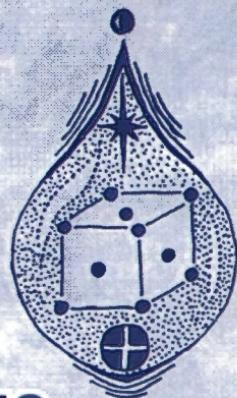


О.С.Николаев

МЕХАНИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА
ЖИДКИХ
МЕТАЛЛОВ



•
**Экстремальные
свойства
минимальных
моноокристаллов
металлов**

«Глажон мне другу
по пустыне дороже
Аристотель



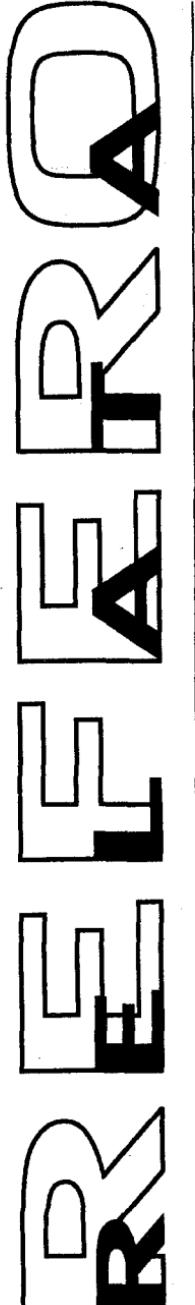
ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

Эта книга продолжает серию «*Relata Refero*» (дословный перевод — *рассказываю рассказанное*). Это изречение можно понимать и трактовать по-разному.

Кому-то может показаться, что, спрятавшись за гриф «*Relata Refero*», издательство хочет отмежеваться от публикуемых в этой серии текстов. Кто-то, наоборот, усмотрит в этом намерение ошаращить публику проблемными текстами и сорвать скандальные аплодисменты. Найдутся, возможно, и такие, которые вообще истолкуют эту серию как издевку над всем, что отклоняется от традиционного русла.

Нам же, однако, хотелось бы верить, что Читатель поймет настоящую причину, побудившую издательство взяться за выпуск этой серии. А подсказкой Читателю будет помещенное на обложке высказывание Аристотеля, для которого, как гласит предание, поиск истины оказался выше личной дружбы с Платоном.

Мы надеемся, что публикуемые в этой серии тексты внесут, несмотря на свое противостояние установившимся канонам, свой вклад в познание Истины.



О.С.Николаев

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

•

**Экстремальные
свойства
минимальных
моноокристаллов
металлов**

МОСКВА



ББК 22.36 22.37 34

Николаев Олег Семенович

Механические свойства жидких металлов. Экстремальные свойства минимальных монокристаллов металлов. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 168 с.
(Relata Refero.)

ISBN 5-354-00829-8

Настоящая книга состоит из двух частей. В первой части изложен тепловой способ оценки механических свойств жидких металлов. Он применим для тел, находящихся в любом из трех состояний. Получен ряд новых результатов. Подробно рассмотрены механические свойства металлов: лития, бериллия, алюминия, железа, вольфрама, ртути и франция.

Вторая часть посвящена исследованию физических свойств систем, состоящих из сотен и тысяч атомов металлов. Выявлено, что для таких систем (называемых минимальными монокристаллами — ММК металлов) снижается суммарная теплота нагрева до температуры плавления и теплота плавления, значительно уменьшается температура плавления.

Книга может быть полезна студентам младших курсов вузов, преподавателям курсов общей физики, инженерам-металловедам.

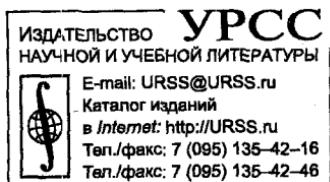
Оригинал-макет предоставлен автором,
текст опубликован в авторской редакции.

Издательство «Едиториал УРСС». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Лицензия ИД № 05175 от 25.06.2001 г. Подписано к печати 08.06.2004 г.
Формат 60×90/16. Печ. л. 10,5. Зак. № 2-1424/600.

Отпечатано в типографии ООО «РОХОС». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.

ISBN 5-354-00829-8

© О. С. Николаев, 2004
© Едиториал УРСС, 2004



2627 ID 22488

9 785354 008292 >

Оглавление.

Предисловие	3
Введение	4
Принятые обозначения физических параметров	7
Глава 1.	
Структура и физические свойства жидких металлов	9
Краткие выводы к главе 1	19
Глава 2.	
Основные законы и соотношения, характеризующие механические свойства тел	22
2.1. Закон Гука	22
2.2. Сжимаемость	23
2.3. Связь механических свойств металлов с тепловыми параметрами	24
2.4. Связь механических свойств металлов с коэффициентом поверхностного натяжения расплава	29
2.5. Приближенные способы оценок физических параметров металлов	
2.5.1. Определение плотности металлов при температуре кипения	32
2.5.2. Приближенные оценки критических плотностей и температур	34
2.5.3 определение среднего значения коэффициента объемного расширения жидких металлов	36
Краткие выводы к главе 2	38
Литература	40
Глава 3.	
Механические свойства воды	
Введение	41
3.1. Диаграмма состояния воды	42

3.2. Описание свойств жидкого состояния с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса	44
3.3. Краткий перечень известных физических параметров воды	50
3.4. Оценки механических свойств воды по тепловым параметрам	55
3.4.1. Прочностные свойства льда	55
3.4.2. Прочностные свойства воды	57
3.5. Краткие выводы к главе 3	61
Литература	64

Приложения к главе 3.

Приложение 1. Метод определения краевого угла смачивания водой стекла	65
Приложение 2. Экспериментальное определение минимального усилия разрыва для воды	67

Глава 4. Механические свойства металлических жидкостей

Предисловие	71
4.1. Одноименные физические параметры металлов для трех состояний	74
4.2. Механические свойства лития	79
4.3. Механические свойства алюминия	84
4.4. Бериллий – прочнейший из легких металлов	91
4.5. Железо – металл неба	98
4.6. Вольфрам – самый тугоплавкий металл	103
4.7. Ртуть – самый легкоплавкий металл	108
4.8. Франций – самый типичный металл	115
4.9. Краткие выводы	119
Литература	122

Приложение 1. Исследование произведения $\chi \cdot E = \text{Const}$ для твердых и жидких металлов	123
---	-----

Глава 5. Заключение

<u>Краткие выводы</u>	136
-----------------------	-----

Экстремальные свойства минимальных монокристаллов металлов	138
--	-----

Предисловие.

В настоящей работе сделана попытка расширить представление читателей о прочностных характеристиках жидкостей. Представленные сведения не претендуют на полноту и окончательность. В учебной литературе вопросу определения механических свойств жидкостей уделяется очень мало внимания.

Работа состоит из четырёх глав.

В первой обзорной главе даются краткие сведения о строении жидкостей и перечень их основных свойств по литературным источникам. Производится сравнение некоторых физических свойств жидких и твёрдых тел.

Во второй главе приводятся основные законы и соотношения, характеризующие механические свойства тел. Хорошо известные закон Гука и изотермический коэффициент сжимаемости. Рассматривается связь механических свойств металлов с тепловыми параметрами. Приводятся приближённые способы оценок плотности металлов при температуре кипения, критической температуры и критической плотности, коэффициентов объемного расширения жидких металлов. Во всех случаях предполагается, что рассматриваются физические свойства чистых металлов.

Третья глава составляет исключение. Некоторые положения теплового способа определения механических характеристик металлов требуют экспериментального подтверждения. Проще всего это было сделать на примере хорошо доступной, безвредной жидкости, существующей в нормальных условиях и имеющей сравнительно небольшой температурный диапазон жидкого состояния. Этим требованиям удовлетворяет вода. Дополнительным доводом к рассмотрению свойств воды (нормального изотопного состава) явился тот факт, что многие её физические

свойства исследовались в первую очередь, по сравнению с другими веществами и, следовательно, давно известны.

Рассмотрены диаграмма состояния воды при малых давлениях, описаны свойства жидкого состояния с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса, перечислены свойства критического состояния вещества и произведены оценки механических свойств воды по тепловым параметрам

свойств

В четвёртой главе тепловой способ оценки ~~механических~~ жидкостей применён к целому ряду металлов, занимающих разные клетки периодической таблицы Д. И. Менделеева и обладающие каким-либо экстремальным физическим свойством.

Оценки механических свойств произведены для следующих металлов: лития, алюминия, бериллия, железа, вольфрама, ртути и франция. Во всех случаях, где это было возможно, производились сравнения расчётных и табличных значений рассматриваемых параметров металлов.

Принятая нумерация рисунков, таблиц и формул сквозная для одной главы. Например, запись "формула 2.7" означает, что её нужно искать во второй главе, а её номер семь. В начале первой главы приведён список обозначений, принятых в книге.

Введение

Закон Гука был сформулирован им в 1660 г. это закон линейной зависимости между напряжением и деформацией. Для одноосного сжатия или растяжения он записывается в виде уравнения

$$\sigma = \epsilon \cdot E$$

В случае гидростатического сжатия (или растяжения)

$$\sigma_v = \epsilon_v \cdot K_v$$

где K_v - модуль объёмной упругости, равный напряжению при относительной деформации, равной единице $\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = 1$. Между модулем Юнга и модулем объёмной упругости известна связь:

$$K_v = \frac{E}{3(1-2K_n)} ; \quad \frac{\Delta d}{d} = -K_n \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

K_n - коэффициент Пуассона.
для твердых тел $K_n < 0,5$

Сжимаемость (коэффициент сжимаемости), объёмная упругость - это обратимое изменение объёма вещества под действием всестороннего давления (напряжения)

$$\chi = \frac{1}{K_v} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\Delta \rho}{\Delta P} \right)$$

Известно, что скорость продольных волн V_{II} определяется модулем Юнга материала, а скорость поперечных волн V_I - модулем сдвига

$$V_{II} = \sqrt{\frac{E(1-K_n)}{\rho(1+K_n)(1-2K_n)}} ; \quad V_I = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Таким образом, основными параметрами, определяющими механические (прочностные) характеристики физических тел, являются σ , E , ϵ , χ , K_v , κ_p и связанные с ними v_{II} , v_I , β . В настоящей работе показывается, что механические характеристики тел можно получать и через тепловые параметры: удельную теплоёмкость при постоянном давлении C_p , коэффициент объёмного расширения β и плотность тела в зависимости от фазового состояния. Если обычно, перечисленные выше параметры, приписывались только твёрдым телам, то вводимые тепловые параметры, позволяют основные механические характеристики (E , χ , K_v) получать для физических тел, находящихся в любом из трёх фазовых состояниях. Это существенно расширяет возможности вычисления E , χ и K_v по более доступным для измерения параметрам и делает этот подход универсальным.

В работе Н. Н. Новикова (1) приведены примеры элементарных оценок прочности твёрдых тел и примеры теоретических оценок, сравнение этих данных. Указано, что Поляни вычислил теоретическую прочность многих материалов при температуре плавления, используя выражение

$$\sigma_t \equiv \sqrt{\frac{2\delta E}{\pi \cdot a}},$$

оценивая поверхностную энергию δ по величине поверхностного натяжения расплава.

Минимальная прочность металлов по этим расчётам такова

Висмут $\sigma_{min} = 2470 \text{ MPa} = 252 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$

Олово $\sigma_{min} = 2490 \text{ MPa} = 254 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$

Цинк $\sigma_{min} = 5800 \text{ MPa} = 591 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$

Как видно из приведённых примеров, это высокие значения прочности, выше реально достигнутых для нормальных условий. Однако, давно известен и тот факт, что при кратковременном механическом воздействии на физическое тело, его

захфиксированная прочность оказывается выше. Высокие значения прочности тел, получаемые при теоретических оценках, следует отнести, при прочих благоприятных факторах, к кратковременным механическим нагрузкам [2]. Существует много элементарных способов оценок прочности [1]. В настоящей работе рассматривается альтернативный тепловой. Хотя он применяется только к двум видам деформаций (сжатия и растяжения), это ограничение компенсируется его универсальностью, т.к. для него отсутствует ограничение на фазовое состояние тела.

Принятые обозначения физических параметров.

- E - модуль Юнга;
- E_p - модуль Юнга при деформации растяжения;
- E_c - модуль Юнга при деформации сжатия.
- G - модуль сдвига.
- ρ_0 - плотность металла при температуре близкой к ноль градусов по Кельвину.
- ρ_s - плотность металла при температуре плавления в твёрдом состоянии;
- ρ_e - плотность металла при температуре плавления в жидком состоянии;
- $\rho_{\text{кип}}$ - плотность металла в жидком состоянии при температуре кипения;
- ρ_g - плотность металла в газообразном состоянии при температуре кипения;
- ρ_{kp} - плотность металла при критической температуре и давлении.
- σ - напряжение;
- σ_p - прочность на деформацию растяжения;
- σ_c - прочность при деформации сжатия;
- ζ_s - коэффициент поверхностного натяжения жидкого состояния;

ε_v - объёмная деформация металла при всестороннем сжатии или растяжении;

ε_s - линейная деформация металла при сжатии или растяжении в твёрдом состоянии при температуре плавления.

ε_e - линейная деформация металла при сжатии или растяжении в жидкоком состоянии;

K_v - модуль объёмной упругости; K_{ve} - модуль объёмной упругости при деформации сжатия;

K_{vp} - модуль объёмной упругости при деформации растяжения.

K_n - коэффициент Пуассона;

χ_s - сжимаемость металла в твёрдом состоянии;

χ_e - сжимаемость металла в жидкоком состоянии;

C_p - удельная теплоёмкость при постоянном давлении;

β - коэффициент объёмного расширения;

d - коэффициент линейного расширения;

$v_{||}$ - скорость продольных волн; v_{\perp} - скорость поперечных волн.

W_k - кинетическая энергия; W_n - потенциальная энергия.

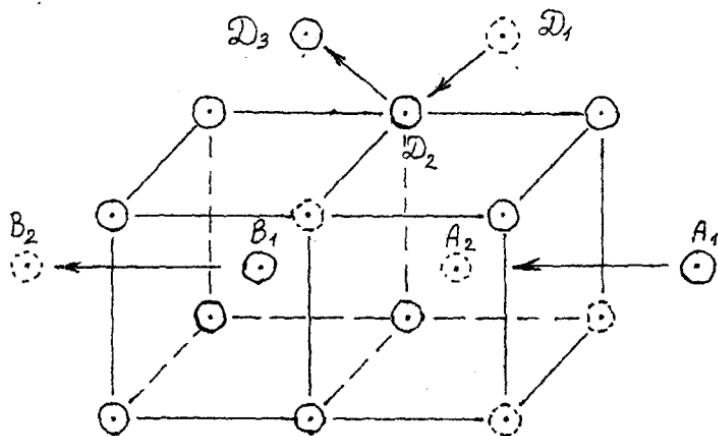
a_{app} - линейное расстояние в металле приходящееся на один атом.

K_E^T - постоянный коэффициент для твердого состояния;

K_E^{xc} - - II - - II - для жидкого состояния.

Глава 1.

Структура и физические свойства
жидких металлов



Состояние ОЦК решетки
металлов при температуре плавления в
неподвижном состоянии - „близкий порядок“.

● - атом ○ - вакансия

A, A_2 - заполнение вакансии;

B, B_2 - образование вакансии;

D_1, D_2, D_3 - процесс теплового столкновения.

Глава 1.

Структура и физические свойства жидких металлов

В (3) жидкость определяется следующим образом: " Жидкостью называют агрегатное состояние вещества, промежуточное между твёрдым и газообразным. Жидкость характеризуется следующими свойствами: 1. сохраняет объём; 2. обладает текучестью (принимает форму сосуда); 3. образует поверхность; 4. обладает прочностью на разрыв". В настоящее время считается, что жидкость имеет собственную форму. Если она находится в свободном движении под действием гравитационных сил, то принимает форму шара.

Существенный вклад в развитие науки о жидкостях внесли Стюарт, Я. И. Френкель, Дебай, Церник, Принс, В. И. Данилов, И. В. Радченко, А. Ф. Скрышевский, А. Р. Регель и другие.

Стюарт ввёл понятие "субтаксис" - пространство вокруг молекулы жидкости, где ближайшие молекулы располагаются в определённом порядке.

В 1927 году Дебай ввёл представление о радиальной функции межатомных расстояний $W(\rho)$, определяющей взаимное расположение атомов.

Одновременно Церник и Принс ввели функцию распределения атомной плотности $\rho(R)$ и показали возможность её определения по экспериментальной кривой интенсивности.

В. И. Данилов и И. В. Радченко установили, что при плавлении металлов и их сплавов размещение атомов относительно друг друга не произвольно, оно сохраняет черты той взаимной комбинации, которая имеется в соответствующих твёрдых телах.

В. И. Данилов и А. Ф. Скрышевский обосновали возможность исследования строения молекул по рентгенограммам жидкостей, показали, что расстояние между атомами в молекулах определяется с такой же точностью, как и при исследовании рассеивания рентгеновских лучей газами и кристаллами.

Я. И. Френкель дал уравнение, позволяющее найти длительность пребывания молекулы во временном положении равновесия - время оседлой жизни $\bar{\tau}$

$$\bar{\tau} = \tau_0 \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \quad (1.1)$$

Где τ_0 - период колебаний молекулы; E - энергия, определяемая работой, которую необходимо затратить на то, чтобы обеспечить молекуле возможность перейти из одного положения в соседнее; k - постоянная Больцмана. Например, для воды

$$\tau_0 = 1,4 \cdot 10^{12} \text{ с}; \quad \bar{\tau} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ с}$$

Академик А. Ф. Иоффе указал на отсутствие принципиальной разницы в электрических свойствах твёрдых и жидких тел, из чего можно заключить, что определяющую роль для электрических свойств играет ближний порядок, т.е. химическая природа атомов, геометрия их расположения и абсолютное расстояние между ними, что одновременно определяет характер связи в веществе.

При нагревании металлических жидкостей происходит не только изменение структуры ближнего порядка, но и ... "нарастает концентрация локальных пустот". Это отражается на электронной проводимости металла. (см. А. Р. Регель "Исследования электронной проводимости металлов, сплавов и интерметаллических соединений в жидком состоянии" в (4)).

Структура простых жидкостей количественно может быть описана радиальной функцией распределения $W(R)$ или функцией распределения атомной плотности $\rho(R)$.

$$d\rho(R) = W(R) \cdot \frac{4\pi \cdot R^2 dR}{V} \quad (1.2)$$

которая показывает вероятность нахождения атомов на расстоянии R от первого. На рис. 11, 12, 13, 14 и 15 приведён вид функции $W(R)$ для трёх состояний вещества.

В идеальном кристалле твёрдого тела расположение атомов упорядочено. Атомы б КГЦ решётки находятся на расстоянии $a = 2z; a\sqrt{2}; a\sqrt{3}; a\sqrt{h^2+k^2+l^2}$ где h, k и l целые числа. Вероятность нахождения атомов на всех других расстояниях равна нулю. Если представить себе, что такой кристалл вращается вокруг одного из атомов, то центры других атомов будут располагаться на сferах указанных радиусов и ни один из них не окажется между этими сферами. Радиальная функция $W(R)$ оказывается дискретной (см. рис. 1.4)

Радиальная функция $W(R)$ и функция распределения атомной плотности $\rho(R)$ связаны соотношением:

$$\frac{N}{V} \cdot W(R) = \rho(R) \quad (1.3)$$

Если распределение атомов не упорядочено, то $\rho(R) = \frac{N}{V} = \rho_0$. Это средняя плотность вещества $\left(\frac{\alpha T}{M^3}\right)$ - жидкость. Если имеется порядок, то интеграл от функции атомного распределения

$$\int_{R_1}^{R_2} 4\pi R^2 \cdot \rho(R) dR = Z \quad (1.4)$$

даёт координационное число.

Так, первый максимум на графике (см. рис. 1.5) функции атомного распределения жидкого золота соответствует радиусу первой координационной сферы кристалла, а площадь под ним имеет численную величину, равную 11 (что даёт среднее координационное число).

Функции $W(R)$ и $\rho(R)$ могут быть вычислены теоретически и определены экспериментально (см. рис. 1.5)

Опыт показывает, что при плавлении типичных металлов их электропроводность и плотность уменьшаются.

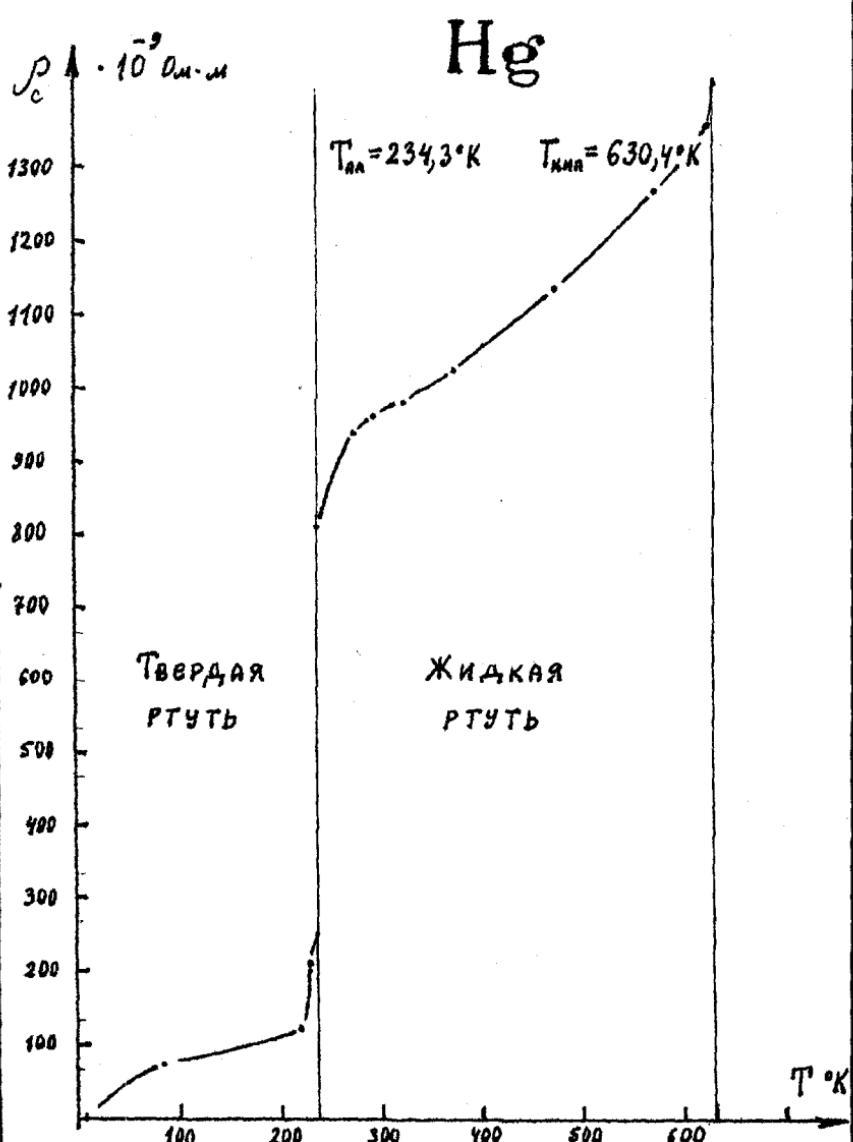


Рис. 1.6. Зависимость удельного электрического сопротивления ртути от температуры [6]

Проследим за изменением этих двух параметров от температуры для трёх состояний.

У жидких металлов, как и у твёрдых, большая проводимость. Преобладание металлического типа связей плавлением не нарушается ($y Bi, Ge, Ga, Sb$) наоборот: при плавлении электропроводность резко возрастает и соответственно увеличивается плотность). На рис. 16 в качестве примера приведен график изменения

удельного сопротивления ρ ртути от

температуры. Жидкая ртуть при температуре кипения имеет удельное сопротивление

$$\approx 145 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

Берч исследовал удельное сопротивление ртути

при высоких температурах. Для ртути он проследил изменение сопротивления до критической температуры ($1733^{\circ} K$). (4) Берч показал, что даже при очень значительном сжатии паров ртути они не проводят электрический ток и являются

диэлектриками. В таблице 11 для трёх металлов приведены данные о плотности при

температуре близкой к $0^{\circ}K$ (ρ_0) ; при температуре плавления в твёрдом

состоянии ρ_s ; при температуре плавления в жидкому состоянии ρ_e ;

при температуре кипения в жидкому состоянии ρ_{kup} и при температуре кипения

в парообразном состоянии ρ_r

Для сравнения приведена также плотность металла в критическом состоянии ρ_{kp} .

Плотность металлов в трёх состояниях

Таблица 1.1

№	Параметр Металл	Атомн. номер	$\rho_0 \frac{к\Omega}{м^3}$	$\rho_s \frac{к\Omega}{м^3}$	$\rho_e \frac{к\Omega}{м^3}$	$\rho_{kup} \frac{к\Omega}{м^3}$	$\rho_r \frac{к\Omega}{м^3}$	$\rho_{kp} \frac{к\Omega}{м^3}$
1	Натрий	11	1010	952	928	738	0,158	198,2
2	Серебро	47	10600	9860	9275	79000	0,864	-
3	Ртуть	80	14430	14193	13690	11750	3,878	4600

Из приведённой таблицы видно, что наиболее существенно плотность металла изменяется при переходе в парообразное состояние.

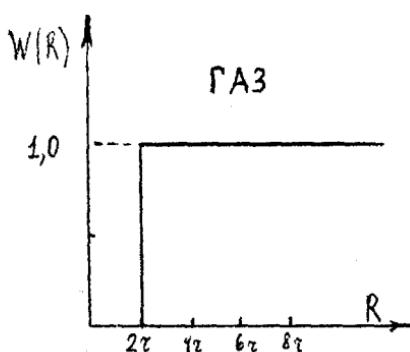


Рис. 1.1 Вид функции $W(R)$ для ГАЗА [7]

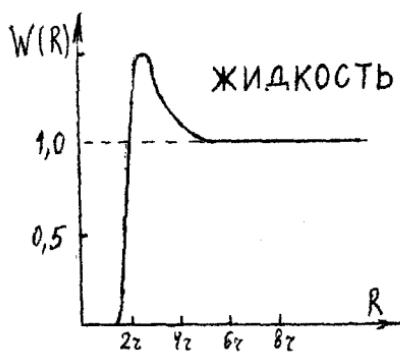


Рис. 1.2 Вид функции $W(R)$ для ЖИДКОСТИ.

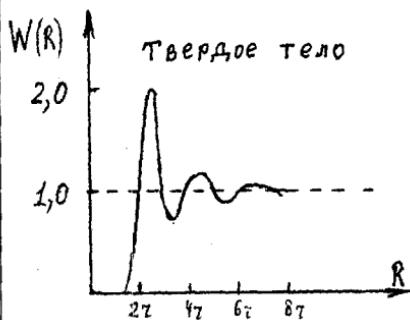


Рис. 1.3 Вид функции $W(R)$ для ТВЕРДОГО ТЕЛА

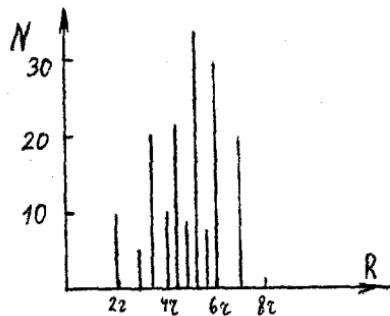


Рис. 1.4 Вид радиальной функции для кристалла (дискретная)

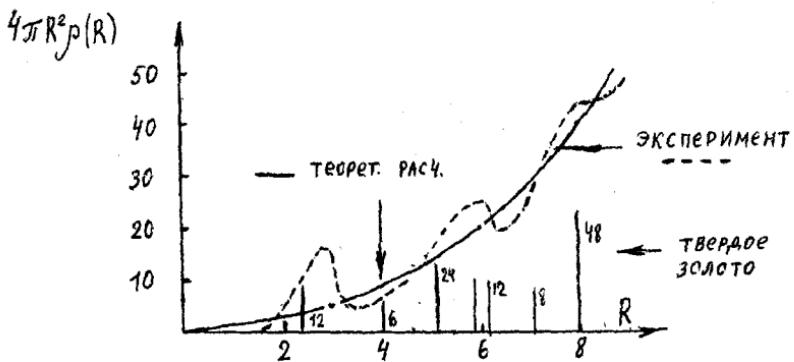


Рис. 1.5 Вид функции $4\pi R^2 \rho(R)$ для ЖИДКОГО ЗОЛОТА [7]

Плотность металла в критическом состоянии сравнима с плотностью в твёрдом состоянии $\frac{\rho_{kp}}{\rho_0}$. Для натрия она составляет 19,6%, а для ртути - 31,9%.

