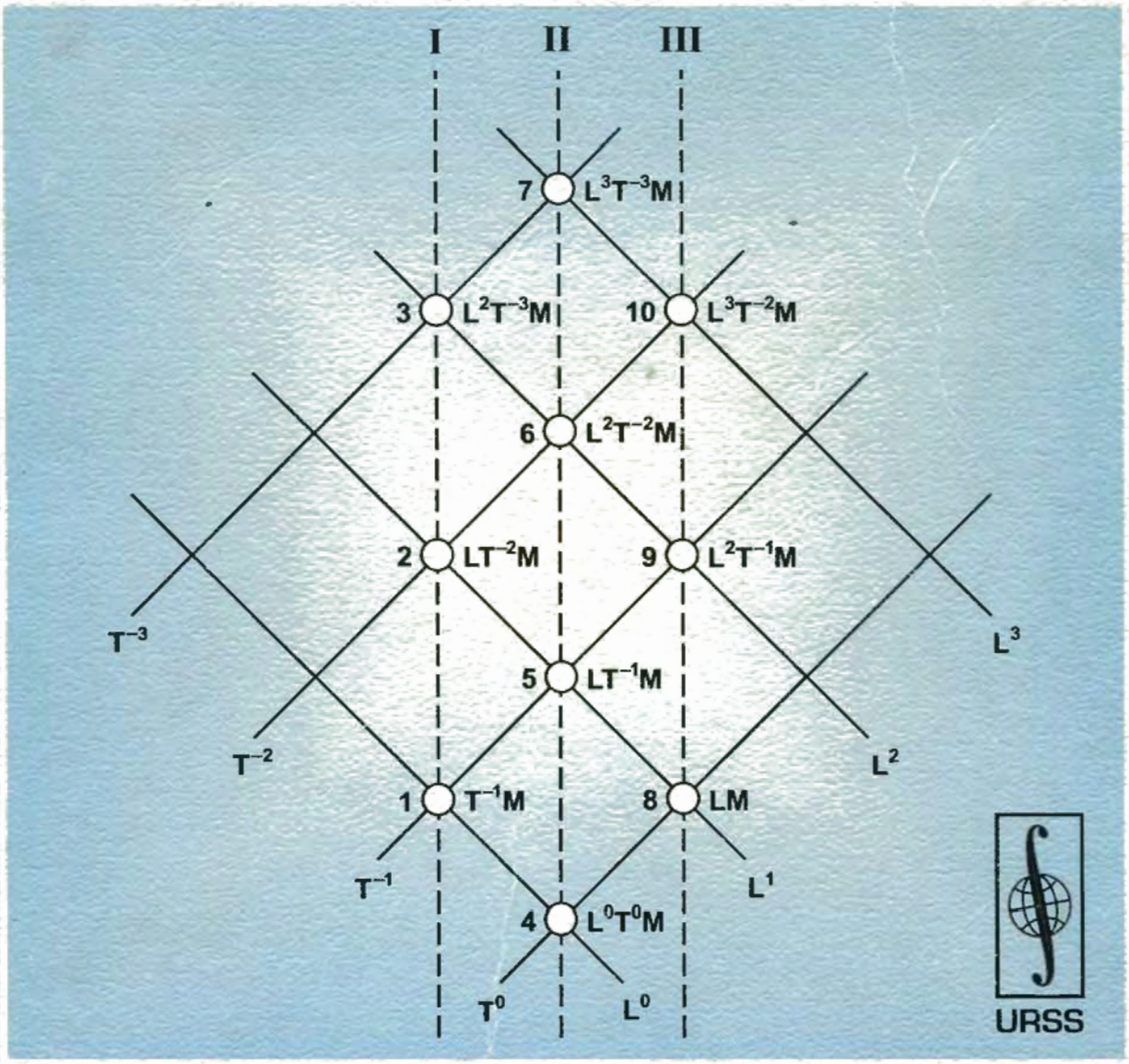
С. Г. Кармазановский

ТЕОРИЯ РАЗМЕРНОСТЕЙ и *LTM*–ФИЗИКА



Г. Г. Филиппов

ТЕОРИЯ РАЗМЕРНОСТЕЙ И *LTM*-ФИЗИКА

МОСКВА

URSS

ББК 22.311 22.3щ

Филиппов Григорий Григорьевич

Теория размерностей и LTM-физика. — М.: КомКнига, 2007. — 96 с.

Понятие размерности физической величины относится к числу наиболее фундаментальных понятий в физике. Широкое использование этого понятия на практике для проверки размерной однородности соотношений между физическими величинами, вывод таких соотношений «из соображений размерности», установление критериев подобия физических процессов — все это создает иллюзию полной завершенности теории размерностей. Однако до сих пор продолжаются споры о том — две, три, четыре или даже пять основных единиц составляют основу базиса размерностей (А. Хазен), а при введении понятия электрического заряда приходится констатировать (Л. Купер), что все существующие системы единиц неудобны для этой цели.

В книге предпринята попытка дать аксиоматическое построение теории размерностей на основе трех символьных единиц измерения — длины (L), времени (T) и массы (M). Для электрического заряда предложено использовать размерность длины, для термодинамической температуры — размерность обратной длины. Проанализированы следствия такого выбора, подтверждающие его целесообразность. Отдельная глава посвящена естественным системам единиц, включающим в качестве масштабов основных величин элементарную длину и скорость света.

Книга представляет интерес для широкого круга специалистов в области физики и студентов, обучающихся по естественно-научным направлениям.

Издательство «КомКнига». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Формат 60×90/16. Печ. л. 6. Зак. № 772.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, д. 11А, стр. 11.

13-значный ISBN, вводимый с 2007 г.:
ISBN 978–5–484–00998–5
Соотв. 10-значный ISBN, применяемый до 2007 г.:
ISBN 5–484–00998–7

© Г. Г. Филиппов, 2007
© КомКнига, 2007

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА
E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий в Интернете:
http://URSS.ru
Тел./факс: 7 (495) 135–42–16
URSS Тел./факс: 7 (495) 135–42–46

4783 ID 50248
9 785484 009985 >

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

Оглавление

Предисловие 5

Глава 1. Длина (L), время (T) и масса (M) — три кита, на которых держится физика 9

1.1. Физическая величина, единица измерения, размерность 11

1.2. LTM-диаграмма взаимосвязи размерностей физических величин 17

1.3. Тернарные базисы, используемые в специальных разделах физики 26

Глава 2. $\{L, T, M\}$-базис в электродинамике 33

2.1. Физические основания выбора абсолютных размерностей электрической и магнитной постоянных: система единиц МКС$^+$ 35

2.2. (L, C, ε_0)-система единиц в теоретической электродинамике 41

Глава 3. LTM-термодинамика 43

3.1. Проблема выбора абсолютной размерности температуры 45

3.2. Мощность диссипации: еще один закон сохранения 47

Глава 4. $\{L, T, M\}$-базис и фундаментальные физические постоянные 53

4.1. Естественные системы единиц, включающие в качестве масштабов основных величин элементарную длину и скорость света 56

4.2. Эволюция фундаментальных физических постоянных 62

Приложение 1. Таблица размерностей основных механических величин . . . 71

Приложение 2. Анализ размерностей 73

Приложение 3. Преобразования Лоренца и анализ размерностей 83

Приложение 4. Характерные параметры некоторых естественных систем единиц 91

Литература 93

Предисловие

За период с 2000 по 2004 гг. автор опубликовал в издающемся под эгидой Московского педагогического государственного университета научно-методическом журнале «Преподавание физики в высшей школе» пять статей по различным вопросам теории размерностей (см. список литературы к предисловию). Наряду с изложением новых точек зрения на проблему выбора абсолютных размерностей заряда и температуры в этих публикациях прослеживаются, с точностью до идеи, и следствия конкретных вариантов выбора размерностей этих величин (длины для заряда и обратной длины для температуры). В то же время автор старательно воздерживался от наиболее радикальных высказываний, поэтому много материала осталось «за кадром». Кроме того, указанный выше журнал издается средствами малой полиграфии, когда к ошибкам автора добавляются ошибки печати. Поэтому сразу же возникла идея подготовить на основе названных статей более развернутую публикацию на уровне самостоятельного издания. Однако, как принято говорить, «разные обстоятельства мешали этому предприятию», и только в марте 2006 г. появился пригодный к изданию вариант рукописи.

Сразу надо сказать, что автор не призывает отказаться от СИ или какой-либо иной системы единиц. Речь идет о другом: как оказалось, многое в физике можно прояснить, если рассматривать длину, время и массу как теоретические понятия, а не как понятия, определяемые явным образом

посредством некоторых процедур измерения. Существо дела состоит в том, что любое соотношение между физическими величинами – это одновременно и соотношение между размерностями. И напротив – любое допустимое соотношение между размерностями порождает потенциально возможное соотношение между физическими величинами. Термин «*LTM*-физика» как раз и призван характеризовать тесную связь величин и размерностей.

Интересно, что такое соотношение между величинами и размерностями полностью аналогично соотношению между мышлением и языком: «язык влияет на сознание, мышление, – говорит А. Г. Спиркин, – и в том отношении, что он придает мысли некоторую принудительность, осуществляя своего рода „тиранию" над мыслью, направляет ее движение по каналам языковых форм». Точно также предлагаемая автором *LTM*-диаграмма взаимосвязи абсолютных размерностей представляет своего рода «прокрустово ложе», в которое должна быть втиснута любая физическая теория.

Благодарности

Автор считает себя в неоплатном долгу перед теми, без кого эта книга никогда не была бы написана и издана. Ю. К. Дидык в середине 90-х гг. прошлого века привлек внимание автора к проблеме выбора абсолютной размерности электрического заряда. Профессор В. А. Ильин, как главный редактор, поддержал публикации автора несмотря на их неканонический характер. Жена автора – И. Л. Шаханина – в ущерб своим творческим планам осуществила компьютерный набор текста, превратив практически

нечитаемую рукопись в то, что мог и хотел сказать автор, – в книгу, которая сейчас перед Вами.

Список публикаций автора по теории размерностей

(В тексте ссылки на эти работы помещены в заголовках разделов)

Ф1. О построении систем единиц электрических и магнитных величин на основе назначения размерностей электрической и магнитной постоянных // Тезисы докладов XXXV Всероссийской научной конференции по проблемам физики, математики, информатики и методики преподавания. Секция физическая. М.: РУДН, 1999. С. 28.

Ф2. Температура как скалярный потенциал // Физическая мысль России. 2001. № 2. С. 20–23.

Ф3. Проверка размерной однородности уравнений, связывающих электрические и магнитные величины // Преподавание физики в высшей школе. 2000. № 19. С. 113–116.

Ф4. Система МКС: первые сто лет // Там же. 2001. № 21. С. 124–129.

Ф5. *LMT*-диаграмма: графическое представление взаимосвязи размерностей динамических величин // Там же. 2002. № 23. С. 373–377.

Ф6. Естественные системы единиц, включающие в число основных величин элементарную длину и скорость света // Там же. 2003. № 26. С. 30–36.

Ф7. Эволюция фундаментальных физических постоянных // Там же. 2004. № 28. С. 85–89.

Глава 1

Длина (L), время (T) и масса (M) — три кита, на которых держится физика

Принято считать, что современная физика берет свое начало в работах Галилео Галилея (1564–1642), который ясно показал необходимость количественного эксперимента для развития этой науки. Он также уделял большое внимание теоретической интерпретации и описанию экспериментов на языке математики [1].

Эксперимент в физике — это измерение какой-либо величины, а наиболее часто выполняемые измерения сводятся к определению расстояний (длин), моментов времени (длительности) и веса тел. Не случайно в Системе мира Исаака Ньютона (1642–1727) были четко выделены в качестве основных три физические категории: длина, время и инерция (масса). В 1832 г. Гаусс назвал единицы измерения длины, времени и массы абсолютными единицами и рассмотрел их применение в области электромагнетизма. В конце XIX в. идеи Гаусса были реализованы в рамках системы единиц СГС (сантиметр, грамм, секунда), являющейся и в настоящее время рабочим инструментом физика.

Однако система СГС не была согласована с «Практической системой электрических единиц», принятой к употреблению в 1881 г. Выход из создавшейся неудовлетворительной ситуации в 1901 г. предложил Джованни Джорджи — инженер-электрик коммунальной службы при муниципалитете г. Рима. Согласование указанных систем, согласно Джорджи, достигается путем перехода от триады

«сантиметр — грамм — секунда» к триаде «метр — килограмм — секунда» (система МКС) и добавлением к этим единицам какой-либо электрической единицы практической шкалы. Идея Джорджи реализована в рамках предложенной в 1960 г. Международной универсальной (применимой ко всем областям науки и техники) системы единиц СИ. В СИ в качестве дополнительных к системе МКС используются единица силы тока (ампер), единица температуры (кельвин), единица силы света (кандела) и единица количества вещества (моль) [2].

В настоящее время СИ признана мировым сообществом в качестве официальной системы единиц — т. е. системы, обязательной к применению на всех уровнях государственной деятельности. Система СГС тем не менее допускается к использованию в научных исследованиях теоретического характера. К такого рода исследованиям, не нарушающим метрологическое законодательство, следует отнести и рассмотренные в данной монографии пути развития за пределы механики абсолютной системы единиц МКС (см. главы 2 и 3). В этой главе в разделе 1.1 мы напомним основные положения теории размерностей физических величин и сформулируем в явном виде несколько постулатов, лежащих в ее основе. В разделе 1.2 представлена LTM-диаграмма взаимосвязи всех допустимых абсолютных размерностей, а в разделе 1.3 рассмотрены абсолютные системы единиц, сохраняющие структуру LTM-диаграммы.

1.1. Физическая величина, единица измерения, размерность

Исследование в любой области физических явлений, будь то механика, электродинамика или термодинамика,

начинается с выявления набора величин, характерных для этой области, и выбора единиц измерения, с помощью которых можно установить численное значение конкретной величины. Называя это число, необходимо добавить и название определенной единицы измерения: например, пять сантиметров длины. Именно при помощи названия единиц измерения проявляется качественное различие величин. Это обстоятельство дает основание для следующего диалектического определения [3]: «Единство количества и качества называется физической величиной». Однако в принципе понятие «физическая величина» относится к категории первичных неопределяемых понятий.

Располагая численными значениями величин, отвечающих конкретному состоянию объекта исследования, можно установить количественное соотношение между этими величинами, например, путем контролируемого изменения состояния объекта. Наличие такого рода функциональных связей позволяет вычислить значения одного ряда величин по фиксированным значениям другого ряда, что дает основание для разделения всей совокупности физических величин на два класса: производных (B_j) и основных (A_i). Соответственно этому делению, принятые для основных величин (аргументы функциональной зависимости) единицы измерения называются основными, а все остальные — производными единицами.

Определенный этап в развитии теории размерностей был достигнут в первой четверти XIX в., когда произошло абстрагирование от конкретных масштабов единиц измерения (сантиметр, дюйм, фут, фунт и др.) путем использования символьных единиц измерения основных величин. Обозначение основной величины A_i одновременно стало и обозначением символьной единицы измерения.

Например, символ длины L охватывает любые масштабы ее измерения.

Формальное математическое выражение единицы измерения производной величины через символьные единицы измерения основных величин называется размерностью производной величины. Для обозначения размерности в настоящее время обычно используют «скобку Максвелла» — $[B_j]$. Размерность единицы измерения основной величины совпадает с ее символьной размерностью.

Общий вид размерности производной величины, или ее формулу размерности, мы определим следующим постулатом:

Постулат I.

Любое множество физических величин можно разбить на подмножества основных A_i $(i = 1, 2, \ldots, I)$ и производных B_j $(j = 1, 2, \ldots, J)$ величин таким образом, чтобы размерность производной величины выражалась бы через произведение степеней символьных единиц измерения основных величин:

$$[B_j] = \prod_i A_i^{a_{ij}}, \tag{1.1}$$

где a_{ij} — целые числа, называемые показателями размерности. Если все $a_{ij} = 0$, то B_j считается безразмерной величиной.

В ходе развития физики как науки количественные соотношения были установлены первоначально в геометрии, для которой основной символьной единицей измерения является длина L. Затем в кинематике потребовались как длина L, так и время T. Наконец в механике к этим двум единицам добавилась масса M. Поэтому формула

размерности (1.1) любой производной величины в механике имеет вид:

$$[B_j] = L^{lj}T^{tj}M^{mj}. \qquad (1.2)$$

Например, сила имеет размерность $LT^{-2}M$, энергия – $L^2T^{-2}M$, а действие – $L^2T^{-1}M$ (см. прил. 1).

Будем называть совокупность символьных единиц измерения основных величин, входящих в формулу размерности, базисом размерностей и обозначать фигурной скобкой, например, $\{L, T, M\}$-базис. При рассмотрении электромагнитных явлений из соображений удобства практических расчетов к $\{L, T, M\}$-базису добавили новую основную единицу – ампер с символьной размерностью I. Аналогичным образом для тепловых явлений новой основной единицей был признан градус Кельвина (K). Современная официальная система единиц СИ содержит семь основных единиц (помимо перечисленных, это количество вещества – моль и сила света – кандела) [2].

«На пальцах» необходимость введения дополнительных к $\{L, T, M\}$-базису основных единиц объясняется, например для электродинамики, следующим образом. При рассмотрении электромагнитных явлений к уравнениям механики добавляются три новых уравнения – уравнение связи между током и зарядом, законы Ампера и Кулона – и четыре новых физических величины: магнитная постоянная μ_0, электрическая постоянная ε_0, заряд q и сила тока I. Уравнений на все величины не хватает, поэтому одну из них нужно выбрать в качестве основной.

