ИЗ ИСТОРИИ СРЕДНЕВЕКОВОГО НОМИНАЛИЗМА

Николай ОРЕМ

О СОИЗМЕРИМОСТИ ИЛИ НЕСОИЗМЕРИМОСТИ ДВИЖЕНИЙ НЕБА

•

В.П.ЗУБОВ

ТРАКТАТ БРАДВАРДИНА «О КОНТИНУУМЕ»

УРСС

Николай ОРЕМ

О СОИЗМЕРИМОСТИ ИЛИ НЕСОИЗМЕРИМОСТИ ДВИЖЕНИЙ НЕБА

Перевод с латинского,
вступительная статья и примечания
В.П.Зубова

•

В.П.ЗУБОВ

ТРАКТАТ БРАДВАРДИНА «О КОНТИНУУМЕ»

УРСС
Москва • 2004

ББК [illegible] 22 [illegible]

Орем Николай, Зубов Василий Павлович

О соизмеримости или несоизмеримости движений неба / Н. Орем / Пер. с лат., вступ. ст. и примеч. В. П. Зубова. Трактат Брадвардина «О континууме» / В. П. Зубов. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 160 с. (Из истории средневекового номинализма.)

ISBN 5-354-00619-8

Предлагаемая вниманию читателей книга продолжает публикацию научного наследия Василия Павловича Зубова (1900–1963), известного русского историка науки и культуролога. Книга состоит из двух частей. В первой части представлен его перевод с латинского трактата «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба» известного французского ученого XIV в. Николая Орема (ок. 1323–1382). Трактату Орема предшествует вступительная статья В. П. Зубова. В данном трактате нашли отражение те постепенные сдвиги, которые подготовили переход науки на новую ступень в эпоху Возрождения. В приложении приводится отрывок из другого трактата Орема «Об отношении отношений». Ранее в этой же серии был опубликован трактат Николая Орема «О конфигурации качеств» в переводе, с предисловием и примечаниями В. П. Зубова (2000 г.).

Во второй части книги В. П. Зубов подробно анализирует содержание трактата английского философа и математика XIV в. Томаса Брадвардина «О континууме», представляющего интерес как с точки зрения формирования наших понятий о бесконечно малом, так и с точки зрения эволюции вопроса о геометрических аксиомах. Приводятся выдержки из оригинального латинского текста.

На 1 стр. обложки «Астрономия» — гравюра 1542 г.
На 4 стр. обложки «Астрономы и астрологи» — миниатюра XIII в. из Псалтыри св. Людовика

Издательство «Едиториал УРСС». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Лицензия ИД №05175 от 25.06.2001 г. Подписано к печати [illegible] г.
Формат 60×90/16. Тираж 300 экз. Печ. л. 10. Зак. № [illegible]

Отпечатано в типографии ООО «РОХОС». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.

ИЗДАТЕЛЬСТВО УРСС
НАУЧНОЙ И УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий
в Internet: http://URSS.ru
Тел./факс: 7 (095) 135-42-16
Тел./факс: 7 (095) 135-42-46

ISBN 5-354-00619-8

НИКОЛАЙ ОРЕМ И ЕГО МАТЕМАТИКО-АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ТРАКТАТ «О СОИЗМЕРИМОСТИ ИЛИ НЕСОИЗМЕРИМОСТИ ДВИЖЕНИЙ НЕБА»*

В. П. Зубов

Неопубликованный трактат французского ученого Николая Орема «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба», написанный в середине XIV в., представляет не только специальный, но и общий историко-культурный интерес, отражая те постепенные сдвиги, которые подготовили переход науки на новую качественную ступень в эпоху Возрождения.

Напомним сначала некоторые биографические данные об авторе трактата. Николай Орем родился, по всей вероятности, в двадцатых годах XIV в. В 1349 г. он упоминается в документах Парижского университета в качестве члена нормандской университетской корпорации и магистра факультета искусств. Несколько позднее, в пятидесятых годах, вплоть до 1361 г., он преподает в Наваррской коллегии, причем с 1356 г. получает звание grand maître. К указанному времени, видимо, относится большинство его физико-математических работ. В семидесятых годах по поручению короля Карла V Орем выполнил переводы с латинского на французский нескольких сочинений Аристотеля, снабдив их глоссами и комментариями, а именно: «Никомаховой Этики» (1370)[1], «Политики» и «Экономики»

*Статья впервые напечатана в: «Историко-астрономические исследования». Вып. VI. М., 1960, стр. 301—316. Там же впервые опубликован перевод трактата Николая Орема, стр. 317—397, и приложение: отрывок из трактата Орема "Об отношениях отношений", стр. 398—400. Перевод сделан В. П. Зубовым.

[1]) Maistre Nicole Oresme, Le Livre de Ethiques d'Aristote. Published... with a critical introduction and notes by A. D. Menut, N. Y., 1940.

(1374)[1]) и сочинения «О небе» (1377)[2]). Эти переводы представляют большой интерес не только потому, что свидетельствуют об отходе от латинского языка как единственного языка науки, но и тем, что в своих примечаниях Орем критиковал целый ряд положений Аристотеля. Умер Орем в 1382 г.

Среди оригинальных работ Орема особого внимания заслуживают его труды «Algorismus proportionum» и «De proportionibus proportionum», в которых формулирована идея дробных показателей, и трактат «De configuratione qualitatum», в котором рассмотрены вопросы равномерных и ускоряющихся движений, причем автор пользуется графическими схемами, являющимися первым приближением к системе прямоугольных координат. Орему принадлежит также политико-экономический трактат о деньгах (De origine, natura, jure et mutationibus monetarum)[3]).

Как мы уже сказали, Орем выполнил свои французские переводы Аристотеля по поручению короля. Карл V (1337—1380), прозванный «Мудрым», занял французский престол в 1364 г. Коварный и жестокий в политике, по отзывам его биографов, он вместе с тем интересовался науками и положил начало Королевской (впоследствии Национальной) библиотеке. Особенно интересовался Карл астрономией и связанной с нею астрологией. По отзыву Христины Пизанской, король «был очень опытен и учен в этой науке» (tres expert et sage en icelle) и «любил эту науку, как предмет отменный и исключительный (chose eslue et singuliere)»[4]).

---

1) Напечатаны вместе в Париже в 1489 г.

2) Издано недавно по двум спискам Парижской Национальной библиотеки (с привлечением других рукописей): Maistre Nicole Oresme, Le Livre du Ciel et du Monde, ed. A. D. Menut and A. J. Denomy —«Mediaeval Studies», vol. III (1941), pp. 185—280; vol. IV (1942), pp. 159—297; vol. V (1943), pp. 167—333. В дальнейшем при цитатах указываются том и страница этого издания вместе с обозначением листов рукописи Парижской Национальной библиотеки (ms. fr. 1082), положенной в его основу.

3) Из новейшей литературы об Ореме см. O. Pedersen, Nicole Oresme og hans skrift «Le Livre du Ciel et du Monde», Kobenhavn, 1956.

4) Christine de Pisan, Le livre des fais et bonnes moeurs du sage roy Charles, partie II, chap. 4. Цитирую по статье: Ch. Jourdain, Nicolas Oresme et les astrologues de la cour de Charles V (в его книге: Excursions historiques et philosophiques a travers le Moyen âge, P., 1888, pp. 559—585), стр. 565.

Астролого-астрономические сочинения явно преобладали в его библиотеке, которую он устроил в Лувре. По свидетельству другого современника, Симона де Фареса, король организовал «в лучшем месте» Парижского университета коллегиум астрологии [астрономии] и медицины, куда он пожертвовал «замечательные книги» по указанным наукам «в большом и удивительном числе», присоединив к ним также астролябии, экваториалы, сферы и другие инструменты. Отец только что упоминавшейся Христины Пизанской, Фома Пизанский, был в 1368 г. приглашен из Венеции ко двору Карла в качестве придворного астролога[2]).

Что касается Орема, то он был убежденным противником так называемый «юдициарной астрологии». Он написал на латинском языке антиастрологический трактат «Contra judiciarios astronomos»[3]). Не довольствуясь этим, в 1366 г. он написал другой трактат на французском языке «Livre [or] Traitié dés divinations»[4]). По его собственным словам, подобные суеверия «наипаче опасны для мужей государственных,— князей, и государей, которым принадлежит государственная власть». «Для того-то и сочинил я эту книжечку по-французски, дабы могли понять это светские люди, из которых, как я слышал, кое-кто слишком склонен к подобным прорицаниям»[5]).

[1]) Журден, указ. соч., стр. 566.

[2]) Журден (указ. соч., стр. 582), ссылаясь главным образом на отношение короля к Орему — противнику астрологии, пытался смягчить отзывы о Карле V, как о человеке, абсолютно преданном астрологии. Однако интерес его к ней отрицать нельзя. Показательно, что свою деятельность при дворе Орем начал с перевода по королевскому поручению астрологического «Четверокнижия» Птолемея.

[3]) Выдержки из него опубликованы Журденом в указанной выше статье. Полностью издан в книге: H. Pruckner, Studien zu den astrologischen Schriften des Heinrich von Langenstein, Leipzig, 1933, стр. 227—245.

[4]) Издан в книге: G. W. Coopland, Nicole Oresme and the astrologers, A study of his Livre de divinations, Liverpool, 1952. Этот трактат был переведен на латинский язык. Журден (стр. 571) указывает на базельскую рукопись (F.V. 6), датированную 1411-м годом.

[5]) Журден, указ. соч., стр. 570. Ср. сходное место в латинском трактате: «Многие князья и магнаты, подстрекаемые вредным любопытством, пытаются суетными искусствами проникнуть в сокровенное и исследовать будущее. Чтобы опровергнуть это заблуждение, я сочинил нижеследующий трактат» и т. д. (Журден, стр. 578).

По словам Орема, «если мы развернем древние повествования, то найдем, что короли, прилежавшие к подобным занятиям, по большей части бывали несчастными, как будто Фортуна, возмущенная, более жестоко сражалась с теми, кто выведывали ее решения посредством суетных искусств»[1]).

Не отвергая (в духе времени) влияние светил на атмосферные явления, и в частности на погоду, а также в известной мере на «влаги» в человеческом организме, т. е. на здоровье человека, Орем решительно восставал против «юдициарной астрологии», усматривая в ней не столько «запретную науку» (как это делали многие церковники и раньше), сколько науку недостоверную и не подкрепленную опытом.

Когда-то Гораций (оды, I, 11) писал:

> Не расспрашивай ты, ведать грешно мне и тебе, какой
> Левконоя, пошлют боги конец, и вавилонские
> Числа ты не пытай...

Но у Орема это не столько горациевское scire nefas — «ведать грешно»,— сколько осмотрительная оглядка осторожного эмпирика на факты.

В отличие от астрологии «юдициарной», другую часть «астрологии» — астрономию в нынешнем значении слова, занимающуюся изучением небесных движений и природы небесных тел, Орем признавал «прекрасной и почтенной»[2]), привлекая к ней внимание государственных мужей, правда, тут же оговаривая, что королям незачем знать все «доказательства Птолемея» и прочие специальные вопросы. Достаточно, утверждал он, чтобы им была понятна ее польза, и чтобы они оказывали почет занимающимся ею, а в случае нужды приходили на помощь этим ученым средствами из государственной казны[3]).

---

[1]) Прукнер, стр. 229; Журден, стр. 578.

[2]) Прукнер, стр. 235; Журден, стр. 580. Ср. «Похвалу астрономии», с которой начинается печатаемый ниже трактат, и примечание к этому месту (стр. 19 и 89).

[3]) Прукнер, стр. 238; Журден, стр. 581. Подробнее об отношении Орема к астрологии см. L. Thorndike, A History of magic and experimental science, vol. III, N. Y., 1934, ch. XXV, Oresme on astrology, pp. 398—423.

Упомянем о младшем современнике Орема, Генрихе фон Лангенштейне из Гессена (ум. в 1397 г.), который подобно французскому

Трактат Орема «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба» разделен на три части. В первой разбираются следствия, вытекающие из предположения, что движения небесных тел друг с другом соизмеримы, во второй части — следствия, вытекающие из предположения, что они несоизмеримы. Третья часть содержит описание «сновидения» Орема. Автор повествует, что ему предстал во сне Аполлон, окруженный сонмом Муз и Наук. В ответ на просьбу Орема разрешить его сомнения, Арифметика и Геометрия по приказанию Аполлона вступают в спор. Первая защищает соизмеримость, вторая — несоизмеримость небесных движений. Спор остается неразрешенным: Орем проснулся до оглашения приговора. «Не знаю, что порешил об этом судья Аполлон»,— этими словами заканчивается трактат.

Из сопоставления с другими трудами Орема видно, тем не менее, что он сам склонялся ко второму взгляду и заявлял об этом позднее более решительно. Так, в комментарии к французскому переводу книг Аристотеля «О небе» (1377) Орем писал: «И что некоторые небесные движения несоизмеримы,— более правдоподобно, нежели обратное, как я уже некогда показал посредством ряда аргументов в трактате, озаглавленном «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба»[1]). Приведя несколько примеров[2]), Орем вторично ссылается на тот же трактат: «И все, что сказано относительно вышепомянутой несоизмеримости, с полной очевидностью разъяснено посредством геометрических доказательств в вышеупомянутом трактате „О соизмеримости или несоизмеримости движений неба“, либо вытекает на основании этих доказательств из того, что в трактате содержится»[3]).

В другом месте того же комментария Орем столь же решительно встал в споре Арифметики и Геометрии на

ученому нападал на астрологов в своем сочинении «Tractatus contra astrologos coniunctionistas» (напечатано в цитированной книге Прукнера).

[1]) N. Oresme, Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 44, c-III, 252.

[2]) См. перевод соответствующего текста в примечании 21, стр. 91—92.

[3]) N. Oresme, Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 45b-III, 253.

сторону второй: «Далее, поистине более правдоподобно, что некоторые движения неба несоизмеримы, как я когда-то показал в особом трактате. А если это так, по необходимости небесные тела должны непрерывно и всегда оказываться в новом расположении, таком, что невозможно по природе быть им в подобном же, или оказаться в таковом же ранее, предполагая, что они двигались и будут двигаться постоянно и без конца»[1]).

Весьма характерны постоянные ссылки на правдоподобие, вероятность тезиса, отказ от категорических утверждений. Можно прямо сказать, что Орем один из первых попытался пользоваться в науке сравнительной оценкой различных степеней вероятности[2]). Вот типичное для него высказывание:

«И, во-первых, я полагаю вместе с Аристотелем, как бы ложно это ни было, что мир и небесные движения продолжаются по необходимости вечно, без начала и без конца. Затем я предполагаю, как вещь возможную, что некоторые простые и равномерные движения неба несоизмеримы, и это все равно, как если бы сказать, что число всей совокупности звезд, возможно, есть число нечетное. И подобно тому, как нельзя узнать с полной достоверностью и очевидностью, является ли число всех звезд четным или нечетным, подобно этому все смертные люди, которые были и которые будут, не могли бы при естественном свете разума определить и достоверено узнать, являются ли все небесные движения соизмеримыми, или же некоторые из них несоизмеримы. Ведь посредством неощутимой и невоспринимаемой доли движения, при увеличениии ее в 100 000 раз, два каких-либо небесных движения, казавшиеся соизмеримыми, стали бы несоизмеримыми. И это понятно и ясно для людей, искушенных в геометрии»[3]).

Но как бы ни был осторожен Орем, уже с первого взгляда бросается в глаза при чтении трактата «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба» разница между реча-

---

[1]) N. Oresme, Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 126b-IV, 255.

[2]) Ср. текст, приведенный в примечании 38.

[3]) N. Oresme, Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 44b-III, 252.

ми Арифметики и Геометрии. Первая речь уснащена цитатами из античных и средневековых авторов,— цитируются такие авторитеты средневековья, как Макробий, Боэций и Кассиодор; стихи античных поэтов (Вергилия, Овидия, Клавдиана) перемежаются и причудливо переплетаются с отдельными текстами библии. Орем здесь не столько излагает свое собственное мнение, сколько обрисовывает устоявшиеся, вошедшие в традицию взгляды средневековья. Речь Геометрии, напротив, гораздо более лаконична: о своей сестре Арифметике Геометрия отзывается как о «щедрой на слова, скупой на мысли» (verborum prodiga, sententie pauca). В речи Геометрии несравненно меньше цитат и гораздо больше аргументов. Она непосредственнее, идет «от души», устами этой науки как бы говорит сам Орем.

Самый характер аргументации — другой. Основной аргумент Арифметики, т. е. раннего средневековья — телеологический, совершенство мироздания, которому должно соответствовать совершенство музыкальных пропорций, выражаемых рациональными числами. Орем также не чужд телеологической точки зрения, стараясь доказать эстетическую оправданность, эстетическое совершенство иррациональных, несоизмеримых отношений. Но наряду с этим у него ясно сквозит и другое. Он не только пытается обосновать свою точку зрения ссылкой на большую вероятность, правдоподобие несоизмеримости небесных движений, но в конечном итоге нащупывает пути для последующего доказательства своей точки зрения апостериорным путем, путем наблюдений, идя от следствия к причине. В трактате Орема нет наблюдений. Но это есть как бы вопросник для будущих наблюдений. Сначала он считает нужным разработать отвлеченно-математическую основу, которая позволила бы в дальнейшем разбираться в самих наблюдениях, выяснять, в чью пользу они говорят. Так, например, он указывает, что наблюдения над движениями Марса и Солнца, Венеры и Солнца не подтверждают взгляда, будто эти движения стоят друг к другу в музыкальных отношениях октавы и диесиса (ч. I, заключение 11, стр. 37). В сущности, выводы первой части, указывающие, что́ именно возможно и что невозможно при соизмеримости движений, должны наметить средства, позволяющие от отрицания следствия перейти к отрицанию исходного предположения: коль скоро наблюдения не подтверждают следствия, исходное положение ложно[1])

Оремовское представление о несоизмеримости движений наносило удар античному представлению о целочисленных гармоничных отношениях, лежащих в основе мироздания. В античную эпоху и в раннем средневековье существовало двоякое понимание «гармонии сфер». Согласно одному, самому наивному и первоначальному, эта гармония — физическое звучание, согласно другому — чисто математическое соответствие. С течением времени первая точка зрения все более стала уступать место второй[2]). Не могло быть, разумеется, единства и во взглядах, какая сфера издает более высокий звук,— верхняя или нижняя[3]). Отношение Орема ко всей этой разноголосице мнений достаточно явствует из таких его слов: «Не должно верить разногласящим друг с другом свидетелям, ибо один говорит, что такая гармония сопровождается звуком, явным для слуха, другой отрицает это; один утверждает, что верхняя сфера издает более высокий звук, другой говорит, что такой звук издает не она, а нижняя» (стр. 83).

Правда, отвергая «акустическую» трактовку гармонии сфер, не совсем еще исчезнувшую в его время, Орем продолжал еще держаться взгляда на «гармонию небес», как чисто математическое совершенное отношение, дебатируя, например, вопросы об эстетических преимуществах рациональных и иррациональных отношений. Но ведь нельзя забывать, что пришлось ждать еще более столетия, прежде чем музыкальный теоретик Иоанн Тинкторис решительно заявил в своей «Книге об искусстве контрапункта» (1477): «Я беспрекословно верю Аристотелю и Комментатору [Аверроэсу] вместе с нашими новейшими философами, доказывающими с полной очевидностью, что в небе нет ни

---

1) Ср., например, ч. I, заключение 13-е, стр. 40: «Стало быть, [в случае соизмеримости движений] возможно, что некоторые планеты по трое или по четыре никогда не находятся в конъюнкции в том же знаке, градусе или минуте. И вполне возможно, что они не могут приближаться друг к другу менее, чем на 2 или 3 градуса, если все их движения соизмеримы».

2) См. подробнее в примечании 29, стр. 94.

3) См. примечание 27, стр. 94.

реального, ни интенционального звука, и оттого я никогда не мог разделять убеждения, будто движением небесных тел создаются музыкальные соответствия, которые в действительности не могут получаться помимо звука»[1]).

Новым было то, что Орем попытался утверждать иррациональные отношения не только как некие эстетически оправданные категории, но и как более вероятные физически.

Древнее пифагорейское изречение гласило: «зло есть свойство беспредельного, а добро — определенного [или ограниченного]»[2]). Для подобного понимания бесконечного весьма показательна поздняя пифагорейская легенда, передаваемая в схолиях к X книге «Начал» Евклида: тот, кто первый стал исследовать вопросы несоизмеримости и иррациональности, погиб при кораблекрушении, ибо «все иррациональное (ἄλογον) и лишенное вида (ἀνείδεον) любит прятаться», и тому, кто только коснется, и откроет его, суждено погрузиться в «пучину возникновения» и быть обмываемым ее волнами, не знающими покоя. «Такой благоговейный страх питали эти мужи перед теорией иррациональностей», заключает схолиаст свое повествование[3]).

Выражая подобные чувства античности и раннего средневековья, Арифметика в сновидении Орема говорила о «непостижимом хаосе бесконечности», который «делает души ленивыми и печалит их» (ч. III, стр.72).

Концепция Орема пробивает первую брешь в этом античном представлении о целочисленных гармониях и о вечном круговороте бытия.

Орема явно радует, что в мире появляется все новое и новое, существует порядок, делающий возможным, чтобы «всегда появлялись новые и несходные с прежними констелляции и разнообразные действия, дабы тот длинный ряд веков, который подразумевал Пифагор под «золотой цепью», не замыкался в круг, но уходил без конца по прямой всегда вдаль» (recte procedat sine fine semper in longum, см. стр. 84).

---

[1]) Johannes Tinctoris, Liber de arte contrapuncti — Coussemaker, IV, 77.

[2]) Аристотель, Никомахова Этика, II, 5, 1106b.

[3]) Scholia in Elementorum librum X — Euclidis Opera omnia, ed. I. L. Heiberg, vol. V, Lipsiae, 1888, p. 417.

Восприимчивость к новизне сквозит и в оремовских суждениях о музыке.

Судя по сочинениям Орема, он живо интересовался музыкой. В сочинении «О конфигурации качеств», говоря о различном делении монохорда, Орем упоминает об особом трактате, написанном им на эту тему[1]). Время Орема было временем расцвета французской музыки и музыкально-теоретической мысли. Достаточно вспомнить, что старшие современники Орема, Филипп де Витри (1291—1361) и Жан де Мёр (Иоанн де Мурис, ок. 1290—ок. 1351), написали: первый — свой знаменитый трактат «Ars nova», другой — трактат «Ars nova musicae». Не приходится поэтому удивляться, что в сочинениях Орема живо проступает чувство новизны, которое одинаково сказалось и в его суждениях о музыке, и в защите тезиса об иррациональных соотношениях, дающих все новые и новые сочетания движущихся тел.

Перечисляя обстоятельства, которые делают звук прекрасным, если не абсолютно (simpliciter), то относительно (ad aliquid), Орем на первом месте указывал «необычность его для слуха»[2]). «Ведь иногда из такой необычности и новизны рождается восхищение, каковое восхищение порождает удовольствие. Вот почему иногда человек, непривыкший его слышать, и считает такой звук более красивым. А иногда, наоборот, частота слышания хотя бы и красивого звука порождает скуку, подчас внушая даже печаль, и звук не почитается тогда столь же красивым, каков он есть в действительности. Оттого-то часто радует перемена даже к менее красивому.

Этим объясняются слова Сидония:

Postque chelyn placuit fistula rauca Jovi»[3]).

Далее, цитируя слова псалмов о «песне новой», Орем пояснял: «...и говорится, „песнь новая“ из-за некоего обнов-

---

[1]) «... secundum divisionem variam monocordi, de qua feci specialiter tractatum».—N i c o l a u s O r e s m e, De configuratione qualitatum, pars II, cap. 19 (Paris, BN, ms. lat. 14580, fol. 51 recto).

[2]) N i c o l a u s O r e s m e, De configuratione qualitatum, pars II, c. 22, Paris, BN, ms. lat. 14580, fol. 51 verso.

[3]) «*После лиры Юпитеру понравился грубый звук свирели*». См. A p o l l i n a r i s S i d o n i u s, Carmen I, v. 17 (Monumenta Germaniae Historica, Auctores antiquissimi, t. VIII, Berolini, 1887, p. 173).

ления фигурации этой звучной диффорности без докучного повторения одного и того же»[1]).

В трактате «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба» читаем: «Какая кантилена нравится, повторяемая часто или многократно? Разве такое однообразие не будет рождать скуку? Конечно, новизна более радует, и если певец не сможет или не сумеет варьировать музыкальные напевы, способные варьировать до бесконечности, его не сочтут наилучшим, но назовут кукушкой» (стр. 84).

Чувство новизны отличало не только музыкальную эстетику Орема, но и его воззрения на мир.

Несколько слов еще об одной «дани времени». Орем писал свой трактат в пору, когда до известной степени оживился интерес к реформе календаря. Жан де Мёр и Фирмин де Беллавале в 1345 г. приступили к составлению специального трактата по этому вопросу[2]). Скептическое отношение Орема к возможности составить «вечный календарь», было, однако, как видно из предыдущего, не только откликом на подобные попытки, но в еще гораздо большей мере одним из основных аргументов и против юдициарной астрологии, и против старой мысли Екклезиаста: «ничто не ново под Солнцем».

Говоря об отголосках, которые получили воззрения Орема, хотелось бы прежде всего обратить внимание на рукопись начала XV в. А. 50 Бернской городской библиотеки[3]). Наряду с «Началами» Евклида и комментарием к ним Кампано, с анонимным трактатом «О квадратуре круга»,

---

[1]) «Et dicitur canticum novum propter innovationem quandam figurationis illius difformitatis sonore absque fascidiosa replicatione unius et ejusdem» (N. Oresme, De configuratione qualitatum, pars II, cap. 24, Paris, BN, ms. lat. 14580, fol. 52 verso). Ср. Le Livre du Ciel et du Monde, fol 126b-IV, 255.

[2]) Epistola super reformatione antiqui kalendarii. См. F. Kaltenbrunner, Die Vorgeschichte der gregorianischen Kalenderreform, S.-B. d. K. Ak. d. Wiss, Philos. hist. Kl., Bd. 82, Wien, 1876, S. 315.

[3]) Описание ее дал Зутер в статье: Der Tractatus «De quadratura circuli» des Albertus de Saxonia. Zeitschrift für Mathematik und Physik, Hist. Abt., Bd. 29 (1884), SS. 81—101 (описание см. на стр. 84—85). Трактат «О квадратуре круга» Зутер приписал Альберту Саксонскому ошибочно. См. P. Duhem, Etudes sur Léonard de Vinci, 1-re série, P., 1906, pp. 341—344.

«Арифметикой» Фомы Брадвардина, «Алгоризмом о дробях», сокращением «Музыки» Боэция, рукопись эта содержит «Algorismus proportionum» Орема, и, что здесь особенн интересно, анонимный трактат, начинающийся словами «Utrum dyameter alicuius quadrati sit commensurabilis costae ejusdem» (лл. 172—176)[1]).

Оставляя в стороне другие совпадения, упомянем лишь о целом отрывке, непосредственно посвященном вопросам о несоизмеримости движений, и несомненно показывающем, что трактат вышел из школы Орема.

Во второй половине XV в. мысль о несоизмеримости небесных движений выдвинул вновь в полемике с астрологами итальянский гуманист Джованни Пико делла Мирандола (1463—1494). Указывая, что Албумасар (ум. в 886 г.) и многие другие являлись сторонниками вечного возвращения вещей, Пико дальше писал: «Однако нам нет нужды подробно опровергать эту нелепость (insaniam), ибо сам Али (Haly)[2]) в толковании первой книги „Апотелесм"[3]), основываясь на суждении самого Птолемея, утверждающего то же, с возмущением нападает на нее и говорит: „Нет никого, сведущего сколько-нибудь в арифметике, кому бы не было очевидно это заблуждение". Затем после него Николай Орем, проницательнейший философ и прилежный математик в трактате „Об отношениях отношений" путем математических доводов доказал ложность и невозможность этого мнения, а именно, считающего, будто может вернуться когда-либо то же самое положение неба и звезд, которое уже было. Поскольку он удовлетворительно решил эту задачу, я решил отослать к нему читателя...»[4]).

[1]) Cp. V. P. Zoubov, Quelques observations sur l'auteur du traité anonyme «Utrum dyameter alicuius quadrati sit commensurabilis costae ejusdem», Isis. 1959. № 160. Vol. 50, part. 2, pp. 130—133.

[2]) Али ибн Ридван, каирский астролог и медик, род. около 998 г., ум. в 1061 или 1067. Ср. ниже, примечание 37.

[3]) Имеется в виду комментарий Али ибн Ридвана к «Четверокнижию» Птолемея.

[4]) Disputationes adversus astrologos, lib. VI, cap. 1,—Opera Joannis Pici Mirandulae, Agrentorati, 1504, fol. CLXVII verso (лл. 118—118 об. по изданию: Omnia quae exstant Opera, Venetiis, 1557). Оба издания имеются в Гос. Библиотеке имени Ленина. Ср. L. Thorndike, A History of magic and experimental science, vol. IV, N. Y., 1934. p. 536.

Насколько мысль Орема опередила господствующие представления, видно хотя бы из того, что столетием спустя, в 1451 г., болонский астролог Джованни де Фундис написал подробное «Опровержение» его трактата с защитой юдициарной астрологии[1]).

Другой отголосок мыслей Орема можно найти в произведении, относящемся уже к началу XVI в. Это — книга португальца Альвареса Томаса, преподававшего в одном из парижских коллегиумов. Она посвящена «троякому виду движения»[2]). В одном месте ее автор прямо ссылается на Орема:

«Я отвечаю, выдвигая некое положение, которое выдвигает ученейший исследователь пропорций магистр Николай Орем (Horem): всюду, где мы встречаемся с множественностью отношений, между которыми нелегко бывает обнаружить определенное соотношение, следует считать, что многие из них — иррациональные друг в отношении друга...».

Дальше, однако, дело сводится к советам, как вести себя на диспуте с противником, который нападает, «отвешивая громкие слова, надув щеки, подняв брови, хмуря лоб, с трагическим лицом». Автор указывает различные уловки, вплоть до того, что советует потребовать от противника врасплох перо и чернильницу для вычислений и тем его озадачить. В конечном итоге дело сводится к тому, что вероятнее (а потому спокойнее) утверждать иррациональность тех или иных отношений, вызывающих спор[3]).

Нетрудно видеть, что живые при своем зарождении мысли Орема здесь увяли в атмосфере схоластических

---

[1]) Tractatus reprobationis eorum que scripsit Nicolaus Orrem in suo libello intitulato de proportionalitate motuum celestium contra astrologos et sacram astrorum scientiam (Трактат, содержащий опровержение того, что написал Николай Оррем [sic!] в своей книжечке, озаглавленной «О пропорциональности небесных движений», против астрологов и священной науки звезд). Париж, Национальная библиотека, ms. lat. 10271, fol. 63 recto—153 verso). См. L. Thorndike, A History of magic and experimental science, vol. IV, N. Y., 1934, p. 235.

[2]) Liber de triplici motu proportionibus annexis magistri Alvari Thomae Ulixbonensis philosophicas Suiseth calculationes ex parte declarans, Parisis, 1509. Экземпляр этой редкой книги имеется в Гос. Публичной Библиотеке в Ленинграде.

[3]) Alvarus Thomas, указ. соч., fol. q. VI verso.

диспутов, которые мало чем отличались от состязаний в силе и ловкости на средневековых турнирах. Исчезло то биение непосредственной живой мысли, которое было первоначально.

В заключение нельзя не вспомнить Кеплера, который издал в 1597 г. «Космографическую тайну об удивительной пропорции небесных кругов»[1]), более чем 20 лет спустя — пять книг «Гармонии мира»[2]), а еще позднее, в 1621 г., переиздал с дополнениями свою первую работу. Подобно своим предшественникам он продолжал говорить о «движении небес» как «о некоем вечном созвучии — умопостигаемом, не звучащем»[3]). Подобно Орему он ставил вопрос о «совершенном апокатастисе всех движений», заявляя, что такого апокатастиса (возвращения к прежнему расположению) не может быть, если отношения периодов обращения планет иррациональны (ineffabiles), и старался доказать эту иррациональность[4]).

Но было ли это простым повторением старых мыслей?. Разумеется, нет. Достаточно вспомнить, что уже в первой из упомянутых работ Кеплер связывал свои математико-гармонические построения с новой, коперниканской системой мира, стараясь найти в них ее подтверждение[5]). Да и самая музыка, которая его пленяла, уже не была простым отзвуком музыки античной; Кеплер не только говорил о мажоре и миноре, но открыто заявлял о превосходстве полифонии над музыкой древних. «Я верю, — писал он Иог. Г. Герварту 14 сентября 1599 года, — что имело свою прелесть согласие одного человеческого голоса с лирой, которое и в наши дни повсюду признается за источник

---

[1]) Mysterium cosmographicum de admirabili proportione orbium coelestium, Tubingae, 1596. (J. Kepler, Opera omnia, ed. Ch. Frisch, vol. I, Francofurti et Erlangae, 1858).

[2]) Harmonices mundi libri V, Lincii Austriae, 1619 (Opera omnia... vol. V, Francofurti et Erlangae, 1864).

[3]) Harmonices mundi, t. V, cap. 8, p. 299.

[4]) Примечание ко второму изд. «Mysterium cosmographicum», — Opera omnia..., vol. I, pp. 186—187.

[5]) Этому не противоречит уступка, которую сделал Кеплер в «Гармонии мира» (кн. V, гл. 3, стр. 275), говоря, что те же гармонические соотношения в основном сохраняются и в системе Тихо Браге.

наслаждения, но никогда не поверю, чтобы модуляция одного-единственного голоса была приятнее четырех голосов, соблюдающих тождество и в разнообразии (in varietate identitatem)»[1]).

* * *

Печатаемый ниже трактат известен в нескольких списках, хранящихся в Париже (Национальная библиотека, ms. lat., 7281, лл. 259—273; Библиотека Арсенала, 522, лл. 110—122), Флоренции (Лауренцианская библиотека, Ashburnham, 210, лл. 159—171 об.), Риме (Vat. lat., 4082, лл. 97 об.—108 об.) и Утрехте (Библиотека университета, 725, лл. 172—193). До настоящего времени на нем подробнее остановился лишь Торндайк[2]).

Заглавие трактата в разных списках варьирует. В парижском списке он озаглавлен «Tractatus de commensurabilitate motuum celi» (то же—в explicit). Ватиканский список имеет в explicit: «Tractatus de incommensurabilitate motuum celestium»[3]). Флорентийский список начинается словами: «Incipit tractatus de commensurabilitate motuum celestium editus a reverendo philosopho magistro Nycolao Oresme» (такое же заглавие в explicit). Но сам Орем называет свой трактат во французском комментарии к книгам «О небе»— «Tractatus de commensurabilitate vel incommensurabilitate motuum celi» (ср. выше, стр. 7).

В основу настоящего перевода положен парижский список 7281. Кроме того, в моем распоряжении были фотокопии лл. 159—159 об. и 171—172 флорентийского списка. В постраничных сносках уточнены источники, цитируемые Оремом. Цифры в квадратных скобках внутри текста трактата отсылают к примечаниям позади текста. При подстрочных ссылках на источники указания на страницы имеют в виду следующие издания:

---

1) Kepler, Opera omnia, t. V, p. 27.

2) См. краткое изложение трактата в книге: L. Thorndike. A History of magic and experimental science, vol. III, N. Y., 1943, pp. 404—406. Ср. также: A. Maier, Metaphysische Hintergründe der spätscholastischen Naturphilosophie, Roma, 1955, SS. 28—30.

3) См. Торндайк, указ. соч., т. III, стр. 404.

Сенека — издание Гермеса [1]), Макробий — 2-е издание Эйсенгарта [2]), Боэций — издание Фридлейна[3]), сочинения, известные под именем Гермеса Трисмегиста,— издание Скотта[4]), сочинения Ал-Баттани — два издания XVI в.[5]), Аверроэса — венецианское двенадцатитомное издание Аристотеля[6]), «Перспектива» Витело — риснеровское издание[7]). Сокращение MPL означает латинскую серию «Патрологии» Миня.

---

[1]) L. Annaei Senecae Dialogorum libri XII, ed. E. Hermes, Lipsiae, 1905.

[2]) Macrobius, F. Eyssenhardt iterum recognovit, Lipsiae, 1893.

[3]) A. M. S. Boetius, De institutione arithmetica libri duo. De institutione musica libri quinque... ed. G. Friedlein, Lipsiae, 1867.

[4]) Hermetica. The ancient greck and latin writings which contain religious or philosophic teachings ascribed to Hermes Trismegistus, ed. by W. Scott. Oxford, 1924—1926, 3 vol.

[5]) Continentur in hoc libro Rudimenta astronomica Alfragani. Item Albategnius astronomus peritissimus de motu stellarum ex observationibus tum propriis, tum Ptolemaei. Omnia cum demonstrationibus Joannis de Regiomonte... Norimbergae, 1537; в скобках указаны страницы по изданию: Albategnius, De scientia stellarum cum additionibus Joannis Regiomontani, Bononiae, 1645.

[6]) Aristotelis Stagiritae omnia, quae extant, opera, Venetiis, 1560—1562.

[7]) Vitellonis Thuringopoloni Opticae libri decem, ed. F. Risnerus, Basileae 1572 (Вместе с Opticae thesaurus Alhazeni).

ТРАКТАТ О СОИЗМЕРИМОСТИ ИЛИ НЕСОИЗМЕРИМОСТИ ДВИЖЕНИЙ НЕБА

Николай Орем

Сенека утверждает, что Зенон и Хрисипп сделали большее, чем если бы они руководили войсками, стяжали почести, обнародовали законы не для одного лишь государства, но для всего рода человеческого. Ведь если прекрасно — совершать военные подвиги, издавать новые законы, разве не заслуживают гораздо большей похвалы те, кто со смелостью, превышающей смелость Геркулеса, дерзнули приблизиться к вышнему кругу и осмелились зорким умом подняться до неба, впервые возвещая смертным его вечные предначертания, постигать которые нет ничего лучше, ничего отраднее[1]). Ведь что более радует дух и что более возвышает ум к божественному, как не созерцание сладостной музыки неба, исчисление сияющего хоровода звезд и планет, движущегося в ритмах, пленительных по своему сменяющемуся разнообразию [1]. Махина вселенной, подвластная божеству, управляется силою этого небесного воинства, в своем быстрейшем и спокойном беге неустанно простирающего в некоей равномерной неоднородности изящное различие движений для изощрения ума человеческого,— зрелище, которого, по слову Туллия, «нет ничего восхитительнее, ничего прекраснее»[2]). «Нет картины,—говорит он,— более приковывающей, более прекрасной, более отвечающей дарованию и совершенствованию людей[3]). И опять

---

[1]) Сенека, О досуге мудреца, гл. 6, 4, стр. 239.
[2]) Цицерон, О природе богов, II, 40, 108.
[3]) Там же, 56, 140.

он же: «Природа изначала создала людей высокими, стройными и выпрямленными, дабы могли они познавать богов, взирая на небо» и т. д.[1]). Вот почему и Сенека говорит[2]): «Если хочешь убедиться, что природа хотела быть не только зримой, но и созерцаемой, посмотри, какой закон она дала нам. Она поместила нас в срединной своей части и дала нам возможность обозревать вселенную. И не только выпрямила человека, но и для того, чтобы мог он следить за звездами, скользящими от востока к закату, поворачивая кругом свое лицо, высоко вознесла его голову, расположив ее на гибкой шее». Так говорит Сенека. Достаточно человеку взглянуть в восхищении на небосвод,— сколь удивительной быстротой управляется вращение сферы, сколь мудрым порядком держится неизменное постоянство небес, и как прекрасно чреда лет предстает обновляющейся в постоянных движениях! И хотя бы их соотношение и пропорция и оставались скрытыми на вечные времена и ни одно из них не могло бы быть постигнуто тонкостью мысли и человеческими стараниями, тем не менее эта невозможность не рождает уныния в душах, преисполненных рвения и страсти, и не заставляет их обратиться вспять. Ведь то, что мы способны из этого постичь, освежает ум, рождает желание и возбуждает к дальнейшему исследованию, устремляя ввысь сердца смертных неким приятным понуждением. Оттого и говорит Туллий:

«Прочее движется все быстрейшим небесным движеньем,
Ибо и ночи и дни вместе с небом начало имеют.

И преисполниться или пресытиться созерцанием этого не может дух того, кто жадно стремится узреть постоянство природы»[3]).

Дабы, следовательно, настойчиво стремящиеся к столь благородному занятию не отступили перед непосильными трудностями, или, обуреваемые дерзкой смелостью, не обманули себя и других, возомнив о себе, будто они ведают о движениях звезд и планет то, что недоступно знанию чело-

[1]) Цицерон, О природе богов, II, 40, 104.
[2]) Сенека, О досуге мудреца, гл. 5, 3—4, стр. 236.
[3]) Цицерон, О природе богов, II, 41, 104—105.

веческому, я сочинил эту книжечку о соизмеримости движений неба, в которой сначала выписал кое-что из других математических книг в качестве исходных положений, а затем вывел из них заключения. Некоторые немногие из последних, после того как написал их, я нашел в других местах, но еще не видел, чтобы кто-нибудь другой изложил наиболее важные из них. Посему я не смел откладывать вручение этого небольшого труда товарищам и магистрам нашего священнейшего парижского университета для исправления, ибо у них в обычае принимать без всякой зависти, с почтением, все хорошо сказанное, а менее хорошо составленное исправлять благожелательно.

Простое число есть такое, которое не счисляется никакими другими, кроме единицы, например, 5 или 7. Всякое другое называется составным, например, 4 или 9. Простые друг в отношении друга числа или несовместимые (incomminicantes) или еще иначе наименьшие в данном отношении или в данной пропорции, суть те, которые не имеют никакой общей меры, кроме единицы, и не имеют какого-нибудь общего обоим числа, например 4 и 9. Те же, которые измеряются каким-нибудь определенным числом, называются совместимыми (communicantes), например 9 и 12, которые оба измеряются тройкой. И так же обстоит дело, если чисел три или больше [2].