А. Р. Регель пришёл к заключению, что плавление висмута, германия, галлия и олова сопровождается изменением характера связи и переходом от рыхлой структуры к более плотной, характерной для металлического состояния.

О. Я. Самойлов показал, что изменение координационного числа при плавлении тесно связано с трансляционным движением атомов. Если в твёрдом теле атомы расположены не плотно, трансляционное движение, возникающее при плавлении, приводит к тому, что атомы, сошедшие со своих мест, попадают в соседние пустоты, в результате чего координационное число увеличивается. При плавлении тел с плотной упаковкой наблюдается обратное явление: трансляционное движение приводит к образованию локальных разряжений или дырок. Атомы в жидкостях могут быть окружены и несколькими дырками. Кривая же распределения даёт нам только число атомов в координационной сфере, исключая дырки.

Таким образом, координационное число в жидкостях, определяемого по кривым атомного распределения, не может быть равным координационному числу соответствующего твёрдого тела (А. Ф. Скрыщевский). В таблице 2 приведены данные о координационных числах для твёрдых металлов и металлических жидкостей. [7]

С повышением температуры трансляционное движение атомов усиливается, их взаимное расположение становится всё более хаотичным. Это находит отражение на кривых атомного распределения, максимумы которых постепенно размываются.

Координационные числа твёрдых металлов

и металлических жидкостей

Таблица 1.2

№	Параметр Металл	Атомн. номер	Тип структурь	Кристалл			Жидкость		
				R	A°	Z	R	A°	Z
1	Алюминий	13	ГЦК	2,86		12	2,94		10,8
2	Золото	79	"-"	2,83		12	2,86		11,0
3	Свинец	82	"-"	3,49		12	3,46		10,5
4	Литий	3	ОЦК	3,0	3,5	8 6	3,24		9,8
5	Натрий	11	"-"	3,72	4,5	8 6	3,86		9,3
6	Цинк	30	ГПУ	2,6	2,9	6 6	2,94		10,8
7	Кадмий	48	"-"	3,16		6 6	3,06		8,3
				3,34					
8	Индий	49	Тетрагон	3,17		4 8	3,32		10,7
				3,37					
9	Ртуть	80	Ромбоэдр	3,02		6 6	3,13		8,3
				3,43					
10	Висмут	83	"-"	3,09		3 3	3,25		7,2
				3,46					

Согласно И.З. Фишеру в жидкости при низких температурах следует различать три типа структур:

1. Неупорядоченную мгновенную структуру, существующую в течение времени.

$t < \tau_c$ О наличии этой структуры можно судить по флуктуациям числа ближайших соседей, достигающих 20% и более.

2. Квазикристаллическую структуру в пределах небольших групп молекул, существующую в течение такого времени t , что $\tau_c < t < \tau$. Это недолгоживущая структура. С ней связаны быстрые механические процессы, при которых проявляются свойства упругости и прочности жидкости.

При приложении силы, изменяющейся за время меньше τ , активированные скачки молекул из одних равновесных положений в другие не успевают проявиться и реакция жидкостей на внешнюю силу становится аналогичной реакции твёрдого тела.

3. Среднюю структуру ближнего окружения, существующую длительное время $t \gg \tau$. Дальний порядок в расположении частиц уже нарушен массовым трансляционным движением молекул, остаётся лишь ближняя упорядоченность. Именно её мы и определяем рентгенографически. В дальнейшем под понятием структуры жидкости будем подразумевать среднюю структуру. С ней связаны плотность, вязкость, сжимаемость, диффузия и другие свойства жидкости.

Перечислим результаты исследований изменения физических свойств жидкостей под влиянием всестороннего давления. Наиболее известны в этой области результаты работ Бриджмена.

1. Сжимаемость металлов в жидком состоянии $1,5 \div 2$ раза больше, чем в твёрдом.;
2. Сжимаемость жидких металлов обычно имеет хорошо выраженный минимум;
3. С ростом давления смещается не только температура плавления, но и величина скачка сопротивления, которая, как правило, уменьшается.

При $P = 12000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 120 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$ не превосходит $10 \div 15\%$.

4. Давление приводит вещество с анизотропной структурой ($P; As; Bi; Te$) к металлическому состоянию, более устойчивому при этих условиях.

В Советском Союзе экспериментальные факты свойств жидкостей впервые обобщались Я. И. Френкелем. [5]

1. При плавлении твёрдых тел относительное увеличение объема не превышает 10%.
При испарении увеличение объема происходит в десятки раз.
2. Скрытая теплота плавления значительно меньше теплоты испарения т.е. силы взаимодействия между частицами испытывают сравнительно небольшое ослабление.

3. Теплоёмкость тел почти не меняется при плавлении. В жидкости частота скачков перемены мест значительно выше, чем в твёрдом теле. Положения равновесия колеблющихся частиц жидкости не остаются строго фиксированным в пространстве. Они способны совершать дрейф вместе с окружающими их соседями.
4. При достаточно малом времени воздействия жидкость проявляет упругие свойства, обнаруживая даже подобие хрупкости. Так, при ударе летящей пули о струю воды последняя, как фиксирует киносъёмка, разлетается в виде осколков кусочков льда, но не капель.
5. Мгновенное расположение частиц в жидкости напоминает расположение атомов в подобном твёрдом теле. Основная структура жидкости формируется как "ближний порядок".

В таблице 1.3 приведены данные об усреднённом расстоянии между атомами металлов в трёх состояниях.

*Расстояния между атомами металлов
в трёх состояниях*

Таблица 1.3

№	Параметр Металл	атомн номер	0°K		$T_{\text{пл}} (\text{TB})$		$T_{\text{пл}} (\text{ж})$		$T_{\text{пл}} (\text{ПАР})$	
			ρ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$Z_0 \cdot 10^{-10} \text{ м}$	ρ_s $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$Z_5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$	ρ_e $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$Z_e \cdot 10^{-10} \text{ м}$	ρ_p $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$Z_p \cdot 10^{-10} \text{ м}$
1	Железо	26	7940	2,27	7400	2,32	7040	2,36	0,04	132,3
2	Ртуть	80	14490	2,84	14193	2,86	13620	2,90	3,88	44,1

Приведём пример вычисления плотности пара железа при температуре кипения

$$T_{\text{кип}} = 3023^{\circ}\text{K}$$

По данным [6] построили график зависимости давления пара железа от температуры $\ln p = f(T)$, экстраполировали график до температуры кипения. $\ln p = 9,8$; $p = 18034 \text{ Па}$

$$\text{т.к. } P = nkT \text{ то } n = \frac{P}{k \cdot T_K}; \quad n = 4,32 \cdot 10^{23} \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

$$\text{Масса одного атома железа } m_i = \frac{M}{N_A}; \quad \rho_n = n m_i =$$

$$= \frac{M}{N_A} \cdot 4,32 \cdot 10^{23} = 0,04 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{моль}}. \quad \text{Плотность пара железа при } T_{\text{пл}}: \\ \rho_n = 0,04 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Из таблицы 1.3 видно, что уменьшение плотности металла при повышении температуры от 0°K до $T_{\text{пл}}$ составляет для железа 6,8%, для ртути 2%; уменьшение плотности при переходе в жидкое состояние составляет для железа 11,3%, для ртути - 6%, а переход в газообразное состояние при температуре кипения приводит к почти 100% уменьшению плотности. Таким образом, существенное изменение плотности металлов происходит только при ^{пере}ходе его в газообразное состояние. Т.к. любой газ занимает любой предоставленный ему объём, то в нём между атомами превалируют силы отталкивания. Поэтому прочность газа на растяжение отрицательна. А в критической точке - равна нулю. Т.к. критические температуры для многих металлов неизвестны, то приближённо можно считать, что прочность металла на растяжение при температуре кипения равна нулю.

Изучение прочностных свойств металлов имеет особый практический смысл. При этом имеются в виду сравнительно высокие динамические (ударные) нагрузки. Проблема "снаряда и брони" актуальна не только на Земле, но и в космосе. Необходимо дать ответ на совсем не праздный вопрос : "Встреча с каким космическим телом по массе и с какой скоростью летящим для космического корабля будет безопасным?" Иначе говоря, именно корпус космического корабля в космической среде должен выдерживать высокие ударные нагрузки.

Краткие выводы к главе 1.

1. Жидкие металлы имеют ряд свойств сближающих их с твёрдыми металлами. $C_p, \alpha, \rho, \sigma_c$ и ряд свойств отличающих от них (высокую текучесть, $G = 0$; малую поверхностную энергию и т.д.). И сходство свойств и их отличие обусловлено структурой жидких металлов.
2. Жидкие металлы имеют прочность на сжатие и прочность на растяжение. Данные по прочности жидких металлов на растяжение в справочной литературе отсутствуют.

3. Сравнимые величины прочностных свойств для твёрдых тел и жидкостей получаются только при ударных нагрузках. И стекло и струя воды летящей пулей разбиваются на одинаковые осколки.
4. Основная структура жидких металлов формируется как "ближний порядок" (Я. И. Френкель).
5. Координационное число для жидких металлов имеет меньшее значение, чем для твёрдых. Флуктуация его достигает 20% и более.
6. Прочностные свойства жидкостей впервые определялись Поляни.
7. Жидкие металлы имеют максимальную плотность при температуре замерзания и малую при температуре кипения.

Литература к главе первой.

1. Новиков Н.Н. Структура и структурно-чувствительные свойства реальных кристаллов. "Вища школа" Киев 1983г, 264с.
2. Регель Н.Р., Слуцкер А.И., Томашевский З.Е. Кинетическая природа твёрдых тел. Успехи физических наук, 1972г, февраль, том 106 вып.2.
3. Кузьмичёв В.Е. Законы и формулы физики Справочник, Наукова думка, Киев 1989г, 862с
4. Структура и свойства жидких металлов. Труды семинара по свойствам жидких металлов. Институт металлургии им. А.А. Байкова. Академия наук СССР М.; -1959г, 145с
5. Баум Б.А. Металлические жидкости. "Наука" М., 1979г, 119с
6. Свойства элементов Справочник в двух книгах Под общей ред. проф. докт. техн. наук М.Е. Дрица Изд. второе, пер. и доп. М., "Металлургия" ГУП Журнал "Цветные металлы", 1997г
7. Скрышевский А.Ф. "Рентгенография жидкостей" Изд-во Киевского университета Киев 1966г, 123с

Глава 2.

Основные законы и соотношения
характеризующие механические
свойства тел.

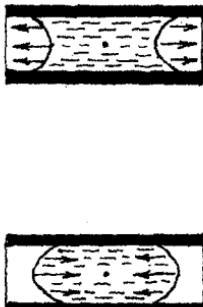
Твердое тело



Жидкость



Газ



Деформации сжатия и растяжения
для трех состояний вещества

Глава 2.

Основные законы и соотношения, характеризующие механические свойства тел.

В этой главе приводятся основные законы и соотношения используемые в следующих главах.

Основные обозначения физических параметров приведены в общем списке перед первой главой.

2.1. Закон Гука.

Закон Гука устанавливает прямо пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (2.1)$$

Так он записывается для одноосного сжатия или растяжения. Коэффициентом пропорциональности при этом служит модуль Юнга. (E).

В случае гидростатического (всестороннего) сжатия тела или растяжения, он записывается в виде

$$\sigma_v = K_v \cdot \epsilon_v \quad (2.2)$$

где K_v - модуль объемной упругости. Между модулем Юнга и модулем объемной упругости известна связь.

$$K_v = \frac{E}{3(1-2K_n)} \quad (2.3)$$

Где K_n - коэффициент Пуассона.

$$\frac{\Delta d}{d} = -K_n \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (2.4)$$

Он устанавливает связь между продольной и поперечной деформацией тела при одноосной нагрузке. Для твердых тел

$$K_n < 0,5$$

Справедливость написанных уравнений доказана более чем 340 летней практикой их применения. В настоящей работе речь будет вестись о двух видах деформаций - сжатия и растяжения. Т.к. жидкость обладает свойствами текучести, **без сплошности** то мы не можем подвергнуть ее деформации одноосного сжатия или растяжения. На рис.2.1. показаны деформации сжатия и растяжение для трех состояний вещества. В случае жидкости, показано ее растяжение и сжатие малыми напряжениями возникающими в ней при помещении ее капли в капиллярную трубочку, когда материал трубочки ею смачивается или нет. В первом случае жидкость находится под всесторонним растяжением, а во втором случае - под всесторонним сжатием. Отличие жидкости и газа от твердого тела состоит в том, что первые не могут быть в "свободном" состоянии подвергнуты одноосному сжатию или растяжению. Мы можем их сжать или растянуть поместив в соответствующий прочный корпус т.е. в "несвободном" состоянии. А раз так, то жидкость и газ не могут быть охарактеризованы коэффициентом Пуассона $K_n > 0$. Для них он равен нулю. ($K_n = 0$) В таком случае, для этих состояний вещества, уравнение (2.3) переходит

$$\frac{E}{K_v} = \text{Const} \quad (2.5.)$$

2.2. Сжимаемость.

Сжимаемость (объемная упругость, изотермический коэффициент сжимаемости) определяется уравнением

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P} \right)_T \quad (2.6.)$$

Модуль объемной упругости K_V и коэффициент сжимаемости связаны соотношением

$$\chi = \frac{1}{K_V} \quad (2.7.)$$

Учитывая уравнение (2.5.), уравнение (2.7.) можно записать в виде

$$E \cdot \chi = \text{const} \quad (2.8.)$$

Для малых деформаций (при небольших напряжениях) для жидких и газообразных тел теоретически

$$E_{\text{ж}} \cdot \chi_{\text{ж}} = C_{\text{ж}}; \quad E_r \cdot \chi_r = C_r$$

2.3. Связь механических свойств тел

с тепловыми параметрами.

Модуль объемной упругости тел можно вычислить по тепловым параметрам C_p и β . Пусть у нас имеется V_0 - объем металла при начальной температуре T_0 . Нагреем его до температуры T_1 . Количество тепла, которое он получит, можно вычислить по уравнению

$$\Delta Q = m \cdot C_p (T_1 - T_0) = V_0 \cdot \beta \cdot C_p \cdot (T_1 - T_0)$$

Так как, удельная теплоемкость металла C_p зависит от температуры довольно сложным образом, то интервал $(T_1 - T_0)$ должен быть мал по сравнению с интервалами $(T_{\text{пп}} = 0^{\circ}\text{K})$ и $(T_{\text{кип}} - T_{\text{пп}})$. Иначе говоря, в выбранном интервале ΔT величина удельной теплоемкости металла

должна быть постоянной. В этом же интервале температур величина коэффициента объемного расширения β так же должна быть приближенно постоянной.

При условии такого нагрева металл изменит свой объем на величину

$$\Delta V = V_1 - V_0 = V_0 \cdot \beta \cdot (T_1 - T_0)$$

На такую же величину объем металла мог бы измениться при всестороннем растяжении

$$\Delta A = K_V \cdot \Delta V \quad (2.9)$$

Здесь необходимо сделать примечание о практически неравноценности двух рассматриваемых воздействий. С точки зрения теории уравнение $\Delta Q = \Delta A$ не вызывает сомнения. Это закон сохранения энергии. Так должно быть и так и было бы, если бы были соблюдены в каждом реальном случае следующие условия.

Запись уравнения $\Delta Q = \Delta A$ означает, что передача тепловой энергии атомам металла идет одинаковым образом всем, не зависимо от того, правильно расположены атомы в решетке металла или нет. Но если при передаче тепловой энергии металлу это роли не играет, то приложении механической нагрузки процесс растяжения может быть прерван еще до того момента, как металлу будет передана вся порция механической энергии эквивалентная тепловой. Поэтому если для нужд технического использования металла следует придерживаться сбалансированного подхода к прочности (между σ_{min} и σ_{max}), то для целей теоретических исследований прочностных возможностей металлов, следует принимать во внимание σ_{max} .

Возвращаясь к обсуждаемому уравнению, приходим к заключению, что оно должно иметь вид

$$\Delta A \leq \Delta Q$$

В случае равенства, получаем максимальное значение механических свойств металла.

$$\begin{aligned} K_v \cdot \Delta V &= \rho \cdot V_o \cdot C_p \cdot (T_1 - T_o) \\ K_v \cdot V_o \cdot \beta \cdot (T_1 - T_o) &= \rho \cdot V_o \cdot C_p \cdot (T_1 - T_o) \\ K_{vc} &= \rho \cdot \frac{C_p}{\beta} \quad (2.10) \end{aligned}$$

Написанное уравнение справедливо для деформации сжатия. Модуль объемной упругости зависит от плотности вещества. Из этого уравнения видно, что

$$\begin{aligned} K_v &\rightarrow \infty \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty \\ K_v &\rightarrow 0 \quad \text{при } \rho \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Какой же вид имеет уравнение для K_v при деформации всестороннего растяжения?

Известно, что между сжимаемостью и модулем объемной упругости существует обратно пропорциональная зависимость (см. уравнение 2.7). Известно, также, что малые объемные деформации при больших внешних давлениях наблюдаются при низких температурах. Т.е. при низких температурах сжимаемость тел обычно мала. Максимальное же значение сжимаемости физики указывают в области критических температур (см. главу 3 настоящей работы) т.е. сжимаемость зависит от температуры с такими предельными значениями

$$\begin{aligned} \chi &\rightarrow \chi_{min}, \quad \text{когда } T \rightarrow 0^{\circ}\text{K} \\ \chi &\rightarrow \chi_{max}, \quad \text{когда } T \rightarrow T_{kp} \end{aligned}$$

С другой стороны, предельные значения модуля объемной упругости K_v в зависимости от предельных значений плотности выглядят так:

$$\rho \rightarrow \rho_o ; \quad K_{vp} \rightarrow K_{vpmax} ;$$

$$\rho \rightarrow \rho_{kp} ; \quad K_{vp} \rightarrow 0$$

Этим предельным значениям для K_{vp} удовлетворяет уравнение :

$$K_{vp} = (\rho - \rho_{kp}) \cdot \frac{C_p}{\beta} \quad (2.11)$$

Эта формула справедлива только для твердых и жидких тел. Так как сжимаемость обратно пропорциональна модулю упругости, то

$$\chi_c = \frac{\beta}{\rho_o \cdot C_p} ; \quad \chi_p = \frac{\beta}{(\rho_o - \rho_{kp}) \cdot C_p} \quad (2.12)$$

Запишем уравнение (2.3) для твердого тела отдельно для деформации растяжения и деформации сжатия

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta} = \frac{E_c}{3(1-2K_n)} ;$$

$$K_{vp} = (\rho - \rho_{kp}) \cdot \frac{C_p}{\beta} = \frac{E_p}{3(1-2K_n)} .$$

соответственно

Разделим правые и левые части уравнений друг на друга, при равных коэффициентах Пуассона, получим:

$$\frac{K_{vc}}{K_{vp}} = \frac{\rho}{\rho - \rho_{kp}} = \frac{E_c}{E_p} = K_E \quad (2.13)$$

При названных условиях, модули Юнга твердого или жидкого вещества не одинаковы

Это уравнение становится яснее, если вспомнить всем известный факт, что силы отталкивания между атомами с расстоянием возрастают быстрее, чем убывают силы притяжения. Следовательно, модуль объемной упругости на сжатие, больше модуля объемной упругости на растяжение при равных объемных деформациях. Это же самое заключение верно и в отношении модуля Юнга при одноосных деформациях.

Для многих металлов это отношение близко к 1,5. В таблице 2.1. приведены данные для отношения (2.13) полученные для металлов первой группы таблицы Д.И.Менделеева.

Таблица 2.1.

№	Параметр Металл	Атомн. номер	ρ_o $\frac{K_2}{M^3}$	ρ_e $\frac{K_2}{M^3}$	ρ_{kp} $\frac{K_2}{M^3}$	$\frac{E_c(TB)}{E_p}$	$\frac{E_c(\infty)}{E_p}$
1	Литий	3	545	513,4	120	1,282	1,305
2	Натрий	11	991	928	207	1,2, 64	1,287
3	Калий	19	889	828	194	1,279	1,306
4	Рубидий	37	1556	1472	347	1,287	1,308
5	Цезий	55	2057	1837	430	1,2, 64	1,306
6	Франция	87	(2520)	(2230)	(542)	1,274	1,321

Данные о критической плотности металлов взяты из справочника под ред. С.Григорьева и Е.З.Мейлихова [1]. Для франции они получены экстраполяцией этих данных. Из таблицы видно, что для щелочных металлов первой группы в твёрдом состоянии это отношение в среднем равно 1,275, а для жидкого состояния 1,305. Иначе говоря, отличие для твёрдого и жидкого состояний невелико.

На всём интервале температур твёрдого состояния ртути $K_E^{H_2}$ заключён в интервале:

$$1,469 \leq K_{E_T}^{H_2} \leq 1,479$$

Среднее значение для твёрдого состояния $K_{EPT}^{H_K} = 1,479$. Отклонение от среднего значения составляет 0,34%, т.е. этот параметр изменяется незначительно во всём диапазоне твёрдого состояния металла.

Для жидкой ртути имеем:

$$1,506 \leq K_E^{\infty} \leq 1,563$$

Среднее значение $\bar{K}_E^{\infty} = 1,534$. Отклонение от среднего значения составляет 1,9%.

Приведённые значения K_E - теоретические. Для реальных металлов оно больше. В справочнике под ред. проф. докт. техн. наук М.Е.Дрица [2] для меди приведены следующие данные. Временное сопротивление литой меди при сжатии

$$\sigma_B^{\text{сж}} = 1540 \text{ МПа}$$

а прочность меди на растяжение при низких температурах (-60°C) $\sigma_B^{\text{раст}} = 506 \text{ МПа}$

$$(K_E^T)_{\text{реал}}^{\text{Cu}} = \frac{E_C}{E_P} = \frac{\sigma_B^{\text{сж}}}{\sigma_B^{\text{раст}}} = \frac{1540 \cdot 10^6}{506 \cdot 10^6} \cong 3$$

2.4. Связь механических свойств металлов

с коэффициентом поверхностного напряжения расплава.

Пусть мы имеем две равные и ровные стеклянные пластиинки. Капнем на одну из них 1-2 капли воды и прижмём их друг к другу ($S = 23,65 \text{ см}^2$). Вода смачивает стекло. Разъединить пластины не всегда легко. Если слой воды толстый, то легко, если тонкий - трудно. По всему периметру границы смачивания водой стекла образуется вогнутый мениск. То, что физики - теоретики [3] назвали "недостатком" давления, означает одно: вода между стеклянными пластиинами оказывается в растянутом состоянии. Жидкость, находящаяся в растянутом

состоянии имеет пониженную плотность. Поэтому внешнее давление сближает пластины. Чем сильнее силы поверхностного натяжения растягивают жидкость, тем пластины с большей силой сжимаются внешним давлением.

Формула Лапласа позволяет вычислить понижение давления в жидкости из-за её растяжения

$$P = \frac{\sigma_s}{d} = \frac{2\sigma_s}{d}; \quad P \cdot d = 2\sigma_s; \quad d = \frac{2\sigma_s}{P}$$

Где P - давление, d - расстояние между пластинаами.

Эта формула, давая правильную зависимость $d=f(p)$, не даёт возможности определить предельные случаи. А именно, т.к. обычно имеют дело с конкретной жидкостью, то формула должна давать и верные результаты в предельных случаях. Действительно, жидкость не может создать бесконечно большое избыточное давление, а избыточное давление практически равно нулю, не при бесконечно большом значении d , а вполне конечном. Иначе говоря, функция $d=f(p)$ должна в соответствующих случаях давать конечные значения.

С целью выявления вида этой функции была поставлена малая серия экспериментов по разрыву стеклянных пластин со слоем воды толщиной d между ними. Оказалось, что в общем случае функция имеет вид

$$d = \frac{2\sigma_s}{P + P_0} + d_{min} \quad (2.14)$$

Эта функция дает следующие предельные значения :

при $P \rightarrow \infty$; $d = d_{min}$

при $P \rightarrow 0$; $d = \frac{2\sigma_s}{P_0} + d_{min}$

где d_{min} - минимально возможное расстояние между пластинаами, определяемое размерами и формой молекул данной жидкости (или диаметр капилляра).

P_0 - некоторое минимальное давление, характерное для данной жидкости.

$$\frac{2G_s}{P_0} = C_{kan} \quad (2.15) \quad C_{kan} - \text{это капиллярная постоянная, введенная}$$

Л.Д. Ландау А.И.Ахизером и Е.М. Лифшицем в работе [3].

$$C_{kan} = \sqrt{\frac{2G_s}{\rho \cdot g}} \quad (2.16)$$

где g - ускорение свободного падения. Из уравнений (2.15) и (2.16) найдем значение P_0

$$\frac{2G_s}{P_0} = \sqrt{\frac{2G_s}{\rho \cdot g}} ; \quad P_0^2 = 2G_s \cdot \rho \cdot g$$

$$P_0 = \sqrt{2G_s \cdot \rho \cdot g} \quad (2.17)$$

Для воды получаем значение P_0 :

$$P_0 = \sqrt{0,144 \cdot 998 \cdot 9,807} = 37,5 \text{ Па} ; \quad C_{kan} = 3,84 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

т.е. минимальный слой воды между пластинами, когда напряжение разъединения стремится к минимальному значению

Таким образом, полученная формула позволяет вычислить две важнейшие характеристики жидкости.

- Максимальную прочность на молекулярном уровне для деформации растяжения;
- Высоту (толщину) слоя жидкости, имеющей минимальную прочность на деформацию растяжения.

Прочность воды на разрыв получена в [3]

$$G_p^{H_2O} = 2,837 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Это значение дает нам возможность вычислить минимальное возможное расстояние между пластинами (или диаметр капилляра) для воды.

$$d_{\min} = \frac{26_s}{2,837 \cdot 10^7} = \frac{0,144}{2,837} \cdot 10^{-7} = 5,08 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$
$$d_{\min}^{H_2O} = 50,8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Т.к. диаметр молекул воды составляет

$$d^{H_2O} = 2,96 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad m o$$
$$N = \frac{d_{\min}^{H_2O}}{d^{H_2O}} = \frac{50,8 \cdot 10^{-10}}{2,96 \cdot 10^{-10}} = 18,4$$

Минимальный капилляр для воды имеет диаметр, в котором размещаются 18 \div 19 молекул воды.

Таким образом, по величине поверхностного натяжения металлической жидкости появляется возможность оценить ее механические свойства.

2.5. Приближённые способы оценок некоторых физических параметров металлов

Для практического применения описанных способов оценок механических свойств металлов требуются физические параметры, отсутствующие в доступной справочной литературе. С целью устранения возникающих пробелов производилась разработка приближённых способов оценок необходимых параметров. Ниже рассматриваются некоторые из них.

2.5.1. Способ определения плотности металлов при температуре кипения.

Основным справочником, приводящим теплофизические свойства металлов при высоких температурах, является справочник В.Е.Зиновьева [4]. В этом справочнике приведены плотности металлов при температуре кипения для рубидия и цезия. Однако имеются данные о плотностях при температурах кипения для неона, аргона, криптона, ксенона и радона. Используя эти данные и данные о

плотностях при температуре кипения некоторых металлов (они получены методом экстраполяции) проверим следующее положение.

"При температуре близкой как угодно к температуре кипения простого вещества, его атомы равномерно заполняют занимаемый объём, что позволяет определить их диаметр и плотность жидкости". Т.к. $d_a = 2\gamma_a$, то

$$\rho_{\text{кип}} = \frac{M}{8 \cdot \gamma_a^3 \cdot N_A}; \quad 2\gamma_a = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho_{\text{кип}} \cdot N_A}} \quad (2.18)$$

Пример 1. Определить радиус атома криптона по формуле (2.18), если его плотность при температуре кипения $\rho_{\text{кип}} = 2413 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ [2]

$$\gamma_a = \sqrt[3]{\frac{0,0838}{8 \cdot 2413 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 1,93 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{Табличное значение } [2] \quad \gamma_a^{x_e} = 1,97 \cdot 10^{-10} \text{ м} \quad \text{Отличие}$$

составляет около 2%.

Пример 2. Определить радиус атома ксенона, если в жидком состоянии плотность ксенона $\rho_{\text{ж}} = 3057 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Заметим, что интервал жидкого состояния ксенона

$$\Delta T = T_{\text{кип}} - T_{\text{пп}} = 3,69^\circ\text{K}; \quad \gamma_a = 2,07 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{Табличное значение } \gamma_a^{x_e} = 2,18 \cdot 10^{-10} \text{ м} \quad [2] \quad \text{Отклонение от}$$

табличного значения расчетного не превышает 5%.

Пример 3. Для рубидия и цезия построили зависимость плотности от температуры.