Однако такой подсчет всегда может оказаться ошибочным, так как не все определяющие соотношения могут быть нам известны на момент его проведения. В рассматриваемом случае добавление к трем указанным выше

соотношениям независимого от них закона природы:

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1 \tag{1.3}$$

уравнивает число соотношений и величин, вследствие чего необходимость расширения $\{L, T, M\}$-базиса отпадает.

Действительно, электродинамику можно основывать только на единицах длины, времени и массы. Эта возможность, например, реализуется в излюбленной физиками системе единиц СГС, в которой в отличие от СИ сила тока является не основной, а производной величиной с формулой размерности, имеющей вид:

$$[I] = L^{3/2} T^{-2} M^{1/2}. \tag{1.4}$$

Аналогичным образом можно обойтись и без введения новой основной единицы измерения для области тепловых явлений. Например, для температуры θ в теоретических исследованиях часто используют абсолютную размерность, совпадающую с размерностью энергии:

$$[\theta] = L^2 T^{-2} M. \tag{1.5}$$

Однако в современной теории размерностей в отношении необходимого числа основных величин и соответственно основных единиц измерения сложилось мнение, что это число является совершенно произвольным и может быть как увеличено, так и уменьшено по отношению к $\{L, T, M\}$-базису. На наш взгляд, напротив, число основных величин является характерным числом нашего мира, таким как число измерений пространства или число основных цветов цветового пространства. Это число не может быть определено теоретическими рассуждениями, а дается

нам как опытный факт и равно трем. Поэтому при дальнейшем изложении мы будем основываться применительно ко всем физическим явлениям на постулате:

Постулат II.

Для представления размерностей всех производных физических величин достаточно трех основных величин.

Выбор конкретных величин можно основывать на историческом опыте физики: это, во-первых, кинематические величины (длина, время) и, во-вторых, динамическая величина — масса. Такой выбор также приходится декларировать посредством следующего постулата:

Постулат III.

В качестве основных величин в физике можно использовать длину, время и массу и, соответственно, $\{L, T, M\}$*-базис символьных размерностей.*

Парадоксы кажущегося нарушения этих постулатов связаны обычно с тем, что одна или все символьные единицы измерения в $\{L, T, M\}$-базисе — безразмерны. В этом случае безразмерной будет и производная величина, но число основных величин все равно остается равным трем. Аналогично, расширение $\{L, T, M\}$-базиса путем включения дополнительных символьных единиц можно рассматривать как добавление ряда производных безразмерных единиц, таких как радиан, моль, кельвин, ампер. Например, абсолютную температуру можно считать числом, которое измеряет энергию в единицах константы Больцмана [4].

Переход к любому расширенному базису, как всякая избыточность, может быть полезен в различного рода

прикладных исследованиях. Однако этот переход сопровождается появлением таких несуразных размерностей как джоуль/кельвин, ватт/ампер и т. п. Поэтому в теоретической физике надо стремиться к тому, чтобы все количественные соотношения были записаны через величины с размерностью, в $\{L, T, M\}$-базисе. Подробное изучение $\{L, T, M\}$-базиса будет предпринято в следующем разделе на основе LTM-диаграммы – графического представления взаимосвязи размерностей в этом базисе. Другие тернарные базисы, сохраняющие структуру LTM-диаграммы, рассмотрены в разделе 1.3.

1.2. LTM-диаграмма взаимосвязи размерностей физических величин (Ф5)

Введенная в разделе 1.1. формула размерности производной величины в случае использования $\{L, T, M\}$-базиса имеет вид:

$$[B_j] = L^{lj} T^{tj} M^{mj}.$$

Согласно этой формуле, размерность относится к классу нечисловых объектов – формальных одночленов, так как входящие в нее символьные единицы измерения не принимают числовых значений, хотя показатели размерности являются целыми числами (см. постулат I).

При работе с нечисловыми объектами всегда можно столкнуться с определенными математическими неожиданностями. Поэтому в физике действует ряд правил, соблюдение которых позволяет избежать грубых ошибок:

1. Складывать друг с другом и связывать неравенствами можно только величины одинаковой размерности.

2. Перемножать между собой и делить друг на друга можно величины любой размерности.
3. При дифференцировании размерность производной равна отношению размерностей дифференцируемой величины и величины, по которой производится дифференцирование.
4. При интегрировании размерность подынтегральной функции умножается на размерность стоящих перед ней дифференциалов.
5. Если размерность какой-либо величины, представленной некоторой аналитической функцией, известна заранее, то эта размерность должна следовать из размерностей величин, входящих в эту функцию (принцип размерной однородности).
6. Аргумент трансцендентной функции должен быть безразмерным, т. е. числом. Например, безразмерным должен быть аргумент x тригонометрических функций:

$$\sin(\text{угла } x \text{ радиан}) = \sin(\text{числа } x).$$

Необходимость разработки общей теории размерностей, из которой вытекали бы перечисленные выше правила, а также были бы ясны те допущения, которые надо принять, чтобы быть уверенными в их справедливости, первыми осознали математики. В XIX в. это были такие фигуры, как Фурье [5], Гаусс [6] и Максвелл [7]. Фурье, в частности, ввел два понятия, имеющие важнейшее значение и в наше время. Первое – это понятие формулы размерности, второе соответствует принципу однородности по размерностям (правило 5 в нашем списке). Фурье также считал, что эти понятия нужно вводить аксиоматически, так как они «...вытекают из первичных представлений

о величинах» и «...эквивалентны аксиомам, которые древние греки оставили нам без доказательств» [5].

В XX в. можно особо отметить работы Биркгофа [8], Дробота [9] и Уитни [10] по обоснованию одного из разделов теории размерностей – анализа размерностей (см. прил. 2). Математическую структуру, связанную непосредственно с формулой размерности, первым, по-видимому, указал Флейшман [11].

В современной математике под математической структурой понимается определенное множество объектов с заданной системой отношений [12]. Например, вещественные числа определяются как множество R объектов, называемых числами. В этом множестве определены две бинарные операции (тернарные отношения), называемые сложением и умножением, которые сопоставляют каждым двум числам α и β третье число, обозначаемое $\alpha + \beta$ и $\alpha * \beta$ соответственно. Кроме того, в R существует бинарное отношение, обозначаемое символом $\leqslant$. В соответствии с этими положениями математическую структуру вещественных чисел записывают следующим образом:

$$(R; +; *; \leqslant).$$

Еще одна важная для физики фундаментальная математическая структура, называемая «группой», характеризуется заданием в множестве G элементов группы бинарной операции «$*$», сопоставляющей каждым двум элементам g и h третий элемент $g * h$. Полное определение группы, как математической структуры, записывается следующим образом:

Группой называется структура $(G; *)$, удовлетворяющая следующим аксиомам:

1) групповая операция ассоциативна:

$$g * h * f = g * (h * f)$$

для любых g, h, f, принадлежащих G;

2) группа обладает единичным элементом e, таким что

$$g * e = e * g = g$$

для всех $g \in G$;

3) каждому элементу $g \in G$ соответствует обратный ему элемент g^{-1}, такой что

$$g * g^{-1} = g^{-1} * g = e;$$

4) если, кроме того, групповая операция коммутативна

$$g * h = h * g$$

для любых $g, h \in G$, то группа называется коммутативной или абелевой.

Важным классом абелевых групп являются группы, каждый элемент которых может быть представлен как произведение конечного числа сомножителей с целочисленными степенями, называемых образующими элементами группы. Наконец, группа называется бесконечной либо конечной в зависимости от того, является ли множество G бесконечным или конечным.

Очевидно, как и указал Флейшман, что формулы размерности в $\{L, T, M\}$-базисе можно считать элементами бесконечной абелевой группы D^3_∞, порожденной всеми целочисленными степенями трех независимых образующих: длины (L), времени (T) и массы (M).

Однако эта общая точка зрения нуждается в существенном уточнении. Дело в том, что если проанализировать реализующиеся в физике формулы размерности (см. прил. 1), то приходится констатировать, что символьная единица M входит в формулу размерности лишь в первой степени, т. е. она не образует подгруппу группы D^3_∞, порождаемую всеми степенями M. С учетом этого обстоятельства группа D^3_∞ редуцируется к произведению абелевой группы D^2_∞ с двумя кинематическими образующими на символьную единицу измерения M:

$$D^2_\infty \times M = L^l T^t M. \tag{1.6}$$

Такого рода математические конструкции часто фигурируют в математике и ее приложениях под названием «действия группы G на множестве X». Действие есть отображение $G \times X \to X$, ставящее в соответствие элементу группы G и точке множества X элемент множества $g * x$. Все элементы вида $g * x$ при переменном g составляют орбиту точки x под действием группы.

Таким образом, множество элементов вида (1.6) при переменных l и t составляют орбиту символьной единицы измерения M под действием кинематической группы D^2_∞ на множестве всех размерностей, принадлежащих $\{L, T, M\}$-базису. Поэтому наш последний постулат теории размерностей можно сформулировать следующим образом:

Постулат IV.

Формулы размерности физических величин в $\{L, T, M\}$-базисе образуют орбиту символьной единицы измерения M с элементами вида $L^l T^t M$.

Поскольку граф бесконечной абелевой группы представляет собой систему пересекающихся между собой под

прямым углом и равноотстоящих друг от друга прямых, соответствующих различным степеням образующих [13], то орбиту M, фигурирующую в постулате IV, можно представить в виде LTM-диаграммы, изображенной на рис. 1.1.

В принципе, число различных размерностей в $\{L, T, M\}$-базисе бесконечно, но в физике используется лишь очень небольшая их часть, группирующаяся вокруг размерностей энергии ($L^2T^{-2}M$) и импульса ($LT^{-1}M$). Именно эта область LTM-диаграммы представлена на рис. 1.1. Содержащиеся в этой области размерности можно разбить на три группы (вертикальные столбцы LTM-диаграммы), в каждой из которых вышележащая размерность получается из нижележащей путем умножения на размерность скорости V (LT^{-1}). В первую группу входят, например, точки 1, 2 и 3 LTM-диаграммы:

$$T^{-1}M \to LT^{-2}M \to L^2T^{-3}M.$$

Вторая группа включает точки 4, 5 и 6:

$$M \to LT^{-1}M \to L^2T^{-2}M.$$

Наконец, в третью группу входят точки 8, 9 и 10:

$$LM \to L^2T^{-1}M \to L^3T^{-2}M.$$

Величины с размерностями, принадлежащими второй группе, образуют ось, вокруг которой вращается вся физика. Это такие известные сохраняющиеся величины, как масса, импульс и энергия. Размерности величин, относящихся к первой группе (сопротивление, сила, мощность) получаются путем дифференцирования по времени t или длине x величин второй группы. Так как все размерности LTM-диаграммы взаимосвязаны, то взаимосвязаны

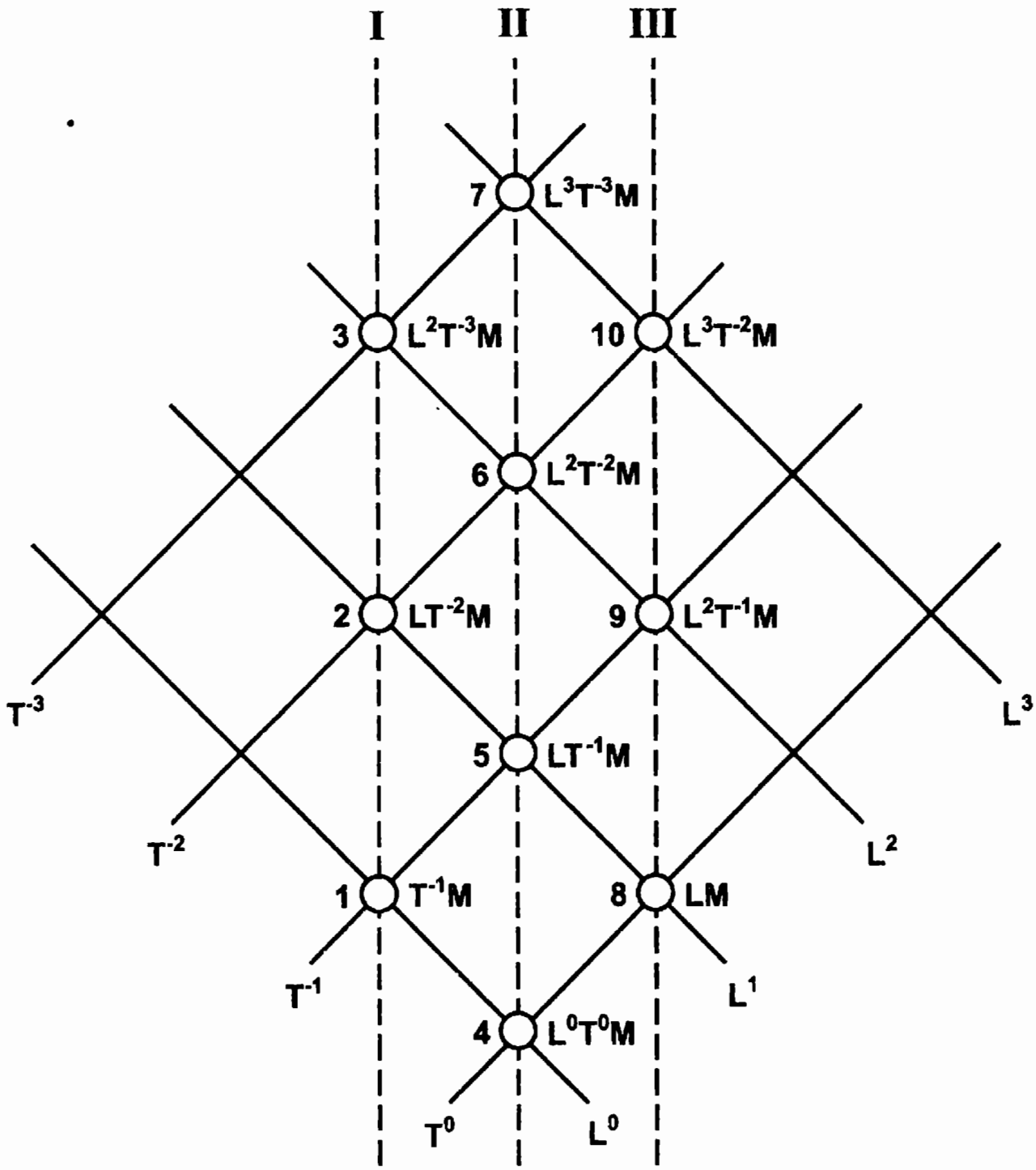


Рис. 1.1. *LTM*-диаграмма. I, II и III — группы размерностей, в каждой из которых вышележащая размерность получается умножением нижележащей на размерность скорости (1 — коэффициент сопротивления, 2 — сила, 3 — мощность, 4 — масса, 5 — импульс, 6 — энергия, 7 — энергия × скорость, 8 — действие/скорость, 9 — действие, 10 — действие × скорость)

и результаты дифференцирования. В общем случае оказывается справедливым следующее диаграммное тождество:

$$\left[\frac{d}{dV}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)\right] = \left[\frac{\partial B}{\partial x}\right], \qquad (1.7)$$

где B – любая физическая величина, размерность которой представлена на LTM-диаграмме.

Размерности величин третьей группы можно условно назвать интегральными, так как они получаются путем интегрирования соответствующих величин второй группы по времени или длине. Характерной особенностью интегральных величин является возможность их использования для формулировки вариационных принципов типа принципа наименьшего действия Гамильтона, согласно которому реальное движение механической системы в конкретном промежутке времени таково, что интеграл по времени от разности кинетической и потенциальной энергий системы стационарен на траектории этого движения. Как и в случае дифференцирования физической величины с исходной размерностью, представленной на LTM-диаграмме, результаты ее интегрирования по времени и по длине взаимосвязаны, что выражается в известной тождественности временных и пространственных средних, использующихся в статистической механике.

LTM-диаграмма позволяет не только наглядно представить взаимосвязь размерностей известных физических величин, но и выделить величины, могущие также играть существенную роль в теоретических исследованиях. В этой связи особый интерес представляет величина с размерностью

$$[\text{энергия} \times \text{скорость}] = L^3T^{-3}M,$$

так как по аналогии с другими величинами второй группы относительно ее должен оказаться справедливым еще один закон сохранения. Тесно связанной с этой величиной является интегральная величина с размерностью

$$[\text{энергия} \times \text{длина}] = L^3T^{-2}M.$$

Поскольку в этом случае речь идет об изменении энергии на элементе длины, то можно назвать указанную размерность – размерностью диссипации, а размерность $L^3T^{-3}M$ – размерностью мощности диссипации.

Обе указанные размерности лишь эпизодически упоминаются в литературе. Так, размерность диссипации имеет произведение фундаментальных постоянных Ch, фигурирующих в формулах квантовой электродинамики; произведение Gm^2 (G – гравитационная постоянная); квадрат электрического заряда в системе СГС. Размерность мощности диссипации возникает только как размерность интенсивности излучения абсолютно черного тела. Между тем, как будет показано в главе 3, величины с указанными размерностями естественным образом появляются при определенном выборе абсолютной размерности термодинамической температуры.