Пропорция (proportionalitas) есть подобие отношений (proportionum). Пропорции называются несовместимыми, когда нет двух совместимых чисел, из которых одно принадлежало бы одной пропорции, а другое — другой; таковы, например, пропорция, соответствующая отношению 2 к 1, т. е. 1, 2, 4, 8 и т. д., и пропорция, соответствующая отношению 3 к 1, т. е. 1, 3, 9, 27 и т. д. Совместимыми же являются те пропорции, в которых какое-нибудь число одной пропорции является совместимым с числом другого. Таковы, например, пропорция, соответствующая отношению 2 к 1, и пропорция, соответствующая отношению 4 к 1.

Величины называются соизмеримыми, если они имеют какую-нибудь общую меру, или отношение которых соответствует отношению числа к числу, например, если одна равна 2 футам, а другая 3 футам. Несоизмеримые величины это те, у которых нет общей меры и отношение которых не соответствует отношению между числами; таковы, например, диагональ и сторона квадрата, отношение которых равно половине отношения 2 к 1, находимое только в непрерывных величинах, но не в числах [т. е. отношение $\sqrt{2}:1$].

Соизмеримость и несоизмеримость движений (круговых) мы определяем либо по величине углов, описанных вокруг центра или центров [3], либо по числу оборотов, так, что обладают соизмеримыми движениями те тела, которые либо в равные времена описывают соизмеримые углы или окружность, либо те, которые совершают или заканчивают свои обороты в соизмеримые времена. А несоизмеримыми движениями являются те, которые заканчиваются в несоизмеримые времена и на протяжении которых описываются за равные промежутки времени несоизмеримые центральные углы. Соответственно такого рода мере определяются и имеют место конъюнкции, противостояния и прочие аспекты, и все движения, которые усматриваются астрономами на небе, ибо отношение скоростей, соответствующее отношению дуг, пройденных движущимися телами, в данном случае не имеет значения,— принимают ли их такими или же иными.

Несоизмеримость может встретиться в любом роде континуумов и в том, в чем воображают непрерывность, как в смысле экстенсивном, так и в интенсивном. Ибо величина несоизмерима величине, угол — углу, движение — движению, скорость — скорости, время — времени, отношение — отношению, градус — градусу, звук — звуку и т. п.

Оборотом (circulatio) я называю обратный приход тела, движущегося по кругу, из какой-нибудь точки в ту же самую. Циклом (revolutio) — возвращение нескольких движущихся тел от одного расположения к расположению совершенно сходному [4].

Намерение наше в этой книжке говорить о совершенно определенных и точных конъюнкциях или аспектах тел, движущихся по кругам, а не об аспектах приблизительных, которые обычно имеют в виду астрономы, заботящиеся лишь о том, чтобы не было ощутительной погрешности, хотя незначительная неощутимая ошибка, будучи умножена на время, и создает погрешность заметную. Стало быть, здесь под конъюнкцией каких-либо движущихся тел я понимаю случай, когда центры их оказываются на одной линии, выходящей из центра мира. Тогда имеет место конъюнкция тел в той же плоскости, т. е. на том же круге, проходящем либо через полюсы мира (т. е. на том же меридиане), либо через полюсы зодиакального круга. Ведь возможно, что две планеты окажутся в первой точке (или линии) Овна и тем не менее не будут находиться на том же меридиане. Я предполагаю также, что движения небесных тел неодинаковы по скорости и только о них и идет речь, и что любое из движений непрерывно, постоянно и равномерно, хотя из нескольких равномерных движений иногда и получается движение неравномерное. Речь притом будет идти о движениях, совершающихся в одну сторону, ибо об остальных можно легко судить на основании того, что будет сказано. И кроме того, — о движениях, как если бы они были концентричными, ибо этого достаточно для решения основной задачи (позднее также будет видно, в чем разница).

А поскольку по необходимости либо все небесные движения соизмеримы друг с другом, либо некоторые из них друг с другом несоизмеримы, постольку в первой части настоящего труда будет выяснено, что именно вытекает, если они соизмеримы, во второй — что вытекает, если они несоизмеримы, в третьей же будет исследован поставленный вопрос, а именно, соизмеримы или нет эти движения. Итак, сначала пусть все движения будут соизмеримыми.

[Заключение 1-е]. *Если имеется сколь угодно много чисел, расположенных в непрерывной пропорции, начиная с единицы, ни одно из них не счисляется иным простым числом, кроме того или тех (если таковые имеются), которые счисляют число, непосредственно следующее за первым в указанной пропорции.*

Доказывается на основании 11-го положения IX книги Евклида [5], которое гласит: «Если при расположении сколь угодно многих чисел в непрерывной пропорции, начиная с единицы, какое-либо простое число счисляет последний член, то по необходимости оно должно счислять и то, которое следует за единицей». Итак, пусть после единицы непрерывно следуют друг за другом a, b, c, d и т. д., и пусть g—какое-то простое число. Тогда, согласно приведенному положению, если g счисляет d, то равным образом g будет счислять a. Стало быть, заключая от отрицания следствия, имеем: если g не счисляет a, то g не будет счислять и d. И аналогично заключаем о любом другом числе данного ряда, равно как и относительно любого другого простого числа. Например, пусть за единицей следуют 6, 36, 216 и т. д. в отношении 6 к 1. Я говорю, стало быть, что ни одно простое число не счисляет какое-либо из них, за исключением тех, которые счисляют 6, т. е. 2 и 3.

А следовательно, и не другое число, кратное другого простого числа, ибо то число, которое счисляет счисляющее, счисляет и счисляемое, т. е. множитель счисляет число, счисляемое произведением, в которое этот множитель входит.

[Заключение 2-е]. *Если мысленно делить какой-либо континуум на определенное число частей и любую из них на столько же и так до бесконечности, деление не будет приходиться ни в одну точку, в какую оно приходилось бы, если бы континуум был разделяем в другой пропорции; обратное произойдет только в том случае, если числа, непосредственно следующие за единицей в указанных пропорциях, имеют общих множителей.*

Здесь имеется в виду точка, делящая континуум на две части. Таковой является точка, обозначенная на прямой линии, равно как и обозначенная на линии окружности помимо уже ранее обозначенной, которая делит на две части только в том случае, если привходит эта вторая. Таким образом, заключение справедливо относительно континуума вообще, как прямой линии, так и окружности, при условии, что [в последнем случае] первоначально уже обозначена одна точка, сама по себе еще не производящая деления,— тогда в обоих случаях имеем одно и то же.

Пусть, следовательно, a — некий континуум, который надлежит разделить на части, счисляемые числом d, и каждую из них — на столько же, и так далее в непрерывной пропорции. Далее, пусть это a делится на части, счисляемые числом e, и каждая из них — на столько же, и так же далее в непрерывной пропорции. И пусть числа d и e простые друг в отношении друга. Итак, когда a делят соответственно числу d на равные части, каждая точка подобного сечения делит a на части, обозначаемые каким-нибудь числом, ибо всё a соответствует числу d и любые части всякого числа обозначаются каким-то числом. Но части любого числа обозначаются лишь тем или теми числами, которые счисляют это целое,— или им самим, или каким-либо его делителем, как явствует в достаточной мере из 38-го положения VII книги Евклида. Следовательно, любая точка этого деления рассекает a только на части, обозначаемые числом d или другим числом, счисляющим это d. Таким же способом доказывается, что любая точка, делящая a на части, счисляемые числом e, делит это a только на части, обозначаемые числом e или каким-либо числом, которое счисляет это e. Но ни одно число, счисляющее d, не счисляет e, ибо положено, что они являются простыми друг в отношении друга. Следовательно, ни одно число, которое обозначает части деления, происходящего соответственно d, не обозначает части деления, происходящего соответственно e.

Но те же самые части одного целого имеют одинаковые знаменатели; следовательно, ни одна часть первого деления не есть часть второго деления. Следовательно, ни одна точка, разделяющая соответственно первому делению, не есть точка, разделяющая соответственно второму делению. Следовательно, если какой-либо континуум делится двояко соответственно числам, простым друг в отношении друга, ни одна точка одного деления не есть точка второго деления.

Пусть, следовательно, мы имеем две пропорции b и c, в которых числами, непосредственно следующими за единицей, являются d и e. Итак, если b и c имеют общий множитель, например, число g, то, следовательно, число g счисляет некоторые числа в той и другой пропорции, согласно определению пропорций, простых друг в отношении друга. Следовательно, в согласии с предшествующим заключением, g счисляет d и e. Следовательно, если b и c суть пропорции не простые друг в отношении друга, то d и e суть числа не простые друг в отношении друга. Следовательно, заключая от отрицания следствия: если d и e не являются простыми друг в отношении друга, то b и c

не будут простыми друг в отношении друга. Следовательно, согласно определению простых друг в в отношении друга пропорций, любое число одной пропорции является простым в отношении любого числа другой пропорции. Но было уже доказано, что сечения, которые производятся соответственно числам простым в отношении друг друга, не совпадают в одной точке. Следовательно, если *a* делить до бесконечности соответственно одной пропорции, то ни в одной точке не будет совпадения, как было бы, если бы деление до бесконечности происходило соответственно другой пропорции, когда числа, непосредственно следующие в этих пропорциях за единицей, не являются простыми друг в отношении друга. Например, если какой-нибудь континуум делят на 2, затем на 4, далее на 8 и так до бесконечности соответственно отношению 2 к 1, то нигде деление не будет совпадать с тем, куда оно пришлось бы при делении на 3, затем на 9, затем на 27 и т. д., соответственно отношению 3 к 1.

Отсюда ясно, что если бы деление так происходило до бесконечности, соответственно отношению 3 к 1 или 2 к 1, ничего не осталось бы неразделенным, и тем не менее можно вообразить бесконечное число точек, в которых никакого деления не происходит. Но если числа двух пропорций, непосредственно следующие за единицей, не будут простыми друг в отношении друга, то тогда будут и общие сечения, производимые соответственно подобного рода пропорциям. Отсюда следует: если континуум делить соответственно отношению 3 к 1, а затем в отношении 6 к 1, будут общие деления и сечения.

[Заключение 3-е]. *Если делить континуум соответственно физическим дробям* [6] *сколь угодно далеко, то невозможно отсечь аликвотную часть или аликвотные части (т. е. обозначаемые каким-либо простым числом или кратным простого), кроме 2, 3, 5.*

Ведь все, что подвергается делению, уподобляется единице, число частей первого деления—60-ти, число частей второго деления—3600, число частей третьего деления—21600 и так непрерывно, в отношении 60 к 1. Число же, непосредственно следующее в указанной пропорции за единицей, т. е. 60, не счисляется никакими другими простыми числами, кроме следующих трех, а именно: 2, 3 и 5. Следовательно, согласно 1-му заключению, никакое другое число той же самой пропорции также не счисляется каким-либо простым числом, кроме указанных трех. Следовательно, согласно предыдущему заключению, ни одно из сечений не является общим с теми, которые имели бы место соответственно какому-либо другому числу, отличному от вышеуказанных. Следовательно, ни одна точка одного сечения не будет точкой другого сечения. Следовательно, деля соответственно отношению 60 к 1, никогда нельзя отсечь отношение, обозначаемое каким-нибудь другим простым числом, отличным от указанных. Следовательно, и никаким другим числом, кратным этого другого простого числа, ибо тогда части, обозначаемые таким кратным числом, повторенные столько раз, сколько раз первое простое число содержится в другом, составляли бы часть, обозначаемую первым простым числом. Например: если бы можно было отсечь $^1/_{14}$, то поскольку 14 вдвое больше чем 7, можно было бы отсечь и $^1/_7$, ибо две $^1/_{14}$ составляют $^1/_7$ и т. п. Отсюда явствует, что при делении соответственно физическим дробям, сколько бы ни умножать, никогда нельзя было бы отсечь $^1/_7$ от вещи, делимой указанным образом, а также $^1/_{14}$ и т. д. Равным образом и не $^1/_{11}$, $^1/_{22}$, также и не $^1/_{13}$, $^1/_{26}$ и т. п. Ибо тогда какое-то число из пропорции 60 к 1 могло бы быть разделено на 7, на 11, на 13 и т. д., что невозможно согласно 1-му заключению, коль скоро ни одно число не имеет аликвотной части или аликвотных частей, кроме обозначаемых им самим и числом, которое его счисляет. Отсюда ясно, что если какое-либо тело, движущееся по кругу, проходило бы за день определенное число градусов и определенную часть или части градусов, обозначаемые каким-либо простым или сложным числом, кроме 2, 3, 5, никогда его движение не могло бы быть выражено в точности посредством физических дробей, как бы далеко ни продолжать этот процесс. Равным образом — ни место или время, ни конъюнкции этого тела с другим движущимся телом, ни противостояния, ни прочие аспекты вполне точно и определенно. Коль скоро, следовательно, согласно делению таблиц, весь круг соответствует шести единицам, из коих каждая составляет два зодиакальных знака и делится каждая на 60 градусов, каждый градус на 60 минут, каждая минута на 60 секунд, каждая секунда на 60 терций и так непрерывно, шестьдесят же исчисляется только простыми числами 2, 3 и 5, следует, что весь круг никогда не может быть разделен при помощи табличного деления на аликвотные части, обозначаемые каким-нибудь простым числом или кратным какого-нибудь другого простого числа, кроме 2, 3 и 5, и посредством этого деления не может быть отсечена аликвотная часть соответственно другому простому числу, как было сказано. Вот почему, если любой круг неба вообразить разделенным на 17 частей и назвать их знаками, а каждый такой знак на 17 градусов, каждый градус на 17 минут и так непрерывно, в соответствии с этим составив таблицы, то они никогда вполне точно и определенно не согласовались бы с обычными таблицами, которыми мы теперь пользуемся. Точно так же, если бы производилось деление в непрерывной пропорции 61 : 1 или какого-либо другого простого числа. Стало быть, если движения неба соизмеримы, еще не следует, что они могли бы быть в точности соизмерены по составленным таблицам и приравнены одни к другим, ибо возможно, что одно движущееся тело пройдет за день в точности один градус, а другое—один градус с $^1/_7$ или также за день $^1/_{13}$ градуса или $^1/_{22}$ всего круга, или же в соответствии с какимнибудь другим числом, в соответствии с которым нельзя отсечь какую-нибудь часть при делении, пользуясь обыкновенными таблицами.

Впрочем, астрономы, составляя таблицы, не имели в виду такую совершенную точность, ибо полная точность в отношении всех движений неба не может быть достигнута при помощи никаких таблиц, построенных согласно одной только пропорции [7]. А воспользовались они пропорцией 60 : 1 потому, что пропорция эта наиболее пригодна для их целей. Тем не менее в настоящей книжке, в которой надлежит говорить более математически, нужно пользоваться дробями совершенно точными, которые называются обыкновенными (vulgares), ибо уже было указано, что иной способ недостаточен для выражения любой скорости с полной точностью и определенностью.

[Заключение 4-е]. *Если два движущихся тела теперь находятся в конъюнкции, необходимо, чтобы они* *еще раз находились в конъюнкции в той же точке и всегда в этой части*[1]).

Здесь я имею в виду движения соизмеримые. Итак, пусть *a* и *b* находятся в конъюнкции в точке *g*, ибо для нашей цели безразлично, происходит ли конъюнкция в точке, на линии или на поверхности. А так как движения соизмеримы, то согласно 5-му положению X книги Евклида следует, что отношение этих двух движений соответствует отношению двух чисел. Пусть, стало быть, движение тела *a* соответствует числу *c* и движение *b* числу *d*. Тогда за то же время, за которое *a* совершает обороты, счисляемые числом *c*, тело *b* совершает обороты, счисляемые числом *d*. Следовательно, в конце указанного времени *a* совершит некое число полных оборотов, равным образом и *b*. Следовательно, и то и другое будут тогда там же, где находятся и теперь. Следовательно, тогда они окажутся в конъюнкции в точке, в которой находятся и теперь. Например, скорость *a* соответствует 5, а скорость *b* соответствует 3. Следовательно, когда *a* совершит 5 оборотов, *b* совершит 3. Следовательно, тогда они будут там же, где теперь. И соответственным же образом аргументируется о прошедшем времени, что они уже были однажды в конъюнкции.

[З а к л ю ч е н и е 5-е]. *Найти время первой конъюнкции в той же точке, в которой тела находятся теперь.*

Пусть, как и раньше, тело *a* совершает определенное число оборотов, соответствующее числу *c*, когда *b* совершает обороты соответственно числу *d*, и пусть *c* и *d*—наименьшие числа данного отношения [8]. Ясно, что *a* и *b* никогда не окажутся в конъюнкции в точке, где они находятся теперь, прежде чем то и другое не совершат некоторое число полных оборотов. Это будет тогда, когда *a* совершит *c*, а *b* совершит *d* оборотов, но не раньше; ведь в последнем случае числа оборотов их находились бы в другом отношении, поскольку числа *c* и *d* были по условию минимальными, а следовательно, и скорости стояли бы друг к другу в другом отношении, что противоречит условию. Итак, ясно, что тогда впервые

[1]) На полях: О двух движущихся телах—4-е первой части. О нескольких—12-е той же части. О движении по эксцентрику—20-е той же части. О движущихся несколькими движениями говорится в 22-м той же части.

тела окажутся вновь там же, где они находятся сейчас, т. е. когда *a* совершит обороты соответственно числу *c*, а *b* аналогично в соответствии с числом *d*, каковые числа суть наименьшие простые числа пропорции скоростей. Итак, поскольку скорости соизмеримы, существует, следовательно, некое время, которое измеряет обороты их соответственно простым числам пропорции скоростей. Пусть, следовательно, для примера, мы имеем день (ибо в данном случае безразлично, день ли это, час, или год, или иное что) так, что *a* совершает один оборот за столько-то дней, счисляемых числом меньшим, нежели то число, которое счисляет дни, в течение каковых *b* совершает один оборот. Но *a* совершает свои обороты соответственно числу *c*, прежде чем происходит конъюнкция там, где они находятся сейчас. А *b* совершает свои обороты в течение дней, счисляемых числом *d*. Следовательно, при перемножении *d* и *c* получается время, когда они впервые вновь оказываются в конъюнкции там, где находятся теперь. Например: пусть *a* совершает 5 оборотов в то время, когда *b* совершает 3. Следовательно, ясно, что если они вновь окажутся в конъюнкции там, где находятся теперь, когда *b* совершит меньшее число оборотов, то скорости будут стоять друг к другу в ином отношении.

Ведь никакое число, меньшее трех, не стоит в том же отношении к какому-либо числу, в каком тройка стоит к пятерке. Следовательно, впервые оба тела окажутся вновь в конъюнкции, когда *b* совершит 3 оборота, а *a* совершит 5. Равным образом ясно, что скорость *a* относится к скорости *b* как 5 к 3. Следовательно, *a* совершает один оборот за время, которое относится ко времени оборота *b* как 3 к 5. И таким образом, *a* совершает один оборот в 3 дня, а *b* в 5 дней, и по завершении 5 оборотов *a* вновь происходит конъюнкция. Следовательно, нужно умножить 3 на 5 и получится искомое число дней, т. е. 15. Итак, это время будем называть периодом *a* и *b*, каковое время получается перемножением наименьших чисел, входящих в пропорцию скоростей движения. По прошествии этого времени конъюнкции, и все аспекты, и всё, что зависит от упомянутых движений, вновь начинают иметь место совершенно так же, как и раньше.

[Заключение 6-е]. *Если даны скорости двух движущихся тел, теперь находящихся в конъюнкции, найти время первой следующей конъюнкции.*

Скорости даны, когда дано их отношение. Итак, пусть, как и раньше, *a* — быстро движущееся тело, *b* — медленно движущееся, и движение *a* соответствует числу *c*, а движение *b* числу *d*. Следовательно, *a* проходит часть круга с числом *d* в знаменателе, когда *b* проходит часть круга с числом *c*, ибо большая часть счисляется меньшим числом. Но наименьшее число, которое имеет части, соответствующие *c* и *d* (т. е. то, которое счисляется посредством *c* и *d*), есть то, которое получается умножением *c* на *d*, как явствует из 34-го положения VII книги Евклида. Следовательно, нужно разделить круг и обозначить на нем число, которое получается при умножении *c* на *d*. Например, в вышеприведенном примере: так как *a* проходит $^1/_3$ круга, когда *b* проходит $^1/_5$ (т. е. в один день), и первое число, которое имеет $^1/_3$ и $^1/_5$, есть 15, то, следовательно, весь круг будет соответствовать 15, как и время всего цикла равно 15. Поскольку, стало быть, *a* быстрее, следует, что когда *a* обгонит *b* на один оборот, тогда впервые они окажутся в конъюнкции, и тогда *a* впервые достигнет *b*. Итак, вычтем то, что *b* проходит за день, из того, что *a* проходит за день, и останется расстояние, на которое *a* обгоняет *b* за день. Возьмем, стало быть, этот излишек столько раз, чтобы получился полный круг, и по прошествии времени, за которое этот полный круг получится, произойдет первая конъюнкция *a* и *b*. И это получится и будет найдено, если весь круг разделить на числители указанного излишка за день, или на разность между числами более быстрого и более медленного тела. И это есть то же, что разделить знаменатель на числитель дроби, выражающей эту разность за один день. Например: мы допустили, что *a* совершает оборот за 3 дня, а *b* за 5. Следовательно, за день *a* проходит $^1/_3$ круга, а *b* проходит $^1/_5$ его. Следовательно, если вычесть $^1/_5$ из $^1/_3$, получится то, что *a* приобретает за день. И это составляет $^2/_{15}$. И так как весь круг содержит 15 таких пятнадцатых, тотчас же становится ясным, что по прошествии $7^1/_2$ дней разница составит целый круг, и что *a* совершит один лишний оборот по сравнению с *b*, и тогда-то они впервые окажутся в конъюнкции. Вот почему, если разделить знаменатель этого числа, выражающего разницу, на числитель его же (т. е. 15 на 2), получится искомое время. И нет никакой разницы, полагать ли для примера, что движение происходит по одному или по нескольким кругам. Точно так же все равно, если вместо дня взять час, минуту, год или что угодно другое. Следовательно, правило для нахождения искомого нами времени таково: вычесть движение одного из движения другого, тогда остаток имеет числителя и знаменателя; разделим знаменателя на числителя и получится искомое время.

[Заключение 7-е]. *Если даны два движения* [9] *двух движущихся тел, найти число конъюнкций за время одного цикла, т. е. найти, сколько бывает конъюнкций прежде чем они начнут опять происходить так же, как и раньше, и в тех же точках, в которых тела находятся теперь.*

Поскольку движения равномерны, всегда между двумя ближайшими конъюнкциями время одинаковое. Следовательно, не требуется ничего другого, как время всего цикла (определяемое согласно заключению 5-му) разделить на время от одной конъюнкции до другой ближайшей (что становится известным согласно заключению 6-му), и тогда получится искомое число. Например: в приведенном выше примере 15 дней будет время всего цикла a и b, а $7^1/_2$ есть время между двумя ближайшими друг к другу конъюнкциями. Следовательно, разделим 15 на $7^1/_2$ и получится 2 — число конъюнкций в пределах цикла a и b. Таким образом, третья коньюнкция будет там, где была первая, четвертая — там, где будет вторая, а пятая опять там, где была первая, и т. д. соответственно.

[Заключение 8-е]. *Если два движущихся тела находятся в конъюнкции, указать место следующей конъюнкции.*

Так как согласно заключению 6-му мы уже имеем время такой конъюнкции, остается только узнать, сколько каждое из этих движущихся тел проходит за указанное время. Далее из этого пройденного пути нужно вычитать весь круг столько раз, сколько можно, если вообще вычитание такое возможно. И это есть то же, что разделить весь круг на пройденный путь. Тогда мы получаем искомое. Например: по данной скорости в приведенном выше примере видно, что b проходит за день $^1/_3$ круга, и так как время до первой следующей конъюнкции равняется $7^1/_2$ дням согласно заключению 6-му, ясно, что *b* проходит за это время $7^1/_2$ пятых, т. е. весь круг и половину его. Стало быть, следующая конъюнкция будет в точке, противоположной той, в которой *a* и *b* теперь находятся в конъюнкции. То же мы находим, исходя из движения тела *a*.

[Заключение 9-е]. *Если дано расстояние между двумя движущимися телами, определить место и время первой следующей конъюнкции.*

Указанное расстояние следует обозначить по дуге круга, начиная с более быстрого тела, так, чтобы это тело находилось сзади. Стало быть, если *a* находится впереди *b* на расстоянии небольшой дуги (например, одного знака), то мы будем считать, что *b* находится перед *a* на расстоянии всей остальной части круга (т. е. на 11 знаков). Итак, возьмем такое расстояние, обозначив его соответствующим ему числом, и далее возьмем наименьшие числа, входящие в отношение между скоростями движущихся тел, и их разность. Если, следовательно, эта разность есть число, посредством которого обозначено расстояние, я утверждаю, что *a* окажется в конъюнкции с *b* тогда, когда одно из них продвинется соответственно числам данного отношения и окажется в конце пути, счисляемого этими числами. А если разность наименьших чисел, входящих в отношение между скоростями, будет другим числом, отличным от того, посредством которого обозначено расстояние, тогда мы имеем пропорцию: как эта разность относится к этому числу, так любое число, входящее в отношение между скоростями, относится к числу, указывающему место и время искомой конъюнкции. Без пространного доказательства это становится очевидным из примера. Пусть *a* быстрее, чем *b*, в отношении 8 к 3, разность каковых равна 5, и пусть они отстоят друг от друга на 5 градусов. Стало быть, ясно, что когда *a* пройдет 8 градусов, а *b* пройдет 3 градуса, тогда они вновь окажутся в конъюнкции. Если же они отстоят друг от друга на 2 градуса, тогда мы имеем пропорцию: как 5 относится к 2, так 8 к тому числу градусов, которое пройдет *a* прежде чем окажется в конъюнкции, и это составляет $3^1/_5$ градуса. Таким образом, *a* пройдет $^{16}/_5$ и *b* $^6/_5$, которые стоят друг к другу в отношении скоростей.

Заключение 10-е. *Найти число и последовательность мест, в которых два движущиеся тела оказываются когда-либо в конъюнкции.*

Из 7-го заключения явствует число конъюнкций в одном цикле. И так как между двумя ближайшими конъюнкциями время одинаковое вследствие равномерности движения, то отсюда сразу же следует, что сколько конъюнкций в одном цикле, столько же мест или точек конъюнкций, одинаково отстоящих друг от друга и делящих круг на равные части. В этих точках и не в других происходят конъюнкции указанных движущихся тел.

Королларий. Отсюда явствует, что эти точки отстоят друг от друга на часть круга, соизмеримую со всем кругом, образуя кратное отношение, т. е. отстоят на аликвотную часть круга. Так, если мы имеем три подобные точки, две ближайшие друг к другу отстоят на $^1/_3$ круга, если четыре— на $^1/_4$, если пять—на $^1/_5$ и т. д. А в какой последовательности распределяются конъюнкции по этим точкам, известно из 8-го заключения, которое учит, на сколько каждая конъюнкция отстоит пространственно от последней предшествующей ей. Вот почему в круге, который разделен так на равные части в трех точках, если конъюнкция имеет место теперь в одной из этих точек, не следует, что непосредственно следующая конъюнкция будет происходить в непосредственно следующей точке, но иногда она наступает в третьей или в четвертой, минуя порядок точек, и происходит это различно в разных случаях в зависимости от величины скоростей, что можно обнаружить на основе приведенных заключений, а также следующего заключения на многих примерах. Приведем из них один. Пусть скорость *a* равна 12, а скорость *b* равна 5. Тогда на основе настоящего и следующего заключения мы найдем, что число точек, в которых *a* и *b* когда-либо оказываются в конъюнкции, равно 7. И на основании заключения 8-го мы находим, что каждая конъюнкция пространственно отстоит от последней предшествующей на $^5/_7$ круга. Следовательно, поскольку имеется 7 точек круга, отстоящих друг от друга на равные расстояния, конъюнкция будет в одной, далее в шестой от нее (т. е. минуя 4) и т. д. постоянно. И в иных случаях пропускаются 2, в иных 3, а иногда и ни одной, когда конъюнкции без скачка происходят в этих точках по порядку.

Заключение 11-е. *В одном цикле имеется столько конъюнкций любых двух движущихся тел и столько точек, в которых эти тела могут оказываться в конъюнкции, сколько единиц содержится в разности наименьших чисел, входящих в пропорцию скоростей движений.*

Я предполагаю при этом, что любое из этих тел перемещается одним-единственным простым движением (о нескольких движениях речь будет после). Пусть, следовательно, скорость *a* соответствует числу *c*, а скорость *b* числу *d*, каковые два числа друг в отношении друга простые (или наименьшие, входящие в состав данного отношения, что то же самое). Пусть далее *a* и *b* находятся в конъюнкции. Следовательно, когда *a* совершит обороты, соответствующие числу *c*, а *b*—соответствующие числу *d*, тогда, и не раньше, они вновь окажутся в конъюнкции там же, где и теперь; и завершится один полный цикл, как явствует из заключения 5-го. Но так как *a* совершит число оборотов, превышающее число оборотов *b* на величину разности между числом *c* и числом *d*, или на число единиц, которым *c* превышает *d*, и так как согласно 6-му заключению всякий раз, когда *a* выигрывает по сравнению с *b* один оборот, происходит конъюнкция, следовательно, за время всего цикла оно будет находиться в конъюнкции столько раз, сколько единиц содержится в разности между *c* и *d*, каковые *c* и *d* суть наименьшие числа, входящие в пропорцию скоростей. И по завершении указанного цикла конъюнкции начнут вновь происходить там, где и прежде, и как раньше. Следовательно, точек, в которых могут происходить конъюнкции, и конъюнкций в одном цикле столько, сколько единиц в разности между указанными числами. Например, в случае часто приводившемся: скорость *a* равна 5, скорость *b* равна 3, разность между ними равна 2. Следовательно, за один цикл *a* и *b* оказываются в конъюнкции 2 раза и в двух местах и никогда и нигде более, ибо когда *a* совершит $2^1/_2$ оборота, тогда *a* выиграет по сравнению с *b* один оборот, и, таким образом, они окажутся в конъюнкции в точке прямо противоположной той, в которой находятся в конъюнкции теперь. А когда *a* совершит 5 оборотов и *b* совершит 3, то они вновь окажутся в конъюнкции там же, где и теперь. И тогда *a* выиграет по сравнению с *b* 2 оборота, и движение будет опять такое же, как сначала, и так всегда.

Резюмируя, следовательно, предшествующие правила, формулируем общее правило так: если даны скорости, и если обозначить их посредством наименьших чисел, входящих в состав отношения между ними, то разность между этими числами указывает, во скольких местах *a* и *b* могут находиться в коньюнкции. Эти места или точки делят весь круг на равные части, как уже сказано. И умножая одно из этих чисел на другое, мы получаем время всего цикла согласно 5-му заключению. А деля время на число точек или конъюнкций в данном цикле, получают время между двумя ближайшими конъюнкциями. Имея его, так же как данную скорость, находят пространственный промежуток между двумя ближайшими конъюнкциями и порядок, в каком эти конъюнкции происходят в указанных точках. Например: скорости будут равны 8 и 3 так, что *a* пусть совершает один оборот в 3 дня, а *b* совершает в 8. Стало быть, на равных расстояниях имеется 5 точек, в которых (и только в них) всегда *a* и *b* будут оказываться в конъюнкции. Следовательно, согласно 5-му заключению, время всего цикла равно 24 дням. Это время следует разделить на 5,— получатся $4^4/_5$ дня, время между двумя следующими друг за другом конъюнкциями, так что *a* и *b* всегда будут оказываться в конъюнкции через $4^4/_5$ дней, То же самое находят иначе при помощи 6-го заключения. Так как *b* за день проходит $^1/_8$ круга, *a* проходит $^1/_3$, то, умножая $^1/_3$ на $4^4/_5$ (т. е. время между двумя конъюнкциями), получают $1^3/_5$, т. е. путь, проходимый между двумя конъюнкциями (иначе говоря, $1^3/_5$ оборота). Отсюда следует вычесть один круг и останутся $^3/_5$ круга, что и является промежутком между двумя ближайшими конъюнкциями. Таким же образом получатся $^3/_5$ для пространственного промежутка, проходимого *b* за то же время, если умножить проходимое *b* за один день на указанное время между двумя ближайшими конъюнкциями.

Итак, ясно, что в данном случае конъюнкции продвигаются минуя пять точек. Обозначим, стало быть, в круге 5 равноотстоящих точек *e*, *g*, *k*, *f*, *h*, и пусть теперь *a* и *b* находятся в конъюнкции в точке *a*, двигаясь в сторону *g*. Стало быть, первая следующая конъюнкция будет в *f*, следующая—в *g* и т. д., всегда пропуская две точки. А если бы скорость *a* была равна 4, скорость *b* равна 9, так что *a* проходило бы круг за 4 дня, *b* за 9, то первая следующая конъюнкция была бы в *h*, следующая за ней в *f* и так далее, продвигаясь назад или вперед через три точки. Так же, если бы скорость *a* была равна 11, скорость *b* равна 6. Но если бы скорость *a* была равна 12, а скорость *b* равна 7, то первая следующая конъюнкция произойдет в *k*, следующая за ней—в *h* и т. д., всегда пропуская одну точку. И так—различными способами, в зависимости от изменения скоростей, при той же разности. Притом могла бы варьировать и разность. Но я не нашел правила, как она варьирует.

Из этого заключения следует, что если отношение скоростей двух движущихся небесных тел являлось бы одним из главных гармонических отношений, каковыми в звуках являются октава, квинта, кварта и тон, образующие созвучие или консонанс, то всегда тела, движущиеся таким образом, оказывались бы в коньюнкции только в одном месте, поскольку наименьшие числа таких отношений разнятся всего на единицу. Так, если бы среднее движение Марса было бы ровно в два раза быстрее среднего движения Солнца, всегда бы средняя их конъюнкция происходила только в одном месте или в одной точке. Ясно также, что если бы отношение между двумя небесными движениями равнялось тому, которое в звуках носит название диесис или малый полутон [10], то конъюнкция всегда происходила бы только в одном из 13 мест или точек, ибо разность наименьших чисел этого отношения составляет 13. Коль скоро, следовательно, в небесных движениях не обнаруживается, что два движения дают встречу только в одной точке неба, нужно сделать вывод, что никакие два небесные движения не соблюдают отношение скоростей, равное одному из главных гармонических отношений, а следовательно, если небесные тела образуют созвучие при движении, не следует, чтобы такого рода созвучие получалось в результате скоростей их движений. Однако оно может проистекать из других причин, как будет видно позднее, на основе иных доводов.

Заключение 12-е. *Если движущихся тел больше двух, может оказаться, что никогда в конъюнкции не будет находиться более двух одновременно.*

Пусть мы имеем три движущихся тела *a*, *b*, *c*. Следовательно, согласно предыдущим заключениям существуют определенные точки, в которых, и только в которых, *a* и *b* могут находиться в конъюнкции. Обозначим, следовательно, какую-нибудь такую точку буквой *d*. Аналогично, пусть будут некоторые определенные точки, в которых, и только в которых, могут находиться в конъюнкции *b* и *c*, и одну из них обозначим буквой *e*. Следовательно, если ни одно *d* не есть *e* (что возможно), названные три движущихся тела никогда не будут вместе находиться в конъюнкции. Точно так же, если тел будет четыре или пять, или сколько угодно, может случиться, что всегда будут находиться в конъюнкции только два, и возможно, что места их конъюнкций, взятые попарно, не будут совпадать. И возможно также, что в некоторых случаях окажутся общие точки; например, при 6 и более движущихся телах 3 могут находиться в конъюнкции одновременно, или 4, но не больше, или также 5, но не больше, или же все и т. д. Например: пусть *a* и *b* находятся в конъюнкции в точке *d*, а движущееся тело *c* находится впереди их на $^1/_8$ часть круга, или на $1^1/_2$ знака, причем скорость *a* равна 4, скорость *b* равна 2, а скорость *c* равна 1. Пусть также *e* будет точка, отстоящая от точки *d* на $^1/_6$ круга, т. е. на 2 знака, а *f* и *g* пусть будут две другие точки так, что *e* и *g* делят круг на три равные части. Пусть *h*—другая точка, отстоящая от точки *d* на $^1/_4$ круга или на 3 знака. При таком расположении на основании 9-го заключения доказывается, что *a* и *c* в первый раз окажутся в конъюнкции в точке *e*. И на основании того же заключения будет ясно также, что *b* и *c* в первый раз окажутся в конъюнкции в точке *h*. А на основании 10-го (или также 11-го) доказывается, что *a* и *b* никогда не будут находиться в конъюнкции, кроме как в точке *d*. И на основании того же, что *b* и *c* никогда не будут находиться в конъюнкции, кроме как в точке *h*. Отсюда тотчас же следует, что *a*, *b* и *c* никогда не будут находиться в конъюнкции вместе. Более того, на основании указанного заключения станет ясным, что *a* и *c* будут находиться в конъюнкции только в одной из трех точек e, f, g. Отсюда в свою очередь следует вывод, что a, b и c никогда не будут находиться в конъюнкции вместе. Так же может обстоять дело и с большим числом движущихся тел: три или четыре или больше из них никогда не смогут находиться в конъюнкции вместе. А что именно из этого следует, мы увидим после [11].

Заключение 13-е. *Для всех трех и более движущихся тел, которые никогда не оказываются в конъюнкции все вместе, существует определенное расстояние, ближе которого они не могут подходить друг к другу.*

Пусть a—наиболее быстрое тело, b—среднее по быстроте, c—наиболее медленное. Пусть движутся они в такой соразмерности, что никогда все три вместе не оказываются в конъюнкции. На основании предшествующего это возможно. Я говорю, следовательно, что они не могут ближе подойти друг к другу или находиться все в меньшем промежутке, чем тогда, когда наиболее быстрое a и наиболее медленное c находятся в конъюнкции. Ведь если a и c находятся в конъюнкции, а b впереди, то непосредственно до того a и b находились на большем расстоянии, чем теперь, тогда как b и c непосредственно после того будут находиться на большем расстоянии, чем теперь. А если b находится позади, когда a и c находятся в конъюнкции, то, наоборот, непосредственно вслед за тем a и b будут находиться на большем расстоянии, чем теперь, тогда как b и c непосредственно до того находились на большем расстоянии, чем теперь. Следовательно, когда все три разъединены, они не будут находиться на столь малом расстоянии как тогда, когда a и c находятся в конъюнкции.

А если ты будешь это отрицать, докажем иначе. Сначала положим, что a находится впереди, за ним следует b, потом c. Следовательно, они были ближе, когда a и c находились в конъюнкции или когда a соединялось с c, как сразу же явствует из порядка скоростей. Таким же образом можно аргументировать при всех других комбинациях. Ведь они могут быть комбинируемы или располагаемы в порядке «прежде» и «после» шестью способами, как явствует на примере. Следовательно, они не могут находиться в меньшем промежутке, чем тогда, когда a и c в конъюнкции. Итак, обозначим все точки, в которых a и c могут находиться в конъюнкции, согласно тому, чему учит 10-е заключение, и посмотрим в случае каждой конъюнкции всего цикла указанных трех движущихся тел, на каком расстоянии будет находиться *b* от *a* во время каждой конъюнкции *a* и *c*. И наименьшее из них будет наименьшим расстоянием, на котором могут находиться указанные три движущихся тела, так что они не могут находиться ни на каком меньшем и еще больше приближаться друг к другу, как это явствует из прежде сказанного. Любое такое расстояние можно сразу же получить и узнать из данных скоростей и их отношения. Например, в случае ранее приводившемся, когда *a* и *c* впервые оказываются в конъюнкции в *e*, тогда *a* пройдет 2 знака, а *c* (которое движется вчетверо медленнее и находится впереди на $1^1/_2$ знака) пройдет $^1/_2$ знака, между тем как *b* (которое движется со средней скоростью и теперь находится в конъюнкции с *a* в *d*) пройдет один знак. Следовательно, *a*, *c* и *b* будут находиться на расстоянии одного знака. Также, когда при следующей конъюнкции *a* и *c* окажутся в *f*, тогда от начала движения *a* пройдет 34 знака, а *b* пройдет 17. Отняв целый круг, мы получаем, что расстояние между ними составит пять знаков. Равным образом, когда *a* и *c* вновь будут находиться в конъюнкции в *e*, тогда *a* пройдет 50 знаков, а *b* пройдет 25. Следовательно, расстояние будет между ними, как прежде, один знак, и весь цикл завершится, а вместе с тем начнется новый и конъюнкции опять начнут происходить и повторяться, как раньше. Отсюда следует, что в данном случае *a*, *b* и *c* не могут оказаться ближе, чем на один знак, и притом не везде могут на столько приближаться друг к другу, но лишь в определенных местах. И аналогично мы скажем о большем числе движений. Стало быть, возможно, что некоторые планеты по трое или по четыре никогда не находятся в конъюнкции в том же знаке, градусе или минуте. И вполне возможно, что они не могут приближаться друг к другу менее, чем на 2 или на 3 градуса, если все их движения соизмеримы. То, что было сказано о двух движущихся телах, ты можешь распространить на сколь угодно много.

Заключение 14-е. *Если несколько движущихся тел теперь находятся в конъюнкции, необходимо, чтобы они в другой раз оказывались в конъюнкции в той же точке.*

Пусть a, b и c находятся в конъюнкции в d. Поскольку скорости их соизмеримы, как было предположено, они будут соответствовать трем числам, следующим по порядку, e, f, g. Следовательно, когда a совершит определенное число полных оборотов, счисляемых числом e, тогда b совершит определенное число оборотов, счисляемых числом f. Аналогично c—числом g. Следовательно, тогда каждый из них впервые вернется в точку d, что легко уясняется тем же способом, каким в 4-м заключении велась аргументация относительно двух движущихся тел. Например: пусть скорость a равна 6, скорость b равна 5, скорость c равна 4. Следовательно, когда a совершит 6 оборотов, тогда оно вернется в точку d. Аналогично, b окажется там же, когда совершит 5, а c—4 оборота. И таким образом они закончат их за одно и то же время. Следовательно, в конце этого времени все три вместе будут в точке d. Таким же образом и на том же основании будет вестись речь о четырех движущихся телах и о пяти, и о сколь угодно многих аргументация будет аналогичная.