По этим графикам определим, что

$$\rho_{\text{кип}}^{Rb} = 1135 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \quad \rho_{\text{кип}}^{Cs} = 1470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Расчетное значение радиусов металлов:

$$\gamma_a^{Rb} = \sqrt[3]{\frac{85,468 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 1135 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,50 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\gamma_a^{Cs} = \sqrt[3]{\frac{0,1329}{8 \cdot 1470 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,66 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Табличное значение радиусов [2] :

$$r_a^{Rb} = 2,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad r_a^{Cs} = 2,74 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Отклонения от табличных значений радиусов составили: 2,4 % для рубидия и 2,9% для цезия.

Таким же способом было произведено сравнение расчетных и табличных значений радиусов для алюминия, серебра и золота. Соответствующие отклонения составили 1%, 4,7 % и 6,3%.

Таким образом, было сделано заключение, что формула (2.18) позволяет решать и обратную задачу. При этом погрешность получаемых значений плотностей могут отличаться от действительных $\sim 10\%$.

2.5.2. Способы приближенных оценок критических плотностей и температур для металлов.

За исключением металлов первой группы таблицы Д.И.Менделеева критические параметры многих металлов неизвестны.

Известно, что критическое состояние вещества характеризуется параметрами

$$\rho_{kp}, T_{kp}, V_{kp}, \rho_{kp}$$

Критический объем зависит от собственного объема молекул или атомов.

$$V_{kp} = 36 = 12 V_1 \cdot N_A$$

где V_1 - объем занимаемый одним атомом. Для небольшого числа металлов известны критические плотности ρ_{kp} . Зная их, найдем постоянный коэффициент K_p для уравнения

$$V_{kp} = K_p \cdot V_1 \cdot N_A; \quad \text{где} \quad V_{kp} = \frac{M}{\rho_{kp}}$$

$$V_1 = 8 r_a^3; \quad \frac{M}{\rho_{kp}} = K_p \cdot 8 \cdot r_a^3 \cdot N_A$$

Плотность изолированных металлов при $T_{\text{кип}}$

Таблица 2.2.

$\frac{\#}{n/p}$	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	$M \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	$Z_a \cdot 10^{-10} \text{ м}$	$\rho_{\text{кип.расл}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\rho_{\text{кип.зарп}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\bar{\rho}_{\text{кип}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\rho_{\text{кип}}}{\rho_{\text{кип}}} \%$
1	Литий	3	6,941	1,57	375	390	382,5	2
2	Натрий	11	22,99	1,92	674	740	707	4,7
3	Калий	19	39,098	2,36	697	660	638	3,4
4	Рубидий	37	85,47	2,53	1096	1135	1115	1,75
5	Цезий	55	132,90	2,74	1341	1465	1403	4,3
6	Франций	87	223,02	2,80	—	—	(1880)	—

Плотность металлов при $T_{\text{кип}}$

Таблица 2.3

$\frac{\#}{n/p}$	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМ. НОМЕР	$M \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	$Z_a \cdot 10^{-10} \text{ м}$	$\rho_{\text{кип.расл}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\rho_{\text{кип.зарп}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\bar{\rho}_{\text{кип}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\rho_{\text{кип}}}{\rho_{\text{кип}}} \%$
1	Литий	13	26,981	1,43	1915	1860	1887	1
2	Серебро	47	107,868	1,442	7468	8200	7834	5
3	Олово	50	118,71	1,58	6298	6150	6199	1
4	Золото	79	196,966	1,44	13692	15550	14621	6

$\rho_{\text{кип.зарп}}$ - экстраполирующая зависимость [4]

значения K_p для некоторых металлов и неметаллов. Таблица 2.4.

$\frac{\#}{n/p}$	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМ. НОМЕР	$Z_a \cdot 10^{-10} \text{ м}$	$\rho_{kp} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	K_p	$T_{kp} \text{ }^{\circ}\text{K}$	$T_{\text{кип}} \text{ }^{\circ}\text{K}$	$\frac{T_{kp}}{T_{\text{кип}}}$
1	Калий	19	2,36	194	3,18	2280	1033	2,21
2	Рубидий	37	2,53	347	3,16	2106	960	2,19
3	Молибден	42	1,39	2620	2,83	11150	4903	2,27
4	Цезий	55	2,74	430	3,12	2043	943	2,17
5	Ртуть	80	1,57	5000	2,15	1763	630,4	2,80

Значения K_p для неметаллов

1	Неон	10	1,62	984	2,036	44,45	27,22	1,63
2	Аргон	18	1,92	531	2,206	150,65	87,44	1,72
3	Криптон	36	1,97	908	2,51	209,38	120	1,74
4	Ксенон	54	2,18	1099	2,393	289,74	165,2	1,75

Отсюда получаем два уравнения для решения прямой и обратной задачи.

$$K_p = \frac{M}{\rho \cdot 8 \cdot \gamma_a^3 \cdot N_A} \quad (2.19)$$

$$\rho = \frac{M}{K_p \cdot 8 \cdot \gamma_a^3 \cdot N_A} \quad (2.20)$$

Пример. Вычислим значение K_p для молибдена, если известно, что

$$\rho = 2620 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \gamma_a = 1,39 \cdot 10^{10} \mu; \quad M = 0,09594 \text{ кг}$$

$$K_p = \frac{95,94 \cdot 10^{-3}}{2620 \cdot 8 \cdot 2,686 \cdot 10^{30} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}} = 2,83$$

$$K_p^{Mo} = 2,83$$

В таблице 2.4. приведены критические плотности для некоторых металлов и вычисленные значения K_p

$$2,15 \leq K_p \leq 3,18; \quad \bar{K}_p = 2,665$$

$$\frac{\Delta K_p}{K_p} = \frac{0,515}{2,665} = 0,193$$

В столбике отношения $\frac{T_{kp}}{T_{kun}}$ таблицы 2.4. для металлов имеем интервал значений:

$$2,17 \leq \frac{T_{kp}}{T_{kun}} \leq 2,80; \quad \frac{T_{kp}}{T_{kun}} = K_T$$

$$\bar{K}_T = \frac{4,97}{2} = 2,485; \quad \frac{\Delta K_T}{K_T} = \frac{0,315}{2,485} = 0,127$$

Пример. Определить предложенным способом T_{kp} и ρ_{kp} для франция.

Температура кипения франция $677^\circ C$ или $950^\circ K$. Из таблицы 2.4 видно, что для цезия $K_T = \frac{T_{kp}}{T_{kun}} = 2,17$ Это ближайший аналог для франция

$$T_{kp}^{F_2} \cong 950 \cdot 2,17 = 2060^\circ K$$

По формуле $\rho_{kp} = \frac{M}{K_p \cdot 8 \cdot T_a^3 \cdot N_A}$ найдем $\rho_{kp}^{F_2}$.

$$\rho_{kp}^{F_2} = \frac{0,22302}{3,12 \cdot 8 \cdot (2,8 \cdot 10^{10})^3 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}} = 675,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{kp}^{F_2} \approx 676 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

2.5.3. Способ определения среднего значения коэффициентов объемного расширения жидких металлов.

Плотность является одним из важнейших физических параметров металлов.

Однако ее определение при высоких и низких температурах встречается с рядом трудностей. Именно ими можно объяснить прочеки в значениях плотностей для жидкого металлов в справочнике [4]. Однако, если известны плотности металла при двух температурах, то можно для этого интервала определить среднее значение коэффициента объемного расширения.

По определению $\beta = \frac{1}{V_o} \cdot \frac{V_1 - V_o}{T_1 - T_o}$; т.к. $V_o = \frac{m}{\rho}$

$$\text{и } V_1 = \frac{m}{\rho_1}, \text{ то } \bar{\beta} = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1 (T_1 - T_o)}$$

$$\bar{\beta} = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1 (T_1 - T_o)} \quad (2.21)$$

В справочнике Зиновьева В.Е. [4] в некоторых случаях приведены плотности металлов в жидком состоянии для небольшого интервала температур. Это дает возможность для этих интервалов вычислять β .

Пример 1. Вычислим значение коэффициента объемного расширения ртути для температур

$T_1 \div T_2$ °K	$234,3 \div 300$	$300 \div 400$
$\rho \div \rho_2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$13690 \div 13529$	$13529 \div 13280$
$\bar{\beta} \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$	181,1	187,5

$$\beta_1 = \frac{13690 - 13529}{13529 \cdot (300 - 234,3)} = 181,1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

$$\beta_2 = \frac{13529 - 13280}{13280 \cdot (400 - 300)} = 187,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

Пример 2. Определим ρ_e и $\bar{\beta}_e$ для франция. Для этого металла нет экспериментальных значений плотностей для жидкого состояния.

В качестве аналога выбираем цезий. При переходе этого металла из твердого состояния в жидкое, его плотность уменьшается на 2,66%.

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{1887 - 1836,8}{1887} = 0,0266$$

Приближенно, на такую же величину изменится и плотность франция при переходе в жидкое состояние.

$$\frac{2440 - \rho_e}{2440} = 0,0266 ; \quad 2440 - \rho_e = 64,9$$

$$\rho_e^{F_2} = 2375 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

В таблице 2.2 приведена плотность франция при температуре кипения

$$\rho_{\text{кип}}^{F_2} = 1880 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$T_{\text{пп}} = 300^\circ\text{K} ; \quad T_{\text{кип}} = 950^\circ\text{K}$$

$$\bar{\beta}_e = \frac{2375 - 1880}{1880(950 - 300)} = 405 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

В справочнике [4] для франция в твердом состоянии приведено значение $\beta_s = 306 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$

Для сравнения вычислим $\bar{\beta}_e$ для цезия. $T_{\text{пп}} = 301,5^\circ\text{K}$

$$T_{\text{кип}} = 943^\circ\text{K} ; \quad \rho_e = 1836 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} ; \quad \rho_{\text{кип}} = 1460 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{\beta}_e^{Cs} = \frac{1836 - 1460}{1460(943 - 301,5)} = 401 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{K}}$$

Как и следовало ожидать, величина $\bar{\beta}_e^{Cs}$ имеет меньшее значение, чем $\bar{\beta}_e^{Fr}$

Краткие выводы к главе 2.

- Получена связь между механическими и тепловыми параметрами тел (см. формулы 2.10 и 2.11).

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta}; \quad K_{vp} = (\rho - \rho_{kp}) \cdot \frac{C_p}{\beta}$$

Они позволяют с единой точки зрения подходить к определению механических свойств твердых, жидких и газообразных тел.

- Показано, что модули Юнга металлов при равных величинах деформации растяжения или сжатия не одинаковы.

$$\frac{K_{vc}}{K_{vp}} = \frac{E_c}{E_p} = \frac{\rho}{\rho - \rho_{kp}} = K_E$$

Теоретически, для металлов это отношение заключено в интервале:

$$1,3 \leq K_E \leq 1,6$$

Хотя имеются экспериментальные данные, что для реальных металлов оно больше. Например, для меди $K_E \approx 3$

- Получена формула (2.14), дающая возможность в пределе вычислять две важнейшие механические характеристики жидкости

$$d = \frac{2G_s}{\rho + \rho_0} + d_{min}$$

- максимальную прочность жидкости на разрыв на молекулярном уровне;
- высоту слоя жидкости, имеющей минимальную прочность на растяжение.

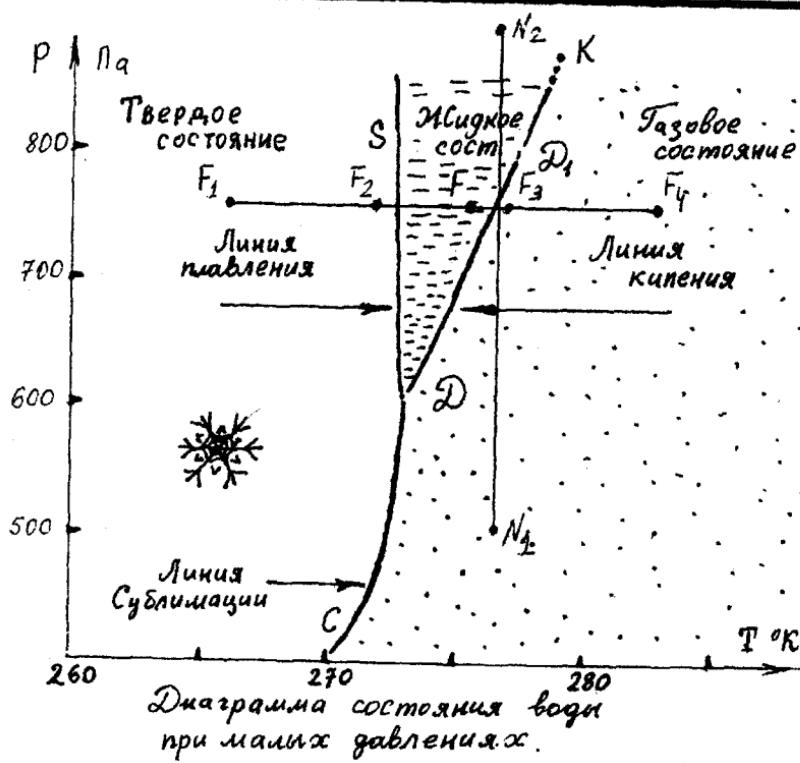
- Соотношения полученные в этой главе, используются в третьей и четвертой главах данной работы.

Список литературы/ко 2 главе.

1. Физические величины Справочник. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова.
Энергоатомиздат М.; 1991г, 1232с
2. Свойства элементов. Справочник в двух книгах. Под ред. проф., докт. техн. наук
М.Е.Дрица, изд. второе, ГУП "Журнал "Цветные металлы" "Металлургия" М.;
1997г.
3. Л.Д.Ландау, А.И.Ахиезер, Е.М.Лившиц Курс общей физики. Механика и
молекулярная физика "Наука", гл.ред. физ.-мат. лит-ры, М., 1965г, 384с
4. В.Е.Зиновьев Термофизические свойства металлов при высоких температурах
Справочник. "Металлургия" М.; 1989г, 382с

Глава 3.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВОДЫ



Глава 3

Механические свойства воды

Введение	<i>стр.</i> 41
3.1. Диаграмма состояния воды	42
3.2. Описание свойств жидкого состояния с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса	44
3.3. Краткий перечень известных физических параметров воды	50
3.4. Оценки механических свойств воды по тепловым параметрам	55
3.4.1 Прочностные свойства льда	55
3.4.2 Прочностные свойства воды	57
3.5. Краткие выводы к главе 3	61
Литература к главе 3	64
Приложение к главе 3	65
Приложение 1. Метод определение краевого угла смачивания водой стекла	65
Приложение 2. Экспериментальное определение минимального усилия разрыва (P_o) для воды	67

Глава 3

Механические свойства воды.

Введение.

В этой главе сделана попытка расширить представления читателей о прочностных свойствах жидкостей. Представленные сведения не претендуют на полноту. В учебной литературе вопросу прочностных характеристик жидкостей и способам их определения уделяется очень мало внимания. Если всем, со школьной скамьи известно, что вещество может находиться в трех состояниях, то следуя логике этой информации, следует рассмотреть прочностные характеристики этих трех состояний. Обычно же этот процесс начинается и заканчивается рассмотрением этих свойств для твёрдого состояния. Хотя все три состояния, при определённых условиях, ими обладают.

Существует огромное количество жидкостей. В жидком состоянии могут быть сложные химические вещества органического и неорганического происхождения. В жидком состоянии могут быть все простые элементы таблицы Д.И.Менделеева. в данной главе основное внимание уделяется физическим свойствам воды. Общие же свойства жидкостей на примерах жидких металлов были описаны в первой главе настоящей работы.

Учёные подсчитали, что земная поверхность содержит $\approx 2,25 \cdot 10^{21}$ кг воды. Это самое распространённое и известное вещество на Земле. Для жителей многих районов Земли вода в достатке - это символ счастливой жизни. Наличие пресной воды - это условие существования человека и многих животных. Без воды не могут быть осуществлены многие технологические процессы в промышленности. Без знания физических и химических свойств воды, невозможно практическое её применение. Поэтому её свойства изучались в первую очередь. Это обеспечивалось её доступностью и полезными биологическими свойствами.

Многие физические параметры льда, воды и пара определены и давно известны, некоторые малоизвестны, а некоторые неизвестны до сих пор.

Например, давно известны плотности воды и льда, температуры плавления и кипения, свойства насыщенных паров, удельные теплоёмкости воды и льда и др. мало известны модуль Юнга льда, прочность жидкой воды на деформацию растяжения и совсем неизвестен, например, такой параметр, как модуль Юнга жидкой воды на деформацию растяжения.

Рассмотрению этих вопросов и посвящены следующие страницы данной главы. При этом расчёт новыми способами известных параметров - считаем проверкой их, а расчёт неизвестных параметров - достоинством. Проверенные и отработанные способы оценки механических свойств воды, можно затем с определённым приближением использовать для описания свойств чистых жидкых металлов.

В одной из своих статей профессор Д.А.Франк-Каменецкий перечислил семь ликов Вселенной. В ней встречаются газ, жидкость, твёрдое тело, плазма, нейтронное вещество, эпиплазма и поле излучения.

Здесь будет идти речь о физических свойствах тел, могущих быть в состоянии газа, жидкости или твёрдом.

Наглядным способом описания состояния вещества и возможных в нём фазовых переходов являются диаграммы состояний.

3.1. Диаграмма состояния воды.

На рис. 3.1. приведена хорошо известная диаграмма состояния воды при малых давлениях (P - T диаграмма). OCD - линия сублимации; DS - линия плавления; D_D K - линия кипения (испарения), она обрывается в критической точке К. Область ниже этой линии описывает газообразную фазу (водяной пар), а выше - жидкое состояние. Выше точки К жидкая и газообразная фазы совпадают.

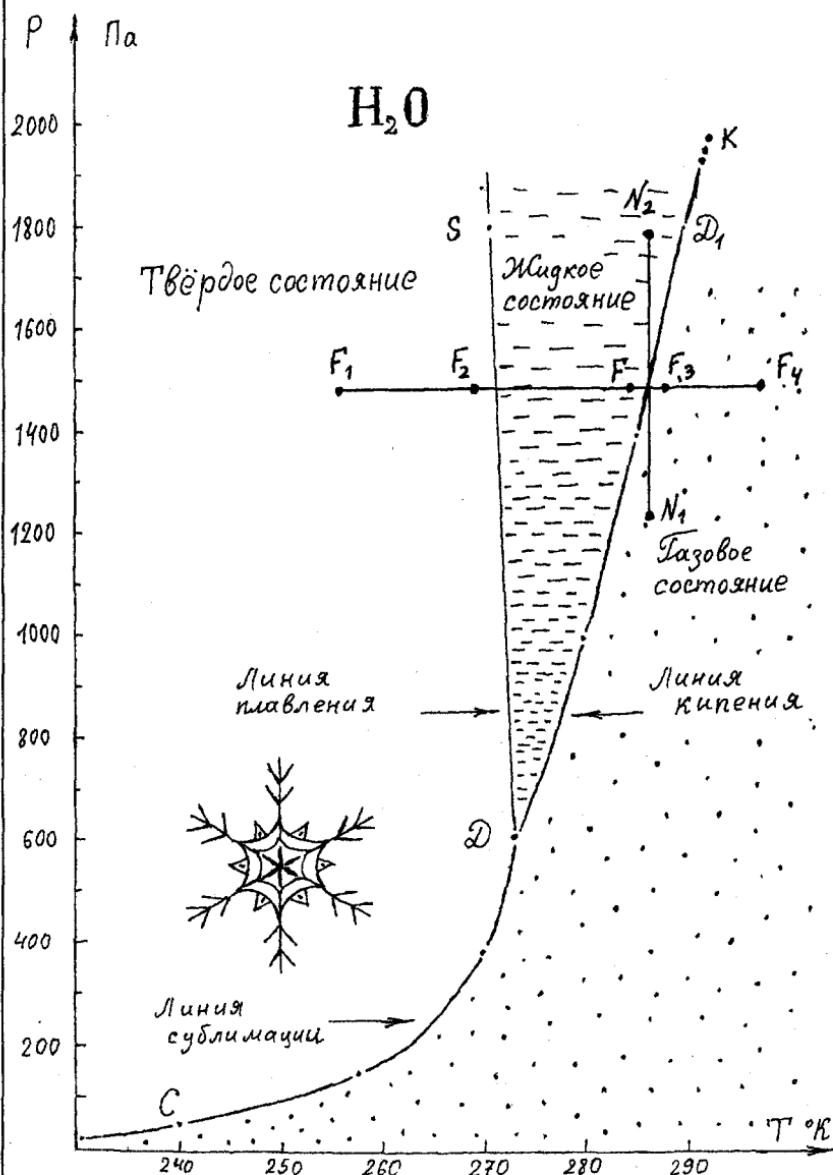


Рис. 3.1. Диаграмма состояния водя при малых давлениях

Линия DS - это линия равновесного состояния твёрдой и жидкой фаз. Эта линия приближается к оси давлений. Точка D - тройная точка. В этой точке находятся в равновесии три фазы - твёрдая, жидккая и газообразная. Для воды ёй соответствуют

$$T_D = 0,0075^\circ C; \quad P_D = 4,58 \text{ мм.рт. ст.}$$

Линия OCD показывает равновесное состояние твёрдой и газообразной фаз. Неустойчивые метастабильные состояния находятся вблизи линий равновесия фаз. На рис. 3.1. показан изобарный переход $F_1 F_2 F_3 F_4$. на линии $F_1 F_4$ точка F - это переохлаждённый пар, F_3 - перегретая жидкость; F_2 - переохлаждённая жидкость. Перегретого твёрдого тела не бывает. При изотермическом повышении давления по линии $N_1 N_2$ газ может быть переведён в жидкость (N_2), если эта линия лежит ниже линии $T_K = T$. Если линия $N_1 N_2$ пройдёт выше линии $T_K = T$, то газ в жидкость переведён быть не может. Точка "К" рисунку не принадлежит т.к. её координаты выходят за рамки рисунка

3.2. Описание свойств жидкого состояния с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля имеет вид

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) \cdot (V - b) = RT \quad (3.1)$$

Оно правильно описывает свойства реальных газов, но и с определённым приближением, свойства жидкостей. Верно оно описывает и фазовый переход из газообразного состояния в жидкое. Уравнение (3.1) может быть записано в виде

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right) \cdot V^2 + \frac{a}{P} \cdot V - \frac{ab}{P} = 0 \quad (3.2)$$

Относительно объёма это уравнение третьей степени. Следовательно, оно имеет три корня. На рис. 3.2. приведена качественно P-V диаграмма для некоторого вещества.

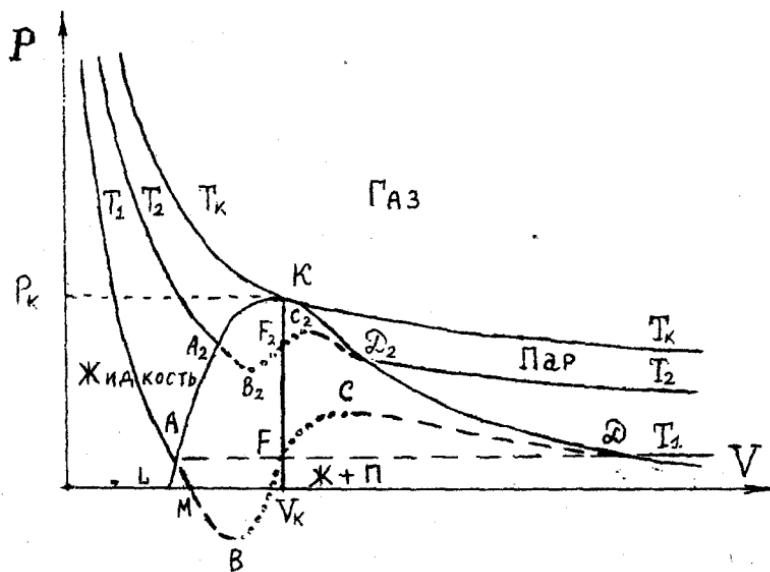


Рис. 3.2 Изотермы Ван-дер-Ваальса. Выход изотермы T_1 в область отрицательных давлений. ВС - неосуществимые состояния; АВ и СД - осуществимые состояния.

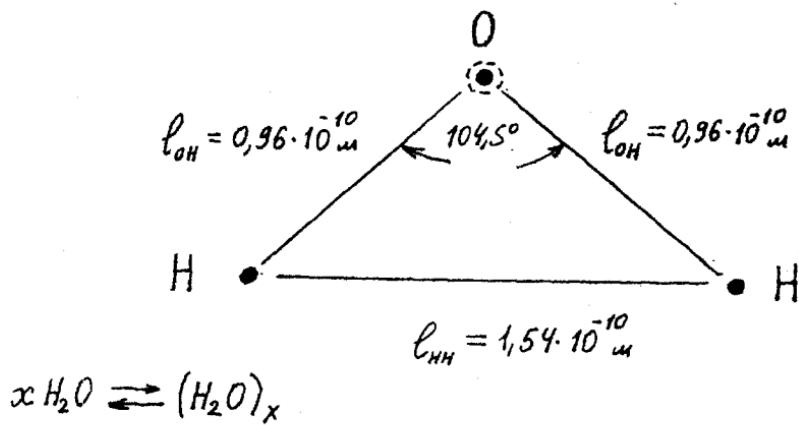


Рис. 3.3. Структура молекул воды. [2]

Показан ход трёх изотерм T_K , T_2 и T_1 . При большом количестве изотерм можно построить кривую LKD, которая называется бинодалью. Критическая изотерма T_{kp} и бинодаль делят всю область положительных координат PV на четыре области. Выше изотермы T_{kp} расположена область газообразного состояния вещества. Область, примыкающая к оси давления, представляет жидкое состояние. Справа она ограничена частью кривой бинодали LK и частью критической изотермы T_{kp} . Под бинодалью находится смесь жидкости и пара. Это область метастабильных состояний. При этом часть этих состояний осуществима (см. рис. 3.2. для изотермы T_1 участки AB и CD), а часть неосуществима (рис. 3.2. изотерма T_1 участок BC). На этом рисунке показана изотерма T_1 , выходящая в область отрицательных давлений.

Область, расположенная правее участка бинодали KDD₂, а сверху ограниченная изотермой T_{kp} , соответствует пару. Необходимо различать состояние пара и газа. При изотермическом сжатии пара происходит его конденсация. При этом его температура ниже T_{kp} . Например, для металлов так чаще всего и бывает. При изотермическом сжатии газа (когда его температура выше T_{kp}) он в жидкое состояние не переходит. Его нужно сначала охладить до более низкой температуры $T < T_{kp}$.

Точка K является общей точкой для бинодали и изотермы T_{kp} . Она называется критической. В этой точке вещество обладает и свойствами жидкости и свойствами пара. Оно не является ни жидкостью, ни паром. Это критическое состояние вещества, характеризуемое макроскопическими параметрами P_{kp} , V_{kp} , ρ_{kp} и T_{kp} .

Заметим, что изотерма T_{kp} имеет самую высокую температуру. Все другие - меньшую.

На участке BFC изотермы T_1 производная $\frac{\partial P}{\partial V} > 0$ т.е. увеличение объёма соответствует увеличению давления. Такое состояние реально не осуществимо. Это неустойчивые состояния. Если система случайно окажется в точке F, то она немедленно уйдёт в состояние A или D. Эти состояния более устойчивы. Участки AB и

CD этой изотермы соответствуют нестабильным, но осуществимым состояниям. Точки линии AB соответствуют перегретой жидкости, а линии CD - переохлаждённому пару. Точки линии MB соответствуют растянутой жидкости т.к. эта часть изотермы заходит в область отрицательных давлений. Следовательно, можно создать условия, при которых жидкость может находиться в растянутом состоянии. Иначе говоря, она обладает прочностью на разрыв и может характеризоваться такими параметрами как прочность на растяжение и модуль Юнга.

Приведём здесь самый простой опыт, при котором жидкость переходит в растянутое состояние.

Возьмём капиллярную трубочку из стекла с внутренним диаметром 1-2 мм. Поместим в неё две-три капли воды. Так как вода хорошо смачивает стекло, то она образует в трубочке вогнутый мениск с двух сторон. Отсюда, на обе поверхности воды действует растягивающее напряжение $\sim \frac{\sigma_s}{\gamma}$. Следовательно, этот столбик воды находится в растянутом состоянии.

В заключение перечислим свойства вещества, находящегося в критическом состоянии.

Известно, что в критическом состоянии вещество обладает следующими свойствами.

- При критической температуре средняя скорость молекул жидкости приближается к средней скорости молекул в газе. По всей видимости, сближаются и скорости звука в этих средах.
- Коэффициенты диффузии для жидкости и пара сближаются.
ОБЛАДАЕТ
- При критической температуре пар $\sqrt{\gamma}$ наибольшей плотностью, а жидкость наименьшей.
- Темпера~~т~~та испарения равна нулю.
- Коэффициент поверхностного натяжения равен нулю.