Итак, LTM-диаграмма является полезным инструментом установления различного рода соотношений между размерностями физических величин и тем самым в известной степени между самими физическими величинами. Однако в специальных разделах физики (физика высоких энергий, теория относительности, астрономия) могут быть использованы тернарные базисы, отличные от $\{L, T, M\}$-базиса, но тесно с ним связанные. Эти базисы кратко рассмотрены в следующем разделе.

1.3. Тернарные базисы, используемые в специальных разделах физики

Согласно LTM-диаграмме раздела 1.2, все размерности физических величин, принадлежащие $\{L, T, M\}$-базису, взаимосвязаны между собой, поскольку из каждой точки LTM-диаграммы (см. рис. 1.1) можно перейти в любую другую точку посредством умножения (деления) соответствующей этой точке размерности либо на длину L, либо на время T, либо на скорость V. Поэтому в качестве образующих кинематической группы D^2_∞ вместо пары (L, T) можно взять либо пару (L, V), либо пару (V, T). Первый случай представлен в виде соответствующей ему LVM-диаграммы на рис. 1.2.

Другая возможность изменения $\{L, T, M\}$-базиса состоит в том, что вместо M в качестве основной символьной единицы измерения используется любая размерность, принадлежащая этому базису. Например, на рис. 1.3 изображена LTF-диаграмма, в которой вместо массы M фигурирует сила F. Эта диаграмма получена из LTM-диаграммы путем переноса начала координат (точка L^0, T^0) в точку $LT^{-2}M$. При этом масса как производная величина приобретет размерность $L^{-1}T^2F$.

Помимо перехода к новой образующей V или к новой символьной единице A одновременно можно перейти к безразмерным символьным единицам, если у V или A в рамках конкретной системы единиц $\{L, T, M\}$-базиса существуют выделенные численные значения. Например, при переходе к $\{L, V, M\}$-базису можно учитывать, что у V в системе СГС существует выделенное значение $C = 3 \cdot 10^{10}$ см/с (скорость света в вакууме). Если перейти к безразмерной скорости $v = V/C$, то в этом случае все

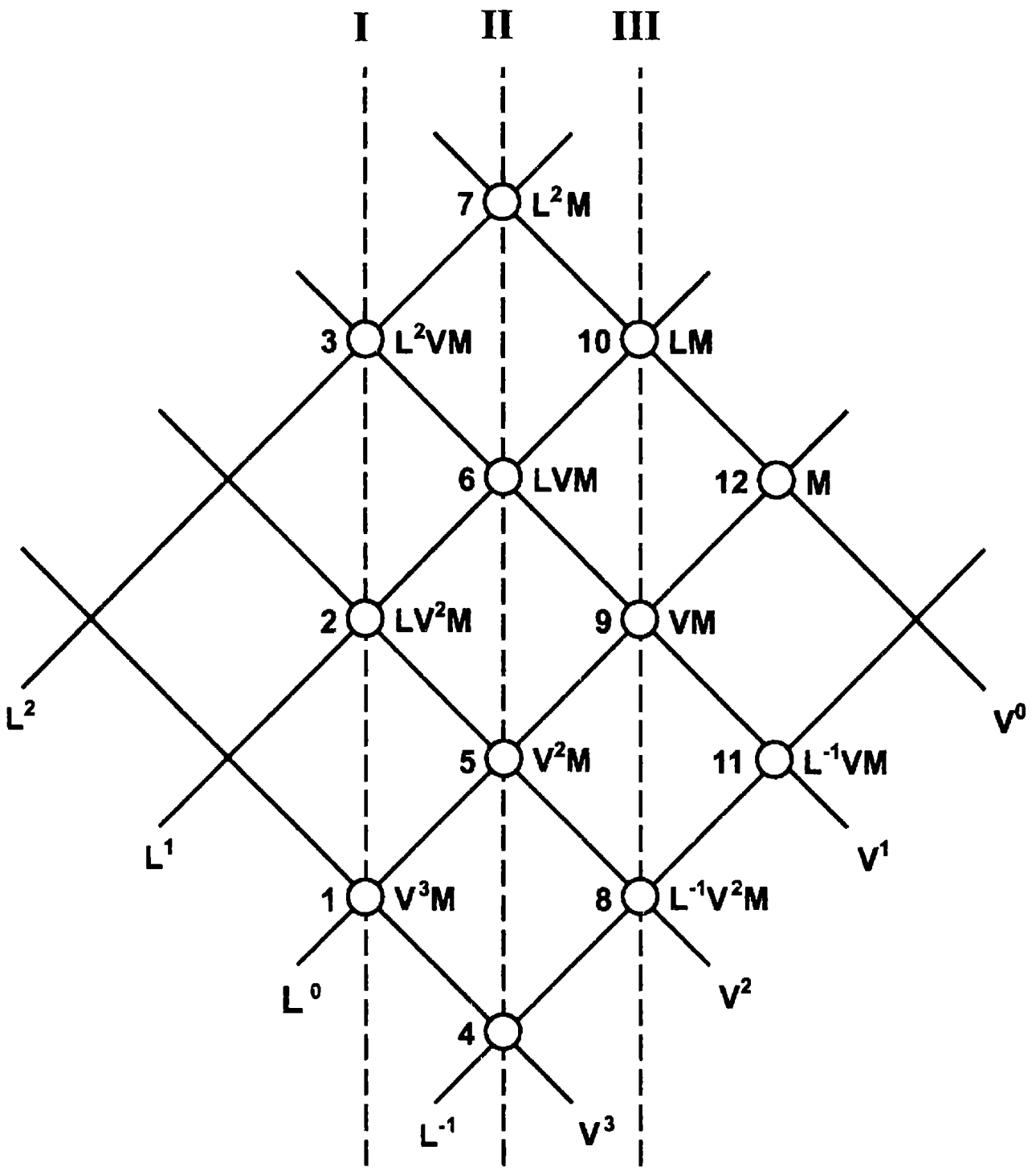


Рис. 1.2. LVM-диаграмма. I, II и III — группы размерностей, в каждой из которой вышележащая размерность получается умножением нижележащей на размерность L/V (5 — энергия, 6 — действие, 8 — сила, 9 — импульс, 11 — коэффициент сопротивления, 12 — масса)

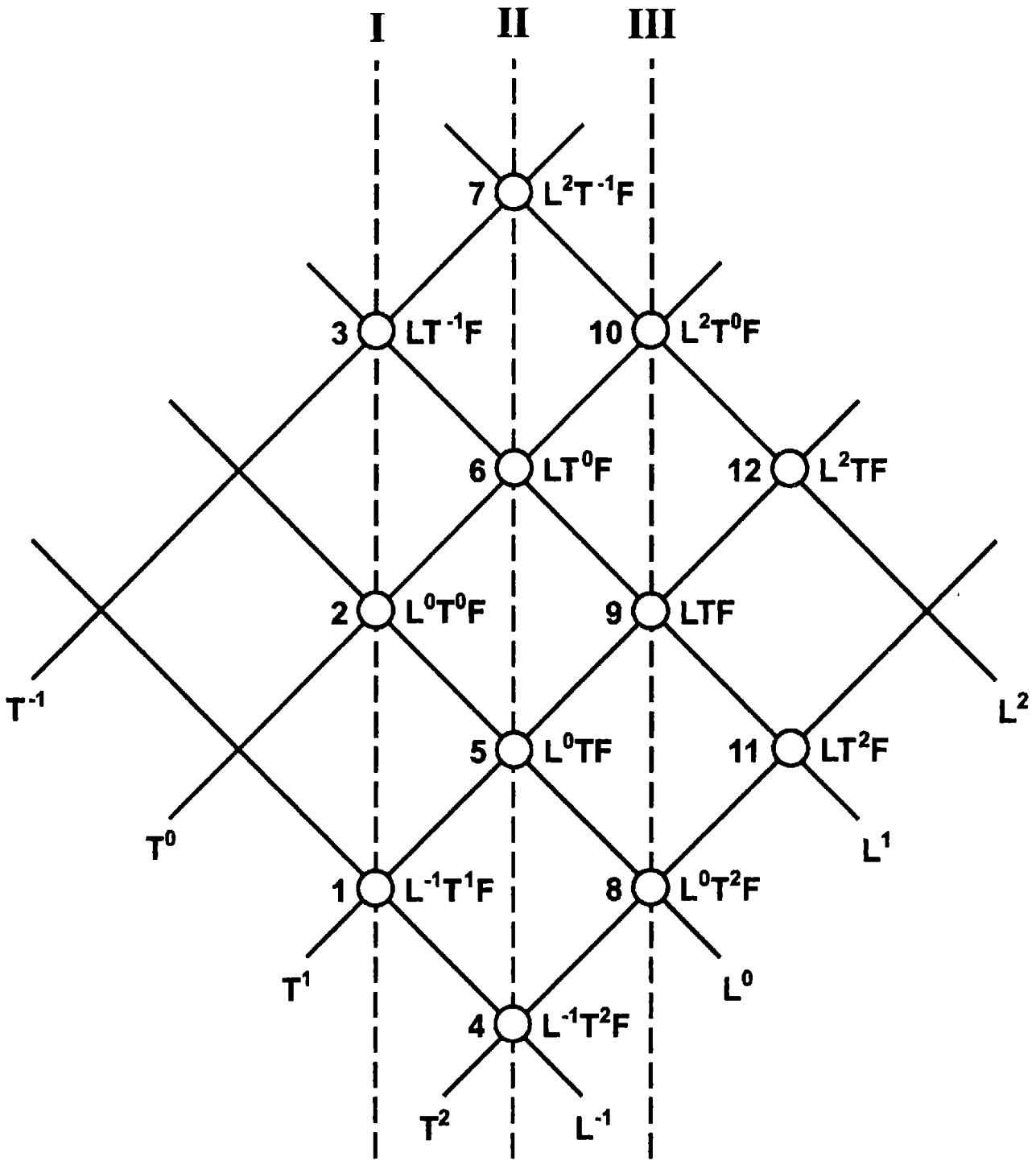


Рис. 1.3. *LTF*-диаграмма. I, II и III — группы размерностей, в каждой из которой вышележащая размерность получается умножением нижележащей на размерность скорости (1 — коэффициент сопротивления, 2 — сила, 4 — масса, 5 — импульс, 6 — энергия, 9 — действие)

физические величины получат размерность $[B] = L^l M$. Так, масса, импульс и энергия будут иметь размерность M, а время получит размерность L.

С формальной точки зрения $\{L, V, M\}$-базис при переходе к безразмерной скорости редуцируется к $\{L, M\}$-базису. Однако по существу дела число основных величин при этом осталось по-прежнему равным трем: просто одна из них (скорость) стала безразмерной. Поэтому никакой редукции не происходит и $\{L, v, M\}$-базис относится к тому же типу, что и $\{L, T, M\}$-базис. Пренебрегать v нельзя, так как только с ее учетом можно проводить численные расчеты и установить связь между единицей времени и единицей длины: 1 с $= 3 \cdot 10^{10}$ см.

Переход к безразмерной скорости особенно полезен в специальной теории относительности (СТО). Так, закон сохранения энергии и импульса в СТО в системе единиц СГС имеет следующий громоздкий вид:

$$E^2 = m^2 C^4 + C^2 p^2.$$

Поскольку в $\{L, v, M\}$-базисе $v_{V=C} = 1$, то это уравнение переходит в компактное соотношение:

$$E^2 = m^2 + p^2.$$

Такого рода возможность сокращенной записи основных уравнений часто используется в специальных разделах физики. Например, в физике высоких энергий (релятивистская квантовая физика) обычно работают в рамках $\{L, V, S\}$-базиса, где S — действие [14]. Действие в $\{L, T, M\}$-базисе имеет размерность $L^2 T^{-1} M$ и его выделенное значение (постоянная Планка) в системе СГС составляет $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-27}$ эрг · с. При переходе к безразмерному

действию $s = S/\hbar$ и безразмерной скорости $v = V/C$ в $\{L, v, s\}$-базисе останется только размерность длины. Поэтому масса, импульс и энергия получают одинаковую размерность L^{-1}. Действительно, размерности основных величин $\{L, V, S\}$-базиса, выраженные через длину, массу и время, имеют следующий вид:

$$[L] = L, \quad [V] = LT^{-1}, \quad [S] = L^2MT^{-1}.$$

Решая эти уравнения относительно L, M и T, найдем:

$$L = L, \quad M = L^{-1}[V]^{-1}[S], \quad T = L[V]^{-1}.$$

Таким образом, переход к безразмерным переменным v и s оставляет для всех производных величин только размерность L^l. Однако в $\{L, v, s\}$-базисе, как и в $\{L, T, M\}$-базисе, по прежнему три основных величины, просто две из них безразмерны. Это обстоятельство нужно учитывать при переходе к числовым значениям массы и времени в $\{L, v, s, \}$-базисе. Так, единица времени связана с единицей длины соотношением $1\ \text{с} = C{\cdot}1\ \text{см}/(1\ \text{см}/\text{с}) = 3{\cdot}10^{10}$ см, а единица массы с единицей длины — соотношением:

$$1\ \text{г} = \frac{C \cdot 1\ \text{дж} \cdot \text{с}}{(1\ \text{см}/\text{с})\hbar}\ \text{см}^{-1} \cong 3 \cdot 10^{37}\ \text{см}^{-1}.$$

Обычно за единицу массы, импульса и энергии в $\{L, v, s\}$-базисе принимают 1 эВ — внесистемную единицу СГС — или 1 МэВ = 10^6 эВ. Расстояние в этом случае будет измеряться в единицах МэВ$^{-1}$. Переходной множитель между МэВ и см$^{-1}$ равен:

$$1\text{см}^{-1} = C\hbar\ \text{МэВ} \cong 1{,}97 \cdot 10^{-11}\ \text{МэВ}.$$

В единицах МэВ массы и энергии элементарных частиц выражаются небольшими числами. Например, масса электрона приближенно равна:

$$m_e \cong 0{,}9\cdot 10^{-27}\ \text{г}\cdot 3\cdot 10^{37}\ \text{г}^{-1}\ \text{см}^{-1}\cdot 1{,}97\cdot 10^{-11}\ \text{МэВ}\cdot\text{см} \cong 0{,}5\ \text{МэВ}.$$

Еще одним тернарным базисом, использующимся в теоретической физике, является $\{V, T, Z\}$-базис, в котором Z — это величина, имеющая в $\{L, T, M\}$-базисе размерность, обратную размерности гравитационной постоянной G:

$$[Z] = L^{-3}T^2M.$$

Выделенным значением Z является обратная величина G, равная в системе МКС $1.5 \cdot 10^{10}$ м$^{-3}$ кг $\cdot$ с^2.

Связь размерностей основных величин в $\{V, T, Z\}$-базисе с символьными единицами $\{L, T, M\}$-базиса дается следующими уравнениями:

$$[T] = T, \quad [V] = LT^{-1}, \quad [Z] = L^{-3}T^2M.$$

Решая эту систему относительно L, T и M, получим:

$$L = T[V], \quad M = T[V]^3[Z], \quad T = T.$$

Переход к безразмерным величинам $v = V/C$ и $z = ZG$ оставляет для всех производных величин $\{V, T, Z\}$-базиса только размерность T^t. Масса и длина в этом случае выражаются через C и G следующим образом:

$$1\ \text{кг} = \frac{G}{C^3} = 2{,}47 \cdot 10^{-36}\ \text{с},$$

$$1\ \text{м} = 3{,}3 \cdot 10^{-8}\ \text{с}.$$

Например, масса Солнца составит всего лишь $4{,}9 \cdot 10^{-6}$ с [15].

Все рассмотренные выше тернарные базисы с точки зрения математики изоморфны друг к другу, однако в теоретической физике наиболее часто используются базисы с кинематическими образующими L и V. Диаграммное тождество таких базисов имеет вид:

$$\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)\right] = \left[\frac{\partial B}{\partial x}\right]. \tag{1.8}$$

Если в (1.8) вместо B подставить функцию Лагранжа (разность кинетической и потенциальной энергий), то это тождество преобразуется в основное уравнение аналитической механики — уравнение Лагранжа, от которого, как от печки, «танцует» вся современная физика [16].

В заключение несколько терминологических пояснений. В литературе принято называть конкретные системы единиц с безразмерными единицами измерения — естественными системами и обозначать их перечислением фундаментальных постоянных, используемых для обезразмеривания основных единиц. Так, $\{L, V, S\}$-базис порождает $(L, C, \hbar)$-систему единиц. Часто также ограничиваются записью «система $C = \hbar = 1$». Ясно, что в этом случае, речь идет о том, что скорость измеряется в долях C, а действие — в долях $\hbar$. Правильная запись имеет вид:

$$v_{V=C} = s_{S=\hbar} = 1.$$

Эта запись более громоздка, но, как говорили классики (В. Томсон), «экономить надо не чернила, а разум».

Глава 2

$\{L, T, M\}$-базис в электродинамике

Первая, выходящая за рамки механики абсолютная система единиц, как конкретная реализация $\{L, T, M\}$-базиса, была предложена Гауссом в 1832 г. Эта система с основными масштабами миллиметр, миллиграмм и секунда возникла в связи с изучением магнитного поля земли. При этом Гаусс исходил из закона Ампера для взаимодействия двух магнитных масс и предположил, что магнитная постоянная вакуума является отвлеченным числом, которое он для простоты принял равным единице. Вебер (1851) создал аналогичную абсолютную систему, основываясь на законе Кулона, для взаимодействия двух электрических зарядов, приняв, что электрическая постоянная вакуума представляет собой отвлеченное число, равное единице.

