$ для обоих велосипедистов. Найдите время и место встречи велосипедистов (аналитически и графически).

2.18. Две материальные точки движутся вдоль оси Ox согласно уравнениям $x_1(t) = 8t$, $x_2(t) = 10 - 2t$. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда и где? Все величины заданы в СИ.

2.19. Точки K и M в момент $t = 0$ начинают двигаться вдоль оси Ox согласно уравнениям $x_K = 2 - 3t$, $x_M = 3 + 5t$. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то когда? Все величины заданы в СИ.

2.20. Материальная точка движется по плоскости в соответствии с уравнениями: $x = t$, $y = 3$. Найдите модуль средней скорости по перемещению (средневекторной скорости) в первые τ секунд движения. Все величины заданы в СИ.

2.21. Материальная точка начинает движение из начала координат. Проекции ее скорости описываются зависимостями $\upsilon_x = b = 2$ м/с, $\upsilon_y = c = 3$ м/с. Найдите пройденный точкой путь и модуль вектора перемещения за время $\tau = 5$ с.

2.22. Зависимость абсциссы движущейся вдоль оси Ox материальной точки, от времени выражается уравнением $x = 6 + 3t + 2t^2$ (Все величины заданы в СИ). Определите модуль средней скорости по перемещению за первые $\tau = 2$ с движения.

2.23. Уравнения движения материальной точки имеют вид: $x = 3t$, $y = 10 - 4t$. Найдите модуль скорости и угол, который составляет вектор скорости с осью Ox через $\tau = 2$ с после начала движения. Все величины заданы в СИ.

2.24. Материальная точка движется вдоль оси Ox. Уравнение движения имеет вид: $x = A + Bt$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с. Найдите абсциссу точки и ее скорость в момент времени $\tau = 2$ с.

3. Закон сложения скоростей

3.1. Скорость движения лодки относительно неподвижной воды в $n = 2$ раза больше скорости течения реки. Во сколько раз больше времени занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению?

Дано:
n

Найти: $\dfrac{t_{по}}{t_{против}}$

Решение:
Путь, проходимый телом при равномерном движении со скоростью υ за время t, равен $S = \upsilon \cdot t$. Скорость движения лодки относительно берега будет равна векторной сумме двух скоростей — скорости движения лодки в стоячей воде $\vec{\upsilon}_0$ и скорости течения: $\vec{u}$:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{u}.$$

При движении по течению модуль скорости $\upsilon_{по} = \upsilon_0 + u$, $\upsilon_{против} = \upsilon_0 - u$, против течения.

По условию задачи $\upsilon_0 = nu$. Следовательно, $S = (n + 1)ut_{по}$, $S = (n - 1)ut_{против}$,

$$(n+1)ut_{по} = (n-1)ut_{против}, \quad \frac{t_{по}}{t_{против}} = \frac{n+1}{n-1} = 3.$$

Ответ: $\dfrac{t_{по}}{t_{против}} = \dfrac{n+1}{n-1} = 3.$

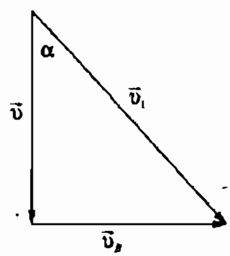
3.2. Капли дождя на окне неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом $\alpha = 30°$ к вертикали. При движении трамвая со скоростью $u = 18$ км/ч полосы от дождя вертикальные. Определите скорость капель υ в безветренную погоду и скорость ветра υ_B.

Дано:	Решение:
$\alpha = 30°$ $u = 18$ км/ч	в системе отсчета, связанной с землей (или неподвижным трамваем) скорость капель дождя, оставляющих след на стекле неподвижного трамвая, складывается из вертикальной составляющей, равной скорости падения $\vec{\upsilon}$
Найти: υ, υ_B	

капель в безветренную погоду, и горизонтальной составляющей, равной скорости ветра: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_B$.

При движении трамвая удобно перейти в связанную с ним систему отсчета. В этой системе отсчета скорость капель равна $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_B - \vec{u}$. Так как относительно движущегося трамвая капли падают вертикально, то горизонтальные составляющие скорости ветра $\vec{\upsilon}_B$ и скорости трамвая $\vec{u}_B$ равны: $\upsilon_B = u = 5$ м/с. Вертикальную составляющую скорости капель υ можно найти, рассмотрев сумму векторов $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \vec{u}_B$.

$$\upsilon = \upsilon_B \cdot tg\alpha = u \cdot tg\alpha = 8,66 \text{ м/с}.$$



Ответ: $\upsilon_B = 5$ м/с, $\upsilon = u \cdot tg\,\alpha = 8,66$ м/с.

3.3. Два поезда проезжают навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями. Машинист одного из них установил, что второй поезд проезжал мимо него в течение $\tau = 5$ с. Какова длина l этого (второго) поезда? Скорости поездов $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 72$ км/ч.

3.4. Определите скорости: катера υ относительно стоячей воды, и скорость воды u в реке, если при движении по течению реки его скорость $\upsilon_1 = 10$ м/с, а при движении против течения $\upsilon_2 = 6$ м/с.

3.5. Самолет летит из пункта A в пункт B и возвращается назад в пункт A. Скорость самолета в безветренную погоду равна $\upsilon = 300$ км/ч. Найдите отношение длительностей полета туда и обратно, если ветер дует вдоль линии AB и скорость его $u = 20$ м/с.

3.6. Моторная лодка плывет по реке из одного пункта в другой и обратно. Во сколько раз время движения лодки против течения больше времени движения по течению, если скорость течения $\upsilon_1 = 2$ м/с, а скорость лодки в стоячей воде $\upsilon_2 = 10$ м/с.

3.7. Двигаясь вниз по течению катер проходит относительно берега путь $S = 96$ м за $t_1 = 8$ с, а обратно – за $t_2 = 15$ с. Определите модуль скорости катера υ относительно воды.

3.8. Определите скорость υ моторной лодки в стоячей воде и скорость u течения воды в реке, если при движении по течению реки ее скорость $\upsilon_1 = 10$ м/с, а при движении против течения – $\upsilon_2 = 6$ м/с.

3.9. Катер, двигаясь по течению из пункта A в пункт B прибыл за время $t_1 = 5{,}0$ ч. Какое время t_2 затратит катер на обратный путь, если скорость катера относительно воды в $n = 5$ раз превосходит скорость течения?

3.10. Теплоход плывет по реке от пункта A до пункта B со скоростью относительно берега $\upsilon_1 = 10$ км/ч, и обратно со скоростью $\upsilon_2 = 2$ км/ч. Найдите скорость теплохода в системе отсчета, связанной с водой, и скорость течения реки.

3.11. Катер совершает две поездки (туда и обратно) в пункты, находящиеся от пристани на одинаковом расстояние S: одну поездку по реке, другую – по озеру. Скорость течения реки υ_1, скорость катера относительно воды υ_2. На сколько больше времени займет поездка по реке, чем по озеру?

3.12. Между двумя пунктами, расположенными на реке на расстоянии $S = 100$ км один от другого, курсирует катер, который, идя по течению, проходит это расстояние за время $t_1 = 4$ ч, а идя против течения, – за время $t_2 = 10$ ч. Определите скорость течения реки и скорость катера υ относительно воды.

3.13. Катер курсирует по реке между пунктами A и B. Скорость катера относительно неподвижной воды в n раз больше скорости течения реки. Во сколько раз время прохождения катером расстояния между этими двумя пунктами против теения реки больше времени, необходимого для прохождения этого расстояния по течению реки?

3.14. Катер идет по течению реки из пункта *A* в пункт *B* $t_1 = 3$ ч, обратно $t_2 = 6$ ч. Сколько времени потребовалось бы этому катеру для того, чтобы проплыть расстояние *AB* по течению при выключенном моторе?

3.15. Катер проходит расстояние между двумя пунктами по реке вниз по течению за время $t_1 = 8$ ч, а обратно – за $t_2 = 12$ ч. За сколько часов катер прошел бы это расстояние в стоячей воде?

3.16. Определить время подъема из метро пассажире, неподвижно стоящего на эскалаторе, если известно, что при одинаковой скорости относительно ступенек по неподвижному эскалатору он поднимается за $t_1 = 120$ с, а по движущемуся за $t_2 = 30$ с.

3.17. Эскалатор метрополитена поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течении времени $t_1 = 1$ мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за время $t_2 = 3$ мин. Сколько времени будет подниматься пассажир по движущемуся эскалатору?

3.18. Лодка движется под углом $\alpha = 60°$ к берегу со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с. Скорость течения реки $u = 0{,}5$ м/с. Определите величину скорости движения лодки υ_0 относительно неподвижной воды и ее направление относительно берега.

3.19. Два автомобиля движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha = 90°$. Скорости автомобилей $\upsilon_1 = 90$ км/ч и $\upsilon_2 = 60$ км/ч. С какой скоростью υ автомобили удаляются друг от друга? Определите ее величину и направление.

3.20. Два автомобиля движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha = 60°$. Скорости автомобилей $\upsilon_1 = 90$ км/ч и $\upsilon_2 = 60$ км/ч. С какой скоростью υ автомобили удаляются друг от друга?

3.21. В безветренную погоду вертолет двигался точно на север со скоростью $\upsilon = 90$ км/ч. Найдите скорость вертолета относительно земли, если подул северо-западный ветер под углом $\alpha = 45°$ к меридиану. Скорость ветра $u = 10$ м/с. Под каким углом β к меридиану движется вертолет?

3.22. Корабль плывет на восток со скоростью $\upsilon_1 = 70$ км/ч. Пассажиру пролетающего под ним вертолета кажется, что корабль плывет на юг со скоростью $\upsilon_2 = 70$ км/ч. Найдите скорость вертолета и угол, под которым она направлена к меридиану.

3.23. Поезд движется на север со скоростью $\upsilon_1 = 20$ м/с. Пролетающий над ним вертолет летит точно на северо-восток со скоростью $\upsilon_2 = 28{,}3$ м/с. Какова по величине и направлению скорость вертолета с точки зрения пассажира поезда?

4. Одномерное равнопеременное движение

4.1 За время t тело прошло путь S, причем его скорость увеличилась в n раз. Считая движение равноускоренным, вычислите ускорение тела. Направление движения тела не изменилось.

Дано:	Решение:
S, t, n	Поскольку движение равноускоренное, то зависимость скорости от времени имеет вид: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t$. Проекция скорости на направление движения равна $\upsilon = \upsilon_0 + at$.
Найти: a	

По условию $\upsilon = \upsilon_0 n$, откуда $n\upsilon_0 = \upsilon_0 n + at$, и окончательно

$$\upsilon_0 = \frac{at}{n-1} (1).$$

Путь S при одномерном равнопеременном движении равен:

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a} \Rightarrow S = \frac{\upsilon_0^2 (n^2 - 1)}{2a}$$

или

$a = \dfrac{\upsilon_0^2 (n^2 - 1)}{2S}$ с учетом (1) $a = \dfrac{a^2 t (n^2 - 1)}{2S (n-1)^2}$, откуда $a = \dfrac{2S(n-1)}{(n+1)t^2}$.

Ответ: $a = \dfrac{2S(n-1)}{(n+1)t^2}$.

4.2. Тело падает с высоты $h = 100$ м без начальной скорости. За какое время t_1 тело проходит первый метр своего пути? За какое время Δt – последний метр? Какой путь S_1 тело проходит за первую секунду своего падения? Какой путь ΔS тело проходит за последнюю секунду? Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:	Решение:
$h = 100$ м $\tau = 1$ с $l = 1$ м	Если ось Oy направлена вертикально вниз, то зависимость координаты y тела от времени t имеет вид: $$y(t)=\frac{1}{2}gt^2.$$
Найти: t_1, Δt, S, ΔS	За первую секунду движения тело проходит путь

$$S_1=\frac{1}{2}g\tau^2=4,9\text{ м}.$$

Первый метр пути будет пройден за время t_1:

$$y(t_1)=\frac{1}{2}gt_1^2=l,$$

откуда

$$t_1=\sqrt{\frac{2l}{g}}=0,45\text{ с}.$$

Весь путь h пройденный телом, равен

$$h=\frac{gt_0^2}{2},$$

где t_0 – время падения тела на Землю из верхней точки, откуда

$$t_0=\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

За последнюю секунду движения тело проходит путь

$$\Delta S=y(t_0)-y(t_0-\tau)=h-\frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}-\tau\right)^2=$$
$$=\tau\sqrt{2gh}-\frac{1}{2}g\tau^2=39,4\text{ м}.$$

Последний метр пути будет пройден за время $\Delta t=t_0-t_{99}$, где t_{99} – момент времени, когда тело проходит отметку «99 м»:

$$y(t_{99}) = \frac{1}{2}gt_{99}^2 = h - l, \text{ откуда } t_{99} = \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}}.$$

$$\Delta t = t_0 - t_{99} = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}} = 0,023 \text{ с.}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}} = 0,45 \text{ с}, \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}} = 0,023 \text{ с},$$

$$S_1 = \frac{1}{2}g\tau^2 = 4,9 \text{ м}, \Delta S = \tau\sqrt{2gh} - \frac{1}{2}g\tau^2 = 39,4 \text{ м.}$$

4.3. В последнюю секунду своего движения свободно падающее тело прошло половину высоты, с которой оно падало. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите высоту h, с которой тело падало.

Дано:
$\Delta t = 1$ с
$h_2 = h : 2$

Найти:
h

Решение:
Если ось Oy направлена вертикально вниз, то зависимость координаты y тела от времени t имеет вид:

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2.$$

Весь путь h пройденный телом, равен

$$h = \frac{gt_0^2}{2},$$

где t_0 – время падения тела на Землю из верхней точки. Первую половину пути по условию тело проходит за время $(\Delta t - t_0)$, тогда:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}g(t_0 - \Delta t)^2, t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, t_0 - \Delta t = \sqrt{\frac{h}{g}}, \text{ откуда}$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \Delta t + \sqrt{\frac{h}{g}}, \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{\Delta t}{(\sqrt{2-1})}, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{g(\Delta t)^2}{(\sqrt{2-1})} = 57,12 \text{ м.}$$

4.4. Во сколько раз скорость пули υ_1 в середине ствола винтовки меньше, чем при вылете из ствола υ_2? Ускорение пули в стволе винтовки считайте постоянным.

Дано:

$S_1 = \frac{S}{2}$

$S_2 = S$

$a = \text{const}$

Найти: $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$

Решение:

Для описания движения используем систему координат, связанную со стволом винтовки, ось Ox направим по направлению движения пули, начало координат выберем так, чтобы в момент начала движения $t = 0$ выполнялось условие $x(0) = 0$. Тогда $\upsilon_1 = at_1$,

$$\upsilon_2 = at_2,\ \frac{S}{2} = \frac{1}{2}at_1^2,\ S = \frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_1}{a},\ t_2 = \frac{\upsilon_2}{a} \Rightarrow$$

$$\frac{S}{2} = \frac{\upsilon_1^2}{2a},\ S = \frac{\upsilon_1^2}{2a},\ \frac{\upsilon_1^2}{a} = \frac{\upsilon_2^2}{2a}, \text{ откуда } \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{\sqrt{2}} \text{ и } \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{2}.$$

Ответ: $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{2}.$

4.5. Скорость автомобиля за $\Delta t = 20$ с уменьшилась с $\upsilon_1 = 20$ м/с до $\upsilon_2 = 10$ м/с. С каким средним ускорением двигался автомобиль?

4.6. Начальная скорость тела $\upsilon_0 = 24$ м/с, ускорение тела $a = -3{,}0$ м/с^2. Определите скорость тела υ к концу 8-й секунды от начала отсчета.

4.7. Теплоход, двигаясь равноускоренно из состояния покоя с ускорением $a = 0{,}1$ м/с^2, достигает скорости $\upsilon = 18$ км/ч. За какое время Δt эта скорость достигнута? Какой путь S за это время пройден?

4.8. Участок пути длиной $S = 1$ км мотоциклист, двигаясь из состояния покоя, проходит с постоянным ускорением $a = 0{,}8$ м/с^2. За какое время Δt этот путь пройден? Какова скорость υ в конце данного участка пути?

4.9. При какой посадочной скорости υ самолеты могут приземлиться на посадочной полосе аэродрома длиной $l = 800$ м при торможении с ускорением $a_1 = -2{,}7$ м/с^2? $a_2 = -5$ м/с^2?

4.10. Самолет для взлета должен иметь скорость $\upsilon = 100$ м/с. Определите время разбега и ускорение самолета, если пробег самолета перед взлетом $l = 600$ м. Движение самолета при этом считать равноускоренным.

4.11. Самолет при отрыве от земли имеет скорость $\upsilon = 240$ км/ч и пробегает по взлетно-посадочной полосе расстояние $S = 790$ м. Сколько времени τ продолжается разбег и с каким ускорением а движется при этом самолет?

4.12. Машинист увидел красный сигнал светофора на расстоянии $L = 400$ м, когда скорость локомотива была равна $\upsilon_0 = 54$ км/ч, и начал торможение. Определите положение локомотива относительно светофора через $\Delta t = 1$ мин после начала торможения, если он двигался с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2.

4.13. Машинист увидел красный сигнал светофора на расстоянии $L = 400$ м, когда скорость локомотива была равна $\upsilon_0 = 72$ км/ч, и начал торможение. Определите положение локомотива относительно светофора через $\Delta t = 1$ мин после начала торможения, если он двигался с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2.

4.14. Машинист увидел красный сигнал светофора на расстоянии $L = 100$ м, когда скорость локомотива была равна $\upsilon_0 = 72$ км/ч, и начал торможение. Определите положение локомотива относительно светофора через $\Delta t = 1{,}5$ мин после начала торможения, если он двигался с ускорением $a = 0{,}05$ м/с^2.

4.15. При включении тормоза модуль ускорения автомобиля равен $a = 1{,}4$ м/с^2. На каком расстоянии S от препятствия водитель должен начать торможение, если автомобиль ехал со скоростью $\upsilon_0 = 60$ км/ч?

4.16. Автомобиль, имеющий начальную скорость $\upsilon_0 = 36$ км/ч, при торможении останавливается за время $\tau = 2$ с. Каково ускорение a автомобиля и какое расстояние S он пробегает до остановки?

4.17. При скорости $\upsilon_1 = 15$ км/ч тормозной путь автомобиля равен $S_1 = 1{,}5$ км/ч. Каким будет тормозной путь S_2 при скорости автомобиля $\upsilon_2 = 90$ км/ч? Ускорение в обоих случаях считать одинаковым.

4.18. Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх со скоростью υ_0. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите зависимость ординаты y и проекции скорости υy от времени, считая, что ось Oy направлена вертикально вверх.

4.19. С крыши дома высотой $h = 10$ м брошен вверх камень со скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с. Определить время падения камня на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4.20. Тело бросили вертикально вверх. Оно вернулось на землю через $\tau = 6$ с. На какую высоту h поднялось тело? С какой скоростью υ_0 его бросили? Сопротивлением воздуха пренебречь.

4.21. Камень бросили вверх на высоту $h = 10$ м. Через какое время τ после броска он упадет на землю? На какую высоту H поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить в $n = 2$ раза? Сопротивление воздуха не учитывать.

4.22. Мяч, брошенный вертикально вверх с высоты над землей $h = 10$ м, упал на землю через $t_0 = 4$ с. С какой скоростью υ_0 был брошен мяч?

4.23. Какую начальную скорость υ_0 надо сообщить камню при бросании его вертикально вниз с моста высотой $h = 20$ м, чтобы он достиг поверхности воды через $t = 1$ с? На сколько дольше длилось бы свободное падение камня с той же высоты?

4.24. С аэростата, находящегося на высоте $h = 300$ м, упал камень. Через какой промежуток времени он упадет на землю? Задачу решить для трех случаев:

1) аэростат поднимается со скоростью $\upsilon = 5$ м/с;
2) аэростат опускается со скоростью $\upsilon = 5$ м/с;
3) аэростат неподвижен.

4.25. В момент, когда опоздавший пассажир вбежал на платформу, мимо него за время t_1 прошел предпоследний вагон поезда. Последний вагон прошел мимо пассажира за время t_2. На сколько времени опоздал пассажир к отходу поезда? Поезд движется равноускоренно, длина вагонов одинакова.

4.26. Тело, брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью υ_0. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите, какой промежуток времени Δt разделяет два прохождения телом высоты h.

4.27. Тело, брошено вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon_0 = 21$ м/с. Определить время между моментами прохождения телом половины максимальной высоты.

4.28. Тело, брошенное с поверхности земли вертикально вверх, на высоте $h = 24,5$ м побывало дважды с интервалом времени $\Delta t = 3$ с. Совмещая начало координат с начальным положением тела, вычислите начальную скорость тела υ_0.

4.29. Точка за $\tau = 10$ с прошла путь $S = 60$ м, при этом ее скорость увеличилась в $n = 5$ раз. Определите ускорение точки а, считая его постоянным.

4.30. Тело, имея начальную скорость $\upsilon_0 = 1$ м/с, двигалось прямолинейно и равноускоренно и достигло, пройдя некоторое расстояние, скорости $\upsilon = 7$ м/с. Какова было скорость этого тела υ_1 на половине этого расстояния?

4.31. Ракета, запущенная вертикально вверх с Земли, движется с ускорением $a = 2$ м/с^2 в течении времени $t_0 = 50$ с. Затем двигатели прекращают работу. Определите максимальную высоту подъема ракеты. Сопротивление воздуха пренебречь.

4.32. Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением a. Через время τ от начала его движения из него выпал предмет. Определите время t падения предмета на Землю.

4.33. Пловец, спрыгнув с вышки высотой $h = 5$ м, погрузился в воду на глубину $h_1 = 2$ м. Сколько времени и с каким ускорением двигался он в воде?

4.34. Вычислите среднюю скорость движения тела, брошенного вертикально вверх с поверхности Земли со скоростью υ_0, на участке полета от $y = 0$ до $y = \frac{3}{4}y_{max}$ (y_{max} – максимальная высота полета).

4.35. За последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело пролетело ¾ всего пути. Сколько времени падало тело?

4.36. Тело свободно падает с высоты $h = 80$ м. Какой путь проходит оно в последнюю секунду падения?

4.37. Тело падает без начальной скорости с высоты $h = 45$ м. Найти среднюю скорость падения тела на нижней половине пути.

4.38. Камень падает с башни с нулевой начальной скоростью. Вторую половину пути он пролетел за время $\tau = 1$ с. Найдите полное время полета t_0 и высоту башни H.

4.39. Свободно падающее тело прошло последние $l = 30$ м за время $\Delta t = 0{,}5$ с. Найти высоту падения.

4.40. Одно тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 с поверхности земли, другое тело падает с высоты H_0 без начальной скорости. Движения начались одновременно и происходят по одной прямой. Найти зависимость расстояния между телами от времени.

4.41. Одновременно с земли бросают вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с один камень, а второй падает с высоты $h = 10$ м над землей без начальной скорости. Через какое время эти камни встретятся?

4.42. Из двух точек, находящихся на одной вертикали на расстоянии $l_0 = 50$ м, бросили одновременно друг другу два тела с одинаковой скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с. Определите, через какое время t и на каком расстоянии l от верхней точки оба тела столкнутся.

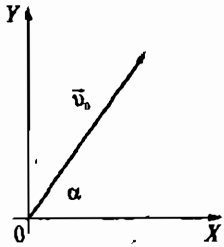
4.43. Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты $h = 990$ м. Выстрел произведен вертикально вверх. Определите начальную скорость пули υ_0, если средняя скорость звука в воздухе $U = 330$ м/с.

4.44. Из одной точки вертикально вверх бросают друг за другом с одинаковой начальной скоростью два шарика. Второй шарик брошен в момент достижения первым максимальной высоты, равной $h = 10$ м. На какой высоте H они встретятся? Сопротивление воздуха пренебречь.

5. Двумерное равнопеременное движение

5.1. Тело, брошенное с земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, находилось в полете $\tau = 2$ с. С какой скоростью υ_0 было брошено тело и какова дальность полета S по горизонтали?

Дано:	Решение:
$\alpha = 30°$ $\tau = 2$ с	Для описания движения тела выберем связанную с землей систему координат, начало которой совпадает с точкой вылета тела, ось Ox направлена горизонтально в направлении движения тела, ось Oy – вертикально вверх.
Найти: υ_0, S	



Дальность полета по горизонтали равна $S = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot \tau$, где τ – время полета, которое можно определить из условия

$$y(\tau) = (\upsilon_0 \sin\alpha)\tau - \frac{1}{2} g\tau^2 = 0, \text{ откуда } \tau = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}, \text{ и}$$

$$\upsilon_0 = \frac{g\tau}{2\sin\alpha} = 19{,}6 \text{ м/с}, \ S = \frac{g\tau^2}{2tg\alpha} = 34 \text{ м}.$$

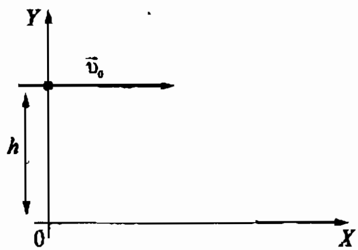
Ответ: $\upsilon_0 = \dfrac{g\tau}{2\sin\alpha} = 19{,}6$ м/с, $S = \dfrac{g\tau^2}{2tg\alpha} = 34$ м.

5.2. Определите скорость υ тела через $\tau = 3{,}0$ с после того, как его бросили горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 39{,}2$ м/с.

Дано:
$\tau = 3{,}0$ с
$\upsilon_0 = 39{,}2$ м/с

Найти: υ

Решение:
Для описания движения тела выберем связанную с землей систему координат ось Ox которой направлена горизонтально в направлении движении тела, ось Oy – вертикально вверх.



Положение начала координат относительно точки вылета тела значения не имеет и может быть, в частности, таким, как на рисунке, где $h = y(0)$. Зависимость проекций скорости $\vec{\upsilon}$ тела от времени на координатные оси имеют вид: $\upsilon_x(t) = \upsilon_0$; $\upsilon_y(t) = -gt$. Скорость направлена к горизонту под углом α, который может быть найден

$$tg\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}.$$

В момент времени $\tau = 3$ с имеем:

$$\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_0^2 + (\gamma\tau)^2} = 49 \text{ м/с}, \ tg\alpha = -\frac{g\tau}{\upsilon_0} \approx -\frac{3}{4}, \text{ откуда } \alpha \approx -37^\circ.$$

Ответ: $\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_0^2 + (\gamma\tau)^2} = 49$ м/с, $\alpha \approx -37^\circ$.

5.3. С башни высотой $H = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с. На каком расстоянии S от основания башни он упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

5.4. Тело брошено с начальной горизонтальной скоростью $\upsilon_0 = 4{,}5$ м/с с высоты $h = 40$ см над поверхностью земли. Определить горизонтальную дальность S полета тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

5.5. Камень бросили с башни высотой $H = 18{,}6$ м с начальной скоростью $\upsilon_0 = \sqrt{2gH}$, направленной по горизонтали. Найдите дальность полета S и угол β между скоростью падения и горизонталью.

5.6. Самолет летит горизонтально со скоростью 360 км/ч на высоте 490 м. Когда он пролетает над точкой A, с него сбрасывают пакет. На каком расстоянии от точки A пакет упадет на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

5.7. Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью 9,8 м/с, равна высоте, с которой брошено тело. Чему равна эта высота и под каким углом β к горизонту упало тело?

5.8. Камень брошен горизонтально с начальной скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с и упал на расстояние $l = 10$ м по горизонтали от места вылета. С какой высоты h был брошен камень?

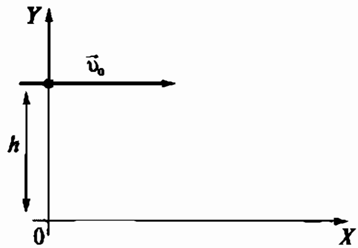
5.9. Тело брошено со стола горизонтально. При падении на пол его скорость равна $\upsilon = 7{,}8$ м/с. Высота стола $h = 1{,}5$ м. Чему равна начальная скорость тела υ_0?

5.10. Камень, брошенный с высоты $h = 4{,}9$ м горизонтально падает на землю на расстоянии $S = 42$ м по горизонтали от места бросания. Вычислите начальную скорость камня υ_0 и время его полета t_0.

5.11. Определите скорость υ тела через $\tau = 3{,}0$ с после того, как его бросили горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 39{,}2$ м/с.

5.12. Тело бросают горизонтально с начальной скоростью υ_0 с высоты h. Найдите скорость тела в произвольный момент времени t, а также его скорость в момент падения (по величине и направлению).

5.13. Тело брошено с высоты h с начальной скоростью υ_0, направленной горизонтально. Вычислить время всего полета и его скорость непосредственно перед падением на Землю, а также угол между этой скоростью и осью абсцисс. Вычисления производить в системе координат, указанной на рисунке.



5.14. Камень брошен с высоты H над поверхностью земли в горизонтальном направлении так, что дальность полета его в горизонтальном направлении оказалась равна $S = H$. Найдите, под каким углом β к горизонту камень упадет на землю.

5.15. Тело брошено с земли под углом α_0 к горизонту со скоростью υ_0. На какую высоту $h_{макс}$ над землей поднимется тело? В течении какого времени t_1 будет продолжаться подъем вверх?

5.16. Тело брошено с земли под углом α_0 к горизонту со скоростью υ_0. Какое время t_0 тело будет находится в полете? На каком расстоянии S по горизонтальному направлению от места бросания тело упадет на Землю?

5.17. Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью υ_0 под углом α к горизонту. Совмещая начало координат с начальным положением тела, определите зависимость координат x и y, а также проекций скоростей υ_x и υ_y от времени. Определите время τ подъема тела на максимальную высоту. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Ось Ox ориентирована горизонтально в направлении движения тела, ось Oy направлена вертикально вверх.

5.18. Тело брошено с Земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с. Через какой промежуток времени оно упадет на Землю?

5.19. Тело брошенное с поверхности Земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту находилось в полете $\tau = 2{,}0$ с. С какой скоростью υ_0 было брошено тело и какова дальность S его полета по горизонтали?

5.20. Мяч брошен с начальной скоростью $\upsilon_0 = 40$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с поверхности Земли. Через какое время от начала движения мяч поднимается на половину максимальной высоты?

5.21. Небольшое тело брошено под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с поверхности земли. Определите начальную скорость тела υ_0, если дальность полета составила $S = 88{,}2$ м.

5.22. Снаряд вылетает из ствола орудия под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 600$ м/с. Спустя некоторое время он оказывается на высоте $h = 400$ м. На каком расстоянии S по горизонтали от орудия и в какой момент времени это происходит?

5.23. С горы высотой h бросают тело со скоростью υ, под углом α к горизонту. Найти координаты тела и его скорость через время t после начала движения. Начало системы координат выберите под точкой вылета тела, ось Ox направлена горизонтально в направлении движения тела, ось Oy – вертикально вверх.

5.24. Тело брошено с высоты h с начальной скоростью υ_0 под углом α к горизонту. Определите время t_1 всего полета и время t_2 достижения телом максимальной высоты.

5.25. Камень брошен с башни высотой h со скоростью υ_0, направленной вверх под углом α к горизонту. На каком расстоянии от основания башни упадет камень?

5.26. Тело бросают с высоты $h = 20$ м со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с, Направленной вверх под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. С какой по величине и направлению скоростью тело упадет на землю?

5.27. Тело, брошенное под углом α к горизонту с башни высотой h, достигло наибольшей высоты H. Определите время, необходимое для достижения этой высоты и начальную скорость.

5.28. Дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту с поверхности Земли равна L, максимальная высота подъема H. Определите угол бросания α.

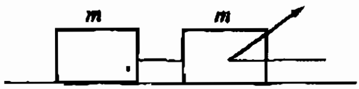
5.29. Под каким углом α к горизонту надо направить струю воды, чтобы дальность ее полета была максимальной?

5.30. Под каким углом к горизонту надо направить струю воды, чтобы максимальная высота подъема равнялась дальности полета?

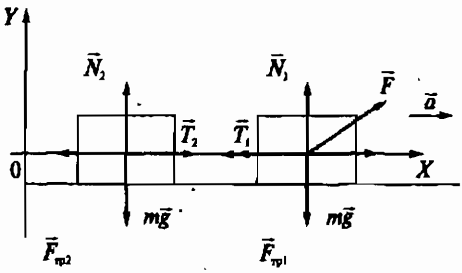
5.31. Под каким углом к горизонту надо направить струю воды, чтобы максимальная высота подъема была равна j части дальности полета?