- При критической плотности силы притяжения и отталкивания сравниваются.
- При критической плотности вещество не имеет прочности на разрыв т.е. $\widetilde{G_p} = 0$, а следовательно и модуль Юнга равен нулю. $E = 0$
- Вблизи критического состояния сжимаемость вещества бесконечна, т. к. $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0$

$$m_0 \quad \chi = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \rightarrow -\infty$$

- В критическом состоянии модуль упругости на всестороннее растяжение равен нулю, т.е. $K_{vp} = 0$ т.к. $K_{vp} = \frac{1}{\chi_T}$ и $\lim_{T \rightarrow T_{kp}} K_{vp} = \lim_{T \rightarrow T_{kp}} \frac{1}{\chi_T} = 0$

В свете приведённых свойств вещества находящегося в критическом состоянии можно с большим доверием отнести к формулам (2.10) и (2.11).

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} \quad (2.10); \quad K_{vp} = (\rho - \rho_{kp}) \cdot \frac{C_p}{\beta} \quad (2.11)$$

Модуль объёмной упругости пропорционален плотности вещества и при $\rho \rightarrow 0$ $K_c \rightarrow 0$. Для деформации сжатия так и должно быть, а для деформации растяжения нет. Ведь при малых плотностях вещество обычно находится в газовом состоянии. А газ, как известно, занимает всегда весь предоставленный ему объём. Следовательно, он не может характеризоваться прочностью на разрыв. И границей для этого свойства вещества является критическое состояние.

Однако, газообразное состояние имеет прочность на сжатие. Чтобы это обнаружить, его, так же как и жидкость, необходимо заключить в прочную оболочку, которая бы сохраняла его объём. При таких условиях можно вычислить модуль Юнга воздуха для нормального состояния.

Пусть имеется один моль воздуха при $T_0 = 273^{\circ}\text{K}$. Известно, что при давлении $P_0 = 101325 \text{ Па}$ он занимает объём $V_0 = 0,0224 \text{ м}^3$.

Представим, что это количество воздуха находится под поршнем в цилиндре с сечением $S = 0,0224 \text{ м}^2$, то высота столба воздуха $h_0 = 1 \text{ м}$. Найдём, при каком давлении объём воздуха под поршнем станет равным $V_1 = 0,020 \text{ м}^3$.

$$P_x \cdot V_1 = RT_0; \quad P_x = \frac{RT_0}{V_1} = \frac{2,269 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^{-2}} = 1,13 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\text{Можно считать, что } P_x = C_c; \quad V_1 = S \cdot h_x = 0,020$$

$$h_x = \frac{0,0200}{0,0224} = 0,893 \text{ м}; \quad \epsilon = \frac{h_0 - h_x}{h_0} = \frac{1 - 0,893}{1} = 0,107$$

$$C_c = \epsilon \cdot E_B.$$

$$1,135 \cdot 10^5 = 0,107 E_B$$

$$E_B = \frac{1,135 \cdot 10^5}{0,107} = 1,06 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$E_B = 1,06 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Это же значение модуля Юнга для воздуха можно получить из уравнения

$$(2.5) \quad E = 3K_{vc} = 3 \cdot \rho \cdot \frac{C_p}{\beta}; \quad \text{м.к. } \beta = 3,665 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{мк}}$$

$$C_p = 1010 \cdot \frac{\Delta u c}{\text{мк} \cdot \text{мк}}; \quad \rho = 1,29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E = 3 \cdot 1,29 \cdot \frac{1010}{3,665 \cdot 10^{-3}} = 1,065 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$E_B = 1,06 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Мы получили двумя разными способами совпадающие значения модуля Юнга воздуха при деформации сжатия. Поэтому, для воздуха имеем:

$$\frac{E}{K_{vc}} = \text{Const}_r = 3$$

3.3. Краткий перечень известных физических параметров воды.

Приводимые данные о параметрах воды (в трёх фазовых состояниях) взяты из литературы, список которой приведён в конце главы.

3.3.1. Диаметр молекулы воды $d = 2,76 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

3.3.2. Строение молекулы воды приведено на рис. 3.3.

3.3.3. Масса одного моля $m_M = 18,0153 \text{ г}$

3.3.4. Значения постоянных в уравнении Френкеля $\tau = \tau_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}}$

τ_0 - время осёдлой жизни; τ_0 - период колебаний молекулы в жидкости; W - энергия необходимая для перехода молекулы из одного устойчивого положения в другое; k - постоянная Больцмана.

$$\tau_0 = 1,4 \cdot 10^{12} \text{ с}; \quad \tau = 1,7 \cdot 10^9 \text{ с}; \quad W = 2,94 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

$$W = \frac{2,94 \cdot 10^{-20}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 0,1835 \text{ эВ}$$

3.3.5. Поверхностное натяжение воды на границе с воздухом. [1, стр.95]

$\#_n$	t $^{\circ}\text{C}$	σ_s $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$\#_n$	t $^{\circ}\text{C}$	σ_s $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$\#_n$	t $^{\circ}\text{C}$	σ_s $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
1	0	0,0756	4	20	0,0727	7	60	0,0662
2	10	0,0742	5	25	0,0720	8	80	0,0626
3	15	0,0735	6	40	0,0695	9	100	0,0588

3.3.6. Плотность воды в зависимости от состояния [1, стр.51], [9, стр.124].

$\#_n$	Состояние	T $^{\circ}\text{C}$	ρ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
1	Твёрдое (лёд)		917
2	Жидкое (вода)	0	999,841
3	"	4	999,973
4	"	10	999,700
5	"	20	998,203
6	"	25	997,044
7	"	30	995,646
8	"	40	992,21
9	"	50	988,04
10	"	60	983,21

$\frac{M^2}{\eta/n}$	Состояние	T °C	P $\frac{kN}{m^2}$
11	"	70	977,78
12	"	80	971,80
13	"	90	965,31
14	"	100	958,35
15	Критическое	344,15	320

3.3.7. Тройная точка воды

$$t_{tp} = 0,00748 \text{ } ^\circ\text{C}; \quad P_{tp} = 4,58 \text{ мангр.ст} = 608,4 \text{ Па}$$

3.3.8. Критические параметры воды

$$T_{kp} = 647,3 \text{ } ^\circ\text{K}; \quad P_{kp} = 22,1 \text{ МПа}; \quad \rho_{kp} = 320 \text{ } \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V_{kp} = 55,5 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

3.3.9. Значения постоянных коэффициентов в уравнении Ван-дер-Ваальса

$$a = \frac{27}{8} RT_{kp} \cdot b; \quad b = \frac{RT_{kp}}{8P_{kp}};$$

$$b = \frac{8,314 \cdot 647,3}{8 \cdot 22,1 \cdot 10^6} = 30,44 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}; \quad b = 30,44 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27}{8} RT_{kp} = 18163,08; \quad a = 18163,08 \cdot 30,44 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 0,553 \text{ } \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^6}{\text{м}^2}; \quad a = 0,553 \text{ } \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^6}{\text{м}^2}$$

Примечание.

1. Уравнение Ван-дер-Ваальса приближённо;
2. Постоянные "a" и "b" не являются строгими;
3. Теоретическое отношение

$$\frac{RT_{kp}}{P_{kp} \cdot V_{kp}} = \frac{8}{3} = 2,667; \quad \text{реально} \quad \frac{RT_{kp}}{P_{kp} \cdot V_{kp}} \approx 3,7$$

4. Вместо вытекающего из уравнения Ван-дер-Ваальса соотношения $V_{kp} = 3\beta$, чаще всего выполняется равенство $V_{kp} = 2\beta$. Например, для воды имеем:

$$\frac{RT_{kp}}{P_{kp} \cdot V_{kp}} = \frac{8,314 \cdot 647,3}{22,1 \cdot 10^6 \cdot 55,5 \cdot 10^{-6}} = 4,39 \quad 4,39 > 2,67$$

$$\frac{V_{kp}}{\beta} = \frac{55,5 \cdot 10^{-6}}{30,44 \cdot 10^{-6}} = 1,82 \text{ м.е.} \quad V_{kp} = 1,82\beta \\ V_{kp} \equiv 2\beta$$

- 3.3.10. Скорость звука в твёрдой фазе воды (во льду):

- в стержне $V_{ct} = 3280 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

- сплошной лёд при 0°C $V_{||} = 3980 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

- " " " $V_{\perp} = 1990 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

- 3.3.11. Скорость звука в жидкой воде ($t = +20^\circ\text{C}$)

$$V_{3B} = 1482,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- 3.3.12. На рис. 3.4. представлены температурные зависимости удельной теплоёмкости [8, стр.153] и коэффициента объёмного расширения [1, 139] для воды.

- 3.3.13. На рис. 3.5. представлены температурные зависимости удельной теплоёмкости [9, стр.211] и коэффициента объёмного расширения [1, стр.140] льда.

- 3.3.14. Сжимаемость льда и воды.

Лёд (42°K) $\chi_1 = 91,7 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$ [9, стр.89]

Вода $\chi_B = 452 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$ [9, стр.96]

Вода, $+20^\circ\text{C}$; $\chi_B = 484,5 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$ [8, стр.71] ($1 \div 25 \text{ атм}$)

Вода, $+20^\circ\text{C}$; $\chi_B = 360 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$ [8, стр.71] ($900 \div 1000 \text{ атм}$)

- 3.3.15. Модуль Юнга льда

$$E_1 = 10 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad (t = -4^\circ\text{C}) \quad [1, \text{стр.89}]$$

$$E_1 = 3 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad (t = -2^\circ\text{C}) \quad [5, \text{стр.283}]$$

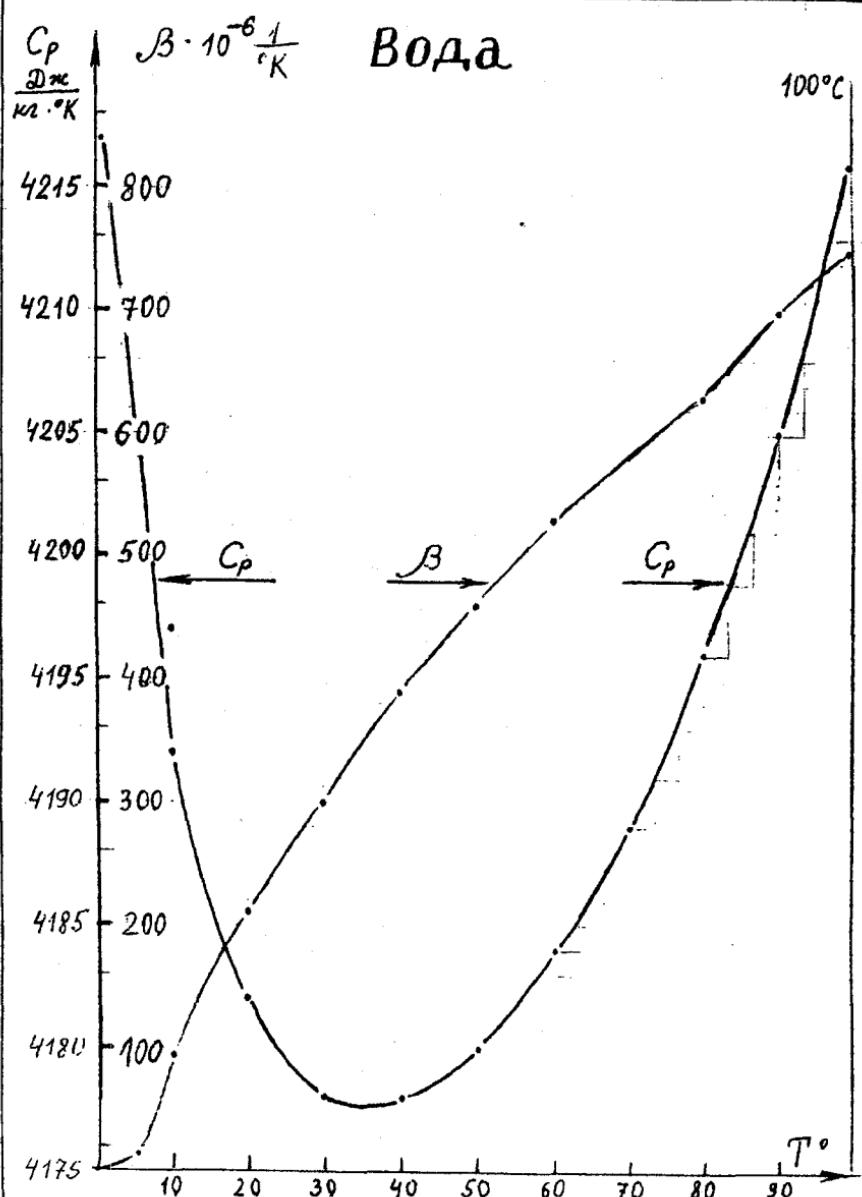


Рис. 3.4 Температурная зависимость удельной теплоемкости [8, стр 153] и коэффициента объемного расширения [1, стр 139] для воды.

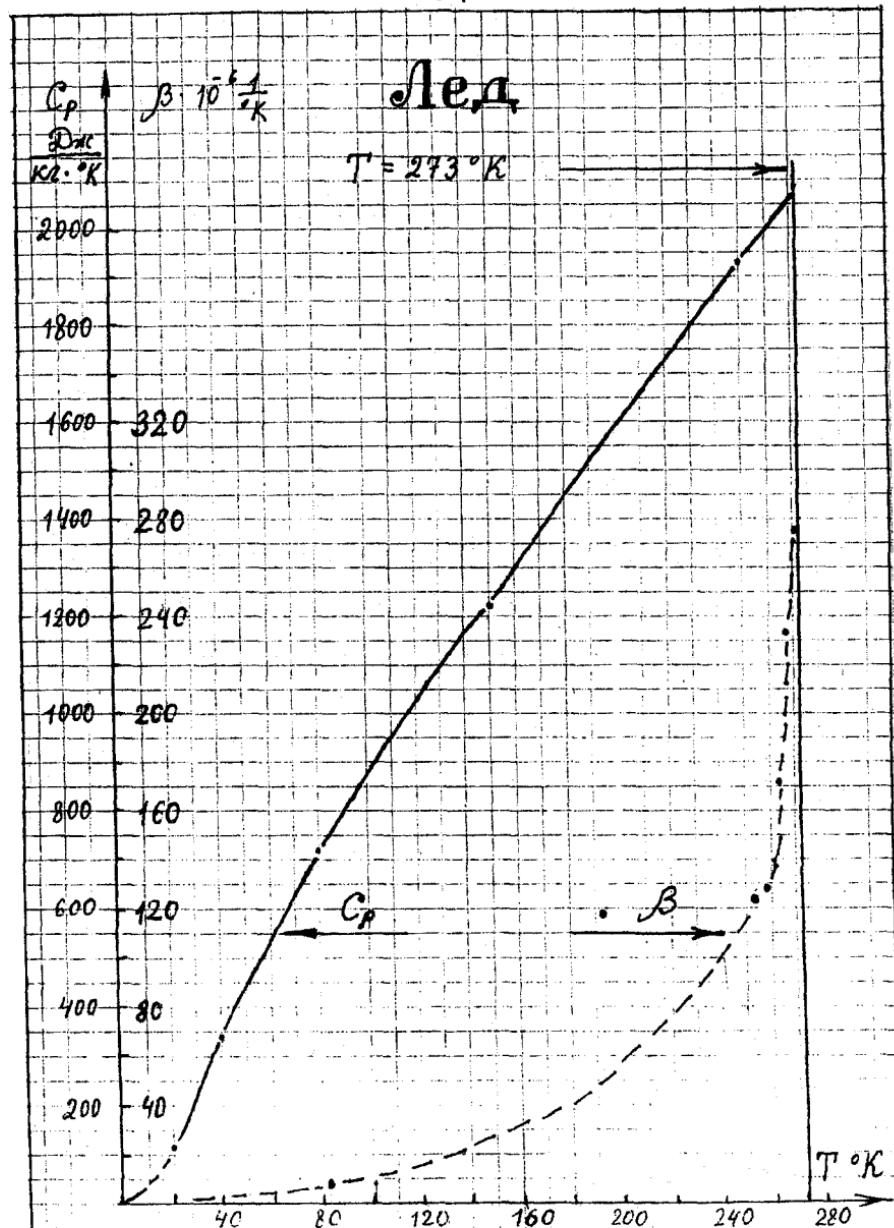


Рис. 3.5 Термпературные зависимости C_p и β для льда. [По данным [3, стр. 211] и [1, стр 140].]

Примечание. Прочность льда на растяжение неизвестна. В справочнике А.С. Еноховича (1, стр. 92) приведено приближенное значение: $\sigma_{ap} \approx 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$

3.3.16. Прочность воды на разрыв (5, стр. 151)

$$\sigma_{bp} = 280 \text{ атм} = 2,84 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

3.4. Оценки механических свойств воды по тепловым параметрам.

Используя числовые значения параметров воды и льда, приведенные в предыдущем разделе главы, выполним оценки их механических свойств по формулам главы второй. В данной работе рассматриваются только два вида деформаций – сжатия и растяжение. Для определения средних значений параметров $\bar{\rho}$, $\bar{\beta}$ и $\bar{c_p}$ используем графики рис. 3.4; рис. 3.5 и рис. 3.6.

Прочностные свойства льда

3.4.1. Вычислим модуль объемной упругости льда для $T = 260^\circ\text{K}$

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{c_p}{\beta}; \quad K_{vc} = 917 \cdot \frac{2000}{140} \cdot 10^6 = 13,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.2. Вычисляем табличное значение модуля объемной упругости льда для температуры $4,2^\circ\text{K}$

$$K_{vc} = \frac{1}{x_n} = \frac{1}{917} \cdot 10^{12} = 10,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.3. Вычислим модуль Юнга льда на деформацию сжатия по известной формуле

$$v'' = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad E_L = v''^2 \cdot \rho = (3980)^2 \cdot 917 = 14,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_{L,c} = 14,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.4. На рис. 3.5. приведена температурная зависимость коэффициента объемного расширения льда. Применяя способ приближенного вычисления интегралов, определим площадь под кривой $\beta = \varphi(T)$ для интервала $T_1 = 0^\circ\text{K}$ и $T_2 = T_{pl}$

$$S = h \left[\frac{\beta_0 + \beta_n}{2} + \beta_1 + \dots + \beta_{n-1} \right]; \quad h = \frac{T_{nn} - T_1}{n}; \quad n = 27.$$

$$h = \frac{273}{27} \cong 10,11; \quad \beta = 275 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{°K}}; \quad \frac{\beta_0 + \beta_n}{2} = 137,5 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{°K}}$$

$$S = 10,11 \cdot 1076,5 \cdot 10^6 = 1,088 \cdot 10^2$$

Очевидно, что

$$S = \bar{\beta} \cdot 273$$

Поэтому,

$$\bar{\beta} \cdot 273 = 1,088 \cdot 10^2$$

$$\bar{\beta} = \frac{1,088 \cdot 10^2}{273} = 39,9 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{°K}}$$

$$\text{Среднее значение коэффициента объемного расширения льда } \bar{\beta} = 40 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{°K}}$$

3.4.5. Известное значение $\bar{\beta}$ позволяет вычислить плотность льда при температуре 0°K . При $T = 273^{\circ}\text{K}$ $\rho = 917 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\frac{V_T}{V_0} = 1 + \bar{\beta} \cdot \Delta T$; т. к. $\frac{m}{V} = \rho$; то $\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \bar{\beta} \cdot \Delta T = 1 + 40 \cdot 273 \cdot 10^6 = 1,01092$;

$$\rho = 917 \cdot 1,0109 = 927 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

3.4.6. Вычислим среднее значение плотности льда

$$\bar{\rho} \cong \frac{917 + 927}{2} = 922 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

3.4.7. Определяем числовое значение коэффициента K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{922}{922 - 320} = 1,53$$

3.4.8. Вычислим модуль Юнга на деформацию растяжения

$$E_p = \frac{E_c}{K_E^T} = \frac{14,5 \cdot 10^9}{1,53} = 9,46 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

см. п. 3.3.15

3.4.9. Используя значение $\bar{\beta}$, вычислим максимальную относительную объемную тепловую деформацию льда (эта деформация возникает при нагревании льда от 0°K до температуры плавления)

$$\epsilon_V^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T = 40 \cdot 273 \cdot 10^6 = 0,0109$$

3.4.10. Максимальная относительная линейная тепловая деформация

$$\varepsilon_e^T = \frac{\beta_v^T}{3} = \frac{0,0109}{3} = 0,00364$$

3.4.11. Вычислим прочность льда на деформацию сжатия. По закону Гука для одноосной деформации получим:

$$\sigma_c = \varepsilon_e^T \cdot E_c = 0,00364 \cdot 14,52 \cdot 10^9 = 5,29 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

3.4.12. Вычислим прочность льда на деформацию растяжения

$$\sigma_p = \varepsilon_e^T \cdot E_p = 0,00364 \cdot 9,42 \cdot 10^9 = 3,43 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

(см. расчетные значения в таблице 1)

Прочностные свойства воды.

3.4.13. Вычислим среднюю плотность воды таким же способом, как вычислили $\overline{\beta}_1$ п.3.4.4. (см. рис. 3.6.).

$$\overline{\rho}_{nc} = 984 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

3.4.14. Модуль объемной упругости воды при температуре + 20 С найдем по формуле:

$$K_{\nu_c} = \rho \frac{C_p}{\beta}; K_{\nu_c} = 998,2 \cdot \frac{4182}{210 \cdot 10^{-6}} = 19,88 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.15. Сжимаемость воды при температуре +20 С

$$\chi_{20} = \frac{1}{K_{\nu_c}} = \frac{1}{19,88} \cdot 10^{-9} = 50,3 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

3.4.16. По графику рис. 3.4 вычисляем среднее значение коэффициента объемного расширения воды.

$$\overline{\beta}_{nc} = 420 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{К}}$$

3.4.17. используя значение $\overline{\beta}_{nc}$, определим максимальную объемную относительную тепловую деформацию воды

$$\varepsilon_{\nu}^{xc} = \overline{\beta}_{nc} \cdot \Delta T = 420 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0,042$$



Таблица 1

Физические параметры воды

1. Плавкие значения

лёд.

$P = 917 \frac{kg}{m^3}$

$V_e = 3280 \frac{m}{c}$

$K_{vc} = 10,9 \cdot 10^9 \text{ Па} (4,2^\circ\text{K})$

$\chi_a = 91,7 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa} (4,2^\circ\text{K})$

$E_a = 3 \cdot 10^9 \text{ Па} (-2^\circ\text{C})$

$E_a = 10 \cdot 10^9 \text{ Па} (-4^\circ\text{C})$

$V_t = 1990 \frac{m}{c}$

Вода.

$d = 2,76 \cdot 10^{-10}; M = 18,0152$

$P = 997,04 \frac{kg}{m^3} (25^\circ\text{C})$

$\sigma_s = 0,072 \frac{N}{m}$

$V_n = 1482,7 \frac{m}{c}$

$\sigma_{bp} = 2,84 \cdot 10^7 \text{ Па}$

$\chi_b = 452 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa}$

$\alpha = 0,553 \frac{H \cdot m^6}{m^2}; f = 30,44 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{m \cdot K}$

Тройная точка воды: $t = 0,00748^\circ\text{C}; P = 608,4 \text{ Па}$

Критическое состояние: $T_{kp} = 647,3^\circ\text{K}; P = 320 \frac{kg}{m^3}; P_{kp} = 22,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$

2. Расчетные значения

Плавкое состояние (лед)

$K_{vc} = 13,1 \cdot 10^9 \text{ Па} (260^\circ\text{K})$

$E_{ac} = 14,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$\beta = 40 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{K}}$

$\bar{P} = 992 \frac{kg}{m^3}$

$K_E^T = 1,54$

$E_{ap} = 9,42 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$\epsilon_v^T = 0,0109$

$\epsilon_e^T = 0,00364$

$\sigma_{cn} = 5,29 \cdot 10^7 \text{ Па}$

$\sigma_{pl} = 3,43 \cdot 10^7 \text{ Па}$

Жидкое состояние (вода)

$\bar{P} = 984 \frac{kg}{m^3}$

$K_{vc} = 19,88 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$\chi_{20} = 50,3 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa}$

$\beta = 420 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{K}}$

$\epsilon_v^{\infty} = 0,042; \epsilon_e^{\infty} = 0,014$

$P_0 = 37,5 \text{ Па}; K_E^{\infty} = 1,48$

$E_p^{\infty} = 2,03 \cdot 10^9 \text{ Па}; E_c^{\infty} = 3,01 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$\chi_{20} \cdot E_c = 0,151$

3.4.18. Максимальная относительная линейная тепловая деформация определится по формуле:

$$\mathcal{E}_e^{\infty} = \frac{\mathcal{E}_v^{\infty}}{3} = \frac{0,042}{3} = 0,014$$

3.4.19. Ране была приведена уточненная формула Лапласа (2.14), дающая связь между прочностью жидкости на разрыв и коэффициентом поверхностного натяжения

$$d = \frac{2\sigma_s}{\rho + P_0} + d_{min} \quad (2.14) \quad \text{где} \quad P_0 = \sqrt{2\sigma_s \cdot \rho \cdot g} \quad (2.17)$$

Из уравнения (2.14) ясно, что $d \geq 2$ т.е. между разрываемыми поверхностями твердого тела, должен находиться слой жидкости толщиной не менее чем из двух молекул или атомов. В этом случае формула дает прочность жидкости на молекулярном или атомном уровне. Нас же интересует прочность как макроскопический параметр. Однако, для воды она известна. Следовательно, можно решить обратную задачу – найти толщину слоя жидкости (воды), когда она проявляет прочность на макроскопическом уровне.

$$d = \frac{2\sigma_s}{\rho} \quad \text{где} \quad \rho = \sigma_p^{H_2O} = 2,84 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$P_0 = 37,5 \text{ Па}; \quad d = \frac{0,144}{2,84 \cdot 10^7} = 50,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$d = 50,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Диаметр молекул воды $2,76 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Слой воды проявляющий макроскопические свойства состоит из ~ 19 молекул. Минимальное усилие разрыва слоя воды наблюдается, когда число молекул в слое $N \rightarrow \infty$

Для воды $P_0 = 37,5 \text{ Па}$ (см.приложение 2 к гл.3)

3.4.20. Вычислим модуль Юнга воды на деформацию растяжения

$$E_p = \frac{\sigma_p}{\mathcal{E}_e} = \frac{2,84 \cdot 10^7}{0,014} = 2,03 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.21. Вычислим коэффициент

$$K_E^{xc}$$

$$K_E^{xc} = \frac{\bar{P}_{xc}}{\bar{P}_{xc} - P_{kp}} = \frac{984}{984 - 320} = 1,482$$

3.4.22. Вычислим модуль Юнга воды на деформацию сжатия.

$$\frac{E_c}{E_p} = 1,482; \quad E_c = 2,03 \cdot 10^9 \cdot 1,482 = 3,01 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

3.4.23. Ранее была приведена формула $\chi \cdot E = const = 3$ (2.8) справедливая для газов и жидкостей. Однако, постоянная для разных газов и разных жидкостей может отличаться от теоретической. Проверим это равенство для воды.

$$\chi_{20} \cdot E_c = 50,3 \cdot 10^{-12} \cdot 3,01 \cdot 10^9 = 0,151$$

3.4.24. Вычислим, какому давлению соответствует максимальная относительная объемная тепловая деформация воды?

$$\chi_{20} = 50,3 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}; \quad \chi = \frac{E_v^{xc}}{\Delta P};$$

$$E_v^{xc} = 0,042; \quad \Delta P = \frac{E_v^{xc}}{\chi} = \frac{0,042}{50,3 \cdot 10^{-12}} = 8,35 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$\Delta P = 83,5 \cdot 10^7 \text{ Па}; \quad \Delta P = P_2 - P_1; \quad \text{где } P_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_2 \gg P_1, \quad P_2 = 83,5 \cdot 10^7 \text{ Па}; \quad P_2 = 8240 \text{ атм}$$

Это давление превышает давление экспериментальных данных сжимаемости воды, предоставленные в известном справочнике [8, стр. 71]; $P = 1000 \text{ атм}$.

Краткие выводы к главе 3

Газообразное состояние

Параметры газообразного состояния расчитаны на примере воздуха.