Усилиями, можно сказать, всего сообщества ученых-физиков обе эти системы единиц в начале 80-х гг. XIX в. были объединены в одну систему – СГС (сантиметр, грамм, секунда). В СГС, как у Гаусса и Вебера, принято, что электрическая ε_0 и магнитная μ_0 постоянные – это равные единице отвлеченные числа. Поэтому в уравнениях электромагнетизма, связывающих электрические и магнитные величины, появляется скорость света в вакууме C, а у целого ряда производных величин возникают дробные показатели размерности. Например, размерность заряда в СГС имеет вид: $L^{3/2}T^{-1}M^{1/2}$. Такого рода «иррациональность» не имеет физического объяснения. Поэтому утвердилось мнение о необходимости расширения $\{L, T, M\}$-базиса путем вклю-

чения в него новой основной символьной единицы из области электромагнетизма [17].

Однако, как мы уже отмечали в главе 1, существуют альтернативные варианты для абсолютной размерности физической величины и выбор конкретной формулы размерности должен быть основан на физических, а не на математических соображениях, таких как $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$. В разделе 2.1 физические соображения привлечены для выбора формулы размерности электрического заряда и проанализированы практические следствия такого выбора – система единиц МКС$^+$. В разделе 2.2 показано, как можно преобразовать МКС$^+$ в специальную естественную систему единиц, удобную как и СГС для описания электромагнитного поля в вакууме.

2.1. Физические основания выбора абсолютных размерностей электрической и магнитной постоянных: система единиц МКС$^+$ (Ф1, Ф3, Ф4)

Как известно из теории электромагнетизма, электрическая постоянная ε_0, магнитная постоянная μ_0 и скорость света в вакууме C связаны между собой следующим соотношением:

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1. \tag{2.1}$$

Согласно (2.1), размерность произведения

$$[\varepsilon_0 \cdot \mu_0] = L^{-2}T^2,$$

но размерность каждого из сомножителей неизвестна.

С формальной точки зрения, как уже отмечалось выше, простейшие варианты априорного назначения размерностей ε_0 и μ_0 по отдельности, предложенные еще в XIX в., суть:

1) ε_0 –безразмерна и равна единице, $[\mu_0] = L^{-2}T^2$;
2) μ_0 – безразмерна и равна единице, $[\varepsilon_0] = L^{-2}T^2$;
3) $[\mu_0] = [\varepsilon_0] = L^{-1}T$.

Однако, для назначения размерностей ε_0 и μ_0 можно привлечь не только формальные, но и физические соображения. Здесь также возникает ряд вариантов, но поскольку известно, что свет представляет собой поперечные волны, то размерности ε_0 и μ_0 следует искать по аналогии с размерностями величин, с помощью которых описываются поперечные волны любой природы.

Так, например, скорость поперечной волны V (м/с), в натянутой с силой τ (ньютон) струне, имеющей погонную плотность ρ (кг/м), дается следующим выражением [18, т. 1, гл. 10]:

$$\rho \cdot V = \frac{\tau}{V}. \tag{2.2}$$

В то же время для электромагнитной волны в вакууме имеем [18, т. 3, гл. 37]:

$$\mu_0 \cdot V = \frac{1}{\varepsilon_0 V}. \tag{2.3}$$

Следовательно, сравнив (2.2) и (2.3), получим:

$$[\mu_0] = L^{-1}M \quad \text{и} \quad [\varepsilon_0] = L^{-1}T^2M^{-1}.$$

Такой выбор размерностей ε_0 и μ_0 порождает интересную во многих отношениях систему единиц, охватывающую механические и электромагнитные явления – МКС$^+$ (МКС-плюс).

В МКС$^+$ электрический заряд Q, согласно закону Кулона, будет иметь размерность длины L, электрический ток I – размерность скорости LT^{-1}. Размерности других электрических и магнитных величин легко находятся из размерностей в системе МКСА (подсистема Си) путем подстановки в них указанной абсолютной размерности электрического тока. Например, размерность электрического потенциала U в МКСА имеет вид [2]:

$$[U] = L^2T^3MI^{-1}.$$

Следовательно, в МКС$^+$ получим:

$$[U] = LT^{-2}M.$$

Перечень размерностей наиболее употребительных электрических и магнитных величин в системе МКС$^+$ содержится в табл. 2.1. Особо следует отметить, что размерности, приведенные в табл. 2.1, соответствуют хорошо известной электромеханической аналогии, согласно которой заряд сопоставляется смещению, ток – скорости, индукция – массе и потенциал – силе [19, т. 2, гл. 31]. Поэтому для тех, кто не воспринимает эвристический вывод соотношения (2.3) у Роджерса, возможно более приемлемым будет принятие наших размерностей ε_0 и μ_0, если исходить из этой аналогии.

При фиксированных размерностях ε_0 и μ_0 существует еще и свобода выбора их численных значений. Этой свободой можно распорядиться таким образом, чтобы численные значения производных величин в МКС$^+$ совпали с их численными значениями в МКСА. Очевидно, что для

Таблица 2.1

Размерности основных электрических и магнитных величин в системе МКС$^+$

Величина и ее обозначение	Размерность	Единица измерения
Заряд, Q	L	кулон
Ток, I	LT^{-1}	ампер
Потенциал, U	$LT^{-2}M$	вольт
Напряженность электрического поля, E	$T^{-2}M$	вольт/метр
Сопротивление, R	$T^{-1}M$	ом
Емкость, C	T^2M^{-1}	фарад
Электрическая индукция, D	L^{-1}	кулон/метр^2
Магнитная индукция, B	$L^{-1}T^{-1}M$	тесла
Магнитный поток, Ф	$LT^{-1}M$	вебер
Индуктивность, L	M	генри
Напряженность магнитного поля, H	T^{-1}	ампер/метр

этого достаточно положить:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1{,}256 \cdot 10^{-6}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 C^2} = 8{,}854 \cdot 10^{-12},$$

т. е. принять равенство численных значений ε_0 и μ_0 в обеих системах. Поскольку при этом аналитическая форма уравнений электромагнетизма в МКС$^+$ и МКСА полностью

совпадает, то изучение этого раздела физики целесообразно проводить на основе системы МКС$^+$.

В МКС$^+$ в отличие от МКСА легко выполнить проверку размерной однородности уравнений, содержащих электрические и магнитные величины. Вот элементарный пример. Как известно, период τ свободных колебаний в контуре, содержащем емкость C и индуктивность L, дается формулой Томсона:

$$\tau = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Размерность τ — очевидно секунда, а размерность произведения LC — это размерность [генри × фарад]. Если обратиться к справочнику единиц МКСА, то можно установить, что:

$$[\text{генри}] = L^2T^{-2}MI^{-2},$$

$$[\text{фарад}] = L^{-1}T^4M^{-1}I^2.$$

Только перемножив эти размерности с последующим извлечением квадратного корня можно убедиться, что формула Томсона действительно размерно-однородна. В МКС$^+$ это можно установить «в уме», не прибегая к бумаге и карандашу, поскольку в МКС$^+$ размерность индуктивности совпадает с размерностью массы, а размерность емкости — квадрат времени, деленный на массу.

В этой связи несколько слов нужно сказать о триаде величин «сопротивление — индуктивность — емкость». Иногда их предлагают в качестве базиса размерностей при исследовании электрических цепей. Однако как в СИ, так и в МКС$^+$ эти величины не являются размерно-независимыми и тернарного базиса не образуют, так как

$$[R] = \sqrt{\left[\frac{L_e}{C_e}\right]}.$$

Здесь нижний индекс «e» призван отличить индуктивность и емкость от символьной единицы L и скорости света C.

Далее, размерность емкости содержит размерность массы в степени -1. Поэтому с точки зрения $\{L, T, M\}$-базиса предпочтительнее пользоваться обратной величиной емкости, размерность которой совпадает с размерностью поверхностного натяжения (см. прил. 1). Наконец, в МКС$^+$ наряду с волновым сопротивлением вакуума $R_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ легко выявить и волновую емкость вакуума $C_{e0} = \varepsilon_0 e$, и волновую индуктивность вакуума $L_{e0} = \mu_0 e$, где e – элементарный электрический заряд.

Таким образом, использование МКС$^+$ позволит исключить из практики преподавания своего рода «двойной стандарт», когда рекомендуют проводить анализ физической ситуации в рамках СГС или лишь после завершения аналитических выкладок переходить к их записи в МКСА с последующими численными расчетами в практических единицах [20]. В отличие от СГС при работе в МКС$^+$ уравнение сразу же записывается в практических единицах и в то же время в МКС$^+$ исчезают дробные показатели размерности и отсутствует их частое совпадение у различных физических величин. Что касается пресловутой простой формы записи основных уравнение электромагнетизма в системе СГС, то эта простота достигается и при использовании МКС$^+$ как основы естественной (L, C, ε_0)-системы единиц, рассмотренной в следующем разделе.

Следует также отметить, что поскольку в МКС$^+$ электрический заряд имеет выделенное значение длины ($e = 1{,}610^{-19}$ м), то его можно задействовать в составе естественных систем единиц в качестве «элементарной длины» (см. главу 4).

2.2. (L, C, ε_0)-система единиц в теоретической электродинамике

Ранее, в главе 1 (раздел 1.3) мы рассмотрели переход от $\{L, T, M\}$-базиса с кинематическими образующими L и T к базису с кинематическими образующими L и V, часто использующемуся в теоретических исследованиях. Применительно к электродинамике такого рода переход приводит к естественной (L, C, ε_0)-системе единиц, в которой скорость света C и электрическая постоянная ε_0 с численными значениями, присущими им в системе СИ, играют роль масштабов скорости V и силы F.

В (L, C, ε_0)-системе единиц формальная размерность всех величин будет включать только различные степени L, а из уравнений электромагнетизма будут исключены ε_0, μ_0 и C. Так, уравнение Максвелла для вакуума в системах МКС$^+$ и МКСА при наличии электрического заряда с плотностью ρ и электрического тока с плотностью J имеют вид [21]:

$$\operatorname{div} E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{2.4}$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad \operatorname{rot} B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_0 J. \tag{2.5}$$

При переходе к (L, C, ε_0)-системе эти уравнения приобретают следующую форму:

$$\operatorname{div} E = \rho, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{2.6}$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad \operatorname{rot} B = \frac{\partial E}{\partial t} + J. \tag{2.7}$$

В случае отсутствия зарядов ($\rho = 0$) и токов ($\boldsymbol{J} = 0$) уравнение Максвелла в форме (2.6)–(2.7) оказываются полностью симметричными по отношению к электрическому ($\boldsymbol{E}$) и магнитному ($\boldsymbol{B}$) полям.

Размерности $[\boldsymbol{E}]$ и $[\boldsymbol{B}]$ в рассматриваемом базисе совпадают и равны L^{-1}, поэтому для тензора электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$ в этом базисе имеем следующее выражение:

0	E_x	E_y	E_z
$-E_x$	0	$-B_z$	B_y
E_y	B_z	0	$-B_x$
$-E_z$	$-B_y$	B_x	0

Таким образом, использование (L, C, ε_0)-системы единиц позволяет представить уравнение Максвелла в вакууме в такой же простой форме, как и в СГС.

Глава 3

LTM-термодинамика

Основной переменной величиной в термодинамике является температура, первое количественное измерение которой относится к эпохе Галилея. Однако вопрос об абсолютной размерности температуры до сих пор является открытым, и можно согласиться с А. Хазеном, который пишет [22]: «Больше столетия продолжается спор о том — три, четыре или даже пять единиц составляют основу систем размерностей и единиц измерений, но посреди систем измерений торчит и кричит абсолютно произвольная по отношению к ним единица температуры. Это полностью игнорируется под прикрытием чисто „технического“ градуса Кельвина».

Действительно, в настоящее время в универсальных системах единиц, таких как СИ и СГС, размерность температуры $[\Theta]$ рассматривается как дополнительная к $\{L, T, M\}$-базису независимая размерность [2]. В то же время в теоретических исследованиях часто полагают, что размерность температуры совпадает с размерностью энергии: $[\Theta] = L^2T^{-2}M$. Существуют и другие предложения, например, $[\Theta] = L^2T^{-2}$; $[\Theta] = L^{-1}$; $[\Theta] = T^{-1}$ [2, 22].

В разделе 3.1 обосновывается выбор абсолютной размерности температуры как обратной длины, а в разделе 3.2 проанализированы физические следствия такого выбора.

3.1. Проблема выбора абсолютной размерности температуры (Ф2, Ф4)

Как мы уже отмечали выше, в теоретической физике наиболее часто температуру измеряют в энергетических единицах. Такой выбор основан на определении температуры в кинетической теории газов как величины, пропорциональной кинетической энергии:

$$\Theta = \frac{2}{3\text{к}_\text{Б}}\left(\frac{1}{2}mV_\text{ср}^2\right), \tag{3.1}$$

где $\text{к}_\text{Б}$ – константа Больцмана, m – масса молекул газа, $V_\text{ср}$ – средняя скорость молекул.

Выбор абсолютной размерности температуры влечет за собой и выбор размерности константы Больцмана. Так, если $[\Theta]$ = джоуль, то $\text{к}_\text{Б}$ – безразмерная величина. Поэтому возможен и альтернативный выбор, когда $[\text{к}_\text{Б}]$ = джоуль, а Θ – безразмерная величина [4]. Кроме того, на основании (3.1) можно положить $[\Theta] = L^2T^{-2}$, тогда $[\text{к}_\text{Б}] = M$.

Таким образом, вместе с назначением абсолютной размерности температуре нужно проследить, какую размерность при этом получит другая термодинамическая величина – энтропия S. Разумный выбор $[\Theta]$ должен привести к самостоятельной, не использующейся в механике абсолютной размерности $[S]$, а не к уже известным размерностям энергии, массы или действия. Такому выбору, на наш взгляд, соответствует размерность температуры:

$$[\Theta] = L^{-1}. \tag{3.2}$$

Энтропия в этом случае получает размерность:

$$[S] = L^3T^{-2}M.$$

Физические следствия такого выбора рассмотрены в разделе 3.2.

Абсолютная размерность температуры (3.2) вытекает из закона смещения Вина для равновесного теплового излучения [2]:

$$\lambda_{\max}\Theta = b. \tag{3.3}$$

Здесь $\lambda_{\max}$ — длина волны, соответствующая максимуму интенсивности теплового излучения, b — универсальная постоянная. Полагая в (3.3) константу b безразмерной величиной, для температуры получаем размерность обратной длины.

Примечательно, что размерность (3.2) не противоречит представлению о температуре как скалярном потенциале векторного поля потока тепла, поскольку основным свойством любого потенциала является его обратно пропорциональная зависимость от расстояния. Действительно, стандартное рассуждение, основанное на законе Фурье, приводит к известному уравнению теплопроводности [23]:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}\right), \tag{3.4}$$

где t — время; x, y, z — пространственные координаты; a — коэффициент температуропроводности с размерностью $[a] = L^2T^{-1}$.

В одномерном случае фундаментальное решение уравнения (3.4) — распределение температуры на бесконечной прямой, вызванное действием единичного теплового импульса в точке x_0 при $t = 0$ — дается следующим выражением:

$$\Theta(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a t}}\exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4at}\right\}. \tag{3.5}$$

Показатель при экспоненте – безразмерная величина, поэтому согласно (3.5) размерность температуры

$$[\Theta] = \left[\frac{1}{\sqrt{at}}\right] = L^{-1}.$$

Переход к температуре как производной величине с абсолютной размерностью (3.2) можно рассматривать как расширение системы МКС$^+$ главы 2. Этот переход не влечет за собой изменений ни общепринятой шкалы температуры, ни формы записи основных уравнений: меняются лишь размерности входящих в них величин. Рассмотрим, например, скалярную форму законов Фурье для стационарного потока тепла Q:

$$Q = -\lambda\left(\frac{d\Theta}{dl}\right)F \cdot t.$$

Здесь Q – общее количество тепла, протекающего за время t через конечную площадь поверхности F; λ – коэффициент теплопроводности.

В системе СИ размерность потока тепла $[Q]$ = [джоуль], размерность $[\lambda] = LT^{-3}M\Theta^{-1}$. В системе МКС также $[Q]$ = [джоуль], но размерность λ изменяется: $[\lambda]$ = [джоуль/с] $= L^2T^{-3}M$. Однако численное значение λ остается таким же, как в СИ.

3.2. Мощность диссипации: еще один закон сохранения (Ф2, Ф4)

Как уже отмечалось в разделе 3.1, размерность температуры в виде обратной длины придает в свою очередь

новую абсолютную размерность сопряженной с температурой термодинамической координате – энтропии S:

$$[S] = L^3T^{-2}M. \tag{3.6}$$

Ранее, в главе 1, при анализе LTM-диаграммы, для величин с такой размерностью было предложено название «диссипация». Энтропия таким образом является частным видом диссипации.

Диссипация на LTM-диаграмме тесно связана с «мощностью диссипации». В термодинамике этой величине соответствует «производство энтропии» $P = dS/dt$ с размерностью:

$$[P] = L^3T^{-3}M. \tag{3.7}$$

Мощность диссипации является закономерным продолжением цепочки «масса – импульс – энергия», каждый член которой возникает путем умножения предыдущей размерности на размерность скорости. Все эти размерности характеризуют величины, обладающие свойством сохранения. Поэтому должен существовать и закон сохранения мощности диссипации, который применительно к производству энтропии можно в общем виде представить как:

$$\frac{d}{dt}P = 0. \tag{3.8}$$

Насколько нам известно, закон сохранения (3.8) в явном виде в термодинамике еще не фигурировал, однако можно ожидать, что вместо (3.8) в термодинамике часто используются эквивалентные ему предположения. Наиболее известное из них – это знаменитое Второе начало термодинамики. Действительно, если выразить через про-

изводство энтропии S_i внутри открытой системы, то условие (3.8) влечет за собой требование $S_i \geqslant 0$.