6. Динамика материальной точки. Поступательное движение тела

6.1. Два груза, массой m каждый, соединенные невесомой нерастяжимой нитью, движутся под действием силы F по шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между поверхностью и грузами μ, угол между направлением силы и горизонтом α. Определите ускорение грузов a и силу натяжения T нити, соединяющей грузы.



Дано:	Решение:
m, $\vec{F}$, μ, α	Рассмотрим силы, действующие на тела системы.
Найти: T, a	



Здесь $\vec{N}_1$ – сила реакции опоры на первое (правое) тело; $\vec{N}_2$ – сила реакции опоры на второе (левое) тело; $\vec{F}_{тр1}$ – сила трения первого тела; $\vec{F}_{тр2}$ – сила трения второго тела; $\vec{T}_1$ – сила действия нити на тело 1; $\vec{T}_2$ – сила действия нити на тело 2. Основной закон движения материальной точки (второй закон Ньютона) для первого и второго тела запишем в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{T}_1 = m\vec{a},$$
$$m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2} + \vec{T}_2 = m\vec{a}.$$

Переходя от векторных равенств к скалярным, для проекции на горизонтальную ось Ox имеем:

$$ma = F\cos\alpha - F_{тр1} - T,$$
$$ma = T - F_{тр2}.$$

Для проекций на вертикальную ось Oy:

$$0 = N_1 - mg + F\sin\alpha,$$
$$0 = N_2 - mg.$$

Отсюда $N_1 = mg - F\sin\alpha$, $N_2 = mg$.

Так как по условию задачи грузы скользят по поверхности, то модули сил трения равны:

$$F_{тр1} = \mu N_1 = \mu(mg - F\sin\alpha),$$
$$F_{тр2} = \mu N_2 = \mu mg.$$

Тогда

$$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) - T = ma \quad (1)$$
$$T - \mu mg = ma \quad (2)$$

Сложим (1) и (2):

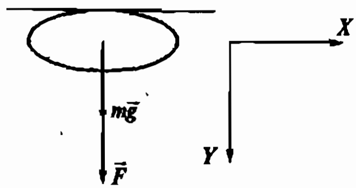
$$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) - T = 2ma, \text{ отсюда}$$
$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{2m} - \mu g.$$

Из (2) получим

$$T = \frac{F}{2}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha).$$

Ответ: $a = \dfrac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{2m} - \mu g$; $T = \dfrac{F}{2}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$.

6.2. Кусок замазки массой $m = 0{,}2$ кг, брошенный вертикально верх, перед ударом о потолок двигался со скоростью $\upsilon = 9{,}8$ м/с. Деформируясь при ударе, замазка прилипает к потолку и принимает окончательную форму через $\Delta t = 0{,}18$ с. Найдите среднюю силу давления F куска замазки на потолок при ударе.



Дано:	Решение:
$m = 0,2$ кг $\upsilon = 9,8$ м/с $\Delta t = 0,18$ с	Второй закон Ньютона, описывающий движение замазки в процессе взаимодействия с потолком, может быть записан в виде:
Найти: F	$$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Для проекций сил и ускорения на ось Oy получим $F + mg = ma$.

Считая движение равноускоренным, имеем

$$a = \frac{\upsilon}{\Delta t},$$

откуда

$$F = m\left(\frac{\upsilon}{\Delta t} - g\right) = 8,92 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = m\left(\frac{\upsilon}{\Delta t} - g\right) = 8,92$ Н.

6.3. Автомобиль массой $m = 1800$ кг, двигаясь из состояния покоя по горизонтальному пути, через $\tau = 10$ с после начала движения достигает скорости $\upsilon = 30$ м/с. определите равнодействующую силу, приложенную к автомобилю.

6.4. Найдите величину тормозящей силы, действующей на автомобиль массой $m = 3$ т, если при начальной скорости $\upsilon_0 = 20$ м/с, тормозной путь был равен $S = 400$ м.

6.5. Лыжник массой $m = 60$ кг, имеющий в конце спуска скорость $\upsilon_0 = 10$ м/с, останавливается через $\tau = 40$ с после окончания спуска. Определите величину $F_{сопр}$ силы сопротивления.

6.6. Снаряд массой $m = 2$ кг вылетает из ствола орудия в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon = 1000$ м/с. Определите силу давления пороховых газов, считая ее постоянной, если длина ствола $l = 3,5$ м.

6.7. С какой силой давит человек массой $m = 70$ кг на пол лифта, движущегося с ускорением $a = 0,8$ м/с^2: 1) вверх; 2) вниз? С каким ускорением должен двигаться лифт, чтобы человек не давил на пол?

6.8. Найти силу давления груза массы m на подставку, движущуюся вместе с ним вверх с ускорением a, направленным вниз.

6.9. Космическая ракета при старте с поверхности Земли движется вертикально с ускорением 20 м/с^2. Найдите вес летчика – космонавта в кабине, если его масса 80 кг.

6.10. С каким ускорением a надо поднимать гирю, чтобы вес ее увеличился вдвое? С каким ускорением a_2 надо ее опускать, чтобы вес уменьшился вдвое?

6.11. Ракета-носитель вместе с космическим кораблем серии «Союз» имеет стартовую массу 300 т. При старте запускаются одновременно четыре двигателя первой ступени ракеты (боковые блоки), сила тяги каждого из которых 1000 кН, и один двигатель второй ступени, сила тяги которого 940 кН. Какую перегрузку испытывают космонавты в начале старта?

6.12. При раскрытии парашюта скорость парашютиста уменьшается с 50 до 10 м/с за 1 с. Какую перегрузку испытывает летчик в нижней точке траектории?

6.13. Лифт массой $m = 600$ кг опускается равномерно и за время $t_1 = 8$ с проходит путь $S = 64$ м. Определите силу натяжения каната, на котором висит лифт. Массой каната можно пренебречь. Начальная скорость лифта равна нулю.

6.14. На нити, выдерживающей натяжение $T = 20$ Н, поднимают груз массой $m = 1$ кг из состояния покоя вертикально вверх. Считая движение равноускоренным, найдите предельную высоту h, на которую можно поднять груз за время, чтобы нить не оборвалась.

6.15. Один конец пружины прикреплен к потолку лифта, а к другому ее концу прикреплена гирька массой $m = 100$ г. Лифт опускается с ускорением $a = 2$ м/с^2, направленным вниз. Определите коэффициент жесткости пружины K, если ее деформация равна $\Delta l = 8$ см. Масса пружины пренебрежимо мала.

6.16. К потолку лифта, движущегося с ускорением a, направленным вертикально вверх, подвешен груз, массой m на двух нитях, составляющих углы α и β с горизонтальным потолком. Определите силы T_1 и T_2 натяжения левой и правой нитей. Массами нитей пренебречь.

6.17. Тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon = 30$ м/с, достигло высшей точки подъема спустя время $t = 2{,}5$ с. Определите среднее значение силы сопротивления воздуха, действующей на тело во время полета, если масса тела $m = 40$ г.

6.18. Воздушный шар массы M опускается с постоянной скоростью. Какую массу m балласта нужно выбросить, чтобы шар поднимался с той же скоростью? Подъемная сила F воздушного шара известна. Считайте, что сила сопротивления воздуха (сила трения) в обоих случаях по модулю одинакова.

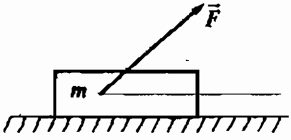
6.19. На каком минимальном расстоянии S от перекрестка должен начать тормозить при красном свете светофора автомобиль, движущийся со скоростью $\upsilon_0 = 80$ км/ч, если коэффициент трения между шипами и дорогой равен $\mu = 0{,}5$?

6.20. Поезд массой $m = 3000$ т трогается с места и движется по горизонтальному пути под действием постоянной силы тяги локомотива, равной $F = 400$ кН. Коэффициент сопротивления движению $k = 0{,}005$. Определите ускорение поезда a и скорость υ, достигнутую им спустя $\tau = 5$ с после начала движения.

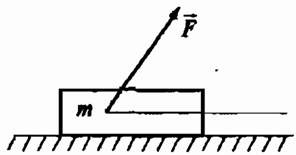
6.21. Автобус массой $m = 4$ т трогается с места и на пути $S = 100$ м приобретает скорость $\upsilon = 20$ м/с. Определите коэффициент трения μ, если сила тяги двигателя автобуса $F = 10$ кН.

6.22. Троллейбус массой $m = 12$ т за $\tau = 5$ с после начала движения проходит по горизонтальному пути расстояние $S = 10$ м. Определить силу тяги, развиваемую двигателем, если коэффициент сопротивления движению $k = 0{,}02$.

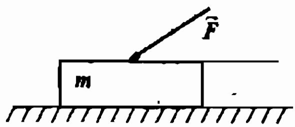
6.23. С каким ускорением a будет двигаться по горизонтальной плоскости тело массой $m = 2$ кг, если к нему приложена сила $F = 5$ Н, направленная вверх под углом $\alpha = 45°$ к горизонту? Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}1$.



6.24. На брусок массой $m = 40$ кг, находящийся на горизонтальной поверхности, действует сила $F = 200$ Н под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите величину силы трения $F_{тр}$, действующей на брусок, если коэффициент трения скольжения $k = 0,5$.

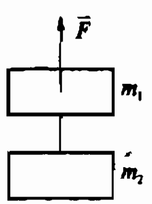


6.25. На брусок массой $m = 40$ кг, находящийся на горизонтальной поверхности, действует сила $F = 200$ Н под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Определите величину силы трения $F_{тр}$, действующей на брусок, если коэффициент трения скольжения $k = 0,25$.



6.26. Два тела, массы которых $m_1 = 50$ г и $m_2 = 100$ г, связанные нитью, лежат на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. С какой силой F, направленной вдоль нити, можно тянуть первое тело, чтобы нить, способная выдержать натяжение $T = 0,5$ Н не оборвалась?

6.27. Два одинаковых бруска, связанные невесомой нерастяжимой нитью движутся по горизонтальной плоскости под действием силы $F = 10$ Н, приложенной к одному из них и направленной вверх под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определите модуль силы натяжения T нити, если коэффициент трения брусков о плоскость равен $\mu = 0,5$.



6.28. Два бруска массами m_1 и m_2 связанные невесомой нерастяжимой нитью находятся на горизонтальной плоскости. К ним приложены силы F_1 и F_2, направленные под углами α и β к горизонту. Найдите ускорение а системы и натяжение T нити, если коэффициенты трения брусков о плоскость одинаковы и равны μ. Силы F_1 и F_2 удовлетворяют условиям

$F_1 \cdot \sin\alpha < m_1 g$, $F_2 \cdot \sin\beta < m_2 g$. Известно, что система движется влево.

6.29. На рисунке изображены два тела массами m_1 и m_2, связанные невесомой нерастяжимой нитью. К телу массой m_1 приложена сила F_1, направленная вертикально вверх. Найдите силу натяжения T.

6.30. Определите ускорение тела, соскальзывающего с наклонной плоскости, если угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$, а коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $\mu = 0{,}3$.

6.31. При коэффициенте трения, равном $\mu = 0{,}84$, тело равномерно соскальзывает с наклонной плоскости. Каков угол α наклона плоскости к горизонту? Какую силу, направленную вдоль плоскости, нужно приложить к нему массой $m = 100$ кг для его равномерного подъема?

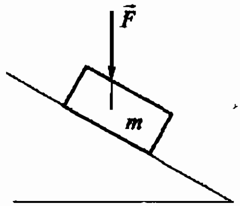
6.32. С вершины наклонной плоскости, имеющей длину $L = 10$ м и высоту $h = 6$ м, начинает двигаться без начальной скорости тело. Какое время t будет продолжаться движение тела до основания наклонной плоскости? Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}2$.

6.33. Автомобиль, движущийся вверх по наклонной плоскости со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с. Определить путь, пройденный автомобилем до остановки, и время его движения, если коэффициент трения $\mu = 0{,}5$, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 100$.

6.34. По доске, наклоненной под углом α к горизонту, кирпич соскальзывает практически равномерно. За какое время t кирпич соскользнет с доски, если наклонить ее под углом β к горизонту ($\beta \geq \alpha$)? Длина доски равна L.

6.35. На наклонной плоскости длиной $l = 13$ м и высотой $h = 5$ м лежит груз массой $m = 26$ кг. Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}5$. Какую минимальную силу надо F надо приложить к грузу вдоль наклонной плоскости, чтобы вытащить груз? Чтобы стащить груз?

6.36. Найдите ускорение бруска массой m, движущегося вниз по неподвижной наклонной плоскости под действием силы F. Угол наклона плоскости к горизонту равен α. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость равен μ.



6.37. Две гири массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Найдите ускорение гирь a и натяжение нити T. Трением в оси блока и массой блока пренебречь.

6.38. Две гири массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Первоначально гири находятся на одном уровне. Определите, на какое расстояние S по вертикали разойдутся грузы через $\tau = 0,2$ с после начала движения и натяжения нити T. трением в оси блока и массой блока пренебречь.

6.39. Две гири массами $m_1 = 7$ кг и $m_2 = 11$ кг висят на концах невесомой нерастяжимой нити, которая перекинута через блок. Гири вначале находятся на одной высоте. Через какое время t после начала движения более легкая гиря окажется на $h = 10$ см выше тяжелой? Блок считать невесомым. Трение отсутствует.

6.40. Две гири массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 6,8$ кг висят на концах нити, которая перекинута через блок. Первая гиря находится на $h = 2$ м ниже второй. Гири пришли к движению без начальной скорости. Через какое время t они окажутся на одной высоте.

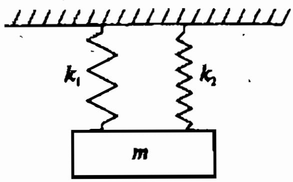
6.41. Два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг прикреплены к концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок. Блок подвешен к потолку на легкой пружине жесткостью $k = 1000$ Н/м. Определите удлинение пружины Δl, пренебрегая трением и массой блока.

6.42. Два тела, массы которых $m_1 = 500$ г и $m_2 = 1$ кг, связанные легкой пружиной жесткостью $k = 50$ Н/м, находятся на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. На первое тело действует направленная по горизонтали сила $F = 3$ Н. Определите удлинение пружины Δl.

6.43. Мальчик изготовил цепочку из n одинаковых пружинок жесткостью k каждая. На сколько удлинится цепочка, если подвесить на ней тело массой m?

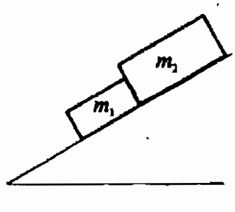
6.44. Первый раз тело подвесили на резиновом жгуте, закрепив один его конец и прикрепив тело к свободному концу. Второй раз то же тело подвесили на том же жгуте, сложив его вдвое. Во сколько раз будут отличаться удлинения жгута?

6.45. Экспериментатор подвесил тело на двух пружинах так, как показано на рисунке. Он хочет заменить две пружины одной так, чтобы жесткость системы не изменилась. Какова должна быть жесткость этой пружины k, если жесткость пружин k_1 и k_2 известны?

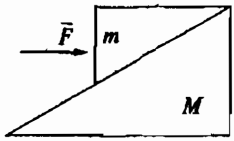


6.46. В системе, показанной на рисунке, две последовательно соединенные пружинки с жесткостями k_1 и k_2 следует заменить одной. Какова должна быть ее жесткость k?

6.47. На наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 30°$ с горизонтом поместили два соприкасающихся бруска $m_1 = 1{,}0$ кг, $m_2 = 2{,}0$ кг. Коэффициенты трения между наклонной плоскостью и этими брусками соответственно равны $\mu_1 = 0{,}25$ и $\mu_2 = 0{,}1$. Найти силу взаимодействия между брусками в процессе движения.

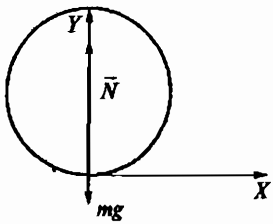


6.48. На гладком горизонтальном столе лежит призма массы M с углом наклона α, а на ней призма массы m. На меньшую призму действует горизонтальная сила F; при этом обе призмы движутся вдоль стола как одно целое (т.е. не изменяя взаимного расположения). Определить силу трения между призмами.



7. Движение материальной по окружности

7.1. Самолет, летящий со скоростью $\upsilon = 900$ км/ч, делает «мертвую петлю» в вертикальной плоскости. Каков должен быть радиус R «мертвой петли», чтобы сила, прижимающая летчика к сиденью в нижней точке траектории, в пять раз превышала действующую на летчика силу тяжести?



Дано:
$\upsilon = 900$ км/ч
$n = 5$

Найти: R

Решение:
Для описания движения летчика по окружности используем систему координат, начало которой находится в точке, где в данный момент расположен летчик. Ось Oy направлена к центру окружности, ось Ox — по касательной к траектории.

Рассмотрим действующие силы в момент, когда летчик находится в нижней части траектории.

Второй закон Ньютона для этого случая имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{y} + \vec{N},$$

$$Oy\colon ma = -mv + N\colon a\frac{\upsilon^2}{R}.$$

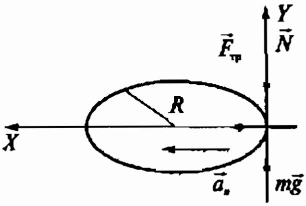
По условию задачи сила реакции сиденья в $n = 5$ раз больше силы тяжести:

$$N = nmg \Rightarrow m\frac{\upsilon^2}{R} = -mg + nmg = (n-1)mg, \text{ откуда}$$

$$R = \frac{\upsilon^2}{(n-1)g},\ R = 1600 \text{ м.}$$

Ответ: $R = \dfrac{\upsilon^2}{(n-1)g} = 1600$ м.

7.2. Горизонтально расположенный диск, вращающийся вокруг вертикальной оси делает 30 об/мин. Предельное расстояние, на котором удерживается тело на диске, составляет 20 см. каков коэффициент трения о поверхность диска?



Дано:

$n = 30$ об/мин

$R = 20$ см

Найти: μ

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на тело. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Выберем систему, в которой ось Ox, проходящая через точку, в которой в рассматриваемый момент времени находится тело, направлена к центру траектории, ось Oy – вертикально вверх (перпендикулярно плоскости траектории).

Для проекций на ось Ox имеем:

$$F_{тр} = ma_n,\ a_n = \omega^2 R = (2\pi n)^2 R.$$

Для проекций на ось Oy имеем:

$$N - mg = 0, \text{ откуда } N = mg.$$

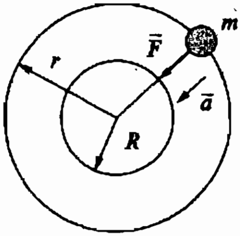
Максимально возможное значение силы трения покоя равно:

$$F_{тр.\,max} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$$\mu \cdot mg = 4\pi^2 mn^2 R, \text{ откуда } \mu = \frac{4\pi^2 mn^2 R}{mg} = \frac{4\pi^2 n^2 R}{g} = 0{,}1.$$

Ответ: $\mu = \frac{4\pi^2 n^2 R}{g} = 0{,}1.$

7.3. Период вращения спутника, движущегося вблизи поверхности планеты по кривой орбите радиуса r, равен T. Считая планету однородным шаром радиуса R, найдите плотность планеты ρ.



Дано:
r, T, R

Найти: ρ

Решение:
Спутник движется по орбите под действием единственной силы – силы гравитационного взаимодействия с планетой, равной

$$F = G\frac{mM}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная, m – масса спутника, M – масса планеты.

Второй закон Ньютона:

$$\bar{F} = m\bar{a},\ a = a_n = \frac{\upsilon^2}{r},\text{ где } \upsilon = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Таким образом:

$$m = \frac{4\pi \cdot r}{T^2} = G\frac{mM}{r^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^2}{GT^2}.$$

Учитывая, что объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, для плотности планеты получим выражение:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3r^3}{G\pi R^3 T^2}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[\rho] = \frac{\text{м}^3\ \text{кг}^2}{\text{Нм}^2\ \text{м}^3\ \text{с}^2} = \frac{\text{кг}^2}{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}\text{м}^2\text{с}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho = \frac{3r^2}{G\pi R^3 T^2}$.

7.4. Горизонтальный диск вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с. На расстоянии $R = 0{,}2$ м от оси вращения на диске лежит тело. Каков должен быть коэффициент трения между телом и диском, чтобы тело не соскользнуло с диска?

7.5. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На диске лежит груз на расстоянии $R = 10$ см от оси вращения. Найдите коэффициент трения скольжения между диском и грузом, если при частоте вращения $n = 0{,}5$ об/с груз начинает скользить по поверхности диска.

7.6. Найти наименьший радиус дуги для поворота автомашины, движущейся со скоростью 36 км/ч при коэффициенте трения скольжения колес о дорогу $\mu = 0{,}25$.

7.7. Автомобиль массы $m = 1000$ кг движется со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны $R = 50$ м. С какой силой F давит автомобиль на середину моста?

7.8. Автомобиль едет со скоростью υ по выпуклому мосту, имеющему форму дуги окружности радиусом R. Во сколько раз сила давления автомобиля на мост меньше действующей на автомобиль силы тяжести в момент, когда автомобиль проезжает по середине моста?

7.9. Автомобиль массы $m = 2000$ кг движется со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч по вогнутому мосту, имеющему радиус кривизны $R = 100$ м. С какой силой F давит автомобиль на мост в его нижней точке?

7.10. Определить радиус R «горбатого» мостика, имеющего вид дуги окружности при условии, что сила давления на мост в верхней точке моста в два раза меньше силы давления в случае, когда автомобиль едет по горизонтальному участку дороги. Скорость автомобиля $\upsilon = 90$ км/ч.

7.11. При какой скорости υ автомобиля давление, оказываемое им на вогнутый мост в его нижней точке, в два раза больше давления автомобиля на выпуклый мост в его верхней точке? Оба моста имеют форму дуг окружности $R = 30$ м.

7.12. Определите радиус кривизны R выпуклого моста, имеющего вид дуги окружности при условии, что вес автомобиля, проезжающего по мосту со скоростью $\upsilon = 90$ км/ч, в верхней точке моста в $n = 2$ раза меньше действующей на автомобиль силы тяжести.

7.13. Самолет выходит из пике, описывая в вертикальной плоскости дугу окружности радиусом 800 м, имея скорость в нижней точке 200 м/с. Какую перегрузку испытывает летчик в нижней точке траектории?

7.14. Мальчик массой 50 кг качается на качелях с длиной подвеса 4 м. С какой силой он давит на сиденье при прохождении положения равновесия со скоростью 6 м/с?

7.15. Шарик массой $m = 1$ кг вращается с угловой скоростью $\omega = 4c^{-1}$ на нити длиной $l = 1$ м в вертикальной плоскости. Определите силы натяжения нити T_1 и T_2 в верхней и нижней точках траектории.

7.16. Шарик, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости с постоянной по модулю линейной скоростью. На сколько сила натяжения нити в нижней точке траектории больше натяжения нити в верхней точке траектории? Масса шарика равна m.

7.17. Шарик массы $m = 200$ г, привязанный к невесомой нити длиной $L = 40$ см, вращается в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью так, что нить описывает коническую поверхность. При этом угол отклонения нити от вертикали $\alpha = 30°$. Определите силу натяжения нити F и линейную скорость υ шарика. Трением о воздух пренебречь.

7.18. Груз, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 98$ см равномерно вращается по окружности в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найдите период T вращения груза, если при его вращении нить отклонена от вертикали на угол $\alpha = 60°$.

7.19. С какой скоростью υ внутри сферы радиуса $R = 20$ см должен вращаться небольшой шарик, чтобы он все время находился на высоте $h = 5$ см относительно нижней точки сферы? Трение отсутствует.

7.20. На сколько вес тела массой $m = 100$ кг на полюсе больше веса тела на экваторе вследствие вращения Земли? Радиус Земли $R = 6400$ км.

7.21. При какой продолжительности суток на Земле тела на экваторе были бы невесомы? Радиус Земли $R = 6400$ км.

7.22. Спутник движется вокруг Земли на расстоянии h от ее поверхности. Радиус Земли R. Считая орбиту спутника круговой, выразите скорость движения спутника через h, R и ускорение силы тяжести g на поверхность Земли.

7.23. Вычислите угловую и орбитальную (линейную) скорости движения искусственного спутника Земли, если период вращения его вокруг Земли составляет $T = 105$ мин. Радиус Земли $R_з = 6400$ км, ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли $g = 9{,}8$ м/с^2.

7.24. Определите линейную скорость искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите на высоте $H = 1000$ км над поверхностью Земли. Радиус Земли $R = 6400$ км, ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9{,}8$ м/с^2.

7.25. Спутник движется по круговой орбите над некоторой планетой на высоте, равной радиусу этой планеты. Во сколько раз скорость υ его движения по орбите меньше первой космической скорости υ_1 для этой планеты?

7.26. Искусственный спутник выведен на круговую орбиту, высота которой над поверхностью Земли $h = 3200$ км. Определите скорость спутника υ при движении по такой орбите. Радиус Земли $R = 6400$ км, ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли $g = 9{,}81$ м/с^2.

7.27. На какую высоту h над поверхностью Земли необходимо запустить спутник, чтобы с поверхности Земли он казался неподвижным (так называемый геостационарный спутник)? Круговая орбита спутника лежит в плоскости экватора. Радиус Земли $R = 6400$ км, ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9{,}81$ м/с^2.

8. Импульс. Закон сохранения импульса

8.1. Два тела, двигаясь навстречу друг другу со скоростями, равными по модулю $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 30$ м/с, после абсолютно неупругого соударения стали двигаться вместе со скоростью $U = 5$ м/с в направлении движения первого тела. Определите отношения масс этих тел Трением пренебречь.

Дано:	Решение:
$\upsilon = 30$ м/с $U = 5$ м/с	Считая систему замкнутой, запишем закон сохранения импульса: $$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{U}.$$
Найти: $m_1 : m_2$	

В проекции на ось Ox имеем:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{U}.$$

Разделив левую и правую часть равенства на m_2, получим:

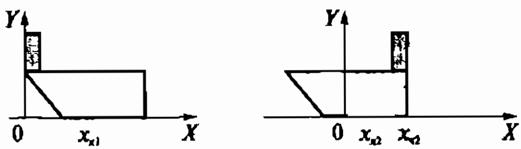
$$\frac{m_1}{m_2}\upsilon - \upsilon = \left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)U, \text{ откуда } \frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon + U}{\upsilon - U} = 1,4.$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon + U}{\upsilon - U} = 1,4.$

8.2. На какое расстояние x сместится неподвижная лодка массой $M = 280$ кг, если человек массой $m = 70$ кг перейдет с ее носа на корму? Расстояние от носа до кормы $L = 5$ м. Сопротивлением воды пренебречь.

Дано:	**Решение:**
$M = 280$ кг $m = 70$ кг $L = 5$ м	Рассмотрим механическую систему, состоящую из лодки и пассажира. По условию задачи, внешние силы сопротивления воды не учитываются, следовательно, выполняются условия сохранения горизонтальной составляющей импульса системы.
Найти: Δx	

Следовательно, горизонтальная составляющая скорости центра масс системы остается неизменной. В исходном состоянии системы центр масс был неподвижен, следовательно, и после перемещения человека, его положение не изменится. На рисунке показаны положения системы в начале и в конце движения человека. Здесь $x_л$ и $x_ч$ — координаты центров масс лодки и человека.



Горизонтальная координата центра масс определена выражением:

$$x = \frac{mx_ч + Mx_л}{m + M}.$$

В начале движения, имея ввиду, что $x_{ч1} = 0$, имеем:

$$x_1 = \frac{mx_{ч1} + M_{л1}}{m + M} = \frac{m \cdot 0 + Mx_{л1}}{m + M} = \frac{Mx_{л1}}{m + M}.$$

В конце движения:

$$x_2 = \frac{mx_{ч2} + M_{л2}}{m + M} = \frac{m \cdot (L + x) + M\,(x_{л1} + x)}{m + M}.$$

Так как центр масс системы в горизонтальном направлении не перемещается, то $x_1 = x_2$.

$$x = -\frac{mL}{m + M} = -1 \text{ м}.$$

Ответ: $x = -\dfrac{mL}{m + M} = -1$ м.

8.3. Тело массы $m = 40$ г, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon_0 = 30$ м/с, достигло высшей точки подъема спустя время $t = 2{,}5$ с. Найдите среднюю силу F сопротивления воздуха, действовавшую на тело во время полета.

Дано:
m, υ_0, t

Найти: $F_{сопр}$

Решение:
Изменение импульса тела за время t может быть представлено в виде:

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = (m\vec{g} + \vec{F}_{сопр})t,$$

где $\vec{P}_1$ — начальный импульс тела, $\vec{P}_2$ — импульс тела в наивысшей точке траектории.

Учитывая, что сила сопротивления $\vec{F}_{сопр}$ направлена против движения, для проекций на направленную вертикально вверх ось Oy имеем:

$$0 = m\upsilon_0 = \left(-mg - F_{сопр}\right)t, \text{ откуда } F_{сопр} = m\left(\frac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{сопр} = m\left(\dfrac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09$ Н.

8.4. Материальная точка массы $m = 1$ кг равномерно движется по окружности со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Найдите изменение импульса за половину периода и за период обращения точки на окружности.

8.5. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное под углом $\alpha = \pi : 6$ к горизонту, достигло наивысшей точки траектории через 4 секунды. Определите максимальную величину импульса тела за время его полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

8.6. Телу массой $m = 1$ кг сообщили начальную скорость $\upsilon_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = \pi : 3$ к горизонту. Определите импульс тела в наивысшей точке траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

8.7. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное вертикально вверх достигает высоты $h = 5$ м. Определите максимальную величину импульса тела за время его полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

8.8. Из ружья массой $M = 5$ кг вылетает пуля массой $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг со скоростью $\upsilon = 600$ м/с. найдите скорость отдачи ружья U.

8.9. Два тела, массы которых равны $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 6$ кг, движутся навстречу друг другу со скоростями $\upsilon = 2$ м/с каждое. Определите модуль и направление скорости тела после абсолютно неупругого удара.

8.10. С лодки массой $M = 200$ кг, движущейся со скоростью $\upsilon = 1$ м/с, ныряет мальчик массой $m = 50$ кг. Какой станет скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает с носа лодки вперед в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с. Все скорости указаны относительно воды.

8.11. Между тележками с массами m_1 и $m_2 = 4m_1$, стоящими на горизонтальной поверхности и связанными ниткой, помещена сжатая легкая пружина. Каково будет отношение скоростей υ, с которыми тележки будут двигаться, после того, как нитку пережгут? Каково будет отношение путей S, пройденных тележками до остановки? Коэффициенты трения между тележками и столом одинаковы.

8.12. Две частицы с массами m_1 и m_2 движутся со скоростями υ_1 и υ_2, направленными перпендикулярно друг к другу. После абсолютно неупругого столкновения частицы начинают двигаться как единое целое. Определите скорость υ составной частицы после столкновения.

8.13. Материальной точке, обладающей импульсом $P_1 = 3$ кгм/с, сообщают дополнительный импульс $P_2 = 4$ кгм/с, перпендикулярный к направлению ее движения. Определите величину P результирующего импульса, угол α между его направлением и направлением первоначального импульса и величину силы, считая, что она действовала $\Delta t = 0{,}5$ с.

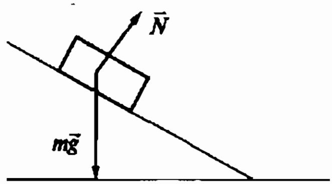
8.14. Ядро, летевшее в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon = 20$ м/с, разорвалось на два осколка с массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 5$ кг. Меньший осколок продолжает лететь в том же направлении, что и все ядро до разрыва, со скоростью $\upsilon_2 = 30$ м/с. Определить скорость υ_1 и направление движения большого осколка.

8.15. Шарик массы m налетает на неподвижную плоскую стенку со скоростью υ, перпендикулярной стенке, и упруго отскакивает от нее. В результате столкновения скорость шарика, оставаясь неизменной по величине, изменяет направление на противоположное. Время взаимодействия шарика со стенкой равно τ. С какой силой F шарик действует на стенку?

8.16. На покоящейся тележке массой $m = 20$ кг находится человек массой $M = 60$ кг. Какова будет скорость u тележки относительно Земли, если человек пойдет по тележке со скоростью $\upsilon = 1$ м/с относительно тележки?