1. Тепловой способ расчета модуля Юнга воздуха дает хорошее совпадение с результатом расчета его с использованием уравнения Менделеева-Клапейрона (см. стр. 49).

$$E_{\text{в.с}} = 1,065 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

2. Модуль объемной упругости воздуха

$$K_{\nu_c} = 3,55 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

3. Сжимаемость воздуха $\chi_b = 2,81 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\text{Па}}$

4. $\chi_b \cdot E_{\text{в.с}} = \text{Const} = 3$

Жидкое состояние

5. Вычислен модуль объемной упругости воды тепловым способом для больших давлений ($P=8240$ атм.)

$$K_{\nu_c} = 19,88 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad t = +20^\circ\text{C}$$

6. Сжимаемость воды при $t = 20^\circ\text{C}$ и давлении $P = 8,35 \cdot 10^8 \text{ Па}$

$$\chi_{20} = 50,3 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1}{\text{Па}}$$

Примечание. Сжимаемость воды при $t = 20^\circ\text{C}$ по данным [8, с. 71] составляет:

$$\chi_1 = 485 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} ; \quad P_1 = 1 \div 25 \text{ атм}$$

$$\chi_2 = 360 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} ; \quad P_2 = 900 \div 1000 \text{ атм}$$

7. Теоретически показано, что модули Юнга на сжатие и растяжение отличаются. Это
отличие для жидкого состояния составляет $\frac{E_c}{E_p} = K_v^{\infty} = 1,48$

8. Известное выражение $X \cdot E_c = \text{Const}$ для воды принимает значение

$$X_{20} \cdot E_c = 0,151$$

9. Вычислены параметры воды, являющиеся для нее величинами постоянными, для
температурного интервала $(273 \div 373)^\circ\text{K}$

- Средняя плотность воды $\bar{\rho}_{mc} = 984 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

- Среднее значение коэффициента объемного расширения воды

$$\bar{\beta}_{mc} = 420 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

- Максимальная объемная относительная тепловая деформация

$$E_v^{\infty} = 0,042$$

- Получено расчетным путем и экспериментально подтверждено, что

минимальное усилие разрыва для воды равно $P_o = \sqrt{2G_s \cdot \rho_{mc} \cdot g}$

$$P_o = 37,5 \text{ Pa}$$

- Экспериментально определена величина краевого угла смачивания водой
стекла $\theta \approx 23^\circ$ (см. приложение 1 к гл. 3).

Твердое состояние

10. Вычислен модуль объемной упругости льда для температуры 260°K

$$K_{v_e} = 13,1 \cdot 10^9 \text{ Pa} \quad \text{Табличное значение для температуры } 4,2^\circ\text{K}$$

$$K_{v_e} = 10,9 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

11. Вычислен модуль Юнга льда на деформацию растяжения $E_{p,l} = 9,42 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

12. Вычислена прочность льда на деформацию растяжения

$$\sigma_{p,l} = 3,43 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

13. Выражение $\chi \cdot E_c = \text{Const}^T$ для льда принимает значение 1, 107

14. Вычислены параметры льда, являющиеся для него величинами постоянными.

- Среднее значение коэффициента объемного расширения льда
$$\beta_l = 40 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \quad 0^\circ\text{K}$$
- Вычислена плотность льда для температуры
$$\rho_l = 927 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
- Максимальная объемная относительная тепловая деформация льда

$$\epsilon_v^T = 0,0109$$

- Модули Юнга льда на сжатие и растяжение отличаются. Это отличие для твердого состояния
$$K_E^T = 1,54$$

Литература к главе 3.

- Енохович А.С. Справочник по физике Просвещение М.; 1978г., 415с
- Пилипенко А.Т., Починок В.Я., Середа И.П., Шевченко Ф.Д. Справочник по элементарной химии. Наукова думка, Киев, 1985г, 560с.
- Телеснин Р.В. Молекулярная физика "Высшая школа", М.; 1973г, 360с.
- Радченко Н.В. Молекулярная физика "Наука", главн. ред. физ.-мат. лит-ры М.; 1965г, 479с
- Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика Наука, М.; 1965г, 384с
- Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. гос. изд. физ.-мат. лит-ры М.; 1963г, 498с
- Курс физики. Под ред. проф. В.Н. Лозовского В двух томах "Лань" Санкт-Петербург, 2000г
- Таблицы физических величин Справочник, под ред. акад. И.К. Кикоина Атомиздат М.; 1976г, 1006с
- Физические величины. Справочник, под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. Энергоатомиздат, 1991г, 1232с

Приложения к главе 3.

Приложение 1. Метод определения краевого угла смачивания водой стекла.

Как определить: "Смачивает ли жидкость данный твёрдый материал или нет?"

Самый простой способ следующий. Капля жидкости помещается на ровную, горизонтально расположенную плоскость из данного материала. Если капля растекается по поверхности, то жидкость этот материал смачивает, если не растекается, то нет. Но это качественный способ. Его, правда, можно уточнить если вычислять и сравнивать площади смачивания. Обычно же степень смачиваемости жидкостью поверхности твёрдого тела характеризуют не площадью соприкосновения или растекания капли, а краевым углом θ .

Краевой угол θ - это угол, образованный касательной к поверхности жидкости (проведённой из точки соприкосновения жидкости с твёрдым телом) с поверхностью твёрдого тела. (см. рис. 3.6.) На рис. 3.6. показана в разрезе капля жидкости объёмом V_K , которая растеклась по поверхности твёрдого тела. На рисунке приняты следующие обозначения:

$AC = r_K$ - радиус растекшейся капли;

$BC = h_K$ - высота капли;

$AD = z$ - радиус шарового сегмента капли.

$\triangle ALC$ подобен $\triangle ACD$, как треугольники с взаимно перпендикулярными сторонами. $\angle LAC = \angle ADL$ Запишем очевидные равенства.

$$\frac{r_K}{z} = \sin \theta \quad (1)$$

$$\frac{z - h_K}{z} = \cos \theta \quad (2)$$

Из этих уравнений найдём h_K

$$z - h_K = z \cdot \cos \theta; z = \frac{r_K}{\sin \theta}; \frac{r_K}{\sin \theta} - h_K = \frac{r_K}{\sin \theta} \cdot \cos \theta$$

$$\frac{r_K}{\sin \theta} \cdot (1 - \cos \theta) = h_K$$

Для упрощения этого выражения воспользуемся известными тригонометрическими равенствами

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{и} \quad \sin 2 \cdot \frac{\theta}{2} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{z_k}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = h_k ; \quad z_k \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} = h_k$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{h_k}{z_k} \quad (3)$$

Для вычисления h_k воспользуемся тем фактом, что объём капли известен. Объём же шарового сегмента равен объёму y капли.

$$V_c = V_k = \frac{1}{6} \pi \cdot h_k \cdot (3z_k^2 + h_k^2) \quad (4)$$

Заметим, что параметр z_k доступен непосредственному измерению. Решим совместно уравнения (3) и (4)

$$h_k = z_k \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} ; V_k = \frac{1}{6} \pi \cdot z_k \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} (3z_k^2 + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2})$$

$$\frac{6 V_k}{\pi \cdot z_k^3} = 3 \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2} ; \quad \text{Пусть } \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = x$$

$$\text{и} \quad \frac{6 V_k}{\pi z_k^3} = C ; \quad C - 3x = x^3 \quad (5)$$

Это кубическое уравнение. Его можно решить по формулам Кардано, но можно и графическим путём. В одном из экспериментов были получены такие значения

$$V_k \text{ и } z_k : \quad V_k = 32,4 \text{ мм}^3 ; \quad z_k = 4,6 \text{ мм}$$

$$C = \frac{6 \cdot 32,4}{3,14 \cdot 97,34} = \frac{194,4}{305,6} = 0,636$$

$$0,636 - 3x = x^3$$

$$x = 0,209; \quad \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = 0,209; \quad \frac{\theta}{2} = 11,8^\circ \quad \theta \equiv 23^\circ$$

Краевой угол при смачивании водой стекла равен $\sim 23^\circ$

Приложение 2. Экспериментальное определение минимального усилия

разрыва P_0 для воды.

Ранее, в главе 2 была получена формула (2,17)

$$P_0 = \sqrt{2 \sigma_s \cdot \rho \cdot g}$$

Она дает минимальное напряжение разрыва для слоя жидкости $\ell \geq C_{\text{кап}}$
при отрыве смачиваемой поверхности твердого тела от поверхности жидкости.
Расчетное значение этого напряжения для воды и стекла составляет $P_0 = 37,5 \text{ Па}$
цель опыта состояла в подтверждении числового значения параметра.

Для постановки эксперимента были использованы:

- стеклянная прямоугольная пластина с размерами:
 $\ell_1 = 4,9 \text{ см}; \quad \ell_2 = 4,7 \text{ см}; \quad \ell_3 = 7,3 \text{ см}; \quad \ell_4 = 7,4 \text{ см}$
 $S = 35,28 \text{ см}^2$
- мелкая кювета с чистой водой (глубина кюветы 10мм, слой воды высотой до
 $6 \div 7 \text{ мм}$)
- подъемный столик. Диапазон изменения высоты 10 – 15 мм.
- пружинный динамометр $k \cong 4 \cdot 10^2 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$
- штатив.

Схема опыта приведена на рис 3.7.

Подвешиваем стеклянную пластину. Замечаем показание динамометра ℓ_0

С помощью подъемного столика приводим в соприкосновение поверхность
стеклянной

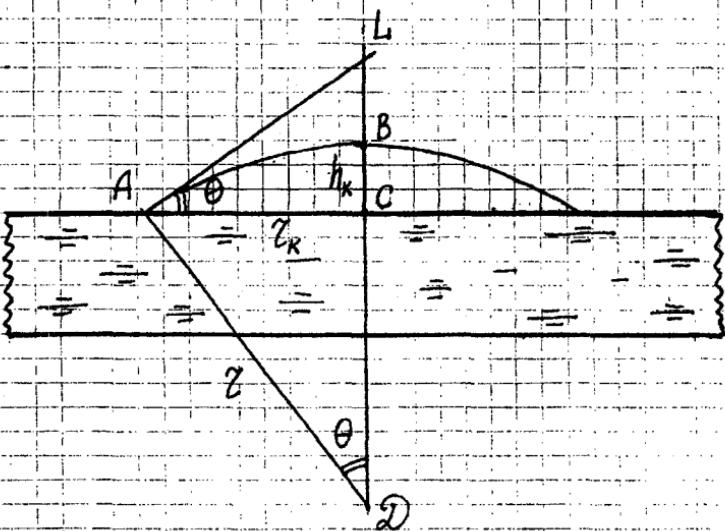


Рис. 3.6 Определение краевого угла (θ).

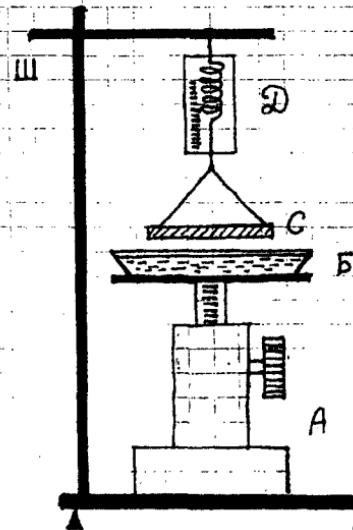


Рис. 3.7. Схема опыта для определения P_0 .
А - подвешенный столик; Б - кювета с водой; С - стеклянная пластина; Д - динамометр; Ш - штатив.

пластины с поверхностью воды в кювете. Затем столик медленно опускаем. В момент отрыва от поверхности воды, замечаем показание динамометра (ℓ).

Приведенные измерения дали следующие результаты:

$$\text{Вес пластины } P_{cn} = 0,250 \text{ H}$$

$$\text{Сила отрыва } F_{ot} = 0,375 \text{ H}$$

$$\text{Tак как } F_{ot} = P_{cn} + F; \quad F = F_{ot} - P_{cn}$$

$$F = 0,375 - 0,250 = 0,125 \text{ H}$$

$$S = 35,28 \text{ cm}^2$$

$$\text{Вычисляем } P_{oизм} : P_{oизм} = \frac{F}{S} = \frac{0,125}{35,28 \cdot 10^{-4}} = 35,4 \frac{\text{H}}{\text{m}^2}$$

$$P_{oизм} = 35,4 \frac{\text{H}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Расчетное значение } P_o = 37,5 \frac{\text{H}}{\text{m}^2}$$

Примечание. Силы поверхностного натяжения малы.

$$\text{T.k. } \ell = \sum_{i=1}^{i=4} \ell_i = 24,3 \text{ cm} = 0,243 \text{ м}; \quad G_s^{H_2O} = 0,072 \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

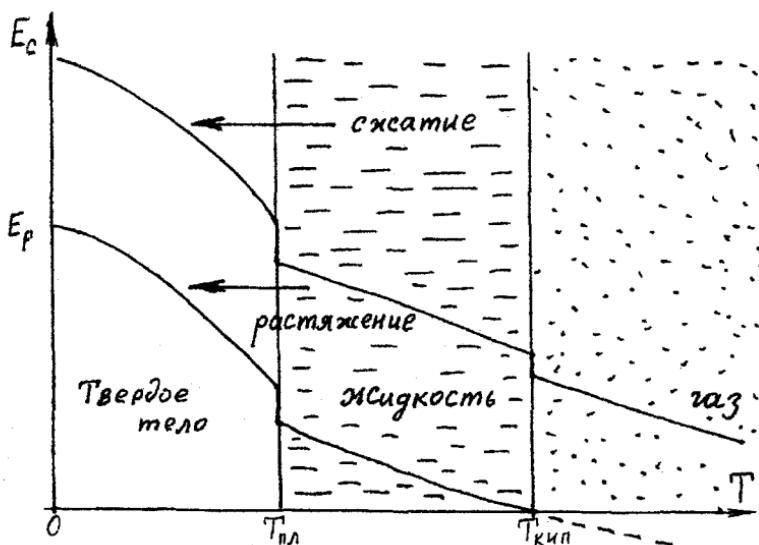
$$F_s = G_s \cdot \ell = 0,072 \cdot 0,243 = 0,017 \text{ H.}$$

$$F = 0,125 \text{ H.}$$

$$F > F_s$$

Глава 4

Гибкость металлических жидкостей



Качественные зависимости модуля Юнга металлов
от температур для двух видов деформации

Глава 4.

Прочность металлических жидкостей.

Предисловие	стр. 71
4.1. Одноименные физические параметры металлов для трех состояний	74
4.2. Механические свойства лития	79
4.3. Механические свойства алюминия	84
4.4. Бериллий – прочнейший из легких металлов	91
4.5. Железо – металл неба	98
4.6. Вольфрам – самый тугоплавкий металл	103
4.7. Ртуть – самый легкоплавкий металл	108
4.8. Франций – самый типичный металл	115
4.9. Краткие выводы	119
Литература	122
Приложение 1. Исследование произведения $\chi \cdot E = \text{Const}$ для твердых и жидких металлов	123
Приложение 2. Оценка критического давления для франция	128
Глава 5. Заключение.	130
Краткие выводы.	136

Глава 4.

Механические свойства металлических жидкостей.

Предисловие

В этой главе тепловой способ оценки механических свойств металлов применяется для металлов, располагающихся в самых разных местах периодической таблицы Д.И.Менделеева. Если для твердого состояния металлов эти оценки являются проверочными, то для жидкого состояния они чаще всего расчетные. Кроме этого показывается возможность применения этого способа к металлам, для которых непосредственное определение таких характеристик может быть связано не только с большими чисто техническими проблемами, но и с риском для жизни исследователей.

Например, ртуть, кадмий и свинец являются ядовитыми металлами. Их содержание в окружающей среде строго контролируется. Рубидий обладает большой химический активностью. Висмут горит в нормальной атмосфере при температуре 1000°C ($T_{\text{кип}} = 1564^{\circ}\text{C}$). Особыми свойствами обладают радиоактивные металлы. Для работы с актинием, например, количество металла не должно превышать $5 \div 10$ микрограмм. Это требование связано с тем, чтобы уменьшить его радиоактивное воздействие. И самое главное, радиоактивные металлы пирофорны и саморазогреваются. Иначе говоря, они обладают такими физическими свойствами, которые затрудняют определение их параметров.

Основное внимание в главе уделяется определению механических свойств чистых металлов при деформациях растяжения и сжатия.

Физика не равнозначно подходит к описанию механических свойств трех состояний вещества. Это подтверждается тем, что не наберется много металлов, у которых известна, например, плотность во всех состояниях - $\rho_s, \rho_g, \rho_e, \rho_{\text{кип}}$ и $\rho_{\text{кр}}$ не говоря уже о полном наборе механических характеристик.

Три состояния вещества имеют разные механические характеристики. Известно, что для твердых тел выполняются неравенства:

$$E_p > 0 ; \quad E_c > 0 ; \quad G > 0$$

Они выполняются с такими дополнительными условиями $T \leq T_{\text{пп}}$, малые давления окружающей среды. Для жидких тел выполняются неравенства:

$$E_p > 0 ; \quad E_c > 0 ; \quad G = 0$$

Дополнительные условия: высокие температуры $T_{\text{пл}} \leq T \leq T_{\text{кип}}$;
состояние невесомости. В гравитационном поле необходимы прочные оболочки. Для
газообразных тел выполняются условия:

$$E_p < 0; \quad E_c > 0; \quad G = 0$$

Дополнительные условия: высокие температуры $T_{\text{кип}} \leq T \leq T_{\text{кр}}$,
замкнутые прочные оболочки.

Как известно, прочность металлов при температуре плавления впервые
вычислялась Поляни. Им была получена минимальная возможная прочность металлов
 σ_{\min} [2]. Для усилия разрыва получены такие значения: висмут $\sigma_p = 3,2 \text{ МПа}$
сурьма $\sigma_p = 3,2 \text{ МПа}$ и цинка $\sigma_p = 0,6 \text{ МПа}$.

Разработкой теплового способа оценки механических свойств металлических
жидкостей сделана попытка расширить имеющиеся сведения в этой области, дать
альтернативный способ определения этих свойств. Одновременно следует указать и на
трудности, встречающиеся на этом пути. В доступной справочной литературе
отсутствуют во многих случаях такие важные для металлов параметры, как плотность
металла при температуре кипения, теплоемкость при температуре кипения,
коэффициенты объемного расширения от температуры плавления до температуры
кипения, критические параметры металлов и другие. И самое главное, приводимые
параметры чаще всего соответствуют технически чистым металлам, но не чистым.

Анализ большого количества экспериментальных данных имеющихся в
научной и справочной литературе приводит к выводу, что механическая прочность
металлов зависит от

- типа металла;
- фазового состояния;
- температуры и давления среды;
- состояния поверхности образца (если металл находится в твердом состоянии);
- количества дефектов в единице объема;
- чистоты;
- химического состава среды;
- геометрического размера образца;
- времени нахождения под нагрузкой
- вида радиоактивности и периода.

К настоящему времени общей формулы для прочности от перечисленных параметров
нет.

В четвертой главе механические свойства металлов описываются подробно.

Это делается с целью:

1. Демонстрации возможностей теплового способа оценок;
2. Ввиду того, что многие механические свойства этих металлов в твердом состоянии уже известны и имеют экспериментальное подтверждение, есть возможность сравнивать результаты. Появляются основания при их сходстве для применения этого метода к другим металлам, у которых эти свойства менее изучены или не известны в полной мере.

В приложения вынесены те расчеты и оценки, которые в данной работе играют вспомогательную роль.

4.1. Одноименные физические параметры металлов для трех состояний

В таблице 4.1. приведены собранные по разным источникам значения плотности металлов в твердом, жидком, газообразном и критическом состояниях [4], [5], [6], [8]. Данные этой таблицы позволяют проследить за изменением плотности металла в широком интервале температур. Например, для лития этот интервал имеет границы от 50°K до 3200°K . Наибольшую плотность металлы имеют при низких температурах (в области $\sim 0^{\circ}\text{K}$) и наименьшую в критическом состоянии при критической температуре.

В таблице 4.2. приведены значения теплоемкости ртути в зависимости от температуры для трех состояний. На рис.4.1. эти же данные представлены графически.

В таблице 4.3. приведены значения сжимаемости металлов для твердого и жидкого состояний. В таблице 4.4 приведены значения скорости звука (продольные волны) для твердых и жидких металлов. Отметим, что самую высокую скорость звука наблюдают в твердом бериллии при температуре $t = -250^{\circ}\text{C}$. Для продольных волн $V_L = 12660 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а для поперечных $V_T = 8900 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Скорость звука в металлах при переходе от низкотемпературной фазы к высокотемпературным уменьшается. На рис 4.2. приведены качественные зависимости модуля Юнга металлов от температуры для двух видов деформаций.

Прочность – это сопротивление металла разрушению. Это общее определение прочности. Газ, например, можно сжать $\epsilon_v = 0,1$, этим мы изменим его объем, т.е. первоначальное состояние. Сопротивление изменению объема в данном случае и характеризуется прочностью. Из рис 4.2. видно, что при деформации сжатия прочностью можно охарактеризовать три состояния металла, а при деформации растяжения – только два (твердое и жидкое).

К сожалению, нет возможности привести пример табличных значений механических характеристик металла для трех состояний. А вот расчетные значения привести можно. В качестве рассматриваемого металла выберем ртуть, а в качестве рассматриваемого параметра – модуль Юнга металла при деформации сжатия. Кроме этого проследим за изменением произведения $E_c \cdot \chi = \text{Const}$ для трех состояний ртути.

Плотность металлов в твердом, жидкоком, газообразном и критических состояниях.

Таблица 4.1

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТ. НО- МЕР	ρ_0 $\frac{kg}{m^3}$	Тпл.		Ткип.		ρ_{kp} $\frac{kg}{m^3}$
				ρ_s $\frac{kg}{m^3}$	ρ_e $\frac{kg}{m^3}$	ρ_k $\frac{kg}{m^3}$	ρ_g $\frac{kg}{m^3}$	
1	Натрий	11	1010	952	928	738	0,158	198,2
2	Магний	12	1785	1625	1580	1540	0,213	552
3	Цинк	30	7285	6920	6810	6500	0,666	1785
4	Серебро	47	10600	9860	9275	9900	0,864	2639
5	Олово	50	7400	7184	6980	6150	0,075	2207
6	Ртуть	80	14430	14193	13690	12770	3,898	5000

При $P_{внешн} = \text{Const}$ плотность металлов с увеличением температуры падает.

Теплоемкость ртути в трех состояниях. Таблица 4.2

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТ. НО- МЕР	Твердое сост.		Жидкое сост.		Газообр. сост.	
			T $^{\circ}\text{К}$	C_p $\frac{Дж}{K^2 \cdot K}$	T $^{\circ}\text{К}$	C_p $\frac{Дж}{K^2 \cdot K}$	T $^{\circ}\text{К}$	C_p $\frac{Дж}{K^2 \cdot ^{\circ}\text{К}}$
1	Ртуть	80	80	165	240	140	373	103,8

Теплоемкость металлов с увеличением температуры уменьшается.

Спиносимметричность металлов в твердом и жидкоком состояниях

Таблица 4.3

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТ. НО- МЕР	Твердое сост.		Жидкое сост.	
			$\chi_t \cdot 10^{-12}$. Па^{-1}	$\chi_{ac} \cdot 10^{-12}$. Па^{-1}	χ_{ac}	χ_t
1	Магний	12	29,8		50,6	
2	Кальций	20	54,7		110,0	
3	Галлий	31	20,0		40,0	
4	Барий	56	106,0		179,0	
5	Лантан	57	40,6		42,4	
6	Ртуть	80	34,8		40,5	

Спиносимметричность металлов при переходе из твердого состояния в жидкое увеличивается.

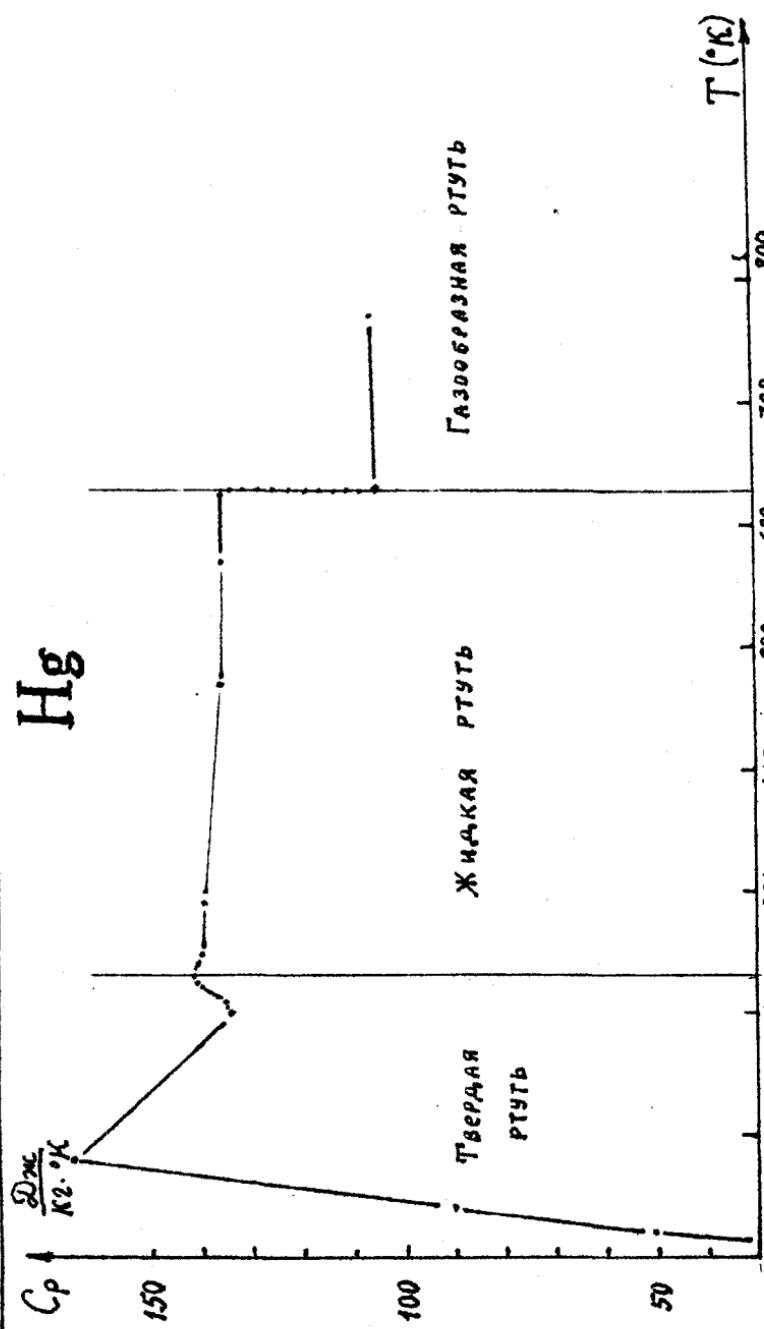


Рис. 4.2 Зависимость удельной теплоёмкости ртути C_p от температуры. [8]

Скорость звука в металлах

Таблица 4.4.

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМ. НО- МЕР	ТВЕРД. СОСТ.		ЖИДК. СОСТ.		ГАЗ	
			$V_T \frac{м}{с}$	$\rho_T \frac{кг}{м^3}$	$V_{ж} \frac{м}{с}$	$\rho_{ж} \frac{кг}{м^3}$	$V_g \frac{м}{с}$	$\rho_g \frac{кг}{м^3}$
1	Алюминий	13	6260	2740	4700	2368	1280	0,348
2	Медь	29	4700	8950	3460	8000	847	0,102
3	Серебро	47	3600	10580	2740	9320	608	0,534
4	Ртуть	80	(1620)	14380	1451	13690	224	3,85
5	Свинец	82	2160	11600	1805	10686	395	1,193

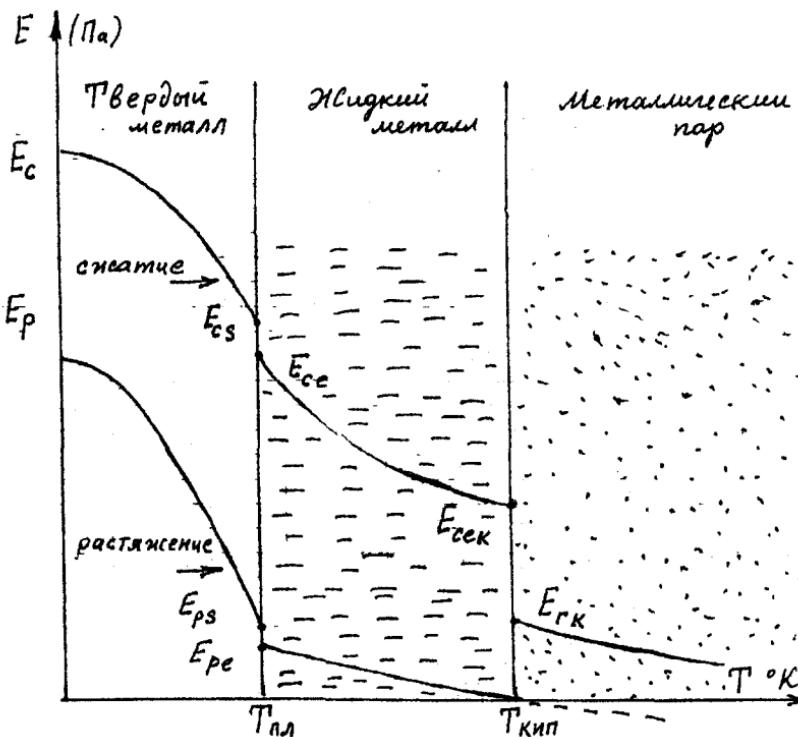


Рис. 4.2. Качественные зависимости модуля Юнга металлов от температуры для звуковых видов деформации.