Рассмотрим в этой связи выражение для производства энтропии в диссипативных системах, предложенное в [24]:

$$\frac{d}{dt}P = \frac{d_X P}{dt} + \frac{d_J P}{dt}. \tag{3.9}$$

Здесь первое слагаемое в правой части обусловлено изменением сил X при постоянных потоках J, а второе — изменением потоков при постоянных силах:

$$\frac{d_X P}{dt} = \int \left(J_1 \frac{dX_1}{dt} + J_2 \frac{dX_2}{dt} + \ldots + J_i \frac{dX_i}{dt} \right) dV,$$
$$\frac{d_J P}{dt} = \int \left(X_1 \frac{dJ_1}{dt} + X_2 \frac{dJ_2}{dt} + \ldots + X_i \frac{dJ_i}{dt} \right) dV.$$

Как было установлено в [24], для диссипативных процессов всегда $d_X P/dt < 0$, но знак $d_J P/dt$ может быть любым и мы вправе выбрать его положительным. Поэтому, согласно (3.8), должно соблюдаться условие:

$$-\frac{d_X P}{dt} + \frac{d_J P}{dt} = 0. \tag{3.10}$$

В общем случае справедливость (3.10) следует постулировать, однако в одном важном частном случае — линейная неравновесная термодинамика (ЛНТ) — это можно продемонстрировать. В ЛНТ силы и потоки связаны между собой линейными уравнениями:

$$J_\alpha = \sum\nolimits_\beta L_{\alpha\beta} X_\beta, \quad \alpha, \beta = 1, 2, \ldots, n, \tag{3.11}$$

где $L_{\alpha\beta}$ – коэффициенты, для которых при $\alpha \neq \beta$ справедливо соотношение взаимности Онсагера:

$$L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}. \tag{3.12}$$

Как показано в [24], оба слагаемых в (3.10) в силу (3.11) и (3.12) по абсолютной величине точно равны друг другу. Следовательно, в диссипативных системах, для которых соблюдаются соотношения (3.11) и (3.12), справедлив закон сохранения мощности диссипации в виде (3.10). И, напротив, исходя из (3.10), можно установить необходимость соотношений взаимности (3.12) в ЛНТ.

Помимо (3.8) могут существовать другие формы представления Закона сохранения мощности диссипации. Например, в случае циклических процессов, таких как неравновесный цикл тепловой машины, должно выполняться следующее интегральное соотношение:

$$\oint dP = \oint \frac{dQ/dt}{\theta} = 0, \tag{3.13}$$

которое призвано заменить интегральное соотношение для цикла Карно в равновесной термодинамике:

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{\theta} = 0. \tag{3.14}$$

Если неравновесная тепловая машина работает между температурой источника тепла θ_1 и температурой стока θ_2, а в изотермических стадиях цикла тепло передается при разностях указанных температур и температур рабочего тела $\theta_{1W} < \theta_1$, $\theta_{2W} > \theta_2$, то для скорости передачи тепла на этих стадиях имеем:

$$\frac{dQ_1}{dt} = \alpha(\theta_1 - \theta_{1W}), \tag{3.15}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = \beta(\theta_{2W} - \theta_2). \tag{3.16}$$

С использованием этих соотношений (3.13) перепишется в виде:

$$\frac{\beta(\theta_{2W} - \theta_2)}{\alpha(\theta_1 - \theta_{1W})} = \frac{\theta_{2W}}{\theta_{1W}}. \tag{3.17}$$

Левая часть (3.17) представляет собой отношение теряемой тепловой мощности тепловой машины к подводимой к ней тепловой мощности. Поэтому неравновесный коэффициент полезного действия (КПД) по механической полезной мощности будет равен:

$$\eta_{\text{нр}} = 1 - \frac{\theta_{2W}}{\theta_{1W}}. \tag{3.18}$$

Появление в (3.18) θ_{1W} и θ_{2W} вместо θ_1 и θ_2 как в КПД равновесной тепловой машины сопровождается существенным снижением эффективности. Как показано в [25], путем прямой оптимизации выражения для полезной мощности наибольшее значение неравновесного КПД достигается лишь при следующем условии:

$$\frac{\theta_{2W}}{\theta_{1W}} = \sqrt{\frac{\theta_2}{\theta_1}}. \tag{3.19}$$

Естественно, закон сохранения мощности диссипации — это не изолированное от других законов сохранения утверждение. Напротив, его можно и нужно использовать совместно с законами сохранения массы, импульса и энергии, например, в механике сплошных сред, в которой часто ограничиваются изэнтропным приближением [26]:

$$\frac{d}{dt}S = 0. \tag{3.20}$$

Замена условия (3.20) на закон сохранения (3.8), по-видимому, приведет к новым полезным результатам.

Здесь мы вынуждены ограничиться приведенными выше примерами. Однако ясно, что наличие нового закона сохранения (3.8) открывает самостоятельную область исследований, требующую детальной разработки. Выше мы определили P лишь с точностью до размерности, т. е. как алгебраическую сумму произвольного числа слагаемых, каждое из которых имеет размерность мощности диссипации. Поэтому конкретизация выражения для P должна каждый раз входить в состав процесса решения поставленной задачи. В то же время можно ожидать создания на основе таких величин, как P и S, формализма, подобного лагранжевому в аналитической механике. Действительно, аналогом принципа наименьшего действия может явиться «принцип наименьшей диссипации»:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} P\, dt = 0, \tag{3.21}$$

а аналогом уравнения Лагранжа — выражение вида:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial P}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial P}{\partial q_k} = 0, \tag{3.22}$$

где q_k и $\dot{q}_k$ — диссипативные обобщенные координаты и скорости.

Попытки разработать лагранжев формализм в рамках линейной неравновесной термодинамики предпринимались неоднократно [27]. Несомненно, что предпринятое в этой главе введение абсолютной размерности температуры как обратной длины позволяет взглянуть на эту проблему с новой продуктивной точки зрения.

Глава 4

$\{L, T, M\}$-базис и фундаментальные физические постоянные

В системах единиц, основанных на $\{L, T, M\}$-базисе, таких как СГС и МКС, конкретные масштабы длины, времени и массы выбраны субъективно, т. е. зависят не от того объекта, который измеряется, а от субъекта, который измеряет. В связи с этим еще в XIX в. возникла идея найти «естественные масштабы» единиц измерения на основе фундаментальных физических постоянных (ФП), рассматриваемых как выделенные значения некоторых физических величин. Например, скорость света C – это выделенное значение скорости, постоянная Планка η – выделенное значение действия, обратная гравитационная постоянная G^{-1} – выделенное значение величины с размерностью $L^{-3}T^2M$ (притяжение) и т. д.

Действительно, с использованием уже двух ФП, как было показано в главе 1 (раздел 1.3), можно создать целый ряд «естественных систем единиц», таких что либо время и масса, либо длина и масса будут не основными, а производными величинами, масштабы которых выражаются через численные значения ФП в конкретной реализации $\{L, T, M\}$-базиса. При использовании трех ФП все масштабы $\{L, T, M\}$-базиса будут производными величинами. Например, Планк предложил (C, G, η)-систему, в которой масштаб длины дается выражением $l_{pl} = (G\hbar/C^3)^{1/2} = 1{,}61 \cdot 10^{-35}$ м; масштаб массы – выражением $m_{pl} = (C\hbar/G)^{1/2} = 2{,}18 \cdot 10^{-8}$ кг;

масштаб времени – выражением $t_{pl} = (G\hbar/C^5)^{1/2} = 5{,}37 \times 10^{-44}$ с [28].

Планковская система единиц однако не сохраняет структуру L, T, M-диаграммы, в которой выделены кинематические образующие (длина, время, скорость) и какая-либо величина, в размерность которой входит размерность массы (см. главу 1). Поэтому с точки зрения теории размерностей «правильные» естественные системы единиц должны основываться на ФП, позволяющих обезразмерить кинематические образующие. К такого рода системам, например, относится $(L_0, C, \hbar)$-система Гейзенберга, в которой L_0 – некая элементарная длина, принятая равной классическому радиусу электрона ($2{,}8 \cdot 10^{-15}$ м) [29].

Идея Гейзенберга о существовании элементарной длины, как одной из ФП, широко обсуждалась в литературе. В настоящее время общее мнение физического сообщества склоняется к тому, что $L_0 = l_{pl}$. Однако еще в 1968 г. Сахаров осторожно отмечал ([30]): «...очень важно убедиться, что никакая промежуточная между $r = 2{,}8 \cdot 10^{-13}$ см и $L_0 = 1{,}61 \cdot 10^{-33}$ см характерная длина не играет столь же фундаментальной роли».

На наш взгляд такой характерной длиной может считаться абсолютная величина электрического заряда электрона, размерность которой, согласно выводам главы 2, совпадает с размерностью длины:

$$L_0 \equiv |e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ м}. \tag{4.1}$$

Интересно, что такое же по порядку величины значение L_0 упоминает Гинзбург в своем недавнем обзоре независимо от соображений размерности, как один из возможных вариантов [31].

С использованием L_0 из (4.1) и скорости света C в качестве масштабов кинематических величин в разделе 4.1 будут построены естественные системы единиц, характеризующие различные физические взаимодействия. В разделе 4.2 рассмотрена на основе анализа размерностей эволюция некоторых физических взаимодействий на фоне общей эволюции Вселенной.

4.1. Естественные системы единиц, включающие в качестве масштабов основных величин элементарную длину и скорость света (Ф6)

Любая ФП, в размерность которой входит размерность массы, будучи добавленной к L_0 и C образует в совокупности с ними естественную систему единиц, пригодную для использования в области проявления тех или иных физических взаимодействий. Например:

$(L_0, C, \hbar)$-система для квантовых взаимодействий в теории поля;

(L_0, C, ε_0)-система для электромагнитных взаимодействий;

(L_0, C, G_F)-система для слабого ядерного взаимодействия;

(L_0, C, G)-система для гравитационного взаимодействия;

$(L_0, C, \text{к}_\text{Б})$-система для теплового взаимодействия.

Сильное ядерное взаимодействие не имеет своей ФП и поэтому отсутствует в данном списке.

Перечисленные выше системы позволяют для каждого взаимодействия найти характерные (естественные) масштабы массы, энергии и диссипации, присущие данному взаимодействию, что дает возможность ранжировать все взаимодействия по единой шкале интенсивности. Ниже мы ограничимся данным списком взаимодействий и будем использовать численные значения ФП в системе СИ, с размерностями, взятыми из системы МКС$^+$ (см. главу 2).

В качестве примера рассмотрим расчет характерных масштабов для квантовой теории поля (КТП). Масштаб времени КТП (как и для всех остальных взаимодействий) равен:

$$t_{\text{КТП}} = \frac{L_0}{C} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} = 5{,}3 \cdot 10^{-28}\ \text{с}. \qquad (4.2)$$

Масштаб массы найдется из соотношения:

$$m_{\text{КТП}} = \frac{\hbar}{CL_0} = 2{,}2 \cdot 10^{-24}\ \text{кг}. \qquad (4.3)$$

Характерная энергия выразится через $m_{\text{КТП}}$ следующим образом:

$$E_{\text{КТП}} = m_{\text{КТП}}C^2 = \frac{C\eta}{L_O} = 6{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{Дж}. \qquad (4.4)$$

Характерная диссипация K, (будем называть ее константой диссипации), имеющая размерность [энергия × длина] = L^3MT^{-2}, находится из соотношения:

$$\text{К}_{\text{КТП}} = C\hbar = 3{,}2 \cdot 10^{-26}\ \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}. \qquad (4.5)$$

Результаты аналогичных вычислений для (L_0, C, ε_0)-, (L_0, C, G_F)-, и (L_0, C, G_F)-систем сведены в прил. 4, последние две строки которой содержат значения так называемых

«констант связи» либо как отношения $K_i/K_{\text{КТП}} = \alpha$, либо как отношения $K_i/K_e = \beta$, где K_e – константа диссипации электромагнетизма.

Взаимодействия расположены в прил. 4 в порядке увеличения констант связи, т. е. в порядке увеличения интенсивности. Взаимодействия в этом случае сравниваются при различных характерных массах. Диапазон масс охватывает 34 порядка – от массы пиона ($\approx 10^{-26}$ кг) до массы небольшого астероида ($\approx 10^{8}$ кг). Причем гравитационный потенциал $U = Gm/R$ для массы, равной $2{,}2 \cdot 10^{8}$ кг и $R = L_0$, равен квадрату скорости света, т. е. это масса лапласовской «черной дыры».

Значения констант связи, приведенные в прил. 4, отличаются от их значений в системе СГС. Это связано с тем, что при расчете α_i в системе СГС взаимодействия сравниваются при одинаковых массах. В этом случае порядок возрастания констант связи получается другим:

$$\alpha_G^{\text{СГС}} < \alpha_F^{\text{СГС}} < \alpha_e^{\text{СГС}} < \alpha_{\text{КТП}}^{\text{СГС}} = 1.$$

Кроме того, при работе в системе СГС при нахождении констант диссипации слабого и гравитационного взаимодействий приходится использовать соотношения:

$$K_F = G_F \left(\frac{\hbar}{mC} \right)^{-2}, \tag{4.6}$$

$$K_G = Gm^2, \tag{4.7}$$

численные значения которых фиксируются произвольным выбором конкретного значения массы m. Например, если m – масса протона, то $\alpha_F^{\text{СГС}} \cong 10^{-5}$, $\alpha_G^{\text{СГС}} \cong 10^{-39}$.

При работе в системе МКС$^+$ выражения для констант диссипации не содержат произвольных значений масс.

Поэтому они являются более фундаментальными величинами, чем константы диссипации в системе СГС.

Вместо α_i при сравнении взаимодействий можно использовать β_i-отношения констант диссипации, когда константа диссипации электромагнетизма принимается за эталон сравнения. В этом случае иерархию взаимодействий можно представить как иерархию характерных сил:

$$F_e = \frac{1}{\varepsilon_0}, \tag{4.8}$$

$$F_{\text{КТП}} = \frac{C\hbar}{L_0^2}, \tag{4.9}$$

$$F_F = \frac{G_F}{L_0^4}, \tag{4.10}$$

$$F_G = \frac{C^4}{G}. \tag{4.11}$$

Такого рода силы (за исключением F_G), насколько известно автору, в литературе не обсуждались. Сила F_G задействована в определении космологической постоянной [32]:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{C^4}\text{E}, \tag{4.12}$$

где E — плотность энергии вакуума.

В системе МКС$^+$ есть также возможность найти характерные параметры для теплового взаимодействия, так как в этой системе константа Больцмана $\text{к}_\text{Б} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ имеет размерность константы диссипации. Так,

$$m_\text{Б} = \frac{\text{к}_\text{Б}}{C^2 L_0} = 9{,}6 \cdot 10^{-22}\ \text{кг}. \tag{4.13}$$

Характерная энергия теплового взаимодействия получит значение:

$$E_Б = m_Б C^2 = \frac{к_Б}{L_0} = 8{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}. \tag{4.14}$$

Для констант связи имеем:

$$\alpha_Б = \frac{к_Б}{C\hbar} = 436, \tag{4.15}$$

$$\beta_Б = \frac{к_Б \varepsilon_0}{L_0^2} = 5{,}9 \cdot 10^4. \tag{4.16}$$

Таким образом, тепловое взаимодействие по своей интенсивности занимает место в прил. 4 между слабым и гравитационным взаимодействиями.

Наконец, особо надо отметить, что приведенные в приложении 4 соотношения для характерных масс будут справедливы и для произвольной массы m при замене L_0 на произвольную длину l. Так, в $(L_O, C, \varepsilon_\varnothing)$-системе будет справедливо соотношение

$$m = \frac{l}{C^2 \varepsilon_0}, \tag{4.17}$$

в КТП — соотношение

$$m = \frac{\hbar}{Cl}, \tag{4.18}$$

а для гравитационного взаимодействия — соотношение

$$m = \frac{C^2 l}{G}. \tag{4.19}$$

Такого рода зависимости, разрешенные относительно длины l, давно используются в теоретической физике.

Например, гравитационный радиус — это выражение

$$l_G = \frac{Gm}{C^2}. \tag{4.20}$$

Комптоновская длина волны — это:

$$l_{\text{КТП}} = \frac{\hbar}{mC}. \tag{4.21}$$

Только выражение

$$l_e = mC^2\varepsilon_0 \tag{4.22}$$

ранее не было известно, так как справедливо только в системе МКС$^+$. Например, в системе СГС в качестве l_e фигурирует «классический радиус электрона»:

$$l_e^{\text{СГС}} = \frac{\mathrm{e}^2}{mC^2}, \tag{4.23}$$

где e — заряд электрона в единицах СГС.