9. Работа и энергия в механике. Законы изменения и сохранения механической энергии

9.1. У основания закрепленной наклонной плоскости плавно переходящей в горизонтальную поверхность, покоится брусок массой m. Бруску толчком сообщают скорость υ_0, направленную вверх по наклонной плоскости. Какова будет скорость υ бруска, когда он поднимется по наклонной плоскости на высоту H? Трение отсутствует.



Дано:

m, υ_0, H

Найти: υ

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на брусок. Поскольку силы трения отсутствуют, в рассмотрении должны быть включены только силы тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{N}$ нормальной реакции опоры.

Поскольку сила нормальной реакции опоры направлена под прямым углом к скорости тела в любой точке траектории, ее мгновенная мощность тождественно равна нулю, и, следовательно, совершаемая ее работа также равна нулю. Сила тяжести – потенциальна, следовательно, при подъеме тела по наклонной плоскости применим закон сохранения механической энергии.

В начальный момент времени полная механическая энергия тела равна $E_1 = m_0^2 : 2$ (полагая начальное значение потенциальной энергии тела в поле тяготения $W_1 = 0$).

В тот момент, когда тело достигает высоты H, его полная энергия будет определена выражением:

$$E_2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgH.$$

Из закона сохранения энергии имеем:

$$E_1 = E_2,$$

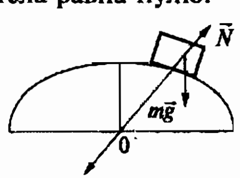
$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgH, \text{ откуда } \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gH}.$$

Очевидно, что решение задачи существует только при выполнении условия:

$$\upsilon_0^2 \geq 2gH.$$

Ответ: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gH}$.

9.2. Небольшое тело соскальзывает без трения с вершины закрепленной на столе полусферы радиуса R. На какой высоте h от поверхности стола тело оторвется от полусферы? Начальная скорость тела равна нулю.



Дано: R

Найти: h

Решение:
Рассмотрим силы, действующие на тело. Поскольку трение отсутствует, в рассмотрении должны быть включены только сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{N}$ нормальной реакции опоры.

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Выберем ось Oy к центру кривизны, получим для проекции на эту ось:

$$ma_n = mg\cos\alpha - N,\ a_n = \frac{\upsilon^2}{R},\ N = m\left(g\cos\alpha - \frac{\upsilon^2}{R}\right).$$

Очевидно, что при соскальзывании тела с поверхности полусферы $\cos\alpha$ уменьшается, а скорость υ движения возрастает, и в некоторый момент времени нормальная реакция опоры N станет равной нулю. Именно в этот момент и произойдет отрыв тела от поверхности. Поскольку сила нормальной реакции опоры направлена под прямым углом к скорости тела в любой точке траектории, ее мгновенная мощность тождественно равна нулю, и, следовательно, совершаемая ее работа также равна нулю. Сила тяжести является потенциальной, таким образом, при движении тела по поверхности полусферы применим закон сохранения механической энергии.

В начальный момент движения полная механическая энергия тела равна $E_1 = mgR$, если считать потенциальную энергию тела в гравитационном поле земли равной нулю на уровне стола.

В момент, когда радиус – вектор тела, проведенный из центра полусферы O, будет составлять угол α с вертикалью, полная механическая энергия тела равна

$$E_2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgR\cos\alpha.$$

Приравнивая E_1 и E_2, получим:

$$\frac{1}{2}n\upsilon^2 + mgR\cos\alpha = mgR,\ \text{откуда}\ \upsilon^2 = 2gR(1-\cos\alpha).$$

Учитывая $N = 0$, получим:

$$\cos\alpha = \frac{2}{3},\ \text{откуда}\ h = R\cos\alpha = \frac{2}{3}R.$$

Ответ: $h = \frac{2}{3}R.$

9.3. Тело массой $m = 2$ кг перемещается по горизонтальной плоскости на расстоянии $l = 5$ м. Определить работу A силы тяжести на этом перемещении.

9.4. Какую работу A нужно совершить для равномерного перемещения по горизонтальной поверхности на расстоянии $l = 500$ м тела массой $m = 200$ кг? Считать, что направление силы совпадает с направлением движения, а коэффициент трения равен $\mu = 0{,}02$.

9.5. Какую работу A совершает электровоз за $\tau = 10$ мин, перемещая по горизонтальному пути состав массой $m = 3000$ т с постоянной скоростью $\upsilon = 72$ км/ч, если коэффициент трения $\mu = 0{,}005$.

9.6. Автомобиль массой $m = 2000$ кг тронется с места с ускорением $a = 2$ м/с^2 и разгоняется в течении $\Delta t = 5$ с на горизонтальном пути. Какая работа A совершается за это время, если коэффициент сопротивления движению равен $\mu = 0{,}01$?

9.7. Какую работу совершает сила тяги $F = 1000$ Н, направленная под углом $\alpha = 600$ к горизонту, при равномерном и прямолинейном перемещении тела на расстояние $S = 8$ м? Определите работу $A_{сопр}$ силы сопротивления на этом пути.

9.8. При вертикальном подъеме тела массой $m = 2$ кг на высоту $h = 10$ м совершена работа $A = 240$ Дж. С каким ускорением a поднимали груз?

9.9. К телу массой $m = 1$ кг, лежащему на земле, приложена вертикально действующая сила $F = 100$ Н. Найдите скорость тела на высоте $h = 10$ м.

9.10. Какую работу A совершает человек, поднимающий груз массой $m = 2$ кг на высоту $h = 1{,}5$ м с ускорением $a = 3$ м/с^2?

9.11. Автомобиль, развивающий мощность $p = 55$ кВт, движется по горизонтальному пути с постоянной скоростью $\upsilon = 72$ км/ч. Определите силу сопротивления движению $F_{сопр}$.

9.12. Поезд массой $m = 1200$ т движется по горизонтальному пути с постоянной скоростью $\upsilon = 72$ км/ч. Определите силу сопротивления движения $F_{сопр}$.

9.13. Поезд массой $m = 600$ т отошел от станции, и двигаясь равноускоренно по горизонтальному пути, за первую минуту движения прошел путь $S = 360$ м. Определить среднюю мощность $p_{ср}$, развиваемую локомотивом на этом участке, и мощность p, развиваемую в конце 60-й секунды. Коэффициент сопротивления движению $k = 0{,}005$.

9.14. Моторы электровоза при движении со средней скоростью $\upsilon = 20$ м/с потребляет мощность $N = 8 \cdot 10^5$ Вт. Какова сила тяги мотора F, если коэффициент полезного действия силовой установки $\eta = 80$ %?

9.15. Импульс тела равен $p = 8$ кг · м/с, а его кинетическая энергия $K = 16$ Дж. Определить массу m тела.

9.16. Камень брошен вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с, на какой высоте h его кинетическая энергия равна потенциальной энергии?

9.17. Какую кинетическую энергию K нужно сообщить телу массой $m = 0{,}5$ кг, чтобы оно поднялось вертикально вверх на $h = 10$ м? Трением пренебречь.

9.18. Тело бросают с начальной скоростью $\upsilon = 10$ м/с с высоты $h = 15$ м. С какой скоростью υ оно упадет на землю? Трением пренебречь.

9.19. Скорость свободно падающего тела массой $m = 4$ кг на некотором пути увеличилась со $\upsilon_0 = 2$ м/с до $\upsilon = 8$ м/с. Найдите работу силы тяжести A на этом пути.

9.20. С какой начальной скоростью υ_0 надо бросить вниз мяч с высоты h, чтобы он подпрыгнул на высоту $2h$? Считайте удар о землю абсолютно упругим.

9.21. Тело массой $m = 100$ кг упало на землю с высоты $h = 75$ м через $t = 5$ с после начала падения. Определите работу $A_{сопр}$ силы сопротивления воздуха и величину $F_{сопр}$ этой силы, считая ее постоянной.

9.22. Тело массой $m = 2$ кг упало на землю с высоты $h = 20$ м из состояния покоя и в момент удара о землю имеет скорость $\upsilon = 20$ м/с. Определите работу $A_{сопр}$ силы сопротивления воздуха.

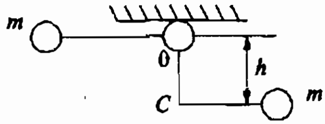
9.23. Тело массой $m = 200$ кг, падая из состояния покоя с высоты $h = 500$ м, погружается в грунт на глубину $S = 5$ м. Определить среднее значение силы сопротивления грунта $F_{сопр}$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

9.24. Какую горизонтальную скорость υ_0 нужно сообщить шарику, неподвижно висящему на невесомой и нерастяжимой нити длиной $l = 0{,}4$ м, чтобы она отклонилась на угол $\alpha = 60°$ от вертикали?

9.25. Маятник массой m отклонили на угол α от вертикали и отпустили. Какова сила T натяжения нити при прохождении маятником положения равновесия?

9.26. Шарик массы m, висящий на нити длиной L, отводят в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Внизу на расстоянии $h = 2L : 3$ под точкой подвеса O вбит гвоздь C. Какую силу натяжения T

будет иметь нить в момент, когда ее нижняя часть займет горизонтальное положение?



9.27. Спутник массой $m = 10$ т вращается по круговой орбите вокруг Земли, обладая кинетической энергией $K = 6{,}4 \cdot 10^{10}$ Дж. Во сколько раз радиус орбиты спутника r больше радиуса Земли $R = 6370$ км?

9.28. Пуля массой m попадает в деревянный брусок массой M, подвешенный на нити длиной l (баллистический маятник), и застревает в нем. На какой угол отклонится маятник, если скорость пули равна υ?

9.29. Шарик подвешен на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 0{,}5$ м. Какую горизонтальную скорость υ_0 надо сообщить шарику, чтобы он, двигаясь по окружности в вертикальной плоскости, смог пройти верхнюю точку траектории? Трением пренебречь.

9.30. Пружину пневматического пистолета сжимают на 5 см. Какую скорость приобретет пуля массой 20 г при выстреле в горизонтальном направлении? Жесткость пружины 800 Н/м.

9.31. К невесомой пружине с жесткостью k подвешен груз массой m. Определите потенциальную энергию U упруго деформированной пружины.

9.32. Имеются две пружины с коэффициентами жесткости k_1 и k_2, причем $k_1 < k_2$. К ним приложены одинаковые по величине силы F. Сравните потенциальные энергии упругих деформаций этих пружин.

9.33. Пружина жесткости k и длиной l закреплена на столе вертикально. С высоты h над столом на пружину падает пластилиновый шарик массой m и прилипает к ее верхнему концу. Определите максимальное сжатие пружины x.

9.34. Свинцовый шар массой $m = 500$ г, движущийся по горизонтальному пути со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с, соударяется с неподвижным шаром из воска, имеющим массу $M = 200$ г, после чего оба шара движутся вместе. Найдите кинетическую энергию шаров K после соударения.

9.35. Вагон массой $m_1 = 20$ т, движущийся по горизонтальному пути со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с, догоняет вагон массой

$m_2 = 40$ т, движущийся в том же направлении со скоростью $\upsilon_2 = 1$ м/с, и сцепляется с ним. Найдите изменение кинетической энергии вагонов после сцепки.

9.36. Два шара массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $\upsilon_1 = 4$ м/с и $\upsilon_2 = 8$ м/с соответственно. Определите количество теплоты, выделившееся после абсолютно неупругого столкновения шаров.

9.37. Тело, массой m_1 абсолютно не упруто сталкивается с покоящимся телом массой m_2. Определите долю потерянной кинетической энергии.

9.38. Какая доля кинетической энергии перейдет в теплоту при абсолютно неупругом столкновении двух одинаковых тел, если до удара они двигались с одинаковыми по модулю скоростями под прямым углом друг к другу?

9.39. Мяч массой $m = 200$ г подлетает к неподвижной стене под углом $\alpha = 30°$ к ее поверхности со скоростью $\upsilon = 5$ м/с. Удар о стенку абсолютно упругий. Время удара $\tau = 0,01$ с. Определите величину и направление средней силы, действующей со стороны мяча на стенку во время удара. Стенка гладкая. Действие силы тяжести на мяч во время удара не учитывать.

9.40. Молекула массой $m = 5 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая со скоростью $\upsilon = 500$ м/с, упруго ударяется о стенку. Скорость молекулы направлена под углом $\alpha = 60°$ к стенке. Найдите импульс силы Δp, полученный стенкой при ударе.

9.41. Частицы с массами m и $2m$, имеющие импульсы $2p$ и p соответственно, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определите потерю кинетической энергии при соударении.

9.42. Частица 1 , движущаяся со скоростью υ_0, претерпевает абсолютно упругое центральное столкновение с такой же, но покоящейся частицей 2. Найдите скорости обеих частиц после столкновения.

9.43. Два абсолютно упругих шара с массами m_1 и m_2 движутся со скоростями U_1 и U_2 вдоль одной прямой по горизонтальной плоскости. Происходит абсолютно упругий центральный удар. Определите скорости шаров υ_1 и υ_2 после удара.

9.44. Частица 1 , движущаяся со скоростью υ_0, претерпевает абсолютно упругое не центральное столкновение с такой же, но покоящейся частицей 2. Под каким углом разделятся частицы после столкновения?

9.45. Шар массой m, имеющий скорость υ, налетел на покоящийся шар массой $m : 2$ и после упругого удара изменил направление своего движения на угол $\alpha = 30°$. С какими скоростями υ_1 и υ_2 стали двигаться шары после удара?

10. Гидростатика

10.1. Прямоугольная коробочка из жести массой $m = 76$ г с площадью дна $S = 38$ см^2 и высотой $H = 6$ см плавает в воде. Определите высоту x надводной части коробочки.

Дано:
$m = 76$ г
$S = 38$ см^2
$H = 6$ см

Найти: x

Решение:
Условие плавания коробочки имеет вид:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0,$$

где $\vec{F}_A$ – выталкивающая (Архимедова) сила, откуда $F_A = mg$.

В соответствии с законом Архимеда имеем:

$$F_A = \rho S_g (H - x),$$

где x – искомая высота надводной части коробочки, $\rho = 10^3$ кг/м^3 – плотность воды, отсюда получим выражение для x в следующем виде:

$$x = H - \frac{m}{\rho S} = 4 \text{ см}.$$

Ответ: $x = H - \dfrac{m}{\rho S} = 4$ см.

10.2. В цилиндрический сосуд с поперечным сечением $S = 10$ см^2 налиты несмешивающиеся жидкости: масло массой $m_1 = 400$ г и вода массой $m_2 = 500$ г. Определите давление p на дно сосуда, если атмосферное давление $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

10.3. В цилиндрический сосуд с поперечным сечением $S = 10$ см^2 налиты несмешивающиеся жидкости: масло и вода. Определите давление p на дно сосуда, если атмосферное давление $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па, плотности воды и масла равны $\rho_1 = 1000$ кг/м^3 и $\rho_2 = 800$ кг/м^3 соответственно.

10.4. Оцените, во сколько раз давление на дне моря на глубине $h = 100$ м превышает нормальное атмосферное давление. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

10.5. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе количества воды и ртути. Общая высота столба жидкостей в сосуде H = 143 см. Найдите давление p на дно сосуда. Плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $\rho_0 = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

10.6. В жидкостях с плотностями ρ_1 и ρ_2 вес тела оказался равным соответственно P_1 и P_2. Определите вес тела в жидкости с плотностью ρ_3.

10.7. Сплошное однородное тело, погруженное в жидкость с плотностью ρ_1, имеет вес P_1, а в жидкости с плотностью ρ_2, имеет вес P_2. Найдите плотность вещества тела.

10.8. Однородное тело плавает по поверхности керосина так, что объем погруженной части составляет $\eta_1 = 0{,}92$ всего объема тела. Определить объем погруженной части η_2 при плавании тела на поверхности воды. Плотность керосина $\rho_1 = 800$ кг/м^3, плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м^3.

10.9. Бревно, имеющее длину $L = 3{,}5$ м и диаметр $D = 30$ см, плавает в воде. Какова масса m человека, который может стоять на бревне, не замочив ноги? Плотность дерева $\rho = 700$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

10.10. Плотность ρ морской воды на 3 % больше плотности речной воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Чтобы пароход при переходе из моря в реку не изменил своей осадки, с него сняли $m = 900$ кг груза. Определите массу парохода M вместе с оставшимся на нем грузом.

10.11. Прямоугольный понтон массой $m = 800$ кг имеет размеры, длину $a = 4$ м, ширину $b = 2$ м и высоту $c = 0{,}7$ м. Найдите осадку x понтонов без нагрузки и предельную грузоподъемность M при высоте бортов над ватерлинией $h = 0{,}2$ м.

10.12. Доска толщиной $d = 5$ см плавает в воде, погрузившись на $\eta = 70$ %. Поверх воды разливается слой нефти толщиной $h = 1$ см. На какую высоту x будет выступать доска над поверхностью нефти? Плотность нефти $\rho_н = 800$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

10.13. В сосуде находятся две несмешивающиеся жидкости с различными плотностями. На границе раздела жидкостей плавает однородный куб, погруженный целиком в жидкость. Плотность материала куба ρ больше плотности ρ_1 верхней жидкости, но меньше плотности ρ_2 нижней. Какая часть объема куба находится в верхней жидкости?

10.14. Тело плотностью ρ плавает на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2, причем $\rho_1 > \rho_2$. Какая часть объема тела погружена в нижний слой жидкости?

10.15. На границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 плавает шар так, что отношение объемов погруженных в жидкости частей шара равно $V_1 : V_2 = n$. Найдите плотность вещества шара.

10.16. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на высоту $h = 0{,}2$ м, а большой поршень поднимается на высоту $H = 0{,}01$ м. С какой силой F действует пресс на зажатое в нем тело, если на малый поршень действует сила $f = 500$ Н?

10.17. При подъеме груза, имеющего массу $m = 2000$ кг, с помощью гидравлического пресса была затрачена работа $A = 40$ Дж. При этом малый поршень сделал $n = 10$ ходов, перемещаясь за один ход на высоту $h = 10$ см. Во сколько раз площадь S большего поршня больше площади s меньшего?

10.18. Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями с массами $m_1 = 1{,}0$ кг и $m_2 = 2{,}0$ кг. В положении равновесия первый поршень расположен выше второго на $h = 10$ см. когда на первый поршень поместили гирю массой $m = 2{,}0$ кг, поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. На каком расстоянии H друг от друга расположатся поршни, если гирю перенести на второй поршень?

10.19. Три шарика, массы которых равны соответственно равны $m_1 = 1$ г, $m_2 = 2$ г и $m_3 = 3$ г укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии $a = 12$ см друг от друга. Найдите центр масс (центр тяжести) данной системы.

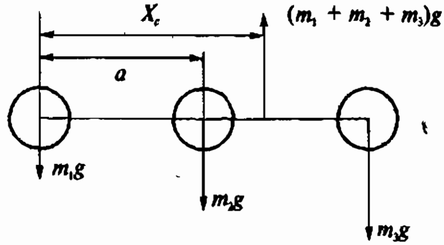
Дано:	Решение:
$m_1 = 1$ г $m_2 = 2$ г $m_3 = 3$ г **Найти:** X_c	Если подвесить стержень с шариками за центр тяжести на нить, то система будет находится в равновесии (таково свойство центра тяжести точки приложения равнодействующих сил тяжести системы), а сила натяжения нити при этом равна сумме сил тяжести шариков (см. рис).

Из условия равновесия следует, что алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих в системе, относительно любой точки, в том числе относительно центра меньшего шарика, равна нулю, т.е.

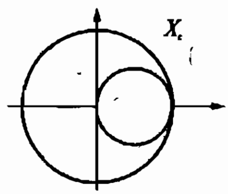
$$(m_1 + m_2 + m_3)g \cdot x_c = m_2 g a + m_3 g 2a,$$

откуда следует:

$$x_c = \frac{(m_2 + 2m_3)a}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\ \text{г} \cdot 12\ \text{см}}{6\ \text{г}} = 16\ \text{см}.$$



10.20. Определить центр тяжести однородного диска радиусом $R = 12$ см с вырезом, сделанным, как показано на рисунке.



Дано:	Решение:
$R = 12$ см	Заполним мысленно вырез диска так, чтобы получился сплошной однородный диск, состоящий однако из двух частей. Пусть масса m – масса сплошного диска. Тогда массы частей диска равны:
Найти: X_c	

$$m_1 = \frac{m}{\pi R^2}\left(\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right) = \frac{3}{4}\ \text{м};\ m_2 = m - m_1 = \frac{1}{4}\ \text{м}.$$

Из соображений симметрии следует, что центр первой части (то есть заданного диска) лежит на оси x, второй части – в точке O_1, а сплошного диска в точке O. Если рассматриваемую систему подвесить за точку O, то она будет находиться в равновесии. Запишем условие равенства нулю моментов всех сил относительно точки O:

$$m_1 g x_c = m_2 g \frac{R}{2}, \text{ следовательно, } x_c = \frac{R}{6} = 2 \text{ см.}$$

10.21. Лестница длиной 4 м приставлена к гладкой стене под углом к полу $\alpha = 60°$. Максимальная сила трения между лестницей и полом 200 Н. На какую высоту может подняться по лестнице человек массой 60 кг, прежде чем лестница начнет скользить? Массой лестницы пренебречь.

10.22. Клин заколачивают в бревно. Каким должен быть коэффициент трения, чтобы клин не выскакивал из бревна? Угол при вершине клина $\alpha = 30°$. Масса клина мала.

10.23. Определите положение центра масс легкого треугольника со следующими точечными массами в вершинах:

1) m, m, m;
2) m, m, $2m$.

10.24. Десять шариков, массы которых последовательно равны 1, 2, 3, ... , 10 г, укреплены на легком стержне длиной 90 см так, что между центрами каждых двух соседних шариков расстояние равно 10 см. Найдите положение центра масс системы.

10.25. Однородное бревно массой $1{,}2 \cdot 102$ кг лежит на земле. Какую минимальную силу необходимо приложить, чтобы приподнять бревно за один его концов? Ускорение свободного падения 10 м/с^2.

10.26. На земле лежат вплотную два одинаковых бревна цилиндрической формы. Сверху кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения между ними они не раскатятся, если по земле бревна не скользят (то есть коэффициент трения бревна о землю велик)?

11. Избранное

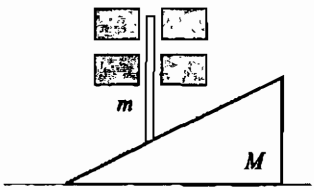
11.1. Первую половину времени тело движется со скоростью $\upsilon_1 = 20$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к заданному направлению, а вторую половину времени – под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению со скоростью $\upsilon_2 = 40$ м/с. Найдите среднюю скорость движения $\upsilon_{ср}$.

11.2. Тело совершает два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $\upsilon_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к направлению оси Ox и $\upsilon_2 = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению. Найдите среднюю скорость движения $\upsilon_{ср}$.

11.3. В потолке помещения проделаны две дыры на расстоянии L друг от друга. Мяч находится на расстоянии a от первой дыры. Под каким углом к горизонту нужно бросить мяч, чтобы он пролетел через обе дыры? Высота потолка h.

11.4. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью υ_0. При этом на тело действует попутный горизонтальный ветер, сообщая ему постоянное ускорение a. Найдите время полета, наибольшую высоту и наибольшую дальность полета.

11.5. Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вниз и вверх стержень, масса которого m. Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой M. Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определите ускорение клина и стержня.



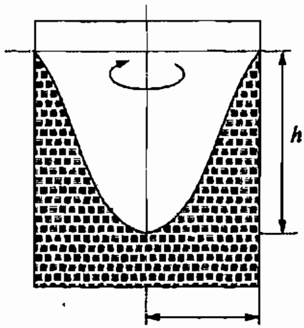
11.6. На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна до поверхности стола равно длине пробирки l. Нить пережигают, и за время падения муха перелетает со дна в верхний конец пробирки. Определить время, за которое пробирка достигнет стола.

11.7. Платформа массы M начинает двигаться вправо под действием постоянной силы F. Из под неподвижного бункера на нее высыпается песок. Скорость погрузки постоянна и равна μ кг/с. Найдите зависимость от времени ускорения платформы в процессе погрузки? Трение пренебрежимо мало.

11.8. Шарик, движущийся со скоростью υ налетает на стенку, движущуюся со скоростью u ($u < \upsilon$) в том же направлении и ударяется о нее абсолютно упруго. Плоскость стенки перпендикулярна к скорости движения шарика. Определите скорость шарика после удара в системе отсчета, связанной с Землей.

11.9. Удерживаемый за верхний конец на высоте h над поверхностью воды тонкий металлический стержень длиной l выпускают, и он, сохраняя вертикальное положение, падает до дна водоема на глубину H ($l < H$). Какова скорость стержня в момент касания дна, если плотности материала стержня (ρ) и воды ($\rho_в$) известны, а сопротивление движению стержня не учитывается.

11.10. Цилиндрический сосуд радиуса R, заполненный жидкостью, вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью цилиндра. Найдите разность уровней жидкости h между точками, лежащими на оси и на стенки цилиндра.



11 КЛАСС. ТЕРМОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. Основы молекулярно-кинетической теории

1.1. Какое количество вещества содержится в алюминиевой отливке массой 5,4 кг?

Дано:	Решение:
$m = 5{,}4$ кг $\mu = 0{,}027$ кг/моль **Найти:** υ	Для решения достаточно найти из таблицы химических элементов Д.И. Менделеева относительную атомную массу алюминия.

$$\upsilon = \frac{m}{\mu};\ \nu = \frac{5{,}4\ \text{кг}}{0{,}027\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 200\ \text{моль}.$$

1.2. В пробирке длиной $L = 10$ см, расположенной вертикально, над воздухом находится столбик ртути высотой $h = 3$ см. Пробирку переворачивают вверх дном. Определить, какой высоты столбик ртути останется в пробирке. Принять $P_{атм} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па, плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано:	Решение:
$L = 0{,}1$ м $h = 0{,}03$ м $P_{атм} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3 **Найти:** x	Если перевернуть пробирку, то воздух, заключенный в ней под столбиком ртути, расширится. Температура воздуха не изменится, т. е. процесс расширения происходит изотермически: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Давление воздуха P_1 равно сумме гидростатического давления столбика ртути и атмосферного давления: $P_1 = P_{атм} + \rho g h$.

Объем, занимаемый воздухом до опрокидывания, $V_1 = (L - h)S$, где S – площадь поперечного сечения пробирки.

Когда пробирку перевернули, то атмосферное давление уравновешивается давлением воздуха P_2 и давлением оставшегося столбика ртути x:

$$P_{атм} = P_2 + \rho gx, \text{ откуда } P_2 = P_{атм} - \rho gx.$$

Объем воздуха в этом случае равен $V_2 = (L - x)S$. При решении данных уравнении получаем квадратное уравнение, решением которого являются два значения. Физически смысл имеет только один из корней уравнения

$$x = \frac{A - \sqrt{A^2 - 4\rho gB}}{2\rho g},$$

где $A = \rho gL + P_{атм}$, $B = P_{атм}L - (P_{атм} + \rho gh)(L - h)$.

$$x \sim 0{,}026 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 0{,}026$ м.

1.3. Сколько N молекул содержится в $V = 1$ см^3 воды? Какова масса m_0 молекулы воды? Оцените линейный размер d молекулы воды. Плотность воды $\rho = 103$ кг/м^3. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.4. За $\tau = 25$ мин кипения испарилось $m = 270$ г воды Сколько n молекул воды ежесекундно переходило из жидкой фазы в газовую? Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.5. Какое понадобится время τ, чтобы на поверхность стекла нанести слой серебра толщиной $d = 5$ мкм, используя для этого атомарный пучок с концентрацией атомов серебра $n = 10^{18}$ м$^{-3}$, движущихся со скоростью $v = 0{,}39$ км/с? Молярная масса серебра $\mu = 108 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность серебра $\rho = 10{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.6. Кристаллическая решетка железа при комнатной температуре – кубическая объемно-центрированная. Атомы железа расположены в вершинах куба и в центре — на пересечении пространственных диагоналей куба. Сколько n атомов железа приходится на одну элементарную ячейку? Определите постоянную решетки (ребро куба) a и минимальное расстояние d между атомами железа. Относительная атомная масса железа $M_r = 56$, плотность железа $\rho = 7{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.7. Кристаллы поваренной соли $NaCl$ кубической системы состоят из чередующихся атомов (ионов) Na и Cl, Определите наименьшее расстояние d между их центрами. Молярная масса поваренной соли $\mu = 59{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность $\rho = 2{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1.8. На пути пучка молекул помещена «зеркальная» стенка. Найдите давление P пучка на стенку, если масса молекулы в пучке $m_0 = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ кг, скорости молекул $v = 1$ км/с, их концентрация в пучке $n = 5 \cdot 10^{17}$ м$^{-3}$. Рассмотрите три случая: а) пучок падает перпендикулярно на неподвижную стенку; б) пучок падает под углом $\alpha = 45°$ на неподвижную стенку; в) пучок падает перпендикулярно на стенку, движущуюся навстречу молекулам со скоростью $V = 50$ м/с.

Определение температуры

1.9. На сколько процентов η увеличивается средняя в расчете на одну молекулу кинетическая энергия молекул идеального газа при увеличении его температуры от $T_1 = 280$ K до $T_2 = 308$ K?

Уравнение состояния идеального газа

1.10. Вакуумный насос понижает давление до $P = 1{,}3 \cdot 10^{-10}$ Па. Сколько N молекул газа содержится в $V = 1$ см^3 при указанном давлении и температуре $t = 27$ °С? Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

1.11. В трещину откачанной лампы накаливания объемом $V = 200$ см^3 ежесекундно проникает $\Delta N = 10^{12}$ молекул газа. За какое время τ при температуре $T = 273$ К в лампе установится давление $P_0 = 10^5$ Па? Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

1.12. Найдите массу m воздуха, заполняющего аудиторию площадью $S = 200$ м^2 и высотой $h = 5$ м. Давление воздуха $P = 10^5$ Па, температура воздуха $t = 17$ °С. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

1.13. Где больше молекул: в комнате объемом $V_1 = 50$ м^3 при атмосферном давлении $P = 10^5$ Па и температуре $t = 20$ °С или в стакане воды объемом $V_2 = 200$ см^3? Плотность воды $\rho = 103$ кг/м^3, молярная масса воды $\mu_1 = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Изопроцессы

1.14. Водитель проверяет давление в шинах автомобиля перед тем, как отправиться в продолжительную поездку.

Давление равно $P_1 = 200$ кПа при температуре $t_1 = 22$ °С. После нескольких часов езды он снова измеряет давление и находит, что оно равно $P_2 = 250$ кПа. Насколько Δt увеличилась температура воздуха в шинах? Утечки воздуха из шин и изменения их объема не происходит.

1.15. Определите температуру T газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на $\delta P = 0{,}4$ % при нагревании на $\Delta T = 1$ К.

1.16. Бутылка, наполненная воздухом, плотно закрыта пробкой площадью сечения $S = 2{,}5$ см^2. До какой температуры t_2 следует нагреть воздух, чтобы пробка вылетела из бутылки, если сила трения, удерживающая пробку, $F = 12$ Н? Начальное давление воздуха в бутылке и наружное давление одинаковы и равны $P = 100$ кПа, начальная температура $t_1 = -3$ °С.

1.17. В помещении с температурой $t_1 = 27$ °С манометр на баллоне с газом показывает $P = 250$ кПа. Когда баллон вынесли из помещения, показание манометра уменьшилось на $|\Delta P| = 50$ кПа. Найдите температуру t_2 атмосферы. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Примечание: манометры обычно градуируют так, что они показывают разность между давлением внутри баллона и атмосферным давлением.

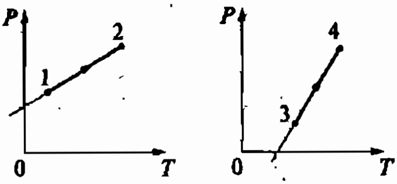
Постоянное количество вещества

1.18. Во сколько раз изменяется давление одноатомного идеального газа при уменьшении его объема в $\alpha = 3$ раза и увеличении средней в расчете на одну молекулу кинетической энергии в $\beta = 2$ раза?

1.19. В процессе, при котором давление обратно пропорционально квадрату объема ($P = b : V_2$), объем газа увеличился в $\alpha = 1{,}5$ раза. При этом его температура понизилась на $\Delta T = 100$ К. Найдите начальную температуру T газа.