1. Твердое состояние металла.

Способ 1. Для вычисления модуля Юнга воспользуемся известной формулой.

$$V_n = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad V_n^2 \cdot \rho = E; \quad V = 1620 \frac{m}{s}$$

$$\rho = 14310 \frac{kg}{m^3} \quad E_c = (1,62) \cdot 10^6 \cdot 14,31 \cdot 10^3 = 37,5 \cdot 10^9 Pa$$

Способ 2. Для вычисления модуля Юнга твердого металла применим тепловой способ

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta} = 14310 \cdot \frac{128}{98 \cdot 10^{-6}} = 18,69 \cdot 10^9 Pa$$

$$\chi = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{18,69} \cdot 10^{-9} = 53,5 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa}$$

$$E_c = 3(1 - 2K_a) \cdot K_{vc} = 3(1 - 0,4) \cdot 18,69 \cdot 10^9 = 33,6 \cdot 10^9 Pa$$

$$K_a = 0,2; \quad E_c \cdot \chi = 2$$

2. Жидкое состояние.

В п. 4.7.13 вычислена прочность жидкой ртути

$$G_p^{\infty} = 3,22 \cdot 10^4 Pa; \quad E_p = 1,3 \cdot 10^9 Pa \quad E_c = 2,08 \cdot 10^9 Pa$$

$$\chi_{300} = 97 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa}; \quad \chi_{300} \cdot E_c^{\infty} = 97,4 \cdot 10^{-12} \cdot 2,08 \cdot 10^9 = 0,203$$

3. Газообразное состояние.

Вычислим модуль Юнга паров ртути при температуре ее кипения. Из работы (б, стр.199) определяем давление паров ртути при атмосферном давлении ($P_0 = 760 \text{ мм.рт.ст.}$)

Найдем объем одного моля ртути.

$$P_0 V_1 = \frac{m}{M} R T_{кип} \quad m = M, \quad V_1 = \frac{R T_{кип}}{P_0} = \frac{8,31 \cdot 630}{1,013 \cdot 10^5} = 5,19 \cdot 10^{-2} m^3$$

$$S \cdot h_1 = V_1 = 5,19 \cdot 10^{-2}. \quad \text{Пусть } h_1 = 1 \text{ м}, \quad \text{то } S = 5,19 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$V = 0,9 V_1 = 4,667 \cdot 10^{-2} m^3; \quad S \cdot h = V = 4,667 \cdot 10^{-2} \quad h = 0,899 \text{ м}$$

$$\delta = \frac{1-0,9}{1} = 0,1$$

$$P = \frac{RT_{\text{кип}}}{V} = \frac{8,31 \cdot 630}{4,667 \cdot 10^2} = 1,122 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$E = \frac{P}{E} = \frac{1,122 \cdot 10^5}{0,1} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$E_{\text{ср.}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Сжимаемость паров ртути.

$$V = \frac{RT}{P}, \quad \frac{dV}{dP} = -\frac{RT}{P^2};$$

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T = \frac{1}{P}; \quad \chi_r = \frac{1}{1,12} \cdot 10^{-5} = 8,91 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$E_c \cdot \chi_r = 1,12 \cdot 10^6 \cdot 8,91 \cdot 10^{-6} = 9,98 = C_r$$

4.2. Механические свойства лития.

Литий – самый легкий металл серебристо-белого цвета. При температуре 640°C самовоспламеняется на воздухе. Металл токсичен. Он имеет самую высокую удельную теплоемкость – 3282 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{К}}$. Теплофизические свойства этого металла имеют экспериментальные данные до температуры кипения (5). Последний факт важен, т.к. у металлов с высокой температурой кипения эти данные чаще всего отсутствуют.

Известные механические свойства лития.

- На рис. 4.3. приведены температурные зависимости удельной теплоемкости и коэффициента объемного расширения.

- Сжимаемость лития в твердом состоянии

$$\chi_r = 91 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

- Модуль нормальной упругости $E = 13,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$ *
- Литий чистотой $99,3 \div 99,7\%$ при температуре -270°C имеет прочность $\sigma_b = (44 \div 50) \text{ МПа}$

- Экспериментальная прочность чистого лития при низких температурах (3).

$$\sigma_b = 25 \text{ МПа}$$

- Критическая плотность лития

$$\rho_{kp} = 120 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

* см. п. 4.2.3. и Приложение 1 к гл. 4.

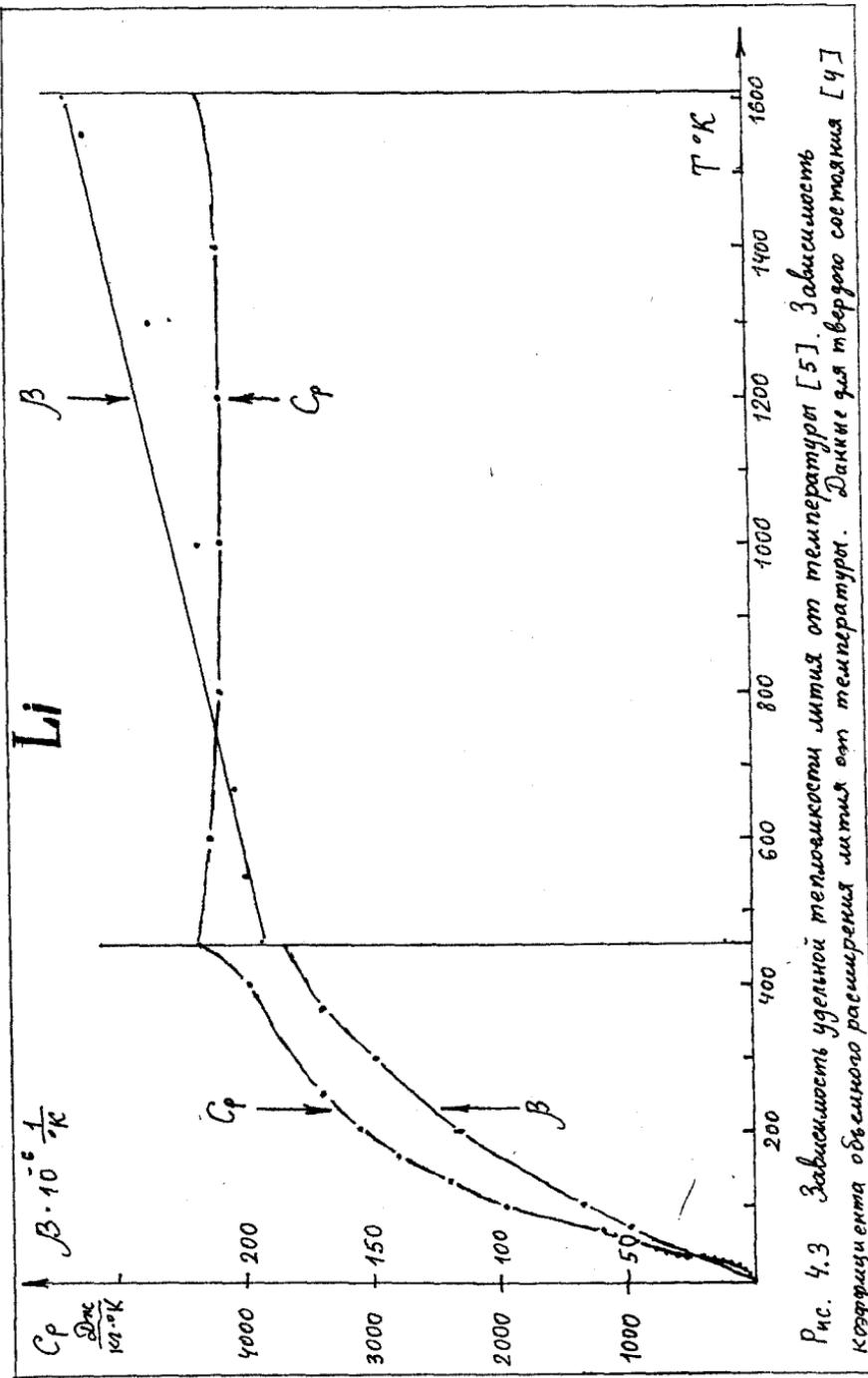


Рис. 4.3 Зависимость удельной теплоемкости и коэффициента объемного расширения металлов от температуры [5]. Зависимость коэффициента объемного расширения металлов от температуры. Данные из [4]

Расчетные механические параметры

Твердое состояние.

4.2.1. Вычислим модуль объемной упругости лития при температуре 300 °К

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 536,8 \cdot \frac{3585}{150 \cdot 10^{-6}} = 12,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$K_{vc} = 12,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.2.2. Сжимаемость лития при T=300 °К

$$\chi = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{12,8} \cdot 10^{-9} = 77,9 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

Отклонение от табличного значения $\chi_7 = 91 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$ составляет 14%.

4.2.3. Вычислим коэффициент Пуассона при T=300 °К по табличным значениям χ_7 и

$$K_{vc}, \quad K_{vc} = \frac{1}{\chi_7} = \frac{1}{91 \cdot 10^{-12}} = 10,99 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E = K_{vc} \cdot 3(1 - 2K_n)$$

Табличное значение $E = 5 \cdot 10^9 \text{ Па}$ считаем ошибочным.

По таблице Д.И. Менделеева для металлов первой группы модуль Юнга возрастает от франция к литию. В справочнике (8) под редакцией профессора М.Е.Др.ица для натрия при комнатной температуре $E = 5,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$. Следовательно, у лития

$E > 5 \cdot 10^9 \text{ Па}$. Расчет модуля Юнга лития по данным для металлов первой группы дает

$$E_4^T = 13,3 \cdot 10^9 \text{ Па}; \quad 1 - 2K_n = \frac{13,3 \cdot 10^9}{3 \cdot 10,99 \cdot 10^9} = 0,403$$

$$2K_n = 0,597; \quad K_n = 0,298$$

4.2.4. Используя полученные значения E и χ для лития в твердом состоянии вычислим их произведение

$$E_c \cdot \chi_{300} = C_r = 13,3 \cdot 10^9 \cdot 77,9 \cdot 10^{-12} = 1,035$$

4.2.5. Вычислим значение коэффициента K_E^T

$$K_E^T = \frac{\overline{\rho}_r}{\overline{\rho}_r + \rho_{kp}} = \frac{535,8}{535,8 - 120} = 1,29$$

Жидкое состояние.

4.2.6. Вычислим модуль объемной упругости лития при T=500 °К

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 513,6 \cdot \frac{4332,4}{186 \cdot 10^{-6}} = 12 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.2.7. Вычислим среднее значение плотности и коэффициента объемного расширения металла в жидкоком состоянии

$$\bar{\rho}_{\text{ж}} = \frac{\rho_e + \rho_{\text{кин}}}{2} = \frac{513,6 + 397}{2} = 455,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Графическое интегрирование дает $\bar{\beta}_{\text{ж}} = 223 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}}$

4.2.8. Вычислим значение коэффициента сжимаемости лития в жидкоком состоянии. ($T \sim 500 \text{ °K}$)

$$\chi_{500} = \frac{1}{K_{ve}} = \frac{1}{11,96} \cdot 10^{-9} = 83,6 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.2.9. Определяем значение коэффициента $K_E^{\text{ж}}$

$$K_E^{\text{ж}} = \frac{\bar{\rho}_{\text{ж}}}{\bar{\rho}_{\text{ж}} - \rho_p} = \frac{455,2}{455,2 - 120} = 1,358$$

4.2.10. Максимальная тепловая относительная объемная деформация жидкого металла

$$\epsilon_v^{\text{ж}} = \bar{\beta}_{\text{ж}} \cdot (T_{\text{кин}} - T_{\text{пп}}) = 223 \cdot 10^{-6} \cdot 1158 = 0,258$$

4.2.11. Максимальная тепловая относительная линейная деформация

$$\epsilon_e^{\text{ж}} = \frac{\epsilon_v^{\text{ж}}}{3} = \frac{0,258}{3} = 0,0861$$

4.2.12. Вычислим прочность на разрыв жидкого лития (см. приложение 1 к главе 4).

Границчная толщина слоя жидкости для перехода к макроскопическим параметрам $\ell = 102 \text{ а} = 102 \text{ д}_{\text{эфф}}$

$$d_{\text{эфф}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{6,941 \cdot 10^{-3}}{513,6 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,821 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Минимальная прочность при отрыве смачиваемой поверхности твердого тела от поверхности жидкого лития

$$\rho_0 = \sqrt{2G_s \rho_e g} = \sqrt{2 \cdot 0,4 \cdot 513,6 \cdot 9,807} = 63,5 \text{ Па}$$

Макроскопическая прочность лития на разрыв

$$P = \frac{2G_s}{102 d_{\text{эфф}}} = G_p = \frac{0,800}{102 \cdot 2,821} \cdot 10^{10} = 2,78 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$\frac{6,941}{3}$ Li

Таблица 4.6.

Физические параметры лития

1. Таблицные значения

$$\gamma_a = 1,57 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho_0 = 543 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{300} = 536,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_s = 522,9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_e = 513,4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{кин}} = 397 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{kp} = 120 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$T_{\text{кин}} = 1612^\circ\text{К}$$

Решетка: ОЦК

$$E = 5 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad (E = 13,3 \cdot 10^9 \text{ Па})$$

$$\chi_r = 91 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\sigma_b = 50 \text{ МПа}$$

$$d = (47,1 \div 56) \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}}$$

$$\sigma_s = 0,400 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$T_{\text{пл}} = 453,69^\circ\text{К}$$

$$T_{\text{kp}} = 3223^\circ\text{К}$$

2. Расчетные значения

Твердое состояние

$$\bar{\rho}_t = 535,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_t = 120 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^t = 1,289$$

$$\epsilon_v^t = 0,0545 \quad \epsilon_e^t = 0,0182 \quad K_{v_e}^t = 12,85 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 77,8 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1} \quad E = 13,3 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad \sigma_b = 24,2 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} \cdot E_c = 1,035$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{mc} = 455 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{mc} = 223 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^{mc} = 1,358$$

$$\epsilon_v^{mc} = 0,258 \quad \epsilon_e^{mc} = 0,0861 \quad K_{v_e}^{mc} = 12 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{500} = 83,6 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad E_c = 0,42 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad E_p = 0,32 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_c \cdot \chi_{500} = 0,0366 \quad E_p \cdot \chi_{500} = 0,027 \quad \sigma_p = 2,78 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

В таблице 4.5. приведена прочность на разрыв жидких металлов рассматриваемых в работе.

Таблица 4.5.

№ <i>n/n</i>	Параметр Металл	Атом номер	ℓ	d_{app} $\cdot 10^{-10} \text{ м}$	σ_s $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	ρ_e $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	P_o Па	σ_p^{∞} $\cdot 10^7$
1	Литий	3	102	2,821	0,400	513,4	63,5	2,78
2	Бериллий	4	102	1,650	1,145	1690	194,8	14,6
3	Алюминий	13	100	2,665	0,914	2368	206,0	6,85
4	Железо	26	102	2,362	1,780	7040	495,8	14,78
5	Вольфрам	74	102	2,637	2,30	16650	866,7	17,1
6	Ртуть	80	100	2,909	0,472	13529	354,0	3,24
7	Франций	87	(100)	5,5	0,038	2350	41,8	0,13

4.2.13. Модуль Юнга лития на разрыв

$$E_p^{\infty} = \frac{\sigma_p^{\infty}}{\epsilon_e} = \frac{2,78 \cdot 10^7}{0,0881} = 32,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.2.14. Вычислим произведение $E_p \cdot \chi = C_{ucp}$

$$\frac{E_p^{\infty}}{K_{vc}} = \frac{32,3 \cdot 10^7}{11,96 \cdot 10^9} = 0,027$$

4.2.15. Вычислим модуль Юнга лития на сжатие

$$\frac{E_c}{E_p} = K_E^{\infty}; \quad E_c^{\infty} = 32,3 \cdot 10^7 \cdot 1,358 = 43,8 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

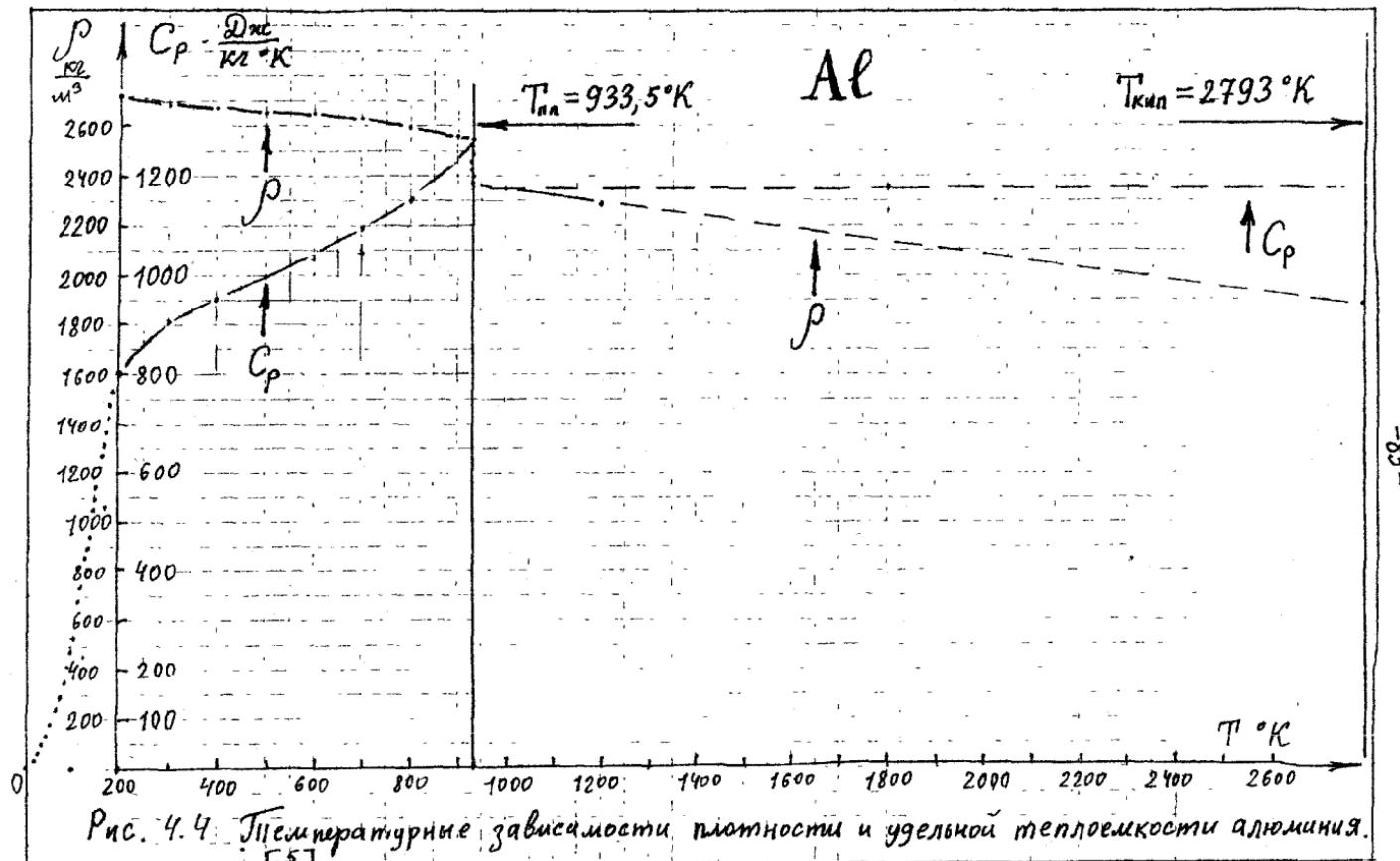
4.2.16. Вычислим произведение $E_c \cdot \chi = C_{uc.c}$

$$\frac{E_c}{K_{vc}} = \frac{43,8 \cdot 10^7}{11,96 \cdot 10^9} = 0,0366$$

4.3. Механические свойства алюминия

Алюминий по распространенности в природе занимает первое место среди металлов. Он легок, пластичен, имеет высокую электропроводность, стоек к коррозии. Обладает приятным серебристым цветом. Все эти свойства позволили этому металлу занять второе место по значению после железа.

Известные физические свойства алюминия приведены в таблице 4.7. и на рис. 4.4. и рис. 4.5.



Расчетные значения параметров

Твердое состояние.

4.3.1. Используя графики рис. 4.4. и рис. 4.5. вычислим среднее значение $\bar{\rho}_T$, \bar{C}_P и $\bar{\beta}_T$ для твердого состояния металла

$$\bar{\rho}_T = 2642 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \bar{C}_P = 870 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{К}}; \quad \bar{\beta}_T = 75 \cdot 10^{-6} \frac{1}{{}^\circ\text{К}}$$

4.3.2. Вычислим максимальную относительную объемную тепловую деформацию для твердого состояния металла

$$\frac{\Delta V}{V} = \bar{\epsilon}_v^T = \bar{\beta}_T \cdot \Delta T = 75 \cdot 10^{-6} \cdot 933,5 = 0,0700$$

4.3.3. Максимальная относительная линейная тепловая деформация

$$\bar{\epsilon}_e^T = \frac{\bar{\epsilon}_v^T}{3} = \frac{0,07}{3} = 0,023$$

4.3.4. Вычислим постоянный коэффициент K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}_T}{\bar{\rho}_T - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{2642}{2642 - 637} = 1,318$$

4.3.5. Модуль объемной упругости K_{vc} для $T = 300 {}^\circ\text{К}$

$$K_{vc} = \rho \frac{C_P}{\beta} = 2697 \cdot \frac{903,7}{68} \cdot 10^6 = 35,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.3.6. Изотермический коэффициент сжимаемости для $T=300 {}^\circ\text{К}$

$$\chi_{300} = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{35,84} \cdot 10^9 = 27,9 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.3.7. Вычислим произведение $E \cdot \chi = C_T$

а) Расчеты модуля Юнга для сверхчистого алюминия дали результат $E = 60,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$$E \cdot \chi = C_T = 60,5 \cdot 10^9 \cdot 27,9 \cdot 10^{-12} = 1,688$$

б) По данным справочника (5) получаем значение:

$$\frac{E}{K_{vc}} = \frac{71 \cdot 10^9}{74 \cdot 10^9} = 0,959$$

в) По данным первоисточника (9) $\frac{E}{K_{vc}} = \frac{77,7 \cdot 10^9}{88,1 \cdot 10^9} = 0,882$

4.3.8. вычислим прочность алюминия на деформацию сжатия. Полученное в п. 4.3.3.

$\varepsilon_e = 0,023$ справедливо для диапазона $0 \div 933^\circ K$. Нас интересует значение с $300^\circ K$ до $933,5^\circ K$. Поэтому:

$$\varepsilon_e = 0,023 \cdot \frac{933,5 - 300}{933,5} = 0,023 \cdot 0,678 = 0,0156$$

$$\sigma_{300} = 63 \cdot 10^9 \cdot 0,0156 = 983 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\sigma_{300} = 983 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

В таблице 4.7, приведено экспериментальное значение

$$\sigma_{300 \text{ эксп}} = 412 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

4.3.9. Вычислим прочность алюминия на деформацию растяжения

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_p} = \frac{E_c}{E_p} = K_E^T = 1,318 \quad \sigma_p = \frac{983 \cdot 10^6}{1,318} = 746 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\sigma_p = 746 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

По данным (8) отожженная алюминиевая проволока диаметром 5мм при $t = +20^\circ C$ имеет прочность на разрыв 760 МПа

4.3.10. Расчетное значение модуля Юнга алюминия для $T=300^\circ K$

$$E = K_{Vc} (1 - 2K_n) \cdot 3 \quad K_n = 0,11 \div 0,31$$

$$\bar{K}_n = 0,21; \quad E = 35,84 \cdot 10^9 \cdot 0,58 \cdot 3 = 62,4 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E = 62,4 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E = 62,4 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad \text{имеет очень чистый металл.}$$

$A\varrho$

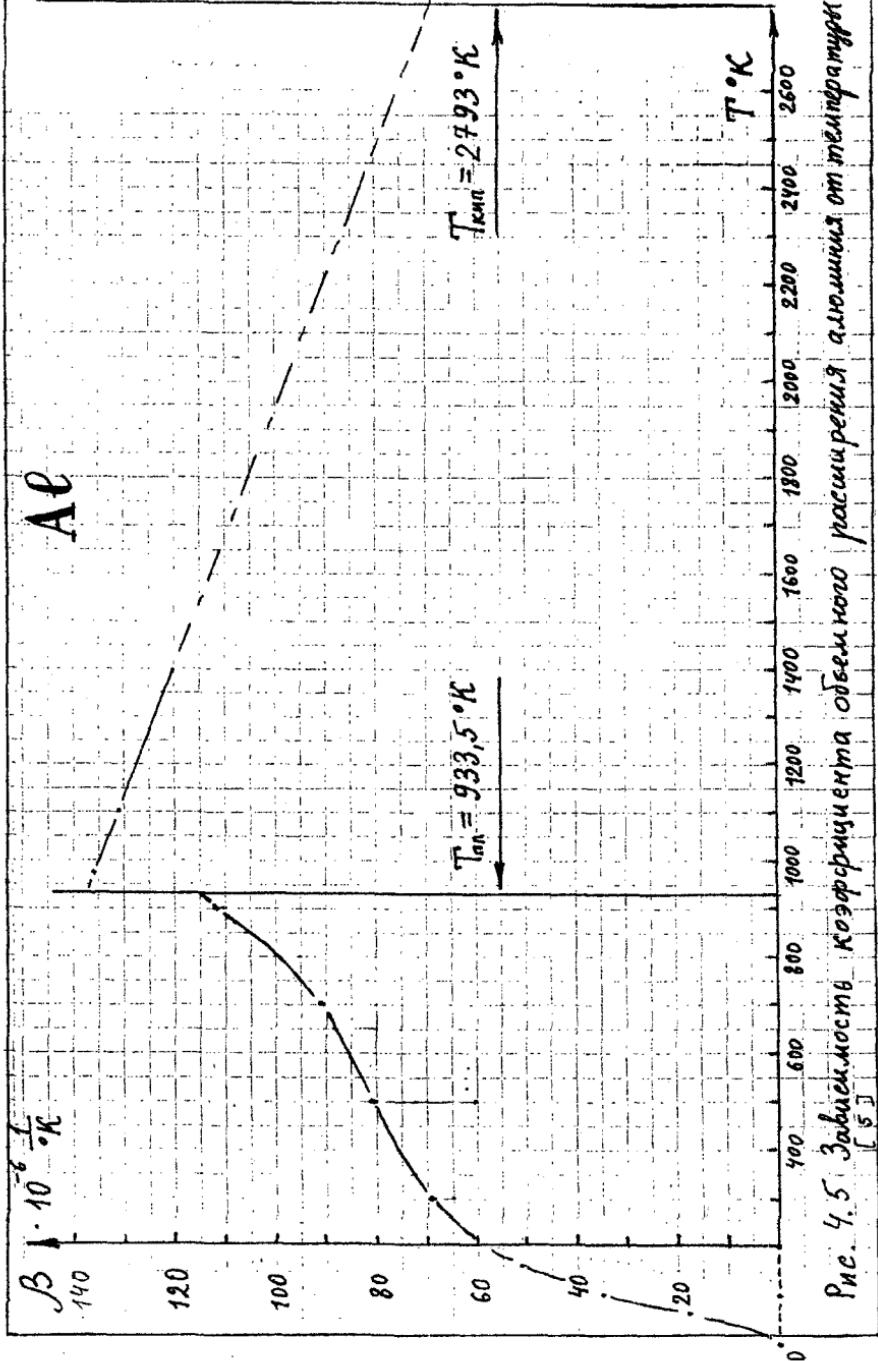


Рис. 4.5 Зависимость коэффициента объемного плазменного прокалывания от температуры

^{26,982}
13 A1

Таблица 4.7

Физические параметры алюминия

1. Таблицные значения

$$\tau_a = 1,43 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{Решетка ГЦК } \alpha = 4,05 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho_0 = 2730 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E = 63 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad (99,998)$$

$$\rho_s = 2697 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_p = 0,31$$

$$\rho_{300} = 2550 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\chi_{300} = 15,2 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\rho_e = 2368 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_c = 412 \text{ МПа}$$

$$\rho^* = 1887 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_p = 120 \text{ МПа}$$

$$\rho_{kp}^{*} = 637 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_b = 49 \text{ МПа} \quad (99,99)$$

$$T_{pp} = 933,5^\circ\text{K}$$

$$\sigma_s = 0,914 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$T_{kun} = 2793^\circ\text{K}$$

$$T_{kp} = 6940^\circ\text{K}$$

2. Расчетные значения

Гибкое состояние

$$\bar{\rho}_T = 2642 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_T = 75 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^T = 1,318$$

$$\epsilon_v = 0,070 \quad \epsilon_e = 0,023 \quad K_{rc} = 35,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 28 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \sigma_c = 983 \text{ МПа} \quad \sigma_p = 745 \text{ МПа}$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{mc} = 2127 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{mc} = 103 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^{mc} = 1,427$$

$$\epsilon_v = 0,191 \quad \epsilon_e = 0,0638 \quad K_{rc} = 20,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{mc} = 48,8 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \sigma_p = 6,84 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad E_p = 1,11 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_c = 1,59 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad E_p \cdot \chi = 0,054 \quad E_c \cdot \chi = 0,077$$

Жидкое состояние.