Помимо самих l_G, $l_{\text{КТП}}$ и l_e можно перейти к среднегеометрическим или «эффективным» значениям длин типа $l_{i/g} = \sqrt{l_i l_g}$:

$$l_{e/\text{КТП}} = \sqrt{\varepsilon_0 \hbar \mathrm{C}}, \tag{4.24}$$

$$l_{e/G} = m\sqrt{\varepsilon_0 G}, \tag{4.25}$$

$$l_{\text{КТП}/G} = \sqrt{\frac{G\hbar}{C^3}} = l_{pl}. \tag{4.26}$$

На первый взгляд $l_{e/\text{КТП}}$ и l_{pl} не зависят от массы, но это не так: l_{pl} — это комптоновская длина волны массы Планка, а $l_{e/\text{КТП}}$ — это $l_{e/G}$ при $m = m_{pl}$. Масса Планка в свою очередь

является средней геометрической величиной $m_{\text{КТП}}$ и m_G:

$$m_{pl} = \sqrt{\left(\frac{\hbar}{CL_0}\right)\left(\frac{C^2 L_0}{G}\right)} = \sqrt{\frac{C\hbar}{G}}. \qquad (4.27)$$

Еще одной интересной среднегеометрической величиной является эффективная константа связи «электротеплового» взаимодействия, представляющая собой отношение характерной энергии электротеплового взаимодействия к характерной энергии КТП:

$$\alpha_{\text{е/Б}} = \sqrt{\alpha_{\text{е}}\alpha_{\text{Б}}} = \sqrt{\left(\frac{L_0^2}{\varepsilon_0 C\hbar}\right)\left(\frac{\text{к}_{\text{Б}}}{C\hbar}\right)} = \frac{\sqrt{\text{к}_{\text{Б}}/\varepsilon_0}}{(C\hbar)/L_0}. \qquad (4.28)$$

Значения $1/\alpha_e$ (постоянная тонкой структуры) и $1/\alpha_{\text{Б}}$ (вторая радиационная постоянная) можно установить экспериментально, независимо от ФП, входящих в правую часть (4.28). Любопытно, что численное значение $\alpha_{\text{е/Б}} \cong 1{,}78$ практически совпадает со значением $\sqrt{\pi} \cong 1{,}77$.

Приведенные выше среднегеометрические величины типа (4.25)–(4.28) выглядят однако как «счастливые догадки». Систематический вывод соотношений такого рода содержится в прил. 2. В целом можно сказать, что естественные системы единиц, представленные в прил. 4, являются настоящими фабриками по производству различного рода соотношений между ФП, часто используемых в теоретических исследованиях.

4.2. Эволюция фундаментальных физических постоянных (Ф7)

Как мы уже неоднократно отмечали, фундаментальные физические постоянные (ФП) — это выделенные точки

в спектре значений каких-либо физических величин, входящие в виде размерных коэффициентов в основные уравнения физики (закон всемирного тяготения, закон Кулона, закон интенсивности теплового излучения Планка и др.). Хотя упомянутые «основные уравнения» считаются сегодня всего лишь «низкоэнергетическими приближениями», сами ФП остаются широко востребованными в таких продвинутых областях физики, как квантовая хромодинамика и теория струн. Установлено, например, что исходя из численных значений ФП в какой-либо конкретной реализации $\{L, T, M\}$-базиса, основываясь лишь на соображениях размерности, можно оценить характерные масштабы как микро-, так и макроструктурных элементов Вселенной [32]. Выяснилось также, что даже при небольших изменениях в численных значениях ФП наш мир выглядел бы совершенно иначе [32, 33]. В то же время поскольку Вселенная нестационарна, возникает вопрос о возможной эволюции значений ФП и о последовательности установлении их сегодняшних значений.

Согласно современным космологическим представлениям Вселенная в своем развитии прошла через очень быструю деситтеровскую стадию инфляции (экспоненциальное расширение), продолжила свое расширение в фридмановской стадии (степенная зависимость масштабного фактора от времени). На современном этапе этой стадии наблюдается более быстрое расширение, чем на ее начальном отрезке [34, 35].

С каждым этапом эволюции Вселенной можно связать определенный набор взаимодействий, необходимых для ее описания. Так, считается, что перед деситтеровской стадией все фундаментальные взаимодействия (сильное, слабое, электромагнитное и гравитационное) были объединены.

Через 10^{-43} с от рождения Вселенной гравитация отделилась от остальных трех взаимодействий, и началась стадия инфляции. Фридмановская стадия (10^{-35} с) началась тем, что отделилось сильное взаимодействие. Наконец, когда Вселенной исполнилась 1 с, разделились электромагнитные и слабые взаимодействия [34]. К обоснованию этой последовательности событий подходят на основе современного набора взаимодействий путем конструирования объединенных взаимодействий: электрослабого взаимодействия (электромагнетизм + слабое взаимодействие), «великого объединения» (электрослабое + сильное) и, наконец, гранд-объединения (великое объединение + гравитация). Однако заметный прогресс имеется лишь в отношении электрослабого взаимодействия. Все последующие объединения еще не получили общепризнанных результатов [34].

В настоящее время космология — это передний край теоретической физики. Несомненно новые экспериментальные данные и объясняющие их теории рано или поздно приведут к более ясной картине мироздания. Несомненно также, что эта картина должна быть согласована с теорией размерностей и более того «задним умом» обязательно будет объяснена «на пальцах», исходя из размерностей ФП. Однако и при достигнутом уровне знаний можно попытаться разобраться с объединением взаимодействий с точки зрения теории размерностей.

Наиболее известным примером использования соображений размерности является попытка объединения КТП и гравитационного взаимодействия в рамках $(C, G, \hbar)$-системы единиц Планка, характерные масштабы которой m_{pl}, l_{pl} и t_{pl} рассматриваются как масштабы, при которых сосуществуют релятивистские, квантовые и гравитационные эффекты [33]. Однако в системе Планка входящие в нее

ФП имеют современные значения, и по сути дела речь идет о совместном рассмотрении КТП и гравитации, а не с объединением этих взаимодействий.

Между тем возможен другой подход, согласно которому объединенная теория КТП и гравитации должна быть основана на естественной системе единиц, типа рассмотренных в разделе 4.1. В этом случае объединение $(L_0, C, \hbar)$-системы и (L_0, C, G)-системы будет заключаться переходом к $(L_0, C, \hbar/G)$-системе, где $\hbar/G$ — это квадрат некой реликтовой ФП, а $\hbar$ и G по отдельности не будут иметь самостоятельного значения. Чтобы отличить такого рода объединение от объединений других типов будем называть его агрегированием ФП.

Характерная масса квантовой теории гравитации (КТГ) найдется как средняя геометрическая характерных масс исходных взаимодействий. Так, согласно значениям $m_{\text{КТП}}$ и m_G, приведенным в прил. 4, для характерной массы агрегированного взаимодействия получим:

$$m_{\text{КТГ}} = m_{pl} = \sqrt{\left(\frac{\hbar}{CL_0}\right)\left(\frac{C^2 L_0}{G}\right)} = \sqrt{\frac{C\hbar}{G}}.$$

В разделе 4.1 на примере эффективных длин (4.25)–(4.27) мы уже встречались со среднегеометрическими величинами. Теперь ясно, что их использование следует связать с агрегированием взаимодействий. Однако следует отметить, что реликтовая ФП квантовой гравитации имеет размерность $\sqrt{\text{с} \cdot \text{кг}^2/\text{м}}$, что не согласуется с требованием целочисленности показателя размерности в $\{L, T, M\}$-базисе (см. раздел 1.2). Поэтому агрегирование КТП и гравитации с точки зрения теории размерности невозможно. По этой же причине исключено появление и таких

агрегированных ФП как $\sqrt{\hbar/\varepsilon_0}$ и $\sqrt{G_F\hbar}$. В то же время допустимые в $\{L, T, M\}$-базисе размерности – м·кг, м^3·кг/с^2 и кг/м имеют соответственно следующие ФП:

$$\sqrt{\frac{G_F}{G}}, \quad \sqrt{\frac{G_F}{\varepsilon_0}}, \quad \left(\sqrt{G\varepsilon_0}\right)^{-1}.$$

Невозможность агрегирования некоторых ФП не исключает совместного рассмотрения двух и более взаимодействий, как это показано в прил. 2. Но здесь нас интересуют реликтовые взаимодействия, возникающие именно при агрегировании современных ФП.

Основная идея реконструкции эволюции ФП на фоне эволюции Вселенной состоит в том, что современные взаимодействия являются результатом дезагрегирования предшествующих реликтовых взаимодействий, представление о которых в свою очередь можно получить путем исследования различных вариантов агрегирования существующих на современном этапе взаимодействий.

Эту идею можно формализовать следующим образом. Пусть на современном этапе фридмановской стадии имеются пять «основных» взаимодействий, каждому из которых можно поставить в соответствие свою естественную систему единиц: (L_0, C, ε_0)-, $(L_0, C, \hbar)$-, (L_0, C, G_F)-, $(L_0, C, k_Б)$-, (L_0, C, G)-систему. Из семи ФП, входящих в эти системы, только три являются размерно-независимыми, в качестве которых можно выбрать L_0, C, $\hbar$. Тогда согласно П-теореме анализа размерностей (см. прил. 2) любая физическая величина В из области явлений, определяемых всеми пятью современными взаимодействиями, может быть представлена в виде произведения размерного одночлена от выбранных

трех ФП и функции от четырех безразмерных комплексов:

$$\text{В} = L_0^p C^q \hbar^r F(\alpha_e, \alpha_\text{Б}, \alpha_F, \alpha_G), \tag{4.29}$$

здесь α_i — константа связи соответствующих взаимодействий (см. раздел 4.1).

Примем далее, что на стадии Де Ситтера, предшествующей фридмановской стадии, в виду безмассового характера пространства Де Ситтера выражение для произвольной физической величины имеет вид:

$$B = L_0^p C^q f(Q_1, Q_2), \tag{4.30}$$

где Q_i — безразмерные комплексы от всех ФП фридмановской стадии.

Наконец, для стадии, предшествующей деситтеровской, будем предполагать, что кинематические переменные агрегированы в комплекс (L_0/C) с размерностью времени, который совместно с одним безразмерным параметром Q_0 определяет характерное время этой стадии:

$$t_0 = \left[\frac{L_0}{C} f(Q_0)\right]. \tag{4.31}$$

Согласно этому предположению, пространство Де Ситтера возникло из пространства, единственной количественной характеристикой которого был интервал времени t_0.

Таким образом, эволюция взаимодействий с точки зрения теории размерностей состоит в том, что переход Вселенной к стадии Де Ситтера сопровождается дезагрегированием комплекса t_0 с появлением двух современных ФП (элементарной длины L_0 и скорости света C), а также двух безразмерных комплексов Q_1, Q_2. В свою очередь, переход

к современному этапу фридмановской стадии характеризуется последовательным дезагрегированием этих комплексов, сопровождающимся появлением современных ФП.

Такова общая картина эволюции ФП от размерного комплекса t_0 **до** их современного раздельного существования. Эту картину можно еще более конкретизировать, если принять, что первой современной ФП, выделившейся в результате дезагрегирования Q_i является постоянная Планка $\hbar$. В этом случае существуют три варианта (a, b, c) дезагрегирования, показанные на рис. 4.1.

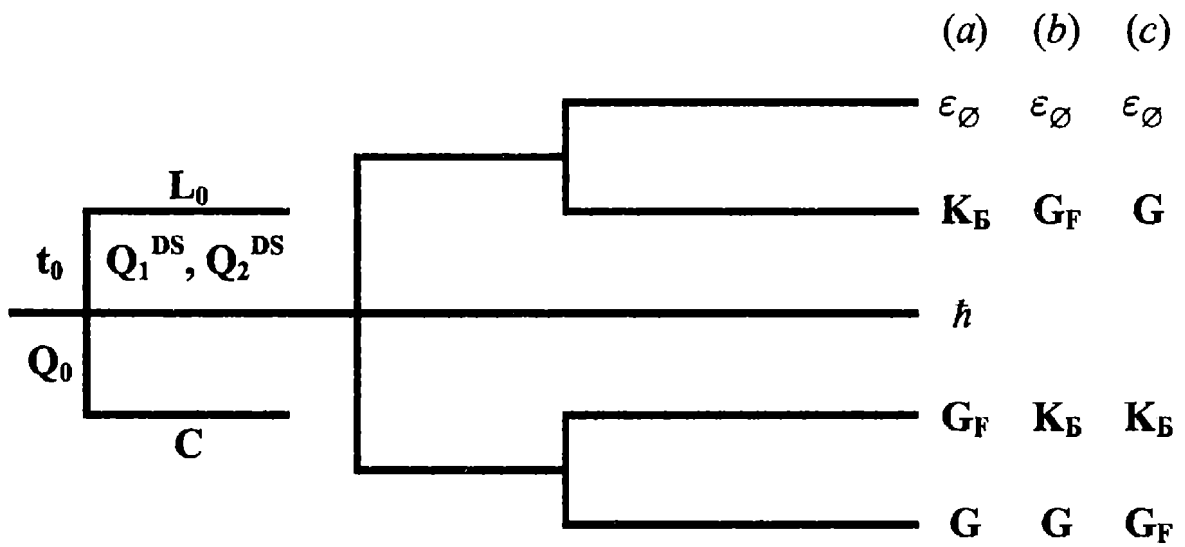


Рис. 4.1. Схема «великого разъединения» фундаментальных постоянных от t_0 до современных значений $(a, b, c$ — варианты разъединения комплексов)

В варианте (a) комплексы Q_i на первом этапе фридмановской стадии распадаются на два агрегированных взаимодействия с реликтовыми ФП $\left(\sqrt{\text{кБ}/\varepsilon_0}\right)$ и $\left(\sqrt{G_F/G}\right)$ и ФП $\hbar$. В варианте (b) помимо $\hbar$ появляются ФП $\left(\sqrt{G_F/\varepsilon_0}\right)$ и $\left(\sqrt{\text{кБ}/G}\right)$. Наконец, в варианте (c) имеем: $\hbar$, $\left(\sqrt{G\varepsilon_0}\right)^{-1}$, $\left(\sqrt{\text{кБ}G_F}\right)$.

Теория размерностей не дает оснований для предпочтительного выбора какого-либо из этих вариантов. Если привлечь дополнительные физические соображения, то в рамках варианта (a) не вызывает удивления выявленная Девисом связь G_F и G, необходимая для объяснения современного значения отношения числа нейтронов к числу протонов [32].

Примем для определенности, что эволюция ФП происходит по варианту (a). В этом случае значения Q_i можно восстановить при движении от современного набора ФП к деситтеровскому через агрегированные взаимодействия с константами $\left(\sqrt{\text{к}_\text{Б}/\varepsilon_0}\right)$ и $\left(\sqrt{G_F/G}\right)$. Совокупность естественных систем единиц на начальном этапе фридмановской стадии будет следующей:

1) $(L_0, C, \hbar)$-система;
2) $\left(L_0, C, \sqrt{\text{к}_\text{Б}/\varepsilon_0}\right)$-система;
3) $\left(L_0, C, \sqrt{G_F/G}\right)$-система.

Переход к стадии Де Ситтера заключается в исключении массы из размерностей ФП первой и второй и первой и третьей систем, в результате которого появляются две безмассовые ФП:

$$\left(\frac{\sqrt{\text{к}_\text{Б}/\varepsilon_0}}{\hbar}\right) \quad \text{и} \quad \left(\frac{\sqrt{G_F/G}}{\hbar}\right).$$

На стадии Де Ситтера, следовательно, имеются четыре ФП, только две из которых являются размерно-независимыми (L_0 и C), а оставшиеся образуют два безразмерных комплекса:

$$Q_1 = \frac{L_0\sqrt{k_\text{Б}/\varepsilon_0}}{C\hbar} \quad \text{и} \quad Q_2 = \frac{\text{C}\sqrt{G_F/G}}{\hbar}.$$

С комплексом Q_1 мы уже встречались в разделе 4.1.

Теперь можно определиться и относительно стадии, предшествующей деситтеровской:

$$Q_0 = Q_1 \cdot Q_2 = \frac{1}{\hbar^2} L_0 \sqrt{\frac{k_Б G_F}{\varepsilon_0 G}}, \quad t_0 = \frac{L_0}{c} f(Q_0).$$

Численное значение Q_0 равно $1{,}19 \cdot 10^{-18}$. Если принять, что $f(Q_0) = Q_0$, то получим:

$$t_0 = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \cdot 1{,}19 \cdot 10^{-18} = 6{,}3 \cdot 10^{-46} \text{ с},$$

что достаточно близко к обычно используемому для этой стадии $t_{pl} = 5{,}37 \cdot 10^{-44}$ с. Не исключено также, что $f(Q_0) = \sqrt{Q_0}$. В этом случае $t_0 = 5{,}78 \cdot 10^{-37}$ с.

Аналогичным образом можно проследить всю цепочку взаимодействий и для вариантов (b) и (c). Оказывается, что оба они приводят к одному и тому же варианту для Q_0, хотя на последующих этапах значения Q_1 и Q_2 отличаются от их значений для варианта (a). Поэтому есть основание считать комплекс Q_0 универсальным безразмерным числом, характерным для нашей Вселенной.

Конечно, трудно ожидать, что именно рассмотренный вариант реализуется при создании наблюдаемого нами мироздания, так как возможен другой список основных взаимодействий и другие способы их агрегирования и дезагрегирования. Как метко сказал Станислав Ежи Лец: «В действительности все выглядит не так, как на самом деле». Однако в целом сценарий «Великого разъединения» взаимодействий путем последовательного дезагрегирования начального комплекса $(L_0/c)f(Q_0)$ с размерностью времени выглядит вполне правдоподобно.