Заключение 15-е. *Определить время, когда это произойдет впервые.*

Уже из сказанного явствует, что впервые это будет после оборотов, счисляемых посредством тех чисел, которыми обозначены скорости, а именно e, f, g. И так как отношение времен, в которые завершаются обороты, является обратным отношению скоростей, нужно найти три числа, которые обратно пропорциональны этим трем. И в наименьшее из них a совершит один оборот, b совершит в среднее из них, а c—в наибольшее из них. Пусть, стало быть, эти числа h, k и l. На основании 36 положения VII книги Евклида определяют наименьшее кратное их. Пусть это будет m. Я говорю, следовательно, что m есть время, в конце которого, a, b и c впервые окажутся в конъюнкции там же, где они находятся сейчас, и единица, измеряющая это число m, есть наибольшее время, измеряющее эти скорости, или наибольшая общая мера их, т. е. день, год, час и т. д. Если же взять от этого m часть, обозначаемую наибольшим числом этих скоростей, т. е. числом e, мы получим время, за которое a совершает один оборот. И если отсечь часть, обозначаемую числом f, получится время, за которое b совершает один оборот. И часть, обозначаемая числом *g*, есть время, за которое *c* совершает один оборот. А отношение этих частей обратно отношению скоростей.

Все это легче и короче уясняется на примере, чем путем формального доказательства. Например, пусть числа скоростей—6, 5, 4. Стало быть, наименьшие числа, обратно пропорциональные им, суть 10, 12, 15. Так как 60 есть число, ими счисляемое, я утверждаю, что 60 есть время всего цикла этих трех, и это число счисляет время, когда впервые они оказываются в конъюнкции там, где находятся теперь. Итак, пусть мы имеем 60 дней. Стало быть, день есть наибольшее время, счисляющее или измеряющее означенные скорости. Следовательно, наиболее быстрое тело *a* совершает один оборот в $^1/_6$ всего времени (т. е. в 10 дней), *b* в $^1/_5$ (т. е. 12 дней) и *c* в $^1/_4$ (т. е. в 15 дней). И эти числа 10, 12, 15 обратно пропорциональны трем взятым, каковые были 6, 5, 4, что ясно для всякого вдумчивого читателя. Так становится известно, в какое время они совершают один оборот. А на основании предыдущего заключения очевидно, что после 6 оборотов *a* все три впервые окажутся в конъюнкции в точке *d*. Итак, найдено время, когда впервые они вернутся к месту, в котором находятся теперь. И это есть период всех трех, по прошествии которого конъюнкции и все последовательные аспекты начинают иметь место совершенно так же, как раньше. И аналогично можно тем же путем найти это для любого числа движущихся тел.

Заключение 16-е. *Найти время, за которое такого рода движущиеся тела впервые оказываются в конъюнкции либо в точке, в которой находятся теперь, либо в другой.*

Находят согласно заключению 6-му время, по прошествии которого *a* и *b* впервые оказываются в конъюнкции. Согласно тому же заключению находят время, по прошествии которого *c* и *b* впервые оказываются в конъюнкции. А также время, по прошествии которого *a* и *c* впервые оказываются в конъюнкции. Когда это получено, определяют согласно 36-му положению VII книги Евклида, наименьшее время, счисляемое всеми этими тремя временами, и в конце этого времени эти три движущихся тела в первый раз окажутся в конъюнкции. Это явствует из предшествующего и сразу же становится ясным из примера. А именно: в случае, ранее приведенном, из 6-го заключения станет ясным, что a и b впервые окажутся в конъюнкции на 20-й день, и соответственно будет происходить через каждые 20 дней. Из того же заключения мы узнаем, что b и c впервые окажутся в конъюнкции на 12-й день и соответственно дальше через каждые 12 дней. И a, и c—на 10-й день и соответственно дальше через каждые 10 дней. Коль скоро, стало быть, 60 есть наименьшее число, счисляемое числами 20, 12 и 10, следует, что на 60-й день все три впервые окажутся в конъюнкции в точке d, в которой они находятся в конъюнкции теперь. Ибо в этом случае имеется лишь одна точка, в которой все три могут находиться в конъюнкции.

Для упражнения положим иначе, так, что скорость a равна 7, скорость b равна 5, скорость c равна 3. Тогда при помощи арифметики находим, что наименьшие числа, обратно пропорциональные им, суть 15, 21 и 35, и наименьшее число, ими счисляемое, 105. Следовательно, по прошествии 105 дней они впервые окажутся в конъюнкции там же, где находятся теперь, хотя в промежутке и будут находиться в конъюнкции в других местах. Это ясно. Ведь a и b впервые оказываются в конъюнкции по прошествии $52\,^1/_2$ дней, как это явствует из заключения 6-го следующим образом: a совершает один оборот за 15 дней, следовательно, за день проходит $^1/_{15}$ круга. А b—за 21 день, следовательно, за день $^1/_{21}$. Следовательно, вычитаем $^1/_{21}$ из $^1/_5$, получаем $^6/_{315}$, а деля знаменатель 315 на числителя (т. е. 6), получим $52^1/_2$, что и требовалось определить. Тем же путем будет найдено, что a и c оказываются в конъюнкции через $26^1/_4$ дня, а b и c через $52^1/_2$. Наименьшее время, счисляемое ими, есть $52^1/_2$ дня. Следовательно, тогда эти три тела впервые окажутся в конъюнкции, а именно, в точке противоположной той, в которой они впервые находятся в конъюнкции теперь. Так мы имеем две точки, в которых в данном случае происходит конъюнкция. А в отношении сколь угодно большого числа движущихся тел речь будет вестись соответственно, на основе тех же самых правил.

Заключение 17-е. *Исчислить конъюнкции всего цикла или периода, а именно, сколько раз происходит конъюнкция, пока тела вновь не окажутся в той же точке, в которой они находятся теперь.*

Поскольку движения равномерны, время между двумя ближайшими друг к другу конъюнкциями одинаковое. Следовательно, достаточно взять время всего цикла этих трех движущихся тел (которое становится известным согласно 15-му заключению) и это время разделить на время между двумя ближайшими друг к другу конъюнкциями (которое определяется согласно предыдущему заключению). Тогда получается искомое число. Например, в последнем приведенном примере время цикла всех трех тел было 105 дней, а время между двумя ближайшими друг к другу конъюнкциями равно $52^1/_2$ дням. На них следует разделить время 105 дней и получится 2. Следовательно, конъюнкции могут происходить только в двух местах так, что третья конъюнкция будет опять там же, где первая, а четвертая там, где вторая, и так далее, всегда повторяясь, как было сказано о двух движущихся телах в заключении 7-м. И совершенно аналогично следует поступать с четырьмя, пятью, шестью, семью и каким угодно числом движущихся тел, находящихся теперь в конъюнкции, при данных их скоростях и пропорциональных им числах. Но если числа мест, в которых они оказываются в конъюнкции попарно, простые друг в отношении друга, то тогда конъюнкция может происходить в стольких точках, сколько единиц в наибольщем общем множителе вышеуказанных чисел, каковые числа весьма легко найти согласно заключению 11-му. Например: пусть скорость *a* соответствует 20, скорость *b*—10, скорость *c*—7. Следовательно, согласно заключению 11-му, точек конъюнкции *a* и *b* насчитывается десять, точек конъюнкции *c* и *b* три, и точек конъюнкции *a* и *c* тринадцать. Эти три числа — простые друг в отношении друга, следовательно, эти три движущихся тела могут находиться в конъюнкции только в одном месте. Но если скорость *a* соответствует 19, скорость *b* соответствует 13, а скорость *c* соответствует 10, тогда три числа точек, в которых происходит их конъюнкция попарно, были бы 6, 3 и 9. И так как наибольший общий множитель их равен тройке, то поэтому эти три движущихся тела могут находиться в конъюнкции все три вместе в трех точках.

Заключение 18-е. *Определить место первой следующей конъюнкции.*

Как в 8-м заключении было сказано о двух движущихся телах на основании 6-го заключения, совершенно так же здесь следует сказать о нескольких телах на основании 16-го. Например: в приведенном примере скорость *a* соответствовала 7, скорость *b* соответствовала 5 и скорость *c* соответствовала 3. Время полного цикла составляет 105 дней. Следовательно, за все это время *a* совершает 7 оборотов. Следовательно, один оборот оно совершает в $^1/_7$ этого времени (т. е. в 15 дней). Следовательно, за день оно проходит $^1/_{5}$ своего круга. Но из 16-го заключения явствует, что первая следующая конъюнкция будет по прошествии $52^1/_2$ дней. Следовательно, за это время *a* проходит $52^1/_2$ пятнадцатых своего круга. Следовательно, точка, в которой произойдет первая конъюнкция всех трех, будет отстоять от точки, в которой они находятся теперь, на $7^1/_2$ пятнадцатых, иначе говоря, на половину круга. И это есть точка, противолежащая точке *d*. То же самое получилось бы, если взять движение *b*, и сходно движение *c*. И так же следует поступить с любыми движущимися телами, сколько бы их ни было.

Заключение 19-е. *Найти число и последовательность точек, в которых когда-либо смогут оказаться в конъюнкции несколько таких движущихся тел.*

Аналогично тому, как мы поступали в случае двух движущихся тел в заключении 10-м, опираясь на 7-е, так в данном случае нужно поступать, опираясь на заключение 17-е. И из этой последовательности прохождения по точкам конъюнкций явствует, когда, как и в каком месте счислять конъюнкции верхних планет от одного затмения до другого, равно как и прочие аспекты. Ибо, как было сказано в 10-м заключении о двух телах, — о том, что не всегда конъюнкции переходят от одной точки к ближайшей, но иногда происходят скачки через интервалы, — так может случиться с тремя или более аналогичным же образом.

Заключение 20-е. *Если круги будут эксцентрические, число мест или точек будет то же, как в том случае, если они концентрические.*

Однако промежутки времени и пространства будут у них неодинаковые. Ибо оттого, что их движения соизмеримы, по необходимости, когда движущиеся тела находятся в конъюнкции в одном месте, они должны оказываться там же в конъюнкции и в другой раз, как было доказано раньше. Следовательно, число таких мест конечное и по прошествии полного цикла все конъюнкции вновь начинают повторяться так же, как раньше. Пусть, следовательно, мы имеем два движущихся тела *a* и *b*, *c* — центр мира, *g* — центр движения *a*, *h* —центр движения *b*. И пусть *a* и *b* находятся теперь в конъюнкции на линии *cdg*, которая проходит через апогей эксцентрика и точку, противоположную апогею. Тогда *a* и *b* относятся друг к другу так, как если бы движения и круги их были концентричными, и место их то же, и среднее движение, и истинное. То же самое, когда они находятся в точке, противоположной апогею. Положим, следовательно, что *b* проходит $^1/_4$ своего круга за определенное время и в конце этого времени пусть *b* находится на линии *dh*. В то же время *a* пусть проходит $1^1/_4$ своего круга и в конце этого времени находится на линии *ch*. Тотчас же отсюда следует, что если бы движения были концентрическими, то тогда наступила бы их конъюнкция, а теперь *a* находится перед *b* вследствие эксцентричности кругов. Но было предположено, что *a* движется быстрее. Следовательно, *a* и *b* уже до истечения этого времени находились бы в конъюнкции в отношении к центру *c*, а также на линии или точке, ближайшей к *g*. Аналогично будут разобраны и другие конъюнкции с той только разницей, что с этой стороны диаметра *gdcf* (т. е. слева) будет происходить обратное, т. е. конъюнкция будет происходить позднее, чем при концентрическом движении, так что среднее движение, которое мы воображаем концентрическим, с одной стороны диаметра превышает истинное движение, а с другой стороны истинное превышает среднее. И как сказано было о конъюнкции двух тел, так надлежит говорить о конъюнкции трех, четырех или более. Следовательно, ясно, что промежутки времени и пространства — иные, чем при концентрических движениях. И если бы движения были концентрическими, тогда промежутки были бы одинаковыми по обе стороны, вследствие равномерности движений. Следовательно, теперь такого рода промежутки времени и пространства неодинаковые. И справедливо это в том случае, когда конъюнкции происходят только в апогее или в точке, противоположной апогею. Кроме того, все сказанное ранее настоящего заключения должно быть применимо к средним движениям. Это заключение учит также, каким образом применять все соответственно к истинным движениям, невзирая на эксцентрики и эпициклы.

Заключение 21-е. *Все, что было сказано о конъюнкции двух или более движущихся тел, должно быть аналогично понимаемо применительно к противостоянию их и к любому иному аспекту или взаимоотношению их.*

Впрочем, следует различать треугольный аспект до конъюнкции от треугольного аспекта после конъюнкции. Также квадратный и шестиугольный аспект или иное взаимоотношение, за исключением конъюнкции и противостояния, ибо всякий аспект, отличный от двух последних, бывает двоякий, а именно до конъюнкции и после нее, один раз — справа и другой раз — слева. Если понять это, все сказанное может быть доказано в отношении любого аспекта так, как было уже доказано в отношении конъюнкции.

Заключение 22-е. *Применить аналогичное к движущемуся телу, перемещающемуся несколькими движениями.*

Предположим, что Солнце перемещается только двумя движениями, например собственным и суточным, и пусть a — первая точка Рака в девятой сфере, каковая сфера день за днем описывает один и тот же круг, а именно летний тропик. И пусть b — центр солнечного тела, который за один год посредством собственного движения описывает эклиптику. И теперь пусть находятся a и b в точке d, которая воображается неподвижной. Коль скоро, стало быть, эти движения соизмеримы, как здесь это предполагается, отношение их движений будет рациональным. Если, следовательно, это отношение будет кратным, то, следовательно, a и b никогда не окажутся вместе, кроме как в точке d, что явствует на примере. Так, если a совершает 100 оборотов в то время, когда b совершает один, тогда по совершении этих оборотов a и b окажутся в точке d, не раньше и не позже. И так всегда, через каждые 100 дней. А если отношение иное, чем кратное, оно будет обозначаемо дробью, и знаменатель этой дроби указывает, сколько существует точек, в которых a и b могут встречаться вместе. Так, если за время, в которое *b* совершает один оборот, *a* совершает 100 $^1/_2$, то, следовательно, поскольку *b* движется при движении *a*, выходит, что *a* и *b* впервые найдут друг друга в точке, противоположной точке *d*, которая была первой точкой, а в следующий раз они найдут друг друга в точке *b*. Таким образом, будет существовать только две постоянные точки, в которых *a* и *b* могут встречаться. А если за время, за которое *b* совершает один оборот, *a* будет совершать 100 $^1/_3$, то тогда существовали бы три постоянные точки, не больше, в которых *a* и *b* могли бы встречаться или, иначе говоря, *b* настигать *a*. Если *a* совершало бы 100 $^1/_4$ оборота, было бы 4 места. Если 100 $^1/_5$, то 5 мест, и так далее постоянно.

Кроме того, если за время, когда *b* совершает один оборот, *a* совершало бы 100 $^2/_5$ оборота, тогда было бы 5 мест, в которых они бы встречались, ибо за это время *a* проходило бы определенное чило кругов с $^2/_5$ и вновь, во второй раз столько же и $^2/_5$, и так далее постоянно. Отсюда ясно число тех точек неба и порядок их, в которых Солнце вступает в первую точку Рака. И так же рассуждают о прочих 30 градусах. Отсюда очевидно, что если бы Солнце перемещалось только двумя движениями и солнечный год измерялся бы в точности целым числом дней, оно вступало бы в знак Рака не иначе как тогда, когда оно находится на одном меридиане, и опять-таки во второй раз в нем же, и никогда в ином. И если год в точности содержит определенное число дней с четвертями, например 365 $^1/_4$, тогда существует только четыре точки на тропике, отстоящие друг от друга на равные расстояния, в которых Солнце может вступать в первую точку Рака. И так же рассуждают о прочих градусах. Если же будет три движения, то тогда указанным уже образом сравнивают их попарно, а затем эти сочетания сравнивают друг с другом почти так, как было сказано о конъюнкции трех движущихся тел. И так же рассуждают о четырех или более движениях. Из всего этого следует, что сколько бы ни было движений, лишь бы они были друг с другом соизмеримы, при любом данном расположении всегда существуют численно определенные места, в которых только, и не в иных, данное движущееся тело может находиться в определенном отношении к другим. И когда оно пройдет через все эти места, оно вновь начнет проходить их совершенно так же, как раньше. Например: пусть мы имеем четыре постоянные точки, в которых Солнце может вступать в знак Рака. И пусть d — одна из них. Я утверждаю, что, начиная с точки d, Солнце будет проходить их за 4 года, непрерывно и ежедневно описывая новый круг до тех пор, пока в конце 4-го года не вернется в точку d и тогда возобновит свое течение как сначала; и так всегда. Равным же образом, если таких точек больше, то цикл подобного рода завершался бы в большее время. И соответственно следует сказать о Луне и о любой другой планете. Если, стало быть, все движения, посредством которых перемещается Солнце, соизмеримы друг с другом, то само Солнце в пространстве, которое воображается неподвижным, описывает своим центром путь, или линию конечной величины, лишенную завершающих точек, наподобие круговой линии, однако, не круговую, но свитую из многих завитков или оборотов, из которых некоторые начинаются у тропика Рака и продолжаются, завиваясь, до тропика Козерога. По ним Солнце, как бы начиная, проходит и затем, поворачивая в противоположную сторону, описывает другие завитки, которые пересекают первые и как бы переплетаются с ними. В общем существует столько же завитков или заворотов, сколько требуется дней для того, чтобы Солнце из точки неба, воображаемой неподвижной, вернулось бы вновь в нее же. И рисунок такого рода сплетения между тропиками подобен четырехугольникам, ромбам или косоугольникам, внутри площади и внутреннего пространства которых никогда не был и вовеки не будет центр Солнца. Этот путь бывает проходим Солнцем один раз за период или цикл, а затем вновь Солнце начинает продвигаться по тому же самому пути, как и раньше. А о Луне и других планетах можно сказать таким же образом. Оттого любое тело, перемещающееся несколькими движениями, взятое само по себе, имеет известный период, по прошествии которого этот последний возобновляется вновь, и так до бесконечности. Его можно назвать великим годом этого движущегося тела. Аналогично любые два движущихся тела, взятые вместе, совершают свое течение за определенный период времени, по прошествии которого они вновь начинают его, как прежде. И так же следует сказать о трех, четырех и любом числе тел. И можно назвать это их великим годом. Так, некоторые доказывают в отношении Солнца и восьмой сферы, что великий год их составляет 36 000 солнечных лет [12]. Но великий год всех планет и восьмой сферы значительно больше. Коротко говоря, если все движения неба друг с другом соизмеримы, необходимо, чтобы все вместе составляли один максимальный период, по прошествии которого он возобновлялся бы, но не тот же, а сходный, бесконечное число раз, если бы мир был вечным.

Заключение 23-е. *Если некоторые такие тела теперь находятся в конъюнкции, то всегда они будут на соизмеримом расстоянии от точки конъюнкции и друг от друга.*

Это следует понимать о расстоянии, считаемом по дуге круга и соответственно центральным углам. Пусть *a*, *b*, *c* находятся в конъюнкции в точке *d*. Пусть *a* — наиболее быстрое тело, *b* — среднее, *c* — наиболее медленное. Коль скоро, следовательно, их движения соизмеримы, пути, ими пройденные, в любое мгновение после нынешнего мгновения будут соизмеримы. Ибо все то, что отстоит от чего-либо третьего на соизмеримую величину, отстоит одно от другого также на соизмеримую величину, как это легко доказывается на основании 9-го (12-го) положения X книги Евклида [13]. Отсюда явствует, что всякий раз, когда они описывают центральные углы, эти углы оказываются соизмеримыми.

Заключение 24-е. *Если три таких тела теперь находятся в конъюнкции, всякий раз, когда затем два из них окажутся в конъюнкции, третье будет отстоять от них на угол, соизмеримый с прямым, или, иначе говоря, на дугу, соизмеримую со всей окружностью круга.*

Коль скоро места, в которых могут находиться в конъюнкции два из тел (а именно *a* и *d*), находятся на одинаковом расстоянии друг от друга, что явствует из заключения 10-го, то эти места или точки делят круг на равные части соответственно равным центральным углам. Пусть один из них — *g*. Следовательно, угол *g*, взятый известное число раз, исчерпывает всю площадь вокруг центра, ибо составляет четыре прямых. Следовательно, угол *g* соизмерим с прямым углом. И поэтому, когда два тела оказываются в конъюнкции, они отстоят от точки, в которой три тела находились в конъюнкции, на угол, соизмеримый прямому. Пусть это будет угол k. Следовательно, прямой угол соизмерим углу k. Но угол, на который отстоят тогда два движущихся тела от третьего, соизмерим углу k, согласно предшествующему. Следовательно, он соизмерим прямому, ибо все, что соизмеримо с чем-нибудь одним, соизмеримо друг с другом, как явствует из 10-го заключения [14].

Заключение 25-е. *Определить, какие пропорции движений могут быть точно выражены посредством физических дробей (т. е. тех, которыми пользуются астрономы), иначе говоря, внесены с пунктуальной точностью в таблицы.*

Из заключений 10-го, 11-го, 17-го, 19-го и 21-го явствует, что места или точки конъюнкций двух или более движущихся тел исчисляются определенным числом, и то же справедливо относительно других аспектов и всяческих расположений.

Сообразно с этим, весь круг делится на столько же частей в указанных точках. Следовательно, нельзя посредством никакого деления, которое является простым по отношению к делению, произведенному через эти точки, в точности определить конъюнкции и аспекты. Следовательно, такие движения не могли бы быть внесены в таблицы при ином делении, как явствует из 3-го заключения. Но любое деление в какой-либо пропорции является простым по отношению к делению астрономических таблиц, кроме деления в той пропорции, чье число, непосредственно следующее за единицей, имеет общих множителей с 60, — может быть, исключая совпадение в одной точке. И совпадение невозможно в нескольких точках, как явствует из заключения 3-го. А какими числами делится круг при той или иной пропорции движения, становится известным из заключений 10-го, 11-го и 17-го. Следовательно, из этих заключений можно определить, какие круговые движения в точности могут быть выражены посредством астрономических таблиц. Итак, если имеется в точности семь точек, или 13 и т. п., в которых Солнце может вступать в первую точку Рака, то никогда по обычным таблицам не получится в точности вступление его в знак Рака, или иной знак и градус. И при помощи их нельзя будет получить точное его движение или место его, а также истинную величину года. Аналогично, если бы было в точности 7, 19, 23 и т. п. точек, в которых Солнце и Луна могли бы находиться в конъюнкции, также нельзя было бы никогда при помощи обычных таблиц вполне точно выразить их конъюнкцию. И то же справедливо относительно других аспектов, движений или планет. Впрочем, астроному достаточно, что конъюнкция происходит в таком-то градусе, или в такой же минуте, или секунде и т. д., хотя он и не знает, в какой именно точке этой минуты, иначе говоря, с него достаточно, что погрешность его не улавливается глазом при помощи какого-либо инструмента [15]. Этих общих соображений о движениях неба достаточно при предположении, что они соизмеримы друг с другом.

Следует вторая часть настоящего сочинения.

Часть вторая

Теперь остается во второй части настоящего сочинения показать, что́ воспоследует, если положить, что некоторые из движений неба несоизмеримы друг с другом.

Здесь пусть будет такое 1-е заключение.

Если два движущихся тела, перемещающихся несоизмеримыми друг с другом движениями, теперь находятся в конъюнкции, они больше никогда не окажутся в конъюнкции в той же точке.

Пусть a и b теперь соединены в точке d. Тогда, если бы они в другой раз сошлись в точке d, следовало бы, что за протекшее время то и другое совершили некоторое число оборотов в точности. Пусть, следовательно, c — число оборотов, которые совершило a, и g — число оборотов, которые совершило b. Поскольку отношение скоростей такое же, как отношение путей, пройденных за то же самое время, постольку тотчас же получается, что скорости этих движущихся тел относятся друг к другу, как два числа c и g. Следовательно, скорости эти соизмеримы, что противоречит положению. Например, если a и b, которые теперь находятся в конъюнкции в точке d, вновь затем в другой раз окажутся в конъюнкции в той же точке d, положим, что a совершило 5 оборотов и b совершило 3; тогда ясно, что скорости эти относятся друг к другу как числа 5 и 3 и что *a* движется быстрее, чем *b*, в отношении $1^2/_3 : 1$. На том же основании доказывается, что они никогда не будут в конъюнкции до точки *d*.

Таким же образом следует понимать это в случае противостояния и любого другого аспекта. Например, если *a* находится в точке *d*, а *b* — в точке противолежащей, никогда вновь они не будут в противостоянии, когда находятся в этих точках, и раньше не были в противостоянии, как доказывается на том же основании. Следовательно, период бесконечен, или, вернее сказать, его не существует.

Заключение 2-е. *Если два таких тела теперь находятся в конъюнкции, они никогда больше не будут в конъюнкции в точке, отстоящей от точки, в которой находятся теперь, на величину части круга, соизмеримую с целым.*

Ведь если к одной из соизмеримых величин прибавить величину, соизмеримую с ними обеими, все величины будут соизмеримы, как явствует из 8-го и 9-го положений X книги Евклида [16]. Коль скоро, следовательно, любое число оборотов соизмеримо любому числу других оборотов, следовательно, если к тому и другому числу прибавить часть, соизмеримую с одним полным оборотом, суммы будут соизмеримы. Следовательно, если *a* и *b* оказывались бы в конъюнкции в точке, отстоящей от точки *d*, любое из них в промежуточное время совершало бы определенное число полных оборотов и часть оборота, соизмеримую с целым. Следовательно, движения их были бы соизмеримы, коль скоро проходимые за одинаковое время пути были бы соизмеримыми. Например: если *a* и *b* теперь находятся в конъюнкции в точке, отстоящей от точки *d* на расстояние, равное $^1/_4$ круга, а *a* совершило бы тогда 9 $^1/_4$ оборотов, а *b* совершило бы 3 $^1/_4$ оборота, то отношение движения *a* к движению *b* было бы таково, каково отношение $9^1/_4$ к $3^1/_4$, т. е. как к 13. Это есть отношение, члены которого не имеют общих множителей. Аналогично следует сказать о противостоянии и любом другом аспекте. Оттого, если *a* теперь находится в точке *d*, а *b* в противоположной точке, на том же основании мы докажем, что никогда они не будут в противостоянии, кроме как находясь в точках, отстоящих от тех на соизмеримое расстояние, считая это расстояние по дуге круга.

И так рассуждают о любом другом расположении. Таким же образом аргументируют и о прошедшем, как было сказано о будущем. Следовательно, в этом случае расстояние (т. е. часть круга) между двумя ближайшими друг от друга конъюнкциями соизмеримо со всем кругом. И то же относится к любому другому аспекту или расположению неба. Равным образом, время между двумя такими конъюнкциями соизмеримо времени оборота одного движущегося тела и времени оборота другого. Равным образом, времена оборотов соизмеримы друг с другом.

З а к л ю ч е н и е 3-е. *Если одно из движущихся тел окажется в точке, в которой теперь находятся оба, то никогда расстояние между ними не будет соизмеримой частью круга.*

Пусть, как и раньше, *a* и *b* находятся в точке *d*. И так как их движения несоизмеримы, пройденные ими пути всегда будут несоизмеримыми. Следовательно, всякий раз, когда *a* совершило некоторое число полных оборотов и вновь оказывается в точке *d*, тогда *b* совершило либо часть оборота, несоизмеримую с целым, либо оборот (или обороты) плюс часть, несоизмеримая с целым. Следовательно, тогда *b* будет отстоять от *a* на часть круга, несоизмеримую с целым. И таким образом, *a* будет отстоять от *b* на часть круга, несоизмеримую с целым кругом, всякий раз, когда *b* совершит некоторое число оборотов и окажется в точке *d*, как можно доказать на том же основании. Следовательно, *a* и *b* тогда будут образовывать центральный угол. который несоизмерим с прямым углом. Следовательно, когда одно из них находится в точке *d*, они никогда не находятся в шестиугольном аспекте, и не в квадратном, и не в треугольном, и не в противостоянии, или каком-либо аспекте, соизмеримом с ним. Точно так же и наоборот: в каких бы точках они не располагались, образуя аспект, соизмеримый с целым, никогда ни в одной из этих точек им невозможно оказаться в конъюнкции в будущем или быть в конъюнкции в прошедшем.

З а к л ю ч е н и е 4-е. *Нет никакой столь малой части круга, в которой такие два движущихся тела не оказывались бы в конъюнкции в будущем, и в которой они не были бы в конъюнкции в прошлом.*

Пусть *a* и *b* теперь находятся в точке *d* и точка *e* будет местом первой следующей конъюнкции. Поскольку, стало быть, *a* и *b* движутся равномерно, время между двумя ближайшими друг к другу конъюнкциями всегда будет одинаковым, равным образом и пространство одинаковым. Потому: какова дуга между точкой *d* и точкой первой следующей конъюнкции, такова будет и дуга между точкой второй и точкой следующей, третьей конъюнкции, и так далее, словно повторяя дугу *de* бесконечное число раз и откладывая ее на круге. И поскольку дуга *de* [не] соизмерима кругу, согласно 3-му положению этой второй книги, постольку после некоторого числа повторений какой-либо дуги, равной *de*, она превзойдет величину круга и дуга эта перейдет за точку *d*, деля дугу *de* в точке *g*. И совершенно аналогично будет разделена вторая дуга между второй и третьей конъюнкцией и так непрерывно, пока весь круг не будет разделен так, что ни одна часть, бо́льшая, чем дуга *dg*, не останется неразделенной. А затем, поскольку дуга *dg* [не] соизмерима кругу, вновь посредством такого повторения она будет делиться и получится меньшая дуга *dk*, и в конце концов круг окажется разделенным так, что ни одна его часть не будет больше, чем дуга *dk*. И так продолжают до бесконечности, всегда деля круг на меньшие части до бесконечности, вследствие [не] соизмеримости и бесконечности конъюнкций и повторений. Следовательно, не останется ни одна часть круга, которая не была бы в тот или иной раз мысленно разделенной указанным образом. Это подобно тому, как если бы откладывать сторону квадрата на его диагонали, получая излишек, и затем отрезать этот излишек, откладывая его на диагонали и вновь отрезать второй излишек и отложить, как раньше и [...] взять четвертый излишек, и так продолжать до бесконечности. Тогда до бесконечности будет уменьшаться этот излишек, соответственно величине которого постоянно делят диагональ. Следовательно, ни одна часть диагонали не осталась бы неразделенной на протяжении всего времени. И в известном роде так же обстоит дело в интересующем нас случае. Следовательно, не будет ни одной столь малой части круга, в какой-нибудь точке которой не происходила бы когда-нибудь в будущем конъюнкция, что и требовалось доказать. То же справедливо о прошедшем, если предположить вечность движений. Оттого на таком круге *a* и *b* окажутся в конъюнкции бесконечное число раз и всегда в новой точке, согласно 1-му заключению этой второй части. И вторая точка будет находиться на одинаковом расстоянии от первой, третья от второй и т. д. И проведя линию от первой точки ко второй, и от второй к третьей, получим в круге фигуру с бесконечным числом равных углов, пересекающихся взаимно. И любой из этих углов будет несоизмерим прямому, как это легко доказывается. Следовательно, ни одна часть круга не будет лишена никогда таких углов, и всегда между любыми точками окружности получалось бы бесконечное число таких углов, так что на основе равенства этих углов, равноотстояния их и умножения их до бесконечности можно было бы доказать относительно любой части круга, что ей невозможно быть лишенной такого рода углов. В начертании этих углов и умножении числа этих точек прилежный теоретик может усмотреть удивительный путь, посредством которого из несоизмеримости движений и равномерности их происходит некая — как бы мне лучше сказать? — рациональная иррациональность, регулярная дифформность, униформная неодинаковость и различность, согласное несогласие, и наряду с высшим неравенством, которое уклоняется от всякого равенства, пребывает справедливейший и точнейший порядок. Далее, если предположить вечность движений и вообразить в любой точке конъюнкции мысленное деление, тотчас же становится ясным, что предшествующие конъюнкции не оставляют никакой части круга неразделенной, и что не останется никакой части, которая не делилась бы также и в будущем, и тем не менее в дальнейшем круг не будет делиться ни в одной точке, в которой он уже был разделен в прошлом. Таким образом, остается еще бесконечное число точек, в которых не происходит деления, и еще бесконечное число других, которые, согласно 2-му положению этой второй части, находятся на несоизмеримом расстоянии от какой-либо из вышеуказанных.

А что любой из вышеупомянутых углов несоизмерим прямому, доказывается так. Пусть *o*—центр круга и *d*—точка на окружности, в которой *a* и *b* теперь находятся в коньюкции. И пусть *e*—первая точка, в которой они потом окажутся в конъюнкции, *g* — вторая и т. д. Проведя, стало быть, хорды, начертим угол *deg*, о котором я утверждаю, что он несоизмерим прямому. Ведь если провести линии к центру *o*, получится угол *doe*, который, согласно заключению 2-му этой второй части, несоизмерим прямому. Следовательно, оба остальных угла этого треугольника *doe*, взятые вместе, несоизмеримы прямому, ибо вместе с центральным углом около центра *o* составляют два прямых. И поскольку эти два остальных равны, постольку каждый из них несоизмерим прямому. Следовательно, угол *deo* несоизмерим прямому. Следовательно, равный ему угол *oeg* несоизмерим прямому. Следовательно, весь угол *deg* несоизмерим прямому. Истинность этого следствия основана на 8-м и 9-м положении X книги Евклида [17].

З а к л ю ч е н и е 5-е. *Если дана какая-либо точка конъюнкции, то такого рода движущиеся тела окажутся в конъюнкции в бесконечно близкой к ней точке и находились уже в конъюнкции в бесконечно близкой к ней точке.*

Пусть дана точка *d*. Обозначим другую точку ближе к ней и пусть это будет *c*. Следовательно, согласно предшествующему заключению, они будут в конъюнкции между *c* и *d*. И если вновь обозначить другую точку, вдвое более близкую к точке *d*, каковая точка пусть будет *f*, точно так же из того же заключения явствует, что произойдет конъюнкция между *d* и *f*, и так до бесконечности.

З а к л ю ч е н и е 6-е. *Возможно трем или более движущимся телам, находящимся теперь в конъюнкции, оказаться в конъюнкции в другой раз, причем каждое из них, приближаясь к любому другому из них, движется несоизмеримо с остальными.*

Пусть *a*, *b* и *c* находятся в точке *d*. Следовательно, *a* и *b* окажутся в конъюнкции в другой раз, вследствие равномерности движений. Они окажутся, следовательно, в конъюнкции в точке *e*, которая отстоит от точки *d* на несоизмеримое расстояние, согласно 2-му заключению этой второй части. Следовательно, тогда *a* совершит один оборот или несколько оборотов с какой-нибудь частью оборота, которая есть дуга *de*. Аналогично *b* завершит несколько оборотов с той же частью. Но пути, пройденные *a* и *b*, несоизмеримы, а определенное число оборотов соизмеримо определенному числу полных оборотов. Следовательно, дуга *de*, будучи прибавлена к тем и другим, делает пройденные пути несоизмеримыми. Следовательно, возможно, что к соизмеримым величинам будет прибавлена та же (т. е. равная) величина, и суммы станут несоизмеримыми. Например: положим, что *a*, *b* и *c* находятся вместе в точке *e*. Следовательно, любой из них описал тогда определенное число оборотов плюс дугу *de*. Но дуга *de*, прибавленная к неодинаковому числу оборотов, делает суммы несоизмеримыми. Следовательно, путь, пройденный или описанный *a*, несоизмерим всему пути, пройденному *b*, и равным образом всему пути, пройденному *c*. Равным образом, пройденный *b* несоизмерим пройденному *c*. Следовательно, если положить, что *a*, *b* и *c* находились в конъюнкции в точке *d* и вновь будут в конъюнкции в точке *e*, понятно, что движение любого из них в отношении движения любого другого несоизмеримо. Следовательно, вполне возможно, чтобы их движения были несоизмеримыми и они оказывались в конъюнкции в другом месте. Что и требовалось доказать.

Заключение 7-е. *Возможно, что три или более движущихся тела, которые находятся теперь в соединении, причем движения их несоизмеримы, никогда не смогут оказаться в другой раз в конъюнкции, так что из одной их несоизмеримости вытекает бесконечное число конъюнкций, а из другой — нет.*

Пусть, как раньше, *a*, *b* и *c* находятся в точке *d*. Вспомним то, что было доказано во 2-м заключении первой части, а именно: если весь континуум делить до бесконечности в рациональном отношении, а затем представить себе, что он же делится в другом рациональном отношении, каковые отношения являются простыми друг в отношении друга, то ни одна точка одного деления не есть точка другого деления (за исключением одной, если данный континуум есть круг), хотя такие точки подобного деления и будут совпадать частично, если пропорции имеют общих множителей. Таким же образом по необходимости должно обстоять с пропорциями, построенными на иррациональных отношениях. Ведь если одна пропорция основана на половине двойного [$\sqrt{2}$], а другая — на половине четверного [$\sqrt{4}$], тогда они не являются простыми друг в отношении друга. Но если одна основана на половине двойного [$\sqrt{2}$], а другая — на половине тройного [$\sqrt{3}$], тогда они являются простыми друг в отношении друга [18]. Следовательно, возможно будет делить континуум до бесконечности в точках, находящихся на несоизмеримых расстояниях, и тем не менее ни одна точка одного деления не явится точкой другого деления, кроме разве одной (если континуум есть круг). Следовательно, возможно производить в круге два таких деления, что от точки *d* по порядку станут начинаться два ряда бесконечно многих чисел, находящихся на несоизмеримых расстояниях, каковые два ряда не будут больше совпадать ни в одной точке. Возможно, следовательно, что все бесконечные точки, отличные от точки *d*, в которых *a* и *b* оказываются в конъюнкции, не будут совпадать с теми, в которых *b* и *c* оказываются в конъюнкции. Итак, никогда больше не будут в конъюнкции *b* и *c* там, где происходит конъюнкция *a* и *b*. Следовательно, *a*, *b* и *c* никогда больше не окажутся в конъюнкции. Например: положим, что *a* и *b*, которые теперь находятся в *d*, затем будут в конъюнкции в *e*, а потом в *f* и т. д. Тогда *d*, *e*, *f* и т. д. одинаково отстоят друг от друга вследствие равномерности движений. Пусть далее отношение всего круга к дуге *de* равно половине полуторного отношения [$\sqrt{3:2}$]. Также *b* и *c*, которые теперь находятся в *d*, пусть соединяются затем в *g*, потом в *h* и т. д. И отношение всего круга к дуге *dg* пусть будет равно половине отношения 4 к 3 [$\sqrt{4:3}$.] Поскольку половина полуторного отношения и половина отношения 4 к 3 суть отношения несоизмеримые, как явствует из книги «Об отношениях отношений», постольку следует, что вышеуказанные деления не имеют общих точек [19]. Следовательно, *a*, *b* и *c* никогда не окажутся больше в конъюнкции и никогда не были в конъюнкции в прошлом. Так же обстоит дело с четырьмя движущимися телами и сколь угодно большим числом их.

Нужно принять во внимание, что не следует круг делить в таких точках соответственно отношению скоростей или какому-либо отношению, соизмеримому с ним. Это становится сразу ясным при отношениях рациональных. Ведь если *a* станет двигаться вчетверо быстрее, чем *b*, то из заключения

11-го первой части явствует, что круг будет делиться на три, а не на четыре части, посредством точек конъюнкций, и круг будет втрое больше в отношении каждой из этих частей.

Заключение 8-е. *Если имеется три или более тел, находящихся теперь в конъюнкции, которые все обладают соизмеримыми движениями за исключением одного, чье движение несоизмеримо с остальными, никогда в другом месте и в другой раз не будет их конъюнкции.*

Пусть *a*, *b* и *c* находятся в точке *d* круга. Положим, что *a* и *b* обладают соизмеримыми движениями. Тогда согласно королларию 10-го заключения первой части ясно, что любая точка, в которой может произойти конъюнкция *a* и *b*, находится на соизмеримом расстоянии от точки *d*, тогда как любая точка, в которой может произойти конъюнкция *b* и *c*, находится на несоизмеримом расстоянии от точки *d*, согласно 2-му заключению этой второй части. Следовательно, ни одна точка, в которой *a* и *b* впоследствии окажутся в конъюнкции, не есть та, в которой впоследствии окажутся в конъюнкции *b* и *c*. Следовательно, *a*, *b*, *c* никогда больше не окажутся в конъюнкции. Например: положив, что *a* движется вдвое быстрее, чем *b*, имеем, согласно 11-му заключению первой части, что *a* и *b* никогда не будут в конъюнкции, кроме как в точке *d*. И поскольку *b* и *c* обладают несоизмеримыми движениями согласно условию, постольку, согласно 1-му заключению этой второй части, они никогда не окажутся в конъюнкции в точке *d*. Следовательно, *a*, *b* и *c* никогда больше не будут в конъюнкции вместе. Таким же образом должна вестись аргументация в отношении прошедшего, что они никогда не были в конъюнкции вместе. Так же должна вестись аргументация и о большем числе движущихся тел.

Заключение 9-е. *Все три или более движущихся тела либо никогда, либо только один раз, либо бесконечное число раз окажутся в конъюнкции на протяжении всего вечного времени.*

Возможность того, что они никогда не окажутся в конъюнкции, явствует в отношении обладающих соизмеримыми движениями из 12-го заключения первой части. И то же может случиться с теми, которые обладают несоизмеримыми движениями, как достаточно явствует из 7-го заключения этой второй части. Ведь возможно будет, что точки, в которых *a* и *b* находятся в конъюнкции, и точки, в которых *b* и *c* находятся в конъюнкции, не совпадают, ни одна, ни несколько. А что на протяжении всего вечного времени они могут оказаться в конъюнкции всего один раз, доказано в двух непосредственно предшествующих заключениях.

Что они могут быть в конъюнкции бесконечное число раз, явствует в отношении обладающих соизмеримыми движениями из 14-го заключения первой части, а в отношении обладающих несоизмеримыми движениями — из 6-го заключения этой второй части.