4.3.11. вычислим модуль объемной упругости алюминия при температуре 1000°K

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta} = 2350 \cdot \frac{1196,7}{135} \cdot 10^6 = 20,48 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.3.12. Коэффициент сжимаемости жидкого алюминия при температуре 1000°K

$$\chi_{1000} = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{20,48} \cdot 10^{-9} = 48,8 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.3.13. Используя данные рис. 4.4. и рис. 4.5. вычислим средние значения для жидкого состояния $\bar{\rho}_{vc}$, \bar{C}_p и $\bar{\beta}_{vc}$

$$\bar{C}_p = 1196,7 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot ^{\circ}\text{К}}; \quad \bar{\rho}_{vc} = \frac{2368 + 1887}{2} = 2127 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\bar{\beta}_{vc} = \frac{(69 + 137) \cdot 10^{-6}}{2} = 103 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{К}}$$

4.3.14. Максимальная объёмная относительная тепловая деформация жидкого алюминия:

$$\varepsilon_v^{vc} = \bar{\beta}_{vc} \cdot (T_{кап} - T_{нн}) = 103 \cdot 10^{-6} \cdot (2793 - 933,5) = 0,1915$$

$$\varepsilon_v^{vc} = 0,191$$

4.3.15. Максимальная линейная относительная тепловая деформация жидкого алюминия:

$$\varepsilon_e^{vc} = \frac{\varepsilon_v^{vc}}{3} = \frac{0,191}{3} = 0,0638$$

4.3.16. Используя приложение 1 к главе 4, вычислим прочность жидкого алюминия на деформацию растяжения. Для ГКЦ решётки $\ell = 100\text{а}$. Для жидкого состояния $d_{\text{згр}} = a$, где

$$d_{\text{згр}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{26,982 \cdot 10^{-3}}{2368 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,66 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$P = \frac{2G_s}{100 d_{\text{згр}}} = \frac{2 \cdot 0,914}{266,5} \cdot 10^{10} = 6,86 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\bar{\sigma}_p = 6,86 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

4.3.17. Вычислим модуль Юнга расплава алюминия при температуре 1000°К на деформацию растяжения.

$$\bar{\sigma}_p = E_p \cdot \epsilon_e^{**}; \quad E_p = \frac{\bar{\sigma}_p}{\epsilon_e^{**}} = \frac{6,86 \cdot 10^7}{0,0615} = 1,11 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\text{где } \epsilon_e = 0,0638 \cdot \frac{1793}{1860} = 0,0615,$$

4.3.18. Вычислим коэффициент K_E^{**}

$$K_E^{**} = \frac{\bar{\rho}_{**}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{2127}{2127 - 637} = 1,427$$

4.3.19. Вычислим модуль Юнга расплава алюминия на деформацию сжатия при температуре 1000°К

$$\frac{E_c}{E_p} = K_E^{**} = 1,427; \quad E_c = 1,11 \cdot 10^9 \cdot 1,427 = 1,59 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_c^{**} = 1,59 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.3.20. Вычислим произведение $E \cdot \chi = C_{**}$ для жидкого металла.

$$\frac{E_p}{K_{vc}} = \frac{1,11 \cdot 10^9}{20,5 \cdot 10^9} = 0,054; \quad \frac{E_c}{K_{vc}} = \frac{1,59 \cdot 10^9}{20,5 \cdot 10^9} = 0,077$$

4.4. Бериллий – прочнейший из лёгких металлов

Бериллий – лёгкий металл светло-серого цвета. Как и алюминий, в атмосферных условиях металл покрывается защитной оксидной плёнкой. Чистый металл используется в качестве замедлителя и отражателя тепловых нейтронов в ядерных реакторах. Летучие соединения опасны. Дефицитность и высокая стоимость бериллия сдерживают его широкое применение.

В таблице 4.8. и на рис. 4.6. и рис. 4.7. приведены известные физические параметры бериллия.

9,0122

${}^4\text{Be}$

Таблица 4.8

Физические параметры берилля.

1. Табличные значения

$$\gamma_a = 1,13 \cdot 10^{10} \text{ д}$$

$$\rho_0 = 1864 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{300} = 1848 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_s = 1705 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_e = 1690 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{кин}} = 1555 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{kp} = 458 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$T_{\text{пп}} = 1560^\circ\text{К}$$

$$T_{\text{кин}} = 2723^\circ\text{К}$$

Решетка ГПУ

$$E = 311 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$K_v = 309 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi = (7,8 \div 9,3) \cdot 10^{12} \text{ Па}^{-1}$$

$$\sigma_b = 554 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{см}} = 1,957 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$K_n = 0,024$$

$$\sigma_s = 1,145$$

$$T_{kp} = 6767^\circ\text{К}$$

2. Расчетные значения

Поверхное состояние

$$\bar{\rho}_T = 1800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_T = 43,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^T = 1,341$$

$$E_v = 0,0674 \quad E_e = 0,0225 \quad K_{ve} = 109,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 9,15 \cdot 10^{12} \text{ Па}^{-1} \quad \sigma_{\text{см}} = 5,63 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad \sigma_p = 4,22 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{\text{ж}} = 1622,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{\text{ж}} = 74,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^{\text{ж}} = 1,393$$

$$E_v = 0,0864 \quad E_e = 0,0288 \quad K_{ve} = 78,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{1600} = 12,68 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \sigma_p = 11 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad \sigma_c = 15,2 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$E_p = 3,8 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad E_c = 5,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi \cdot E_p = 0,048 \quad \chi \cdot E_c = 0,067$$

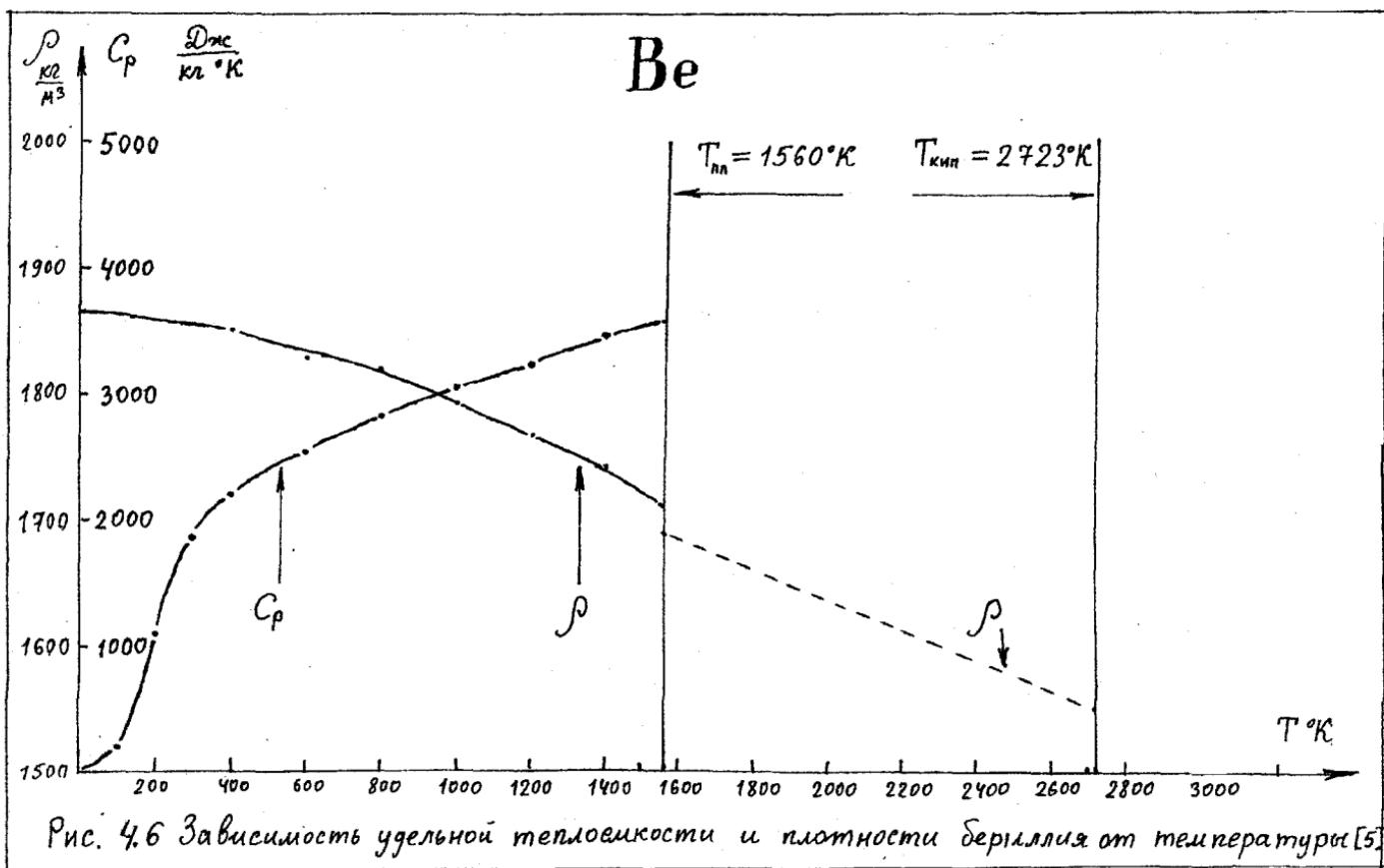


Рис. 4.6 Зависимость удельной теплоемкости и плотности бериллия от температуры [5]

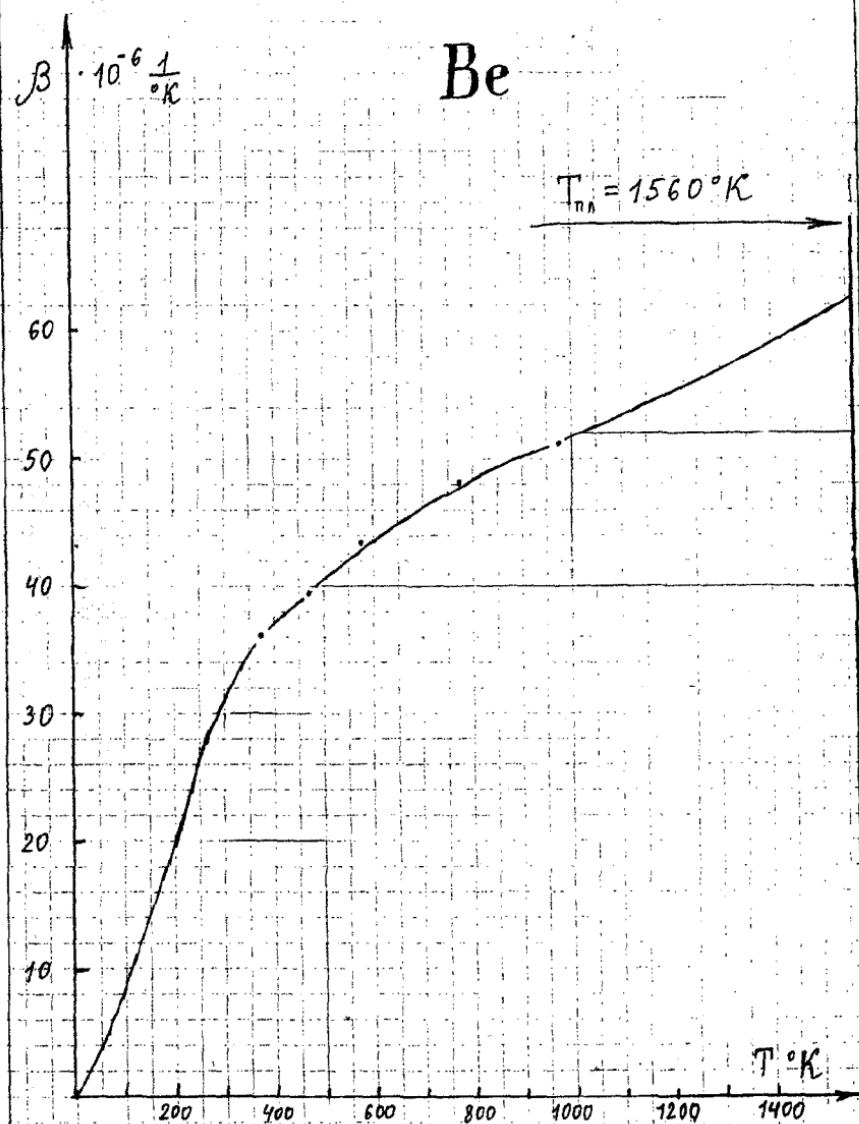


Рис. 4.7. Зависимость коэффициента объемного расширения бериллия от температуры. [8]

Расчётные значения параметров

Твёрдое состояние

4.4.1. Вычислим среднее значение \bar{C}_p , $\bar{\rho}$ и $\bar{\beta}$ для твёрдого состояния металла.

$$\bar{C}_p = 2440 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} ; \quad \bar{\rho} = 1800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} ; \quad \bar{\beta} = 43,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

4.4.2. Модуль объёмной упругости K_{ve} металла для температуры 300°К.

$$K_{ve} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta} = 1848 \cdot \frac{1833}{31} \cdot 10^6 = 109,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.4.3. Вычислим максимальную объёмную относительную тепловую деформацию для твёрдого состояния

$$\epsilon_v^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T = 43,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1560 = 0,0674$$

4.4.4. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_e^T = \frac{\epsilon_v^T}{3} = \frac{0,0674}{3} = 0,02246$$

4.4.5. Сжимаемость бериллия при температуре 300°К

$$\chi_{300} = \frac{1}{K_{ve}} = \frac{1}{109,3 \cdot 10^9} = 9,15 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.4.6. Вычислим прочность бериллия на деформацию сжатия. Так как есть относительная тепловая деформация на интервал температур 0÷1560°К, то для ϵ_e^T от 300°К получим:

$$\epsilon_e^T = \frac{1560 - 300}{1560} \cdot 0,2246 = 0,0181$$

$$\sigma_{300}^c = E_{\text{табл}} \cdot \epsilon_e = 311 \cdot 10^9 \cdot 0,0181 = 5,63 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

По данным таблицы 4.7. для монокристаллов бериллия $\sigma_{\text{мех}} \equiv 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$

4.4.7. Вычислим коэффициент K_E^T

$$K_F^T = \frac{\bar{\rho}_T}{\bar{\rho}_T - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{1800}{1800 - 458} = 1,341$$

4.4.8. Вычислим прочность бериллия на деформацию растяжения при температуре 300°К.

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\sigma_c}{\sigma_p} = 1,341; \quad \sigma_p = \frac{5,63 \cdot 10^9}{1,34} = 4,2 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Временное сопротивление разрыву по данным [8] составляет

$$\sigma_{p_{exch}} = (0,316 \div 0,573) \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

4.4.9. Вычислим среднее значение $\bar{\beta}_{nc}$ для жидкого состояния металла.

$$\bar{\beta}_{nc} = \frac{\rho_e - \rho_{kup}}{\rho_{kup}(T_{kup} - T_{pp})} = \frac{1690 - 1555}{1555(2723 - 1560)} = 74,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

4.4.10. Вычислим среднее значение плотности бериллия для всего интервала температур жидкого состояния.

$$\bar{\rho}_{nc} = \frac{\rho_e + \rho_{kup}}{2} = \frac{1690 + 1555}{2} = 1622,5 \frac{\text{kg}}{\mu^3}$$

4.4.11. Вычислим коэффициент K_E^{nc} для жидкого состояния

$$K_E^{nc} = \frac{\bar{\rho}_{nc}}{\bar{\rho}_{nc} - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{1622,5}{1622,5 - 458} = 1,393$$

4.4.12. Определяем максимальную объёмную относительную тепловую деформацию для жидкого состояния металла

$$\epsilon_v^{nc} = \bar{\beta}_{nc} (T_{kup} - T_{pp}) = 74,3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,163 \cdot 10^3 = 0,0864$$

4.4.13. Максимальная линейная относительная тепловая деформация жидкого металла

$$\epsilon_e^{nc} = \frac{\epsilon_v^{nc}}{3} = \frac{0,0864}{3} = 0,0288$$

$$\epsilon_e^{nc} = 0,0288$$

4.4.14. Определяем модуль объёмной упругости бериллия при температуре 1600°К.

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 1685 \cdot \frac{3329}{71,1} \cdot 10^6 = 78,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.4.15. Вычислим коэффициент сжимаемости жидкого бериллия

$$\chi_{1600} = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{78,89} \cdot 10^{-9} = 12,68 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.4.16. Используя приложение 1 к главе 4, вычислим прочность жидкого бериллия на деформацию растяжения. ГПУ решётку приближённо опишем данными для ГЦК решётки. Т. е. принимаем $\ell = 100a$, где $a = d_{app}$

$$d_{app} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho_a \cdot N_a}} = \sqrt[3]{\frac{9,012 \cdot 10^{-3}}{1622,5 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,097 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho = \frac{2G}{100d_{app}} = \frac{2 \cdot 1,145}{209,7} \cdot 10^{10} = 10,92 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\sigma_p^{\infty} = 10,92 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

4.4.17. Вычислим прочность жидкого бериллия на деформацию сжатия.

$$K_E^{\infty} = \frac{\sigma_c}{\sigma_p^{\infty}} = 1,393 ; \quad \sigma_c = 1,393 \cdot 10,92 \cdot 10^7 = 15,21 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\sigma_c = 15,21 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

4.4.18. Определим модуль Юнга расплава бериллия при температуре 1600°К на деформацию растяжения

$$\sigma_p = E_p \cdot \epsilon_e^{\infty} ; \quad E_p = \frac{\sigma_p^{\infty}}{\epsilon_p^{\infty}} = \frac{10,92 \cdot 10^7}{0,0288} = 3,79 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.4.19. Вычислим модуль Юнга расплава бериллия при T=1600°К на деформацию сжатия.

$$E_c^{\infty} = E_p^{\infty} \cdot K_E^{\infty} = 3,79 \cdot 10^9 \cdot 1,393 = 5,28 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.4.20. Вычислим произведение $E \cdot \chi = C_{ac}$

$$\chi \cdot E_c = 12,68 \cdot 10^{-12} \cdot 5,28 \cdot 10^9 = 0,067$$

$$\chi \cdot E_p = 12,68 \cdot 10^{-12} \cdot 3,79 \cdot 10^9 = 0,048$$

4.5. Железо – металл неба.

По распространённости на Земле железо занимает второе место среди металлов (после алюминия), а по применяемости – первое. Сначала люди познакомились с метеоритным железом. Механические свойства твёрдого железа определены давно. Чистое железо – блестящий светло-серый металл, проявляет уникальные магнитные свойства. Железо играет особую роль в эволюции звёзд. Ядра атомов железа – это наиболее устойчивая ядерная система.

В таблице 4.9. и на рис. 4.8. приведены известные физические параметры железа.

Расчётные значения параметров

Твёрдое состояние

4.5.1. Вычислим среднее значение $\bar{\beta}_T$ и $\bar{\rho}_T$ для твёрдого состояния.

$$\bar{\beta}_T = 45,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} ; \quad \bar{\rho}_T = 7640 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4.5.2. Вычислим модуль объёмной упругости металла при температуре 300°K .

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 7870 \cdot \frac{447}{33 \cdot 10^{-6}} = 106,6 \cdot 10^9 \frac{\text{Pa}}{\text{K}}$$

4.5.3. Изотермический коэффициент сжимаемости железа при $T=300^\circ\text{K}$

$$\chi_{300} = \frac{1}{106,6} \cdot 10^{-9} = 9,38 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$^{55,847}_{26}$ Fe

Таблица 4.9.

Физические параметры железа

1. Табличные значения

$$\gamma_a = 1,26 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Решетка α -Fe ОЦК

$$\rho_0 = 7960 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$a = 2,866 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho = 7870 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E = 211 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\rho_{300} = 7300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_v = 173,1 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad 4,2^\circ\text{К}$$

$$\rho_s = 7020 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_n = 0,27 \quad 4,2^\circ\text{К}$$

$$\rho_{\text{кин}}^* = 5796 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_b = 291,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\rho_{kp} = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_s = 1,81 \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$T_{nn} = 1811^\circ\text{К}$$

$$\chi_r = 5,78 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad 4,2^\circ\text{К}$$

$$T_{\text{кин}} = 3023^\circ\text{К}$$

$$v_n = 5170 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$T_{kp}^* = 6300^\circ\text{К}$$

2. Расчетные значения

Гибкое состояние

$$\bar{\rho}_r = 7640 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_r = 45,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^r = 1,355$$

$$E_v^r = 0,0818 \quad E_e^r = 0,0273 \quad K_{ve}^r = 106,6 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 9,38 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \bar{\sigma}_p = 4,81 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad \bar{\sigma}_c = 6,52 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{\text{тадп}} \cdot E_{\text{тадп}} = 1,22$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{nc} = 6408 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{nc} = 173,8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^{nc} = 1,454$$

$$E_v^{nc} = 0,211 \quad E_e^{nc} = 0,0704 \quad \bar{\sigma}_p = 14,78 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_p = 2,07 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad E_c = 3,08 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad K_{vc} = 56,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi = 17,6 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \chi \cdot E_c = 0,053 \quad \chi \cdot E_p = 0,036$$

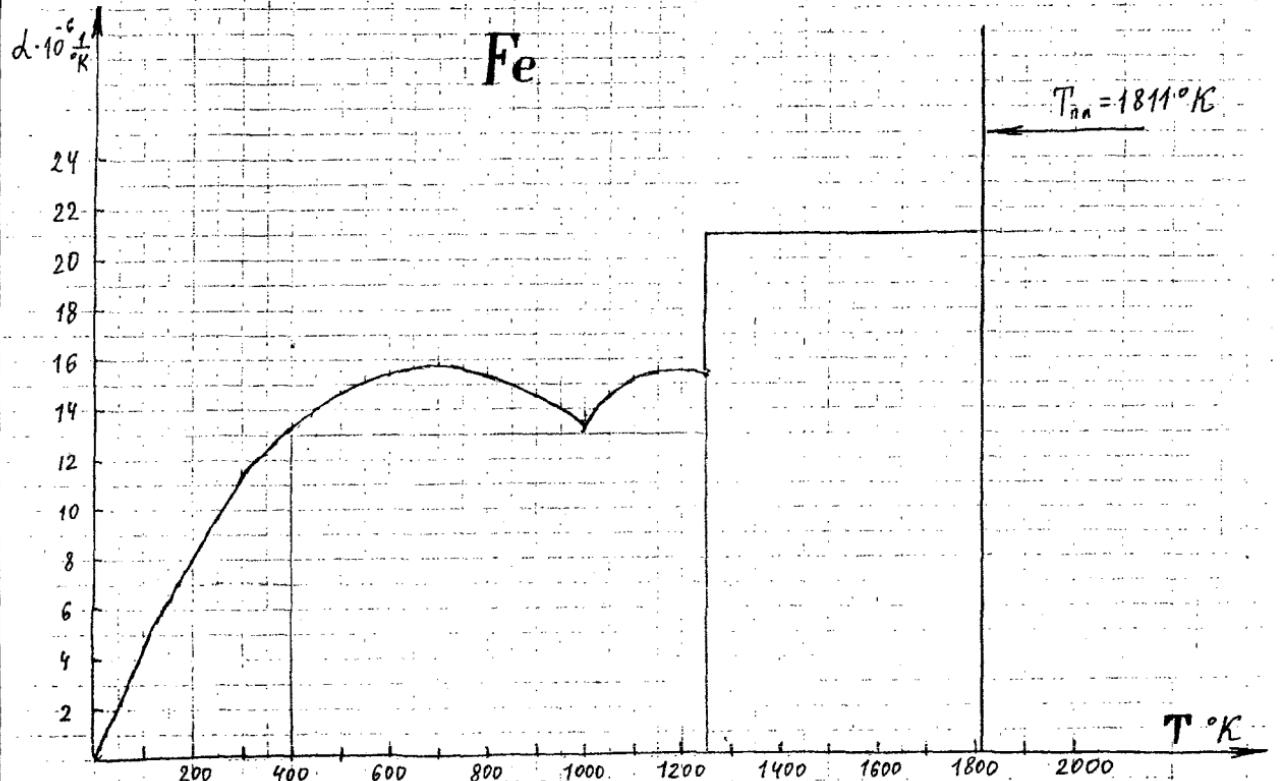


Рис. 4.8. Зависимость коэффициента линейного расширения d -песца от температуры. [5]

Табличное значение $\chi_{\text{табл}} = 5,8 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{Па}}$ при температуре 4,2°К.

4.5.4. Вычисляем максимальную объёмную относительную тепловую деформацию для твёрдого состояния.

$$\varepsilon_v^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T = 45,3 \cdot 10^{-6} \cdot 1811 = 0,082$$

4.5.5. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\varepsilon_e^T = \frac{\varepsilon_v^T}{3} = \frac{0,082}{3} = 0,0273$$

4.5.6. Вычисляем коэффициент K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}_T}{\bar{\rho}_T - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{7640}{7640 - 2000} = 1,355$$

4.5.7. Вычисляем прочность железа на деформацию растяжения

$$\sigma_e = 0,0273 \cdot \frac{1811 - 300}{1811} = 0,0228$$

$$\sigma_p = E \cdot \varepsilon_e = 211 \cdot 10^9 \cdot 0,0228 = 4,81 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.5.8. Вычисляем предельную прочность железа на деформацию сжатия.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_p} = 1,355; \quad \sigma_c = 4,81 \cdot 10^9 \cdot 1,355 = 6,52 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

4.5.9. Вычислим средние значения $\bar{\rho}_{mc}$ и $\bar{\beta}_{mc}$ для жидкого состояния металла.

$$\bar{\rho}_{mc} = \frac{\rho_e + \rho_{жкип}}{2} = \frac{7020 + 5796}{2} = 6408 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\bar{\beta}_{mc} = \frac{\beta_e - \beta_{жкип}}{\rho_{жкип} \cdot (T_{жкип} - T_{пп})} = \frac{9020 - 5796}{5796(3026 - 1811)} = 173,8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

4.5.10. Вычисляем коэффициент K_E^{mc}

$$K_E^{mc} = \frac{\bar{\rho}_{mc}}{\bar{\rho}_{mc} - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{6408}{6408 - 2000} = 1,454$$

4.5.11. Вычислим модуль объёмной упругости жидкого металла при температуре 1900°К.

$$K_{vc}^{\infty} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 7020 \frac{825}{102} \cdot 10^6 = 56,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.5.12. Сжимаемость железа при температуре 1900°К.

$$\chi_{1900} = \frac{1}{K_{vc}^{\infty}} = \frac{1}{56,8 \cdot 10^9} = 17,6 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\chi_{1900}^{Fe} = 17,6 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.5.13. Определим максимальную объёмную относительную тепловую деформацию для жидкого металла

$$\epsilon_v^{\infty} = \bar{\beta} \cdot (T_{кин} - T_{пп}) = 173,8 \cdot 10^{-6} \cdot 1215 = 0,211$$

4.5.14. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_e^{\infty} = \frac{\epsilon_v^{\infty}}{3} = \frac{0,211}{3} = 0,0704$$

4.5.15. Используя приложение 1 к главе 4, вычислим прочность жидкого железа на деформацию растяжения. Для ОЦК решётки $\ell = 102a$. Для жидкого состояния $a = d_{зрр}$, где

$$d_{зрр} = \sqrt[3]{\frac{M}{P \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{55,847 \cdot 10^{-3}}{6408 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,437 \cdot 10^{-10}$$

$$P = \frac{2G_s}{102d_{зрр}} = G_p^{\infty} = \frac{2 \cdot 1,814}{102 \cdot 2,437} \cdot 10^{10} = 14,59 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.5.16. Вычислим модуль Юнга расплава железа на деформацию растяжения.

$$E_p^{\infty} = \frac{G_p^{\infty}}{\epsilon_e^{\infty}} = \frac{14,59 \cdot 10^9}{0,0704} = 2,07 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.5.17. Модуль Юнга жидкого железа на деформацию сжатия

$$E_c'' = E_p'' \cdot K_E'' = 2,07 \cdot 10^9 \cdot 1,454 = 3,0 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.5.18. Вычислим произведение $\chi \cdot E = C_{sc}$

$$\chi \cdot E_c = 19,6 \cdot 10^{12} \cdot 3,01 \cdot 10^9 = 0,053$$

$$\chi \cdot E_p = 19,6 \cdot 10^{12} \cdot 2,07 \cdot 10^9 = 0,036$$

4.6. Вольфрам – самый тугоплавкий металл.