1.20. На рисунках изображены графики зависимости давления P идеального газа от температуры T. Определите, сжимался или расширялся газ в этих процессах.

1.21. Воздушный пузырек на дне озера глубиной $H = 16$ м имеет объем $V_1 = 1{,}1$ см^3. Температура на дне $t_1 = 5$ °С, а на поверхности $t_2 = 16$ °С. Определите объем V_2 пузырька в тот момент, когда он достигнет поверхности воды. Атмосферное давление $P = 10^5$ Па. Плотность воды $\rho = 103$ кг/м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



1.22. Баллон емкостью V_1 = 40 л содержит сжатый воздух при давлении $P = 1,5 \cdot 10^7$ Па и температуре t_1 = 27 °С. Какой объем V_2 воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если лодка находится на глубине H = 20 м, где температура t_2 = 7 °С? Плотность воды ρ = = 103 кг/м^3, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

1.23. Два одинаковых баллона с идеальным газом соединены тонкой трубкой. Температура и давление газа в баллонах T_1 = 300 К, $pi = 10^5$ Па. Каким будет давление P_2 газа, если в одном из баллонов поддерживать прежнюю температуру T_1, а второй нагреть до T_2 = 450 К?

Смесь газов

1.24. Три баллона, объемы которых V_1 = 3 л, V_2 = 7 л и V_3 = 5 л, наполнены соответственно кислородом, азотом и углекислым газом при одинаковой температуре. Давления газов в баллонах P_1 = 2 атм, P_2 = 3 атм и P_3 = 0,6 атм соответственно. Баллоны соединяют между собой. Найдите давление P смеси. Температура постоянна.

1.25. Определите плотность ρ смеси, содержащей m_1 = 4 г водорода и m_2 = 32 г кислорода при температуре t = 7 °С и давлении $P = 10^5$ Па. Молярная масса водорода μ_1 = = 2 г/моль, молярная масса кислорода μ_2 = 32 г/моль. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль · К).

Трубка со столбиком жидкости внутри

1.26. На какую глубину H в жидкость плотности ρ следует погрузить нижний конец открытой трубки длины L, чтобы, закрыв верхнее отверстие, вынуть столбик жидкости высотой L : 2? Атмосферное давление P, ускорение свободного падения g. Температура воздуха постоянна.

1.27. В стеклянной трубке, запаянной с одного конца, находится столбик ртути длиной L = 15 см. Когда трубка лежит горизонтально, длина столбика воздуха между запаянным концом и ртутью $l_1 = 20$ см, если же трубку расположить вертикально запаянным концом вверх, то длина воздушного столбика возрастает до $l_2 = 25$ см. Найдите атмосферное давление P. Плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Изменение количества вещества в сосуде

1.28. Какая масса m воздуха выйдет из комнаты объемом $V = 60$ м^3 при повышении в ней температуры от $T_1 = 290$ К до $T_2 = 300$ К? Атмосферное давление $P = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К). Воздух в комнате свободно сообщается с атмосферой.

1.29. Оболочка аэростата объемом $V = 1600$ м^3, находящегося на поверхности Земли, наполнена водородом на $n = 7/8$ объема при давлении $P_1 = 10^5$ Па и температуре $t_1 = 27$ °С. Аэростат поднялся на высоту, где давление $P_2 = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па и температура $t_2 = 2$ °С. Сколько ν моль водорода вышло из аэростата? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

1.30. После того как в комнате протопили печь, температура поднялась с $t_1 = 15$ °С до $t_2 = 27$ °С. На сколько процентов $|\delta N|$ уменьшилось число молекул воздуха в комнате? Воздух в комнате свободно сообщается с атмосферой.

1.31. Шина заполнена воздухом при температуре $t_1 = 15$ °С и некотором давлении. Температура воздуха в шине повышается до $t_2 = 40$ °С. Какую часть $|\delta m|$ массы воздуха следует выпустить из шины, чтобы давление осталось неизменным? Объем шины постоянный.

Насосы

1.32. Баллон объемом $V_1 = 0{,}02$ м^3, содержащий воздух при давлении $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, соединяют с баллоном объемом $V_2 = 0{,}06$ м^3, из которого воздух выкачан. Полагая температуры воздуха в начальном и конечном состояниях одинаковыми. Найдите давление P, установившееся в сосудах.

1.33. Сколько n ходов должен сделать поршень накачивающего насоса, чтобы повысить давление в камере объемом V в α раз? Начальное давление в камере P, объем насоса V_0, атмосферное давление P_0. Процесс протекает при постоянной температуре.

1.34. Компрессор захватывает при каждом качании $V_0 = 4$ л воздуха при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па и температуре $t_0 = -3$ °C и нагнетает его в резервуар емкостью $V = 1{,}5$ м^3, причем температура воздуха в резервуаре поддерживается равной $t = 45$ °C. Сколько качаний n должен сделать компрессор, чтобы давление в резервуаре увеличилось на $\Delta P = 1{,}96 \cdot 10^5$ Па?

Плотность газа

1.35. Найдите давление P кислорода в баллоне, если при температуре $t = 27$ °C его плотность $\rho = 6{,}24$ кг/м^3. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

1.36. При изобарном нагревании некоторой массы идеального газа его плотность ρ уменьшилась вдвое. На сколько δT процентов увеличилась температура газа по шкале Кельвина?

Воздушные шары и другие плавающие сосуды

1.37. Какова должна быть масса m оболочки воздушного шарика диаметром $d = 25$ см, наполненного водородом, чтобы шарик покоился? Воздух и водород находятся при нормальных условиях: $t = 0$ °C, $P = 10^5$ Па. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса воздуха $\mu_2 = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

1.38. Шар объемом $V = 0{,}1$ м^3, сделанный из тонкой бумаги, наполняют горячим воздухом, температура которого $t_1 = 67$ °C. Температура окружающего воздуха $t_2 = 17$ °C. Давление воздуха внутри шара и атмосферное давление одинаковы и равны $P = 10^5$ Па. При какой массе m бумажной оболочки шар будет подниматься? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

1.39. Сможет ли воздушный шар, наполненный гелием, поднять груз массой $M = 100$ кг, если объем шара $V = 150$ м^3, а масса его оболочки $m = 8$ кг? Давления P и температуры t гелия и воздуха одинаковы и равны соответственно 10^5 Па и 15 °C. Молярные массы гелия $\mu_1 = 4$ г/моль, воздуха $\mu_2 = 29$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К). Объем груза пренебрежимо мал.

1.40. Атмосфера Венеры почти полностью состоит из углекислого газа. Температура его у поверхности планеты $t = 500$ °C, а давление $P = 10^7$ Па. При каком объеме V спускаемый аппарат массой $m = 1000$ кг будет свободно плавать в нижних слоях атмосферы Венеры? Молярная масса углекислого газа $\mu = 44$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · K).

1.41. Тонкостенный резиновый шар массой $M = 50$ г наполнен азотом и погружен в озеро на глубину $h = 100$ м, где температура воды $t = 7$ °C. Найдите массу m азота, если шар находится в положении равновесия. Атмосферное давление $P = 10^5$ Па. Натяжением оболочки пренебречь. Молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · K). Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Два газа, разделенные поршнем

1.42. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется поршень, который может скользить в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится $m_1 = 3$ г водорода, а с другой – $m_2 = 17$ г азота. Какую часть δ_1 объема цилиндра занимает водород? Молярные массы водорода $\mu_1 = 2$ г/моль, азота $\mu_2 = 28$ г/моль. Газы находятся в тепловом равновесии.

1.43. Теплоизолирующий поршень делит горизонтальный сосуд длиной $L = 1{,}2$ м на две равные части, содержащие идеальный газ при температуре $t_1 = 17$ °C. На какое расстояние Δx сместится поршень, если газ в одной части нагреть до температуры $t_2 = 37$ °C, а в другой части температуру газа оставить неизменной?

1.44. Закрытый с обеих сторон цилиндр разделен на две равные части теплонепроницаемым поршнем. В одной половине цилиндра находится газ при температуре $T_1 = 260$ K, а во второй половине – другой газ при температуре $T_2 = 300$ K. На какое расстояние Δx сместится поршень, если первый газ нагреть до $T_1 = 310$ K, а второй до $T_2 = 330$ K? Длина цилиндра $L = 154$ см.

1.45. Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд разделен на две равные части поршнем, который может перемещаться без трения. Давления и температуры в обеих половинах одинаковы. В сосуде находятся два газа: в левой части только первый газ, а в правой – смесь первого и второго газов, причем парциальные давления в смеси равны. В некоторый момент поршень становится проницаемым для второго газа. Во сколько раз n увеличится объем левой части после того, как установится равновесие?

Распад молекул

1.46. Некоторое количество водорода H_2 находится при температуре $t_1 = 200$ К и давлении $p_1 = 400$ Па. Газ нагревают до температуры $T_2 = 104$ К, при которой молекулы водорода практически полностью распадаются на атомы. Найдите новое значение давления P_2 газа, если его объем остался неизменным.

1.47. В сосуде находится смесь азота и водорода. При температуре T, когда молекулы азота полностью распались на атомы, давление смеси равно P (диссоциацией водорода можно пренебречь). При температуре $2T$, когда оба газа полностью диссоциировали, давление в сосуде $3P$. Найдите отношение m_1/m_2 масс азота и водорода в смеси? Молярная масса атомарного азота $\mu_1 = 14 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса молекулярного водорода $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Разное

1.48. В цилиндре под поршнем при температуре $T = 280$ К находится газ при давлении $P = 10^5$ Па. Цилиндр расположен вертикально, площадь поршня $S = 80$ см^2. На поршень положили гирю массой $M = 20$ кг. После ряда колебаний поршень остановился, а температура газа не изменилась. На сколько ΔT следует нагреть газ, чтобы его объем увеличился до первоначального значения? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1.49. В трубу квадратного сечения, лежащую на горизонтальной поверхности и закрытую с одного конца, медленно вдвигают поршень, действуя горизонтальной силой. Найдите давление P воздуха в трубе в тот момент, когда она сдвинется с места. Масса трубы с поршнем $M = 2$ кг. Площадь поршня $S = 6$ см^2. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Коэффициент трения скольжения трубы по горизонтальной поверхности $\mu = 0{,}3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1.50. Вакуумным насосом с производительностью $\Delta V/\Delta t = 10$ л/с откачивают некоторую камеру, в которой есть небольшое отверстие. Через отверстие в камеру каждую секунду попадает $\nu = 10^{-7}$ моль воздуха. Какое давление P установится в камере? Температура газа в камере $T = 300$ К, Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

1.51. Лазерные трубки объемом $V_0 = 60$ см^3 должны заполняться смесью гелия и неона в молярном отношении 5 : 1 при давлении $P_0 = 6$ мм рт. ст. Имеются баллоны с этими газами, каждый объемом $V = 2$ л. Давления в баллонах с гелием $p_1 = 50$ мм рт. ст., с неоном $P_2 = 200$ мм рт. ст. Какое число N лазерных трубок можно заполнить? Температуры газов одинаковы и постоянны.

2. Основы термодинамики

Внутренняя энергия идеального газа

2.1. Каково давление P одноатомного идеального газа, занимающего объем $V = 2$ л, если его внутренняя энергия $U = 300$ Дж?

2.2. Найдите число N молекул, содержащихся в $m = 1$ кг идеального газа, если при температуре $T = 300$ К средний квадрат скорости молекул $\langle v^2 \rangle = 0{,}37 \cdot 10^6$ м^2/с^2. Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

2.3. Два сосуда, содержащие $\nu_1 = 10$ моль и $\nu_2 = 15$ моль одинакового идеального газа, соединены трубкой с краном. В первом сосуде средний квадрат скорости движения молекул равен $\langle v_1 \rangle = 16 \cdot 10^4$ м^2/с^2, а во втором $\langle v_2 \rangle = 25 \cdot 10^4$ м^2/с^2. Найдите установившуюся температуру T газа после открытия крана. Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Молярная масса газа $\mu = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

2.4. Два сосуда, содержащие одноатомный газ, соединены тонкой трубкой. Отношение объемов сосудов $n = 2$. Первоначально температура газа в большем из сосудов $T_1 = 300$ К. В результате перемешивания происходит выравнивание температур. Найдите первоначальную температуру T_2 газа в меньшем сосуде, если конечная температура $T = 350$ К. В процессе перемешивания теплообменом со стенками пренебречь.

Работа, тепло и первый закон термодинамики

Работа

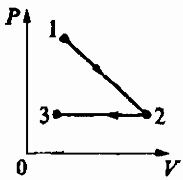
2.5. Во время расширения, вызванного нагреванием, газу было передано количество теплоты $Q = 3 \cdot 10^5$ Дж, причем газ действовал на поршень с постоянной силой $F = 4 \cdot 10^5$ Н. На сколько ΔU увеличилась внутренняя энергия газа, если поршень передвинулся на расстояние $L = 30$ см?

2.6. Газ, находящийся при давлении $P = 10^5$ Па, расширился изобарически, совершив работу $A = 25$ Дж. Определите приращение ΔV объема газа.

2.7. В цилиндре под поршнем находится $m = 1{,}6$ кг кислорода при температуре $T_1 = 290$ К. До какой температуры T_2 следует изобарно нагреть кислород, чтобы кислород совершил работу $A = 4 \cdot 10^4$ Дж? Молярная масса кислорода $\mu = 32$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

2.8. Азот массой $m = 1$ кг изобарически сжимают. В результате этого процесса его температура изменилась на $|\Delta T| = 100$ К. Какая работа A была совершена внешней силой при сжатии азота? Молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

2.9. Идеальный газ расширяется до удвоенного объема в процессе $1 \to 2$ с линейной зависимостью давления от объема. Затем его изобарически сжимают в процессе $2 \to 3$ до первоначального объема. Найдите отношение работ, совершенных газом в процессах расширения и сжатия. Известно, что температуры в точках 1 и 2 одинаковы.



2.10. Идеальный газ в количестве ν моль нагревают под поршнем так, что температура изменяется пропорционально квадрату давления $T = \alpha P^2$ от начального значения T_1 до конечного T_2. Определите работу A, совершаемую газом. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

Тепло

2.11. В герметичном сосуде объемом $V = 6{,}5$ л содержится одноатомный идеальный газ при давлении $P = 10^5$ Па. Какое количество Q теплоты необходимо сообщить газу, чтобы давление в сосуде увеличилось в $n = 3$ раза?

2.12. В герметичном сосуде объемом $V = 20$ дм^3 содержится одноатомный идеальный газ при давлении $P_1 = 10^5$ Па.

Какое давление P_2 установится в сосуде, если газу сообщить $Q = 3$ кДж теплоты?

2.13. В теплоизолированном герметичном баллоне, объем которого $V = 10^{-3}$ м^3, находится одноатомный идеальный газ при давлении $P = 10^4$ Па. С помощью электронагревателя, расположенного внутри баллона, газ получает $Q = 30$ Дж тепла. Во сколько раз η увеличится средняя в расчете на один атом кинетическая энергия?

2.14. В теплоизолированном герметичном сосуде объемом $V = 1$ м^3 находится одноатомный идеальный газ. После включения на время $\tau = 60$ с небольшого электронагревателя с сопротивлением $R = 100$ Ом, помещенного в сосуд, давление в сосуде увеличилось на ΔP. Найдите ΔP, если через нагреватель протекал ток величиной $I = 1$ А. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

2.15. Сосуд объемом $V = 0,25$ м^3 содержит азот при давлении $p_1 = 120$ кПа. Какое давление P_2 установится в сосуде, если азоту сообщить $Q = 8,4$ кДж тепла? Молярная теплоемкость азота при постоянном объеме $C_v = 21$ Дж/(моль · К), универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

Теплоемкости c_p и c_v

2.16. Для нагревания $m = 1$ кг некоторого идеального газа на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении требуется $Q_p = 915$ Дж тепла, а для нагревания при постоянном объеме $Q_V = 655$ Дж тепла. Найдите молярную массу μ газа. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

2.17. Воздух массой $m = 0,005$ кг и начальной температурой $t_0 = 27$ °С нагревают при постоянном давлении так, что его объем увеличивается в $n = 2$ раза. Определите количество Q теплоты, сообщаемой воздуху. Удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении $C_p = 10^3$ Дж/(кг · К).

Первый закон термодинамики

2.18. Для изобарного нагревания $\nu = 800$ моль газа на $\Delta T = 500$ К газу сообщили количество теплоты $Q = 9,4$ МДж. Найдите работу A газа и приращение ΔU его внутренней энергии. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

2.19. Одноатомный идеальный газ, находящийся в цилиндре под поршнем, нагревают, при этом газ совершает работу $A = 600$ Дж. Какое количество Q тепла подведено к газу при нагревании?

2.20. При изобарическом охлаждении одноатомного идеального газа его внутренняя энергия уменьшается на $|\Delta U| = 1500$ Дж. Найдите работу A, совершенную газом.

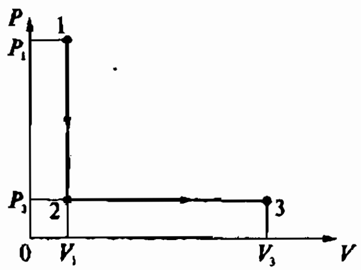
2.21. Одноатомный идеальный газ, находящийся в цилиндре под поршнем, охлаждают, при этом газ совершает работу $A = -900$ Дж. Какое количество $|Q|$ тепла было отведено от газа при охлаждении?

2.22. При изобарическом нагревании одноатомного идеального газа его внутренняя энергия увеличилась на $\Delta U = 1500$ Дж. Найдите количество Q тепла, которое было при этом подведено к газу.

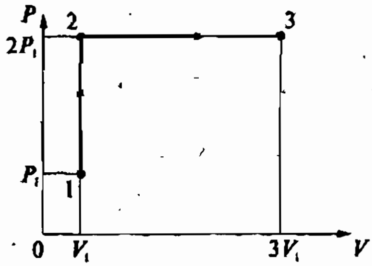
2.23. На сколько ΔU увеличится внутренняя энергия одноатомного идеального газа в процессе изобарического расширения, если газу при этом сообщается $Q = 30$ кДж тепла?

2.24. Одноатомный газ в количестве $\nu = 2$ моль нагрели при постоянном давлении на $\Delta T = 50$ К. Какое количество Q тепла было подведено к газу? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

2.25. Водород массой $m = 0{,}5$ кг перешел из состояния 1 в состояние 3, где его температура равна начальной $t_1 = 500$ К. Найдите работу A газа в процессе $1 \to 3$, если конечное давление в 5 раз меньше начального. Молярная масса водорода $\mu = 2$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).



2.26. Один моль идеального газа перевели из состояния 1 в со стояние 2 изохорически так, что его давление уменьшилось в $n = 1{,}5$ раза, а затем изобарически нагрели до начальной температуры T_1. При этом газ совершил работу $A = 0{,}83$ кДж. Найдите T_1. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).



2.27. Какое количество Q теплоты сообщают одноатомному идеальному газу в процессе $1 \to 2 \to 3$? В состоянии 1 давление газа:

$$p_1 = 10^5 \text{ Па, объем } V_1 = 100 \text{ л.}$$

2.28. Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 5$ моль сначала охлаждают при постоянном объеме от температуры $T_1 = 600$ К до температуры $T_2 = 400$ К, а затем продолжают охлаждать при постоянном давлении до температуры $T_3 = 300$ К Какое количество теплоты отдает при этом газ? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

Тепловые процессы

КПД двигателей

2.29. При сгорании $V_1 = 1$ л бензина выделяется $E_1 = 32$ МДж. За счет $\eta = 40$ % этой энергии грузовик, масса которого $m = 20$ тонн, приходит в движение. Какой объем V_2 бензина потребуется, что бы разогнать грузовик до скорости $v = 72$ км/ч?

2.30. Найдите расход бензина для автомобиля «Запорожец» на $s = 1$ км пути при скорости $v = 60$ км/ч. Мощность мотора $N = 23$ л.с., коэффициент полезного действия мотора $\eta = 30$ %. Теплотворная способность бензина $q = 4{,}5 \cdot 10^7$ Дж/кг. 1 л.с. = 735,5 Вт.

2.31. На сколько s километров пути хватит автомобилю $V = 40$ л бензина, если масса автомобиля $M = 3{,}6$ т, сила сопротивления движению составляет $k = 0{,}05$ веса, КПД двигателя $\eta = 18$ %. Автомобиль движется равномерно по горизонтальной прямой. Теплотворная способность бензина $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг, плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3.

2.32. Автомобиль «Москвич» расходует $m = 5{,}67$ кг бензина на $s = 50$ км пути. Определите мощность N, развиваемую двигателем, если скорость движения $v = 90$ км/ч и КПД двигателя $\eta = 22\ \%$. Теплотворная способность бензина $q = 4{,}5 \cdot 10^7$ Дж/кг.

Уравнение теплового баланса

2.33. В стакане содержится $m = 250$ г воды. Погруженный в стакан термометр показал температуру $t_2 = 78$ °С. Какой была температура t_0 воды непосредственно перед погружением в нее термометра? Теплоемкость термометра $C = 20$ Дж/К и до погружения в воду он показывал температуру $t_1 = 20$ °С. Удельная теплоемкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг · К). Считайте, что в теплообмене участвуют только два тела: вода и термометр.

2.34. В ведро налито $V_1 = 5$ л воды, температура которой $t_1 = 9$ °С. Сколько литров V_2 кипятку следует долить в ведро, чтобы температура воды стала $t = 30$ °С? Теплообменом воды с окружающими телами пренебречь.

2.35. Смешали $m_1 = 3$ кг воды при температуре $t_1 = 20$ °С и $m_2 = 10$ кг воды при температуре $t_2 = 80$ °С. Определите температуру t смеси. Теплообменом воды с окружающими телами пренебречь.

2.36. После опускания в воду, температура которой $t_1 = 10$ °С, тела, нагретого до $t_2 = 100$ °С, через некоторое время установилась температура $t_3 = 40$ °С. Какой станет температура t воды, если, не вынимая первого тела, в нее опустить еще одно такое же тело, также нагретое до $t_2 = 100$ °С? Теплообменом упомянутых двух тел и воды с прочими телами пренебречь.

2.37. В железном калориметре массой $m_1 = 0{,}1$ кг находится $m_2 = 0{,}5$ кг воды при температуре $t_{12} = 15$ °С. В калориметр бросают свинец и алюминий суммарной массой $m_{34} = 0{,}15$ кг и температурой $t_{34} = 100$ °С. В результате температура воды поднимается до $t = 17$ °С. Определите массы m_3 свинца и m_4 алюминия. Удельные теплоемкости железа $c_1 = 460$ Дж/(кг · К), воды $c_2 = 4200$ Дж/(кг · К), свинца $c_3 = 126$ Дж/(кг · К), алюминия $c_4 = 880$ Дж/(кг · К).

2.38. В калориметр, содержащий $V = 5$ л воды при температуре $t_1 = 90$ °С, опустили кусок льда массой $m = 1$ кг при температуре $t_2 = -10$ °С. Определите температуру t воды после того, как лед растает и система придет в равновесие. Удельная теплоемкость льда $c_1 = 2100$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость воды $c_2 = 4200$ Дж(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³. Температура плавления льда $t_0 = 0$ °С.

2.39. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находится $m = 3$ кг воды при $t = 20$ °С. При нагревании воде было сообщено $Q = 10^{17}$ кДж. На какую высоту h поднимется поршень? Атмосферное давление $P = 10^5$ Па, площадь поршня $S = 3$ дм^2. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К). Удельная теплота парообразования воды $q = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К). Изменением объема воды при испарении, а также ее тепловым расширением пренебречь.

2.40. Электрический чайник без устройства для самовыключения содержит воду массой $m = 1$ кг при температуре $t = 10$ °С Через какое время τ после включения вода полностью выкипит? Мощность нагревателя $P = 1500$ Вт. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж(кг · К), удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Считайте, что все тепло, выделяемое нагревателем, передается воде.

2.41. В электрический чайник налили воду, температура которой $t = 10$ °С. Через $\tau = 10$ мин после включения чайника вода закипела. Через какое время τ_1 она полностью испарится? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Потерями теплоты пренебречь.

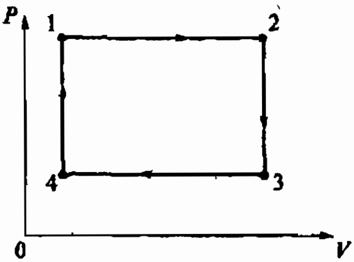
2.42. Сосуд с $m_1 = 100$ г воды при температуре $t_1 = 0$ °С был подвешен посредине комнаты. Через $\tau_1 = 15$ мин температура воды поднялась до $t_2 = 2$ °С. В другой раз в тот же сосуд вместо воды поместили $m_2 = 100$ г льда при температуре $t_1 = 0$ °С. В тех же условиях лед растаял за $\tau_2 = 10$ ч. Оцените по этим данным удельную теплоту плавления λ, льда. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К). Теплоемкость сосуда считайте малой.

2.43. Стальной осколок, падая с высоты $H = 500$ м, двигался у поверхности Земли со скоростью $v = 59$ м/с. На сколько Δt повысилась температура осколка, если считать, что вся работа сил со противления воздуха привела только к нагреванию осколка? Удельная теплоемкость стали $c = 460$ Дж/(кг · К). Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

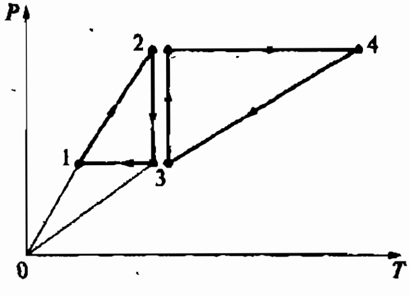
2.44. Свинцовая пуля пробивает деревянную стенку, причем скорость перед ударом $v_1 = 400$ м/с, а в момент вылета $v_2 = 100$ м/с. Какая часть $\Delta m/m$ пули расплавилась, если считать, что на ее нагревание идет $\eta = 60$ % убыли кинетической энергии? Температура пули перед ударом $t_1 = 50$ °С. Температура плавления свинца $t_2 = 327$ °С. Удельная теплоемкость свинца $c = 126$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 2{,}6 \cdot 10^4$ Дж/кг.

Циклы

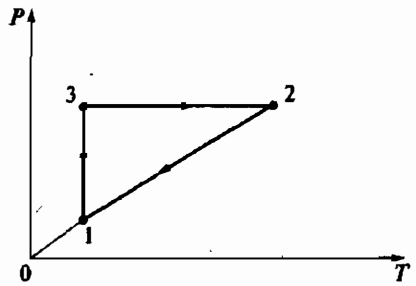
2.45. Идеальный газ участвует в циклическом процессе, состоящем из двух изобар и двух изохор. На рисунке изображен график процесса в координатах *P*, *V*. Представьте этот круговой процесс (цикл) в координатах *P*, *T* и *V*, *T*, обозначив соответствующие точки. На каких участках цикла газ получал и на каких отдавал тепло?



2.46. Идеальный газ участвует двух циклах: $1 \to 2 \to 3 \to 1$ и $3 \to 2 \to 4 \to 3$. В каком из них газ совершит большую работу?

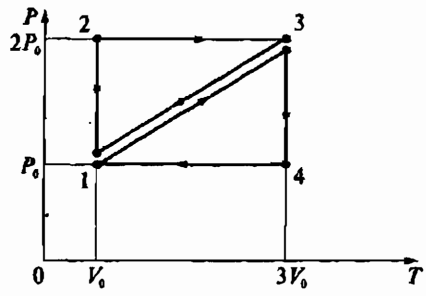


2.47. Идеальный газ участвует в цикле $1 \to 2 \to 3 \to 1$, изображенном на графике зависимости объема от температуры. Представьте этот цикл на графике зависимости давления от объема и укажите, на каких участках цикла газ получал, а на каких отдавал тепло.



2.48. В цилиндре под поршнем находится воздух. Его состояние последовательно меняется следующим образом: 1) при постоянном объеме увеличивается давление; 2) при постоянном давлении увеличивается объем; 3) при постоянной температуре увеличивается объем; 4) при постоянном давлении воздух воз вращается к исходному состоянию. Постройте график этого цикла в координатах P, V и укажите, в каких процессах воздух в цилиндре получает тепло и в каких отдает.

2.49. На рисунке изображены два цикла: $1 \to 2 \to 3 \to 1$ и $1 \to 3 \to 4 \to 1$, в которых участвует одноатомный идеальный газ. У какого из циклов КПД выше и во сколько раз?



2.50. У некоторой идеальной тепловой машины с коэффициентом полезного действия $\eta = 60$ %, температуру нагревателя увеличили в $n = 2$ раза, а температуру холодильника уменьшили на $|\delta T| = 40$ %. Найдите новое значение коэффициента полезного действия η_2 этой тепловой машины.

2.51. В идеальной тепловой машине рабочее тело за цикл получает от нагревателя $Q_1 = 10^3$ Дж тепла и совершает работу $A = 300$ Дж. Определите КПД η машины и температуру T_1 нагревателя, если температура холодильника $T_2 = 280$ К.

3. Свойства паров, жидких и твердых тел

Влажность воздуха

3.1. В комнате объемом $V = 120$ м^3 при температуре $t = 15$ °С относительная влажность $\varphi = 60$ %. Определите массу m водяных паров в воздухе комнаты. Давление насыщенного водяного пара при $t = 15$ °С $P_н = 1{,}71 \cdot 10^3$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

3.2. Найдите массу m воды, которую следует испарить в помещении объемом $V = 10^2$ м^3, чтобы увеличить относительную влажность воздуха от $\varphi_1 = 40$ % до $\varphi_2 = 60$ % при температуре $t = 16$ °С. Плотность насыщенного водяного пара при этой температуре $\rho_н = 13{,}6$ г/м^3.

3.3. В помещение следует подать $V = 2 \cdot 10^4$ м^3 воздуха при $t_1 = 15$ °С и относительной влажности $\varphi_1 = 50$ %, забирая его с улицы при $t_2 = 10$ °С и относительной влажности $\varphi_2 = 60$ %. Какую массу m воды следует дополнительно испарить в подаваемый воздух? Плотность насыщенных водяных паров при $t_1 = 15$ °С $\rho_{н1} = 12{,}8$ г/м^3, при $t_2 = 10$ °С $\rho_{н2} = 9{,}4$ г/м^3.

3.4. В комнате объемом $V = 168$ м^3 относительная влажность воздуха $\varphi = 80$ %. Сколько еще граммов m воды может испариться из открытого сосуда? Температура воздуха $t = 20$ °С, давление насыщенных паров воды при 20 °С $P_н = 2{,}3 \cdot 10^3$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

3.5. В сосуде объемом $V = 1$ м^3 при температуре $t = 20$ °С находится воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 30$ %. Найдите относительную влажность φ_2 после добавления в сосуд $m = 5$ г воды. Температура поддерживается постоянной. Давление насыщенных паров воды при $t = 20$ °С $P_н = 2{,}3 \cdot 10^3$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль · К).

3.6. Изотермически смешали $V_1 = 1$ м^3 воздуха с влажностью $\varphi_1 = 20$ % и $V_2 = 2$ м^3 воздуха с влажностью $\varphi_2 = 30$ %. Смесь занимает объем $V_1 + V_2$. Определите относительную влажность φ смеси.

3.7. В герметически закрытом сосуде объемом $V = 1{,}1$ л находится $m = 100$ г кипящей воды и пара при температуре $t = 100$ °С (воздуха в сосуде нет). Найдите массу $m_п$ пара.

Плотность воды при $t = 100$ °C $\rho_в = 10^3$ кг/м³. Плотность насыщенного водяного пара при $t = 100$ °C $\rho_н = 598$ г/м³.

3.8. Относительная влажность воздуха при $t_1 = 30$ °C $\varphi_1 = 80$ %. Воздух нагревают при постоянном объеме до $t_2 = 50$ °C. Найдите относительную влажность φ_2 при температуре t_2. Давление насыщенных паров воды при $t_1 = 30$ °C $P_{н1} = 31{,}8$ мм рт. ст., при $t_2 = 50$ °C $P_{н2} = 92{,}5$ мм рт. ст.