Что они не могут быть в конъюнкции на протяжении всего вечного времени дважды или трижды, или какое-нибудь другое целое число раз, доказывается так. Пусть *a*, *b* и *c* находятся в точке *d*. Затем пусть два оказываются в конъюнкции в точке *e* и пусть время между двумя конъюнкциями будет *k*. Буквой *g* обозначим вторую точку, которая отстоит от точки *e* на столько же, на сколько *e* отстоит от точки *d*. Коль скоро, следовательно, каждое из этих тел движется равномерно, следует, что когда затем пройдет время, равное времени *k*, тогда *a* пройдет весь круг столько же раз, сколько и раньше за время *k*, и вместе с тем дугу такой величины, какова дуга *de* (или дуга *dg*). Следовательно, *a* будет в точке *g*. На том же основании, вследствие равномерности движений, будет доказано, что *b* окажется тогда в точке *g*, равным образом и *c*. Следовательно, в конце времени, равного времени *k*, произойдет их третья конъюнкция, и четвертая — в конце такого же времени, и так до бесконечности. И если они имеют соизмеримые движения, это будет происходить в конечном числе точек, и в каждой из них будет бесконечное число конъюнкций. Если же их движения несоизмеримы, это будет происходить в бесконечном числе точек и в каждой из них конъюнкция совершится только один раз. Сказанное явствует из ранее приведенных заключений.

Так, стало быть, мера конъюнкций трех или более движущихся тел на протяжении всего времени проходит, можно сказать, от единицы до бесконечности, сводя все числа к единице. Равным образом, и вечное время не может быть разделено на бесконечное множество промежутков времени иначе, как путем одного деления, и не может быть разделено путем конечного числа делений, кроме как на неравные части, хотя это и вполне осуществимо посредством бесконечного числа делений.

Заключение 10-е. *Если три или более тел имеют несоизмеримые движения, они никогда не окажутся столь близкими, чтобы в другой раз не быть близкими еще более, сколь угодно, до бесконечности.*

Ибо, если обозначить точку конъюнкции, к примеру, буквой *d*, [и взять] время, в течение которого *a* из точки *d* возвращается в нее же бесконечное число раз, то поскольку времена несоизмеримы, посредством таких повторений они повсюду будут делить одно другое в воображаемых точках, и не останется ничего неразделенными при таком воображаемом делении. Следовательно, в другой раз, когда *a* окажется в *d*, будет недоставать небольшого времени для того, чтобы *b* было также в *d*. Следовательно, *a* и *b* будут на некотором довольно близком расстоянии. И еще в другой раз позднее будет недоставать меньшего времени, чтобы *b* оказалось в *d*. Благодаря указанной несоизмеримости, стало быть, *a* и *b* тогда окажутся еще ближе, и так до бесконечности. Точно таким образом мы скажем о движущемся теле *c* в отношении каждого из остальных двух в отдельности. И так же можно будет сказать о скольких угодно телах.

Следовательно, тела не будут столь близкими, чтобы в будущем не оказаться еще более близкими. И повсюду, по всему кругу, подобное приближение будет происходить так, как было сказано о конъюнкции двух движущихся тел в 4-м заключении этой второй части. Итак, все тела, обладающие соизмеримыми движениями, имеют определенное расстояние, до которого сближаются, и часто бывают настолько близкими, что не могут уже сближаться больше, — мы говорим при этом о тех, которые никогда не бывают в конъюнкции вместе, как явствовало это из 13-го заключения первой части. Что же касается тел, обладающих несоизмеримыми движениями, этого не вытекает, как только что было сказано. Доказав, стало быть, что движения всех или нескольких планет несоизмеримы (а именно движения каждой из них движениям каждой другой), или же, что ни одно из трех движений не является соизмеримым обоим другим, хотя бы они и были соизмеримы попарно, я утверждаю, что по необходимости, если это так, названные планеты один раз сойдутся в том же градусе, другой раз в той же минуте, и затем в той же секунде, терции, кварте, и так приближаясь до бесконечности, хотя никогда они не окажутся в конъюнкции с пунктуальной точностью. Сказанное справедливо равным образом в отношении любого градуса неба, минуты, секунды, терции и т. д. — так, что один раз тела будут в первой точке Рака, другой — в первой секунде Козерога и т. д.

Заключение 11-е. *То, что было сказано о конъюнкциях двух или более движущихся тел, с равным основанием применимо к любому другому аспекту, расположению или взаимоотношению.*

То, чему учит 21-е заключение первой части о соизмеримых движениях, то же самое полагает о несоизмеримых это настоящее заключение. Ведь если два движущихся тела такого рода теперь находятся в конъюнкции, они никогда более не окажутся в конъюнкции в той же точке, как гласит 1-е заключение этой второй части. На том же основании будет доказано, что если они находятся в противостоянии или в любом ином положении, они никогда не будут находиться в таком же отношении, кроме как оказываясь в тех же точках, в которых находятся теперь. И соответственно следует сказать о заключениях 4-м, 5-м, 6-м, 7-м, равно как и о 8-м. Оттого три или более таких тел будут в любое мгновение находиться в таком взаимоотношении, в котором никогда не были до того, и не смогут когда-либо быть в будущем. Сходно и о 9-м заключении, ибо конъюнкция двух и противостояние третьего могут либо случиться за все вечное время лишь однажды (а именно, если движения несоизмеримы), либо бесконечное число раз (если они соизмеримы), либо никогда. Так же будет сказано и о других расположениях или взаимоотношениях. Ибо при предположении несоизмеримости движений и вечности времени хорошо будет рассмотреть, как именно такая констелляция [20] (каковой является единственная конъюнкция) происходит на протяжении всего бесконечного времени, и каким образом от века она была необходимой именно в этот момент, без подобной в прошлом или в будущем. При этом не следует искать причины, почему она происходит предпочтительно тогда, а не в другое время, кроме той, что таковы скорости движения и неизменная воля двигателей. И если констелляции являются причинами подлунных действий и эффектов, расположение непрерывно будет такое, что никогда оно не окажется одинаковым в нашем мире. И поскольку важнейшие аспекты связаны с определенным видом вещей, не представляется недопустимым с физической точки зрения, что одна большая конъюнкция планет, которой никогда не было и не будет подобной, производила бы нечто индивидуальное, чему не будет подобного по виду и что начнет быть чем-то новым и невиданным, либо субстанциально, либо акцидентально. Как говорит Плиний о болезни в книге 26-й: «ощутило лицо людей новые и во все века неведомые болезни»[1]. И возможно, пожалуй, что такой вновь возникший вид никогда не перестанет существовать, если мир будет продолжать существовать вечно, или же, что в другое время прекратится под действием другой констелляции. И так же следует судить о сходных добавочных выводах, которые могут быть сделаны из сказанного.

З а к л ю ч е н и е 12-е. *Об одном движущемся теле, которое перемещается несколькими движениями, изложить аналогичное ранее сказанному, применив сказанное о соизмеримых движениях в 22-ом заключении первой части к движениям несоизмеримым.*

Например: положив, что Солнце перемещается только двумя несоизмеримыми и постоянными движениями (а именно собственным и суточным), допустим, что первая точка Рака будет a. Она ежедневно описывает один и тот же круг, а именно летний тропик. И пусть b будет центр солнечного тела, который в год описывает эклиптику. Пусть далее a и b находятся в точке d, помеченной в неподвижном пространстве; это значит, что a и b находятся в конъюнкции. Я говорю, следовательно, что a и b никогда не окажутся вместе в другой раз в точке d. Это доказывается совершенно аналогично, как было доказано 1-е заключение второй части. Если, следовательно, Солнце вступит в первую точку Рака

[1] П л и н и й, Естественная история XXVI, 1, 1.

на каком-нибудь меридиане, оно никогда не вступит и не вступало в другой раз в этот знак в момент, когда Солнце находится на том же меридиане. И не тогда также, когда оно находится на меридиане, отстоящем от первого на соизмеримое расстояние, как доказывается во 2-м заключении настоящей второй части. Существует также бесконечное количество точек в этом круге *a*, повсюду распределенных, находясь в любой из которых *b* вступало в знак Рака, и другое бесконечное количество, находясь в любой из которых *b* в будущем будет вступать в тот же знак Рака. Таким образом, нет столь малой части этого круга, через которую не проходило бы меридиана, находясь на каковом, *b* одновременно не находилось бы в первой точке Рака, и наоборот: нет такого меридиана, чтобы *b*, находясь на нем в другое время, не было бы одновременно в первой точке Рака, как было сказано о конъюнкции в 4-м заключении второй части. И то, что было сказано о первой точке Рака, применимо к любой точке на Зодиаке. Отсюда следует, что *b* ежедневно описывает новый завиток в пространстве, которое воображается неподвижным,— завиток, который оно больше никогда не описывало, и пробегает путь, который никогда раньше не проходило. И так, своим следом (или воображаемым течением) оно продолжает образовывать винтовую линию, уже бесконечную, описанную в прошлом бесконечными завитками, — то описывая от тропика к тропику некие завитки, то вновь иные, возвращаясь,— завитки, которые пересекают первые, идя им навстречу. И, следовательно, в любой точке этих пересечений *b* оказывается на протяжении вечности дважды, а в любой другой точке либо только один раз, либо никогда. Соответственно, следовательно, такому представлению все пространство неба между двумя тропиками бывает изборождено этим *b*, образующим из названных завитков фигуру, подобную ткани или сети, распростертой по всему указанному пространству. И такого рода ткань уже за все протекшее бесконечное время была образована из бесконечных завитков, и тем не менее ежедневно она образует еще новые, ибо ежедневно образуется новый завиток. Во всем пространстве такого рода нельзя указать какие-либо две точки, между которыми уже бесконечное число раз не было *b*, и тем не менее в этом же самом пространстве имеется бесконечное множество точек, в которых оно никогда не было, или будет, а кроме того, другие бесчисленные, в каждой из которых на протяжении всей вечности оно должно оказаться всего один раз, и еще бесчисленные, в каждой из которых оно должно оказаться два раза на протяжении всего бесконечного времени. И нет ни одной точки, в которой оно могло бы находиться более двух раз.

Далее, из вышесказанного сразу же явствует: если *b* теперь находится в первой точке Рака и на данном меридиане, оно никогда не было так близко к зениту данного горизонта, и вовеки не будет так близко, как теперь. И то же следует сказать об удалении его в первой точке Козерога. Кроме того, если оно станет двигаться по эксцентрику или эпициклу, то в соответствии с этим оно описывает свои завитки, приближаясь к центру мира и удаляясь от него, но всегда, на каком бы меридиане оно не находилось, оно никогда в другой раз не было в точности на таком же расстоянии от центра мира, на каком было, находясь на указанном меридиане,— всегда оказываясь на расстоянии большем или меньшем. Аналогично, если *b* однажды окажется на долготе, большей чем данный меридиан, оно всегда будет находиться дальше от центра мира, чем будучи на том же меридиане. Притом, поскольку *b* непрерывно описывает новый завиток, необходимо, чтобы противоположная ему точка, называемая надиром Солнца, непрерывно описывала соответственный новый завиток. Следовательно, и конус земной тени непрерывно совершает новый путь и оттого затемняется некая часть неба, которая никогда раньше не бывала целиком лишена света Солнца. То же самое вытекает из эксцентричности, ибо если *b* в другой раз находится столь близко к центру мира, что никогда больше не сможет быть столь же близко, и никогда не могло быть столь близко, находясь на том же меридиане, как уже было сказано, то нужно тогда, чтобы конус земной тени простирался на небе столь далеко, как никогда в этой части. И это возможно, несмотря на то, что круг Луны движется иначе, чем круг Солнца, — безразлично, соизмеримы или несоизмеримы их движения. Кроме того, от вышеуказанной несоизмеримости получалось бы, что средний солнечный год содержал бы определенное число дней плюс часть дня, несоизмеримую с целым. Если так, невозможно в точности выразить величину года числами, т. е. составить вечный альманах, или обрести истинный календарь.

Теперь по порядку следует перейти к телу, перемещающемуся несколькими движениями. Для примера положим, что Луна перемещается только тремя движениями (а именно суточным, по эксцентрику и по эпициклу), и что два из них несоизмеримы. Тогда согласно 8-му и 11-му заключению второй части мы сказали бы, что Луна всегда находится в таком отношении к центру мира и так обращена к нему, что невозможно ей быть в другой раз в точно таком же отношении. Пусть далее *a* — центр лунного тела и *b* — центр его эпицикла, *c* — центр мира, а *d* — точка на небе на более близкой долготе. Нанесем линию *cd* и начертим суточное движение. Допустим, стало быть, что теперь *a* и *b* находятся на линии *cd*. Следовательно, таким же образом, каким было доказано 1-е заключение второй части, будет доказано, что *a* и *b* никогда не встретятся вместе на линии *cd*, ибо всякий раз, когда *a* будет оказываться на линии *cd* со стороны *c*, тогда это *a* опишет определенное число полных оборотов по малому своему кругу. Аналогично, всякий раз, когда *b* окажется на линии *cd*, *b* совершит определенное число полных оборотов по своему большому кругу. Следовательно, если теперь Луна находится ближе всего к центру мира, т. е. в нижней части эпицикла, на долготе, ближайшей к эксцентрику, невозможно ей в другой раз быть в будущем или прошедшем столь же близкой к этому центру ни на том же, ни на другом меридиане. Следовательно: если теперь Луна диаметрально противоположна Солнцу, находясь в нижней части эпицикла, и Солнце находится на долготе, ближайшей к ее эксцентрику, то затмение Луны таково, что ему невозможно быть большим в другой раз, ни в прошлом, ни в будущем, во веки веков. Это затмение, следовательно, максимальное: такого же не было видано раньше, и не будет видимо впоследствии. И соответственно следует вести доказательство относительно других аспектов Солнца и Луны. Равным образом — если Луна перемещается четырьмя движениями или более. Аналогично следует сказать и о других планетах или любых движущихся телах. И то, что сказано было о величине солнечного года и о солнечном календаре, применимо к лунному месяцу и лунному календарю, равно как к календарю других планет. Таким образом, вообще справедливо и достоверно, что никакие несоизмеримые движения не могут быть приравнены друг к другу посредством чисел, а следовательно, и движения планет. И невозможно дать точные таблицы конъюнкций светочей дня и ночи и других планет, равно как противостояний и прочих аспектов этих движений [21].

Это и прочее подобное вытекает из предположения, что все или некоторые движения несоизмеримы.

Теперь следует третья часть.

Часть третья

Рассмотрев по отдельности два вопроса из намеченных трех, я делаю два условных вывода, вытекающих из двух противоречащих друг другу предположений, а именно, что следует, если все движения неба друг с другом соизмеримы и что следует, если некоторые из них несоизмеримы. Остается третий вопрос, к которому еще сильнее влечется ум, не вполне успокоенный до тех пор, пока не будет сделано категорического заключения и не будет выяснен вопрос, действительно ли соизмеримы или же нет эти движения. И вот, когда я, находясь в нерешительности, задумал приняться за решение этого последнего вопроса, вот передо мной, как бы в сновидении, предстал Аполлон в сопровождении Муз и Наук, и обрушился на меня с такими словами: «Тщетны,— сказал он,— твои заботы, волнение, надежды и труд нескончаемый. Разве не знаешь ты, что постижение точных пропорций мироздания превышает силы ума человеческого? И если ты ставишь вопрос о чувственных вещах, ты должен с них и *начинать*, а между тем в них нельзя обнаружить пунктуальной точности. Ведь пусть разница неощутима, даже мельчайшая ее часть, меньшая одной тысячной, уже нарушает равенство и меняет пропорцию из рациональной в иррациональную. Как же сумеешь ты постичь точную пропорцию движений неба или величин небесных? Тебя учили этому виднейшие астрономы, если только ты читал их. Албатегни, ссылаясь на авторитет Птолемея, говорит, что „при исключительности столь великой задачи, при столь замечательном, столь небесном порядке не всякому дано в точности постичь истину"[1]). Причину он указывает дальше: «Ведь, может быть, существует какое-то движение неба, которое еще не было примечено людьми, либо из-за своей медленности и краткости человеческой жизни, либо из-за близости его к другому какому-либо движению»[2]). Если, следовательно, пропорция вещей нам неведома, то к уразумению ее не приведут тебя ни Арифметика, ни Геометрия, которые, будучи прилагаемы к чувственным вещам, опираются на чувственные начала. На такую дерзость обрушивался также и Плиний, который говорил: ,,Удивляюсь, куда клонит нечестие сердца человеческого,— дети осмелились гадать о расстоянии от Солнца до Земли и т. д., как будто меру вселенной можно ухватить пальцами и мера неба в точности определяется при помощи отвеса"[3]) [22]. Оттого слишком самонадеянны те, кто хвалятся, что обрели и преподали людям вечный альманах и настоящий календарь, коль скоро обрести таковой, пожалуй, никогда и не будет возможно, и во всяком случае уже невозможно будет убедиться, что таковой найден».

Тогда я отвечал ему: «Благой отец мой! Я понимаю, что до этого не дойти человеческими силами, если не отправляться от какого-то заранее данного принципа. И теперь я знаю, что суждение чувств не достигает точности, а если и достигает, все же остается в неведении, правильно ли оно было, оттого, что в чувственном прибавка или убавка меняет пропорцию, не видоизменяя суждения или познания. Вот почему, конечно, я не берусь разрешить указанную проблему путем математического доказательства. Но, о бессмертные боги, которым ведомо все, почему сделали вы так, что люди от природы стремятся к знанию[4]), и, обманывая нас в нашем желании, скрываете вы от нас наилучшие и знатнейшие истины? Разве не лгал Гесиод[5]), когда на этом основании осмелился кощунственно назвать вас завистливыми. Разве не возражает ему другой поэт, говоря: ,,Это не зависть, ведь богам не подобает завидовать или вре-

[1]) Ал-Баттани, О науке звезд, гл. 1, л. 4 (стр. 2).
[2]) Там же, гл. 52, л. 81 (стр. 206).
[3]) Плиний, Естественная история, II, 23, 21, 87.
[4]) Ср. Аристотель, Метафизика, I, 1, 980a.
[5]) Гесиод, Феогония, 278.

дить"[1]). С ним согласен божественный Платон: „От всеблагого [т. е. от бога]—говорит он,—далеки зависть и все подобное ей; он пожелал все сделать так, чтобы природа каждого могла бы вместить блаженство"[2]. Боэций свидетельствует:

«Форме блага чужда зависть» и т. д.[3]).

Если, стало быть, по замыслу вашему, мы многого не можем знать, молю вас, разрешите мне, благосклонные, эти мои сомнения путем правдивого наставления!

Тогда Аполлон, улыбнувшись, взглянул на окружавших его Муз и Науки и повелел им: «Научите его тому, о чем он просит!» Тотчас же Арифметика сказала: «Все движения неба соизмеримы». Воспрянув, Геометрия возразила ей, молвив: «Нет, некоторые из них несоизмеримы». И так как завязалась тяжба, Аполлон приказал той и другой стороне защищать аргументами свою позицию передо мною, восхищенно внимавшим.

Арифметика молвила первая: «Вечный творец и непобедимый защитник всяческой истины! Тебе подобает развеять тучи теснин и рассеять темный мрак ума, погруженного в неведение, дабы воссиял блеск истины прилежным дарованиям и ее чистота стала явной в справедливом ее приговоре, подтверждаемом божественною волею, дабы никто больше не думал дурно о мере и пропорции мира, и не осмеливался утверждать о достойных вещах что-либо недостойное или ложное. Нет сомнения, утверждение сестры нашей Геометрии, противоположное нашему, умаляет благость божественную, разрушает совершенство мира и лишает небо красы, наносит нам оскорбление и явно отнимает красоту у всей совокупности сущего. Ведь всякая пропорция несоизмеримых величин исключена из области чисел, почему по своим свойствам она и называется иррациональной и глухой. Недостойным, следовательно, и неразумным кажется, чтобы божественный разум устроил таким смутным образом небесные движения, посредством каковых прочие телесные движения достодолжно упорядочиваются и

---

[1]) Клавдиан, О похищении Прозерпины, III, 27—28.

[2]) Платон, Федр, 247а.

[3]) Боэций, *Об утешении в философии*, III, *метр*. 9—MPL, т. 63, 758.

протекают разумно и равномерно. Хотя некто и сказал[1]), что в предметах математики нет хорошего и лучшего, ибо теоретические заключения не относятся к области выбора или практики, тем не менее некоторые фигуры и определенные числа считаются более достойными, то ли по некоей скрытой природной причине, то ли потому, что они бывают наличны в более совершенных вещах. Так, тройка благороднее других чисел, как свидетельствует Аристотель в первой книге «О небе»[2]). Оттого и говорит некто: «Все вещи—три, и тройка существует в любой вещи и мы не нашли это число сами, а природа научила нас ему» [23]. О том же Вергилий:

«Нечет средь чисел радует бога»[3]).

Так, круг у Аристотеля[4]) называется совершеннейшей из фигур. И наш Пифагор одни фигуры и числа отнес на сторону блага; другие, наоборот, поместил на стороне зла в своем двучленном соответствии[5]). Если так обстоит с фигурами и числами, то так же надлежит говорить и об отношениях, по свидетельству Аверроэса в 3-й книге «О небе», говорящего, что древние высоко ставили двойное отношение, отчего некто связал дальнее и горнее двойным отношением. Следовательно, одни отношения лучше других. Если это доказано, всякий тотчас же, как бы по естественному внушению, признает, что одни рациональные отношения достойнее других рациональных. Стало быть, подобно тому как небесным кругам приличествует более совершенная фигура, так с их движениями согласно более благородное отношение, равно как и телам, которые Аристотель из-за их достоинства и превосходства наименовал шаровидными, присуще всяческое телесное великолепие[6]). Иррациональное же отношение (или несоизмеримость) скорее следовало бы назвать диспропорцией и лишением. Оно и называется лишением. Коль скоро, стало быть, оно есть предрасположение к более

---

[1]) Ср. Аверроэс, Физика, II, комм. 74 (т. IV, vol. 61 recto).
[2]) Аристотель, О небе, I, 1, 268a.
[3]) Вергилий, Цирис, 373.
[4]) Аристотель, О небе, II, 4, 286в.
[5]) Аристотель, Метафизика, I, 5, 986a.
[6]) Аристотель, О небе, II, 4, 287a.

хорошему, красивому и совершенному, явно не следует лишение, означающее несовершенство, изъян и безобразие, полагать в том, что не лишено никакого подобающего ему совершенства. Ведь вся красота и все, что радует взор, заключены в рациональной пропорции, согласно авторам, писавшим о перспективе[1]) [24]. Так и гармонии, услаждающие слух, и все составы красок, вкусовых веществ и благовоний, смешиваются в определенной соразмерности. Притом не все даже рациональные отношения производят в чувствах наслаждение, но только определенные. О них говорит Аристотель: «Созвучий же мало»[2]) и эти отношения почитаются среди прочих наиболее достойными. Наоборот, всякое иррациональное отношение в звуках оскорбляет слух, во вкушаемых веществах — вкус, в запахах — обоняние и т. д., по мнению Аристотеля, ибо они не нравятся. Это может происходить, по-видимому, только вследствие их диспропорции с ощущением и некоего неблагообразия, каковое неприлично приписывать вечным движениям, дабы таковым столь великими безобразием и непристойностью не была запятнана красота неба. И такая диспропорция оскорбляет не только чувство, но и интеллект, коль скоро согласно 10-му положению II книги Евклида при вычитании одной несоизмеримой величины из другой возникает некая бесконечность, при созерцании которой мысль становится тупой, ум теряется, ибо этот непостижимый хаос бесконечности делает души ленивыми и печалит их. Следовательно, он не отвечает интеллекту, и иррациональная пропорция не пропорциональна этому носледнему. Вот почему древние говорили что душа состоит из некоего численного и гармоничного отношения. И если эта иррациональная пропорция не соответствует и не нравится нашему духу, каким образом можем мы полагать, что движущие небесами интеллигенции, считая ее наилучшей, руководствуются в движении столь безотрадной и доставляющей огорчение неоднородностью, хотя сами они в обращении и ликовании кругов наслаждаются высшею радостью. Ведь если мастер,

---

[1]) Вител о, Перспектива, IV, 148, стр. 185. Ср. Альхазен, Оптика, II, 59, стр. 65.

[2]) Аристотель, Об ощущении и ощущаемом, гл. 3, 440а.

строящий вещественные часы, делает все движения и колеса по возможности соразмерными, насколько более должны мы полагать это о том зодчем, о котором сказано, что он все устроил «числом, весом и мерою»[1]). Между тем, несоизмеримые величины не измеряются числами. Также Боэций утверждает, что все, проистекшее от предвечного начала вещей, было образовано по закону чисел[2]). Оттого древние и говорили, что формы вещей подобны числам. И Платон также утверждает, что демиург связал четыре телесные стихии непрерывной пропорцией, включающей два кубических числа и два их средних пропорциональных[3]). И Боэций: "Ты, кто числами связуешь стихии„[4]). Следовательно, неразрушимые начала мира и их элементы движение предпочтительно связывает узами числовой аналогии. И если нечто у нас иногда пропорционируется в несоизмеримых отношениях вследствие своей непрерывной изменчивости, это случается, говоря словами Аристотеля[5]), потому только, что дольнее полно смятения из-за своей удаленности от божественного блага, т. е. от божества, которое такого порядка не допускает у себя на небесах [25].

Доселе я показала, каким образом утверждение, противоположное моему, губит красоту вселенной и отнимает у богов их благость. Теперь я хочу поведать, сколько бед оно приносит нам. Я — первородная среди математических наук и главенствую над ними, отчего Макробий, на основании многих доводов, и заключает, что число старше поверхности и линии[6]). Если, стало быть, изгнать меня из небесных обителей, то в какой части мира я останусь или куда бегу? Не буду ли я изгнана за пределы мира? О Иордан мой [26], напрасно ты меня так тонко исследовал! Кто удостоит меня взглядом, если мои числа нельзя применить к небесным движениям? И если Музыка сводит числа к звукам, то

---

[1]) Книга премудрости Соломона, IX, 21.

[2]) Боэций, Наставления в арифметике, 1, 2, стр. 12.

[3]) Платон, Тимей, 32b.

[4]) Боэций, Об утешении в философии, III, метр. 9—MPL, t. 63, col. 759.

[5]) Ср. Аристотель, О возникновении животных, II, 1, 731b; Аверроэс к указ. месту Аристотеля (т. VII, л. 200 об.).

[6]) Макробий, Комментарий к «Сновидению Сципиона», I, 5, стр. 494.

почему Астрономия не может привести их в согласие со своими движениями? Если мною счисляются число небес и их светила, то почему движения их не могут быть измерены моими числами? Зачем хотите вы меня низвести с моего звездного престола, лишить меня моего родового дома? Конечно, вам не удастся это! С верховным триединым всех владыкой я обитаю даже превыше звезд, с ним, кто, трехликий, правит всем в мире, мощно досягая от края и до края, кто располагает все приятно, то есть гармонично, ограждая все вещи от иррациональной грубости. Стало быть, иррациональная пропорция справедливо почитается вовсе изгнанной из движений неба, производящих мелодические созвучия. Ведь всякая такая пропорция дисгармонична, неблагозвучна, неуместна, а потому чужда всякому созвучию. Она больше свойственна странным и нестройным рыданиям печального ада, чем движениям неба, которые создают музыкальные мелодии и пленяют своим дивным строением великий мир. Итак, наша милая дочь, сладчайшая Музыка, лишилась бы небесной чести, а между тем она, по свидетельству многих философов, имеет свою долю в царстве небес. Наш Пифагор потому-то и заявлял, что слышал верховную гармонию, посредством которой небеса как бы возвещают славу божию. Ибо по всей земле разносится звук их, наполняя весь мир и сладостью этой гармонии демиург вселенной умеряет связь всего мироздания.

Также Туллий рассказывает в книге 6-й «О государстве» сновидение Сципиона. „Какой это сильный, и вместе приятный звук,— говорит Сципион, — наполняет уши мои?" Дед его Сципион разъясняет ему то, что он увидел во сне: „Этот звук,— говорит он,— связанный неравными интервалами, но вместе с тем выделяющийся должным соответствием своих частей, производится импульсом и движением самих сфер, и приводя к равновесию звуки высокие и низкие, порождает уравновешенное разнообразие созвучий. И внешний бег неба неподвижных звезд, чье обращение наиболее быстро, движимо звуком высоким и сильным; а самым низким движимо здешнее лунное и нижнее" и т. д.[1]) [27]. Изъяс-

[1]) Цицерон, О государстве, VI, 18, 18.

няя это, Макробий говорит так: «Вот почему Платон в своем „Государстве", когда трактует о подвижности небесных сфер, утверждает, что в каждом круге восседает Сирена, знаменуя, что движением сфер возглашается песнь богам, ибо Сирена значит по-гречески «поющая богу». Языческие поэты-теологи полагали также, что девять Муз суть мусикийское пение восьми сфер и одно величайшее созвучие, получающееся из всех них. Оттого Гесиод в своей „Феогонии" именует восьмую музу Уранией, т. е. Небом, подразумевая восьмое небо неподвижных звезд и добавляя: „оттого поет небо"[1]). И дальше: «Теологи, одобряя мусикийские звуки, пользовались ими при жертвоприношениях, а в гимнах богам также применялись в строфе и антистрофе метры стихотворных напевов, дабы строфой обозначить движение сферы неподвижных звезд, антистрофой—различные попятные движения планет. От этих двух движений получил начало первый в природе гимн, посвященный богу. И также мертвых провожать до могилы с пением было предписано в установлениях большинства народов, из убеждения, что, покинув тело, души, как полагают, возвращаются к источнику музыкальной сладости, т. е. к небу. Ведь даже и в этой жизни всякая душа пленяется музыкальными звуками, отчего не только люди более воспитанные, но и все, где бы то ни было, варварские народы занимаются пением, либо для того, чтобы воодушевить себя к доблести, либо чтобы млеть в неге наслаждения; ибо душа вносит в тело память о музыке, которую слышала на небе, и бывает пленена чарами пения, так что нет ни одной столь черствой, столь грубой души, которую не захватило бы волнение этих услад. Также птицы» и т. д.[2]). Вот почему некто и говорит в «Поликратике»: «Весьма справедливо, что душа умягчается прелестью сродного ей и отвыкает от всего чуждого, когда доносятся до нее созвучия ее собственной родины и открываются тайны лучшего естества»[3]). А теперь я возвращаюсь к Макробию, который

---

[1]) Ср. Гесиод, Феогония, 78.

[2]) Макробий, Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, 3.

[3]) Иоанн Салисберийский, Поликратик, I, 6— MPL, т. 99, столб. 401.

дальше говорит: «Сама душа мира всем живым сообщает жизнь

Роду людскому, скотам и племени пестрых пернатых,
Чудищам грозной пучины под мраморной водною гладью.

По праву, следовательно, увлекает музыка все, что живет, ибо небесная душа, оживотворяющая вселенную, получила начало от музыки. Она, побуждая тело мира к движению сфер, производит звук, разделенный неравными интервалами, но отмеченный должным согласием частей»[1]). Так пишет Макробий. Боэций же утверждает: «Не напрасно сказано Платоном, что душа мира была слажена музыкальным согласием»[2]). И он же говорит: «Нельзя сомневаться, что строй нашей души и нашего тела, видимо, основан в известном смысле на тех же пропорциях, посредством которых образуются гармонические модуляции»[3]). И тот же Боэций различал троякую музыку. Первую он назвал мировой, говоря о ней: «Мировую следует усматривать в том, что явлено в небе либо в сочетании стихий, либо в смене времен»[4]). И добавляет: «Вот почему в этом небесном кружении не может отсутствовать должный порядок модуляции. Ведь если бы некая гармония не соединяла различия и противоположные силы четырех стихий, каким образом могло бы случиться, чтобы они образовали единое тело и сочетание?»[5]). Также и другой автор в «Поликратике» говорит о музыке, что «она объемлет вселенную мощью своей силы, разнообразием обличий и повинующимися ей числами, примиряя разногласящее и разнозвучное множество всего, что существует в вещах и в речах, законом своих пропорций, то есть законом некоей многоликой справедливости. Ведь ею приводится в равновесие небесное и управляется земное [...]. Вот почему некими тайными ходами природы через неприметные холмы она просачивается повсюду своею живительной мощью и сообразно каждой природе и субстан-

1) Макробий, Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, 3, 11, стр. 594.
2) Боэций, Наставления к музыке, I, 1, стр. 180.
3) Там же, стр. 186.
4) Там же, I, 2, стр. 187.
5) Там же, I, 2, стр. 188.

ции модулирует действенность разума, ощущения, жизни в каждом отдельном существе, согласно с замыслом божественного домостроительства»[1]). Гермес, отец философов, равным образом говорит: «Не напрасно ниспослан верховным божеством хор Муз к сонму людей, а именно, для того, чтобы земной мир не оказался диким, будучи лишен сладости напевов и чтобы в мусикийских людских песнопениях возносились хвалы тому, кто один есть всё, кто отец всего сущего, и, таким образом, чтобы в небесных хвалах не отсутствовала и на земле приятность гармоний» и т. д.[2]). Об этой рациональной пропорции, порождающей небесную музыку, упоминается также в священном писании, где сказано: «Кто поведает разум небес, и кто усыпит созвучие неба?»[3]).

Тем не менее, Платон полагал, что движение неба совершается без звука[4]). И Аристотелю также на нравится мнение, будто движение сфер производит шум или слышимый звук[5]). Но что же это будет тогда, коль скоро созвучие не существует без звука? А вот что: философы не думали, чтобы музыка мира была ощутима ушами, но что она уразумеваема духом, уловима для ума. И притом, согласно Гермесу [28], она постижима весьма для немногих, тех, кто «одаренные чистым умом, ощутили досточтимую заботу внушающего благоговение неба»[6]). Вот почему он же говорит: «Ведать музыку есть не что иное, как знать порядок всех вещей,— все то, что решил божественный разум, ибо порядок единичных вещей, соотнесенный в одно целое разумом мирового демиурга, создает в божественном мелосе некое созвучие сладчайшее и доподлиннейшее»[7]). А то, что такая мировая музыка неощутима телесными ушами [29], утверждает красноречивейший Кассиодор в таких словах: «Гармония неба не может быть изъяснена человеческой речью,— разум

---

[1]) Иоанн Салисберийский, Поликратик, I, 6— MPL, т. 99, столб. 401.
[2]) «Асклепий», I, 9 (т. I, стр. 302).
[3]) Книга Иова, 38, 37.
[4]) Ср. Халкидий, Комментарий к «Тимею», 102.
[5]) Аристотель, О небе, II, 9, 290b—291a.
[6]) «Асклепий», I, 9 (т. I, стр. 302).
[7]) Там же, I, 13 (т. I, стр. 310).

даровал ее только духу, природа не открыла ее ушам»[1]). Что в небе есть музыка, он же более ясно показывает, когда говорит о мире: «Ее (т. е. лиру), как говорят, изобрел Меркурий в подражание пестрой черепахе, которую, по мнению астрологов, надлежит искать среди звезд, убеждая тем самым, что существует небесная музыка, коль скоро возможно было форму лиры поместить среди созвездий»[2]). Вот почему некий поэт говорит, что «дело Солнца кифара, а лира — забота Гермеса» [30]. Опять-таки Кассиодор, прославляя музыку, говорит: «Ведь что превосходнее ее, которая одаряет небесную махину звучною сладостью и возводит к единству соответствие природы, рассеянное повсюду, прелестью своих чар»[3]). Так говорит он. Оттого древние вообразили двойной тетрахорд семи планет и простой монохорд верхнего неба неподвижных звезд, из которых в приятном безмолвии слагается гармоничный хоровод неба. И не только в небесах, но и выше, они полагали музыкальную мелодию. Вот почему пишет Кассиодор: «Ибо, как они говорят, нужно верить, что пренебесное блаженство преисполнено музыкальных услад, не ведая и не застывая в перерывах» и т. д.[4]).

Теперь мне хочется показать, в какую слепоту повергает людей тот, кто отрицает, что пропорции скоростей небесных движений выразимы числами. Ведь если это так, никто никогда не смог бы предузнать и предсказать конъюнкции и аспекты планет, предвидеть их действия, более того,— вообще вся астрология навеки останется неведомой и недоступной познанию, как доказано было раньше. А следовательно, нельзя будет ее причислить к математическим наукам. И если скорости движений неба несоизмеримы и совершенно непознаваемы, то почему создатель мира

«...высокое создал лицо человека и в небо
Прямо глядеть повелел, подымая к созвездиям очи»

(О в и д и й)[5]);

---

1) К а с с и о д о р, Смесь, II, 40, стр. 39—MPL, т. 69, столб. 573.
2) Там же.
3) Там же, стр. 38—MPL, т. 69, столб. 570.
4) Там же, стр. 39—MPL, т. 69, столб. 573.
5) О в и д и й, Метаморфозы, I, 85—86.

«К полюсу мысль увлечь, была ли польза какая
Голову ввысь подъять»... и т. д.

(Клавдий)[1])

И не только вытекает из этого постоянное человеческое неведение, но и то, что почтенный сонм философов древности тяжко погрешил, принявшись обольщать себя вымыслами о неведомом предмете. А между тем Аристотель, глава греческих философов и вечный друг истины, утверждает, что время и число суть мера движения неба[2]). Этого не было бы, если бы движение неба не могло быть измерено числом. Равным образом, все астрономические таблицы были бы совершенно неверными и невозможными. Никогда также небесные тела не возвращались бы в состояние, сходное с тем расположением, в котором они находятся теперь, или были раньше, по прошествии того великого года всех оборотов, существование которого утверждали многие философы. Оттого Платон в «Тимее»[3]), говоря о времени, и сказал: «В каковом (т. е. времени) имеет место удивительное разнообразие движений, благодаря которому светила повсюду меняют свои небесные пути. Нетрудно, однако, понять, что совершенное число времени определяет предел совершенного года, когда по завершении бега всех восьми обращений светила возвращаются словно к началу и истоку другого круговращения, размеряемого всегда одним и тем же равномерным движением». И далее: необходимо должны возвращаться «хоры светил и встречи одного с другим, разнообразные завитки, которые они описывают с восхищающим душу изяществом на периферии кругов, и обратный путь к тем местам, откуда они вышли»[4]). Не менее красиво изъясняет это Аполлоний, говоря: «Необходимо сохраняться всегда определенным обходам светил в закономерном кружении, что едва способна уловить изощренная способность человека». Оттого нелегко познается оный год, прозванный великим, время которого исполнится тогда, когда полк блуждающих светил достигнет того же предела и

[1]) Клавдий Клавдиан, О похищении Прозерпины, III, 41—42.

[2]) Аристотель, О небе, I, 9, 279a; II, 4, 287a.

[3]) Ср. Халкидий, Комментарий к «Тимею», § 14.

[4]) Там же, § 15.

положит новое начало своим скитаниям на стезях вселенной [31]. Так и в священных писаниях сказано: «Солнце восходит и заходит и возвращается к месту своему, и там, возрождаясь, движется по кругу к югу и поворачивает к северу, освещая все, обходит кругом и возвращается на круги свои»[1]). Между тем раньше уже было доказано, что если движения, посредством которых перемещается Солнце, несоизмеримы, то невозможно ему вернуться на круги свои. Также и Макробий утверждает: «Когда светила вернутся туда же, откуда однажды вышли и явят через долгие промежутки ту же картину всего неба, тогда это можно назвать тем поворотным годом, о котором я едва осмеливаюсь сказать, сколько содержится в нем человеческих поколений»[2]). По этой-то причине оные философы и полагали, что здесь, внизу, возвращаются сходные или одинаковые действия, как написано о том в священных книгах: «Что есть то, что было? То, что будет. Что есть то, что совершилось. То, что должно совершиться. Нет ничего нового под Солнцем, и никто не может сказать: вот это небывалое. Ибо уже было оно раньше в веках, до нас протекших» и т. д.[3]) Но этого не случилось бы, если бы некая несоизмеримость существовала в движениях небес. Ибо соответственно этому получались бы констелляции или расположения в небесах и действия в прочих вещах, каковых не было вовеки. А между тем платоники говорили, что те же люди вновь вернутся по свершении оного великого круговорота. Также и Клавдий:

...и в вечности строгие сроки
Вновь посылаются души к рожденью в обличьи телесном»[4]).

И Вергилий:

Всех их, когда колесо чрез тысячу лет обратится,
Снова охватит желанье на землю в тело вернуться[5]) [32].

---

[1]) Экклезиаст, 1, 5—6.

[2]) Макробий, Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, 11, 2, стр. 620 (Цицерон, О государстве, VI, 22, 24).

[3]) Экклезиаст, 1, 9—10.

[4]) Клавдий Клавдиан, О похищении Прозерпины, I, 61—62.

[5]) Вергилий, Энеида, VI, 748 и 751.

Под словом «тысяча лет» он понимает весь этот великий период. То же самое предвещает и знаменитый Пифагор, о котором Овидий говорит в «Фастах»:

«...что вновь мы способны родиться,
Думает он»... и т. д.[1]).

Этими доводами, этими свидетельствами я довольствуюсь, полагая, что ими я достаточно доказала мое мнение, каковое прошу подтвердить авторитетом вашего божественного величества».

И вот в ответ Геометрия начала защищать и подкреплять противоположное мнение в такой речи: «Первая сестра наша, щедрая на слова, скупая на мысли, наполняя божественные уши долгими околичностями, ничего в действительности не решила. Пусть она и создавала своими речами видимость правды, ничто не мешает тому, что ложь может оказаться более правдоподобной, чем истина. И несмотря на все, ее взгляд я считаю менее правдоподобным, а покажу это более сильными, хотя и меньшими по числу доводами; и отвергну ее аргументы, не отвечая по порядку и на все в отдельности, но коснувшись их лишь вкратце, что позволит обосновать наше положение и уничтожить ее доводы. Ведь она говорит, что в ее рациональных пропорциях заключаются красота и совершенство, чего я не отрицаю. Однако, небесное сияет гораздо большей и шире простирающейся красой, если тела соизмеримы и движения несоизмеримы, или если одни движения соизмеримы, другие же несоизмеримы, хотя каждое из них равномерно, нежели в том случае, если все они соизмеримы. Тогда, при сочетании иррациональности и равномерности, равномерность разнообразится иррациональностью, иррациональность же не лишается должной равномерности. По той же причине любое простое движение сфер неоднородно в отношении частей предмета, а в отношении частей времени равномерно. Ибо независимо от того, благороднее ли иррациональное отношение или нет, их слаженное сочетание прекраснее и благообразнее, чем однородная простота. Так мы видим и в прочем, что смесь элементов лучше и благороднее самого хорошего элемента. И небо превосходнее, нежели в том случае, если бы звезды

[1]) Овидий, Фасты, III, 163—164.