Приложение 1

Таблица размерностей основных механических величин

Выборка из табл. IV Приложения в [2]

Величина	Показатели размерности			Формула размерности
	L	T	M	
Масса	0	0	1	M
Сопротивление	0	−1	1	$T^{-1}M$
Поверхностное натяжение	0	−2	1	$T^{-2}M$
Момент массы	1	0	1	LM
Импульс	1	−1	1	$LT^{-1}M$
Сила	1	−2	1	$LT^{-2}M$
Действие	2	−1	1	$L^2T^{-1}M$
Энергия	2	−2	1	$L^2T^{-2}M$
Мощность	2	−3	1	$L^2T^{-3}M$
Линейная плотность	−1	0	1	$L^{-1}M$
Давление	−1	−2	1	$L^{-1}T^{-2}M$
Вязкость	−1	−1	1	$L^{-1}T^{-1}M$

Приложение 2

Анализ размерностей

Анализ размерностей (АР) – это наиболее востребованный в прикладных исследованиях раздел теории размерностей, поскольку он предлагает унифицированную форму представления любой количественной зависимости между физическими величинами. Достаточно сказать, что посвященная АР книга акад. Л. Седова выдержала десять изданий за период с 1944 по 1987 гг. [36].

Исходным положением АР является следующее утверждение:

Любое соотношение между физическими величинами не зависит от выбора масштабов основных единиц измерения.

Следствия этого утверждения (вытекающие также из постулатов главы 1), налагающие определенные ограничения на структуру зависимостей между физическими величинами, можно сформулировать в виде двух теорем:

1) Претендующая на физическую значимость функциональная зависимость между физическими величинами должна быть такой, чтобы при изменении масштабов основных единиц измерения численные значения всех одноименных величин, фигурирующих в этой зависимости, менялись в одно и то же число раз или, говоря математическими терминами, – она должна быть однородна по размерности.

Например, пусть X_i $(i = 1, \ldots, n)$ — множество величин, характеризующих изучаемую область физических явлений. Величина X_i принимает положительные числовые значения x_i, измеряемые относительно конкретной реализации $\{L, T, M\}$-базиса с масштабами S_L, S_T, S_M (например, сантиметр, секунда, грамм). Далее, пусть результат x измерения величины X можно представить как функцию результатов измерения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ других n величин:

$$x = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{2.1}$$

Требование однородности по размерности означает, что (2.1) должна удовлетворять следующему тождеству по S_L, S_T, S_M:

$$\varphi\left\{\left(S_L^{l_1} S_T^{t_1} S_M^{m_1}\right)x_1, \left(S_L^{l_2} S_T^{t_2} S_M^{m_2}\right)x_2, \ldots, \left(S_L^{l_n} S_T^{t_n} S_M^{m_n}\right)x_n\right\} = \\ = \left(S_L^{l} S_T^{t} S_M^{m}\right)\varphi, \tag{2.2}$$

где l, t, m — показатели размерности величины X.

2) Пусть $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — функция, однородная по размерности по отношению к масштабам основных величин S_L, S_T, S_M. Тогда уравнение (2.1) эквивалентно уравнению для безразмерной переменной $\Pi(x)$ при новой функции ϕ:

$$\Pi(x) = \phi(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_{n-3}). \tag{2.3}$$

Здесь Π_p $(p = 1, 2, \ldots, n-3)$ — безразмерные переменные (π-комплексы), имеющие вид:

$$\Pi_p = x_1^{\varepsilon_{p1}} x_2^{\varepsilon_{p2}}, \ldots, x_n^{\varepsilon_{pn}}. \tag{2.4}$$

Показатели степени в (2.4) удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{pi} l_i = 0,$$
$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{pi} t_i = 0, \qquad (2.5)$$
$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{pi} m_i = 0.$$

При $n > 3$ нетривиальные π-комплексы (2.4) всегда существуют и каждому из $(n-3)$ линейно-независимых решений системы (2.5) соответствует некоторый набор из $(n-3)$ функционально-независимых π-комплексов.

Проиллюстрируем вывод соотношений типа (2.5) на классическом примере течения вязких несжимаемых жидкостей в трубах [26]. В этом случае ожидается следующая функциональная зависимость вида (2.1):

$$\frac{dp}{dx} = \varphi(v, d, \rho, \eta). \qquad (2.6)$$

Здесь p – давление, v – скорость, d – диаметр трубы, ρ – плотность, η – коэффициент вязкости.

Число искомых π-комплексов в этой задаче равно 1. Для нахождения Π_1 регулярным методом воспользуемся системой (2.5). Лангхаар (1951) предложил следующую процедуру для решения этой системы: составляем L, T, M-матрицу размерностей присутствующих в задаче независимых переменных. В нашем случае матрица размерностей имеет вид:

	v	d	ρ	η
L	1	1	−3	−1
T	−1	0	0	−1
M	0	0	1	1

На основании этой матрицы система (2.5) запишется следующим образом:

$$(1\varepsilon_1) + (1\varepsilon_2) + (-3\varepsilon_3) + (-1\varepsilon_4) = 0,$$

$$(-1\varepsilon_1) + (0\varepsilon_2) + (0\varepsilon_3) + (-1\varepsilon_4) = 0,$$

$$(0\varepsilon_1) + (0\varepsilon_2) + (1\varepsilon_3) + (1\varepsilon_4) = 0.$$

В этой системе четыре неизвестных, одно из которых можно задать произвольно (ранг L, T, M-матрицы равен трем). Примем, например, $\varepsilon_3 = 1$. Тогда из третьего уравнения имеем: $\varepsilon_4 = -1$, подставляя это значение во второе уравнение, получим $\varepsilon_1 = 1$. Наконец, из первого уравнения найдем: $\varepsilon_2 = 1$. Соответственно для Π_1 (число Рейнольдса) получим следующее выражение:

$$\Pi_1 = \frac{v\,d\rho}{\eta}.$$

Зависимая величина dp/dx имеет размерность $L^{-2}T^{-2}M$. Следовательно, зависимость (2.3) имеет вид:

$$\left(\frac{d}{\rho v^2}\right)\frac{dp}{dx} = \phi\left(\frac{v\,d\rho}{\eta}\right).$$

Таким образом, теорема 2, часто называемая π-теоремой, утверждает, что любое соотношение между n физическими величинами, не зависящее от выбора масштабов основных единиц измерения, всегда можно сформулировать как соотношение между меньшим числом $(n-3)$ соответствующих безразмерных π-комплексов.

На основании π-теоремы соотношение (2.1) можно также представить в следующем часто используемом на практике виде:

$$x = x_1^{r_1} x_2^{r_2} x_3^{r_3} \phi(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_{n-3}). \qquad (2.7)$$

Здесь показатели размерности r находят, исходя из размерностей величин x в $\{L, T, M\}$-базисе.

Соотношение (2.7) было использовано в разделе 4.2 при установлении сценария разъединения взаимодействий в ходе эволюции Вселенной. На современном этапе этой эволюции имеются семь основных фундаментальных физических постоянных и значение любой величины X может быть представлено в виде:

$$x = L_0^{r_1} C^{r_2} \hbar^{r_3} \phi(\alpha_e, \alpha_Б, \alpha_F, \alpha_G), \tag{2.8}$$

где α – безразмерные константы связи электромагнитного, теплового, слабого и гравитационного взаимодействий (см. раздел 4.1). Численные значения фундаментальных постоянных приведены в табл. 4. Впервые такого рода соотношение, по-видимому, предложил Ю. К. Дидык, но он не использовал тернарный базис с LV-кинематикой (*Дидык Ю. К.* // Известия ВУЗов. Сер. «Физика». 1964. № 1. С. 14).

Соотношение (2.8) резко упрощается, если одновременно рассматривать ограниченное число взаимодействий, когда функция ϕ зависит только от одного α. Например, в атомной физике можно ограничиться только α_e:

$$x = L_0^{r_1} C^{r_2} \hbar^{r_3} \phi(\alpha_e). \tag{2.9}$$

Анализ физически значимых ситуаций приводит к гипотезе, заключающейся в том, что ϕ является степенной функцией α_e:

$$\phi(\alpha_e) = \alpha_e^n; \quad n = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1 \ldots . \tag{2.10}$$

Например, если x – масса, то при $n = 0$ имеем:

$$m = L_0^{-1} C^{-1} \hbar, \tag{2.11}$$

что совпадает со значением характерной массы в $(L_0, C, \hbar)$-системе единиц (см. раздел 4.1).

При $n = 1$ для m получим:

$$m = L_0 C^{-2} \varepsilon_0^{-1}, \tag{2.12}$$

что совпадает со значением характерной массы в (L_0, C, ε_0)-системе.

Чтобы найти выражение для m при $n = 1/2$, представим константу связи α_e как отношение двух длин:

$$\alpha_e = \frac{L_0^2}{\varepsilon_0 C \hbar} = \frac{L_0^2}{l_x^2}, \tag{2.13}$$

где через l_x обозначено следующее выражение:

$$l_x = \sqrt{\varepsilon_0 C \hbar} = 1{,}86 \cdot 10^{-18} \text{ м}. \tag{2.14}$$

Таким образом, при $n = 1/2$ имеем:

$$m = \frac{\hbar}{C L_0} \sqrt{\frac{L_0^2}{l_x^2}} = \frac{\hbar}{C l_x}.$$

Это выражение можно представить следующим образом:

$$m_x \cdot l_x = \frac{\hbar}{C}, \tag{2.15}$$

где m_x следующее сокращение:

$$m_x = \sqrt{\frac{\hbar}{C^3 \varepsilon_0}} = 1{,}88 \cdot 10^{-25} \text{ кг}. \tag{2.16}$$

Следует отметить, что m_x является средней геометрической характерных масс в $(L_0, C, \hbar)$- и (L_0, C, ε_0)-системах, а поскольку при $n = 1/2$ постоянная L_0 исключается из рассмотрения, то электромагнетизм и КТП охватываются одной $(l_x, C, \hbar)$-системой единиц.

Аналогичным образом может быть рассмотрена «квантовая гравитация»:

$$x = L_0^{r_1} C^{r_2} \hbar^{r_3} \phi(\alpha_G); \quad \phi(\alpha_G) = \alpha_G^n; \quad n = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1 \ldots \qquad (2.17)$$

Как и в предыдущем примере, при $n = 0$ значение характерной массы совпадает с ее значением (2.11), а при $n = 1$ – со значением в (L_0, C, G)-системе, равном $C^2 L_0/G$.

Интересный результат появляется при $n = 1/2$, если представить α_G в виде отношения двух длин:

$$\alpha_G = \frac{C^3 L_0^2}{G\hbar} = \frac{L_0^2}{l_{pl}^2}. \qquad (2.18)$$

В этом случае имеем:

$$m = \frac{\hbar}{C L_0} \sqrt{\frac{L_0^2}{l_{pl}^2}} = \frac{\hbar}{C l_{pl}}. \qquad (2.19)$$

В свою очередь, (2.19) можно переписать в виде следующего соотношения:

$$m_{pl} l_{pl} = \frac{\hbar}{C}. \qquad (2.20)$$

Таким образом, масса Планка и длина Планка естественным образом появляются при совместном рассмотрении КТП-взаимодействия и гравитации, причем согласно (2.20) они не являются независимыми величинами,

а связаны между собой этим соотношением. Кроме того, поскольку L_0 исключается из (2.19), квантовую гравитацию можно описывать в рамках одной $(L_{pl}, C, \hbar)$-системы единиц.

Мы ограничимся в данном приложении разбором этих двух простейших вариантов ((2.9) и (2.17)) объединения взаимодействий как объединения соответствующих систем единиц (см. также прил. 3). Следует только отметить, что задача совместного рассмотрения взаимодействий существенно усложняется, если необходимо учитывать три и более взаимодействия. Например, электрослабое взаимодействие будет характеризоваться соотношением:

$$x = L_0^{r_1} C^{r_2} \hbar^{r_3} \phi(\alpha_e, \alpha_F). \tag{2.21}$$

Однако и в таких случаях анализ размерностей позволяет получить полезную информацию о характерных параметрах объединенного взаимодействия.

Действительно, мы уже объединили системы единиц КТП и электромагнетизма в одну $(l_x, C, \hbar)$-систему. Аналогичным образом можно найти одну систему для КТП и слабого взаимодействия: $(l_y, C, \hbar)$-систему, в которой $l_y = L_0^2/l_F$, где $l_F = \sqrt{G_F/(C\hbar)}$. Следовательно, электрослабое взаимодействие будет характеризоваться константой связи:

$$\alpha_{xy} = \frac{l_y}{l_x} = \frac{L_0^2}{\sqrt{G_F \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\alpha_e}{\alpha_F}} = 2 \cdot 10^{-2}.$$

Вклад АР, который можно внести в теорию электрослабого взаимодействия, конечно не исчерпывается выводом выражения для константы связи. Однако следует иметь в виду, что использование АР при решении физических задач

напоминает процедуру варки супа из топора в русских сказках. Если к топору добавить картошечку, морковочку, лучок и курочку, то суп получится. Так и применение АР будет тем более успешно, чем больше к нему будет добавлено конкретных физических знаний по исследуемой проблеме.

Приложение 3

Преобразования Лоренца и анализ размерностей

Преобразования Лоренца связывают между собой координаты и время в условно неподвижной системе отсчета $K(x, y, z, t)$ и в движущейся с постоянной скоростью относительно нее системе $K'(x', y', z', t')$. В частном случае, когда движение системы K' осуществляется в положительном направлении оси X, а за начало отсчета принята общая для этих двух систем точка $K(0, 0, 0, 0)$, преобразования Лоренца для координаты и времени имеют вид:

$$x' = \gamma(x - vt), \tag{3.1}$$

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{C^2}), \tag{3.2}$$

где C — скорость света в вакууме, γ — релятивистский множитель:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/C)^2}}. \tag{3.3}$$

Преобразования Лоренца появились в физике на рубеже XX в. в работах Лармора и Лоренца. В 1905 г. Эйнштейн вывел их путем анализа распространения света в системах K и K' [37]. Как выяснили математики (Пуанкаре, Минковский), значение этих преобразований далеко выходит за рамки породивших их задач из области электромагнетизма. В наше время они положены в основу четырехмерной релятивистской физики, требующей Лоренц-ковариантности для всех динамических уравнений [38].

Однако, как свидетельствует огромное число публикаций, сохраняется живой интерес к первоначальному трехмерному варианту теории относительного движения. В этой связи представляется достойной внимания любопытная аналогия между преобразованиями Лоренца и объединением систем единиц, рассмотренном в прил. 2.

Действительно, с точки зрения теории размерностей наблюдатели в системах K и K' должны использовать какую-либо тернарную систему единиц. Поскольку их измерения основаны на показаниях часов при обмене световыми сигналами, то удобно исходить из $\{T, V, M\}$-базиса. В этом случае в системе K будет действовать (t, v, m)-система единиц, а в системе K' – (t', v, m)-система, отличающиеся лишь масштабами времени Δt и $\Delta t'$.

Между тем, системы K и K' могут иметь два разных масштаба единиц измерения, если только имеется некая общая для них система отсчета K_0. Если в этой системе действует эталон времени Δt_0, то масштабы длительности в K и K' нужно связать с этим эталоном. Мы не будем выводить соответствующие соотношения, а сконструируем их из фрагментов известных релятивистских уравнений:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0(1-\beta^2)}{1-\beta}, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t_0(1-\beta^2)}{1+\beta}, \tag{3.4}$$

где через β обозначено отношение v/C.

Как было установлено в прил. 2, если две системы единиц отличаются лишь по одной из единиц измерения, то эти системы можно объединить путем использования константы связи, представляющей отношение масштабов.

В нашем случае релятивистская константа связи, согласно (3.4), имеет вид:

$$\alpha_r = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right). \tag{3.5}$$

Это выражение представляет собой обратную величину известного в теории относительного движения k – коэффициента, который интерпретируется совершенно другим образом [39]. Известно также, что логарифм α_r является каноническим параметром группы Лоренца – непрерывной группы, связанной с преобразованиями Лоренца [40].

Если известна константа связи, то согласно (2.7) любую физическую величину, измеряемую в системах K и K', можно выразить через измерения в системе K. Например, для величины x_r с размерностью длины получим:

$$x_r = Ct\alpha_r^{1/2} = \gamma Ct(1-\beta), \tag{3.6}$$

это выражение по форме совпадает с преобразованием Лоренца (3.1), так как $Ct = x$. Однако (3.6) связывает не координаты x и x' в системах K и K', а координату x с координатой события в объединенной системе единиц.

Связь x и x', согласно (3.4), имеет следующий вид:

$$x' = x\alpha_r. \tag{3.7}$$

Поэтому x_r можно выразить и через x':

$$x_r = x'\alpha_r^{-1/2}. \tag{3.8}$$

Это выражение эквивалентно «обратному» преобразованию Лоренца, получаемому из (3.1) изменением знака у v и переходом к t'.

По образу и подобию (2.7) можно образовать множество соотношений между производными физическими величинами. При этом нужно различать два случая относительно движения: первый – когда K и K' удаляются друг от друга, и второй – когда K и K' сближаются. В первом случае α_r дается формулой (3.5), во втором – следует использовать обратную величину α_r. Например, частотный эффект Доплера, когда источник излучения удаляется от приемника, дается выражением:

$$\nu_r = \nu\alpha_r^{1/2}, \tag{3.9}$$

а при сближении – выражением:

$$\nu_r = \nu\alpha_r^{-1/2}. \tag{3.10}$$

В обоих случаях ν – это частота, измеренная в системе K.