3.9. В сосуд объемом $V = 10$ дм³, наполненный сухим воздухом при давлении $P_1 = 10^5$ Па и температуре $t_1 = 0$ °C, вводят $m = 3$ г воды. Сосуд нагревают до температуры $t_2 = 100$ °C. Найдите давление P_2 влажного воздуха в сосуде при этой температуре. Давление насыщенного водяного пара при $t_2 = 100$ °C $P_н = 10^5$ Па, молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

3.10. Вечером при $t_1 = 19$ °C относительная влажность воздуха $\varphi_1 = 61$ %. Выпадет ли роса, если ночью температура понизится до $t_2 = 10$ °C? Считайте, что в рассматриваемом диапазоне температур зависимость плотности $\rho_н$ насыщенного водяного пара в г/м³ от температуры t в °C описывается формулой $\rho_н = 0{,}85 \cdot t$.

3.11. Шар-зонд объемом $V = 1$ м³ заполняют воздухом, температура которого $T = 373$ K, давление $P = 10^5$ Па. На сколько ΔF отличаются подъемные силы двух шаров, один из которых заполнен сухим воздухом, а другой – воздухом с относительной влажностью $\varphi = 30$ %? Давление насыщенного водяного пара при $T = 373$ K $P = 10^5$ Па. Молярные массы воздуха ($\mu_1 = 29$ г/моль, воды $\mu_2 = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3.12. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 36$ °C $P_н = 5940$ Па. Определите плотность ρ воздуха с относительной влажностью $\varphi = 80$ % при этой температуре и давлении $P = 10^5$ Па. Молярная масса воздуха $\mu_1 = 29$ г/моль, молярная масса воды $\mu_2 = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

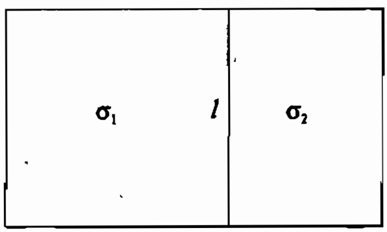
3.13. В цилиндре под поршнем находится воздух, давление которого $P_1 = 10^5$ Па, относительная влажность $\varphi = 20$ %. Воздух медленно изотермически сжимают. Найдите давление P_2 в тот момент, когда в цилиндре появятся первые капли воды?

3.14. Оцените, какую долю δ от количества теплоты, необходимого для парообразования воды при $t = 100$ °C, составляет количество теплоты, идущей на работу против сил внешнего давления.

Поверхностное натяжение жидкостей

3.15. Проволочка диаметром $d = 0{,}2$ мм подвешена вертикально к чашке чувствительных весов и частично погружена на малую глубину в сосуд с водой. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 0{,}073$ Н/м. Какова величина ΔF силы, действующей дополнительно на весы? Вода полностью смачивает проволочку.

3.16. Пленки воды и масла разделены подвижной планкой длиной $L = 0{,}5$ см. Коэффициенты поверхностного натяжения воды $\sigma_1 = 0{,}073$ Н/м, масла $\sigma_2 = 0{,}030$ Н/м. Найдите величину F силы, которую следует приложить перпендикулярно планке в плоскости рамки, чтобы удерживать планку в равновесии.



3.17. Какова величина Δh, абсолютной погрешности измерения атмосферного давления по высоте ртутного столбика, если внутренний диаметр барометрической трубки $d = 5$ мм, а коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0{,}465$ Н/м? Плотность ртути $\rho = 13{,}6$ г/см^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Ртуть не смачивает стекло.

3.18. Конец капиллярной трубки опущен в воду. Какое количество Q теплоты выделится при поднятии воды по капилляру? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 0{,}073$ Н/м, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Переход механической энергии в тепловую происходит медленно.

4. Электрическое поле

Электростатика Электрический заряд

4.1. Металлическому шару путем удаления части электронов сообщается заряд $Q = 2$ Кл. На сколько $|\Delta M|$ уменьшится масса шара? Масса электрона $m = 0{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

4.2. Какую долю $|\delta N|$ валентных электронов следует удалить с медного шарика объемом $V = 1$ см^3, чтобы получить на нем заряд $q = 1$ Кл? Валентность меди $n = 1$. Молярная масса меди $\mu = 64$ г/моль, плотность меди $\rho = 8{,}9$ г/см^3, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль.

Закон Кулона

Кулоновские силы в системе из двух зарядов

4.3. На двух одинаковых капельках воды находится по одному избыточному электрону, причем сила электрического отталкивания капелек уравновешивает силу их гравитационного притяжения. Найдите радиусы r капелек. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3. Элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot m^2$/Кл^2, гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2.

4.4. Два заряженных шарика, находящиеся на расстоянии $r = 0{,}6$ м, отталкиваются с силой $F = 0{,}3$ Н. Суммарный заряд шариков $Q = -8 \cdot 10^{-6}$ Кл. Найдите заряды q_1 и q_2 шариков. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.5. Заряженные шарики, находящиеся на расстоянии $r = 60$ см, притягиваются с силой $F = 0{,}3$ Н. Суммарный заряд шариков $Q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определите заряды q_1 и q_2 шариков. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ Нм^2/Кл^2.

4.6. Два точечных заряда находятся на некотором расстоянии, их суммарный заряд равен Q. Каковы эти заряды, если сила, действующая со стороны одного из них на другой максимальна по величине при данном Q?

Учет закона сохранения заряда

4.7. Два одинаковых проводящих шарика с зарядами $Q = 2{,}4 \cdot 10^{-9}$ Кл и $Q = 9{,}6 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся на некотором расстоянии. Шарики приводят в соприкосновение и удаляют на прежнее расстояние. Найдите отношение F_2/F_1 величин сил взаимодействия шариков.

4.8. Два одинаковых проводящих шарика находятся на некотором расстоянии. Заряд одного из них $Q_1 = -9 \cdot 10^{-9}$ Кл, заряд другого $Q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Шарики привели в соприкосновение и вновь расположили на том же расстоянии. Как и во сколько раз изменилась при этом сила взаимодействия между шариками?

4.9. Одинаковые металлические шарики, находящиеся на некотором расетоянии, заряжены одноименными зарядами Q_1 и Q_2. Шарики привели в соприкосновение и удалили на прежнее расстояние. В результате сила отталкивания шариков возросла в $n = 2$ раза. Найдите отношение Q_1/Q_2.

4.10. Одинаковые металлические шарики с зарядами Q_1 и Q_2, находясь на некотором расстоянии, притягиваются с некоторой силой. Если шарики привести в соприкосновение и удалить на прежнее расстояние, они будут отталкиваться с силой в $n = 8$ раз меньшей. Найдите отношение Q_1/Q_2.

4.11. Докажите, что если два одинаковых металлических шарика, заряженных одноименно неравными зарядами, привести в соприкосновение и затем раздвинуть на прежнее расстояние, то сила взаимодействия увеличится, причем приращение величины силы пропорционально квадрату разности зарядов.

4.12. Двум одинаковым проводящим шарикам сообщили заряды q_1 и q_2. Находясь на расстоянии $r = 0{,}2$ м, они притягиваются с силой $F_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. После того, как шарики были приведены в соприкосновение и возвращены в прежнее положение, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ Н. Найдите q_1 и q_2. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $Н \cdot м^2/Кл^2$.

Кулоновские силы в системе из трех и более зарядов

4.13. Точечные заряды $Q_1 = 0{,}9 \cdot 10^{-8}$ Кл, $Q_2 = 10^{-8}$ Кл, $Q_3 = 6{,}4 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на одной прямой, при этом расстояние между первым и вторым зарядами $r_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ м, между вторым и третьим — $r_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ м. Найдите величину и направление результирующей силы F, с которой заряды Q_1

и Q_2 действуют на заряд Q_2. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.14. Два одинаковых точечных заряда $Q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл находятся на расстоянии $r = 0{,}15$ м друг от друга. Какова величина F силы, с которой они действуют на точечный заряд $Q = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл, находящийся на таком же расстоянии от каждого из них? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.15. Точечные заряды $q_1 = 3$ мкКл, $q_2 = -q_1$, $q_3 = -5$ мкКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1{,}4$ м. Определите величину F результирующей силы, действующей со стороны первого и второго зарядов на третий. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н $\cdot$ м^2).

4.16. Два одинаковых по величине и противоположных по знаку точечных заряда $q_1 = |q_2| = q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл находятся на расстояний $r = 12$ см друг от друга. С какой по величине F силой они действуют на точечный заряд $Q = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл, находящийся на расстоянии $d = 20$ см от каждого из зарядов q_1 и q_2? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.17. Два одинаковых точечных заряда $q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл находятся на расстоянии $r = 1 : \sqrt{5}$ м. С какой по величине F силой они действуют на точечный заряд $Q = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл, расположенный на расстоянии $d = 0{,}3$ м от каждого из зарядов q? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.18. Точечные заряды $q_1 = 8$ мкКл и $q_2 = -q_1$ находятся на расстоянии г = 10 см. Где следует поместить точечный заряд $Q = 1$ мкКл, чтобы действующая на него сила была параллельна прямой, проходящей через заряды q_1 и q_2 и по величине была бы меньше $F_0 = 0{,}16$ Н. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.19 Три одинаковых точечных заряда $q = 3{,}46 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника. При помещении в центр треугольника точечного заряда Q результирующая сила, действующая на каждый заряд q, не изменяется по направлению, а по величине уменьшается в $n = 2$ раза. Определите Q.

4.20. Три одинаковых точечных заряда $q = 1{,}73 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника. При помещении в центр треугольника точечного заряда Q

направление результирующей силы, действующей на каждый заряд q, изменяется на противоположное, а величина силы не изменяется. Определите Q.

4.21. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 10^{-6}$ Кл расположены в вершинах квадрата. Если в центр квадрата поместить заряд Q, то результирующая сила, действующая на каждый заряд q, не изменится по величине, но ее направление изменится на противоположное. Определите Q.

4.22. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 0{,}1$ м расположены последовательно точечные заряды $q = 10^{-6}$ Кл, q, q, $-q$, $-q$, $-q$. Найдите величину F силы, действующей на заряд q, который находится в центре шестиугольника. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м²/Кл².

Ускорение малого заряженного тела под действием кулоновских сил

4.23. Три заряженных шарика массой $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг каждый удерживаются в точках прямой так, что расстояния от среднего шарика до крайних одинаковы и равны $L = 0{,}5$ м. Заряды крайних шариков $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, заряд среднего шарика $q_1 = -1{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определите величины и направления ускорений шариков сразу после того, как их отпустят. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м²/Кл².

4.24. Три шарика массой $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг каждый с одинаковыми зарядами $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл удерживаются в вершинах правильного треугольника со стороной $L = 0{,}01$ м. Определите величину a ускорения любого из шариков сразу после того, как их отпустят. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м²/Кл².

4.25. Четыре шарика массой $m = 2 \cdot 10^{-3}$ кг каждый с одинаковыми зарядами $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл удерживаются в вершинах квадрата со стороной $L = 0{,}2$ м. Определите величину a ускорения любого из шариков сразу после того, как их отпустят. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м²/Кл².

Равновесие системы точечных зарядов под действием кулоновских сил

4.26. Точечные заряды Q_0 и $3Q_0$ находятся на расстоянии l друг от друга. Они свободны, однако остаются неподвижными из-за наличия третьего свободного точечного заряда. Каков этот заряд и где он находится?

4.27. В центре квадрата, в вершинах которого находятся одинаковые точечные заряды $q = 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ Кл, помещен точечный заряд Q. Найдите Q, если результирующая сила, действующая на каждый из зарядов q, равна нулю.

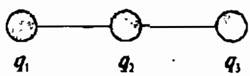
4.28. Одинаковые точечные заряды q помещены в вершинах правильного шестиугольника. Какой точный заряд Q следует поместить в центре шестиугольника, чтобы заряды находились в равновесии?

4.29. Три одинаковых точечных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. Где и какой точечный заряд Q следует поместить, чтобы вся система находилась в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым?

4.30. Внутри гладкой сферы находится заряженный шарик. Какой точечный заряд Q следует поместить в нижней точке сферы, чтобы шарик устойчиво удерживался в верхней точке? Диаметр сферы d, заряд шарика q, масса m. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Ускорение свободного падения g.

Малые заряженные тела на нитях

4.31. Три положительно заряженных маленьких тела связаны друг с другом двумя изолирующими нитями. Заряды тел $q_1 = 4$ мкКл, $q_2 = 1$ мкКл, $q_3 = 8$ мкКл соответственно. Длины нитей одинаковы и равны $l = 12$ см. Найдите величины T_{12} и T_{23} сил натяжения нитей. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м²/Кл².



4.32. Три шарика соединены между собой одинаковыми резиновыми нитями так, что образовался правильный треугольник. Система лежит на гладком горизонтальном столе. Какие одинаковые заряды q следует поместить на шарики, чтобы площадь треугольника увеличилась в n раз? Длина каждой нерастянутой нити l_0, коэффициент жесткости каждой нити k. Электрическая постоянная ε_0.

4.33. Из двух одинаковых проводящих шариков один неподвижен, а другой привязан к концу вертикальной непроводящей нити длиной $l = 0{,}2$ м. Масса каждого шарика $m = 0{,}9$ г. Шарики, находясь в соприкосновении, получают электрические заряды. В результате подвижный шарик отклоняет нить на угол $\alpha = 60°$. Определите заряд Q каждого шарика. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.34. Два одинаковых шарика подвешены на непроводящих нитях длиной $l = 2$ м в одной точке. Когда каждому шарику сообщили заряд $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, они разошлись на расстояние $r = 16$ см. Определите величину T силы натяжения каждой нити. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.35. К шелковым нитям длиной $l = 0{,}2$ м, точки подвеса которых находятся на одном уровне на расстоянии $D = 0{,}1$ м, подвешены два шарика массой $m = 0{,}05$ кг каждый. При сообщении зарядов Q и $-Q$ шарики сблизились до расстояния $s = 0{,}02$ м. Найдите $|Q|$. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.36. Два одинаково заряженных шарика массой $m = 0{,}9$ г каждый, подвешенные в одной точке на легких нитях одинаковой длины $l = 1$ м, разошлись так, что угол между нитями стал прямым. Найдите заряд Q каждого шарика. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.37. Два одинаковых шарика массой $m = 0{,}17 \cdot 10^{-3}$ кг каждый подвешены в одной точке на шелковых нитях длиной $l = 0{,}3$ м. Какие одинаковые заряды Q следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол $\alpha = 30°$? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.38. Два одинаковых проводящих шарика подвешены на одинаковых длинных непроводящих нитях в одной точке. Шарики заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии $r_1 = 5$ см. Один из шариков разрядили. Найдите расстояние r_2 между шариками в установившемся состоянии.

4.39. Три одинаковых шарика массой $m = 0{,}1$ г каждый подвешены в одной точке на шелковых нитях длиной $l = 0{,}2$ м. Какие одинаковые заряды Q следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.40. Два одинаковых шарика с зарядами $q = 7{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл подвешены на одной высоте на нитях одинаковой длины. Расстояние между точками подвеса $r = 0{,}8$ м. Какой заряд Q следует поместить на расстоянии $d = 0{,}5$ м от каждого из шариков, чтобы нити были вертикальны?

4.41. Два шарика с одинаковыми зарядами $q = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл подвешены на одной высоте на нитях одинаковой длины. Расстояние между точками подвеса нитей $r = 0{,}2$ м. Заряд $Q = -2{,}7 \cdot 10^{-6}$ Кл закреплен в некоторой точке, при этом нити вертикальны. Найдите расстояния s от заряда Q до каждого шарика.

4.42. На тонкой шелковой нити, выдерживающей силу натяжения $T = 5 \cdot 10^{-2}$ Н, подвешен шарик массой $m = 3 \cdot 10^{-3}$ кг с зарядом $q = 0{,}49 \cdot 10^{-6}$ Кл. К этому шарику медленно подносят другой шарик с зарядом $Q = 20 \cdot 10^{-6}$ Кл, при этом шарики все время находятся на одной горизонтали. При каком расстоянии r между шариками нить порвется? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.43. Два одинаковых шарика одинаково заряжены и подвешены в одной точке на нитях равной длины. Шарики опускают в жидкий диэлектрик плотностью ρ_2 и диэлектрической проницаемостью e. Найдите плотность ρ_t материала шариков, при которой углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике одинаковы.

Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов

4.44. Каков диаметр d масляной капли, которую с помощью одного избыточного электрона можно уравновесить в электрическом поле напряженностью $E = 10$ кВ/м? Плотность масла $\rho = 900$ кг/м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, элементарный заряд $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

4.45. Точечные заряды $q_1 = 25$ нКл и $q_2 = -9$ нКл расположены на расстоянии $l = 6$ см. Найдите расстояние s от заряда q_1 до точки, в которой напряженность электрического поля равна нулю.

4.46. Напряженность электрического поля точечного заряда в точке A равна $E_A = 25$ В/м, а в точке B, лежащей на прямой, проходящей через заряд и точку A, составляет $E_B = 16$ В/м. Найдите величину E_C напряженности электрического поля в точке C — середине отрезка A_B. Точечный заряд не лежит на отрезке A_B.

4.47. В точке A находится точечный заряд. Точки B и C лежат на прямой, проходящей через точку A, по разные стороны от нее. Какова величина E_D напряженности электрического поля в точке D — середине отрезка B_C, если в точке B $E_B = 90$ В/м, в точке C $E_c = 10$ В/м?

4.48. В середине отрезка, на концах которого находятся точечные заряды q_1 и q_2, величина напряженности электрического поля $E_0 = 7{,}2 \cdot 10^3$ В/м, а во всех равноудаленных от зарядов точках вектор напряженности электрического поля параллелен вектору $\vec{E}_0$. Расстояние между зарядами $a = 0{,}2$ м.

Найдите q_1 и q_2. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.49. В вершинах острых углов прямоугольного треугольника расположены точечные заряды $q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найдите величину E напряженности электрического поля в вершине прямого угла. Длины катетов $a = 3$ см и $b = 4$ см. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.50. Точечные заряды $q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в трех вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = 40$ см и $b = 30$ см. Найдите величину E напряженности электрического поля в точке пересечения гипотенузы с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.51. Два точечных заряда равных по величине и противоположных по знаку закреплены на расстоянии $l = 2$ мм. Величина вектора напряженности электрического поля, созданного системой зарядов в точках, удаленных от каждого из них на расстояние $d = 1$ см, равна $E = 2$ В/м. Найдите величину каждого заряда. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.52. Точечные заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -2$ мкКл расположены на расстоянии $l = 12$ см. Найдите величину E вектора напряженности электрического поля в точках, удаленных от каждого из зарядов на $r = 10$ см. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.53. Электрическое поле создано двумя одинаковыми точечными зарядами, находящимися на некотором расстоянии. На таком же расстоянии от одного из них на прямой, проходящей через оба заряда, величина напряженности электрического поля $E_I = 250$ В/м. Определите величину E_{II} напряженности электрического поля в точках, находящихся на одинаковых расстояниях от обоих зарядов, равных расстоянию между зарядами.

4.54. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 90$ нКл и $q_2 = -10$ нКл. Расстояние между зарядами $d = 30$ см. Найдите величину E напряженности электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 30$ см от первого заряда и на расстоянии $r_2 = 10$ см от второго заряда. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $Н \cdot м^2/Кл^2$.

4.55. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены точечные заряды $q = 4$ мкКл. Какой точечный заряд Q следует поместить в середину стороны, соединяющей эти заряды, чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника стала равной нулю?

4.56. Найдите величину E напряженности электрического поля в вершине квадрата со стороной $a = 3$ м, если в три остальные вершины помещены точечные заряды $Q = 2$ нКл. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $Н \cdot м^2/Кл^2$.

4.57. В трех вершинах квадрата расположены одинаковые точечные заряды. Найдите отношение E_O/E_A величин напряженностей электрического поля в центре O квадрата и в его вершине A, свободной от заряда.

4.58. В вершинах квадрата с диагональю $l = 2$ м расположены одинаковые по величине точечные заряды так, что на каждой диагонали находятся заряды разных знаков. Величина каждого заряда $q = 10^{-5}$ Кл. Найдите величину E напряженности электрического поля в центре квадрата. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $Н \cdot м^2/Кл^2$.

4.59. В вершинах A, B, C квадрата $ABCD$ со стороной $b = 2$ см расположены точечные заряды, $2q$, $3q$ соответственно. Найдите величину E напряженности электрического поля в центре квадрата. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $Н \cdot м^2/Кл^2$.

4.60. В трех вершинах правильного шестиугольника, через одну, помещены точечные заряды $q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найдите величину E напряженности электрического поля в любой свободной от заряда вершине. Длина стороны шестиугольника $l = 3$ см. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.61. В вершинах A, B, C равностороннего треугольника со стороной $l = 18$ см расположены точечные заряды $q = 18$ нКл, $2q$ и q соответственно. Найдите величину E напряженности электрического поля в середине стороны BC. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.62. В вершинах квадрата со стороной $b = 0{,}1$ м находятся точечные заряды $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, $2q$, $3q$, $4q$. Найдите величину E напряженности электростатического поля в центре квадрата. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.63. В вершинах квадрата со стороной $b = 0{,}1$ м находятся точечные заряды $q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл, $2q$, $-3q$, $-4q$. Найдите величину E напряженности электростатического поля в центре квадрата. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.64. В трех вершинах ромба с длинами диагоналей $b = 10$ см и $c = 20$ см расположены точечные заряды: $q = 1$ нКл на одном из концов короткой диагонали, q и $2q$ на концах длинной диагонали. Найдите величину E напряженности электрического поля в точке пересечения диагоналей ромба. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.65. На концах короткой диагонали ромба расположены точечные заряды $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = 6$ нКл, а на концах длинной – точечные заряды $q_3 = 3$ нКл и $q_4 = 12$ нКл. Длины диагоналей ромба $b = 2$ см и $c = 3$ см. Найдите величину E напряженности электрического поля в точке пересечения диагоналей ромба. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.66. В четырех вершинах квадрата расположены одинаковые точечные заряды $q = \sqrt{5} \cdot 10^{-9}$ Кл. Найдите величину E напряженности электрического поля в середине любой стороны, если длина стороны квадрата $l = 2$ м. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot м^2/Кл^2$.

4.67. В четырех вершинах квадрата расположены одинаковые точечные заряды $q = \sqrt{5} \cdot 10^{-9}$ Кл. Какой заряд Q следует поместить в середине одной из сторон квадрата, чтобы в середине противоположной стороны величина E напряженности электрического поля стала равной нулю?

4.68. В серединах сторон правильного треугольника расположены одинаковые точечные заряды $q_1 = 10^{-9}$ Кл. В двух вершинах треугольника помещены точечные заряды $q_2 = -4 \cdot 10^{-9}$ Кл. Длина стороны треугольника $l = 2$ м. Найдите величину E напряженности электрического поля в третьей вершине треугольника. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.69. Точечные заряды $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 4$ мкКл, $q_3 = 9$ мкКл находятся на трех взаимно перпендикулярных прямых, пересекающихся в точке A. Расстояния от зарядов до точки А равны $r_1 = 1$ см, $r_2 = 2$ см, $r_3 = 3$ см соответственно. Найдите величину E напряженности электрического поля в точке A. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.70. В двух вершинах правильного треугольника со стороной $l = 0{,}2$ м расположены одинаковые точечные заряды $q = 9$ 10^{-10} Кл. Величина напряженности электрического поля в центре треугольника $E = 300$ В/м. Определите диэлектрическую проницаемость ε среды, в которой находятся заряды. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

Напряженность электростатического поля протяженных заряженных тел

4.71. Две стороны правильного треугольника – однородно заряженные палочки. В центре треугольника величина напряженности электрического поля E. Найдите вектор напряженности электрического поля в центре треугольника, после удаления одной из палочек.

4.72. По квадратной пластине со стороной $a = 20$ см однородно распределен заряд $Q = 35$ нКл. Оцените величины напряженностей электрического поля на перпендикуляре к квадрату, проходящему через его центр, в точках, отстоящих от квадрата на расстояния $b = 1$ см и $c = 15$ м. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н · м^2).

4.73. Бесконечная однородно заряженная пластина помещена во внешнее однородное электрическое поле, силовые линии которого перпендикулярны пластине. В результате с одной стороны от пластины установилось поле с вектором напряженности $\vec{E}_1$, а с другой $\vec{E}_2$, причем $E_2 > E_1$. Определите модуль и направление силы, действующей на единицу площади пластины со стороны внешнего поля. Электрическая постоянная ε_0.

4.74. Заряд однородно распределен по поверхности шара с поверхностной плотностью σ. Найдите величину E напряженности поля в точке, находящейся от поверхности шара на расстоянии, равном его диаметру. Электрическая постоянная ε_0.

4.75. На проводящий шар радиусом $R = 10$ см падают электроны и оседают на нем. Какой заряд Q можно накопить таким способом на шаре, если электрическая прочность воздуха $E = 3$ МВ/м? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.76. Металлический шар с зарядом Q окружен концентрическим шаровым слоем однородного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε. Определите поверхностные плотности σ_1 и σ_2 связанных зарядов на внутренней и внешней поверхностях диэлектрика; радиусы этих поверхностей равны R_1 и R_2 соответственно.

Работа в электростатическом поле. Энергия взаимодействия точечных зарядов

4.77. Точечные заряды $q_1 = 6{,}6 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 13{,}2 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу A следует совершить, чтобы медленно сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.78. Точечные заряды $Q_1 = 25$ мкКл и $Q_2 = -25$ мкКл находятся на расстоянии $r = 5$ см. Какую работу A совершает внешняя сила, при равномерном перемещении пробного заряда $q = 0{,}12$ мкКл вдоль прямой, соединяющей заряды, из точки посередине между зарядами в точку, лежащую на $a = 1$ см ближе к заряду Q_2? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.79. Расположение точечных зарядов $q_1 = 10$ мкКл, $Q = 100$ мкКл, $q_2 = 25$ мкКл показано на рисунке. Расстояние между зарядами q_1 и Q $r_1 = 3$ см, а между q_2 и Q расстояние $r_2 = 5$ см. Какую минимальную работу A следует совершить, чтобы поменять заряды q_1 и q_2 местами? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.80. Какую минимальную работу A следует совершить для перевода трех бесконечно удаленных друг от друга электронов в вершины равностороннего треугольника со стороной $r = 10^{-10}$ м? Элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ $\cdot$ м^2/Кл^2.

4.81. Четыре точечных заряда q расположены на прямой. Расстояние между ближайшими равно r. Какую минимальную работу A следует совершить, чтобы поместить заряды в вершинах тетраэдра с ребром r? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

Потенциал электростатического поля

Однородное поле $\vec{E}$

4.82. Величина напряженности однородного электрического поля $E = 600$ В/м. Найдите разность $\varphi_A - \varphi_B$ потенциалов в точках A и B таких, что AB составляет угол $a = 60°$ с E. $AB = d = 2$ мм.

4.83. Две пластины однородно заряжены с поверхностной плотностью величиной $\sigma = 0{,}2$ мкКл/м^2 одна положительным, другая отрицательным зарядами. Расстояние между пластинами $d_1 = 1$ мм. Найдите приращение $\Delta(\varphi^+ - \varphi^-)$ разности потенциалов пластин при увеличении расстояния между ними до $d_2 = 3$ мм. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot$ $\cdot\ 10^{-12}$ Кл^2/(Н $\cdot$ м^2).

4.84. По трем параллельным пластинам однородно распределены заряды q, $2q$ и $-3q$ соответственно. Найдите разность $\varphi_q - \varphi_{3q}$ потенциалов крайних пластин. Расстояние между соседними пластинами равно d. Площадь каждой пластины S. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н $\cdot$ м^2).

Неоднородное поле $\vec{E}$ точечных зарядов

4.85. Какова работа A внешней силы, равномерно перемещающей точечный заряд $q = -20$ нКл из точки электростатического поля с потенциалом $\varphi_1 = 700$ В в точку с потенциалом $\varphi_1 = 200$ В?

4.86. Электростатическое поле создается точечным зарядом. Потенциалы в точках A и B равны $\varphi_A = 30$ В и $\varphi_B = 20$ В соответственно. Найдите потенциал φ_c в точке C, лежащей посередине между точками A и B (прямая AB проходит через заряд).

4.87. Точечный заряд q расположен на расстоянии a от точечного заряда $-2q$. Найдите геометрическое место точек, в которых потенциал поля равен нулю.

Неоднородное поле заряженных сфер

4.88. Заряд нанесен на шар радиусом $R = 1$ см однородно с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-9}$ Кл/см^2. Какую работу A совершит внешняя сила при медленном перемещении точечного заряда $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $d = 1$ см от поверхности шара? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.89. На проводящий шар радиуса $R = 1$ м нанесен заряд $Q = 1$ нКл. Найдите минимальное расстояние d между точками A и B такими, что $\varphi_A - \varphi_B = -1$ В. Какая из точек находится ближе к центру шара? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ $H \cdot$ м^2/Кл^2.

4.90. $N = 10^3$ одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены до одного и того же потенциала $\varphi = 10^{-2}$ В. Определите потенциал φ большой шарообразной капли, которая получена в результате слияния всех капелек.

Соединение сфер

4.91. Металлические шары заряжены до потенциалов φ_1 и φ_2. Расстояние между шарами значительно больше их радиусов R_1 и R_2. Каким будет потенциал φ шаров после соединения их тонкой проволокой?

4.92. Металлический шар радиусом R_1, заряженный до потенциала φ_1, окружают тонкой сферической проводящей оболочкой радиусом R_2. Каким станет потенциал φ_1 шара после того, как его соединят тонким проводником с оболочкой?

4.93. Металлический шар радиусом R_1, заряженный до потенциала φ_1, окружают тонкой концентрической сферической проводящей оболочкой радиусом R_2. Найдите потенциал φ_1 шара после заземления оболочки.

Конденсаторы
Электрическая емкость

4.94. После пролета заряженной частицы через заряженный конденсатор емкостью $C = 4{,}4$ пФ образовалось $N = 2 \cdot 105$ пар однократно заряженных положительных и отрицательных ионов. Найдите приращение ΔU напряжения на конденсаторе. Элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

4.95. Найдите емкость C плоского конденсатора с обкладками площадью S каждая, расположенными на расстоянии $d(d \cdot \sqrt{S})$. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н · м^2).

4.96. Величина напряженности электрического поля в плоском конденсаторе $E = 56$ кВ/м, разность потенциалов между обкладками $U = 280$ В. Площадь каждой обкладки $S = 10^{-2}$ м^2. Найдите емкость C конденсатора.

4.97. Два металлических шарика радиуса R каждый расположены на большом расстоянии. Найдите емкость C конденсатора, образованного шариками.

4.98. Плоский конденсатор, квадратные обкладки которого расположены горизонтально, наполовину залит жидким диэлектриком с проницаемостью ε. Какую часть δ конденсатора следует залить этим же диэлектриком при вертикальном положении обкладок, чтобы емкость конденсатора в обоих случаях была одинаковой?

Сила притяжения обкладок плоского конденсатора

4.99. Однородное электрическое поле плоского конденсатора характеризуется величиной напряженности E, заряд конденсатора q. Найдите величину F силы взаимодействия обкладок конденсатора.

4.100. С какой силой F притягиваются обкладки заряженного до напряжения U плоского конденсатора емкостью C? Расстояние между обкладками d.

Изменение емкости конденсатора при постоянном заряде

4.101. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками которого $d_1 = 1$ см, зарядили до напряжения $U_1 = 100$ В, затем отключили от источника напряжения и раздвинули обкладки конденсатора до расстояния $d_2 = 2$ см. Определите напряжение U_2 на конденсаторе в конечном состоянии.

Изменение емкости конденсатора при постоянном напряжении

4.102. Конденсатор с воздушным зазором емкостью $C = 4{,}5$ нФ подключен к источнику постоянного напряжения $U = 12$ В. Не отключая конденсатор от источника, воздушный зазор целиком заполняют слюдой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 6$. Найдите приращение Δq заряда конденсатора.

4.103. Плоский конденсатор емкостью $C = 1$ мкФ подключили к источнику с ЭДС $\varepsilon = 10$ В. Не отключая конденсатор от источника расстояние между пластинами увеличивают в $n = 2$ раза. Найдите приращение Δq заряда конденсатора.

4.104. Плоский конденсатор с круглыми обкладками диаметром $D = 20$ см и расстоянием между ними $d_1 = 5$ мм подключен к источнику с ЭДС $\varepsilon = 12$ В. Обкладки раздвигают до расстояния $d_2 = 12$ мм. Найдите приращение Δq заряда конденсатора.

Соединения конденсаторов

4.105. Напряжение $U = 400$ В подано на батарею из двух конденсаторов, соединенных последовательно. Найдите напряжения U_1 и U_2 на конденсаторах, если емкость первого $C_1 = 3$ мкФ, второго $C_2 = 5$ мкФ.