были повсюду сплошь, мало того,— вселенная совершеннее, благодаря наличию тленного и даже благодаря наличию несовершенного и уродов. И пение с разнообразными созвучиями усладительнее, чем если бы оно совершалось на единственном непрерывном созвучии, а именно в октаву. И картина, расцвеченная разнообразными красками, имеет лучший вид, чем прекраснейший цвет, однообразно разлитый по всей поверхности. Так и махина небес, одаренная всяческой красой, слагается из такого разнообразия, что тела основаны на числе, их индивидуальные отличия —на весе (т. е. на величине), и движения их — на мере. Если бы эта мера была числовая, не к чему было бы говорить «числом и мерою»»[1]). Следовательно, эта мера имеет в виду ту непрерывность, которая не может быть рассчитана числами. И поскольку мы не можем ее постичь, мы называем ее иррациональной и несоизмеримой. Однако часто случается, что изощренный человек в большом разнообразии воспринимает красоту и благолепие, порядок каковото различия человек грубый не замечает, считая целое смутным. Так называем мы иррациональной пропорцию, которую наш разум не способен схватить, между тем ее же отчетливо познает бесконечный божественный разум и божественному взору она нравится, находясь на своем месте и делая более прекрасными небесные движения. А на то, что сестра моя заявляет, будто мы наносим ей оскорбление, и на ее слова о первородстве, которое якобы дает ей преимущества, мы ответим, что она не имеет ни одной меры, ни одной пропорции в числах, которых мы не имели бы в наших величинах, но наряду с этим бесконечно много других обретается в величинах непрерывных, из которых ни одной не найти в дискретных величинах или числах. Мы имеем, стало быть, все, что имеет она, и вдобавок еще более. Причем же тогда ее первородство, которым она кичится? Ведь мы не лишаем неба и числовых пропорций! Но если вместе с ними в небе, где все сияет, существуют и другие, то Арифметика не терпит от этого никакого ущерба.

О речи же, в которой она повествует о музыке неба, мы скажем, что не должно верить разногласящим друг с другом

---

[1]) *Книга Премудрости Соломона*, XI, 21.

свидетелям, ибо один говорит, что такая гармония сопровождается звуком, явным для слуха, другой отрицает это, один утверждает, что верхняя сфера издает более высокий звук, другой говорит, что такой звук издает не она, а нижняя. Об этих людях говорит Плиний [33] во 2-й книге «Естественной истории»: „Они заявляют, что Сатурн движим дорийским фтонгом, Юпитер — фригийским и о прочих подобное же, занимаясь скорее забавными, чем необходимыми тонкостями" [1]). Этим он как бы заявляет, что все это выдумано произвольно и без достаточного основания.

И даже если допустить, что небеса образуют безмолвное созвучие, пропорция звуков не та же, что пропорция скоростей. Ведь если ударить по струне или барабану сильно или слабо, медленно или быстро, от этого вовсе не меняется низкость звука и никогда не варьирует от этого его высота; и звук свирели от непрерывной скорости свиста не повышается непрерывно, хотя иногда почти внезапно переходит во вдвое более высокий. То же справедливо и о других музыкальных инструментах. Вот отчего Пифагор измерял не движение кузнецов, не силу мышц, а искал пропорцию молотов и величину их определил по весу [2]). Следовательно, высота звука зависит не от скорости, а скорее от величины звучащих тел, или от их формы, или от напряжения (как в струнах), или от большей и меньшей шероховатости, как в колесе телеги, или от количества гонимого воздуха, как свидетельствует Аристотель в «Проблемах» [3]), или от нескольких указанных или подобных им причин. Следовательно, и пропорция звуков не та же, что пропорция скоростей [34]. Но что еще более важно: если бы даже созвучие и зависело от скоростей звучащих тел, пропорции скоростей неба не были бы гармоничными. Ведь говорят [35], что отношению Солнца к Венере соответствует интервал диесис, который сводится к отношению чисел 256 и 243. Между тем ни одно движение Солнца и Венеры не может

---

[1]) Ср. Плиний, Естественная история, II, 22, 20, 84.

[2]) Макробий, Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, I, 9—12, стр. 584—586; Боэций, Наставления к музыке, I, 10 и 11.

[3]) Псевдо-Аристотель, Проблемы, XI, 62, 906а.

быть выражено этим отношением. И вообще пропорция ни одного движения не соответствует какому-либо из основных созвучий. Если, следовательно, небесные сферы образуют некое созвучие при движении, это созвучие должно определяться не по скоростям движений, а по емкости или по величине сфер. Следовательно, отрицание соизмеримости движений неба нисколько не нарушает прерогатив Музыки, если только допустить соизмеримость тел, и это не препятствует Музыке в ее небесным хоре звучать для чувств или ритмично двигаться для мысли [36]. Более того, нам нравится, что в чертоге богов вместе со своими Музами она ликует и, ударяя по кифаре сфер, перед лицом Аполлона появляется приятнейшая и милейшая жонглерка.

Покажем это еще другим путем. Какая кантилена нравится, повторяемая часто или многократно? Разве такое однообразие не будет рождать скуку? Конечно, новизна более радует, и если певец не сможет или не сумеет варьировать музыкальные напевы, способные варьировать до бесконечности, его не сочтут наилучшим, но назовут кукушкой. А если все движения небес соизмеримы, необходимо тем же одинаковым движениям и действиям повторяться до бесконечности, при условии, что мир существовал бы вечно. Равным образом, необходимо быть тому великому году, который вообще перед очами божества есть словно минувший день вчерашний, даже меньше. Вот почему более отрадным и совершенным кажется и более подобающим божеству, чтобы не столько раз повторялось одно и то же, но чтобы всегда появлялись новые и несходные с прежними констелляции и разнообразные действия, дабы тот длинный ряд веков, который подразумевал Пифагор под «золотой цепью», не замыкался в круг, но уходил без конца по прямой всегда вдаль. Этого, однако, не могло бы случиться без несоизмеримости небесных движений. И не следует верить уже упоминавшимся философам и поэтам, ибо, как было сказано о других, они несогласны друг с другом в вопросе о величине этого великого года, и их слова не вяжутся с опытными данными, до сих пор полученными астрономами.

Быть может, кто-нибудь скорее уверует в эту несоизмеримость после того, что я теперь скажу. Ведь уже раньше было доказано, что если все движения неба соизмеримы, невозможно Солнцу и Луне находиться в конъюнкции или противостоянии на протяжении всей вечности, кроме как в немногих точках неба, и то же касается других аспектов, равно и прочих планет. Аналогично бесчисленны были бы меридианы, находясь на которых или вблизи которых Солнце никогда не вступало бы в Овна или Тельца, и то же — о прочих знаках зодиака. Аналогично существовало бы много градусов неба, в каковых некоторые планеты не могли бы встречаться и даже три или более не могли бы сближаться насколько угодно. И так же следует сказать о сходных последствиях, уже доказанных раньше. Такие следствия имели бы место, если предположить соизмеримость движений, что неправдоподобно и не отвечает красоте вселенной. А именно то, что некоторые части эклиптики лишены конъюнкции светочей неба или иных планет, или какой-нибудь другой иной существенной констелляции. Лучше, следовательно, будет сказать, что нет столь малой части эклиптики, в которой Солнце и Луна не находились бы или не оказывались бы в будущем в конъюнкции. И то же следует сказать и о прочем, что вытекает из несоизмеримости движений небес. А если возражают, ссылаясь на человеческое неведение, это не имеет силы. Ведь достаточно предвидеть, что конъюнкция или предстоящее затмение будут в пределах такого градуса, минуты, секунды, терции и т. д. данного движущегося тела или времени, причем не нужно предуказывать, в какой именно точке или в какое мгновение, ибо, по словам Плиния, „меру неба не ухватить пальцами"[1]. И согласно Птолемею, нельзя в таких вещах постичь истину в точности [37]. Следовательно, тот, кто в таких вещах дает решение, не приводящее к заметной ошибке, по-видимому, судит достаточно хорошо. И если бы все движения небес были известны людям в точности, то уже не нужно было бы больше делать наблюдений и бдительно примечать все, касающееся небесных круговращений. Следовательно, лучше было, чтобы о вещах столь превосходных нечто было известно, и нечто всегда оставалось неведомым для дальнейшего изыскания. Это отвлекало бы от земного благородные души предвкушением некоей сладости и, возбуждая рвение, навеки при-

[1]) Плиний, Естественная история, II, 23, 21, 87.

ковывало бы преданных столь достойному занятию к этой высокой задаче. Также, если бы движения эти были известны в точности и оный великий год был бы возможен и доступен познанию, то все предстоящее и весь порядок последующих событий мог бы быть предузнан и предвиден людьми, и они могли бы для себя изготовить вечный альманах движений и всех действий мира. Так уподобились бы они бессмертным богам, которым, в отличие от людей, дано заранее знать будущие времена и мгновения, находящиеся единственно под божественной властью. Более того: некоторые будущие события не могут быть заранее познаны человеком. И кажется некоей гордыней верить в возможность достичь предвидения будущих случайных событий, из каковых, впрочем, некоторые до известной степени подвластны силе небесных тел. Следовательно, лучше полагать несоизмеримость небесных движений, из которой эта несообразность не вытекает. Ибо, как было доказано в другом месте, если взять наугад любые неизвестные величины, правдоподобнее, что они несоизмеримы, чем соизмеримы. Точно так же, если взять наугад любое неизвестное множество, правдоподобнее, что оно не есть совершенное число, чем совершенное. Следовательно, в отношении неизвестной нам пропорции любых двух движений правдоподобнее, что она иррациональная, чем рациональная, если нет каких-либо противопоказаний, каковых в данном случае, как видится, нет, принимая во внимание вышесказанное» [38].

Не успела кончить Геометрия свою речь, как Аполлон приказывает замолчать, считая, что он уже достаточно осведомлен. А я, по вполне понятной причине смятенный восхищением и пораженный столь великой новизной предметов, раздумывал про себя: «Если всякая истина созвучна с другой истиной, то почему разногласят друг с другом эти прародительницы истины? И почему держат речь, основываясь на средствах убеждения риторики и на выводах топики те, кто обычно прибегают лишь к достовернейшим доказательствам, отвергая иные приемы аргументации? Почему вступили они на необычный для них путь менее достоверной науки?» Видя мои раздумья, отец Аполлон сказал: «Не считай настоящей распрю между этими блистательными девами, страстно любящими непреложную истину. Ведь они невсерьез играют, подражая манере более низкой науки. А мы, кто балагуря вместе с ними, взяли на себя роль сомневающегося судьи, мы рассмотрим их дело и притязания, а затем огласим истину в виде приговора». Но когда я, охваченный страстным желанием, ждал постановления,— сон улетел и заключение вместе со всею тяжбою осталось неопределенным. Не знаю, что порешил об этом судья Аполлон.

На этом кончается трактат о соизмеримости движения.

Когда я это писал, мне пришло на память то, что говорит Авраам Авенафре [39] в книге «О веке», утверждая о периодах, которые возвращаются кругообразно через каждые 75 лет. Вот его слова: «если кто скажет, что поэтому они должны были бы повторяться через 75 лет, поскольку планеты и их доля участия одинаковые и сходные. Я отвечаю: знай, что путем пропорции нельзя найти один асцендент, пропорциональный ему так, чтобы отношение одного к другому было однородным, или одинаковым вовеки, даже если бы мир продолжал существовать всегда. И ты можешь рассудить это так. Сатурн имеет много различий, как в отношении Солнца, так и верхних планет, продвигающихся за каждые 70 лет на 1 градус. По этой причине на протяжении 25 200 лет он не будет находиться к одной из верхних планет в том же отношении, в каком находился прежде, и нет нужды продолжать речь» и т. д. Далее он говорит: «Вот почему судьба одного человека не может быть подобна судьбе другого. Ибо сфера не располагается одинаково и никогда не будет точки часа, в которую вернется отношение, раньше равное ему, или имеющее быть равным ему. И мудрые арифметики знали это». Больше ничего он об этом не говорит. Но переводчик его труда с арабского на латинский, Генрих Батский, великий знаток квадривия, говорит: «Хотя множество числа может возрастать до бесконечности, однако круговращения небесных тел по необходимости конечны по виду, как будет доказано с достоверностью в другой части „Философии“. Вот почему замечено, что иногда возвращаются сходные констелляции, хотя нам неведомо время этого круговращения из-за огромности промежутков. И может быть, это и есть, на что намекает автор. Не следует, впрочем, думать, что вследствие многообразного различия движений божественных тел возможно не встречаться им или не совпадать в отдельных точках при каких-либо круговращениях, как это имеет место с линиями, не сообщающимися друг с другом (incommunicantes), которые Евклид [40] в 10-й книге «Начал» называет иррациональными или глухими из-за невозможности сообщаться друг с другом[1]). Ибо все согласовано друг другом, как свидетельствует Аристотель в 12-й книге „Метафизики"[2]). По поводу этого Комментатор говорит, что все действия внешних тел находятся во взаимном соответствии в строении мира, подобно тому как действие бревен в строении дома [41]. Это явно даже при поверхностном рассмотрении. Заметь, что если в чем-либо должны быть порядок или совместность (communicatio), то в превосходной степени и в особенности должно это быть в божественном. Вот почему нелепо полагать, будто движения вышних тел иррациональны, несоизмеримы и глухи. И это есть то, что Пифагор и другие древние хотели обозначить словом „мировая музыка". О ней сходным образом пишет Платон в „Тимее" и в других местах. Равно и Халкидий с другими бесчисленными философами. Больше не будем писать об этом». Впрочем, я думаю, что об этой материи Генрих трактовал подробнее в своем „Зерцале божественных вещей" [42], начинающемся словами: «Избирающие благую часть вещей преславных» и т. д.

---

1) Евклид, Начала, X, определение 1.
2) Аристотель, Метафизика, XII, 10, 1075а.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Ср. аналогичную «Похвалу астрономии» в сочинении Орема «Contra judiciarios astronomos» (печатный текст в книге: H. Pruckner, Studien zu den astrologischen Schriften des Heinrich von Langenstein, Leipzig, 1933, стр. 235—236). Там Орем также ссылается на то же сочинение Цицерона «О природе богов».

2. Выражение incommunicantes, которое сам Орем приравнивает к выражению contra se primi, соответствует у Евклида (Начала, VII, определение 13) термину πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. В дальнейшем переводе communicantes и incommunicantes переданы как правило выражениями «первые друг в отношении друга», «не-первые друг в отношении друга», а выражение communicare in aliquo numero (ср. ч. I, заключение 2, стр. 24) — «иметь общего множителя». В отдельных случаях глагол communicare приходится передавать *описательно, например там*, где речь идет о встрече движущихся тел в отдельных точках (см., например, приписку к трактату, стр. 88).

3. Для облегчения текста в дальнейшем описательное выражение anguli descripti circa centrum и подобные ему переводятся просто как «центральные углы».

4. Мы переводим всюду выражения circulationes и revolutiones как «обороты» и «циклы». Иногда (например ч. I, заключение 17, стр. 43) наряду с выражением revolutiones Орем пользуется, как равнозначным, термином periodi (периоды).

5. Орем цитирует «Начала» Евклида в *латинской* редакции Джованни Кампано из Новары, который в середине XIII в. комментировал это сочинение, взяв за основу перевод Аделярда Батского (1-я пол. XII в.). Я имел в руках издание с комментариями Кампано: Opus Elementorum Euclidis, Venetiis, 1482 (экземпляр ГПБ в Ленинграде). По принятой в новейших изданиях нумерации *упоминаемое Оремом предложение* есть предложение 12-е девятой книги. Ср. Начала Евклида. Книги VII—X. Пер. Д. Д. Мордухай-Болтовского, Гостехиздат, 1949, стр. 79.

6. Обозначение шестидесятеричных дробей как «физических» в противоположность «обыкновенным» появляется, видимо, впервые у магистра Гернарда, автора «Algorismus de minutiis» (XIII в.). Ср. G. Eneström, Der Algorismus de minutis des Meisters Gernardus — «Bibliotheca Mathematica», Bd. 14 (1914), S. 101. История вопроса подробнее изложена в книге: *Marshall Clagett*,

Giovanni Marliani and late medieval physics, N. Y., 1941, pp. 145—170 (Ch. VII. Vulgar fractions).

К той же теме о соизмеримости движений с «физическими» дробями Орем возвращается дальше (часть I, заключение 25-е, стр. 51).

7. Эту же мысль, что астрономы могут довольствоваться лишь приблизительной точностью, Орем развил в конце второй части трактата (стр. 68).

8. Наименьшие числа данного отношения, numeri in sua proportione minimi; Орем имеет в виду числа, получающиеся после сокращения членов отношения определенного вида на общих множителей. Например, наименьшие числа отношений 64 : 32, 16 : 8, 4 : 2, являющихся разновидностями «двойного» отношения (proportio dupla), суть двойка и единица.

9. Следует помнить, что когда Орем говорит просто о «движениях», или сравнивает их друг с другом, он по большей части имеет в виду их скорости.

10. Ср. дальше (часть III, стр. 83), где Орем отвергает мнение, будто движения Солнца и Венеры стоят друг к другу в отношении 256 : 243.

11. Имеется в виду 14-е заключение первой части (стр. 40).

12. О той же величине великого года Орем упоминает в другом своем трактате («Об отношениях отношений», гл. 4, л. 25 по венецианскому изданию 1505 г.), говоря, что на основании изложенных им принципов можно опровергнуть учение о «великом годе, который некоторые полагали равным 36 000 лет, утверждая, будто небесные тела по истечении этого срока возвращаются к прежнему положению, причем аспекты, миновавшие в прошлом, появляются в таком же порядке вновь, как и все прочее». «Это,— продолжает Орем,— некоторые привыкли опровергать не путем доказательств, но бранью и болтовней. Между тем правильно будет с философами бороться при помощи философии, и с математиками — при помощи математики, чтобы Голиаф был поражаем собственным мечом, истина становилась бы явной, а ложь была бы разрушена».

У Макробия (Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, 11) величина «великого года» определялась в 15 000 лет. Но, начиная с XII—XIII вв. все чаще стала указываться другая величина — 36 000 лет, восходящая к Птолемею, который из сопоставления собственных наблюдений с наблюдениями Гиппарха заключал, что сфера неподвижных звезд перемещается за 100 лет примерно на 1° (Альмагест, VII, 2). Это число 36 000 находим у Александра Некама в сочинении «О природе вещей» (написанном до 1200 г.), у Гильома Овернского («О вселенной», написано в 1231—1236 гг.), в энциклопедии Бартоломея Англичанина «О свойствах вещей» (ок. 1260) и др. См. подробнее L. Thorndike, A History of magic and experimental science, vol. II, London, 1923, pp. 203, 37, 418, 589, 710, 895.

13. Нумерация положения Евклида в данном случае не совпадает ни с переводом Кампано, ни с принятой в настоящее время (см. примечание 5) По переводу Кампано это — положение 8-е,

по современным изданиям — положение 12-е (ср. указанный в примечании 5 перевод Д. Д. Мордухай-Болтовского, стр. 114).

14. В рукописи, видимо, ошибка: имеется в виду не 10-е заключение трактата Орема, а 12-е (или, по нумерации Кампано, 8-е) положение 10-й книги «Начал» Евклида, на которое автор ссылается и в других местах (ср., например, часть II, заключение 2, стр. 53).

15. Ср. то, что Орем говорил выше о точности астрономических таблиц (часть I, заключение 3-е, стр. 27).

16. По нумерации перевода Кампано (см. примечание 5). По современной нумерации — положения 12 и 15 (Начала Евклида. Книги VII—X. Пер. Д. Д. Мордухай-Болтовского, Гостехиздат, 1949, стр. 114 и 117).

17. См. примечание 16.

18. По терминологии Орема удвоить, утроить и т. д. отношение значит возвести это отношение в квадрат, куб и т. д. Соответственно взять половину, треть отношения значит извлечь квадратный, кубичный корень и т. д. От удваивания, утраивания и т. д. отношений Орем отличает удваивание, утраивание и т. д. членов отношения. Это составляет основную тему его трактата «Об отношениях отношений» и, как нетрудно видеть, приводит к практическому пользованию дробными показателями.

19. В трактате «De proportionibus proportionum» Орем доказывал положение, что всякое супрапартикулярное отношение (т. е. отношение, соответствующее формуле $\frac{n+1}{n}$, где $n > 1$) несоизмеримо с другим супрапартикулярным отношением (гл. 3, заключение 5, л. 21), а в другом месте того же трактата (гл. 1, л. 18) распространял то же правило на корни, извлекаемые из тех же величин.

20. Орем применяет термин constellatio в том же смысле, что и термин dispositio (расположение), обозначая ими меняющиеся соотношения между различными светилами (планетами), а потому мы предпочитаем оставлять его без перевода (обычное значение слова — «созвездие»).

21. Ниже приводится параллельное место из «Le Livre du Ciel et du Monde» (fol. 44d—45c = III, 252—253), кое в чем дополняющее и разъясняющее текст трактата:

«Предположим для примера, что три небесных тела, Сатурн, Юпитер и Марс, перемещаются тремя или сколькими угодно по числу движениями, из которых только одно несоизмеримо с прочими, и что центры этих трех тел находятся в точной конъюнкции в какой-то точке, линии или месте. Я утверждаю, что невозможно этим трем телам на всем протяжении [бесконечного] времени, когда-либо в прошлом или в будущем, находиться в такой же конъюнкции в том или ином месте. И так же обстоит с противостоянием и любым другим аспектом или расположением. Аналогично, если одно и то же небесное тело перемещалось бы тремя или более движениями, и если предполагать, что только одно из этих движений несоизмеримо с прочими, я утверждаю, что при таком предположении подобное тело каждодневно находится в ковом расположении и его центр — в таком месте или в такой неподвижной точке, в которых оно никогда не было и не будет, всегда описывая новую линию и делая так постоянно. И коль скоро Солнце перемещается тремя или более движениями, возможно и правдоподобно, как уже сказано, что ни одно из этих движений не является соизмеримым с другими. А отсюда по необходимости следует, что при каждом из этих движений центр солнечного тела оказывается в новой точке, в которой он не был, и конец земной тени — непрерывно в такой точке, в которой он никогда не был и никогда не будет...

Далее [2-й случай]: чем дальше Солнце от Земли, тем больше становится земная тень и тем дальше простирается она в небе. И благодаря вышеуказанной несоизмеримости может случиться, что Солнце, находясь на меридиане, будет удалено от Земли настолько, что никогда ни в прошлом, ни в будущем не окажется столь же удаленным на том же меридиане. Стало быть, и земная тень имеет такую длину и настолько простирается в небе в этой части, что никогда ни в прошлом, ни в будущем не окажется подобной... И возможная несоизмеримость движений неба Луны по отношению к этой тени делает наше заключение еще более правдоподобным.

Далее [3-й случай]: если это так, и если бы случилось, что на данном меридиане Луна находилась бы в наивозможной близости к Земле, в которой она может находиться в случае затмений, и если бы она находилась в прямом противостоянии с Солнцем, в точке, называемой надиром Солнца,— что возможно,— тогда произошло бы наибольшее лунное затмение из возможных. И если некоторые движения Луны и Солнца несоизмеримы, что, как сказано, правдоподобно, то оказалось бы невозможным, чтобы когда-либо в прошлом или в будущем произошло столь же большое лунное затмение. Далее, предположим, что Луна находится от Солнца на самом дальнем расстоянии, которое требуется для того, чтобы происходило ее затмение. Тогда, по причине вышеуказанной несоизмеримости, которая правдоподобна, Солнце и Луна никогда не были и не будут столь же далеко друг от друга, когда они светят. И, следовательно, выходит, что тень Луны на небе так велика и так длинна, как никогда в прошлом и никогда в будущем, ибо Луна образует на небе тем большую тень, чем дальше она находится от Солнца».

К этому примыкает то, что говорится в трактате Орема «Об отношениях отношений» с отсылкой к другому сочинению («...многочисленные, прекрасные заключения, которые я систематизировал в другом месте»). Здесь приведены такие положения: 1. Если полное затмение Луны произошло однажды, невозможно, чтобы произошло совершенно такое же. 2. Если две планеты находятся в точной конъюнкции на определенной долготе и широте, они никогда вовеки не окажутся в конъюнкции. 3. Если три планеты однажды оказались в конъюнкции на определенной долготе так, что оказываются вместе в то же мгновение (sint simul in eodem indivisibili), невозможно им (даже если бы они двигались вечно) вновь оказаться в конъюнкции, и если им предстоит оказаться в конъюнкции, чтобы это происходило больше, чем один раз. 4. В любое мгновение отношение между небесными светилами должно быть таково, что невозможно им в будущем и в прошлом когда-либо находиться в таком же соотношении и, следовательно, в любое мгновение будет такая констелляция, которой никогда не было раньше и которой никогда вовеки не будет впоследствии.

22. Орем неполно и неточно цитирует Плиния (Естественная история, II, 23, 21, 87). Перевод полного текста Плиния таков: «Удивляюсь, куда клонит нечестие сердца человеческого, окрыленное незначительным успехом, подобно тому как в вышеуказанном случае разум дает повод к бесстыдству. Осмелились гадать о расстоянии от Солнца до Земли, и это расстояние доводят до неба (ибо Солнце находится в середине расстояния от неба до Земли), так что и меру самой вселенной становится возможным ухватить пальцами. Ведь диаметр имеет седьмые части такой величины, какой окружность имеет двадцать вторые,— как будто в точности по отвесу определяется мера неба.»

23. Орем дает в близком прозаическом пересказе три стиха из поэмы псевдо-Овидия «De vetula» («О старухе»), на которую он ссылается и в своем французском комментарии к книгам «О небе и мире» (fol. 4c et 4d, III, 190—191). Эта поэма в действительности была написана Ришаром де Фурниваль (род. в 1201, ум. ок. 1260). Интересно, что в обоих случаях Орем говорил об авторе, не называя имени («quidam», «un auteur»), т. е. очевидно зная, что поэма не принадлежит Овидию. В XIII в. мистификация породила ряд недоразумений. См. A. Birkenmajer, Robert Grosseteste and Richard Fournival — Medievalia et Humanistica, fasc. V (1948), pp. 36—41.

24. «Перспектива» (от perspicere — видеть) в средневековом значении слова — оптика вообще и в частности оптика геометрическая. Термин вполне соответствует греческому ὀπτική в первичном значении его, т. е. науке о зрении. Имеется в виду написанная в 70-х гг. XIII в. «Перспектива» Витело, на которую Орем ссылался и в других своих сочинениях (например, в трактате «О конфигурации качеств»). В тексте Витело (II, 59, стр. 65 по риснеровскому изданию) эпитет «рациональный» отсутствует.

25. Наиболее близко к этому подходит не текст самого Аристотеля (О возникновении животных, II, 1), а комментарий Аверроэса к этому месту (т. VII, fol. 200 v.): «Мы скажем, следовательно, что существует два рода подвижных существ: одни обладают вечным движением, невозникающим и неуничтожимым, индвидуальным, таковы, очевидно, более благородные подвижные существа, индивидуализованные по необходимости, и это — небесные тела; другой же род вещей это те, которые то движутся, то покоятся, то существуют, то не существуют. И эти последние по своей природе могут быть причастны бытию более совершенному и менее совершенному».

26. Имеется в виду «Арифметика» Иордана Неморария (род. во 2-й пол. XII в., ум. в 1237 г.), популярная в Средние века.

В Гос. Публичной Библиотеке в Ленинграде имеется инкунабула: Jordanus, Arithmetica decem libris demonstrata, Париж, 1496. Другое издание вышло также в Париже в 1514 г.

27. Цицероновское представление, что более высоким звукам соответствуют более высокие небесные сферы, вращающиеся быстрее, было повторено и развито у Макробия, а благодаря ему стало преобладающим в раннем средневековье. Так, Марциан Капелла в своем сочинении «О браке Филологии и Меркурия» (кн. 1, § 11) уподоблял вселенную широколиственному дереву, верхние ветви которого шумят, издавая более высокие звуки, а ветви, склоненные к земле, шумят в низких регистрах. Противоположную точку зрения находим у Боэция (Наставления к музыке, 1,27), следовавшего Никомаху. Музыкальный теоретик Регино Прюмский (ум. в 915) излагает оба воззрения, не высказываясь в пользу одного из них, но особенно подробно останавливается на взглядах Цицерона — Макробия — Марциана Капеллы (Regino Pruтiensis, De harmonica institutione, § 5 — M. Gerbert, Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum, Typis San-Blasianis, 1784, t. I, pp. 233—235).

Оба воззрения сопоставлены у Орема в его «Книге о небе и мире»: «Далее, некоторые из древних, полагавшие в небесах звук, утверждали, что небо, находящееся ниже других, т. е. лунная сфера, издает более острый или тонкий звук, а самая высокая сфера звучит всего грубее или ниже, тогда как остальные занимают среднее положение, по порядку,— всегда более низкая звучит острее. Другие принимали обратное с большим правом, ибо грубый звук зависит от объема или величины тел, звучность каковых обусловлена их формой, а сила звука зависит от быстроты движения, при прочих равных условиях. Следовательно, самая высокая сфера должна была бы издавать самый грубый или низкий звук, но звучала бы сильнее, чем нижняя» (N. Oresme, Le livre du Ciel et du Monde, fol. 126a=IV, 254).

28. Сочинение «Асклепий», входящее в состав книг, приписанных Гермесу Трисмегисту, долгое время фигурировало в списке сочинений Апулея. О судьбе этого сочинения в Средние века ср. Cl. Bäumker, Das pseudo-hermetische «Buch der 24 Meister» в сб. его статей: Studien und Charakteristiken zur Geschichte der Philosophie, insbesondere des Mittelalters, Münster i. W., 1927, S. 198—199.

29. Представление о том, что «музыка небес» не есть физическое звучание, а числовое соответствие, высказывалось уже в раннем средневековье (см. приводимые дальше в тексте Орема цитаты из Кассиодора). Однако благодаря преимущественно Макробию, в раннем средневековье преобладало противоположное представление. Регино Прюмский, например, на рубеже IX—X вв. решительно утверждал «акустический» характер небесной гармонии: «Созвучие, которое управляет всякой музыкальной мелодией, не может иметь место без звука, а звука не получается без какого-либо импульса (impulsus) или удара. В свою очередь импульс (pulsus) получается только в результате предшествующего движе-

ния (Regino Prumiensis, De harmonica institutione, § 5 — M. Gerbert, Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum, Typis San-Blasianis, 1784, t. I, p. 233).

Пирро указывает, что еще в 1376 г. Жан Лефебюр де Рессон в сочинении «Отсрочка смерти» (Respit de la mort, BN, ms. fr. 1543, fol. 242—243) без колебаний говорил о гармонии сфер в акустическом смысле (A. Pirro, Histoire de la musique de la fin du XIV siecle a la fin du XVI, P., 1940, p. 35).

Невозможность физического звучания небес пытался обосновать логическими доводами уже Аристотель. После знакомства с его сочинением «О небе» в латинском переводе, т. е. начиная с XIII в., в западноевропейской литературе участились ссылки на него не только в физических и астрономических, но и в музыкально-теоретических трактатах. Как чисто математическое соотношение понимал гармонию сфер, например, Роджер Бэкон.

Ссылку на Аристотеля можно найти и в сочинении испанского автора XIII в. Жиля де Замора «Музыкальное искусство» (I о, Aegidius Zamorensis, Ars musica, cap. 4. Gerbert, II, 377).

Подобно только что указанным авторам, Яков Льежский подчеркивал чисто математический характер «небесной музыки», отмечая, что термин «гармония» в данном случае есть «метафорическое выражение». W. Grossmann, Die einleitenden Kapitel des Speculum musicae, Leipzig, 1924, S. 82. Цит. по M. F. Bukofzer, Speculative thinking in mediaeval music — «Speculum», vol. 17 (1942), p. 166. («Speculum musicae» Якова Льежского долгое время приписывалось Жану де Мёр, или Иоанну де Мурис).

Математик и теоретик музыки Вальтер Одингтон (род. ок. 1250 — ум. 1320) писал: «Я не утверждаю, как утверждают это некоторые, что движения небесных тел производят некое созвучие или звучание, хотя бы прирожденные нам, а потому неслышимые, но что оные тела сочетаются в гармоническом соотношении и стоят в пропорциональном отношении друг к другу» (Walter Odington, De speculatione musicae — E. de Coussemaker, Scriptorum de musica medii aevi nova series, t. I, P., 1864, p. 183).

В написанном в 70-х гг. XIV в., т. е. при жизни Орема, стихотворном произведении «Echecs amoureux» говорится о гармонии сфер как о чисто «интеллектуальной» — «mélodie intellectuelle, qui est très plaisant et trez belle», или в другом месте — «armonie... doulce et belle, c'est a dire intellectuelle» (Часть, посвященная музыке, напечатана в статье: H. Abert, Die Musikästhetik der Échecs Amoureux — «Romanische Forschungen», Bd. XV, 1903/1904, Heft 3, SS. 884—925. См. стр. 896 и 901. Ср. его же статью под тем же заглавием в «Sammelbände der Intern. Musik-Gesellschaft», Jahrg. VI, 1904/1905, SS. 346—355).Общий обзор представлений о «гармонии сфер» см. в книге: H. Abert, Die Musikanschauung des Mittelalters und ihre Grunlagen, Halle a. d. S., 1905, SS. 153—154.

Приведенные цитаты показывают, что ко времени Орема преобладающей стала вторая точка зрения.

Свою позицию к обеим точкам зрения на «гармонию сфер» Орем точнее определил во французском комментарии к книгам

«О небе»: «Итак, мы имеем, что небесные тела своими движениями не производят ощутимого звука. И, может быть, некоторые древние, полагавшие в небе гармонию, не имели в виду, что небо производит такой звук, а имели в виду, что на небе есть своего рода музыка, заключающаяся в пропорциях количеств и качеств, движений, сил и воздействий небесных тел» (Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 125b=IV, 253).

30. Очень вероятно, что в приводимой далее цитате Орем перефразировал два стиха Сидония Аполлинария (см. Apollinaris Sidonii Epistulae et carmina — Monumenta Germaniae Historica, Auctores antiquissimi, t. VIII, Berolini, 1887, p. 173). В другом своем сочинении «О конфигурации качеств» Орем цитировал другую строку из того же стихотворения (см. выше, стр. 12).

Стихи Сидония в переводе означают: «Аркад [Меркурий] и Властитель твердынь [Аполлон] заиграли на звучных струнных инструментах. Второй — более искусный в бряцании на кифаре, первый — на лире».

31. Орем имеет в виду заключение 12-е второй части трактата (стр. 64).

32. Орем цитирует два стиха из «Энеиды» Вергилия (VI, 748 и 751), пропуская промежуточные и забывая о грамматическом согласовании. В нашем переводе мы постарались это сгладить. Полностью все четыре стиха читаются так (перевод В. Я. Брюсова):

Всех их, когда колесо чрез тысячу лет обратится,
Бог призывает к реке Летейской строем великим,
С тем, чтобы, память утратив, свод увидели вышний
Снова они и желанье познали бы в тело вернуться.

33. Перевод текста Плиния дан по исправленному современному чтению, так как чтение в доступной мне рукописи Орема искажено. Впрочем, и в современном чтении текст Плиния остается неясным; в частности, невразумительны выражения «дорийское» и «фригийское звучание», о которых Т. Рейнак откровенно признавался, что он отказывается их понять (Th. R e i n a c h, La musique des spheres — Revue des études grecques, t. XIII, 1900, p. 439).

34. В качестве параллели можно было бы привести следующий отрывок из неопубликованного трактата Орема «De configuratione qualitatum» — «О конфигурации качеств» (Часть II, гл. 15, рукопись Парижской Национальной библиотеки, 14580, л. 50): «Звук имеет также способность к двоякого рода интенсификации — в смысле высоты (acucies) и в смысле силы (fortitudo). Их разница доказывается путем опыта (experimentum), ибо низкий (gravis) звук трубы (tuba) или барабана сильнее движет слух, нежели высокий (acutus) звук флейты (fistula) или тонкой свирели (canna). Аналогично, ударив по струне или барабану, мы замечаем, что высота звука всегда остается униформно одинаковой, пока длится звук, и тем не менее сила его непрерывно ослабевает. Следовательно, звук имеет соответственно и способность к двоякой ремиссии [ослабеванию интенсивности], — в смысле того, что называется низким по сравнению с высоким, и в смысле того, что называется слабостью

(debilitas) по сравнению с силой. В отношении первого вида интенсификации и противоположной ей ремиссии Боэций пытается указать причину, но о втором виде не говорит».

Различение высоты и силы звука, устанавливаемое Оремом, отсутствует у Макробия, пользовавшегося большим авторитетом в средневековье. Вот что мы читаем в его Комментарии к «Сновидению Сципиона»: «Мы сказали, что звук никогда не бывает без сотрясения воздуха. А то, что звук получается более высокий (acutior) или более низкий (gravior), это производит удар. Когда удар большой и быстрый, он дает звук высокий, а когда он более медленный и вялый,— звук более низкий. Указанием является прут, который, воздействуя на слух, повышает звук, если бить им по воздуху быстро, и производит впечатление более низкого звука, если им бить медленнее. То же самое мы видим и в лирах (fides): если натянуть струны туже, они звучат выше, а если ослабить их, то ниже... Не иное мы усматриваем в свирелях (tibiae),— из отверстий, ближе расположенных к губам дующего, выходит звук более высокий (acutus), а из отверстий более далеких и ближе расположенных к концу — более низкий (gravior). Равным образом, более высокий — через более крупные отверстия, более низкий — через более узкие. Причина того и другого по существу одна и та же, так как дуновение там, где оно начинается,— сильнее, и слабее там, где оно кончается, и так как с большей силой оно происходит через большее отверстие, а обратное бывает при отверстиях узких и дальше расположенных» (М а к р о б и й, Комментарий к «Сновидению Сципиона», II, 4).

35. Орем, видимо, основывается на Боэции, который в одном месте своих «Наставлений к музыке» (I, 27) утверждал, что движения Венеры и Солнца соответствуют звукам parhypate hypaton и lichanos hypaton, а в другом месте (IV, 11) определял соотношение между этими звуками (в энгармоническом тетрахорде) как диэсис (256 : 243). У Плиния (II, 22, 20) и Цензорина (гл. 13) соотношение приведено другое, а именно $1^1/_2$ тона.

36. Во французском комментарии к сочинению «О небе» (fol. 127a=IV, 256) Орем говорил об «удивительном явлении», относительно которого ничего не нашел у других авторов (un merveilleus signe lequel je n'ay pas apris par doctrine d'autre). При этом он ссылался на другой, более ранний, свой труд «Algorismus proportionum», относящийся к 1368 г. (ср. Der Algorismus proportionum des Nicolaus Oresme, hrsg. von M. Curtze, Berlin, 1868, S. 30). Сущность этого «удивительного явления» заключается в соответствии между основными музыкальными интервалами и астрономическими аспектами, иллюстрируемом чертежом. Между диаметром (ab) и сторонами вписанных треугольника (ac), квадрата (ad) и шестиугольника (ae) существуют следующие соотношения:

$$\frac{ab}{ac}=\sqrt{\frac{4}{3}},\quad \frac{ab}{ad}=\sqrt{2},\quad \frac{ab}{ae}=2,$$

$$\frac{ac}{ad}=\sqrt{\frac{3}{2}},\quad \frac{ac}{ae}=\sqrt{3},\quad \frac{ad}{ae}=\sqrt{2}.$$

С другой стороны, отношения, 2 : 1, 3 : 2, 4 : 3 и 3 : 1 соответствуют октаве, квинте, кварте и дуодециме. Основываясь на этом, Орем утверждал: «...отношения между аспектами неба — все гармонические или части гармонических, и не только гармонические, но и консонантные или части консонантных» (Le Livre du Ciel et du Monde, fol. 127b = IV, 256). Орему не могло быть известным аналогичное утверждение Витрувия (I, 1, 16) о том, что «астрономы могут рассуждать вместе с музыкантами о симпатии звезд и созвучий в квадратурах и тригонах, квартах и квинтах».

37. По всей вероятности имеется в виду то место «Четверокнижия» Птолемея (кн. I, гл. 2), в котором идет речь о сопоставлении древних наблюдений с новыми и об ошибках, проистекающих из неумелого пользования ими. Птолемей указывал, что обнаруживающееся в большинстве случаев несовпадение объясняется тем, что обработка их в целом носит лишь приблизительный, а не вполне достоверный характер. Далее: наблюдения не могут совпасть и потому, что полного возвращения прежнего состояния нельзя ожидать либо вовсе, либо в срок, обозримый человеческим умом. Комментируя это место, уже Абу-л-Хасан-Али-ибн-Ридван (род. ок. 998, ум. в 1061 или 1067) использовал его для критики учения о великом годе, в частности воззрения Албумасара. «И ты уразумеешь,— писал Али,— если смыслишь что-либо в арифметике, что это есть великое заблуждение». Он добавляет, что не был в состоянии найти общее число, которое могло бы быть положено в основу составления таблиц. Ср. Liber quadripartiti Ptholemei id est quatuor tractatuum... cum commento Haly Heben Rodan, Venetiis, 1484 (другое издание — там же, 1493), fol. 7 recto (оба издания — в ГПБ в Ленинграде).

Торндайк указал, что аналогичная мысль («великий год» невозможен из-за несоизмеримости движений Солнца и Луны), была высказана до Орема в анонимном трактате, состоящем из шести книг (Париж, Национальная библиотека, 6752) и написанном после 1323 г. (L. Thorndike, A History of magic and experimental science, vol. 3, N. Y., 1934, p. 582).