При решении конкретных задач релятивистской кинематики необходимо использовать либо (3.6), либо (3.8). Практика их применения ничем не отличается от практики применения к-коэффициента стандартной теории относительного движения.

Аналогичная ситуация возникает, если системы единиц в K и K' основаны на $\{L, V, M\}$-базисе. В этом случае релятивистское время не является независимой величиной и связано с либо с t, либо с t' в системах K и K' следующими соотношениями:

$$t_r = t\alpha_r^{1/2}, \tag{3.11}$$

$$t_r = t'\alpha_r^{-1/2}. \tag{3.12}$$

Входящая в эти соотношения константа связи α_r дается выражением (3.4), только теперь она является отношением масштабов $\Delta l'$ и Δl, которые зависят от скорости

относительного движения также, как масштабы Δt и $\Delta t'$ в $\{T, V, M\}$-базисе.

В заключение остановимся кратко на знаменитых релятивистских парадоксах «сокращения длины» и «замедления времени». Как известно, они выводятся в качестве следствий прямых и обратных преобразований Лоренца: парадокс длины при условии одновременности измерений, а парадокс времени – при условии одноместности измерений [39]. Однако оба эти подхода не работают в рассмотренных тернарных системах единиц, связанных с K и K'-системами. Согласно теории размерностей парадокс длины возникает лишь при использовании $\{T, V, M\}$-базиса, а парадокс времени – лишь при использовании $\{L, V, M\}$-базиса. В первом случае, согласно (3.6) и (3.4), релятивистская длина связана с длиной в K_0-системе следующим соотношением:

$$l_r = \frac{l_0}{\gamma}, \tag{3.13}$$

которое показывает, что релятивистская длина меньше длины, измеренной в K_0.

Аналогичное по форме соотношение получается согласно (3.11) и (3.4) для релятивистского времени:

$$\Delta t_r = \frac{\Delta t_0}{\gamma}. \tag{3.14}$$

Мы не будем здесь обсуждать всех отличий (3.13) и (3.14) от стандартных выражений. Ясно, что это отдельная тема. Отметим только следующее. В главе 2 было установлено, что электрический заряд имеет размерность длины. Следовательно, в $\{T, V, M\}$-базисе он должен

зависеть от скорости относительного движения по закону (3.13), в котором l_0 — это величина элементарного заряда в вакууме. В частности, эту зависимость можно подтвердить известными опытами по измерению отношения заряда к массе для электронов. Обычно уменьшение этого отношения с ростом скорости объясняют увеличением массы электрона по закону $m = \gamma m_0$. Однако правильный результат можно получить, приняв (3.13), а массу считать постоянной, так как масштабы массы в K и K' следует считать одинаковыми.

То же самое можно сказать и о температуре, если принять, как это рекомендовано в главе 3, в качестве ее размерности обратную длину. Температура в этом случае должна расти с ростом скорости.

При использовании обычной в теоретической физике LV-кинематики вместо парадокса длины нужно учитывать парадокс времени (3.14). Заряд и температура тогда не будут зависеть от скорости, но производные и интегралы, содержащие дифференциал времени, будут от нее зависеть. Например, производная длины по релятивистскому времени — релятивистская скорость — будет иметь вид:

$$v_r = \frac{dx}{dt_r} = \gamma v. \tag{3.15}$$

Поэтому релятивистский импульс запишется следующим образом:

$$p_r = mv_r = m\gamma v. \tag{3.16}$$

Ясно, что появление в (3.16) релятивистского множителя совсем не свидетельствует об изменении массы движущегося тела.

Таким образом, даже при нашем формальном подходе, когда возникло больше вопросов, чем ответов, анализ размерностей дает основание для новой точки зрения на проблему описания относительного движения. «Фишка» в том, что штрихованные величины, используемые в преобразованиях Лоренца, не относятся к системе K', а представляют собой усредненные по правилам анализа размерностей значения величин, наблюдаемых из K и K'.

Приложение 4

Характерные параметры некоторых естественных систем единиц*

Параметр	$(L_O, c, \varepsilon_\varnothing)$-система		$(L_O, c, \hbar)$-система		(L_O, c, GF)-система		(L_O, c, G)-система	
	Определяющее уравнение	Значение	Определяющее уравнение	Значение	Определяющее уравнение	Значение	Определяющее уравнение	Значение
Масса (*кг*)	$L_O/c^2\varepsilon_\varnothing$	$1{,}6 \cdot 10^{-26}$	$\hbar/cL_O$	$2{,}2 \cdot 10^{-24}$	$G_F/c^2L_O^3$	$3{,}9 \cdot 10^{-23}$	c^2L_O/G	$2{,}2 \cdot 10^8$
Энергия (*джоуль*)	$L_O/\varepsilon_\varnothing$	$1{,}4 \cdot 10^{-9}$	$c\hbar/L_O$	$2{,}0 \cdot 10^{-7}$	G_F/L_O^3	$3{,}5 \cdot 10^{-6}$	c^4L_O/G	$2 \cdot 10^{25}$
Константа диссипации (*джоуль* × *м*)	$L_O^2/\varepsilon_\varnothing$	$2{,}3 \cdot 10^{-28}$	$c\eta$	$3{,}2 \cdot 10^{-26}$	G_F/L_O^2	$5{,}6 \cdot 10^{-25}$	$c^4L_O^2/G$	$3{,}2 \cdot 10^6$
Константа связи, α	$L_O^2/\varepsilon_\varnothing c\eta$	$7{,}3 \cdot 10^{-3}$	–	1	$G_F/L_O^2c\hbar$	18	$c^3L_O^2/G\hbar$	$1 \cdot 10^{32}$
Константа связи, β	–	1	$\varepsilon_\varnothing c\hbar/L_O^2$	137	$\varepsilon_\varnothing G_F/L_O^4$	$2{,}4 \cdot 10^3$	$\varepsilon_\varnothing c^4/G$	$1{,}4 \cdot 10^{34}$

* Для расчетов использовались следующие приближенные значения фундаментальных постоянных [2]: $L_O = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ м; $c = 3 \cdot 10^8$ м· с$^{-1}$; $\varepsilon_\varnothing = 1{,}1 \cdot 10^{-10}$ ньютон$^{-1}$; $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ джоуль· с; $G_F = 1{,}44 \cdot 10^{-62}$ джоуль · м^3; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ ньютон · м^2/кг^2.

Литература

1. *Пахомов Б. Я.* Становление современной физической картины мира. М.: Мысль, 1985.
2. *Сена Л. А.* Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1988.
3. *Маделунг Э.* Математический аппарат физики. М.: Наука, 1968.
4. *Рейф Ф.* Статистическая физика. М.: Наука, 1972.
5. *Fourier J. B. J.* La Theorie Analytique de Chaleur. Paris, 1822.
6. *Гаусс К. Ф.* Напряжение земной магнитной силы, приведенное к абсолютной мере // Избранные труды по земному магнетизму. М.: Изд-во АН СССР, 1952.
7. *Maxwell J. C.* Encyclopaedia Britannica, Ninth Edition. V. 7. London, 1878.
8. *Биркгоф Г.* Гидродинамика. М.: Иностр. лит., 1963.
9. *Drobot S.* Studia Mathematica, 1953. V. 19. P. 84.
10. *Whitney H.* American Mathematical Monthly, 1968. V. 75. P. 15, 227.
11. *Камке Д., Кремер К.* Физические основы единиц измерения. М.: Мир, 1980.
12. *Яглом И. М.* Математика и реальный мир. М.: Знание, 1978; 2-е изд. М.: КомКнига/URSS, 2006.
13. *Гроссман И., Магнус В.* Группы и их графы. М.: Мир, 1971.
14. *Боум А.* Квантовая механика. Основы и приложения. М.: Мир, 1990.
15. *Берке У.* Пространство — время, геометрия, космология. М.: Мир, 1985.
16. *Савельев И. В.* Основы теоретической физики. Т. I. Механика, электродинамика. М.: Наука, 1975.
17. *Стрэттон Дж. А.* Теория электромагнетизма. М.; Л.: Гостехиздат, 1948.
18. *Роджерс Э.* Физика для любознательных. Т. 3. М.: Мир, 1971.

19. *Джанколи Д.* Физика. Т. 2. М.: Мир, 1989.
20. *Иванов Б. Н.* Законы физики. М.: Высшая школа, 1986; 2-е изд. М.: УРСС, 2004.
21. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1971.
22. *Хазен А. М.* Введение меры информации в аксиоматическую базу механики. М.: Рауб, 1998.
23. *Мышкис А. Д.* Элементы теории математических моделей. М.: Наука, 1994; 3-е изд. М.: КомКнига/URSS, 2007.
24. *Гленсдорф П., Пригожин И.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1978; 2-е изд. М.: УРСС, 2003.
25. *Curzon F. L., Ahlborn B. Am. J.* Phys. 1975. V. 43, P. 22.
26. *Гольдштейн Р. В., Городцов В. А.* Механика сплошных сред. Ч. 1. М.: Наука, 2000.
27. *Хайтун С. Д.* Механика и необратимость. М.: Янус, 1996.
28. *Планк М.* О необратимых процессах излучения // *Планк М.* Избранные труды. М.: Наука, 1975.
29. *Киржниц Д. А.* Природа. 1991. № 10. С. 8.
30. *Сахаров А. Д.* Физика в школе. 1968. № 2. С. 6.
31. *Гинзбург В. Л.* Успехи физических наук. 1999. Т. 169. С. 419.
32. *Дэвис П.* Случайная Вселенная. М.: Мир, 1985.
33. *Окунь Л. Б.* Успехи физических наук. 1991. Т. 161. С. 17.
34. *Клапдор-Клайнгротхаус Г. В., Цюбер К.* Астрофизика элементарных частиц. М.: Ред. журн. УФН, 2000.
35. *Чернин А. Д.* Успехи физических наук. 2001. Т. 171. С. 1153.
36. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987.
37. Принцип относительности / Собрание работ по специальной теории относительности. Сост. А. А. Тяпкин. М.: Атомиздат, 1973.
38. *Хрюнов А. В.* Основы релятивистской физики. М.: Физматкнига, 2003.
39. *Угаров В. А.* Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977; 3-е изд. М.: URSS, 2005.
40. *Журавлев В. Ф.* Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2001.

URSS.ru URSS.ru URSS.ru URSS.ru

Представляем Вам наши лучшие книги:

URSS

Термодинамика и статистическая физика

Квасников И. А. **Молекулярная физика.**
Бриллюэн Л. **Квантовая статистика.**
Базаров И. П. **Заблуждения и ошибки в термодинамике.**
Хайтун С. Д. **История парадокса Гиббса.**
Агеев Е. П. **Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах.**
Дуров В. А., Агеев Е. П. **Термодинамическая теория растворов.**
Мюнстер А. **Химическая термодинамика.**
Крылов Н. С. **Работы по обоснованию статистической физики.**
Зайцев Р. О. **Введение в современную статистическую физику.**
Зайцев Р. О. **Введение в современную кинетическую теорию.**
Поклонский Н. А., Вырко С. А., Поденок С. Л. **Статистическая физика полупроводников.**

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

Пенроуз Р. **НОВЫЙ УМ КОРОЛЯ.** Пер. с англ.
Хакен Г. **Информация и самоорганизация.** Пер. с англ.
Безручко Б. П. и др. **Путь в синергетику. Экскурс в десяти лекциях.**
Данилов Ю. А. **Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение.**
Князева Е. Н., Курдюмов С. П. **Основания синергетики.** Кн. 1, 2.
Климонтович Ю. Л. **Турбулентное движение и структура хаоса.**
Трубецков Д. И. **Введение в синергетику.** В 2 кн.: **Колебания и волны; Хаос и структуры.**
Арнольд В. И. **Теория катастроф.**
Малинецкий Г. Г. **Математические основы синергетики.**
Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. **Нелинейная динамика и хаос: основные понятия.**
Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подлазов А. В. **Нелинейная динамика.**
Быков В. И. **Моделирование критических явлений в химической кинетике.**
Пригожин И. **Неравновесная статистическая механика.**
Пригожин И., Стенгерс И. **Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени.**
Пригожин И., Стенгерс И. **Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.**
Пригожин И., Гленсдорф П. **Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.**
Суздалев И. П. **Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов.**

Тел./факс:
(495) 135-42-46,
(495) 135-42-16,
E-mail:
URSS@URSS.ru
http://URSS.ru

Наши книги можно приобрести в магазинах:

«Библио-Глобус» (м. Лубянка, ул. Мясницкая, 6. Тел. (495) 625-2457)
«Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (495) 203-8242)
«Молодая гвардия» (м. Полянка, ул. Б. Полянка, 28. Тел. (495) 238-5001, 780-3370)
«Дом научно-технической книги» (Ленинский пр-т, 40. Тел. (495) 137-6019)
«Дом книги на Ладожской» (м. Бауманская, ул. Ладожская, 8, стр. 1. Тел. 267-0302)
«Гнозис» (м. Университет, 1 гум. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (495) 939-4713)
«У Кентавра» (РГГУ) (м. Новослободская, ул. Чаянова, 15. Тел. (499) 973-4301)
«СПб. дом книги» (Невский пр., 28. Тел. (812) 311-3954)

URSS.ru URSS.ru URSS.ru URSS.ru

URSS.ru URSS.ru URSS.ru URSS.ru

Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Наше издательство специализируется на выпуске научной и учебной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений. Мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.

URSS

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

Гарднер М. **Этот правый, левый мир.**
Лебег А. **Об измерении величин.**
Фридман Л. М. **Величины и числа. Популярные очерки.**
Воронов В. К., Подоплелов А. В. **Современная физика.**
Иванов Б. Н. **Законы физики.**
Капитонов И. М. **Введение в физику ядра и частиц.**
Кириллов В. М. и др. **Решение задач по физике.**
Жукарев А. С. и др. **Задачи повышенной сложности в курсе общей физики.**
Кронин Дж., Гринберг Д., Телегди В. **Теоретическая физика. Сб. задач с решениями.**
Розенблат Г. М., Паншина А. В., Козлова З. П. **Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского: Динамика материальной точки.**
Розенблат Г. М. **Механика в задачах и решениях.**
Сапунов В. Т. **Классический курс сопротивления материалов в решениях задач.**
Матвиенко Ю. Г., Сапунов В. Т. **Сопротивление материалов в задачах и решениях.**
Шепелев А. В. **Оптика. Готовимся к экзаменам, зачетам, коллоквиумам.**
Варикаш В. М., Болсун А. И., Аксенов В. В. **Сборник задач по статистической физике.**
Кубо Р. **Статистическая механика. Современный курс с задачами и решениями.**
Гликлих Ю. Е. **Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики.**
Бардзокас Д. И., Зобнин А. И., Сеник Н. А., Фильштинский М. Л. **Задачи по теории термопьезоэлектричества с подробными решениями.**
Сурдин В. Г. **Астрономические задачи с решениями.**
Николаев О. С. **Физика и астрономия: Курс практических работ для средней школы.**
Майкельсон А. А. **Исследование по оптике.**
Саржевский А. М. **Оптика. Полный курс.**
Планк М. **Введение в теоретическую физику.** Кн. 1–5: **Общая механика; Механика деформируемых тел; Теория электричества и магнетизма; Оптика; Теория теплоты.**

Серия «Классический университетский учебник»

Квасников И. А. **Термодинамика и статистическая физика.** В 4 т.
Кононович Э. В., Мороз В. И. **Общий курс астрономии.**
Капитонов И. М., Ишханов Б. С., Юдин Н. П. **Частицы и атомные ядра.**
Петровский И. Г. **Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.**
Гнеденко Б. В. **Курс теории вероятностей.**
Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. **Математическая логика.**

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
***тел./факс* (495) 135–42–16, 135–42–46**
или *электронной почтой* URSS@URSS.ru
Полный каталог изданий представлен
в *Интернет-магазине:* http://URSS.ru

Научная и учебная литература

URSS.ru URSS.ru URSS.ru URSS.ru

Об авторе

Григорий Григорьевич ФИЛИППОВ

Кандидат химических наук, старший научный сотрудник по специальности «физическая химия».

Окончил в 1957 г. инженерный физико-химический факультет МХТИ им. Д. И. Менделеева. С 1961 по 2000 гг., после учебы в аспирантуре, специализировался в области использования ЭВМ в химико-технологических исследованиях (предпроектная разработка новых и интенсификация действующих химических производств, обработка экспериментальных данных). Последнее место работы — ФГУП «ГОС НИИ химии и технологии элементоорганических соединений»; должность — ведущий научный сотрудник.

Имеет более 170 научных публикаций, в том числе монографию «Методы линейной алгебры в физической химии» (совместно с Н. Ф. Степановым и М. Е. Ерлыкиной, 1976) и учебник для технических университетов «Теоретические основы общей химии» (совместно с А. И. Горбуновым, А. А. Гуровым и В. Н. Шаповалом, 2001, 2003).

Над проблемами теории размерностей физических величин работает с 1996 г.

Наше издательство предлагает следующие книги:

4783 ID 50248 НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

факс: 7 (495) 135–42–16
факс: 7 (495) 135–42–46

URSS

E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru

нии, а также обнаруженные опечатки присылайте
адрес URSS@URSS.ru. Ваши замечания и предложения будут учтены
и отражены на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине http://URSS.ru