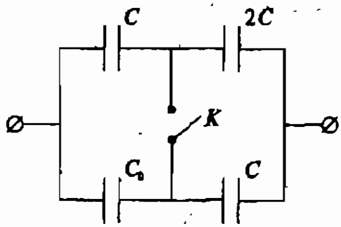
4.106. Конденсаторы емкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ соединены последовательно и подключены к источнику с ЭДС $\varepsilon = 12$ В. Найдите заряды q_1 и q_2 конденсаторов.

4.107. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к батарее с постоянной ЭДС. Один из них заполняют диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 4$. Во сколько раз изменится напряженность электрического поля в этом конденсаторе?

4.108. Конденсаторы емкостями $C_1 = 0{,}1$ мкФ и $C_2 = 6{,}8$ нФ соединены параллельно. Найдите заряд Q_2 второго конденсатора, если заряд первого $Q_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл.

4.109. Найдите заряд q, который следует сообщить двум параллельно соединенным конденсаторам емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 1$ мкФ, чтобы зарядить их до напряжения $U = 20$ кВ.

4.110. В схеме, изображенной на рисунке, емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа K. Найдите отношение C/C_0.



Энергия заряженного конденсатора

4.111. Импульсную стыковую сварку медной проволоки осуществляют с помощью разряда конденсатора емкостью $C = 1$ мФ при начальном напряжении на конденсаторе $U_Q = 1{,}5$ кВ. Найдите среднюю полезную мощность P разряда длительностью $\tau = 2$ мкс. КПД установки $\eta = 4$ %.

4.112. На обкладках конденсатора емкостью $C = 10^{-9}$ Ф находятся равные по величине и противоположные по знаку заряды Q_1 и Q_2. Чтобы равномерно перенести заряд $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл с первой обкладки конденсатора (ее заряд Q_1) на вторую следует совершить работу $A = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Дж. Найдите Q_1 и Q_2. Величины зарядов Q_1 и Q_2 значительно больше q.

4.113. В плоском конденсаторе величина напряженности поля $E = 500$ кВ/м. Найдите энергию W конденсатора. Площадь каждой обкладки $S = 200$ см^2, расстояние между обкладками $d = 1$ см.

4.114. Плоский конденсатор емкостью $C = 5 \cdot 10^{-9}$ Ф заряжен до напряжения $U = 2$ В и отключен от источника. Какую работу A следует совершить, чтобы, медленно раздвигая обкладки, увеличить расстояние между ними в $n = 3$ раза?

Движение заряженных частиц в электростатическом поле

4.115. Заряженная капелька жидкости массой $m = 2 \cdot 10^{-12}$ кг покоится в электрическом поле напряженностью $E = 1{,}3 \cdot 10^5$ В/м. Определите величину $|Q|$ заряда капельки. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

4.116. В плоском конденсаторе с горизонтально расположенными обкладками, расстояние между которыми d, находится заряженная капелька массой m. В отсутствии электрического поля капелька падает равномерно с некоторой постоянной скоростью. Если напряжение на конденсаторе U, капелька падает вдвое медленнее. Найдите заряд Q капельки. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости капельки. Ускорение свободного падения g.

4.117. Электрон движется с начальной скоростью $v_0 = 10^6$ м/с в однородном электрическом поле напряженностью $E = 120$ В/м ($v_0 \uparrow\uparrow E_0$). Найдите время T движения электрона до остановки.

4.118. С какой скоростью достигают анода электронной лампы электроны, испускаемые катодом, если напряжение между анодом и катодом $U = 200$ В? Начальная скорость электронов мала.

4.119. α-частица, возникающая при α-распаде ядра атома радия, движется со скоростью $v = 2 \cdot 10^7$ м/с и попадает в электрическое поле. Найдите разность $\varphi_A - \varphi_B$ потенциалов в точках (A) старта и (B) остановки. При какой величине E напряженности однородного электрического поля α-частица остановится, пройдя путь $s = 2$ м? Масса α-частицы $m = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд α-частицы $2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

5. Постоянный ток. Закон Ома для участка цепи

Ток и сопротивление

5.1. По проводнику течет ток величиной $I = 8$ А. Площадь поперечного сечения проводника $S = 5$ см^2. Концентрация свободных электронов в проводнике $n = 10^{23}$ см$^{-3}$. Определите величину v скорости упорядоченного движения электронов.

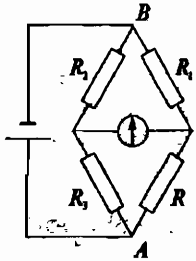
5.2. Птица сидит на проводе линии электропередачи, по которому течет ток величиной $I = 1800$ А. Сопротивление каждого метра провода $R_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ Ом/м. Если расстояние между лапами птицы $d = 2{,}5$ см, то под каким напряжением U находится птица?

5.3. Резистор сопротивлением $R = 38$ Ом изготовлен из медного провода массой $m = 11{,}2$ г. Найдите длину L и диаметр d провода. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

5.4. По медной проволоке диаметром $d = 0{,}8$ мм течет ток $I = 0{,}5$ А. Определите величину E напряженности электрического поля в проволоке. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Сопротивление провода длиной $L_1 = 20$ м и диаметром $d_1 = 1{,}5$ мм равно $R_1 = 2{,}5$ Ом. Найдите сопротивление R_2 провода из того же материала длиной $L_2 = 35$ м и диаметром $d_2 = 3$ мм. Температуры проводов одинаковы.

Соединения резисторов

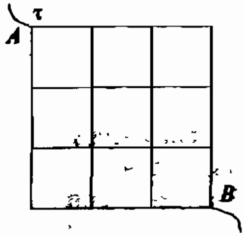
5.5. Мост для измерения величины R сопротивления сбалансирован так, что ток через гальванометр не течет. Ток в правой ветви $I = 0{,}2$ А. Найдите сопротивление R и напряжение U_{AB} на зажимах батареи. Сопротивления резисторов $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 1$ Ом.



5.6. Сопротивление проволоки $R = 36$ Ом. Когда ее разрезали на N равных частей и соединили эти части параллельно, сопротивление полученного резистора оказалось равным $r = 1$ Ом. На сколько N частей разрезали проволоку?

5.7. Из куска проволоки сопротивлением $R = 10$ Ом сделано кольцо. Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление равнялось $r = 1$ Ом?

5.8. Определите сопротивление R_{AB} между точками A и B, если сопротивление каждого звена r.



5.9. Определите сопротивление R проволочного куба, включенного в цепь двумя вершинами. Рассмотрите все возможные случаи. Сопротивление каждого ребра r.

Шунты и добавочные сопротивления

5.10. Параллельно амперметру, сопротивление которого $r = 0{,}03$ Ом, включенному в некоторую цепь последовательно, присоединен медный проводник длиной $L = 10$ см и диаметром $d = 1{,}5$ мм. Найдите величину I тока в цепи, если амперметр показывает $I_0 = 0{,}4$ А.

5.11. При протекании через миллиамперметр тока $I_0 = 20$ мА стрелка прибора отклоняется на всю шкалу. Какое сопротивление R следует подключить параллельно миллиамперметру, чтобы при токе во внешней цепи $I = 2$ А стрелка прибора отклонилась на всю шкалу? Внутреннее сопротивление миллиамперметра $r = 7$ Ом.

5.12. Зашунтированный амперметр измеряет токи до $I = 10$ А. Какой наибольший ток I_0 может измерить этот амперметр без шунта, если его сопротивление $r = 8$ Ом, а сопротивление шунта $R = 0{,}008$ Ом?

5.13. Гальванометр, внутреннее сопротивление которого $r = 600$ Ом, зашунтирован сопротивлением $R = 25$ Ом. Во сколько раз n увеличилась цена деления гальванометра?

5.14. Присоединение к амперметру некоторого шунтирующего сопротивления увеличивает предел измерения тока в $n_1 = 3$ раза. Другое шунтирующее сопротивление увеличивает предел измерения в $n_2 = 7$ раз. Во сколько n раз увеличится предел измерения амперметра, если в качестве шунта использовать оба сопротивления, предварительно соединив их последовательно?

Закон Джоуля-Ленца

5.15. По проводнику сопротивлением $R = 20$ Ом течет постоянный ток. За время $\tau = 5$ мин через проводник прошел заряд $q = 300$ Кл. Найдите количество Q тепла, выделившегося в проводнике за время τ.

5.16. Две проволоки одинаковых размеров, одна из которых железная, а другая медная, соединены последовательно и включены в сеть. Найдите отношение Q_1/Q_2 количеств теплоты, выделяющихся в каждой проволоке за одно и то же время. Удельные сопротивления железа и меди $\rho_1 = 9{,}8 \cdot 10^8$ Ом $\cdot$ м и $\rho_2 = 1{,}7 \cdot 10^8$ Ом $\cdot$ м соответственно.

5.17. Найдите диаметр d медного провода, если проводка рассчитана на максимальную величину тока $I_m = 40$ А и на одном метре провода не должно выделяться более $P_m = 1,8$ Вт/м тепла. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

5.18. Источник замкнут на реостат. При некотором значении сопротивления реостата рассеиваемая им мощность максимальна и равна $P_m = 9$ Вт, ток в цепи = 3 А. Найдите ЭДС E и внутреннее сопротивление r источника.

5.19. Источник замыкают сначала на сопротивление $R_1 = 2$ Ом, затем на сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. В обоих случаях на внешнем сопротивлении рассеивается мощность $P = 2,54$ Вт. Найдите ЭДС E и внутреннее сопротивление r источника.

5.20. Источник замкнут на сопротивление $R = 2$ Ом. Мощность, выделяющаяся во внешней цепи, не изменяется, если параллельно сопротивлению R подключить еще одно такое же сопротивление. Найдите внутреннее сопротивление r источника.

5.21. К источнику с внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом подключают один раз последовательно, а другой раз параллельно два одинаковых резистора. Мощность, рассеивающаяся во внешней цепи, во втором случае в $n = 2,25$ раза больше, чем в первом. Определите величину R сопротивления каждого резистора.

5.22. К источнику с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом подключили проволоку сопротивлением $R = 4$ Ом, затем параллельно ей присоединили вторую такую же проволоку. Во сколько раз уменьшится количество тепла, выделяющегося в первой проволоке, после подключения второй?

5.23. Две лампочки, рассчитанные на одинаковое напряжение и мощности $P_1 = 100$ Вт и $P_2 = 200$ Вт, соединены последовательно и включены в сеть с этим напряжением. Какие мощности будут поглощать лампочки?

Передача энергии на расстояние

5.24. Найдите напряжение U на источнике, от которого следует передавать электроэнергию на расстояние $L = 10$ км так, чтобы при плотности тока $j = 0,5$ А/мм^2 в стальных проводах двухпроводной линии потери на нагревание проводов составили $\eta = 1$ % полезной мощности.

5.25. От источника с напряжением $U = 5$ кВ при помощи проводов с удельным сопротивлением $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ Ом · м и площадью поперечного сечения $S = 10^{-6}$ м^2 передают электроэнергию. На нагрузке сопротивлением R = 1,6 кОм выделяется мощность P = 10 кВт. Найдите расстояние L от источника до нагрузки. Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало.

5.26. От источника с напряжением U = 750 В необходимо передать удаленному потребителю мощность P = 5 кВт. При какой величине R сопротивления линии передачи потери энергии составят η = 10 % полезной мощности?

Закон Ома для полной цепи

5.27. Плоский конденсатор емкостью C и расстоянием между обкладками d заполнен слабопроводящей средой с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением ρ. Найдите установившуюся величину E напряженности поля в среде, после подключения конденсатора к источнику с ЭДС ξ и внутренним сопротивлением r. Электрическая постоянная ε_0.

5.28. При подключении некоторого сопротивления R к батарее с ЭДС ξ = 30 В и внутренним сопротивлением r = 2 Ом напряжение на сопротивлении R равно U = 28 В. Определите величину сопротивления R.

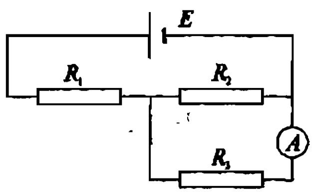
5.29. Определите напряжение U на полюсах источника с ЭДС ξ = 12 В, если сопротивление внешней части цепи равно внутреннему сопротивлению источника.

5.30. К источнику с ЭДС ξ = 12 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом подключено сопротивление R = 5 Ом. Найдите напряжение U на зажимах источника.

5.31. При подключении лампочки к батарее элементов с ЭДС ξ = 4,5 В ток в цепи I = 0,25 А, напряжение на лампочке U = 4 В. Определите внутреннее сопротивление r батареи.

Амперметры и вольтметры

5.32. Определите показание I амперметра в схеме. Напряжение на полюсах источника U = 2,1 В. Величины сопротивлений R_1 = 50 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 3 Ом. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.

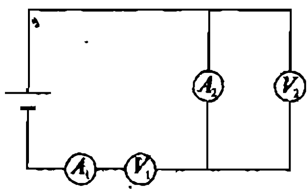


5.33. Вольтметр и резистор присоединены параллельно к полюсам источника. Величина тока через источник $I = 0,1$ А, показание вольтметра $U = 50$ В. Найдите сопротивление R резистора. Сопротивление вольтметра $R_в = 1$ кОм.

5.34. Если подключить к батарее два одинаковых вольтметра, соединив их параллельно или последовательно, то вольтметры покажут одинаковые напряжения $U = 8$ В. Найдите ЭДС ξ батареи.

5.35. Для определения ЭДС батареи к ней присоединяют последовательно два вольтметра. Их показания U_1 и U_2. Если к батарее присоединить один U вольтметров, его показание U_3. Найдите ЭДС ξ батареи.

5.36. В схему включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра. Показания микроамперметров $I_1 = 100$ мкА, $I_2 = 99$ мкА. Показание первого вольтметра $U_1 = 10$ В. Найдите показание U_2 второго вольтметра.



6. Электрический ток в различных средах

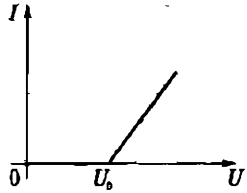
6.1. Определите концентрацию n электронов в пучке электронно-лучевой трубки осциллографа вблизи экрана. Сечение пучка $S = 1$ мм^2, величина тока $I = 1,6$ мкА. Электроны вылетают из катода трубки с нулевой начальной скоростью и ускоряются между катодом и анодом электрическим полем с разностью потенциалов $U = 28$ кВ.

6.2. Через двухэлектродную лампу с плоскими электродами течет ток. Напряжение на лампе U. Определите величину I тока, текущего через лампу, если известно, что электроны, попадающие на анод, действуют на него с силой F. Считайте, что электроны покидают катод с нулевой начальной скоростью и поглощаются анодом. Масса электрона m, элементарный заряд e.

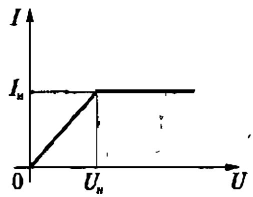
6.3. Через двухэлектродную лампу с плоскими электрода-ми течет ток величиной I. Напряжение на лампе U. С како-по величине F силой электроны действуют на анод? Скорост-электронов при вылете из катода равна v_q. Масса электро-m, элементарный заряд e.

6.4. В вакуумном диоде, анод и катод которого – парал-лельные пластины, зависимость величины тока от напряже-ния имеет вид $I = A \cdot U^{3/2}$, где A – некоторая постоянная. В-сколько раз увеличится сила давления на анод, возникающа-из-за поглощения электронов анодом, если напряжение н-диоде увеличить в два раза? Скорость электронов при вылет-из катода пренебрежимо мала.

6.5. Вольтамперная характеристика некоторого нелиней-ного элемента такова, что до напряжения $U_0 = 100$ В вели-чина тока через элемент равна нулю, а затем линейно растет с напряжением. При подключении элемента к батарее ток -цепи $I_1 = 2$ мА. При подключении элемента к той же батаре-последовательно с сопротивлением $R = 25$ кОм ток в цепи $I_2 = 1$ мА. Определите ЭДС ξ батареи.



6.6. В случае несамостоятельного газового разряда зависи-мость величины I тока через газоразрядную трубку от напря-жения U на трубке имеет вид, показанный на графике. При некотором напряжении $U_н$ ток через трубку достигает насы-щения. Величина тока насыщения $I_н = 10$ мкА. Если элемент, соединенный последовательно с некоторым сопротивлением R, подключить к источнику с ЭДС $\xi = 2 \cdot 10^3$ В, то через эле-мент потечет ток величиной $I = 5$ мкА. На сколько следует изменить величину R, чтобы достичь тока насыщения?



Электролиз

6.7. Для покрытия металлических изделий в электролитическую ванну помещен цинковый электрод массой $m = 120$ г. Найдите заряд Q, который должен пройти через ванну, чтобы электрод полностью израсходовался. Электрохимический эквивалент цинка $k = 3{,}4 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

6.8. Для покрытия цинком металлических изделий в электролитическую ванну помещен электрод массой $m = 10$ г. Сколько времени t будет продолжаться процесс покрытия до полного израсходования электрода, если величина тока в цепи $I = 15$ А?

6.9. Какое количество N ионов осядет на катоде при электролизе из соли любого двухвалентного металла за 40 мин при величине тока $I = 4$ А?

6.10. Какой величины I ток должен проходить через слабоподкисленную воду, чтобы за 1 мин разложилась вода массой 1 г?

7. Электромагнитные явления

7.1. Два одинаковых круговых проволочных витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры витков совпадают. По виткам текут токи I_1 и I_2. Как следует расположить третий виток того же радиуса и какой величины I_3 по нему пропустить ток, чтобы магнитное поле в общем центре трех витков было равно нулю? Все проводники изолированы друг от друга.

Указание: вектор индукции магнитного поля в центре кругового витка с током I перпендикулярен плоскости витка, а величина вектора индукции прямо пропорциональна величине тока.

Сила Ампера

7.2. Прямолинейный проводник длиной $L = 10$ см с током $I = 3$ А помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Направление тока составляет с линиями индукции магнитного поля угол $\alpha = 45°$. Найдите величину F силы, с которой магнитное поле действует на проводник.

7.3. Прямой провод, по которому течет ток $I = 5$ А, расположен в однородном магнитном поле с индукцией $B =$

$= 2$ Тл так, что направление тока образует угол $\alpha = 30°$ с линиями индукции. Под действием магнитного поля проводник переместился поступательно в направлении силы Ампера на $d = 0{,}5$ м, при этом силой Ампера совершена работа $A = 1$ Дж. Найдите длину проводника.

Момент силы Ампера

7.4. В однородном вертикальном магнитном поле величиной $B = 0{,}25$ Тл на двух тонких проволочках горизонтально подвешен линейный проводник массой $m = 10$ г и длиной 20 см. На какой угол от вертикали отклоняются проволочки, поддерживающие проводник, если по нему течет ток величиной $I = 2$ А?

7.5. Найти величину M момента сил, действующих на прямоугольную рамку с током I, погруженную в однородное магнитное поле B. Длины сторон рамки a, b. Нормаль к плоскости рамки составляет угол α с направлением B.

7.6. Квадратная однородная рамка лежит на горизонтальной непроводящей поверхности в однородном магнитном поле, линии индукции которого параллельны двум сторонам рамки. Масса рамки $m = 20$ г, длина стороны $a = 4$ см, величина магнитной индукции $B = 0{,}5$ Тл. Какой наименьшей величины I ток следует пропустить по рамке, чтобы она пришла во вращение вокруг одной из сторон?

Растягивающе-сжимающее действие магнитного поля на рамку с током

7.7. По проволочному кольцу радиуса R течет ток величиной I. Кольцо находится в однородном магнитном поле с индукцией B. Линии индукции перпендикулярны плоскости кольца. Найдите величину T силы натяжения кольца.

Втягивающе-выталкивающее действие магнитного поля на рамку с током

7.8. Проволочное кольцо радиуса R находится в неоднородном осесимметричном магнитном поле, линии индукции которого составляют в точках кольца угол α с нормалью к плоскости кольца. Индукция магнитного поля в этих точках равна B. По кольцу течет ток величиной I. С какой силой магнитное поле действует на кольцо?

Сила Лоренца

7.9. Заряженная частица движется со скоростью $v = 0{,}6 \cdot 10^6$ м/с по окружности радиуса $R = 4$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}31$ Тл. Кинетическая энергия частицы $K = 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ Дж. Найдите заряд q частицы.

7.10. Два одинаковых заряженных иона, ускоренных одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Первый ион движется по дуге окружности радиуса $R_1 = 5$ см, второй – по дуге окружности радиуса $R_2 = 2{,}5$ см. Найдите отношение m_1/m_2 масс ионов.

7.11. Протон, ускоренный разностью потенциалов $|\Delta\varphi| = 500$ кВ, влетает в поперечное однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}51$ Тл, причем вектор v перпендикулярен плоскости границы поля. Найдите угол α отклонения протона от первоначального направления движения, если толщина области поля $d = 10$ см.

Движение в электрическом и магнитном полях

7.12. В области пространства, где созданы однородные поля: магнитное $B = 0{,}3$ Тл и электрическое $E = 300$ кВ/м, равномерно и прямолинейно движется протон. Найдите скорость v протона.

7.13. Плоский конденсатор, заряд которого Q, помещен в однородное магнитное поле B так, что линии индукции перпендикулярны силовым линиям электрического поля конденсатора. В конденсатор влетает заряженная частица. При какой величине B индукции магнитного поля частица будет двигаться по прямой? Величина скорости частицы v, площадь каждой обкладки конденсатора S. Электрическая постоянная ε_0.

7.14. Протон движется по окружности радиуса $R = 8$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}6$ Тл. Найдите величину E напряженности однородного электрического поля, которое следует включить, чтобы протон стал двигаться по прямой.

Закон электромагнитной индукции

7.15. Магнитный поток через поверхность, опирающуюся на проволочный виток сопротивлением $R = 3 \cdot 10^{-2}$ Ом, за

2 с равномерно увеличивается на $\Delta\varphi = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ $В_б$. Найдите величину I индукционного тока в витке.

7.16. Магнитный поток через любую поверхность, опирающуюся на проволочное кольцо, равномерно возрастает со временем. Как зависит от времени величина индукционного тока в кольце? Рассмотрите два случая: сопротивление кольца конечное, кольцо в сверхпроводящем состоянии.

Изменение магнитного потока, обусловленное изменением индукции магнитного поля

7.17. Проволочная рамка площадью $S = 10^{-2}$ м^2 расположена в однородном магнитном поле так, что линии индукции перпендикулярны плоскости рамки. В некоторый момент времени магнитное поле выключают так, что за 1 мс поле убывает по линейному закону от величины $B_0 = 1$ Тл до нуля. Найдите ЭДС индукции в рамке.

7.18. Из двух одинаковых кусков проволоки изготовлены два контура — круглый и квадратный. Оба контура расположены в одной плоскости и находятся в однородном магнитном поле, изменяющемся во времени. В круглом контуре индуцируется постоянный ток величиной $I_1 = 12{,}8$ А. Найдите величину I_2 тока в квадратном контуре.

Изменение магнитного потока, обусловленное изменением площади контура

7.19. Площадь проводящего витка уменьшается с постоянной скоростью $|\Delta S : \Delta t| = 6{,}5 \cdot 10^{-2}$ м^2/с. Виток находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости витка. Определите величину ЭДС индукции в витке.

7.20. Длины сторон квадратного проводящего витка увеличиваются со скоростью $\Delta a/\Delta t = 2$ см/с. Виток находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости витка. При $t = 0$ с длины сторон квадрата $a_0 = 10$ см. Найдите величину ЭДС индукции в витке в момент $t = 2$ с.

Изменение магнитного потока, обусловленное поворотом контура

7.21. Сколько N витков проволоки содержит рамка площадью $S = 0{,}05$ м^2, если при вращении ее с частотой $n = 20$ с$^{-1}$

в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}35$ Тл максимальная величина ЭДС в рамке 63 В? Ось вращения перпендикулярна линиям индукции.

7.22. Якорь генератора переменного напряжения имеет квадратную обмотку со стороной $a = 8$ см, содержащую $N = 100$ витков. С какой частотой n должен вращаться якорь генератора в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}35$ Тл, чтобы максимальная величина напряжения составляла $U_m = 12$ В?

ЭДС индукции в движущихся проводниках

7.23. Реактивный самолет с размахом крыла $L = 50$ м летит горизонтально со скоростью $v = 800$ км/ч. Определите разность потенциалов между концами крыла. Вертикальная составляющая вектора индукции магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

7.24. Металлический стержень длиной $L = 60$ см вращается с частотой $n = 2$ с$^{-1}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 6$ мТл. Найдите разность $\Delta\varphi$ потенциалов между концами стержня. Ось вращения параллельна линиям индукции, перпендикулярна стержню и проходит через стержень на расстоянии $L/3$ от одного из его концов. Отношение величины заряда электрона к его массе $1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Явление самоиндукции

7.25. Кольцо из сверхпроводника помещено в однородное магнитное поле, индукция которого нарастает от 0 до B_0. Линии индукции перпендикулярны плоскости кольца. Определите величину I установившегося индукционного тока в кольце. Радиус кольца r, индуктивность L.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

Механика

1.2. $a_x = -a\cos\alpha = -5$ см, $a_y = a\sin\alpha = 8,7$ см,
$b_x = b\cos\beta = 17,3$ см, $t_0 = 3,4$ с.

1.3. $a_x = a\cos\alpha = 8,6$ см, $a_y = -a\sin\alpha = -5$ см,
$b_x = -b\cos\beta = -10$ см, $b_y = -b\sin\beta = -17,3$ см.

1.4. $c = \sqrt{a^2 + b^2} - 5$ см.

1.5. $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha} = 2,84$ см.

1.6. $a_x = -a\cos\alpha = 0,85$ см, $a_y = -a\sin\alpha = -0,5$ см,
$b_x = 0$, $b_y = -1$ см.

1.7. $a_x = -a\cos\alpha = 0,85$ см, $a_y = a\sin\alpha = 0,5$ см,
$b_x = -1$ см, $b_y = 0$.

1.8. $c = 2a\sin\alpha = 8,65$ см,
$c_y = 0$, $c_y = -c = -2a\sin\alpha = -8,65$ см.

1.9. $c = 2a\sin\alpha = 17,3$ см,
$c_x = 0$, $c_y = -c = -2a\sin\alpha = -17,3$ см.

1.10. $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 8,7$ см.

1.11. $c = 2a\sin\alpha = 17,3$ см,
$c_x = 0$, $c_y = -c = -2a\sin\alpha = -17,3$ см.

1.12. $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 6,9$ см, $c_x = -c = -6,9$ см, $c_y = 0$.

2.1. $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 12$ м/с.

2.2. $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{\upsilon_1 + 3\upsilon_2}{4} = 10$ м/с.

2.3. $\left|\vec{\upsilon}_{\text{ср}}\right| = 16$ м/с, $\left(\vec{\upsilon}_{\text{ср}}\right)_y = -16$ м/с, $\left(\upsilon_{\text{ср}}\right)_x = 0$ м/с.

2.4. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 - \upsilon_y^2} = \sqrt{5} \approx 2,24$ м/с, вектор скорости образует с осью Ox угол α такой, что $tg = 0,5$; $\alpha = 26,6^\circ$.

2.5 Встретятся в момент $t_0 = \frac{b}{a}$ в точке с координатами $x(t_0) = b$; $y(t_0) = b$.

2.6. $S_2 = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} S_1 = 1800$ км, $\upsilon_{ср} = \upsilon_1 = 100$ км/ч,
$\upsilon_{ср} = \upsilon_1 = 100$ км/ч, $\upsilon_{ср} = \upsilon_2 = 300$ км/ч.

2.7. $\upsilon_{ср} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2\upsilon_3}{\upsilon_1\upsilon_2 + \upsilon_1\upsilon_3 + \upsilon_2\upsilon_3}$.

2.8. $\upsilon_1 = \frac{(n+1)\upsilon_{ср}}{2} = 15$ м/с, $\upsilon_2 = \frac{(n+1)\upsilon_{ср}}{2n} = 10$ м/с.

2.9. $\upsilon_{ср} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} = 10$ м/с.

2.10. $\upsilon_{ср} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2\upsilon_3}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 53,3$ км/ч.

2.11. $t = 4t_1 + 6\Delta t = 53$ с, $\upsilon_{ср} = \frac{S}{4t_1 + 6\Delta t} = 1,9$ с, $|\vec{\upsilon}_{ср}| = 0$.

2.12. $\upsilon_2 = \upsilon_1\left(1 + \frac{t_1}{t_2}\right) = 24$ м/с.

2.13. $\upsilon_{ср} = \frac{S}{t_1 + t_2 + \frac{S - \upsilon_1 t}{\upsilon_2}} = 50$ км/ч.

2.14. $\upsilon_{ср} = \frac{3S_2\upsilon_2}{S_2 + 2\upsilon_1 t_2} = 6$ м/с.

2.15. $\upsilon_{ср} - |\vec{\upsilon}_{ср}| = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2} - \frac{\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}}{2} = 10$ м/с.

2.16. Второй бегун финиширует раньше:

$$\Delta S = \frac{S(\upsilon_2 - \upsilon_1)^2}{2(\upsilon_1^2 + \upsilon_1\upsilon_2)} = 75 \text{ м}.$$

2.17. $x = 50$ м, $t = 1$ с в точке $x = 8$ м.

2.18. Встретятся через $t = 1$ с в точке $x = 8$ м.

2.19. Не встретятся.

2.20. $\left|\bar{\upsilon}_{ср}\right| = 10$ м/с.

2.21. $S = \left|\Delta\vec{r}\right| = \tau\sqrt{b^2 + c^2} = 18$ м/с.

2.22. $\left|\bar{\upsilon}_{ср}\right| = 0$.

2.23. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 - \upsilon_y^2} = 5$ м/с, $tg = -1{,}33$.

2.24. $x = 4$ м, $\upsilon = 1$ м/с.

3.1. $\dfrac{t_{по}}{t_{против}} = \dfrac{n+1}{n-1} = 3$.

3.2. $\upsilon_b = 5$ м/с, $\upsilon = \upsilon_m ctg\alpha = 8{,}66$ м/с.

3.3. $l = (\upsilon_1 + \upsilon_2)\tau = 200$ м.

3.4. $\upsilon = \dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = 8$ м/с, $u = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2} = 2$ м/с.

3.5. $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{\upsilon - u}{\upsilon + u} = 0{,}61$.

3.6. $\dfrac{t_2}{t_1} = \dfrac{\upsilon_2 + \upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = 1{,}5$.

3.7. $\upsilon = \dfrac{S(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2} = 8$ м/с.

3.8. $\upsilon = \dfrac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2} = 8$ м/с, $u = \dfrac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{2} = 2$ м/с.

3.9. $t_2 = \dfrac{n+1}{n-1} t_1 = 7{,}5$ ч.

3.10. $\upsilon = \dfrac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2} = 15$ м/с.

3.11. $\Delta t = \dfrac{2\upsilon_1^2 S}{\upsilon_2\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right)}$.

3.12. $\upsilon = \dfrac{S(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2} = 17{,}5$ м/с, $u = \dfrac{S(t_2 - t_1)}{2t_1 t_2} = 7{,}5$ м/с.

3.13. $\square\eta = \dfrac{n+1}{n-1}$.

3.14. $t = \frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = 12$ ч.

3.15. $t_3 = \frac{2t_1t_2}{t_1 + t_2} = 9,6$ ч.

3.16. $t_{под} = \frac{t_1t_0}{t_1 - t_0} = 40$ с.

3.17. $t_3 = \frac{t_1t_2}{t_1 + t_2} = 0,75$ мин.

3.18. $\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon^2 + u^2 - 2u\upsilon\cos\alpha} = 1,8$ м/с.

3.19. $\upsilon\sqrt{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2} = 108,2$ м/с.

3.20. $\upsilon_{уд} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \pm 2\upsilon_1\upsilon_2\cos\alpha} = 131$ км/ч.

3.21. $\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2 - 2\upsilon u\cos\alpha} = 69,5$ км/ч, скорость $\vec{\upsilon}$ скорость направлена к меридиану под углом β таким, что $tg\beta = \frac{u\sin\alpha}{\upsilon - u\cos\alpha} = 0,39, \beta = 21,5^\circ$.

3.22. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2} = 99$ км/ч.

3.23. $\upsilon_{отн} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\upsilon_1\upsilon_2\cos\alpha} = 20$ м/с.