38. На вопросах вероятности (probabilitas) и правдоподобия (verisimilitas) Орем подробнее остановился в трактате «Об отношениях отношений», который он и имеет в виду. Здесь говорится (гл. 3, л. 22 по венецианскому изданию 1505 г.), что «если взять какие угодно или сколько угодно чисел по порядку, число совершенных или число кубических чисел будет гораздо меньше, чем число прочих, и чем больше их брать, тем больше становится отношение не-кубических к кубическим, или не-совершенных к совершенным». «Вот почему и при играх, если кто-нибудь спросит о неисследованном числе, кубическое ли оно или нет, надежнее отвечать, что нет, ибо это кажется вероятнее и правдоподобнее». Далее (гл. 4, л. 25) доказывается положение: «Если даны две скорости, отношение между которыми неизвестно, правдоподобно, что их отношение иррационально и эти скорости будут несоизмеримы, и в особенности, если дано несколько скоростей, правдоподобно, что одна будет несоизмерима с другой из них. И чем больше их

берут, тем правдоподобнее такое суждение. Вслед за тем отдельно утверждается то же о проходимых путях и о времени. Из последнего тезиса делается вывод: «Следовательно, правдоподобно, что день и солнечный год являются временами несоизмеримыми, а если это так, то невозможно определить истинную величину года; например, если год продолжается столько-то дней и часть дня, несоизмеримую с днем». Орем продолжает: «Из сказанного вытекает следующее заключение. Если даны два движения небесных тел, правдоподобно, что эти движения несоизмеримы, и весьма правдоподобно,что какое-либо движение неба несоизмеримо с каким-либо движением другой сферы. И если бы обратное было истинным, то все же нельзя было бы это узнать. И в особенности это кажется истинным потому, что из несоизмеримых движений неба проистекает гармония, как я покажу впоследствии».

Несколько дальше (гл. 5, л. 25) Орем уточняет понятия «возможного» и «вероятного». В тех случаях, когда у нас нет оснований утверждать один из членов дилеммы, мы говорим о простой возможности. Примером простой возможности могут служить суждения: «число звезд четное», «число звезд нечетное». Мы называем возможным, но лишенным вероятия (non probabile), трудно предположимым (non opinabile) и неправдоподобным (non verisimile) суждение: «число звезд кубическое». О суждении «число звезд не кубическое» говорим, наоборот, что оно возможно, вероятно и правдоподобно.

39. Авраам Авенафре — Абраам бен Эзра (род. ок. 1089/92 г., ум. в 1167). Перевод упоминаемой книги «О веке» (De seculo) был закончен в 1281 г. Генрихом Батским из Мехлена. Сочинение встречается в рукописях под разными названиями: «Трактат о коньюнкциях планет и круговращениях годов», «Книга о круговращениях годов», «Книга о мире и веке». Под последним названием оно было напечатано в Венеции в 1507 г. в собрании сочинений Абраама бен Эзры (Abrahe Avenaris... Opera). См. G. Wallerand, Henri Bate de Malines. Speculum divinorum et quorundam naturalium. Louvain, 1931 (Les Philosophes Belges, IX, fasc. I), стр. (14)—(16).

40. И здесь, как и в других случаях, Орем пользовался переводом Кампано (см. примечание 5), у которого встречаются те же выражения: irrationales sive surde.

41. В соответствии с текстом Аверроэса (Metaphysica, XII, com. 52, t. VIII, fol. 352 verso) следовало бы исправить чтение парижской рукописи lignorum на liberorum, т. е. вместо «бревен» читать «свободных людей». Вот перевод соответствующего текста Аверроэса: «Подобно тому как свободные люди (liberi) не имеют дозволения делать все, что хотят в доме, но все их действия основаны на взаимной помощи, подобно этому обстоит и с небесными телами, тогда как те, кто находится ниже их, уподобляются слугам и овчаркам (lupi), охраняющим дом».

42. Из этого сочинения (полное заглавие см. в примечании 39), написанного в промежуток времени между 1281 и 1302 гг., Валлеран напечатал только первые две книги.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Отрывок из трактата Орема «Об отношениях отношений»

В предисловии трактата Орема «De proportionibus proportionum» при обзоре содержания тема его заключительной шестой главы определена так: «Я скажу в ней о несоизмеримости небесных движений, исправляя кое-что из того, чего кратко коснулся в другом месте, обратив внимание на немногое». Фактически темы, имеющие отношение к тому же вопросу, затронуты уже в предшествующей, пятой главе. Связь между обеими главами явствует также из того, что в тексте эти главы именуются первой и второй частью и соответственно делаются ссылки на заключения этих частей (или глав). Ниже приведен текст заключений обеих глав (без доказательств), переведенный с весьма несовершенного венецианского издания 1505 г. и сверенный с рукописью Парижской Национальной библиотеки (ms. lat. 7378A). При внимательном чтении нетрудно заметить многочисленные параллели к трактату «О соизмеримости...»

Глава 5

Заключение 1. Если два движущихся тела перемещаются по кругам или окружностям за одинаковые времена и с теми же конъюнкциями, они проходят пути, соизмеримые друг с другом. И если отношение одного круга к другому не такое же, как отношение пройденных путей (т. е. если, например, круги равные, а тела обладают неравными движениями), необходимо этим телам оказываться в конъюнкции в точке, в которой они окажутся в конъюнкции в другой раз и в которой они уже раньше были в конъюнкции.

Заключение 2. Сколько бы ни было движущихся тел, подобных вышеуказанным, они имеют на своих кругах места (или точки) конъюнкций, счисляемые конечным числом, и при вечном движении, при бесконечном повторении эти точки до бесконечности будут повторяться.

Заключение 3. В каком бы расположении ни находились [такие] движущиеся тела в определенный момент, они были в том же расположении и будут в том же бесконечное число раз, попадая в те же места.

Заключение 4. Если два движущихся тела перемещаются неодинаково и в несоизмеримом отношении вокруг центра, и если при своей конъюнкции они оказываются в какой-то точке, то невозможно им ни в будущем, ни в прошлом находиться в конъюнкции, даже если бы они двигались вовеки.

Заключение 5. Точки, в которых такие движущиеся тела оказываются в конъюнкции, бесчисленны, и бесчисленны точки, в которых будут происходить конъюнкции в будущем.

Заключение 6. Если три движущихся тела движутся в соизмеримом отношении вокруг центра, и теперь оказываются в конъюнкции, то при вечном движении они были и будут бесконечное число раз в конъюнкции, и места всех конъюнкций выражаются конечным числом.

Заключение 7. Возможно, что три движущихся тела, перемещающиеся вокруг центра с неодинаковой скоростью и в соизмеримом отношении, никогда не будут в конъюнкции.

Заключение 8. Возможно, что три движущихся тела, перемещающихся вокруг центра в несоизмеримом отношении, никогда не будут в конъюнкции.

Заключение 9. Возможно, что три движущихся тела оказываются на протяжении всего вечного времени в конъюнкции один раз и им невозможно находиться в конъюнкции несколько раз ни в прошлом, ни в будущем.

Глава 6

Заключение 1. Несколько движущихся тел могут оказываться в том же расположении, что и раньше, трояким образом: либо в конъюнкции, либо в противостоянии (и тогда они не образуют центрального угла или центральных углов), либо в ином расположении, и тогда они образуют центральный угол или центральные углы.

Заключение 2. Все движущиеся тела образуют конъюнкции одного-единственного вида. Два тела имеют один вид противостояния, три тела — три, четыре тела — шесть, пять тел — десять и т. д.

Заключение 3. В промежутке между любыми одинаковыми расположениями, следующими один за другим, был момент конъюнкции или противостояния.

Заключение 4. Если какие-либо три движущихся тела, расположенные определенным образом, оказываются в расположении одинаковом в собственном смысле[1]), то за промежуточное время они находились два раза в прямом противостоянии и в конъюнкции.

---

[1]) Под расположениями одинаковыми в собственном смысле Орем понимает тождественные расположения, в отличие от одинаковых в несобственном смысле, т. е. симметричных относительно точки конъюнкции.

Заключение 5. Три движущихся тела, обладающих соизмеримыми движениями, были и будут в расположениях, одинаковых как в собственном, так и в несобственном смысле, не только один или два раза, а бесконечное число раз.

Заключение 6. Три движущихся тела, обладающих соизмеримыми движениями, по необходимости будут бесконечное число раз находиться в расположении без угла [т. е. в конъюнкции или противостоянии].

Заключение 7. В каком бы расположении теперь ни находились три движущихся тела, обладающие такими несоизмеримыми движениями, как в заключении 9-м первой части, они не были в этом расположении в прошлом еще раз в тех же местах.

Заключение 8. Если три движущихся тела расположены как раньше, и однажды находились в конъюнкции, им невозможно быть в противостоянии.

Заключение 9. Три движущихся тела, расположенных как и раньше, никогда не описывают центральные углы, соизмеримые друг с другом и с прямым углом.

Заключение 10. Всякий раз, когда два из таких движущихся тел оказываются в конъюнкции, третье образует с ними центральный угол, соизмеримый прямому.

Заключение 11. Если углы *ab* и *cb* вместе соизмеримы с прямым, такие движущиеся тела никогда не были и не будут в конъюнкции.

Заключение 12. Если два из трех таких тел будут в конъюнкции, а третье — в квадратном аспекте, то никогда больше они не окажутся в конъюнкции.

Заключение 13. Если три движущихся тела никогда не бывают в конъюнкции или противостоянии, как утверждается в заключении 8-м первой части и в предшествующем заключении, то по необходимости в любое мгновение они должны находиться в таком расположении, в каком им невозможно быть в прошлом или будущем, имея в виду одинаковое расположение как в собственном, так и в несобственном смысле.

Заключение 14. Промежуточные расположения *b* и *c* варьируют подобно местам конъюнкций.

Заключение 15. При любом расположении три движущихся тела никогда не будут и не были в расположении, одинаковом в собственном смысле.

Заключение 16. Если предположить некую несоизмеримость, как раньше, невозможно предвычислить в точности место какой-либо конъюнкции, противостояния или любого другого аспекта, и любого расположения прошлого или будущего.

ТРАКТАТ БРАДВАРДИНА «О КОНТИНУУМЕ»

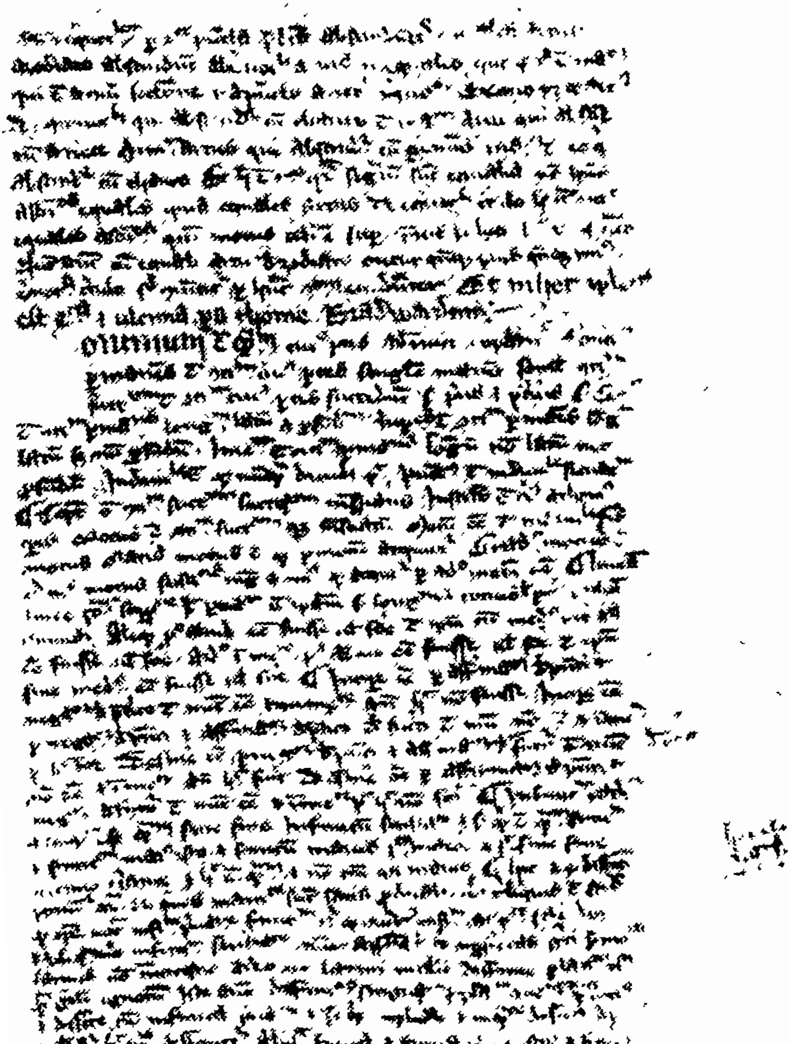
В. П. Зубов

Настоящая статья имеет целью ближе познакомить читателей с содержанием неизданного трактата Томаса Брадвардина «О континууме» (De continuo), относящегося к первой половине XIV в. Трактат известен в двух списках XIV в. Один из них находится в Торуни[1]), другой — в Эрфурте[2]). Произведение Брадвардина представляет большой исторический интерес как с точки зрения формирования наших понятий о бесконечно малом, так и с точки зрения эволюции вопроса о геометрических аксиомах. В тексте статьи дано последовательное изложение содержания трактата, а в приложении помещен оригинальный латинский текст определений, предположений и заключений (без их доказательств).

---

[1]) Описание рукописного сборника в целом см. у M. C u r t z e, Über die Handschrift, R. 4° и Problematum Euclidis explicatio der Kgl. Gymnasialbibliothek zu Thorn—Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jahrgang XIII (1868), Supplement, стр. 44—104. В настоящее время рукопись принадлежит Городской библиотеке имени Коперника в Торуни при Торунском научном обществе (Towarzystwo naukowe w Toruniu). Пользуюсь случаем выразить сердечную благодарность проф. Б. Суходольскому и проф. Е. Ольшевскому, содействовавшим получению мною микрофильма Торунского списка.

[2]) Рукопись второй половины XIV в. № 385. 4°, листы 17 recto—48 recto. См. ее описание у W. S c h u m, Beschreibendes Verzeichnis der Amplonianischen Handschriften-Sammlung zu Erfurt, Berlin, 1887, стр. 641—642. Трактат Брадвардина у Шума описан как «Tractatus de proportionibus arithmeticis geometricis, naturalibus», и автор по имени не назван. Эрфуртская рукопись содержит также другой трактат Брадвардина «О пропорциях скоростей движений» и некоторые сочинения Николая Орема.



ис. 1. Начало трактата Брадвардина по Торунской рукописи.

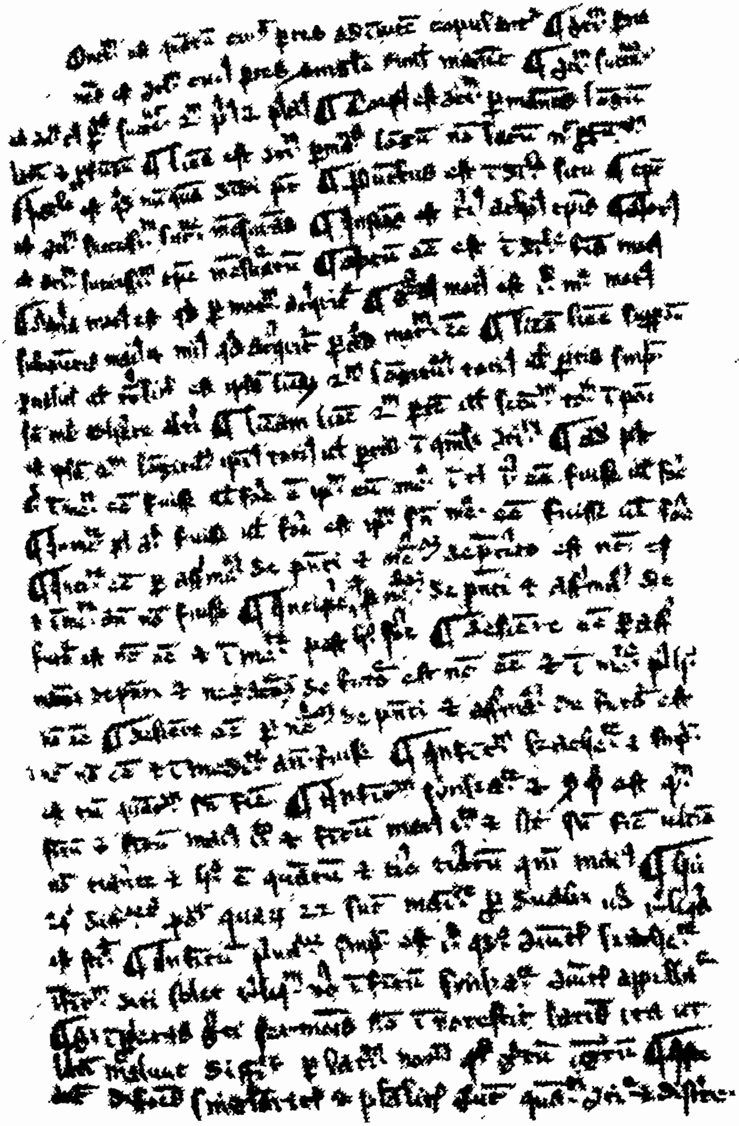


Рис. 2. Начало трактата Брадвардина по Эрфуртской рукописи.

Торунский список (рис. 1) полный, без заглавия, занимает страницы 152—192 рукописи и кончается словами: «И так, следовательно, заканчивается первая книга, посвященная строению континуума в его существенных чертах. Аминь. Конец трактата Брадвардина о континууме». Из приведенных слов как будто явствует, что предполагались (или были написаны) еще одна или несколько других книг, посвященных тому же вопросу.

В Эрфуртской рукописи (рис. 2) текст трактата неполный: он также без заглавия и обрывается на словах equales numero punctis... в середине доказательства 133-го заключения. В Эрфуртском списке много ошибок и несообразностей. Поэтому за основу мы берем Торунский список и цитируем по нему всюду, где это не оговорено особо. Однако в ряде отдельных случаев Эрфуртский список позволяет исправить Торунский. Все такие исправления существенного характера дальше оговорены каждый раз, так же как и наши собственные конъектуры. В приложении оба списка обозначаются буквами *T* и *E*, мои конъектуры — словом ego.

Чертежи в обеих рукописях отсутствуют и во всех случаях восстановлены на основании текста нами.

О трактате впервые (1868) сообщил краткие сведения с некоторыми выдержками М. Куртце[1]). Позднее (1936) им занимался Э. Штамм, который подготовил по обеим рукописям критическое издание трактата, не увидевшее света[2]). Наконец, в самое последнее время им занялся Джон Мёрдах (John Murdoch) в Висконсинском университете, также подготовивший издание трактата.

Напомним кратко важнейшие биографические сведения об авторе произведения[3]). Томас (или Фома) из

[1]) M. Curtze, цит. статья, стр. 85—91.

[2]) E. Stamm, Tractatus de continuo von Thomas Bradwardina. Eine Handschrift aus dem XIV. Jahrhundert—«Isis», vol. XXXVI (1), № 71, December 1936, стр. 13—32. На статье Штамма основывается C. B. Boyer, The concepts of the calculus. A critical and historical discussion of the derivative and the integral, N.-Y., 1939, p. 67.

[3]) Более подробные данные о жизни и трудах Брадвардина можно найти в следующих книгах: G. Lechler, De Thoma Bradwardino commentatio, Lipsiae, 1862 (вошла в переработанном виде в качестве главы в книгу того же автора: Johann von Wiclef und

Брадвардина, получивший прозвание doctor profundus (глубокомысленного доктора), родился около 1290 г. и преподавал в Оксфорде в Мертон-колледже в 20—30-х годах XIV в. С 1335 г. он жил в Лондоне, а в 1338 г. совершил путешествие во Фландрию и на Рейн. Он умер во время эпидемии чумы летом 1349 г.

Помимо трактатов «О континууме» и «О пропорциях» (известного также под заглавием «О пропорциях скоростей движений») Брадвардин написал «Умозрительную арифметику» и «Умозрительную геометрию». На протяжении XIV—XV вв. трактаты эти пользовались большим распространением и нередко комментировались.

Трактат «О континууме» Брадвардин написал, очевидно, в период между 1328 и 1335 гг., так как первым из этих годов датирован трактат «О пропорциях», на который он несколько раз ссылается в «De continuo», а в 1335 г. Брадвардин был в Лондоне, где другие занятия уже отвлекли его от математических трудов. Напомним, что в Мертон-колледже, где преподавал Брадвардин, вообще культивировалась математика.

Большинство средневековых философско-математических рассуждений о природе континуума было облечено в форму вопросов к «Физике» Аристотеля или к «Сентенциям» Петра Ломбардского. Строились они по схеме: тезисы и их доказательства, возражения на тезисы по пунктам

---

die Vorgeschichte der Reformation, B. I, Leipzig, 1873, стр. 229—244); K. Werner, Die Scholastik des späteren Mittelalters, B. III, Wien, 1883, стр. 234—306; S. Hahn, Thomas Bradwardine und seine Lehre von der menschlichen Willensfreiheit, Münster, 1905; M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, B. II, Leipzig, 1913 (Neudruck der 2. Auflage), стр. 113—120; H. L. Crosby, Jr. Thomas of Bradwardin. His Tractatus de proportionibus, its significance for the development of mathematical physics, Madison, 1955. По этому новейшему изданию трактата «О пропорциях» (известного также под заглавием «О пропорциях скоростей при движениях») даются в дальнейшем цитаты; ср. рецензию E. J. Dÿksterhuis в «Archives internationales d'histoire des sciences», № 33 (1955, octobre — décembre), стр. 390—393; G. Leff, Bradwardine and the pelagians, Cambridge University Press, 1957. В последние годы о Брадвардине в связи с юбилейной датой напомнил J. E. Hofmann, Zum Gedenken an Thomas Bradwardine, «Centaurus», vol. I (1951), № 4, стр. 293—308.

и ответ на эти возражения. Доказательства велись большей частью по схеме силлогизма, причем приемы доказательства, как правило, обнажались и выступали неприкрыто в постоянных указаниях вроде: «бóльшая посылка очевидна, а меньшая посылка доказывается так» и т. п. В отличие от этого сочинение Брадвардина не только имеет форму самостоятельного трактата, но и обнаруживает в своем построении явную тенденцию следовать изложению, «принятому у геометров» (more geometrico), т. е. по образцу «Начал» Евклида: сначала даются определения (definitiones), за ними следуют предположения (suppositiones) и, наконец, заключения (conclusiones), которые соответствуют теоремам. Однако местами Брадвардину пришлось отступать от своего образца и довольно искусственно вводить в текст заключений самостоятельные части, как, например, классификацию различных концепций континуума (заключение 31-е) или классификацию наук (заключение 57-е). Особенно заметно это в конце трактата, где то, что обозначено как заключение 141-е, уже не строится more geometrico, а превращается в рассуждение по схеме за и против, pro et contra.

Брадвардин начинает с 24 определений основных понятий (среди них понятия континуума, тела, поверхности, линии, точки, неделимого, времени, мгновения, движения, наложения и слияния линий, непосредственного и опосредствованного примыкания, начала и конца изменения, бесконечного категорематического и синкатегорематического). Он оставляет эти определения без всяких других пояснений, за исключением последних двух[1]).

После определений идут 10 предположений. Из них отметим 4-е: «Все науки оказываются истинными в том случае, когда не предполагают, что континуум составляется из неделимых». Приведенное предположение, или постулат (suppositio), разъясняется таким образом: «Автор говорит это потому, что иногда в других науках он всем этим пользуется как очевидным, поскольку было бы слишком долго все это разъяснять. Однако тогда, когда он

[1]) Различение категорематического и синкатегорематического бесконечного приблизительно соответствует более позднему различению актуальной и потенциальной бесконечности.

трактует о составлении континуума из неделимых, он не исходит из предположения, что науки эти истинны, во избежание постулирования основания (petitio principii)».

Такое замечание не совсем отвечает действительности. Из дальнейшего будет видно, что Брадвардин все время имел в виду не только евклидову геометрию, но и все другие науки — теорию музыки, физику, астрономию и т. д. Что станется с ними — такова его основная мысль — если предположить, что континуум состоит из неделимых? Они должны будут рухнуть, как в целом ряде мест подчеркивает он с пафосом, который особенно резко выделяется на общем фоне спокойного изложения geometrico more. Самая практика каменщиков и плотников, как говорит Брадвардин, взывает против представления о неделимых.

С кем же сражался Брадвардин? На первый взгляд кажется, что (в особенности в первых заключениях) он занимается анализом основных понятий геометрии безотносительно к реальным противникам, сражается с вымышленными или мнимыми противниками, не выходя за пределы трафаретной схемы схоластического диспута: «ты возразишь — я отвечу» (objicies — respondeo) и т. п. На самом деле это не так. Брадвардин имел перед собою вполне реальных противников: сторонников дискретной геометрии, с одной стороны, а с другой — идеи актуально-бесконечного. Нас завело бы слишком далеко детальное рассмотрение подобных споров[1]). Однако напомнить об этом следует и здесь: трактат Брадвардина был написан в атмосфере ожесточенных философско-математических споров, затрагивавших самые коренные принципиальные вопросы

---

[1]) Ср. обзор этих споров с большим количеством цитат у P. Duhem в очерке «Léonard de Vinci et les deux infinis» (Études sur Léonard de Vinci, 2-de série P., 1909, стр. 3—53 и 368—407, note E: Sur les deux infinis). Новые материалы использовала Анна-Лиза Майер (A. Maier, Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert, Roma, *1949*, стр. *155—215*: Kontinuum, Minima und aktuell Unendliches). Вопросы о «дискретной геометрии» в Средние века отчасти освещаются также в моих статьях: «Ломоносов и Славяно-греко-латинская академия», Труды Института истории естествознания и техники АН СССР, т. 1, М., 1954, стр. 5—52; «Николай из Отрекура и древнегреческие атомисты», там же, т. 10, М., 1956, стр. 338—383.

геометрии. И как бы ни оценивать позицию Брадвардина, в одном он был безусловно прав: та дискретная геометрия, которую защищали его современники — финитисты, не давала никаких практических преимуществ перед геометрией Евклида: ее разработка была продиктована философскими соображениями, чуждыми математике как таковой. Однако сами эти споры имели большое значение для математики, так как вплотную подводили к проблеме обоснования геометрии, к философской критике ее основ, не говоря уже о том, что в какой-то мере они подготовляли почву для развития исчисления бесконечно малых.

Первые 20 заключений представляют собою то, что в тексте самого трактата характеризуется как некая геометрическая преамбула.

В 1-м заключении Брадвардин доказывает, что ни одно неделимое не может быть больше другого, так как это предполагало бы наличие частей в большем из них. Далее, во 2-м заключении он доказывает, что, если два континуума того же рода состоят из одинакового числа неделимых, они равны друг другу. 3-е заключение Брадвардин готов причислить к аксиомам (conclusiones notatorie): ни в одном континууме несколько неделимых не могут занимать одно и то же неделимое положение, ибо иначе множество неделимых могло бы сливаться в одно и в конечном итоге континуум мог бы быть лишен всякой величины. Делается оговорка, что речь идет о континууме не «кривом» и не «изогнутом» (non curvo nec reflexo).

4-е заключение гласит, что ни на какой прямой несколько точек не могут находиться на одинаковом расстоянии от конца, а отсюда делается вывод, что в любом континууме любые два неделимых находятся на неодинаковых расстояниях от обоих концов. Доказательство ведется от противного: часть не может быть равна целому. Если противник скажет, что точка c (рис. 3) непосредственно примыкает к b, а потому нельзя принимать $ab>ac$, аналогичное рассуждение будет применимо и к точкам d, e и т. д.; иными словами, любую часть линии ab придется считать равной всей линии. А о том, что несколько точек не могут занимать одно положение с b, было уже сказано в 3-м заключении.

Отсюда вытекает, что на прямой к одному неделимому с одной стороны не могут непосредственно примыкать несколько неделимых и что к точке на прямой с обеих сторон может непосредственно примыкать не более двух точек (заключение 5 и следствие к нему). Нельзя из точки провести к прямой линии более двух равных прямых,

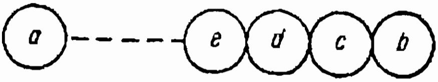


Рис. 3.

а, следовательно, прямая не может иметь с окружностью более чем две общие точки (заключение 6 и следствие к нему).

Доказательство сводится к тому, что в противном случае (рис. 4) $\angle abc = \angle acb = \angle adb$, $\angle abd = \angle adb$, т. е. внешний угол adb был бы равен смежному с ним углу adc, а при равенстве углов adc и abc линии ab и ad должны быть параллельны. Как и в заключении 4-м, в данном случае также нельзя сказать, что точки b, d, c непосредственно примыкают друг к другу, т. е. что линии ab, ad, ac не образуют треугольников, ибо и в этом случае можно продолжить рассуждение сколь угодно далеко, в отношении следующих линий и точек.

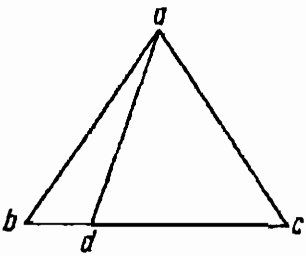


Рис. 4.

Группа заключений с 7-го по 13-е касается вопросов наложения линий друг на друга. Для правильного понимания этих заключений следует помнить проводимое Брадвардином в определениях 15 и 16 (см. приложение) различие между superponere и imponere. В первом случае между линиями нет ничего промежуточного, они остаются двумя линиями, а во втором случае они образуют непрерывное целое, т. е. сливаются в одну. Мы переводим оба термина соответственно: прикладываться и накладываться, приложение и наложение.

Проводя это различие, Брадвардин, видимо, становился на точку зрения своих противников, сторонников дискретного строения пространства, стремясь дальше поражать их собственным оружием. В случае «суперпозиции» (приложения) между двумя прямыми ничего нет, они непосредственно прилегают друг к другу, оставаясь двумя прямыми, и между ними нельзя провести никакой другой прямой. Соответственно Брадвардин утверждал, что если между двумя линиями находится одна или несколько линий, то линии эти параллельны (заключение 7-е), тогда как между «приложенными» друг к другу линиями не существует никаких промежуточных точек (заключение 8-е). В самом деле, предположим, что имеется одна такая точка e между линиями ab и cd (рис. 5). Если провести через нее линию kel, она либо пройдет между ab и cd — тогда между последними двумя линиями есть и другие промежуточные точки, т. е. линии параллельны и не «наложены» одна на другую, — либо, проходя через e, проведенная линия не будет проходить между ab и cd, а пойдет частью поверху, по линии fg, частью понизу, по линии hi, и тогда частично будет параллельной ab, а частично нет, что невозможно, так как параллельные линии не встречаются.

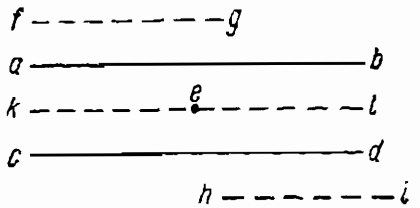


Рис. 5.

Иначе говоря, если между линиями ab и cd есть одна точка, то везде должны быть и другие, но тогда линии эти уже не «приложены» друг к другу, а параллельны друг другу.

Отсюда следует, что две «приложенные» друг к другу прямые не могут иметь ни одной общей точки, находящейся между ними (заключение 9-е).

Вслед за этим Брадвардин переходит к «наложению» прямых. Одна прямая линия не может «накладываться» на другую частично, т. е. так, чтобы в другой своей части она к ней «прикладывалась» или отклонялась от нее в сторону (заключение 10-е). Брадвардин особенно выделяет это заключение, указывая, что противоположное ему утверждение является «последним прибежищем» для некоторых суемудров (est ad quosdam falsigraphos summum refugium). Против таких «суемудров» он выдвигает целых пять аргументов[1].

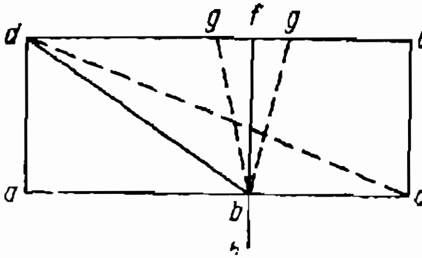


Рис. 6.

Во-первых, если «прямая» *dbc* частично сливается, а частично не сливается с прямой *abc*, то две прямые («прямая» *dbc* и прямая *dc*) замыкают пространство (рис. 6). Противник скажет, что линию *dc* провести нельзя, можно провести только «прямую» *dbc*. В ответ на это построим прямоугольник *adec*, диагональ которого *dc* делит его пополам, не проходя через *b*. Следовательно, площадь треугольника *adb* не равна площади *dbce*, ибо $\triangle\, abd = \triangle\, bdf$ и, следовательно, меньше площади *dbce*. Утверждение же, что диагональ не делит прямоугольник пополам, противоречит «Началам» Евклида. Если, наконец, скажут, что диагональ *dc* проходит через *b*, то с равным правом можно сказать, что та же диагональ, проведенная от *c* к *d*, должна пройти через симметричную точку на *de*.

---

[1]) Выражение falsigraphus, которое мы переводим «суемудр», соответствует аристотелевскому термину ψευδογράφος (О софистических доказательствах, гл. 11, 171b). «Псевдограф», по Аристотелю, *отличается от эристика* («*спорщика*») и *от софиста* тем, что пользуется ложными доказательствами, но не выходит за пределы той или иной науки и ее принципов (в данном случае геометрии).

«Псевдографы», с которыми полемизировал Брадвардин, полагали, исходя из финитистских концепций, что возможно частичное «приложение» и частичное «наложение» линий. Этим, например, они пытались объяснить соответствие между точками концентрических окружностей: два «смежных» радиуса большей окружности в одной своей части «прикладываются» друг к другу, а в другой «накладываются», оставаясь прямыми.

Во-вторых, *adb* есть треугольник, следовательно, продолжение стороны *ab* образует угол с *db* и, следовательно, *dbc* — не прямая.

В-третьих, восставим перпендикуляр *bf* к *ac* в точке *b*. Тогда угол *dbf* должен быть прямой. Если же он не прямой, восставим перпендикуляр *bg* к «прямой» *dbc*. Он придется либо между *fb* и *db*, и тогда «прямой» угол *dbg* меньше прямого угла *abf*, либо перпендикуляр придется по ту сторону *fb*, тогда «прямой» угол *gbc* меньше прямого угла *fbc*. Если провести далее перпендикуляр *fh* к *ac* в точке *b*, тогда «внутренний накрестлежащий» угол *dbf* равен прямому углу *hbc* и вместе с тем составляет часть прямого угла *abf*. Наконец, поскольку стороны *ad* и *fh* параллельны, прямой угол *cbh* равен углу *adb*. Но и угол *dab* прямой. Выходит, что треугольник имеет два прямых угла, или, иначе говоря, параллельные линии встречаются.

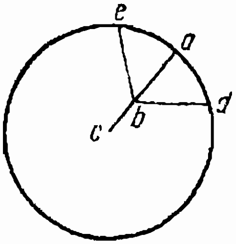


Рис. 7.

В-четвертых, у круга оказывается несколько центров. Брадвардин не удерживается от восклицания: «Лебедь ранен в ногу, прекраснейшие перья выпадают из хвоста павлина и вся геометрия сферы и круга перевернется вверх дном!» В самом деле, если из центра окружности *c* (рис. 7) выходят прямая *ca* и равные ей «прямые» *cbd* и *cbe*, то точка *b* оказывается вторым центром того же круга.

Наконец, Брадвардин приводит пятый аргумент, уже из области «физики» и «перспективы» (т. е. оптики): непонятно было бы, почему нечто легкое продолжало бы свой подъем по одному направлению, а не по другому, точно так же непонятно, почему тело, брошенное в горизонтальном направлении, луч света и т. п. сохраняли бы свое направление.

Согласно 11-му заключению (прямо вытекающему из примера круга с двумя центрами), если две точки, лежащие на одной прямой, «накладываются» на две точки другой прямой, то никакая часть первой линии не может «прикладываться» ко второй или отклоняться от нее.

В 12-м заключении доказывается, что не может одна часть линии «прикладываться» к другой линии, а другая часть отклоняться от нее. Рассуждение ведется аналогично случаю, описанному в заключении 10-м.

Подобным же образом доказывается, что если две точки одной прямой «прикладываются» к двум точкам другой или если одна точка «накладывается», а другая

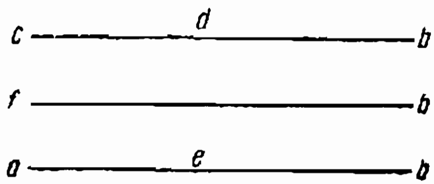


Рис. 8.

«прикладывается», то часть одной линии не может отклоняться в сторону от другой (заключение 13-е). Пусть точки b прямых cb и ab «накладываются», а точки d и e «приложены» друг к другу. Расстояние между d и b может быть делимое или неделимое (рис. 8). В первом случае db «прикладывается» к eb, а часть cd отклоняется в сторону, что невозможно (см. заключение 12-е). Во втором случае это неделимое и точка d, т. е. две точки, «прикладываются» к ab, что противоречит первой части 13-го заключения. Если между d и b вовсе нет расстояния, проведем линию bf между cb и ab. Она не может проходить между d и e, так как эти точки «приложены» друг к другу и между ними нет промежутка. Следовательно, bf пройдет через точку d, т. е. будет «накладываться» на cdb в двух точках, и тогда (согласно заключению 11-му) она не может отклоняться в сторону.

Следующие три заключения посвящены углам. Сначала доказывается, что любая прямая, пересекающая другую прямую, пересекает ее в какой-либо одной из своих точек и не более чем в одной (заключение 14-е). Эта точка e должна принадлежать обеим линиям ab и cd, иначе, если бы она принадлежала только линии ab, линия cd не была бы непрерывной. Вместе с тем (согласно заключению

5-му) к точке на прямой с одной стороны может непосредственно примыкать не более чем одна точка.

В заключении 15-м как вывод из ранее сделанных заключений (в частности 11-го) утверждается, что две прямые, встречающиеся в одной точке, не могут иметь другой общей точки; следовательно, радиусы круга не встречаются раньше центра, а прямые, проведенные от основания треугольника к противолежащей вершине угла[1]), не встречаются нигде, кроме этой вершины.

В 16-м заключении доказывается, что прямая, проведенная из вершины треугольника, делит угол на два угла, противолежащую сторону — на два отрезка и весь треугольник — на два треугольника. Интересны в данном случае указания на возможные возражения «лжемудрствующего» (falsigraphus), а именно: а) между средней линией cd и сторонами ac и cb (или одной из них) заключена не поверхность, а линия; б) точка d непосредственно примыкает к a или к b; в) d отстоит от a и b только на одну точку. На это Брадвардин отвечает, что в первом случае (согласно заключению 7-му) такие линии были бы параллельны, но вместе с тем они встречались бы в вершине c; во втором — либо не получалось бы угла, либо опять-таки параллельные линии встречались бы, а в третьем случае, проведя линию из c в эту промежуточную точку, рассуждают дальше так же, как и раньше.

В заключениях 17—20 Брадвардин переходит к геометрии окружности. 17-е заключение аналогично предыдущему: угол касания, прямая, противолежащая этому углу, и треугольник касания делятся на две части посредством окружности большего круга. «Нельзя при этом воображать, что бо́льшая окружность в некоторой своей части сливается (imponatur) или накладывается (superponatur) на касательную». Следует ссылка на 11-е заключение и следствие 6-го заключения, а также на 3-е положение книги Фемистия «О сфере». Нельзя сказать и относительно большей и меньшей окружностей, что они совпадают в какой-то своей части.

---

[1]) В рукописях: ad latus illi oppositum, что не дает смысла. В следующем, 16-м заключении это утверждение понимается именно так, как нами указано в тексте.

18-е заключение, вспомогательное, касается построения дуги полуокружности, меньшей на данном отрезке прямой. 19-е заключение гласит: если одна и та же хорда стягивает дуги разных окружностей, меньшие половины окружности, то меньшая дуга принадлежит большей, а бо́льшая — меньшей окружности, или, иначе говоря, большей окружности будет соответствовать меньшая дуга, меньшей — бо́льшая дуга. Отсюда Брадвардин выводит

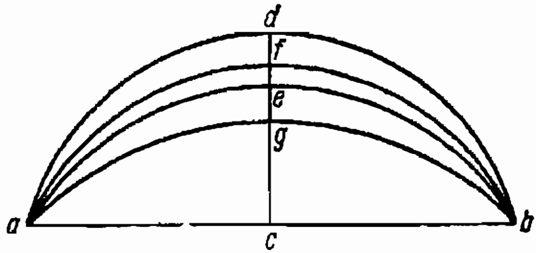


Рис. 9.

«удивительное следствие» (porisma admirandum), относящееся к физике: поверхность жидкости, налитой в сосуд, становится более выпуклой, когда этот сосуд находится ближе к Земле (к ее центру), и менее выпуклой, когда этот сосуд перемещают на высоту [1]).

В 20-м заключении наиболее важным является следствие: в с я к у ю п р я м у ю м о ж н о р а з д е л и т ь н а м н о ж е с т в о о т р е з к о в. Оно непосредственно вытекает из самого заключения, которое показывает, что перпендикуляр *dc* (рис. 9), восставленный в середине хорды *ab*, можно разделить посредством дуги *aeb* круга, меньшего, чем круг, которому принадлежит дуга *agb*, и большего, чем круг с дугою *adb*. «Суемудрствующий», может быть, скажет, что *e* примыкает непосредственно к *c*

[1]) С подобными рассуждениями можно встретиться уже раньше у ал-Хазини (XII в.) и Роджера Бэкона (XIII в.) Ср. E. W i e d e m a n n, Inhalt eines Gefässes in verschiedenen Abständen vom Erdmittelpunkte nach Al Khâzinî und Roger Baco, — Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge, B. 39 (1890), стр. 319. Роджер Бэкон также говорит об этом как о «великом чуде природы». R. B a c o n, Opus majus, ed. J. H. Bridges, pars IV, cap. XI, vol. I, London, 1900, стр. 157—159.