4.1. $a = \frac{25(n-1)}{(n+1)t^2}$.

4.2. $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}} = 0,45$ с. $u = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{2} = 2$ м/с.

4.3. $h = \frac{g(\Delta t)^2}{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2} = 57,12$ м.

4.4. $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{2}$.

4.5. $a_{ср} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t} = -0,5$ м/с.

4.6. $\upsilon = \upsilon_0 + at = 0$.

4.7. $\Delta t = \dfrac{\upsilon}{a} = 50$ с, $S = \dfrac{\upsilon^2}{2a} = 125$ м.

4.8. $\Delta t = \sqrt{\dfrac{2S}{g}} = 50$ с, $\upsilon = \sqrt{2aS} = 40$ м/с.

4.9. $\upsilon = \sqrt{-2al}$, $\upsilon_1 = 66$ м/с, $\upsilon_2 = 89$ м/с.

4.10. $a = \dfrac{\upsilon^2}{2l} = 8{,}33$ м/с^2, $t = \dfrac{2l}{\upsilon} = 0{,}33$ с.

4.11. $\tau = \dfrac{2S}{\upsilon} = 23{,}7$ с, $a = \dfrac{\upsilon^2}{2S} = 2{,}8$ м/с^2.

4.12. $x = -L + \dfrac{\upsilon_0^2}{2a} = -25$ м, ось Ox сонаправлена с υ_0; O совпадает с положением светофора.

4.13. $x = -L + \dfrac{\upsilon_0^2}{2a} = 0$, ось Ox сонаправлена с υ_0; O совпадает с положением светофора.

4.14. $x = -L + \upsilon_0\Delta t - \dfrac{a\Delta t^2}{2} = 790$ м, ось Ox сонаправлена с υ_0; O совпадает с положением светофора.

4.15. $S_{\min} = \dfrac{\upsilon_0^2}{2a} = 99{,}2$ м.

4.16. $a = -\dfrac{\upsilon_0}{\tau} = -5$ м/с^2, $S = \dfrac{\upsilon_0\tau}{2} = 10$ м.

4.17. $S_2 = \dfrac{\upsilon_2^2}{\upsilon_1^2}S_1 = 54$ м.

4.18. $y(t) = \upsilon_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$; $\upsilon_y(t) = \upsilon_0 - gt$.

4.19. $t = \dfrac{\upsilon_0 + \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g} = 2{,}0$ с.

4.20. $h = \dfrac{g\tau^2}{8} = 44$ м, $\upsilon_0 = \dfrac{g\tau}{2} = 29{,}4$ м/с.

4.21. $\tau = \sqrt{\dfrac{8h}{g}} = 2{,}86$ с, $H = n^2h = 40$ м.

4.22. $\upsilon_0 = \frac{gt_0}{2} - \frac{h}{t_0} = 17,1$ м/с.

4.23. $\upsilon_0 = \frac{2h - gt^2}{2t} = 15$ м/с; $\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} - t = 1,0$ с.

4.24. $t_0 = \frac{\upsilon_0 + \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g} = 8,35$ с.

4.25. $\Delta t = \frac{2t_1^2 + 2t_1t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)}$.

4.26. $\Delta t = \frac{2\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh}}{g}$.

4.27. $\Delta t = \frac{\upsilon_0\sqrt{2}}{g} = 3,06$.

4.28. $\upsilon_0 = \sqrt{2gh + \frac{g^2\Delta t^2}{4}} = 26,4$ м/с.

4.29. $a = \frac{2S(n-1)}{\tau^2(n+1)} = 0,8$ м/с^2.

4.30. $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{\upsilon_0^2 + \upsilon^2}{2}} = 5$ м/с.

4.31. $h = \frac{a(g+a)t_0^2}{2g} = 3000$ м.

4.32. $t = \frac{a + \sqrt{a|a+g|}}{g}\tau$.

4.33. $t = h_1\sqrt{\frac{2}{gh}} = 0,4$ с, $a = -\frac{gh}{h_1} = -24,5$ м/с^2.

4.34. $\upsilon_{ср} = \frac{3}{4}\upsilon_0$.

4.35. $t = 2\Delta t = 2$ с.

4.36. $S = \sqrt{2gh} - \frac{g\Delta t}{2}\Delta t = 34,7$ м; $\Delta t = 1$ с.

4.37. $\upsilon_{cp} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}\sqrt{gh} = 25,3$ м/с.

4.38. $t_0 = 3,4$ с; $H = 57$ м.

4.39. $h = \frac{\left(2l + g\left(\Delta t\right)^2\right)^2}{8y\left(\Delta t\right)^2} = 199$ м.

4.40. $\Delta y = H_0 - \upsilon_0 t$.

4.41. $t = \frac{h}{\upsilon_0} = 2,0$ с.

4.42. $t = \frac{l_0}{2\upsilon_0} = 5,0$ с. $l = \frac{\varphi \cdot l_0\upsilon_0^2 + gl_0^2}{8\upsilon_0^2} = 147,5$ м.

4.43. $\upsilon_0 = U + \frac{gh}{2U} = 345$ м/с.

4.44. $y = \frac{3}{4}h = 7,5$ м.

5.1. $\upsilon_0 = \frac{g\tau}{2\sin\alpha} = 19,6$ м/с; $S = \frac{g\tau^2}{2tg\alpha} = 34$ м.

5.2. $\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_0^2 + (g\tau)^2} = 49$ м/с, $\alpha = 37^\circ$.

5.3. $S = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 22,6$ м.

5.4. $S = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,29$ м.

5.5. $S = lh = 37,2$ м; $\beta = 45^\circ$.

5.6. $S = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,0$ км.

5.7. $h = \frac{2\upsilon_0^2}{g} = 19,6$ м/с; $\alpha = -arctg2 = -63,4^\circ$.

5.8. $h = \frac{2gl^2}{2\upsilon_0^2} = 4,9$ м.

5.9. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh} = 5{,}6$ м/с.

5.10. $\upsilon_0 = S\sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 42$ м/с; $t_0 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 1$ с.

5.11. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = 49$ м/с.

5.12. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2}$ при $0 \le t \le \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

(до момента падения на землю);

$tg\beta(t) = -\dfrac{gt}{\upsilon_0}$; $\upsilon_k = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$; $tg\beta_k = -\dfrac{\sqrt{2gh}}{\upsilon_0}$.

5.13. $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$, $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$, $\alpha = -arctg\dfrac{\sqrt{2gh}}{\upsilon_0}$.

5.14. $tg\beta = 2$.

5.15. $h_{max} = \dfrac{(\upsilon_0 \sin\alpha)^2}{\alpha g}$; $t_1 = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$.

5.16. $t_0 = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha_0}{g}$, $S = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g}$.

5.17. $x(t) = (\upsilon_0 \cos\alpha)t$, $y(t) = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{2t^2}{2}$,

$\upsilon_x(t) = \upsilon_0 \cos\alpha$,

$\upsilon_y(t) = \upsilon_0 \sin\alpha - gt$, $\tau = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$.

5.18. $t = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = 2{,}0$ с.

5.19. $\upsilon_0 = \dfrac{g\tau}{2\sin\alpha}$, $S = \dfrac{g\tau^2}{2} ctg\alpha$.

5.20. $t = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0{,}59$ с.

5.21. $\upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{gS}{\sin 2g\alpha}} = 31{,}6$ м/с.

5.22. $t_1 = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha - \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g} = 59{,}8$ с,

$$S_1 = \upsilon_0 \cos\alpha \frac{\upsilon_0 \sin\alpha - \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha = 2gh}}{g} = 720 \text{ м},$$

$$t_2 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g} = 59{,}8 \text{ с},$$

$$S_2 = \upsilon_0 \cos\alpha \frac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g} = 31 \text{ км}.$$

5.23. $x(t) = (\upsilon_0 \cos\alpha)t,\ y(t) = h + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{2t^2}{2}.$

5.24. $t_1 = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g},\ t_2 = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}.$

5.25. $S = \upsilon_0 \cos\alpha \dfrac{\left(\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{(\upsilon_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}\right)}{g}.$

5.26. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh} = 25$ м/с, $\beta = -\arccos\dfrac{\upsilon_0 \cos\alpha}{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}} = -59^\circ.$

5.27. $t = \sqrt{\dfrac{2(H-h)}{g}},\ \upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{2(H-h)h}{\sin\alpha}}.$

5.28. $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{4H}{L}.$

5.29. $\alpha = 45^\circ$.

5.30. $\alpha = acrctg4 = 84{,}4^\circ$.

5.31. $\alpha = acrctg1 = 45^\circ$.

6.1. $a = \dfrac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{2m} - \mu g,\ T = \dfrac{F}{2}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha).$

6.2. $S = \dfrac{g\tau^2}{2\mathrm{tg}\alpha} = 34$ м.

6.3. $F = m\dfrac{\upsilon}{\tau} = 5{,}4$ кН.

6.4. $F_{торм} = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2S} = 1{,}5$ кН.

6.5. $F_{\text{сопр}} = \dfrac{m\upsilon_0}{\tau} = 15$ Н.

6.6. $F = \dfrac{m\upsilon^2}{2l} = 2{,}9 \cdot 10^5$ Н.

6.7. $\vec{T} = m(\vec{a} - \vec{g})$;

1) $T = m(a + g) = 742$ Н;

2) $T = m(g - a) = 630$ Н;

3) Лифт должен двигаться с ускорением $\vec{g}$.

6.8. $F = m(g - a)$.

6.9. 2,4 кН.

6.10. $a_1 = g$; $a_2 = \dfrac{g}{2}$.

6.11. 2, 3.

6.12. 5.

6.13. $T = m\left(g - \dfrac{2S}{t_1^2}\right) = 4{,}7$ кН.

6.14. $h = \left(\dfrac{T}{m} - g\right)\dfrac{\tau^2}{2} = 5{,}1$ м.

6.15. $k = \dfrac{m(g - a)}{\Delta l} = 9{,}76$ Н/м.

6.16. $T_1 = \dfrac{m(a + g)\cos\beta}{\sin(\alpha + \beta)}$, $T_2 = \dfrac{m(a + g)\cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$.

6.17. $F = m\left(\dfrac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09$ Н.

6.18. $m = 2\left(M - \dfrac{F}{g}\right)$.

6.19. $S = \dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu g} = 50$ м.

6.20. $a = \dfrac{F}{m} = kg = 8{,}45 \cdot 1 - 10^{-2}$ м/с^2,

$\upsilon = \left(\dfrac{F}{m} - kg\right)\tau = 0{,}42$ м/с.

6.21. $\mu = \frac{F}{mg} - \frac{\upsilon^2}{2gS} = 0,05.$

6.22. $F = m\left(\frac{2S}{t^2} + kg\right) = 12$ кН.

6.23. $a_x = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{m} - \mu g = 0,96$ м/с^2.

6.24. $F_{тр} = F\cos\alpha = 100$ Н.

6.25. $F_{тр} = k(mg + F\sin\alpha) = 123$ Н.

6.26. $F \left\langle \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot T = 0,75\right.$ Н.

6.27. $T = \frac{1}{2}F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = 5,3$ Н.

6.28. $a = \frac{F_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - F_2(\cos\beta - \mu\sin\beta)}{m_1 + m_2} - \mu g,$

$T = \frac{m_2F_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + m_1F_2(\cos\beta - \mu\sin\beta)}{m_1 + m_2}.$

6.29. $T = \frac{m_2}{m_1 + m_2}F.$

6.30. $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 2,35$ м/с^2.

6.31. $tg\alpha = \mu$, $\alpha = 40°$,

$F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = \frac{\mu mg}{\sqrt{H\mu^2}} = 1,26$ кН.

6.32. $t = L\sqrt{\frac{2}{g\left(h - \mu\sqrt{L^2 - h^2}\right)}} = 2,15$ с.

6.33. $S = \frac{\upsilon_0^2}{2g(\sin\alpha + k\cos\alpha)} = 7,73$ м.

6.34. $t = \sqrt{\frac{2l}{g\left(h - \mu\sqrt{L^2 - h^2}\right)}} = 2,15$ с.

6.35. $F_1 = mg\left(\mu\sqrt{1-\frac{h^2}{l}}+\frac{h}{l}\right)$, $F_2 = mg\left(\mu\sqrt{1-\frac{h^2}{l}}-\frac{h}{l}\right)$.

6.36. $a = \frac{(mg+F)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m}$.

6.37. $a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g = 3{,}27$ м/с^2, $T = \frac{2m_2m_1}{m_2+m_1}g = 13$ Н.

6.38. $S = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g\tau^2 = 0{,}196$ м, $T = \frac{2m_2m_1}{m_2+m_1}g = 14{,}7$ Н.

6.39. $t = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}\cdot\frac{h}{g}} = 0{,}68$ с.

6.40. $t = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}\cdot\frac{h}{g}} = 0{,}72$ с.

6.41. $\Delta l = \frac{4m_2m_1g}{(m_2+m_1)k} = 4{,}7$ см.

6.42. $\Delta l = \frac{m_2F}{(m_2+m_1)k} = 4$ см.

6.43. $\Delta l = \frac{mng}{k}$.

6.44. $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = 4$.

6.45. $k = k_1 + k_2$.

6.46. $k = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$.

6.47. $F = \frac{(\mu_1-\mu_2)\cdot m_1m_2\cdot g\cos\alpha}{m_1+m_2} = 0{,}086$ Н.

6.48. $F_{тр} = \frac{M\cos\alpha}{M+m}F - mg\sin\alpha$.

7.1. $R = \frac{\upsilon^2}{(n-1)mg} = 1600$ м.

7.2. $\mu = \dfrac{4\pi^2 n^2 R}{g} = 0,1.$

7.3. $\rho = \dfrac{3r^3}{G\pi R^3 T^2}.$

7.4. $\mu \geq \dfrac{\omega^2 R}{g} = 0,02.$

7.5. $\mu = \dfrac{(2\pi n)^2 R}{g} = 0,1.$

7.6. $R = \dfrac{\upsilon^2}{\mu g} = 40$ м.

7.7. $F = m\left(g - \dfrac{\upsilon^2}{R}\right) = 7800$ Н.

7.8. $\dfrac{F_{\text{дав}}}{mg} = 1 - \dfrac{\upsilon^2}{gR}.$

7.9. $F = m\left(g + \dfrac{\upsilon^2}{R}\right) = 21600$ Н.

7.10. $R = \dfrac{2\upsilon^2}{g} = 50$ м.

7.11. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{gR}{3}} = 10$ м/с.

7.12. $R = \dfrac{n\upsilon^2}{(n-1)g} = 127$ м.

7.13. 6.

7.14. $F = m\left(g + \dfrac{\upsilon^2}{R}\right) = 940$ Н.

7.15. $T_1 = m\left(\omega^2 - g\right) = 6,2$ Н, $T_2 = m\left(\omega^2 l + g\right) = 25,8$ Н.

7.16. $\Delta T = 2mg.$

7.17. $F = \dfrac{mg}{\cos\alpha} = 2,26$ Н, $\upsilon = \sqrt{\dfrac{gL}{\cos\alpha}}\sin\alpha = 1,06$ м/с.

7.18. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\alpha}{g}} = 1{,}74$ с.

7.19. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{gh(2R-h)}{R-h}} = 1{,}07$ м/с.

7.20. $\Delta p = \dfrac{4\pi^2 mR_з}{T^2} = 3{,}37$ Н.

7.21. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_з}{g}} = 5077$ с $= 1641$ ч.

7.22. $\upsilon = R\sqrt{\dfrac{g}{R+h}}$.

7.23. $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 10^{-3}$ рад/с, $\upsilon = \sqrt[3]{\dfrac{2\pi g R_з^2}{T}} = 7{,}37$ км/с.

7.24. $\upsilon = 7365$ м/с.

7.25. $\dfrac{\upsilon}{\upsilon_1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}71$.

7.26. $\upsilon = R_з\sqrt{\dfrac{g}{R_з+h}} = 6{,}47$ км/с.

7.27. $h = \sqrt[3]{\dfrac{4\pi^2 gR^2}{T^2}} - R = 36000$ км.

8.1. $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\upsilon+u}{\upsilon-u} = 1{,}4$.

8.2. $x = -\dfrac{mL}{m+M} = -1$ м.

8.3. $F_{сопр} = m\left(\dfrac{\upsilon_0}{t} - g\right) = 0{,}09$ Н.

8.4. $\Delta p_1 = 2m\upsilon = 20\,\dfrac{кг\cdot м}{с}$, $\Delta p_2 = 0$.

8.5. $p_{max} = \dfrac{mgt}{\sin\alpha} = 80\,\dfrac{кг\cdot м}{с}$.

8.6. $p = m\upsilon_0 \cos\alpha = 5\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

8.7. $p_{max} = m\sqrt{\alpha g h} = 10\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

8.8. $u = -\frac{m\upsilon}{M} = -0{,}6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

8.9. $u = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$, $\upsilon = 1$ м/с
в сторону движения второго тела.

8.10. $\upsilon_2 = \frac{M\upsilon - m(\upsilon - \upsilon_1)}{M} = 0{,}75$ м/с.

8.11. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{m_2}{m_1} = 4$, $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = 16$.

8.12. $\upsilon = \frac{1}{m_2 + m_1}\sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2}$.

8.13. $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 5\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$,

$tg\alpha = \frac{p_2}{p_1}$, $\alpha = 53°8$, $F = \frac{p_2}{\Delta t} = 8$ Н.

8.14. $\upsilon_1 = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon - m_2\upsilon_2}{m_1} = 10$ м/с.

8.15. $F = -\frac{2m\upsilon}{\tau}$.

8.16. $U = -\frac{M\upsilon}{m + M} = -0{,}75$ м/с.

9.1. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gH}$.

9.2. $h = \frac{2}{3}R$.

9.3. $A = 0$, т.к. сила тяжести перпендикулярна вектор перемещения.

9.4. $A = \mu mg = 19{,}6$ кДж.

9.5. $A = \mu mg\cdot\upsilon\tau = 1{,}8\cdot10^8$ кДж.

9.6. $A - \frac{1}{2} m(a + \mu g) \cdot a(\Delta t)^2 = 110$ кДж.

9.7. $A = FS\cos\alpha = 4$ кДж, $A_{сопр} = -FS\cos\alpha = -4$ кДж.

9.8. $G = \frac{A}{mh} - g = 2,2$ м/с^2.

9.9. $\upsilon = \sqrt{2h\sqrt{\left(\frac{F}{m} - g\right)}} = 42,5$ м/с.

9.10. $A = m(a + g)h = 18,8$ Дж.

9.11. $F_{сопр} = \frac{P}{\upsilon} = 2,8$ кН.

9.12. $k = \frac{P}{mg\upsilon} = 4,9 \cdot 10^{-3}$.

9.13. $P_{ср} = \frac{mS}{t}\left(kg + \frac{2S}{t^2}\right) = 900$ кВт,

$P_{ср} = \frac{2mS}{t}\left(kg + \frac{2S}{t^2}\right) = 1800$ кВт.

9.14. $F = \frac{\mu N}{\upsilon} = 3,2 \cdot 10^4$ Н.

9.15. $m = \frac{p^2}{2k} = 2$ кг.

9.16. $h = \frac{\upsilon_0^2}{4g} = 2,55$ м.

9.17. $k = mgh = 49$ Дж.

9.18. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh} = 19,8$ м/с.

9.19. $A = \frac{1}{2} m\left(\upsilon^2 - \upsilon_0^2\right) = 120$ Дж.

9.20. $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$.

9.21. $A_{сопр} = m\left(\frac{4h}{t^2} - g\right)h = 30$ кДж,

$F_{сопр} = m\left(g - \frac{4h}{t^2}\right)h = 400$ Н.

9.22. $A_{\text{сопр}} = m\left(\frac{\upsilon^2}{2} - gh\right) = 167$ Дж.

9.23. $F_{\text{сопр}} = \frac{mg(h+S)}{S} = 200$ кН.

9.24. $\upsilon_0 = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}1{,}98 =$ м/с.

9.25. $T = 4mg\sin^2\frac{\alpha}{2}$.

9.26. $T = 4mg$.

9.27. $\frac{r}{R} = \frac{gRm}{2K} = 4{,}9$.

9.28. $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{m\upsilon^2}{2gl(m+M)}\right)$.

9.29. $\upsilon_0 = \sqrt{5gl} = 4{,}95$ м/с.

9.30. $\upsilon = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 10$ м/с.

9.31. $U = \frac{(mg)^2}{2k}$.

9.32. $\frac{U_1}{U_2} = \frac{k_2}{k_1} > 1,\ U_1 > U_2$.

9.33. $x = mg\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2k(h-1)}{mg}}\right)$.

9.34. $E_k = \frac{(m\upsilon)^2}{2(m+M)} = 17{,}8$ Дж.

9.35. $\Delta E = -\frac{m_1 m_2 (\upsilon_2 - \upsilon_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = -6{,}7$ кДж.

9.36. $Q = \frac{m_1 m_2 (\upsilon_2 + \upsilon_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = 54$ Дж.

9.37. $\dfrac{\Delta E}{E} = -\dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$.

9.38. $\dfrac{\Delta E}{E} = \dfrac{1}{2}$.

9.39. $F = \dfrac{2m\upsilon \cdot \sin\alpha}{\tau} = 100$ Н
(сила направлена перпендикулярно стенке).

9.40. $\Delta p = 2m\upsilon \cdot \sin\alpha = 4,3 \cdot 10^{-23}\,\dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

9.41. $\Delta E_k = \dfrac{3p^2}{4m}$.

9.42. $\upsilon_1 = 0$; $\upsilon_2 = V_0$.

9.43. $\upsilon_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)U_1 + 2m_2U_2}{m_1 + m_2}$; $\upsilon_2 = \dfrac{(m_2 - m_1)U_2 + 2m_1U_1}{m_1 + m_2}$

(здесь U_1, U_2, υ_1, υ_2 – проекции скоростей на ось Ox, направленную вдоль траектории).

9.44. $\alpha = 90°$.

9.45. $\upsilon_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\upsilon$; $\upsilon_2 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\upsilon$.

10.1. $x = H - \dfrac{m}{\rho S} = 4$ см.

10.2. $p = p_0 + \dfrac{(m_1 + m_2)g}{S} = 110,2$ кПа.

10.3. $p = p_0 + (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)g = 110,9$ кПа.

10.4. $\dfrac{p}{p_0} = \dfrac{p_0 + \rho g h}{p_0} = 10,7$.

10.5. $p - p_0 + \dfrac{2\rho\varphi_0}{\rho + \rho_0} gH - 127,4$ кПа.

10.6. $p_3 = \dfrac{p_2(\rho_1 - \rho_3) + p_1(\rho_3 - \rho_2)}{\rho_1 - \rho_2}$.

10.7. $\rho = \dfrac{p_2\rho_1 + p_1\rho_2}{p_2 - p}$.

10.8. $\eta_2 = \eta_1 \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = 0,74.$

10.9. $m = \dfrac{1}{4}\pi(\rho_0 - \rho)D^2 L = 74,2$ кг.

10.10. $M = \dfrac{\rho_0}{\rho - \rho_0} m = 30000$ кг.

10.11. $x = \dfrac{m}{\rho ab} = 0,1$ м; $M = grab(c - h) - m = 3200$ кг.

10.12. $x = d(1 - \eta) - h\left(1 - \dfrac{\rho_н}{\rho_в}\right) = 1,3$ см.

10.13. $\eta = \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}.$

10.14. $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}.$

10.15. $\rho = \dfrac{n\rho_1 + \rho_2}{1 + n}.$

10.16. $F = t\dfrac{h}{H} = 10$ кН.

10.17. $\dfrac{S}{S} = \dfrac{mghn}{A} = 490.$

10.18. $H = \dfrac{m + m_1 + m_2}{m_2} h = 25$ см.

10.19. $X_c = 16$ см.
10.20. $X_c = 2$ см.
10.21. $h = 2$ м.
10.22. $\eta = 0,27$.
10.23. 1) Центр масс находится в точке пересечения медиан; 2) Центр масс находится в середине медианы, проведенной из вершины, где находится масса $2m$.
10.24. Центр масс системы находится в той же точке, где находится шарик массой 7 г.
10.25. $F = 0,6$ кН.

10.26. $\eta \geq \dfrac{1}{2 + \sqrt{3}} \approx 0,27.$

11.1. $\upsilon_{ср} = 26,46$ м/с.

11.2. $\upsilon_{ср} = \dfrac{40\sqrt{3}}{3}$ м/с.

11.3. $\alpha = arctg\left(\dfrac{2h}{a}\cdot\dfrac{a+\dfrac{1}{2}}{a+L}\right).$

11.4. $t_п = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g};$

$h_{max} = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g};$

$x_{max} = \dfrac{2\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} ctg\alpha + \dfrac{a}{g}.$

11.5. $a_{клина} = \dfrac{m\cdot tg\alpha}{M + m\cdot tg^2\alpha} g;\ a_{стержня} = a_{клина}\cdot tg\alpha.$

11.6. $t = \sqrt{\dfrac{l}{g}}.$

11.7. $a = \dfrac{F}{\left(1+\dfrac{Mt}{N}\right)^2 M}.$

11.8. $\upsilon - 2U.$

11.9. $\upsilon = \sqrt{2g\left(H\left(1-\dfrac{\rho_в}{\rho}\right)+h-1\right)}.$

11.10. $h = \dfrac{\omega^2 R^2}{2g}.$

Термодинамика. Электродинамика

1.1. $\nu = 200$ моль.

1.2. $x = 0,026$ м.

1.3. $N_0 = \dfrac{\rho V N_A}{\mu} \approx 3{,}3 \cdot 10^{22}$,

$m_0 = \dfrac{\mu}{N_A} = 3 \cdot 10^{-26}$ кг,

$d = \sqrt[3]{\dfrac{\mu}{\rho N_A}} \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м.

1.4. $n = \dfrac{mN_A}{\mu\tau} = 6 \cdot 10^{21}$ $с^{-1}$.

1.5. $\tau = \dfrac{d\rho N_A}{\mu v n} \approx 7{,}5 \cdot 10^{2}$ с.

1.6. $n = 2$;

$a = \sqrt[3]{\dfrac{2M_r \cdot 10^{-3}}{\rho N_A}} \approx 2{,}9 \cdot 10^{-10}$ м.

$d = a\dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-10}$ м.

1.7. $d = \sqrt[3]{\dfrac{\mu}{2\rho N_A}} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ м.

1.8. а) $P = 2nm_0v^2 = 3{,}3 \cdot 10^{-3}$ Па.

б) $P = 2nm_0v^2\cos^2\alpha = 1{,}65 \cdot 10^{-3}$ Па.

в) $P = 2nm_0(v+V)^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ Па.

1.9. $\eta = \dfrac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot 100\,\% = 10\,\%$.

1.10. $N = \dfrac{PV}{k(t+273)} = 3{,}1 \cdot 10^{4}$.

1.11. $\tau = \dfrac{P_0 V}{kT\dfrac{\Delta N}{\Delta t}} \approx 5{,}3 \cdot 10^{9}$ с $\approx 1{,}5 \cdot 10^{6}$ часа, $\Delta t = 1$ с.

1.12. $m = \dfrac{PhS\mu}{R(t+273)} = 1{,}2 \cdot 10^{3}$ кг.

1.13. $\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{PV_1\mu}{R(t+273)} \cdot \dfrac{1}{\rho V_2} \approx 185$.

1.14. $\Delta t = (t_1 + 273)\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \approx 74\ ^\circ\text{C}.$

1.15. $T = \frac{\Delta T \cdot 100\ \%}{\delta P} = 350\ \text{K}.$

1.16. $t_2 = (t_1 + 273)\left(\frac{F}{PS} + 1\right) - 273 \approx 127\ ^\circ\text{C}.$

1.17. $t_2 = (t_1 + 273)\cdot\left(1 - \frac{|\Delta P|}{P + P_0}\right) - 273 = -16\ ^\circ\text{C}.$

1.18. $\frac{P_2}{P_1} = \alpha\beta = 6.$

1.19. $T = \frac{\alpha}{\alpha - 1}|\Delta T| = 300\ \text{K}.$

1.20. В процессе $1 \to 2$ объем газа увеличивается, в процессе $3 \to 4$ – уменьшается.

1.21. $V_2 = V_1 \frac{(t_2 + 273)}{(t_1 + 273)}\left(1 + \frac{\rho g H}{P}\right) \approx 3\ \text{см}^3.$

1.22. $V_2 = \left(\frac{P}{P_0 + \rho g H} \cdot \frac{t_2 + 273}{t_1 + 273} - 1\right)V_1 = 1{,}85\ \text{м}^3.$

1.23. $P_2 = 2\frac{T_2}{T_1 + T_2}P_1 = 1{,}2 \cdot 10^5\ \text{Па}.$

1.24. $P = \frac{P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = 2\ \text{атм}.$

1.25. $\rho = \frac{P\,(m_1 + m_2)}{\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)k\,(t + 273)} = 0{,}52\ \text{кг/м}^2.$

1.26. $H = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{\rho g L}{2P}\right).$

1.27. $P = \rho g L \frac{l_2}{l_2 - l_1} \approx 1{,}02 \cdot 10^5\ \text{Па}.$

1.28. $m = \frac{PV\mu}{R} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \approx 2{,}4\ \text{кг}.$

1.29. $\nu = \frac{V}{R}\left(\frac{nP_1}{t_1 + 273} - \frac{P_2}{t_2 + 273}\right) \approx 2,1 \cdot 10^4$ Моль.

1.30. $|\delta N| = \left(1 - \frac{t_1 + 273}{t_2 + 273}\right) \cdot 100\ \% = 4\ \%$.

1.31. $|\delta m| = 1 - \frac{t_1 + 273}{t_2 + 273} \approx 0,08$.

1.32. $P = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2} = 105$ Па.

1.33. $n = \frac{(\alpha - 1)PV}{P_0 V_0}$.

1.34. $n = \frac{\Delta PV\,(t_0 + 273)}{P_0 V_0\,(t + 273)} \approx 624$.

1.35. $P = \frac{\rho R\,(t + 273)}{\mu} \approx 4,9 \cdot 10^5$ Па.

1.36. $\delta = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right) \cdot 100\ \% = 100\ \%$.

1.37. $m \approx \frac{\pi d^3 P\,(\mu_2 - \mu_1)}{6R\,(t + 273)} \approx 10$ г.

1.38. $m < \frac{PV\mu}{R}\left(\frac{1}{t_2 + 273} - \frac{1}{t_1 + 273}\right) \approx 18$ г.

1.39. Шар сможет поднять груз, так как архимедова сила больше силы притяжения шара грузом к Земле.

$$F_A = \frac{gPV\mu_2}{R\,(t + 273)}g \approx 1,8 \cdot 10^3\ \text{Н}.$$

$$F = \left(M + m + \frac{PV\mu_1}{R\,(t + 273)}\right)g \approx 1,3 \cdot 10^3\ \text{Н}.$$

1.40. $V = \frac{mR\,(t + 273)}{P\mu} \approx 14,6$ м^3.

1.41. $m = \dfrac{M}{\dfrac{\rho R(t+273)}{\mu(P+\rho g h)} - 1} \approx 0{,}7$ г.

1.42. $\delta_1 = \dfrac{m_1\mu_2}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1} = 0{,}71.$

1.43. $\Delta x = \dfrac{L(t_2 - t_1)}{2\left[(t_1 + 273) + (t_2 + 273)\right]} = 2$ см.

1.44. $\Delta x = \dfrac{\tilde{T}_1 T_2 - T_1\tilde{T}_2}{\tilde{T}_1 T_2 + T_1\tilde{T}_2} \cdot \dfrac{L}{2} \approx 3{,}1$ см.

1.45. $m = \dfrac{4}{5}.$

1.46. $P_2 = \dfrac{3P_1T_2}{T_1} = 4 \cdot 10^4$ Па.

1.47. $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\mu_1}{\mu_2} = 7.$

1.48. $\Delta T = \dfrac{Mg}{PS} T = 70$ К.

1.49. $P = P_0 + \dfrac{\mu M g}{S} = 1{,}1 \cdot 10^5$ Па.

1.50. $p = \dfrac{\nu R T}{\dfrac{\Delta V}{\Delta t}\tau} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Па, $\tau = 1$ с.

1.51. $N = \dfrac{6P_1V}{5P_0V_0} = 333.$

2.1. $P = \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V} = 10^5$ Па.

2.2. $N = \dfrac{m\bar{v}^2}{3kT} = 3 \cdot 10^{25}.$

2.3. $T = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\nu_1\bar{v}_1^2 + \nu_2\bar{v}_2^2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \dfrac{\mu}{R} \approx 155$ К.