и d (1-й случай) или что между c и e, e и d находится всего по одной точке, а следовательно, нельзя провести несколько промежуточных дуг (2-й случай). Однако, отвечает Брадвардин, в первом случае либо возможно построить промежуточные дуги afb и agb, и тогда, следовательно, c и d не примыкают непосредственно к e, либо нельзя построить, и тогда дуги adb и agb должны накладываться на дугу aeb или сливаться с нею, т. е. быть ей равными. Во втором случае несколько дуг должны будут проходить через одну точку и вместе с тем, так как они находятся на расстоянии друг от друга, придется различать разные деления на хорде.

За этими геометрическими вводными заключениями (preambula geometrica) следуют вводные физические заключения (preambula physica) от 21-го до 29-го.

Согласно заключению 21-му, если точка линии или части линии движутся в одном направлении, то и любая часть этой линии и любая промежуточная точка движутся в том же направлении, что и конец линии. Иначе точка или часть линии отрывались бы от целого. Не может происходить отклонения и на одно неделимое, ибо это противоречило бы заключению 10-му, согласно которому невозможно, чтобы две линии в одной части сливались, а в другой накладывались друг на друга.

Заключение 22-е утверждает, что любой отрезок прямой может описать круг при вращении вокруг неподвижного своего конца.

В заключении 23-м с отсылкой к трактату Брадвардина «О пропорциях движений»[1]) и к сочинению «О кривых поверхностях»[2]) говорится, что для каждой точки обращающегося радиуса можно в точности определить ее скорость, а именно: поскольку окружности пропорциональны диаметрам и радиусам, постольку скорости точек пропорциональны расстояниям их от неподвижного центра.

---

[1]) См. Crosby, цит. соч., cap. 4, pars 2, concl. 2, стр. 130.

[2]) Имеется в виду комментарий XIII в. к 1-й книге Архимеда «О шаре и цилиндре», опубликованный M. Clagett под заглавием «The De curvis superficiebus Archimenidis. A medieval commentary of Johannes de Tinemue on book I of the *De sphaera et cylindro* of Archimedes», Osiris, vol. 11 (1954), стр. 295—346.

Заключение 24-е: какое бы равномерное и непрерывное движение ни было дано, существует другое такое же, более быстрое или более медленное, стоящее к первому в конечном отношении. Заключение доказывается (иллюстрируется) на том же примере различных точек вращающегося радиуса. Отсюда следует, что любое конечное пространство может быть пройдено равномерным и непрерывным движением в любое конечное время. В заключении 25-м тот же тезис распространяется на другие виды последовательного «движения» (изменения)[1].

26-е заключение утверждает, что при непрерывном пространственном движении движущееся не может занимать несколько положений сразу и находиться в одном положении на протяжении нескольких мгновений. Доказывается тем, что в противном случае можно было бы «одновременно находиться в Оксфорде и во всех местах мира, чего не допускает наука о природе»[2]. Находиться в одном положении на протяжении нескольких мгновений значило бы одновременно двигаться и покоиться. Следствие распространяет это положение на другие виды движения.

Заключения 27—29 посвящены разъяснению понятий incipit и desinit: когда говорится incipit (начинает) и истолковывается как отрицание прошлого и утверждение настоящего (например, теперь есть, а раньше не было), то под настоящим понимается не отрезок времени, а мгновение, тогда как под прошедшим непременно подразумевается время. Точно то же — при истолковании incipit как отрицания настоящего (теперь, в настоящее мгновение, нет) и утверждения будущего (потом, в последующее время, есть). Аналогично, когда говорят desinit (перестает), то утверждают бытие в данное мгновение и отрицают бытие в последующее время, либо отрицают бытие в настоящее мгновение и утверждают бытие в предшествующее время.

---

[1]) «Движения» в широком аристотелевском смысле, охватывающем как движение в пространстве, так и качественное изменение, возрастание и убыль.

[2]) В Эрфуртской рукописи указание на Оксфорд отсутствует и положение сформулировано в более общей форме.

Эти различения были весьма распространены в XIV в. и породили целую литературу об incipit и desinit. Из приведенных различений вытекало, что когда incipit истолковывается в смысле утверждения настоящего и отрицания прошедшего, то нет последнего момента небытия, но есть первый момент бытия; когда же incipit истолковывается в смысле отрицания настоящего и утверждения будущего (где опять-таки настоящее есть мгновение, а будущее — время), то есть последний момент небытия, но нет первого момента бытия (мы бы сказали, что при возрастании переменной величины от нуля нельзя указать первого ее значения, следующего за нулем). Брадвардин касается этих вопросов довольно бегло, чтобы вернуться к ним несколько позже, в заключениях 50—55.

Заключение 30-е открывает новую часть трактата и гласит: если один континуум (т. е. один вид континуума) каким-либо образом состоит из конечного или бесконечного множества неделимых, непосредственно примыкающих одно к другому, то и любой другой вид состоит из них[1]).

Что же касается заключения 31-го, оно является своего рода перефразированием предыдущего (см. приложение). Здесь же, в 31-м заключении, приведена классификация различных точек зрения на континуум, которую Брадвардин положил в основу всего дальнейшего изложения. «Для понимания этого заключения нужно знать, что относительно строения континуума существует пять взглядов, распространенных среди древних и нынешних философов. А именно: одни, как Аристотель, Аверроэс и большинство нынешних, утверждают, что континуум не слагается из атомов, а из частей, делимых без конца. Другие же говорят, что он слагается из неделимых, притом двояко, ибо Демокрит полагает, что континуум слагается из неделимых тел, а другие, что он слагается из точек. В свою очередь эти последние разделяются на двое, ибо Пифагор, глава этого направления, Платон и наш совре-

[1]) Что это заключение следует понимать именно применительно к разным видам континуума, следует хотя бы из заключения 43-го.

менник Вальтер полагают, что континуум слагается из конечного числа неделимых, а другие — из бесконечного их числа. Их также две группы, так как одни, как наш современник Генрих, утверждают, что континуум слагается из бесконечного числа неделимых, непосредственно связанных друг с другом, а другие, как [Роберт] Линкольнский, из бесконечного числа их, связанных друг с другом опосредствованным образом».

Соответственно этой классификации в дальнейшем трактат строится так. Воззрения Демокрита вовсе не подвергаются детальной критике. Сначала критикуются вместе взгляды как финитистов, так и инфинитистов (т. е. и Пифагора, и Генриха), в той части, в которой они совпадают, а именно в утверждении, что неделимые непосредственно примыкают друг к другу (заключения 32—56). Далее критикуются финитисты—Пифагор и Вальтер (заключения 57—113), вслед за тем инфинитисты—Генрих и Роберт Линкольнский, или Большеголовый (заключения 114—139). В конце излагается собственное мнение (заключения 140—150).

Кого подразумевал Брадвардин под именами Вальтера и Генриха (Waltherus modernus и Henricus modernus)? Указания Брадвардина были впервые правильно расшифрованы Анной-Лизой Майер[1]). «Вальтер» — это Уолтер Кэттон (Catton, в латинских рукописях чаще: Chatton), который, согласно утверждению своего противника Адама Вудхэма, учил, что всякий континуум состоит из конечного числа неделимых[2]). «Генрих»—это Генрих из Харклея (Harclay), канцлер Оксфордского университета (родился около 1270 г.—умер в 1317 г.), с которым полемизировал Вильям из Ольнвика (William of Alnwik)[3]).

---

[1]) A. M a i e r, Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert, Roma, 1949, стр. 161—162.

[2]) О том же свидетельствовал *позднее Григорий из Римини*. «Determinatio Oxoniensis» Кэттона, упоминаемая Вудхэмом, пока не обнаружена.

[3]) *Вильям был непосредственным преемником Генриха в Оксфорде.* Полемика содержится в неопубликованных до настоящего времени «Determinationes» Вильяма (Болонья, около 1323 г.). См. A. M a i e r, цит. соч., стр. 162; F. P e l s t e r, Heinrich von Hark-

Перейдем теперь к более детальному рассмотрению отдельных частей трактата и остановимся сначала на первой из них, содержащей критику взгляда, согласно которому неделимые непосредственно примыкают друг к другу. Эта часть в свою очередь распадается на два раздела: доводы геометрические (заключения 32—42) и доводы физические (заключения 43—56).

Основной смысл заключения 32-го: не существует минимального градуса формы, способной к интенсификации и ремиссии[1]). Иначе существовало бы наиболее медленное движение: ведь минимальный конечный градус теплоты нагревал бы наиболее медленно и т. п.

Если бы такой минимальный градус существовал, неделимые в континууме непосредственно смыкались бы друг с другом (заключение 33-е).

Доказательство: допустим, что «максимальный холод» (имеющий конечную величину) ослабевает под действием теплоты, возрастающей до своего высшего (конечного) градуса *b*, и доходит, наконец, до «минимального градуса» холода *a*. Пусть последнее происходит при градусе теплоты *c*. Такой градус теплоты либо непосредственно примыкает к высшему градусу теплоты *b*, и тогда мы имеем то, что хотели доказать (один неделимый градус непосредственно примыкает к другому), либо он отстоит от *b* на некоторое расстояние (или на «широту», по терминологии того времени). В этом втором случае, стало быть, теплота может продолжать возрастать в пределах *cb*; но такое возрастание уже не сможет сопровождаться дальнейшим понижением холода, который, согласно предположению, уже достиг своего минимума *a*. Остается, следовательно, принять первый член дилеммы: один градус непосредственно примыкает к другому.

Если допустить существование минимального конечного градуса, то отсюда далее следует (заключение 34-е),

---

lay. Kanzler von Oxford und seine Quaestionen, Miscellanea Fr. Ehrle, vol. I, Roma, 1924, стр. 328—331. «Вопрос» (Quaestio), написанный Генрихом, пока не найден.

[1]) Подробнее об этих понятиях см. В. П. Зубов, Примечания к трактату Н. Орема «О конфигурации качеств», «Историко-математические исследования», вып. XI, М., 1958, стр. 722.

что «широта формы» содержит конечное число градусов, а континуум — конечное число атомов. Доказывается от противного: допустим, что между высшим (конечным) и низшим (конечным) градусом содержится бесконечное число градусов, и предположим, что интенсивность убывает, начиная с высшего градуса, вдвое, вчетверо и т. д. без конца, т. е. отношение между высшим градусом и этими новыми меньшими градусами возрастает до бесконечности. Следовательно, и отношение между высшим градусом и «наименьшим градусом», который должен быть меньше любого из этих градусов, возрастет до бесконечности. «Но «наименьший» градус имеет конечную величину. Если же признать, что высший градус бесконечен, то это противоречит условию. Следовательно, между высшим и низшим градусами содержится конечное число градусов.

Другое доказательство. Пусть отношение высшего градуса к «наименьшему» градусу b равно конечной величине c, а интенсивность непрерывно убывает, начиная с a до полного своего уничтожения (т. е. до нуля) в течение времени de. Тогда, очевидно, по прошествии меньшего времени df, которое стоит ко времени fe в отношении c, т. е. в момент f, мы будем иметь некий конечный градус g. Отношение a к g будет равно c. Но и отношение a к «наименьшему» градусу b равно c. Следовательно, $g=b$. Между тем $g > b$ (так как убывание продолжается на протяжении fe).

Нетрудно видеть, что в этом опровержении Брадвардин молчаливо предполагает бесконечную делимость времени, т. е. считает, что можно взять другой момент в пределах fe, которому будет соответствовать градус меньший, чем g, т. е. что градус g не есть наименьший.

После этих вводных заключений начинается собственно *опровержение* взглядов Пифагора и Генриха вместе, т. е. финитистов и инфинитистов, в той части, в которой они сходятся, а именно в признании, что неделимые непосредственно примыкают друг к другу. На это прямо указано в заключении 35-м.

Заключение гласит, что если в континууме атомы непосредственно примыкают друг к другу, то должно существовать полное соответствие между точками, непосредственно примыкающими к центру круга, квадрата и любого тела, с одной стороны, и точками окружности, сторон квадрата и поверхности тела — с другой. Достаточно провести соответствующие линии к центру, чтобы в этом убедиться. Но тогда (заключение 36-е) непосредственно к центру должно примыкать бесконечное множество точек, а отсюда вывод: две точки на плоской поверхности и неделимые в любом континууме не могут сочетаться (coniungi) друг с другом непосредственно. Пусть мы имеем два радиуса *abd* и *ace*; если представить себе точки *b* и *c* непосредственно примыкающими друг к другу, то между *d* и *e* должна ведь находиться точка *f*. Но радиус *af* (рис. 10) не встречается с *ad* и *ae* раньше, чем в *a* (следствие 15-го заключения). Следовательно, и между точками *b* и *c* должна находиться точка.

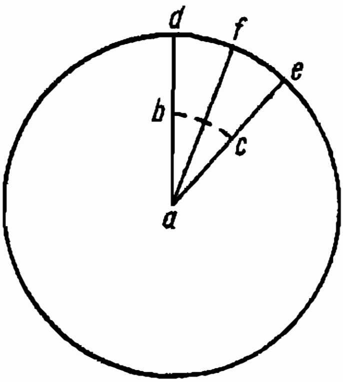


Рис. 10.

Сходным образом рассуждая дальше, придется признать (заключение 37), что между двумя неделимыми любого континуума должно заключаться бесконечное множество точек, и «всякий континиуум имеет бесконечное множество атомов» (следствие к тому же заключению).

Далее: если точки примыкают непосредственно друг к другу, то к точке в середине поверхности непосредственно примыкает 8 точек (рис. 11), а к точке в середине тела 26 [1]) (заключение 38-е и следствие к нему). Придется допустить (заключение 39-е), что всякая окружность состоит не более чем из 8 точек, отрезок прямой — не бо-

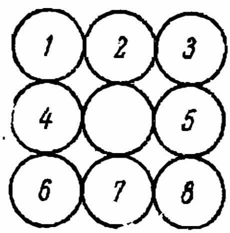


Рис. 11.

[1]) В рукописи *T* указано 50, а в рукописи *E*—10, в обоих случаях неверно.

лее чем из 3 (заключение 39) [1]. Пришлось бы также допустить, что прямой угол наименьший из возможных и что вообще не существует ни тупых, ни острых углов (заключение 40-е). А тогда «ни один треугольник, круг и вообще ни один угол не могут существовать, а пять знаменитых тел и все вообще геометрическое должно погибнуть с великим ущербом для геометрии и всей математики в целом» (заключение 41-е). При том же условии параллельные линии сходятся, ибо радиусы круга мыслятся «накладываемыми» друг на друга, т. е. не имеющими промежуточных точек (заключение 42-е).

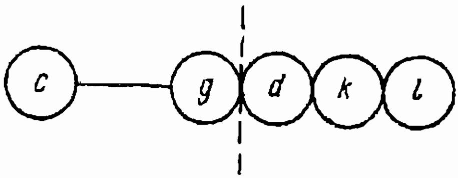


Рис. 12.

Брадвардин переходит к «физическим» аргументам.

Заключение 43-е. Если неделимые непосредственно примыкают друг к другу, то при разности скоростей в одно неделимое разность путей должна также составлять неделимое. Но в этом случае не может происходить никакого возрастания скоростей. В самом деле: если с одной скоростью проходится отрезок cg (рис. 12), а с другой скоростью, превышающей первую на один градус (на одно неделимое), отрезок cd, то разница gd не может быть делимой. Иначе можно было бы взять меньший отрезок ch, которому должна была бы соответствовать скорость, превосходящая первую скорость на величину, меньшую неделимого. Если же «увертливый суемудр» (falsigraphus cavillans) скажет, что пути cg и cd, разнящиеся на одно неделимое, не отличаются друг от друга и что разницу могут составить лишь делимые величины, то с тем же правом можно будет утверждать, что не окажется разницы между cd и ck,

[1]) Эта вторая часть заключения доказывается ссылкой на то, что периметр квадрата состоит из 8 точек, следовательно, на одну сторону приходится 3.

ck и cl, т. е. не получится разницы и на большом расстоянии. Нельзя сказать также, что только скорости образуют неделимые разности, а пути непрерывны, ибо (согласно заключению 30-му) то, что приложимо к одному виду континуума, то должно быть приложимо и к другим.

Вариациями на ту же тему являются дальнейшие три заключения (44—46), не сопровождаемые развернутыми доказательствами. Они касаются действий «природных агентов». Если обозначить действующее (agens), то, что воспринимает действие (passum), время и эффект действия через a, p, t и e, а их неделимые соответственно через Δa, Δp, Δt и Δe, то положения Брадвардина можно было бы резюмировать так: а) при возрастании a до $a+\Delta a$ и постоянных p и t эффект возрастает до $e+\Delta e$, а за время $t+\Delta t$ остается тем же; б) за время $t+\Delta t$ эффект возрастает до $e+\Delta e$, а за время $t-\Delta t$ снижается до $e-\Delta e$; в) за то же время t один и тот же агент a производит на $p-\Delta p$ действие $e+\Delta e$, а на $p+\Delta p$ действие $e-\Delta e$.

Из положения о примыкающих друг к другу неделимых вытекает далее (заключение 47), что все движения (так же как agentia и passa), разнящиеся на одно неделимое, равны друг другу. Если за определенный промежуток времени более быстрое тело проходит один путь, а менее быстрое — другой, разнящийся на одно неделимое, то за половину того же промежутка времени должны быть проходимы пути, разнящиеся друг от друга меньше чем на одно неделимое, т. е. эти пути должны быть равны, а следовательно, и скорости равны. Но если половины равны, то и все пути должны быть равны и обе скорости должны быть одинаковы.

Вариант доказательства: a и b движутся одинаково быстро. За время $2t$ точка b пройдет путь, который разнится от пути, проходимого a за время t, на одно неделимое. Выходит, что половины этих путей должны быть равны, в противном случае сами пути должны были бы разниться на две неделимых. Но если разница в одно неделимое не нарушает равенства между движениями a и b, то аналогичное рассуждение можно применить к b и c, c и d и т. д., т. е. все движения должны быть и равны друг другу, и превосходить одно другое, и быть меньше одно другого (заключение 49-е).

Из того же предположения о примыкании неделимых друг к другу вытекает, что неделимое было бы делимым (заключение 49-е). В самом деле, за определенное время «более быстрое» проходит путь, превышающий на одно неделимое путь «более медленного». За половину этого времени пути должны разниться на половину неделимого. Если сказать, что между половинами нет разницы, то и между целыми не будет разницы. Если сказать, что разница между половинами составляет точку, то из разниц между четвертями наберется четыре точки и т. д. до бесконечности. Если, наконец, «суемудр» скажет, что не всякую линию можно разделить пополам, его можно будет опровергнуть, по мнению Брадвардина, взяв два движения, из которых одно вдвое медленнее другого. Тогда последнее должно будет разделить пополам линию, состоящую из нечетного числа точек, иначе оно не вдвое медленнее другого. «Да отступит, следовательно, опровергнутый суемудр».

Далее следуют несообразности, которые Брадвардин перечисляет в заключениях 50—55. Он возвращается к тем понятиям incipit и desinit, которых уже касался в заключениях 27—29. Как мы уже отмечали, с точки зрения континуальной теории, если b есть момент первого бытия вещи, то не существует последнего момента ее небытия, и, наоборот, если момент b рассматривается как момент небытия, то не существует первого момента ее бытия. Обратное имеет место при исчезновении. Иными словами, в переводе на более современный язык это значит, что при изменении переменной величины от нуля не существует первого ее ненулевого значения и при убывании ее до нуля — последнего ненулевого значения.

В случае, если допускается существование непосредственно примыкающих друг к другу неделимых, получится, во-первых, что последний миг небытия вещи и первый миг ее бытия окажутся смежными (заключение 50-е), или, как выражается Брадвардин в терминах учения об incipit и desinit: ко всему возникающему и исчезающему будут приложимы оба термина в обоих значениях сразу (см.

определения 19—22 в приложении). Например, термин incipit будет одновременно приложим и в смысле утверждения о настоящем и отрицания о прошедшем (*a* существует в момент *b*, и его не было в прошлом), и в смысле отрицания о настоящем и утверждения о будущем, так как *a* не существует в непосредственно предшествующий момент *c* и существует в момент *b*. Между тем с точки зрения континуальной теории, если *b* есть момент первого бытия вещи, то не существует последней точки ее небытия, и наоборот, если момент *b* есть последний момент небытия, не существует первого момента ее бытия. Обратное имеет место при исчезновении.

Дальнейшие несообразности, вытекающие отсюда: должны существовать минимальный градус интенсивности (заключение 51-е), минимальная степень скорости движения (заключение 52-е). Континуум должен слагаться из атомов, т. е. в конечном итоге тело — из точек (заключение 53-е), субстанции — из субстанций, качества — из неделимых качественностей (заключение 54-е). В результате всякий континуум будет состоять как из конечного, так и из бесконечного числа неделимых (ср. следствие заключения 37-го), будет слагаться из атомов и не слагаться из них (заключение 55-е). Ведь, с одной стороны, неделимые не могут дать величины, сами не имея величины, с другой — элементы континуума должны иметь величину.

После этих антиномий и апорий в заключении 56-м делается торжественное заявление: «Ни в одном континууме, согласно вышесказанному, атомы не соединяются непосредственно друг с другом». Особо делаются ссылки на следствие 36-го и 38-го заключения и на заключение 3-е. «И подобно тому, как тройная веревка[1]) рвется с трудом, так и это заключение, доказываемое трояким образом, не легко опровергнуть».

Следующий большой раздел трактата (заключения 57—113), посвященный критике финитистов, начинается похвалой математике: «Утверждение, полагающее, что конти-

---

[1]) В рукописи *T*: firmitas triplex, в рукописи *E*: triplex funiculus.

нуум состоит из конечного числа неделимых, враждебно всем наукам, всем им противоборствует и потому всеми ими единодушно отвергается. С ним прежде всего вступает в бой математика и побеждает. Ибо она, по сравнению с прочими своими сестрами, зорче видит, более метко мечет копье и ограждает себя более надежным щитом.

Пусть не надеется никто, что он выйдет триумфатором из физического состязания, если он не будет пользоваться ее советом и подкрепляться ее помощью. Ведь она открывает чистую истину и познала всякую сокровенную тайну, имея ключи ко всем тонкостям просвещения. Стало быть, тот, кто дерзнет философствовать, пренебрегая ею, должен будет признаться, что никогда не проникнет в двери истины».

В разделе, о котором идет речь, использованы аргументы из арифметики, теории музыки, геометрии, оптики, астрономии, физики, медицины, метафизики, грамматики, логики, риторики и этики. Как мы увидим, некоторые из этих аргументов довольно случайны и искусственны и имеют главной целью произвести впечатление, что все науки без изъятия ополчаются против финитизма «Пифагора и Вальтера».

Классификация только что перечисленных наук дана в заключении 57-м. Она исходит из деления наук на теоретические (rationales) и словесные (sermocinales). Первые, в соответствии с Аристотелем[1]), подразделяются на математику, физику и теологию. Порядок математических дисциплин определяется зависимостью одной от другой: так, музыка уже предполагает астрономию, астрономия — арифметику, геометрию и оптику. Словесные науки перечислены в более правильном порядке, чем тот, который принят в самом изложении дальше, а именно здесь он следует традиционной схеме: грамматика, риторика, диалектика (логика), тогда как дальше риторика поставлена после диалектики. Этика охарактеризована частью как созерцательная (contemplativa), частью как практическая наука.

[1]) Ср. Аристотель, Метафизика, VI, 1, 1025b—1026a.

Заключение 57-е гласит, что при конечном числе атомов два континуума должны относиться друг к другу так же, как число атомов в одном к числу атомов в другом. Если один континуум стоит к другому в иррациональном отношении, то придется сказать, что существует число, стоящее в иррациональном отношении к другому. Брадвардин подчеркивает, что говорится это в условной форме («если один континуум...») потому, что становится это известно не из одной лишь арифметики, о которой идет здесь речь, а из арифметики и геометрии. В качестве примера Брадвардин приводит, со ссылкой на Евклида, «достаточно известное» (satis divulgatum) положение о несоизмеримости диагонали со стороной, напоминая, что отношение квадрата диагонали к квадрату стороны равно 4:2 и что никакой квадрат не может стоять в том же отношении к другому квадрату, ибо это значило бы, что 2 есть квадрат. В отличие от этого отношение диагонали прямоугольника к стороне может быть рациональным.

В следующем заключении (58-м) делается вывод, что при конечном числе атомов они должны непосредственно примыкать друг к другу (а следовательно, поднимаются вновь все уже ранее сделанные возражения). В частности, вследствии отмечается, что число атомов не может не быть бесконечным и что континуум не может слагаться из атомов.

Мы лишь коротко остановимся на аргументах, заимствованных из области музыки (заключения 59—65). С финитистской точки зрения ступени звуков должны образовать последовательность, соответствующую натуральному ряду чисел, начиная с единицы, которая соответствует минимально слабому звуку (debilissimus sonus). Отношения между звуками, следовательно, могут быть только рациональные. Ссылаясь на Боэция, Брадвардин показывает далее, что тон (9 : 8), как и всякое «суправартикулярное» отношение (типа $\frac{n+1}{n}$, где $n > 1$), нельзя в точности «разделить пополам», т. е. представить как квадрат отношения между двумя целыми числами. При условии, что ступени звуков образуют ряд, соответствую-

[illegible]й натуральному ряду чисел, между вторым звуком, октавой (2 : 1), и третьим, или дуодецимой (3 : 1), не окажется промежуточного звука, например ундецимы или октавы с квартой $\left(\text{т. е. } \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3}\right)$. Окажется, что созвучия между первым, вторым, третьим и четвертым звуками сведутся к октаве (2 : 1), дуодециме (3 : 1), двойной октаве (4 : 1), кварте (4 : 3) и квинте (3 : 2) и в пределах двойной октавы не окажется такого соотношения, как, например, тон (9 : 8). Тон нельзя будет разделить на малый и большой полутона, т. е. интервал между квартой и двумя тонами $\left(\frac{4}{3} : \frac{9^2}{8^2} = \frac{256}{243}\right)$ и интервал между тремя тонами и квартой $\left(\frac{9^3}{8^3} : \frac{4}{3} = \frac{2187}{2048}\right)$, как это принято в музыке. Брадвардин заканчивает следствием (заключение 65) опять в несколько риторическом стиле, выпадающем из общего стиля: «Приятное звучание всей музыки оказывается осужденным на вечное безмолвие, к великому огорчению ее звуков».

Далее (66-е заключение) следует большой раздел, посвященный геометрическим аргументам. Сначала как вывод из следствия 20-го заключения (всякую линию можно разделить на много отрезков) утверждается, что всякая прямая линия имеет бесконечное число частичных отрезков (particulares lineas). В следующем, 67-м заключении утверждается, что всякий угол (как образованный прямыми линиями, так и угол касания) можно делить до бесконечности, поскольку уже раньше было доказано, что его можно разделить на две части. Следствиями ранее доказанного (в заключениях 16, 30 и 37) являются также заключения 68—70 о делении треугольника на бесконечное число треугольников, о том, что всякая поверхность имеет (habet) бесконечное множество поверхностей, линий и точек и что всякий континуум состоит из бесконечного множества континуумов того же рода, имея бесконечное множество атомов.

Следуют доказательства от противного. Если континуум состоит из конечного числа неделимых, то существует бесконечное число дуг, которые равны прямой. Так, если на перпендикуляре *cd* к хорде *ab* существует всего 10 точек[1]), то дуга десятой «окружности» *aeb* должна совпадать с прямой *adb* (заключение 71-е). Отсюда следовало бы, что существует некий «наибольший» круг, так как и дуга всякого другого, еще большего круга, также сливалась бы с хордой *adb* (заключение 72-е).

В 73-м заключении доказывается, что при финитистских предпосылках конечному числу точек диаметра, например 10, будут соответствовать 10 перпендикуляров к этому диаметру и, следовательно, 10 точек на половине окружности. Выходит, что вся окружность вдвое больше диаметра. Брадвардин приводит здесь же два ответа, один — Вальтера, другой — Генриха. По Вальтеру, на конце каждого такого перпендикуляра находится несколько точек полуокружности, потому что перпендикуляры пересекают ее не под прямым углом. По Генриху, каждому перпендикуляру соответствует только одна точка, но между этими точками полуокружности могут оказаться одна или несколько точек не в прямом, а в косом направлении. Первое объяснение противоречит следствию заключения 6-го (линия не может пересекать окружность более, чем в двух точках), а второе — заключению 8-му (не существует промежуточных точек между «прикладываемыми», т. е. непосредственно примыкающими друг к другу, линиями).

Брадвардин, кроме того, ссылается на 3-е предложение сочинения Архимеда «О квадратуре круга[2]») и на то, что опыт каменщиков, плотников и вообще всех мастеров ручного труда доказывает ложность утверждения, будто окружность вдвое больше диаметра.

Первая часть заключения 74-го, как отмечено у самого Брадвардина, есть аргумент Альгазеля: все окружности были бы равны, ибо каждой точке большей окружности *bcd* соответствует точка меньшей *efg*. Отсюда вытекает, что

---

[1]) В рукописи *T*: quattuor, в рукописи *E*: duo. Из общего смысла рассуждения вытекает, что нужно читать: decem. Первая ошибка (в *T*) легко могла получиться при цифровом написании, а вторая (в *E*)— при писании словами.

[2]) Напомним, что оно гласит: отношение окружности к диаметру меньше $3\frac{1}{7}$, но больше $3\frac{10}{71}$.

и все круги были бы равны. И в данном случае Брадвардин полемизирует с Вальтером, утверждавшим, что радиусы окружности *bcd* встречаются до пересечения с *efg* и, таким образом, радиусов в *efg* меньше, чем в *bcd*, и, следовательно, по его собственным словам, доказательство хромает. Это утверждение Вальтера опровергается ссылкой на следствие 15-го заключения (радиусы круга не встречаются раньше центра и т. д.).

Дальнейшие выводы таковы. Заключение 75-е: некие части окружности должны были бы состоять из прямых линий, образующих углы (т. е. окружность превратилась бы в многоугольник)[1]. Существовали бы круги, не имеющие центра, а именно в случае, когда диаметры их состоят из четного числа неделимых (заключение 76-е). Круг, внутри которого находилась бы только одна точка, не имел бы диаметра и площади; угол касания мог бы быть разделен посредством прямой, так как, согласно заключению 67-му, его можно делить до бесконечности посредством дуг бóльших окружностей, а следовательно, получится бесконечное множество точек между *ab* и *bc* (рис. 13), непосредственно примыкающих к *b*. К этим точкам тогда можно было бы провести прямые (заключение 77-е).

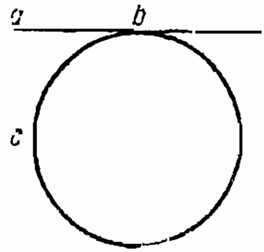


Рис. 13.

От геометрии окружности Брадвардин переходит к геометрии треугольников. При финитистских представлениях основания всех треугольников, имеющих одинаковый угол при вершине, равны друг другу: линии, проведенные к вершине *e* из всех точек основания *ab*, должны пройти через столько же точек основания *cd* (заключение 78-е).

В заключении 79-м Брадвардин показывает, что если равносторонние треугольники состоят из конечного числа точек, то эти числа образуют последовательность, полу-

[1]) Доказательство основано на том, что две смежные точки образуют прямую, а две прямые не могут в данном случае располагаться в одном направлении, иначе не получилось бы окружности.

чающуюся при последовательном суммировании чисел натурального ряда: $1+2=3$, $1+2+3=6$, $1+2+3+4=10$ и т. д. Брадвардин добавляет: «Многим это следствие кажется странным, а именно, что такие равносторонние треугольники настолько далеко отстоят друг от друга и нельзя найти какого-нибудь промежуточного, который больше одного и меньше другого».

Получается далее (заключение 80-е), что могут существовать треугольники без углов (таковы треугольники из 3 и 6 точек, у которых все точки уходят на стороны) и треугольник с одним углом (таков треугольник из 10 точек, имеющий только одну внутреннюю точку, которая и дает единственный его угол: если, например, считать таковым нижний левый, то справа остается лишь прямая из четырех точек).

Получится (заключение 81-е), что существует треугольник, каждый угол которого равен прямому, и, следовательно, параллельные линии сходятся. Это следует из того, что при указанных условиях диагональ квадрата должна быть равна *его стороне, следовательно*, она разделит квадрат на два равносторонних треугольника.

Если квадрат *abcd* состоит из 4 точек, то треугольник *abc* будет состоять из 3 точек, т. е. составлять $\frac{3}{4}$ его, тогда как согласно геометрии Евклида он составляет его половину (заключение 82-е).

Равносторонний треугольник из 10 точек не будет отличаться от круга, ибо все линии, проведенные от средней точки к любой наружной, состоят из 2 точек, т. е. равны между собой. То же будет справедливо для треугольника из 28 точек, где соответствующие линии состоят из 3 точек, и т. д. (заключение 83-е).

В заключении 84-м Брадвардин переходит к квадратам. Последовательность квадратов будет соответствовать последовательности квадратных чисел 4, 9, 16 и т. д., и никаких промежуточных квадратов не окажется. Нельзя будет построить квадрат, равновеликий любому треугольнику, например равностороннему (заключение 85-е).

В заключении 86-м Брадвардин возвращается к тезису, что диагональ квадрата будет равна стороне, и упоминает о мнении Вальтера, который говорил, что линии, проведенные из точек одной стороны квадрата параллельно двум противоположным сторонам квадрата и перпендикулярно к другой стороне, пересекают диагональ косо (oblique) в нескольких точках, а потому-то в диагонали больше точек, чем в стороне. Согласно же Генриху, две «приложенные» (т. е. примыкающие) друг к другу линии, параллельные сторонам квадрата, пересекают диагональ косо, а потому между ними находится промежуточная точка (или промежуточные точки). Против соображения Вальтера Брадвардин отвечает ссылкой на заключение 14-е (прямая может пересекать прямую только в одной точке), а против соображения Генриха — ссылкой на заключение 8-е (между «приложенными» друг к другу линиями не может быть промежуточной точки).

При все тех же финитистских предпосылках квадрат не будет отличаться от круга (заключение 87-е). Для примера берут квадрат из 9 точек и рассуждение ведется аналогично случаю треугольника. В 88-м заключении делается вывод, что тогда диагональ квадрата должна быть соизмерима со стороной, как и вообще всякая величина с другой. Квадрат из 4 точек не будет иметь ни внутреннего угла, ни диагонали, ни площади, а квадрат из 9 точек будет иметь только один угол (заключение 89-е). Параллелограммы, имеющие одну и ту же высоту и основание (равные стороне квадрата), не будут равновелики этому квадрату, а будут превосходить его в любой, сколь угодно большой пропорции, когда число точек в них станет превышать число точек в квадрате, а следовательно, можно будет сказать, что и треугольники с тем же основанием и высотою (равные половине этих параллелограммов) будут превосходить квадрат в любой, сколь угодно большой пропорции (заключение 90-е).

Если так, продолжает Брадвардин (т. е. при тех же финитистских предпосылках), пирамида и куб не будут отличаться от сферы (заключение 91-е).

Следуют два аргумента из области оптики и астрономии (заключения 92-е и 93-е). Распространение света и цвета, ви́дение по линии прямой, преломленной и отраженной, становятся невозможными, потому что они невозможны без углов. И если все круги и сферы равны (заключение 74-е) и если все движения одинаково быстры (заключение 48-е), то все небесные сферы, все их расстояния от Земли и все скорости их одинаковы.

Мы лишь коротко коснемся аргументов из области физики (scientia naturalis). В заключении 94-м доказывается, что континуум не может иметь конечное число минимальных частей, а должен был бы иметь их бесконечное множество. Доказательство основано на молчаливом предположении, что время способно возрастать и убывать до бесконечности: линия может быть проходима с разной скоростью. Следовательно, если вообще существуют минимальные части, то их должно быть бесчисленное множество (заключение 94-е). Если субстанция состоит из конечного числа атомов, то становятся непонятны сгущение и разрежение, которые нельзя понимать ни как уничтожение части атомов, ни как пространственное удаление или присоединение части атомов (заключения 95—98). В соответствии с заключением 44-м показывается, что соотношение скоростей не будет отвечать тому, которое указано в трактате Брадвардина «О пропорциях скоростей в движениях»[1]). А именно, если отношение движущего к движимому в одном случае равно 3 : 1, а в другом 6 : 2, то пути, проходимые в равные времена, равны. Но если в том и в другом случае сила движущего возрастет на одно неделимое, то проходимые пути могут возрасти только на одно неделимое и, следовательно, останутся равными, хотя отношения 4 : 1 и 7 : 2 не равны (заключение 99-е).

Физическая субстанция должна будет состоять из конечного числа неделимых субстанций (заключение 100-е). Далее (в заключении 101-м) Брадвардин возвращается к тому, что уже доказывал в заключении 49-м: линию, состоящую из нечетного числа точек, нельзя разделить пополам. Доказательство приводится в несколько ином варианте: уменьшается вдвое скорость движения, тогда должна разделиться средняя точка линии, если время остается тем же. Если время состоит из нечетного числа мгновений и скорость возрастает вдвое, тогда при про-

---

1) См. C r o s b y, *цит. соч.*, cap. 3, *стр.* 112.

хождении того же пути должно разделиться мгновение и т. п. В этой связи приводится ответ Вальтера: не может быть более быстрого и более медленного движения, чем то, посредством которого в одно мгновение приобретается одно неделимое пространства. Брадвардин опровергает это ссылкой на заключение 24 и его следствие (скорость, время и проходимые пути могут изменяться до бесконечности).

Далее доказывается (заключение 102-е), что нечто могло бы сразу оказываться в нескольких точках пространства: если траектория состоит из 4 точек, а время — из 4 мгновений, то при движении в 4 раза более быстром движущееся в одно и то же мгновение окажется в 4 точках. Более того: можно будет сказать, что оно и движется, и покоится (заключение 103-е). Наконец, все скорости окажутся одинаковыми (заключение 104-е), и, вообще говоря, вовсе не будет движения (заключение 105-е).

Дальнейшие аргументы из области медицины, метафизики, грамматики, логики, риторики и этики носят, с одной стороны, учено-орнаментальный характер и как бы должны подавить читателя разнообразием аргументов, с другой стороны, весьма показательны для своеобразно-эмпирической позиции Брадвардина: самый *факт существования* конкретных наук свидетельствует против финитистских концепций «неделимых».

Если нет движения, нельзя приобретать и терять здоровья (заключение 106-е). Все имматериальные субстанции должны быть друг другу равны по действенности (заключение 107-е.) Не будет имматериальных субстанций, обладающих бесконечной действенностью: если градус *a* бесконечен, то смежный с ним *c*, меньший, получающийся путем отнятия одного неделимого, также будет бесконечным, равным образом и следующий, еще меньший, и т. д., иначе говоря, они будут все равны. И если к *c* возможно прибавить неделимое, то с равным правом его можно прибавить и к *a*. Наконец, если *c* конечно, то путем прибавления к нему одного неделимого не может получиться бесконечного (заключение 108-е).

Далее идут несколько искусственно притянутые заключения из других областей, не прибавляющие ничего принципиально нового (заключения 109—113).

Затем Брадвардин рассматривает общее в концепциях инфинитистов — Генриха и Роберта Линкольнского (заключения 114—137). Он повторяет в заключении 114-м утверждение, что если всякий континуум состоит из бесконечного множества неделимых, то отношение между континуумами равно отношению между множествами атомов в них. В заключениях 115-118 без каких-либо новых доказательств, с отсылкой к заключениям 96—98, повторены мысли о невозможности сгущения и разрежения. Придется далее допустить, что атомы непосредственно примыкают друг к другу, если при сближении двух континуумов или делении на два континуума ничто не уничтожается и не возникает (заключение 119-е). Далее утверждается (заключение 120-е), что если говорить о неделимых, то непременно должен оказаться последний минимальный градус интенсивности и, наоборот, максимальный градус (заключение 121-е). Физический атом сможет двигать и двигаться с любой скоростью (заключение 122-е). При бесконечности неделимых в континууме движение физической поверхности, линии, точки невозможно (заключение 123-е). Отсюда следует вывод, что один конечный физический агент будет обладать одинаковой действенностью с другим физическим агентом, другой — действенностью большей и любой — бесконечно большей. В самом деле, если мгновенные действия невозможны, то физический атом должен производить определенное действие в определенный отрезок времени d, а физическое тело — в другой отрезок времени f, который может оказаться равным d или быть меньше, чем d. Если он в g раз меньше, чем d, то физическое тело можно уменьшить в g раз, и тогда оно будет обладать той же самой действенностью, что и физический атом. С другой стороны, если физический атом обладает конечной действенностью, то бесконечное число атомов должно будет обладать действенностью бесконечной (заключение 124-е).

В 125-м заключении как вывод из всего предыдущего Брадвардин заявляет в отрицательной форме, что ни одна субстанция и ни одно качество не слагается из субстанций и качеств, а в следующем заключении (126-м) указывает, что при инфинитистской концепции субстанция и качество должны слагаться из бесконечного множества субстанций и качеств. А тогда (заключение 127-е) бесконечные множества атомов должны стоять в определенном отношении друг к другу. Но это отношение окажется одновременно и отношением равенства, и отношением неравенства (заключение 128-е). Пример: совокупность всех точек (omnia puncta coniuncta) одного отрезка c, совокупность всех точек другого, меньшего, отрезка f. Они проходятся за время, совокупность мгновений которого (omnia instantia collective) h. Тогда каждому мгновению h должна соответствовать одна точка в c и одна точка в f. Следовательно, в c столько же точек, сколько в f. Если точки c будут пройдены опять за то же время h, а точки f — за большее время, совокупность мгновений которого есть k, то каждой точке f, как и раньше, соответствует мгновение h и вместе с тем соответствует мгновение k. Но $k>h$, следовательно, в f столько же точек, сколько в c, и вместе с тем больше точек. Аналогично, говорит Брадвардин, можно доказать, что таких точек меньше.

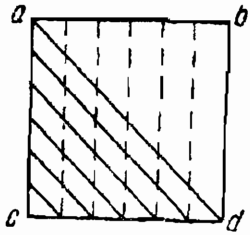


Рис. 14.

Все скорости будут равны (заключение 120-е) [1]. Несколько точек могли бы занимать одно и то же положение, так как в противном случае они находились бы в непосредственно примыкающих друг к другу положениях и конечное число неделимых могло бы образовать континуум (заключение 130-е). Более того, на том же основании можно было бы сказать, что континуум способен занимать одно неделимое положение (заключение 131-е).

Далее: поверхности, составленные из одинакового числа равных линий, должны быть равны между собой, а если число линий одинаково, но линии не равны, то поверхность, состоящая из более длинных линий, будет больше (заключение 132-е). Половина квадрата будет больше целого квадрата (заключение 133-е). В самом деле, число линий, соединяющих стороны ac и cd (рис. 14) и образующих тре-

[1]) Аргументация опять-таки основана на том, что одно бесконечное равно другому бесконечному.

угольник *acd*, половину квадрата *aecd*, равно числу точек стороны *cd*, а это число в свою очередь равно числу вертикальных линий между *ab* и *cd*, образующих весь квадрат *abcd*. Следовательно, число наклонных линий в половине квадрата равно числу вертикальных линий в целом квадрате. Вместе с тем наклонные линии длиннее вертикальных (Брадвардин ссылается здесь на положение 19-е первой книги Евклида). Следовательно, треугольник *acd* больше всего квадрата *abcd*. Если же «суемудр» вообразит, будто прямые, проведенные от *cd* к *ac*, встречаются, не

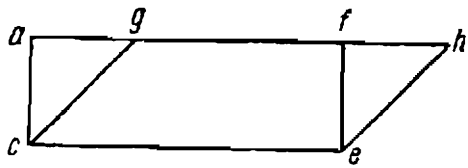


Рис. 15.

доходя до *ac*, это будет противоречить следствию 15-го заключения (прямые, проведенные от основания треугольника к противоположной вершине[1]), не встречаются по одну сторону от этой стороны).

Получится далее при тех же предпосылках, что конечная площадь может в любом конечном отношении превзойти равновеликую ей другую (заключение 134-е). Так, например, параллелограмм *cghe* (рис. 15) равновелик прямоугольнику *afec*. Все прямые (omnes recte), проведенные от всех точек *ce* к точкам противоположной стороны *gh*, по числу равны всем перпендикулярам прямоугольника *afec*, но вместе с тем они длиннее этих перпендикуляров. Следовательно, прямоугольник *afec* должен бы быть больше параллелограмма *cghe*.

Далее (заключение 135-е), четверть круга и половина круга были бы равны, точно так же — четверть треугольника и половина треугольника. Действительно, площади кругов относятся как квадраты диаметров. Если диаметр

[1]) В обоих списках: latus (вместо angulum), что не дает смысла.

круга *abc* (рис. 16) вдвое больше диаметра круга *def*, то площади относятся как 4:1. Между тем, если рассматривать круги, как слагающиеся из всех своих диаметров, то круг *def* слагается из половинок диаметра круга *abc*, или иначе: *def* слагается из того же числа линий, что и остаток *abc*, и линии эти друг другу равны. Следовательно, *def* и остаток *abc* являются половинами круга *abc*. Опять-таки и здесь отводится возражение «суемудра», что радиусы могут якобы встречаться, не достигая центра.

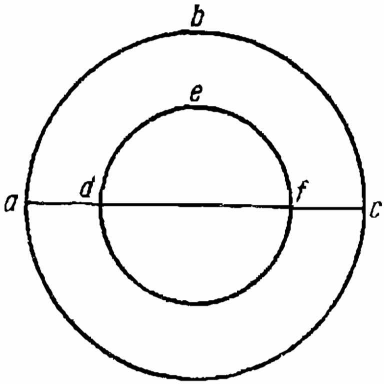


Рис. 16.

Аналогично ведется доказательство и в случае треугольника.

Далее следовало бы, что всякая окружность будет равна другой окружности, сторона квадрата — его диагонали и любая прямая — любой другой (заключение 136-е).

Заключение 137-е подводит итог всей полемике с воззрениями Роберта Линкольнского и Генриха: «Ни один континуум не может интегрироваться или составляться из бесконечного множества неделимых».

Совсем кратко в двух заключениях (138 и 139) Брадвардин касается отдельно взгляда Генриха, согласно которому бесконечное множество неделимых примыкает одно к другому непосредственно, и взгляда Роберта, который считал, что они примыкают опосредствованным образом. В первом случае и конечное множество также сможет образовать континуум (невозможность чего уже была показана). Во втором случае в итоге придется допустить, что неделимые непосредственно примыкают друг к другу, т. е. этот случай сведется к первому.

Весь раздел заканчивается риторическим обращением к читателю: «Подобно тому, стало быть, как алхимик, после многих испытаний огнем, наслаждается золотым слитком, и победитель, когда кончатся долгие труды, наслаждается триумфом, так и ты, после стольких ученых разысканий, благосклонно прими вот эту чистую истину».

Этим обращением предваряется изложение собственного мнения автора о континууме. Изложение начинается с тезиса, не сопровождаемого доказательством: «Ни один континуум не интегрируется из атомов» (заключение 140-е). За ним идет следствие: «Всякий континуум составляется из бесконечных континуумов того же вида, что и он».

Поскольку дальше затрагиваются важные принципиальные положения, относящиеся к основаниям геометрии, считаем полезным привести сравнительно большой отрывок.

«Так слагается подлинный фундамент, укрепляется столп математики и становится более прочным здание всей физики. Ни один континуум не интегрируется из атомов, иначе говоря, не слагается из них как из своих интегрирующих и квантитативных частей. Заключение это вытекает с очевидностью из вышесказанного, а именно из 70-го[1]) и 114-го заключения. И так как автор с большим успехом разъясняет, каким образом континуум не слагается, здесь, в следствии настоящего заключения, он показывает, каким образом континуум слагается, и говорит, что всякий континуум слагается из бесконечного множества континуумов того же вида, что и он, что всякая линия слагается из бесконечного множества линий, а всякая поверхность—из бесконечного множества поверхностей и т. д.

Следствие это вытекает из заключения вместе с ранее приведенными заключениями. Следовательно, все ошибочные мнения опровергаются отдельно, за исключением мнения Демокрита, утверждающего, что континуум слагается из неделимых тел; впрочем, это мнение в достаточной мере опровергается настоящим заключением и его следствием. Но все-таки кажется неправдоподобным, чтобы такой великий философ предполагал существование какого-то неделимого тела в смысле, в каком тело было определено вначале. Возможно, что под неделимыми телами он понимал неделимые части субстанции и хотел сказать, что

[1]) В рукописи *T* ошибочно: 116-го; в рукописи *E* эта часть трактата отсутствует.

субстанция слагается из неделимых субстанций. Такой смысл получается из первой книги «О возникновении и уничтожении»[1]). Однако этого не допускает разум.

По поводу вышесказанного можно было бы построить ложное рассуждение. Аверроэс в комментарии к третьей части «Физики» Аристотеля[2]) говорит: «Физик доказывает, что континуум делим до бесконечности, а геометр этого не доказывает, но предполагает как доказанное в физике. Следовательно, можно оспаривать вышеприведенные геометрические доказательства, ссылаясь на то, что геометрия всюду предполагает, что континуум не состоит из неделимых, но доказать этого не может. Однако такое возражение не имеет силы, потому что предполагается ложное. Ведь среди геометрических доказательств не содержится доказательства, что континуум не состоит из неделимых, потому что геометр не всегда в таком предположении нуждается; в самом деле, в 5-й книге „Начал" Евклид (равно как и геометр в некоторых своих доказательствах) [не] предполагает, что континуум не состоит из бесконечного множества неделимых, связанных опосредствованным образом, ибо и при обратном предположении [что континуум состоит из бесконечного множества неделимых, связанных опосредствованным образом] любое доказательство удается с таким же успехом. Это ясно индуктивно для всякого, кто умеет доказывать геометрические теоремы. И тем не менее Евклид в своей геометрии предполагает, что континуум не состоит из конечного[3]) множества непосредственно примыкающих друг к другу атомов, хотя и не делает этого в явной форме, т. е. не включает это в число своих предположений. Пусть суемудр скажет противное и допустит, что можно образовать линию из двух точек. Тогда Евклид не сумеет доказать свое первое предложение[4]), ибо на такого рода линии нельзя

---

[1]) Ср. Аристотель, De generatione et corruptione, l. I, 314.

[2]) Averroes in Phys., III, com. 31 (Aristotelis Opera, t. IV, Venetiis, 1560, fol. 81).

[3]) В рукописи, видимо, ошибочно: «из бесконечного...».

[4]) На данной ограниченной прямой построить равносторонний треугольник.

было бы построить равностороннего треугольника, коль скоро он не имел бы угла, как следует из 16-го заключения[1]) и его следствия. Сходным образом, если суемудр сказал бы, что континуум состоит из атомов, непосредственно примыкающих друг к другу, Евклид не смог бы доказать свои 4-е и 6-е предложения, ибо и то и другое доказываются путем наложения. Аналогично и в доказательстве 3-го положения. Ибо эти положения не доказываются на основе каких-либо предшествующих положений, а показываются как вытекающие из непосредственно данных начал. А посредством этих положений доказываются прочие, и от этих трех зависит почти вся Евклидова геометрия и на ней всякая другая геометрия основывается. Вот почему геометрия предполагает, что континуум не состоит из конечного[2]) множества атомов, непосредственно примыкающих друг к другу. Однако, если аргументация опущена, это не значит, что ее следует признавать несовершенной. Ведь геометрия способна, как путем прямого доказательства, так и путем доказательства от противного, доказать из собственных принципов, что никакой континуум не состоит из конечного множества неделимых, непосредственно примыкающих друг к другу: прямого доказательства — как видно на примере 66-го[3]) и 58-го[4]) заключения с первой частью его следствия; доказательства от противного—как видно из 71-го и многих последующих.

А если суемудрый противник скажет, что при доказательстве некоторых заключений мы пользуемся 15-м заключением и его следствием, доказываемыми посредством 11-го, причем это 11-е доказывается посредством 10-го, которое в свою очередь доказывается на основе геометрии Евклида, если он скажет, что, стало быть, аргументация нуждается в геометрии Евклида, следует сказать, что это справедливо в отношении некоторых из вышеприведенных заключений, но не справедливо относительно всех. Доказательство: 10-е заключение доказывается без пред-

---

[1]) Так (ошибочно)— в рукописи, хотя следовало бы отослать к 79-му и 80-му заключениям.

[2]) В рукописи, по-видимому, ошибочно — «бесконечного».

[3]) В рукописи ошибочно —16-го.

[4]) В рукописи ошибочно —31-го.

положения какой-либо теоремы Евклида, как это следует из 1-го и 3-го доказательств. Если же возразят, что в 3-м доказательстве сразу же предполагается, что возводят перпендикуляр, а это делается на основании 11-го предложения первой книги Евклида, а потому и т. д., нужно сказать, что это 11-е предложение учит приему построения перпендикуляра, но самый принцип и без того очевиден для любого интеллекта, а именно, что в любой точке прямой можно восставить перпендикуляр, хотя бы многие и не умели этого сделать. И такой принцип достаточен без вышеупомянутого 11-го предложения.

Кроме того, следует заметить, что на основе этого же принципа может быть доказано 13-е предложение первой книги „Начал" Евклида[1]), а на его основе—15-е заключение и 10-е, о котором идет речь. Это последнее и утверждает автор, как видно из его толкования. Вот почему 10-е заключение и последующие можно с очевидностью доказать, не прибегая к [предложениям 11 и 13] геометрии Евклида (и в особенности так, как их доказывает сам Евклид)».

Последняя группа заключений (141—150) посвящена доказательству невозможности существования в континууме реально отличных друг от друга частей. Здесь Брадвардин несколько отступает от способа изложения more geometrico, которого он придерживался до сих пор. Его исходным соображением является мысль о невозможности возникновения и уничтожения «первой материи», «первой субстанции». Между тем, если мыслить точки, линии, поверхности как некие вещи, то, например, при слиянии поверхностей двух тел должны были бы исчезать две поверхности и возникать одна новая, или, наоборот, при разделении линии на два отрезка возникать две новые точки взамен прежней. Здесь Брадвардин оперирует аргументами, сходными с теми, которые встречаются у его старшего современника Вильяма Оккама и младшего современника Жана Буридана (заключение 141-е). В следующем заключении (142-м) столь же пространно доказывается, что субстанция не может быть лишена всякой акци-

[1]) Если прямая, восставленная на прямой, образует углы, то они или оба прямые, или вместе равны двум прямым.

денции. Все это является прелюдией к номиналистическому представлению о точках, линиях и поверхностях как чисто негативных понятиях, означающих не части, а внешние границы континуума. Согласно Оккаму и его последователям, «завершающая точка» есть лишь сокращенное обозначение того, что линия не простирается дальше, а «соединяющая точка» — символ того, что между двумя примыкающими частями континуума нет ничего промежуточного. Следовательно, всякий континуум может быть ограничен без всякого неделимого, которое служило бы связью или границей (заключение 144-е).

В дальнейших заключениях доказывается, что предположение реальных неделимых приводит к уже опровергнутым утверждениям, а именно, что неделимые должны примыкать друг к другу непосредственно (заключение 146-е), что континуум слагается из атомов (заключение 147-е) и т. д.

Отсюда последнее заключение (150-е) и его следствие: «Поверхность, линия, точка вообще не существуют», «континуум получает непрерывность и границы не посредством таких вещей, а посредством самого себя».

Это номиналистическое представление о точках, линиях, поверхностях как чисто мысленных «отрицаниях» или «границах» резко отличает Брадвардина от тех направлений мысли, которые гипостазировали представления о точках, линиях и поверхностях, давая повод к вопросам, каким образом из суммирования или из движения непротяженных точек может получиться линия и т. д.

Историческое место и значение трактата Брадвардина могут быть определены лишь на фоне тех финитистских течений, которые заметно усилились в первой половине XIV в. К сожалению, эти течения изучены в далеко не достаточной мере, и их более детальное рассмотрение не смогло бы уложиться в рамки настоящего обзора[1]. Вместе с тем и теперь уже очевидно, что трактат Брадвардина многое дает для изучения истории формиро-

---

[1]) Ср. нашу статью: Walter Catton, Gérard d'Odon et Nicolas Bonet—«Physis», 1959, fasc. 4, pp. 261—278.

вания понятий об исчислении бесконечно малых, и в позднейшей литературе нетрудно было бы подыскать прямые параллели к ряду его высказываний (достаточно вспомнить споры Кавальери, Кеплера и Гульдена).

Приложение

THOMAS BRADWARDINUS

De continuo

[Definitiones]

[1] Continuum est quantum cuius partes adinvicem copulantur.

[2] Continuum permanens est continuum cuius partes singule manent simul.

[3] Continuum successivum est continuum cuius partes succedunt secundum prius et posterius.

[4] Corpus est continuum permanens longum, latum et profundum.

[5] Superficies est continuum permanens longum, latum sed non profundum [1]).

[6] Linea est continuum permanens longum, non latum nec profundum.

[7] Indivisibile est quod nunquam [2]) dividi potest.

[8] Punctus est indivisibile situatum [3]).

[9] Tempus est continuum successivum successionem [4]) mensurans.

[10] Instans est terminus athomus temporis.

[11] Motus est continuum successivum tempore mensuratum.

[12] *Motum esse* est indivisibile instans motus.

[13] Materia motus est quod per motum acquiritur.

[14] Gradus motus est illud materie motus suscipientis magis et minus quod acquiritur per aliquod *motum esse*.

[15] Lineam linee superponere partialiter vel totaliter est ipsam lineam secundum longitudinem totius vel partis simpliciter sine medio adherere alteri.

---

1) *Definitio 5 deest in E.*

2) nusquam?

3) indivisibile situ *E.*

4) successivum successive *E.*

[16] Lineam linee secundum partem vel secundum totam imponi est ipsam secundum longitudinem ipsius totius vel partis in aliam continuari [1].

[17] Aliquod post aliud mediate [2] esse, fuisse vel fore est ipsum cum medio inter illa [3] esse, fuisse vel fore.

[18] Aliquod immediate post aliud esse, fuisse vel fore est ipsum sine medio esse, fuisse vel fore.

[19] *Incipere esse* per affirmationem de presenti et negationem de preterito est nunc esse et immediate ante hoc non fuisse.

[20] *Incipere* esse per negationem de presenti et affirmationem de futuro est nunc non esse et immediate post hoc fore.

[21] *Desinire esse* per affirmationem de presenti et negationem de futuro est nunc esse et immediate post hoc non fore.

[22] *Desinire esse* per negationem de presenti et affirmationem de preterito est nunc non esse et immediate ante hoc fuisse [4].

[23] Infinitum cathegorematice et simpliciter est tantum quantum sine fine.

[24] Infinitum sincathegorematice et secundum quid est quantum finitum et finitum maius isto et finitum maius isto maiori et sic sine fine ultimo terminante. Et hoc est quantum et non tantum quin maius.

[Suppositiones]

[1] Omne maius posse dividi in equale et in differentiam qua excedit.

[2] Si finitum addatur finito, totum erit finitum.

[3] Ubi diversitatis vel dissimilitudinis nulla est causa [5] simile iudicatur.

[4] Omnes scientias veras esse ubi non supponitur continuum ex indivisibilibus componi.

[5] Omnia media distare, omnia divisa mediari.

[6] Omne corpus, superficiem atque punctum uniformiter [6] posse moveri.

[7] Omnium duorum motuum localium eodem tempore vel equalibus temporibus continuatorum velocitates et spatia illis pertransita proportionales existere.

[8] Omnium duorum motuum localium super idem spatium vel equalia continuatorum velocitates et tempora [7] proportionales e contrario semper esse.

---

[1] *Definitiones 15 et 16 secundum E quia in T textus corruptus est; legimus tamen secundum T* in aliam continuari (in quamlibet continuari *E*).

[2] mediate *ego*; immediate *E*; *omnino deest in T.*

[3] illa *E*; alia *T*.

[4] *Ordo definitionum 21 et 22 secundum E. In T ordo inversus.*

[5] nulla causa invenitur *E*.

[6] uniformiter et continue *E*.

[7] Spatium vel equalium deductorum velocitates et tempora *E*; patium simul equalia deditorum *T*.

[9] Quacumque velocitate vel tarditate potest unum mobile moveri vel spatium pertransiri potest quodcumque [1]).

[10] Esse vel non esse finitum certo tempore mensuratur.

[Conclusiones]

1. Nullum indivisibile maius alio esse.

2. Si duo continua eiusdem speciei ex indivisibilibus equalibus numero componantur, adinvicem equalia esse.

3. Nullius continui multa indivisibilia in eodem situ indivisibili situantur.

4. Nullius recte multa puncta ab aliquo eius termino equaliter posse distare.

Corollarium. Cuiuslibet continui quelibet duo athoma a quocumque eius fine habere distantias inequales.

5. In continuo multa eius indivisibilia uni eius indivisibili ex eadem parte immediata esse non posse.

Corollarium. Nullius recte plura puncta quam duo uni eius puncto ex diversis partibus immediate iunguntur.

6. A nullo puncto ad unam rectam plures quam duas rectas equales adinvicem duci posse.

Corollarium. Nullam rectam in pluribus punctis duobus tangere lineam circularem.

7. Si inter duas lineas una mediet vel plures et tamen finite, illas equidistare.

8. Inter nullas rectas sibi superpositas puncta aliqua mediare.

9. Lineam rectam secundum totum vel partem magnam recte alteri superponi et habere aliquem punctum intrinsecum commune cum ista non contingit.

10. Linee recte unam partem magnam alicui recte imponi et aliam partem magnam superponi eidem vel ad latus distare ab illa impossibile comprobatur.

11. Unius recte duo puncta in alia continuari et per partem eius magnam superponi eidem vel ad latus distare ab illa non posse.

12. Linee recte unam partem magnam recte alteri superponi et aliam ad latus distare ab ista [2]) est impossibile manifestum.

13. Unius recte duo puncta alteri superponi vel unum imponi, aliud vero superponi et magnam eius partem ad latus distare ab ista [3]) non posse contingere.

14. Quelibet recta secans rectam secat eam in aliquo sui puncto et non in pluribus quam in uno.

15. Nulle recte in aliquo puncto concurrentes aliquod punctum intrinsecum illis habent.

---

[1]) vel spatium pertransiri potest quodcumque *E*; vel unum spatium quodcumque *T*.

[2]) ab ista *addo ex E*.

[3]) ab ista *E*; ad ista *T*.

P o r i s m a. Semidyametros circuli non concurrere ante centrum nec rectas ductas a basi trianguli ad angulum [1]) illi oppositum se tangere citra illum.

16. Angulum rectilineum assignatum in duos angulos rectilineos et datum latus anguli [2]) rectilinei in duas rectas et triangulum [3]) rectilineum totum datum in triangulos [4]) rectilineos per rectam partiri.

17. Angulum contingentie quemlibet in angulum contingentie et angulum periferie, insuper [5]) rectam quoque basim trianguli contingentie [6]) oppositam angulo contingentie in duas rectas et totum triangulum contingentie in triangulum contingentie minorem et triangulum a portionibus [7]) circumferentie et recta [8]) contentum per circulum maiorem secare.

18. Super datam rectam finitam quantumcumque volueris circuli seu [9]) circumferentie quantamcumque describere portionem circuli seu circumferentie medietate minorem.

19. Si super eandem cordam vel cordas equales portiones inequales circulorum vel circumferentiarum medietate minorum consistant, minor portio maioris circuli circumferentieque maioris, maior vero minoris.

20. Rectam perpendiculariter exeuntem a puncto medio corde ad punctum medium archus portionis circuli medietate minoris per[10]) circulum in duas medietates dividere et utrumque angulum portionis minoris et angulum circumferentie partiri, ipsam insuper portionem minorem linealemque secare.

C o r o l l a r i u m. Onmnem rectam[11]) im multas rectas posse dividi.

21. Si linee recte[12]) punctum aliquod vel pars aliqua moveantur localiter, quamlibet partem magnam et quodlibet medium punctum quod est cum eius uno extremo necessario commeveri.

22. Cuiuslibet recte linee finite uno termino quiescente potest alius[13]) eius terminus circulariter uniformiter et continue transferri tota recta et qualibet parte eius magna ad terminum eius immobilem terminata circulum describente et quolibet eius puncto moto circumferentiam circuli faciente.

---

[1]) angulum *ego*; latus *T* et *E*.
[2]) anguli *E*; trianguli *T*.
[3]) et triangulum *ego*; triangulum et *E*; triangulum *T*.
[4]) in triangulos *ego*; inter angulos *T*; alios angulos *E*.
[5]) insuper *ego*; super *T*; in *E*.
[6]) contingentie *ego*; continue *T* et *E*.
[7]) portionibus *E*; proportionibus *T*.
[8]) recta *E*; rectam *T*.
[9]) seu *ego*.
[10]) per *addo ex E*.
[11]) rectam *E*; lineam *T*.
[12]) recte *addo ex E*.
[13]) alius *E*; reliquus *T*.

23. Si recta finita super unum eius terminum quiescentem circulariter moveatur, omnes rectas [1] terminatas ad punctum immotum et alia puncta mota et velocitates istorum punctorum proportionales [2] certissime scias esse.

24. Quocumque motu locali signato potest motus localis uniformis et continuus in omni proportione recte finite ad rectam finitam velocior et tardior inveniri.

C o r o l l a r i u m. Quodcumque spatium finitum quocumque tempore finito posse uniformiter et continue pertransiri.

25. Quocumque motu successivo signato potest motus successivus eiusdem speciei in omni proportione recte finite ad rectam finitam velocior et tardior reperiri.

26. Si quid continue localiter moveatur, in eodem instanti non acquirere multos situs nec in eodem situ in diversis instantibus potest esse [3].

C o r o l l a r i u m. In aliis motibus similiter esse constat.

27. Omnis inceptio vel desinitio non mensuratur tempore, sed instanti.

28. Omne quod non est aliquale et erit tale nunc incipit vel aliquando incipiet esse tale.

29. Omne quod est aliquale et non semper [4] erit tale nunc desinit vel aliquando desinet esse [5].

30. Si unum continuum habet athoma immediata et infinita sive finita, quodlibet sic habere.

31. Si *unum continuum ex* indivisibilibus componitur secundum aliquem modum, et quodlibet sic componi, et si unum non componitur ex athomis, nec ullum.

32. Nullius forme suscipientis *magis* et *minus* remississimum graduum esse.

33. Si forme intensibilis et remissibilis esset remississimus gradus possibilis, indivisibilia [6] in omni continuo immediata coniunguntur.

34. Si sic, tota latitudo talis forme tantum finitos gradus habere et omne continuum solum [7] finita athoma continere.

35. Si athoma in continuo immediate ponantur, immediata puncta centro circuli et quadrati sive cuiuslibet corporis punctis circumferentie circuli et quadrati lateris atque superficiei corporis extremis equaliter correspondent.

36. Si sic, cuilibet centro dato infinita puncta immediate coniungi.

C o r o l l a r i u m. Nulla duo puncta in superficie plana nec nulla [8] indivisibilia in nullo continuo sibi sine medio coniungi [9].

---

[1] omnes duas *T*; omnes duas rectas *E*.
[2] proportionales *addo ex E*.
[3] potest esse *ego*; posse esse *T*; esse posse *E*.
[4] semper *addo ex E*.
[5] desinet esse *addo ex E*.
[6] individua *T*; gradus vel puncta indivisibilia *E*.
[7] solum *addo ex E*.
[8] nulla *addo ex E*.
[9] sine medio adherere *E*.

37. Si sic, inter quelibet duo indivisibilia continui cuiuscumque infinita eius indivisibilia mediare.

Corollarium. Omne continuum habere athoma infinita.

38. Si sic, puncto in medio superficiei plane sito octo puncta immediata esse et non plura [1].

Corollarium. Puncto in medio corporis situato 26 puncta [2] et non plura immediata esse.

39. Si sic, nullam lineam circularem plura octo puncta habere nec finitam rectam plura tribus, nec extremam superficiem corporis alicuius [plura 26].

40. Si sic, angulum rectum esse minimum angulorum nec angulum esse acutum, et omnes obtusos equales esse adinvicem nec aliquem angulum obtusum penitus reperiri.

41. Si sic, nullum triangulum nec circulum nec omnino angulum esse posse et quinque famosa corpora et omnia geometralia non absque grandi geometrie et mathematice totius iniuria deperire.

42. Si sic, linee equedistantes concurrerint.

43. Si sic, motus uniformis uno gradu velocior alio in equali tempore acquirit plus [3] illo et per nullum divisibile, sed per indivisibile tantum.

44. Si sic, quodlibet agens naturale indivisibiliter fortius in equali tempore ageret in equale passum plus illo, et in indivisibiliter minori tempore ageret equefortiter [4].

45. Si sic, quodlibet agens naturale in aliquo tempore aliquod passum transmutans in tempore indivisibiliter maiori indivisibiliter plus faciet et in tempore indivisibiliter minori tantum indivisibiliter minus ageret.

46. Si sic, quodlibet agens naturale equale alteri transmutanti aliquod passum in aliquo tempore transmutatione signata passum indivisibiliter minus transmutabit in equali tempore transmutatione indivisibiliter maiori, passum indivisibiliter maius transmutatione indivisibiliter minori, si illud valeat transmutare.

47. Si sic, omnis motus et omnia agentia sive passa indivisibiliter se tantum superantia adequari.

48. Si sic, omnis motus et omnia agentia atque passa equari adinvicem, excedere et excedi.

49. Si sic, indivisibile divideretur.

50. Si sic, omne quod incipiet esse aliquale vel desinet esse tale secundum utramque significationem incipiet vel desinet esse tale.

---

[1] et non plura *addo ex E.*

[2] 50 puncta *T*; 10 puncta *E.*

[3] *In codicobus textus corruptus est:* velocior aut uniformiter equali sibi intensive acquirit plura *T*; velocior alio equali sibi intensive acquirit plus *E.*

[4] *In codicibus textus corruptus est:* illo, et divisibiliter minorem in minori tempore indivisibiliter ageret *T*, illo, et indivisibiliter minore, sed plus indivisibile tantum et in maiori tempore indivisibiliter aget equevelociter *E.*

Corollarium. Cuiuslibet et [1]) qualiscumque rei talis esse primum intrinsecum et postremum.

51. Si sic, cuiuslibet forme suscipientis magis et minus remississimum gradum dare.

52. Si sic, aliquem tardissimum motum esse.

53. Si sic, continuum ex athomis integrari.

54. Si sic, substantia et qualitas naturalis ex substantiis et qualitatibus [2]) indivisibilibus componuntur.

55. Si sic, omne continuum componitur ex indivisibilibus infinitis et tamen finitis, et nec ex infinitis nec finitis et componitur ex athomis, et non componitur ex illis.

56. In nullo continuo athoma immediate coniungi secundum precedentia.

57. Si continuum ex finitis athomis componitur, sicut numerus athomorum unius continui ad numerum athomorum alterus, ita illud continuum ad aliud se habere.

Corollarium. Si aliquod continuum sit incommensurabile alteri et numerum incommensurabilem numero reperiri.

58. Si sic, athoma in continuo immediate iunguntur.

Corollarium. Omnia continua habere athoma infinita et ex athomis non componi.

59. Si sic, debilissimus gradus soni se habet sicut unitas et ceteri se sine medio consequentes ut sequens series numerorum.

60. Si sic, omnis gradus soni ad omnem gradum soni se habet ad proportionem in habitudine numerali.

61. Si sic, tonum et omnem proportionem supraparticularem mediat proportio numeralis.

62. Si sic, omnis dyapason ex dyatessaron cum dyapente non componi [?][3]).

63. Si sic, consonantie musicales certo numero vocum intervallorum et semitonorum non constant nec debitis [4]) proportionibus modulantur.

64. Si sic, nullis vel [5]) paucissimis sonis probatis suppositis possunt concorditer adaptari alie musicales consonantie.

65. Si sic, tonus partiri non potest.

Corollarium. Totius musice sonoritatem iocundam non sine sonorum suorum desolatione inimica perpetuo silentio condampnari.

66. Omnis recta linea habet particulares lineas infinitas.

67. Omnem angulum rectilineum sive contingentie in tales angulos dividere infinitos.

68. Omnem triangulum rectilineum sive contingentie in infinitos triangulos [6]) posse dividi vel partiri.

---

[1]) et *addo ex E*.

[2]) qualitatibus *E*; qualibus *T*.

[3]) omnis dyapason et dyatessaron componitur *T*; omnis dyatessaron cum dyapente *componi E*.

[4]) debitis *E*; dictis *T*.

[5]) vel *E*; et *T*.

[6]) in tales infinitos triangulos *E*: in infinitos dictos angulos *T*.

69. *Omnis superficies* habet superficies et lineas infinitas et puncta similiter infinita.

70. Omne continuum *componitur ex infinitis continuis eiusdem* speciei et habet athoma propria infinita.

71. Si sic, dare recte finite equalem portionem circumferentie circuli et portionem circumferentie circuli rectam esse [1]).

72. Si sic, tantum circulum assignare, quo maior esse non potest.

73. Si sic, periferiam circuli esse duplam diametri.

74. Si sic, omnes circulorum periferie et omnes circuli sunt equales.

75. Si sic, alique partes circumferentie circularis sunt recte et angulum rectilineum continentes.

76. Si sic, multi sunt circuli centra non habentes.

77. Si sic, aliquem circulum diametrum et aream non habere.

78. Si sic, omnes bases triangulorum subtense eidem angulo sunt equales.

C o r o l l a r i u m. Omnes rectas lineas equales esse.

79. Si sic, numerus punctorum, ordo et proportio triangulorum vel ysopleurorum est secundum numerum unitatum, ordinem et proportionem numerorum productorum ex additione primi numeri ad individuam unitatem, et secundi numeri ad primum numerum sic productum, et tertii numeri ad secundum sic formatum, et ita semper deinceps.

C o r o l l a r i u m. Primum triangulum ysopleurum ex tribus punctis componi, secundum vero ex sex, tertium vero ex decem et ita de aliis.

80. Si sic, aliquis est triangulus nullum angulum habens et aliquis tantum unum.

81. Si sic, aliquis triangulus tres angulos rectos habet et linee equedistantes concurrunt.

82. Si sic, aliquis triangulus est subsesquitertius ad quadratum que est [2]) subduplus ad idem.

83. Si sic, aliquis trigonus est circularis.

84. Si sic, numerus punctorum, ordo et proportio quadratorum sequitur numerum, ordinem et proportionem talium numerorum.

85. Si sic, non cuilibet trigono dato quadratum equum [3]) describere.

86. Si sic, omnis [4]) quadrati diameter suo lateri est equalis.

87. Si sic, aliquod quadratum est circulus.

88. Si sic, dyameter quadrati est commensurabilis eius coste et quelibet linea cuilibet alteri.

89. Si sic, aliquod quadratum angulo et dyametro et area simul caret et aliquod quadratum unum angulum tantum habet.

---

[1]) Si sic, finite equalem proportionem infinite circuli rectam esse *T*; Si sit dare recte finite equalem proportionem peryfiriam rectum *E*.

[2]) est *addo ex E*.

[3]) equum *T*; equale *E*.

[4]) aliquis *E*; omnis *T*.

90. Si sic, triangulus et quadrangulus super basim quadrati inter lineas equedistantes contenti in qualibet magna proportione super illud quadratum excedere.

91. Si sic, pyramidem et cubum speras esse cum aliis heresibus geometricis [1]) infinitis.

92. Si sic, nullam esse illuminationem vel visionem rectam, fractam sive reflexam lucis vel coloris.

93. Si sic, omnes speras celestes et elevationes [2]) earum a terra esse quantitatis equalis et equevelociter circumferri.

94. Omne continuum habere infinitas et minimas partes [3]) magnitudinis.

95. Si substantia composita ex finitis substantiis athomis componatur, condensationem materie prime non fieri per athoma prioribus pauciora.

96. Si sic de substantia, rarefactionem materie prime non fieri per athoma materie plura primis.

97. Si sic de substantia, condensationem non fieri per pauciora puncta prioribus nec rarefactionem per plura.

98. Si sic de substantia, condensationem et rarefactionem non esse possibilem.

99. Si sic de substantia, velocitatem in motibus proportionem motorum ad sua mota non sequi.

C o r o l l a r i u m. Substantiam naturalem compositam ex finitis athomis non componi.

100. Si sic de continuo, substantiam naturalem continuam ex indivisibilibus substantiis finitis componi.

101. Si sic, impartibile in medietate partiretur.

102. Si sic, aliquod materiale [4]) in locis variis valde distantibus simul esse.

103. Si sic, aliquod mobile [5]) simul quiescere et moveri.

104. Si sic, omnes motus similis speciei in velocitatibus adequari.

105. Si sic, motum non esse omnino.

106. Si sic, sanitatem humanam non servare nec perditam restaurare.

107. Si sic, omnes substantias a materia separatas esse equales adinvicem in virtute.

108. Si sic, nullam substantiam a materia separatam esse infinite virtutis.

109. Si sic, non contingit recte scribere nec recte loqui.

110. Si sic, contradictoria simul esse vera.

111. Si sic, idem est iustum et iniustum.

112. Si sic, non est recte diligere nec odire, delectari congrue nec tristari.

---

[1]) cum aliis heresibus geometrice *E*; cum aliis geometricis *T*.

[2]) et stellas elevationes *E*; et elementares *T*.

[3]) infinita et minimas partes *E*; infinita minima et partes *T*.

[4]) materiale *addo ex E, sed melior lectio esset* mobile, *sicut in* 103

[5]) mobile *E*; motum *T*.

113. Si sic, nullum posse virtuosum fieri nec felicem.

114. Si omne continuum ex indivisibilibus infinitis componitur, omne continuum eiusdem generis et athoma propria eodem genere [1]) proportionalia reperiri.

115. Si substantia naturalis continua ex infinitis indivisibilibus substantiis componitur, condensationem materie prime non fieri per puncta substantialia materie pauciora prioribus nec rarefactionem per plura.

116. Si sic, condensationem et rarefactionem non fieri per puncta accidentalia quantitatis continue pauciora prioribus nec plura.

117. Si sic, in continuatione seu in discontinuatione liquidorum nullam materiam primam corrumpi nec generari.

118. Si sic, condensationem et rarefactionem non esse.

119. Si sic, athoma cuiuslibet continui immediate [2]) coniungi.

120. Si sic, cuiuslibet forme suscipientis magis et minus remississimum gradum dare.

121. Si sic, aliqua superficies erit summe alba et similiter summe nigra.

122. Si sic, athomum naturale posse movere et moveri motu successivo continuo omni velocitate possibili et similiter omni [3]) tarditate.

123. Si sic, nullum agens naturale corporeum posse movere subito superficiem naturalem, lineam, punctum.

124. Si sic, aliquod [4]) agens naturale corporeum est equalis activitatis cum athomo naturali, et aliquod maioris [5]) et quodlibet infinite.

C o r o l l a r i u m. Motum successiorum nullum esse continuum nec subitum.

125. Nullam substantiam sive qualitatem ex substantiis sive qualitatibus integrari.

C o r o l l a r i u m. Omnem substantiam materialem et qualitatem similiter esse corpus et nullam esse superficiem compositam nec aliquam [6]) lineam radiosam nec punctum aliquod luminosum.

126. Si sic de continuo, substantiam et qualitatem ex infinitis substantiis et qualitatibus athomis [7]) integrari.

127. Si sic, athoma infinita in omni proportione finita [8]), sicut et infinita, ad alia infinita procul dubio se habere.

---

[1]) eodem genere *T*; eadem omnino *E*.

[2]) immediate *E*; in medietate *T*.

[3]) omni *addo ex E*.

[4]) aliquod *addo ex E*.

[5]) maioris *ego*; maiori *T*.

[6]) aliquam *E*; aliam *T*.

[7]) athomis *addo ex E*.

[8]) finita *addendum est ex textu demonstrationis*: quod in omni proportione finita.

Corollarium. Omnia athoma infinita et quelibet alia athoma infinita proportionari contingit [1].

128. Si sic, omnia athoma infinita quibuscumque infinitis athomis adequari, excedere et excedi, omnia continua consimilis generis equalia esse, excedentia et excessa.

129. Si sic, omnes velocitates et tarditates motuum equales esse.

130. Si sic, multa puncta in eodem situ indivisibili situari.

131. Si sic, aliquod continuum in eodem situ indivisibili situari.

132. Si sic, superficies composite ex lineis equalibus numero et [2] longitudine sunt equales; si vero componantur ex lineis equalibus numero et inequalibus in longitudine, que ex longioribus componitur excedet [3].

133. Si sic, omnis quadrati medietas est maior toto quadrato.

134. Si sic, una superficies terminata in omni proportione finita excedit aliam sibi equalem.

135. Si sic, quarta pars [4] circuli sive trianguli et medietas eius sunt equales.

136. Si sic, omnis linea circularis est equalis cuilibet linee circulari et costa quadrati dyametro, et omnis recta omni recte necessario erit equalis.

137. Nullum continuum ex indivisibilibus infinitis integrari vel componi.

138. Si continuum componitur ex infinitis indivisibilibus immediates adinvicem, componitur ex finitis.

Corollarium. Nullum continuum ex indivisibilibus immediatis componi.

139. Si continuum componitur ex infinitis indivisibilibus mediatis, componitur ex immediatis.

Corollarium. Nullum continuum ex indivisibilibus mediatis componitur.

140. Nullum continuum ex athomis integrari.

Corollarium. Omne continuum ex infinitis continuis similis speciei cum illo componi.

141. In continuatione sive discontinuatione corporum liquidorum nullam materiam primam nec aliquam substantiam primam nec qualitatem primam vel secundam corrumpi. Et de quantitate et indivisibilibus quantis similiter esse constat.

142. Omnem substantiam esse per se impossibile carere omni accidente.

143. Omne quod non est pars nec causa alterius potest corrumpi altero toto salvo.

144. Potest esse continuum et finitum sine aliquo indivisibili continuante et finitante.

---

[1] contingit *E*; continet *T*.
[2] et *addo ex E*.
[3] excedet *E*; excedens *T*.
[4] quarta pars *ego*; quadratum *T*.

145. Si indivisibilia continuorum sint realiter, ut ponuntur, substantia materialis indivisibiles substantias habet.

146. Si sic, indivisibilia omnis continui immediate coniungi.

147. Si sic, continuum ex athomis integrari.

148. Si sic, aliquod accidens subiectum primum non habere.

149. Si sic, potest non improbabiliter apparere omne corpus esse tenacitatis et resistentie infinite et dare seu furari esse meriti et demeriti infiniti.

150. Superficiem, lineam sive punctum omnino non esse.

Corollarium, Continuum non continuari nec finitari per talia, sed se ipso.

СОДЕРЖАНИЕ

Предлагаемая вниманию читателей книга продолжает публикацию научного наследия Василия Павловича Зубова (1900–1963), известного русского историка науки и культуролога. Книга состоит из двух частей. В первой части представлен его перевод с латинского трактата «О соизмеримости или несоизмеримости движений неба» известного французского ученого XIV в. Николая Орема (ок. 1323–1382). Трактату Орема предшествует вступительная статья В. П. Зубова. В данном трактате нашли отражение те постепенные сдвиги, которые подготовили переход науки на новую ступень в эпоху Возрождения. В приложении приводится отрывок из другого трактата Орема «Об отношении отношений». Ранее в этой же серии был опубликован трактат Николая Орема «О конфигурации качеств» в переводе, с предисловием и примечаниями В. П. Зубова (2000 г.).

Во второй части книги В. П. Зубов подробно анализирует содержание трактата английского философа и математика XIV в. Томаса Брадвардина «О континууме», представляющего интерес как с точки зрения формирования наших понятий о бесконечно малом, так и с точки зрения эволюции вопроса о геометрических аксиомах. Приводятся выдержки из оригинального латинского текста.

1279 ID 3142

9 785354 006199 >

ИЗДАТЕЛЬСТВО УРСС
НАУЧНОЙ И УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий
в *Internet:* http://URSS.ru
Тел./факс: 7 (095) 135–42–16
Тел./факс: 7 (095) 135–42–46