2.4. $T_2 = \dfrac{T}{n\left(1 - \dfrac{T}{T_1}\right) + 1} = 525$ Т.

2.5. $\Delta U = Q - Fl = 1{,}8 \cdot 10^5$ Дж.

2.6. $\Delta V = \dfrac{A}{P} = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ м^3.

2.7. $T_2 = T_1 + \dfrac{A\mu}{mR} = 386$ К.

2.8. $A = \dfrac{m}{\mu} R|\Delta T| \approx 29{,}6$ кДж.

2.9. $\dfrac{A_{12}}{A_{23}} = -\dfrac{3}{2}$.

2.10. $A = \dfrac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1)$.

2.11. $Q = \dfrac{3}{2}(n-1)PV = 1{,}95$ кДж.

2.12. $P_2 = P_1 + \dfrac{2}{3}\dfrac{Q}{V} = 2 \cdot 10^5$ Па.

2.13. $\eta = 1 + \dfrac{2Q}{2PV} = 3$.

2.14. $\Delta P = \dfrac{2I^2R\tau}{3V} = 4 \cdot 10^3$ Па.

2.15. $P_2 = P_1 + \dfrac{QR}{C_V V} \approx 1{,}33 \cdot 10^5$ Па.

2.16. $\mu = \dfrac{mRT\Delta T}{Q_P - Q_V} \approx 33 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

2.17. $Q = (n-1)C_P m(t_0 + 273) = 1{,}5 \cdot 10^3$ Дж.

2.18. $A = \nu R\Delta T \approx 3{,}3 \cdot 10^6$ Дж.
$\Delta U = Q - A \approx 6{,}1 \cdot 10^6$ Дж.

2.19. $Q = \dfrac{5}{2}A = 1500$ Дж.

2.20. $A = -\frac{2}{3}|\Delta U| = -1000$ Дж.

2.21. $|Q| = -\frac{5}{2}A = 2250$ Дж.

2.22. $Q = \frac{5}{3}\Delta U = 2500$ Дж.

2.23. $\Delta U = \frac{3}{5}Q = 18$ кДж.

2.24. $Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T \approx 2{,}1$ кДж.

2.25. $A = \frac{4}{5}\cdot\frac{m}{\mu}RT_1 = 831$ кДж.

2.26. $T_1 = \frac{nA}{(n-1)\nu R} \approx 300$ К, $\nu = 1$ моль.

2.27. $Q = \frac{23}{2}P_1V_1 = 115$ кДж.

2.28. $|Q| = \frac{\nu R}{2}(3T_1 + 2T_2 - 5T_3) \approx 23\cdot 10^3$ Дж.

2.29. $V_2 = \frac{100\,\%}{\eta}\cdot\frac{m\vartheta}{2E_1}\cdot V_1 \approx 0{,}3$ л.

2.30. $m = \frac{100\,\%}{\eta}\cdot\frac{NS}{q\vartheta} = 0{,}075$ кг.

2.31. $S = \frac{\eta}{100\,\%}\frac{q\rho V}{kMg} \approx 129$ км.

2.32. $N = \frac{\eta}{100\,\%}\cdot\frac{qm\vartheta}{S} = 28$ кВт.

2.33. $t_0 = t_2 + \frac{C}{mc_в}(t_2 - t_1) \approx 79{,}1$ °С.

2.34. $V_2 = \frac{t - t_1}{t_2 - t}V \approx 1{,}5$ л, $t_2 = 100$ °С.

2.35. $t \approx \frac{m_1t_1 + m_2t_2}{m_1 + m_2} \approx 66$ °С.

2.36. $t = \dfrac{t_3(t_2 - t_1) + t_2(t_3 - t_1)}{t_2 + t_3 - 2t_1} = 56\ ^\circ\text{C}.$

2.37. $m_3 = \dfrac{c_4 m_{34}}{c_4 - c_3} - \dfrac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - t_{12})}{(c_4 - c_3)(t_{34} - t)} = 0{,}106$ кг.

$m_4 = m_{34} - m_3 - 0{,}044$ кг.

2.38. $t = \dfrac{\rho V c_2 t_1 - m(\lambda - c_1 t_2)}{(m + \rho V)c_2} \approx 61\ ^\circ\text{C}.$

2.39. $h = \dfrac{Q - mc(t_к - t)}{r\mu PS} RT = 0{,}23$ м,

здесь $t_к = 100\ ^\circ\text{C}$, $T = 373$ K.

2.40. $\tau = \dfrac{m\left[c(t_к - t) + r\right]}{P} \approx 176\ ^\circ\text{C}$, здесь $t_к = 100\ ^\circ\text{C}$.

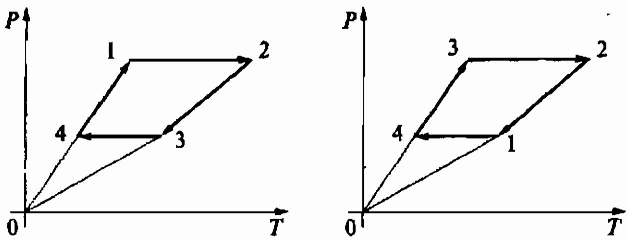
2.41. $\tau_1 = \tau \cdot \dfrac{r}{c(t_к - t)} \approx 60$ мин, здесь $t_к = 100\ ^\circ\text{C}$.

2.42. $\lambda = \dfrac{m_1}{m_2} c(t_2 - t_1)\dfrac{\tau_2}{\tau} = 3{,}36 \cdot 10^5$ Дж/кг.

2.43. $\Delta t = \dfrac{2gH - V^2}{2c} \approx 7\ ^\circ\text{C}.$

2.44. $\dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{\dfrac{1}{2}\dfrac{\eta}{100\,\%}\left(V_1^2 - V_2^2\right) - c(t_2 - t_1)}{\lambda} \approx 0{,}39.$

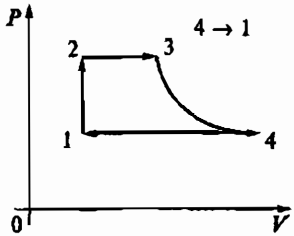
2.45.



2.46. В цикле $3 \to 2 \to 4 \to 3$ работа газа больше, чем в цикле $1 \to 2 \to 3 \to 1$.

2.47. На участке $1 \to 2$ тепло подводится к газу, на участке $2 \to 3$ и $3 \to 1$ тепло от газа отводится.

2.48. В процессах $1 \to 2$, $2 \to 3$ и $3 \to 4$ воздух получает тепло, в процессе $4 \to 1$ отдает.



2.49. КПД цикла $1 \to 2 \to 3 \to 1$ $\eta_1 = 2/23$.
КПД цикла $1 \to 3 \to 4 \to 1$ $\eta_2 = 2/21$.
$\eta_2/\eta_1 = 23/21$.

2.50. $\eta_2 = \left[1 - \frac{1}{n}\left(1 - \frac{\eta_1}{100\ \%}\right)\left(1 - \frac{|\delta T|}{100\ \%}\right)\right] \cdot 100\ \% = 88\ \%.$

2.51. $\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\ \% = 30\ \%,$

$$T_1 = T_2 \frac{1}{1 - \frac{A}{Q_1}} = 400\ \text{K}.$$

3.1. $m = \frac{\varphi}{100\ \%} \cdot \frac{P_H \mu}{R(t + 273)} V \approx 0,92$ кг.

3.2. $m = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{100\ \%} \rho_H V = 0,272$ кг.

3.3. $\Delta m = \left(\frac{\varphi_1}{100\ \%}\rho_{H_1} - \frac{\varphi_2}{100\ \%}\rho_{H_2}\right) V = 15,2$ кг.

3.4. $m = \left(1 - \frac{\varphi}{100\ \%}\right) \frac{P_H \mu V}{R(t + 273)} \approx 580$ г.

3.5. $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{mR(t + 273)}{VP_H\mu} 100\ \% \approx 59\ \%.$

3.6. $\varphi = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = 27\ \%.$

3.7. $m_{п} = \left(V - \dfrac{m}{\rho_{в}}\right)\rho_{в} \approx 0,6$ г.

3.8. $\varphi_2 = \dfrac{P_{H_1}}{P_{H_2}} \cdot \dfrac{t_2 + 273}{t_1 + 273}\varphi_1 \approx 37\ \%$.

3.9. $P = P_1\dfrac{t_2 + 273}{t_1 + 273} + \dfrac{mR(t_2 + 273)}{\mu V} \approx 1,9 \cdot 10^5$ Па.

3.10 Роса выпадет, так как $\rho_1 = \dfrac{\varphi}{100\ \%} \cdot 0,85\, t_1 \approx 9,85$ г/м^3, больше $\rho_{н_2} = 0,85 t_2 = 8,5$ г/м^3.

3.11. $\Delta F = \dfrac{\varphi}{100\ \%} \cdot \dfrac{PV}{RT}(\mu_1 - \mu_2)g \approx 1$ Н.

3.12. $\rho = \left(P - \dfrac{\varphi}{100\ \%} P_H\right)\dfrac{\mu_1}{RT} + \dfrac{\varphi}{100\ \%} P_H \cdot \dfrac{\mu_2}{RT} \approx$
$\approx 1,123$ кг/м^3, $T = t + 273$.

3.13. $P_2 = \dfrac{100\ \%}{\varphi} P_1 = 5 \cdot 10^5$ Па.

3.14. $\delta = \dfrac{A}{q} \approx \dfrac{P_0 V_п}{q} = \dfrac{R(t + 273)}{\mu_п q} \approx 0,075$.

3.15. $\Delta F = \pi d\sigma \approx 4,6 \cdot 10^{-5}$ Н.

3.16. $F = 2(\sigma_1 - \sigma_2) \cdot l = 4,3 \cdot 10^{-4}$ Н.

3.17. $\Delta h = \dfrac{4\sigma}{\rho g d} \approx 2,7$ мм.

3.18. $Q = \dfrac{2\pi\sigma^2}{\rho g} \approx 3,3 \cdot 10^{-6}$ Дж.

4.1. $|\Delta M| = Qm / e \approx 10^{-11}$ кг.

4.2. $|\delta N| = \dfrac{\mu q}{e N_A \rho V n} \approx 7,4 \cdot 10^{-5}$.

4.3. $r = \left(\dfrac{9ke^2}{16\pi^2\rho^2 G}\right)^{\frac{1}{6}} \approx 5 \cdot 10^{-5}$ м.

4.4. $q_1 = \frac{Q}{2} + \sqrt{\frac{Q^2}{4} - \frac{Fr^2}{k}} = -2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.5. $q_1 = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл.
$q_2 = -2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.6. $q_1 = q_2 = \frac{Q}{2}$.

4.7. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{(q+Q)^2}{4qQ} \approx 1,5$.

4.8. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{(Q_1+Q_2)^2}{4|Q_1|Q_2} \approx 0,7$,
притяжение сменилось на отталкивание.

4.9. $\frac{Q_1}{Q_2} \approx 5,8$,
$\frac{Q_1}{Q_2} \approx 0,2$.

4.10. $\frac{Q_1}{Q_2} \approx -2$,
$\frac{Q_1}{Q_2} \approx -0,5$.

4.11. $F_2 - F_1 = \frac{k}{4r^2}(q_1 - q_2)^2 > 0$.

4.12. $q_1 \approx \pm 2,7 \cdot 10^{-7}$ Кл.
$q_1 \approx \pm 0,7 \cdot 10^{-7}$ Кл.

4.13. Если заряд Q_2 расположен между Q_1 и Q_3, то $F = kQ_2\left(Q_3 : r_2^2 - Q_1 : r_1^2\right) \approx 0,27$ Н, и сила направлена от заряда Q_2 к Q_1. Если заряд Q_2 расположен вне отрезка Q_1Q_3, то $F = kQ_2\left(Q_1 : r_1^2 - Q_2 : r_2^2\right) \approx 0,45$ Н, и сила направлена от зарядов Q_1, Q_3.

4.14. $F = \frac{\sqrt{3}kqQ}{r^2} \approx 8,2$ Н.

4.15. $F = \dfrac{q_1 |q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \approx 0,07$ Н.

4.16. $F = \dfrac{kqQr}{d^3} = 1,6$ Н.

4.17. $F = \dfrac{kqQ\sqrt{4d^2 - r^2}}{d^3} = 1,6$ Н.

4.18. Заряд Q следует разместить на любом серединном перпендикуляре к отрезку, соединяющему заряды q_1 и q_2, на расстоянии $d\sqrt{\left(\dfrac{kq_1Qr}{F_0}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\dfrac{r}{2}\right)^2} \approx 0,35$ м.

4.19. $Q = -\dfrac{q(n-1)}{\sqrt{3}n} = -10^6$ Кл.

4.20. $Q = -\dfrac{2q}{\sqrt{3}} = -2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.21. $Q = -q\left(\sqrt{2} + \dfrac{1}{2}\right) \approx -1,9 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.22. $F = \dfrac{4kq^2}{a^2} = 3,6$ Н.

4.23. Ускорение среднего шарика равно нулю, ускорение крайних шариков направлено к среднему шарику и равно по величине $a = \dfrac{kq_1}{mL^2}\left(|q_2| - \dfrac{q_1}{4}\right) = 7,2$ м/с^2.

4.24. $a = \dfrac{\sqrt{3}kq^2}{mL^2} \approx 1,2 \cdot 10^5$ м/с^2.

4.25. $a = \dfrac{kq^2}{mL^2}\left(\sqrt{2} + \dfrac{1}{2}\right) \approx 8,6 \cdot 10^2$ м/с^2.

4.26. Заряд $Q = \dfrac{-3Q_0}{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}$ находится между зарядами Q_0, $3Q_0$ на расстоянии $x = \dfrac{l}{\sqrt{3}+1}$ от заряда Q_0.

4.27. $Q = -\dfrac{\left(2\sqrt{2}+1\right)q}{4} \approx -1{,}5 \cdot 10^{-12}$ Кл.

4.28. $Q = -\left(\dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)q \approx 1{,}83\,q.$

4.29. Заряд $Q = -\dfrac{q}{\sqrt{3}}$ следует поместить в центре треугольника; равновесие неустойчивое.

4.30. $Q \geq \dfrac{2mgd^2}{kq}.$

4.31. $T_{12} = \dfrac{kq_1}{l^2}\left(q_2 + \dfrac{q_3}{4}\right) = 7{,}5$ Н.

$T_{23} = \dfrac{kq_3}{l^2}\left(\dfrac{q_1}{4} + q_2\right) \approx 10$ Н.

4.32. $|q| = 2l_0\sqrt{2\pi\varepsilon_0 k l_0\left(\sqrt{n} - 1\right)}$

4.33. $|Q| = 2l\sin\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{\dfrac{2mg}{k}\sin\dfrac{\alpha}{2}} = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.34. $T = \dfrac{2kQ^2 l}{r^3} \approx 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н.

4.35. $|Q| = s\sqrt{\dfrac{mg\,(Д - S)}{k\sqrt{4l^2 - (Д - S)^2}}} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ Кл.

4.36. $|Q| = 2l\sin\alpha\sqrt{\dfrac{mg}{k}\,tg\alpha} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.37. $|Q| = 2l\sin\alpha\sqrt{\dfrac{mg}{k}\,tg\alpha} \approx 10^{-7}$ Кл.

4.38. $r^2 \approx \dfrac{r_1}{\sqrt[3]{4}} \approx 3$ см.

4.39. $|Q| = l\sin\alpha\sqrt{\dfrac{\sqrt{3}mg}{k}\,tg\alpha} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-8}$ Н.

4.40. $Q=-2q\left(\frac{d}{r}\right)^3\approx-3{,}7\cdot10^{-6}$ Кл.

4.41. $S=r\sqrt[3]{\frac{|Q|}{2q}}=0{,}15$ м.

4.42. $r=\sqrt{\frac{kqQ}{\sqrt{T^2-(mg)^2}}}\approx1{,}5$ м.

4.43. $\rho_1=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\rho_2$.

4.44. $d=\sqrt[3]{\frac{6eE}{\pi\rho g}}\approx7\cdot10^{-7}$ м.

4.45. $S=\frac{l}{1-\sqrt{|q_2|:q_1}}=15$ см.

4.46. $E_c=\frac{q}{\left(\frac{1}{\sqrt{E_A}}+\frac{1}{\sqrt{E_B}}\right)^2}=20$ В/м.

4.47. $E_Д=\frac{4}{\left(\frac{1}{\sqrt{E_c}}+\frac{1}{\sqrt{E_B}}\right)^2}=90$ В/м.

4.48. $q_1=\frac{E_0a^2}{8k}\approx4\cdot10^{-9}$ Кл,

$q_2=-q_1$.

4.49. $E=k\sqrt{\left(\frac{q_1}{a^2}\right)^2+\left(\frac{q_2}{b^2}\right)^2}\approx2{,}3\cdot10^4$ В/м.

4.50. $E=kq\left(a^2+b^2\right)\left(\frac{1}{a^8}-\frac{1}{a^4b^4}+\frac{1}{b^8}\right)^{\frac{1}{2}}\approx246$ В/м.

4.51. $|q|=\frac{Ed^3}{kl}\approx1{,}1\cdot10^{-13}$ Кл.

4.52. $E=\frac{k}{r^2}\sqrt{q_1^2+q_2^2-2q_1|q_2|\left(1-\frac{l^2}{2r^2}\right)}\approx 1{,}8\cdot10^6$ В/м.

4.53. $E_2=\frac{4\sqrt{3}E_1}{5}\approx 346$ В/м.

4.54. $E=k\sqrt{\left(\frac{q_1}{r_1^2}\right)^2+\left(\frac{q_2}{r_2^2}\right)^2-\frac{q_1|q_2|}{r_1^3r_2^3}\left(r_1^2+r_2^2-d^2\right)}\approx$
$\approx 1{,}2\cdot10^{-4}$ В/м.

4.55. $Q=-\frac{3\sqrt{3}}{4}q\approx-5{,}2\cdot10^{-6}$ Кл.

4.56. $E=\frac{kQ}{a^2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)\approx 3{,}8$ В/м.

4.57. $\frac{E_0}{E_A}=\frac{4}{2\sqrt{2}+1}\approx 1{,}05.$

4.58. $E=\frac{8\sqrt{2}kq}{l^2}\approx 2{,}5\cdot10^5$ В/м.

4.59. $E=\frac{4\sqrt{2}kq}{b^2}=1{,}8\cdot10^5$ В/м.

4.60. $E=\frac{5kq}{4l^2}=5\cdot10^4$ В/м.

4.61. $E=\frac{4\sqrt{10}kq}{3l^2}\approx 2{,}1\cdot10^4$ В/м.

4.62. $E=\frac{4\sqrt{2}kq}{b^2}\approx 10^4$ В/м.

4.63. $E=\frac{4\sqrt{13}kq}{b^2}\approx 5{,}2\cdot10^4$ В/м.

4.64. $E=\frac{4kq\sqrt{b^2+c^2}}{b^2c^2}\approx 3{,}7\cdot10^2$ В/м.

4.65. $E=4k\sqrt{\left(\frac{q_2-q_1}{b^2}\right)^2+\left(\frac{q_4-q_3}{c^2}\right)^2}\approx 5\cdot10^5$ В/м.

4.66. $E = \dfrac{16kq}{5\sqrt{5}l^2} = 7{,}2$ В/м.

4.67. $Q = -\dfrac{16q}{5\sqrt{5}} = -3{,}2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

4.68. $E = \dfrac{4kq_1}{3l^2} = 3$ В/м.

4.69. $E = k\sqrt{\left(\dfrac{q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\dfrac{q_2}{r_2^2}\right)^2 + \left(\dfrac{q_3}{r_3^2}\right)^2} \approx 1{,}5 \cdot 10^8$ В/м.

4.70. $\varepsilon = \dfrac{3kq}{El^2} \approx 2.$

4.71. В центре треугольника вектор напряженности будет перпендикулярен оставшейся заряженной палочки и не изменится по величине.

4.72. $E_b' \approx \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 a^2} \approx 5 \cdot 10^4$ В/м, $E_c \approx \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \approx 1{,}4$ В/м.

4.73. $E = \dfrac{\varepsilon_0\left(E_2^2 - E_1^2\right)}{2}.$

4.74. $E = \dfrac{\sigma}{g\varepsilon_0}.$

4.75. $Q = -\dfrac{ER^2}{k} \approx -3{,}3 \cdot 10^{-6}$ Кл.

4.76. $\sigma_1 = -\dfrac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi R_1^2 \varepsilon},$

$\sigma_2 = -\dfrac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi R_2^2 \varepsilon}.$

4.77. $A = kq_1q_2\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_1}\right) \approx 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

4.78. $A = 4kq\dfrac{a}{r}\left(\dfrac{Q_2}{r - 2a} - \dfrac{Q_1}{r + 2a}\right) \approx -1$ Дж.

4.79. $A = kQ\left(q_2 - q_1\right)\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) = 180$ Дж.

4.80. $A = \dfrac{3ke^2}{r} \approx 7 \cdot 10^{-8}$ Дж.

4.81. $A = \dfrac{5kq^2}{er}$.

4.82. $\varphi_A - \varphi_B = Ed\cos\alpha = 0{,}6$ В.

4.83. $\Delta(\varphi_+ - \varphi_-) = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}(d_2 - d_1) \approx 45$ В.

4.84. $\varphi_q - \varphi_{3q} = \dfrac{4qd}{\varepsilon_0 S}$.

4.85. $A = q(\varphi_2 - \varphi_1) = 10^{-5}$ Дж.

4.86. $\varphi_c = \dfrac{2\varphi_A\varphi_B}{\varphi_A + \varphi_B} = 24$ В, если вне отрезка AB,

$\varphi_c = \dfrac{2\varphi_A\varphi_B}{\varphi_A - \varphi_B} = 120$ В, если на отрезке AB.

4.87. Геометрическое место точек нулевого потенциала – сфера радиуса $R = 2/3a$. Центр сферы в точке прямой, проходящей через заряды на расстоянии $a/3$ от q.

4.88. $A = \dfrac{kq\sigma 4\pi R^2}{R + d} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ Дж.

4.89. $d = k\dfrac{1}{1 + \dfrac{R(\varphi_A - \varphi_B)}{kQ}} - 1 \approx 12{,}5$ см.

4.90. $\Phi = \varphi N^{\frac{2}{3}} = 1$ В.

4.91. $\varphi = \dfrac{\varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2}{R_1 + R_2}$.

4.92. $\Phi = \varphi_1 \dfrac{R_1}{R_2}$.

4.93. $\Phi = \varphi_1\left(1 - \dfrac{R_1}{R_2}\right)$.

4.94. $\Delta U - \dfrac{Ne}{c} \approx -7{,}3 \cdot 10^{-3}$ В.

4.95. $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$.

4.96. $C = \dfrac{\varepsilon_0 SE}{d} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ Ф.

4.97. $C = 2\pi\varepsilon_0 R$.

4.98. $\delta = \dfrac{1}{\varepsilon + 1}$.

4.99. $F = \dfrac{qE}{2}$.

4.100. $F = \dfrac{CU^2}{2d}$.

4.101. $U_2 = \dfrac{d_2}{d_1} U = 200$ В.

4.102. $\Delta q = (\varepsilon - 1)CU = 0{,}27$ мкКл.

4.103. $\Delta q = \dfrac{1 - n}{n} C\xi = -$ мкКл.

4.104. $\Delta q = \dfrac{-\varepsilon_0 \pi D^2}{4} \dfrac{(d_2 - d_1)\xi}{d_1 d_2} \approx -40$ нКл.

4.105. $U_1 = \dfrac{C_2 U}{C_1 + C_2} = 250$ В.

$U_2 = \dfrac{C_1 U}{C_1 + C_2} = 150$ В.

4.106. $q_1 = q_2 = \dfrac{C_1 C_2 \xi}{C_1 + C_2} = 8$ мкКл.

4.107. Уменьшится в $\dfrac{\varepsilon + 1}{2} = 2{,}5$ раза.

4.108. $Q_2 = \dfrac{C_2}{C_1} Q_1 = 1{,}36$ мкКл.

4.109. $q = (C_1 + C_2)U = 0{,}06$ Кл.

4.110. $\dfrac{C}{C_0} = 2$.

4.111. $P = \frac{\eta}{100\ \%} \frac{CU_0^2}{2t} = 2,25 \cdot 10^7$ Вт.

4.112. $Q_1 = -\frac{CA}{q} = -8$ мкКл.

$Q_2 = -Q_1 = 8$ мкКл.

4.113. $W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} Sd \approx 2,2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

4.114. $A = \frac{CU^2}{2}(n-1) = 2$ нДж.

4.115. $|Q| = \frac{mg}{E} \approx 1,5 \cdot 10^{-16}$ Кл.

4.116. $Q = \frac{mgd}{CU} \approx 300$ Кл.

4.117. $T = \frac{m\vartheta_0}{lE} \approx 4,7 \cdot 10^{-8}$ с.

4.118. $\vartheta = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 8,9 \cdot 10^6$ м/с.

4.119. $\varphi_A - \varphi_B = -\frac{m\vartheta^2}{2} = -4,2 \cdot 10^{-6}$ В.

$E = \frac{m\vartheta^2}{4eS} \approx 2,1 \cdot 10^6$ В/м.

5.1. $\vartheta = \frac{1}{enS} = 10^{-6}$ м/с.

5.2. $U = IR_1 d = 0,9 \cdot 10^{-3}$ В.

5.3. $l = \sqrt{\frac{\mu R}{\rho\delta}} \approx 53$ м.

$d = 2\sqrt{\frac{m}{\pi\delta e}} \approx 1,8 \cdot 10^{-4}$ м.

5.4. $E = \frac{4\rho I}{\pi d^2} \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$ В/м.

5.5. $R = \dfrac{R_3}{R_2} R_1 = 0,5$ Ом.

$U_{AB} = R_1 \left(1 + \dfrac{R_3}{R_2}\right) I = 0,5$ В.

5.6. $N = \sqrt{\dfrac{R}{r}} = 6.$

5.7. Провод следует присоединить к точкам, делящим кольцо в отношении $\dfrac{l_2}{l_1} = \dfrac{1 + \sqrt{1 - \dfrac{4r}{R}}}{1 - \sqrt{1 - \dfrac{4r}{R}}} \approx 8.$

5.8. $R_{AB} = \dfrac{13}{7} r.$

5.9. а) Пространственная диагональ $R = \dfrac{5}{6} r,$

б) на ребре куба $R = \dfrac{7}{12} r,$

в) на диагонали грани $R = \dfrac{3}{4} r.$

5.10. $I = \left(\dfrac{\pi}{4} \dfrac{rd^2}{\rho l} + 1\right) I_0 \approx 12$ А.

5.11. $R = \dfrac{I_0}{I - I_0} r \approx 0,07$ Ом.

5.12. $I_0 = \dfrac{R}{r + R} I \approx 0,01$ А.

5.13. $n = \dfrac{r}{R} + 1 = 25.$

5.14. $n = \dfrac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2} = 2,5.$

5.15. $Q = \dfrac{q^2}{t} R = 6 \cdot 10^3$ Дж.

5.16. $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2} \approx 5,8.$

5.17. $d \geq 2I_m\sqrt{\dfrac{\rho l_2}{\pi P_m}} \approx 0,44 \cdot 10^{-2}$ м.

5.18. $\xi = 2\dfrac{P_m}{I} = 6$ В,

$r = \dfrac{P_m}{I^2} = 1$ Ом.

5.19. $\xi = \sqrt{P}\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right) \approx 3,4$ В.

$r = \sqrt{R_1 R_2} = 1$ Ом.

5.20. $r = \dfrac{R}{\sqrt{2}} \approx 1,4$ Ом.

5.21. $R = \dfrac{2\sqrt{n} - 1}{2 - \sqrt{n}}r = 20$ Ом.

5.22. $\dfrac{Q_1}{Q_1} = \left(\dfrac{R = 2r}{R + r}\right)^2 = 1,44.$

5.23. $P_1 = \dfrac{P_2^2}{(P_1 + P_2)^2}P_1 = 44$ Вт,

$P_2 = \dfrac{P_1^2 P_2}{(P_1 + P_2)^2}P_1 \approx 22$ Вт.

5.24. $U = 2\left(\dfrac{100\ \%}{\eta} + 1\right)\rho lj \approx 120$ кВ.

5.25. $L = \dfrac{S}{2\rho}\left(U\sqrt{\dfrac{R}{P}} - R\right) = 10^4$ м.

5.26. $R = \dfrac{\eta}{100\ \%}\dfrac{1}{1 + \dfrac{\eta}{100\ \%}}\dfrac{U^2}{P} \approx 9,3$ Ом.

5.27. $E = \dfrac{1}{1 + \dfrac{C}{\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{r}{\rho}}\dfrac{\xi}{d}.$

5.28. $I = \dfrac{\xi - U}{r} = 1$ А.

5.29. $U = \frac{1}{2}\xi = 6$ В.

5.30. $U = \frac{R\xi}{R+r} = 10$ В.

5.31. $r = \frac{\xi - U}{I} = 2$ Ом.

5.32. $I_3 = \frac{UR_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \approx 0{,}027$ А.

5.33. $R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_в}} = 100$ Ом.

5.34. $\xi = 3U = 24$ В.

5.35. $\xi = \frac{U_2U_3}{U_3 - U_1}$.

5.36. $U_2 = U_1\left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) = 0{,}1$ В.

6.1. $n = \frac{I}{lS}\sqrt{\frac{m}{2eU}} = 10^{11}$ м$^{-3}$.

6.2. $I = \sqrt{\frac{e}{2mU}}F$.

6.3. $F = \frac{m}{l}\sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{2eU}{m}}$.

6.4. $\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{U_2}{Ul1}\right)^2 = 4$.

6.5. $\xi = U_0 + \frac{I_1I_2}{I_1 - I_2}R = 150$ В.

6.6. Сопротивление следует уменьшить на

$|\Delta R| = \frac{I_н - I}{I \cdot I_н}\xi = 200$ Мом.

6.7. $Q = \frac{m}{k} \approx 0{,}35 \cdot 10^6$ Кл.

6.8. $t = \dfrac{m}{kI} \approx 1960$ с.

6.9. $N = \dfrac{It}{2e} = 3 \cdot 10^{22}$.

6.10. $I = n\dfrac{Fm}{\mu t} = 180$ А.

7.1. Плоскость третьего витка должна составлять с плоскостью первого угол $\alpha = arctg\left(\dfrac{I_2}{I_1}\right)$, $I_3 = \sqrt{I^2 + I_2^2}$.

7.2. $F = IBl\sin\alpha \approx 4{,}2 \cdot 10^{-6}$ Н.

7.3. $l = \dfrac{A}{IBd\sin\alpha} = 0{,}4$ м.

7.4. $\alpha = acrtg\dfrac{IlB}{mg} = \dfrac{\pi}{4}$.

7.5. $M = Iab\sin\alpha$.

7.6. $I = \dfrac{mg}{2Ba} = 5$ А.

7.7. $T = IBR$.

7.8. $F = \div(2\pi RIB\sin\alpha)n$.

7.9. $q = \pm\dfrac{2k}{R\vartheta B} \approx \pm 3{,}2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

7.10. $\dfrac{m_1}{m_2} = \left(\dfrac{R_1}{R/2}\right)^2 = 4$.

7.11. $\alpha = \arcsin\left(Bd\sqrt{\dfrac{l}{2m|\Delta U|}}\right) \approx \dfrac{\pi}{6}$.

7.12. $\vartheta = \dfrac{E}{B} = 10^6$ м/с.

7.13. $B = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S\vartheta}$.

7.14. $E = \dfrac{e}{m}RB^2 \approx 2{,}8 \cdot 10^6$ В/м.

Мастерская УЧИТЕЛЯ

В пособии предлагается авторский элективный курс по физике для учащихся 10–11 классов. Приводится подробное поурочное планирование, методика обучения решению оригинальных и исследовательских задач постепенно возрастающей сложности. Кроме того, даются готовые разработки нестандартных уроков – в формах игры, коллективного соревнования, олимпиады, турнира физиков. Задачами элективного курса являются прежде всего развитие интереса к изучению физических явлений, стимулирование самостоятельного познавательного процесса и практической деятельности учащихся.

Издание адресовано учителям физики, студентам педагогических вузов, также будет полезно ученикам при подготовке к олимпиадам и вступительным экзаменам.

ISBN 5-94665-495-0
9 785946 654951