Вольфрам – тяжелый светло-серый металл. Он малораспространён, имеет самую высокую температуру плавления среди чистых металлов. Основное применение находит при изготовлении легированных инструментальных сталей. Его сплавы характеризуются повышенной жаропрочностью, что находит применение в авиационной технике. Чистый металл применяют для изготовления нитей накаливания в различных вакуумных приборах.

Принятые табличные значения физических параметров вольфрама приведены в таблице 4.10. и на рис. 4.9.

Расчётные значения параметров

Твёрдое состояние

4.6.1. Вычислим средние значения $\bar{\beta}_\tau$ и $\bar{\rho}_\tau$

$$\bar{\beta}_\tau = 19,58 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{K}} ; \quad \bar{\rho}_\tau = 18690 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4.6.2. Вычисляем модуль объёмной упругости для металла при $T=300^\circ\text{K}$.

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 19280 \cdot \frac{132,2}{13} \cdot 10^6 = 196,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.6.3. Сжимаемость металла при $T=300^\circ\text{K}$

$$\chi_{300} = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{196,1 \cdot 10^9} = 5,1 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

183,85
74 W

Таблица 4.10

Физические параметры вольфрама

1. Таблицные значения

$$\gamma_a = 1,368 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Решетка d-W ОЦК

$$\rho_0 = 19320 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$a = 3,16 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho = 19280 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E_{300} = 398,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\rho_{300} = 17500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_v = 312,9 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad 77^\circ\text{К}$$

$$\rho_s = 16650 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E = 416,5 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad 77^\circ\text{К}$$

$$\rho^* = 14907 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_n = 0,278$$

$$\rho_{\text{кин}} = 5268 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\chi = 3,2 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad 77^\circ\text{К}$$

$$\rho_{kp} = 3676 \text{ } ^\circ\text{К}$$

$$\sigma_{B \text{ при } kp} = 1,75 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$T_{\text{кин}} = 5953 \text{ } ^\circ\text{К}$$

$$\sigma_{300} = 1,47 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$T_{kp} = 14793 \text{ } ^\circ\text{К}$$

$$\sigma_s = 2,3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

2. Расчетные значения

Твердое состояние металла

$$\bar{\rho} = 18690 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta} = 19,58 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^T = 1,392$$

$$\epsilon_v = 0,072$$

$$\epsilon_e = 0,024$$

$$K_{vc} = 196,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 5,1 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\sigma_p = 9,57 \cdot 10^9$$

$$\sigma_c = 13,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E \cdot \chi = 1,276$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{xc} = 15778 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{xc} = 51,35 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^{xc} = 1,50$$

$$\epsilon_v = 0,117$$

$$\epsilon_e = 0,039$$

$$K_{vc} = 112 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{3950} = 8,92 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\sigma_p = 17 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$E_p = 4,31 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_c = 6,46 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi \cdot E_c = 0,058$$

$$\chi \cdot E_p = 0,038$$

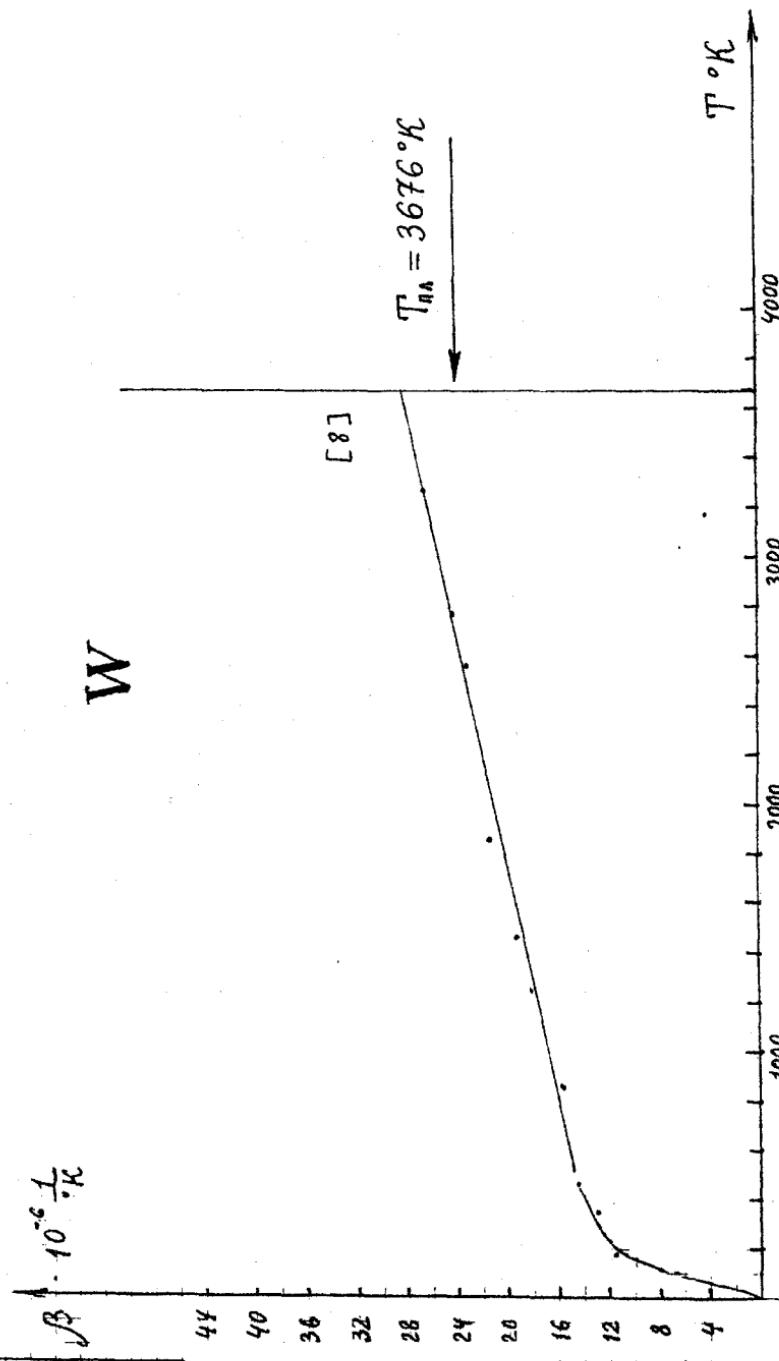


Рис. 4.9. Зависимость изофермионного объемного расширения вольфрама от температуры.

4.6.4. Вычисляем максимальную объёмную относительную тепловую деформацию металла в твёрдом состоянии.

$$\mathcal{E}_v^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T = 19,58 \cdot 10^6 \cdot 3676 = 0,072$$

4.6.5. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\mathcal{E}_e^T = \frac{\mathcal{E}_v^T}{3} = \frac{0,072}{3} = 0,024$$

4.6.6. Максимальная прочность вольфрама на растяжение

$$\sigma_p = E \cdot \mathcal{E}_e^T = 398,8 \cdot 10^9 \cdot 0,024 = 9,57 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.6.7. Вычисляем значение коэффициента K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{18690}{18690 - 5268} = 1,392$$

4.6.8. Максимальная прочность вольфрама на деформацию сжатия

$$\sigma_c = \sigma_p \cdot K_E^T = 9,57 \cdot 10^9 \cdot 1,392 = 13,32 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние металла

4.6.9. Вычислим средние значения $\bar{\beta}_{mc}$ и $\bar{\rho}_{mc}$

$$\bar{\beta}_{mc} = \frac{16650 - 14907}{14907 \cdot (5953 - 3676)} = 51,35 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

$$\bar{\rho}_{mc} = \frac{\rho_e + \rho_{kun}}{2} = \frac{16650 + 14907}{2} = 15478 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

4.6.10. Модуль объёмной упругости вольфрама при температуре $\sim 3750^0\text{К}$.

$$K_{ve}^{mc} = 16610 \cdot \frac{244,8}{36,25} \cdot 10^6 = 112,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.6.11. Сжимаемость металла при температуре 3750⁰К

$$\chi_{3750} = \frac{1}{K_e^{\infty}} = \frac{1}{112,1 \cdot 10^9} = 8,92 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.6.12. Вычислим значение коэффициента K_e^{∞}

$$K_e^{\infty} = \frac{\bar{\rho}_{\infty}}{\bar{\rho}_{\infty} - \rho_{kp}} = \frac{15778,5}{15778,5 - 5268} = 1,50$$

4.6.13. Определяем максимальную объёмную относительную тепловую деформацию жидкого вольфрама

$$\epsilon_v^{\infty} = \bar{\beta} \cdot (T_{кин} - T_{нн}) = 51,35 \cdot 10^6 \cdot (5953 - 3676) = 0,117$$

$$\epsilon_v^{\infty} = 0,117$$

4.6.14. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_e^{\infty} = \frac{\epsilon_v^{\infty}}{3} = \frac{0,1169}{3} = 0,039$$

4.6.15. Используя приложение 1 к главе 4, вычислим прочность жидкого вольфрама на деформацию растяжения. Для ОЦК решётки $\ell = 102 \text{ а}$. Для жидкого состояния $a = d_{зрр}$, где

$$d_{зрр} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{183,85 \cdot 10^{-3}}{15778,5 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,685 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$P = \frac{2G_s}{102 d_{зрр}} = \sigma_p = \frac{4,6 \cdot 10^{10}}{102 \cdot 2,685} = 16,796 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\sigma_p^w = 16,796 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

4.6.16. Вычислим модуль Юнга жидкого металла при температуре 3750⁰К на деформацию растяжения

$$E_p^{\infty} = \frac{\sigma_p^{\infty}}{\epsilon_e^{\infty}} = \frac{16,796 \cdot 10^7}{0,039} = 4,31 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.6.17. Модуль Юнга жидкого вольфрама на деформацию сжатия

$$E_c^{\infty} = E_p^{\infty} \cdot K_E^{\infty} = 4,307 \cdot 10^9 \cdot 1,501 = 6,46 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.6.18. Вычислим произведение $\chi_{\infty} \cdot E = C_{\infty}$

$$\chi_{\infty} \cdot E_c = 8,92 \cdot 10^{-12} \cdot 6,46 \cdot 10^9 = 0,058$$

$$\chi_{\infty} \cdot E_p = 8,92 \cdot 10^{-12} \cdot 4,307 \cdot 10^9 = 0,038$$

4.7. Ртуть – самый легкоплавкий металл.

Температура плавления металла $234,26^0\text{K}$. В нормальных условиях – это серебристая жидкость. Самая тяжёлая. Она не реагирует с кислотами, устойчива к воздействию воды и воздуха. Ртуть является основой многих электротехнических изделий, а также термометров и барометров. Поры металла токсичны.

Принятые значения физических параметров ртути приведены в таблице 4.11., на рис. 4.10 и рис. 4.11.

Расчётные значения параметров

Твёрдое состояние металла

4.7.1. Вычисляем средние значения $\bar{\beta}_T$ и $\bar{\rho}_T$

$$\bar{\beta}_T = 96,0 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{К}} ; \quad \bar{\rho}_T = 14325 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

4.7.2. Модуль объёмной упругости металла при температуре 50^0K .

$$K_{vc} = \rho \frac{C_P}{\beta} = 14400 \cdot \frac{100}{45} \cdot 10^6 = 32 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.7.3. Изотермический коэффициент сжимаемости металла при температуре 50^0K

$$\chi_{so} = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1}{32 \cdot 10^9} = 31,2 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

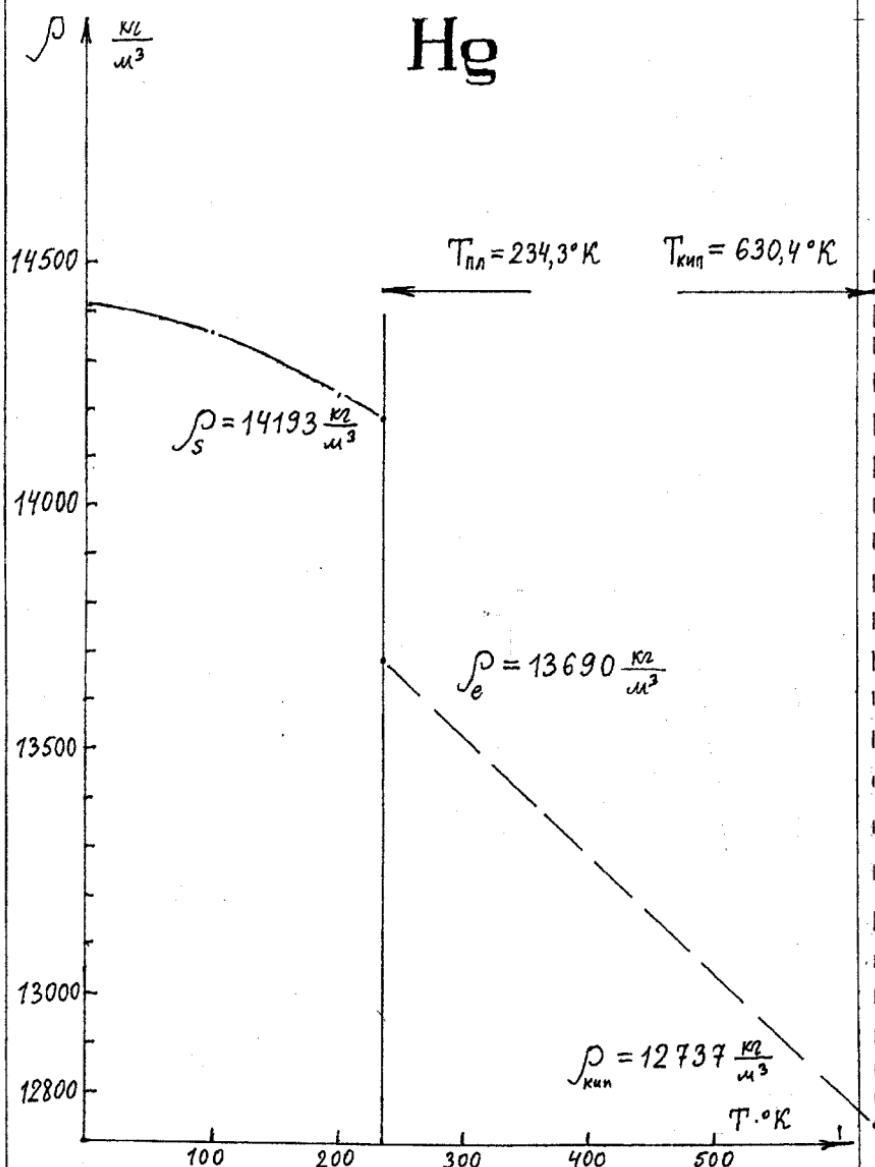


Рис. 4.10 Зависимость плотности ртути от температуры. Данные для тв. сост. [5], для жидкого - [4].

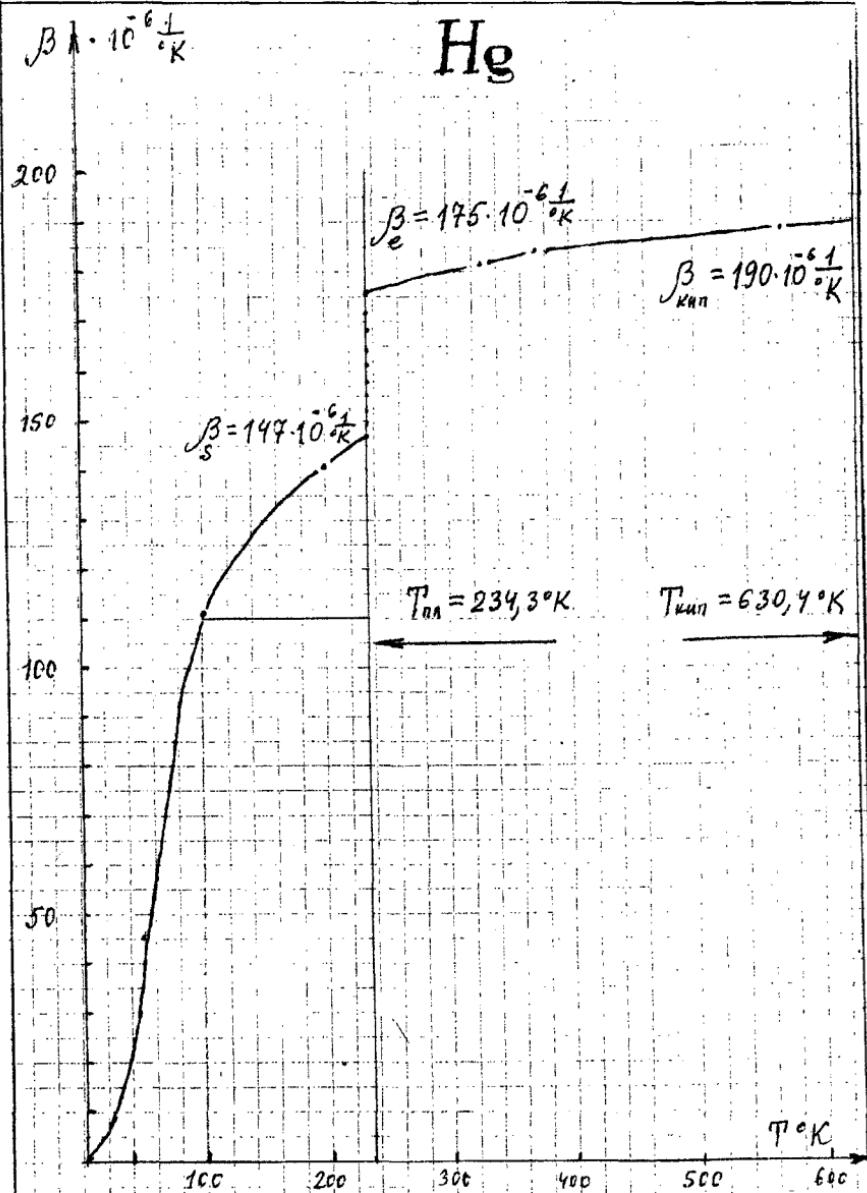


Рис. 4.11 Зависимость коэффициента объемного расширения ртути от температуры

Данные по пеподъекту сост.

[4]

200,59

80

Hg

Таблица 4.11

Физические параметры ртути

1. Таблицные значения

$$\tau_a = 1,57 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{Ромбоздр. } a = 3,00 \cdot 10^{-10} \text{ м; } \alpha = 70,5^\circ$$

$$\rho = 14410 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E' = 37,9 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad 83^\circ\text{K}$$

$$\rho_{300} = 13529 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_v^T = 33,5 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad 83^\circ\text{K}$$

$$\rho_s = 14193 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\chi_{83} = 29,85 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

$$\rho_e = 13690 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$K_n = 0,311 \quad 83^\circ\text{K}$$

$$\rho_{\text{кин}} = 12737 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\beta = 182 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad 323^\circ\text{K}$$

$$\rho_{kp} = 5000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\sigma_s = 0,472 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$T_{nn} = 234,26^\circ\text{K}$$

$$T_{\text{кин}} = 630,4^\circ\text{K}$$

$$T_{kp} = 1763^\circ\text{K}$$

2. Расчетные значения

Плавкое состояние

$$\bar{\rho} = 14325 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta} = 96 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^T = 1,536$$

$$\epsilon_v = 0,0225 \quad \epsilon_e = 0,0075 \quad K_{vc} = 32 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi = 31,2 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \sigma_p = 28,4 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad \sigma_c = 43,6 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

$$\bar{\rho}_{nc} = 13213 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta}_{nc} = 189 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}} \quad K_E^{nc} = 1,609$$

$$\epsilon_v = 0,0748 \quad \epsilon_e = 0,0249 \quad K_{vc} = 10,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$\chi_{300} = 97 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad \sigma_p = 3,22 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad E_p = 1,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_e = 2,08 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.7.4. Вычислим постоянный коэффициент K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{14325}{14325 - 5000} = 1,536$$

4.7.5. Вычислим максимальную объёмную относительную деформацию для твёрдого состояния металла

$$\epsilon_v^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T; \quad \epsilon_v^T = 96,0 \cdot 10^{-6} \cdot 234,26 = 0,0225$$

4.7.6. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_e^T = \frac{\epsilon_v^T}{3} = \frac{0,0225}{3} = 0,0075$$

4.7.7. Вычислим прочность твёрдой ртути.

$$\sigma_p = \epsilon_e^T \cdot E = 0,0075 \cdot 37,9 \cdot 10^9 = 28,4 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$\sigma_c = \sigma_p \cdot K_E^T = 28,4 \cdot 10^7 \cdot 1,536 = 43,6 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

4.7.8. Вычислим средние значения

$$\bar{\beta}_m = \frac{\rho_e - \rho_{kun}}{\rho_{kun} \cdot (T_{kun} - T_{nn})} = \frac{13690 - 12737}{12737(630,4 - 234,3)} = 188,9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

$$\bar{\rho}_m = \frac{\rho_e + \rho_{kun}}{2} = \frac{13690 + 12737}{2} = 13213,5 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

4.7.9. Вычислим максимальную объёмную относительную тепловую деформацию для жидкого металла

$$\epsilon_v^m = \bar{\beta}_m (T_{kun} - T_{nn}) = 188,9 \cdot 10^{-6} \cdot 396,1 = 0,0748$$

4.7.10. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_e^m = \frac{\epsilon_v^m}{3} = \frac{0,0748}{3} = 0,0249$$

4.7.11. Модуль объёмной упругости металла при температуре 300⁰К.

$$K_{vc}^{xc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 13529 \cdot \frac{138,9}{183 \cdot 10^{-6}} = 10,27 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.7.12. Сжимаемость металла при температуре 300⁰К

$$\chi_{300} = \frac{1}{K_{vc}^{xc}} = \frac{1}{10,27} \cdot 10^{-9} = 97,4 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$$

4.7.13. Используя приложение 1 к главе 4, вычислим прочность жидкой ртути на деформацию растяжения. Ртуть в твёрдом состоянии имеет ромбоэдрическую структуру. Приближённо опишем её ПК решёткой с $\ell = 100 \text{ \AA}$. Для жидкого состояния $a = d_{app}$, где

$$d_{app} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{200,59 \cdot 10^{-3}}{13213,5 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 2,932 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\sigma = \frac{2G_s}{100 d_{app}} = \frac{2 \cdot 0,472}{293,2 \cdot 10^{-10}} = 3,22 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$G_p = 3,22 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

4.7.14. Вычисляем модуль Юнга жидкой ртути на деформацию растяжения

$$E_p^{xc} = \frac{G_p}{\epsilon_e^{xc}} = \frac{3,22 \cdot 10^7}{0,0249} = 1,293 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.7.15. Вычислим коэффициент

$$K_E^{xc} = \frac{\bar{\rho}_m}{\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{13213}{13213 - 5000} = 1,609$$

4.7.16. Модуль Юнга жидкой ртути на сжатие

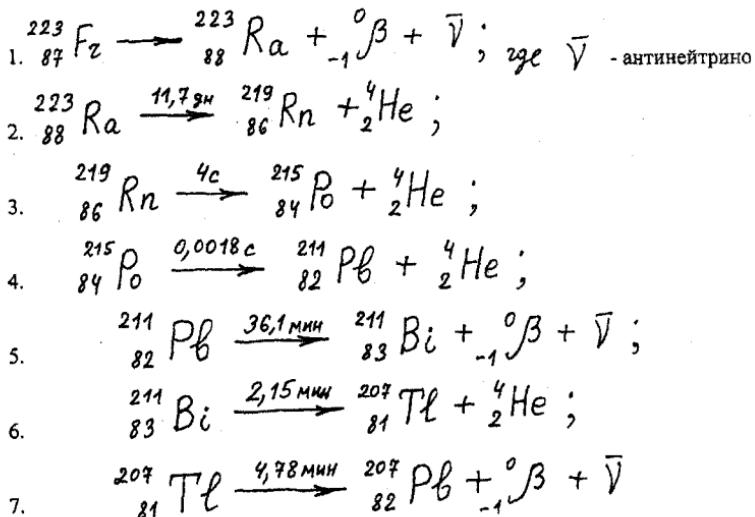
$$E_c^{xc} = E_p^{xc} \cdot K_E^{xc} = 1,293 \cdot 10^9 \cdot 1,609 = 2,08 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

4.7.17. Вычислим произведение $\chi \cdot E = C_{xc}$

$$\chi \cdot E_c^{xc} = 0,203 ; \quad \chi \cdot E_p^{xc} = 0,126$$

4.8. Франций – самый типичный металл.

Из курса химии известно, что щелочные металлы первой группы таблицы Д. И. Менделеева являются типичными представителями металлов. А так как металлические свойства элементов увеличиваются по вертикали от лёгкого элемента (Li) к тяжёлому (F_2), то франций и есть самый типичный металл. Его химические свойства схожи со свойствами рубидия и цезия. Франций – радиоактивный металл. Самый долгоживущий изотоп $^{223}_{87}F_2$ имеет период полураспада 21 мин. 48 сек. Он распадается по схеме:



Изотоп свинца $^{207}_{82}Pb$ стабилен.

Металл для исследований получают в очень малых количествах $m \approx 5 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$. Из-за малого периода полураспада уже \approx через 3 часа масса металла достигает условной границы, где начинают преобладать микроскопические свойства. Отсюда вытекает условие: исследование механических свойств металла необходимо производить за время меньшее периода полураспада $t_{исн} < T_{1/2}$.

Этого необходимо добиваться и по другой причине. Как видно из приведённой схемы распада, образец металла быстро насыщается атомами радия. А радий – это уже совершенно другой металл. Все радиоактивные металлы саморазогреваются. При малых периодах полураспада, это явление в свою очередь затрудняет исследование их физических свойств.

В таблице 4.12 приведены известные и расчетные значения параметров франция. Как видно из таблицы, известных параметров недостаточно, для вычисления механических характеристик металла. Поэтому, используя общие свойства металлов первой группы таблицы Д.И.Менделеева, вычислим сначала ряд необходимых нам параметров.

4.8.1. Для металлов первой группы построим графики зависимостей $\rho = f(T)$ и $G_s = \varphi(T)$;

В общем случае использовали зависимость: $y = A \cdot x^{\alpha}$

В результате получили $\rho = 2600 \frac{kg}{m^3}$ (для температуры $\sim 0^\circ K$) и $G_s = 38 \frac{mH}{\mu}$ для температуры близкой к температуре плавления.

4.8.2. Для щелочных металлов первой группы выполняется эмпирическое равенство

$$C_{p_{max}}^T = \frac{31,52}{M}; \quad \text{Отсюда для франция получим:}$$

$$C_{p_{max}}^T = \frac{31,52}{0,223} = 141 \frac{Dж}{kg \cdot ^\circ K}$$

4.8.3. Приближенное значение плотности франция при температуре кипения приведено в табл. 2.2.

$$\rho_{kki}^{Fe} = 1880 \frac{kg}{m^3}$$

4.8.4. Вычислим критическую плотность франция

$$\rho_{kp} = \frac{M}{K_p \cdot 8 \cdot Z_a^3 \cdot N_A} = \frac{\rho_{kki}}{K_p}; \quad \text{Для цезия } K_p = 3,12$$

$$\rho_{kp}^{Fe} = \frac{1880}{3,12} = 603 \frac{kg}{m^3}$$

4.8.5. Сделаем оценку критической температуры для этого металла

$$\text{Для цезия} \quad \frac{T_{kp}}{T_{kki}} = \frac{2043}{943} = 2,17$$

Отсюда получим: $\frac{T_{kp}}{950} = 2,17; \quad T_{kp} = 2,17 \cdot 950 = 2060^\circ K$

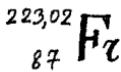


Таблица 4.12

Физические параметры франция

1. Табличные значения



$$\Delta Q = 1,15 \text{ МэВ}$$

$$Z_a = 2,80 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\rho = 2440 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$T_{пл} = 299,99^\circ\text{К}$$

$$T_{кин} = 950^\circ\text{К}$$

$$T_{1/2} = 21 \text{ мин } 48 \text{ с}$$

$$0ЦК, a = 6,47 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$C_p \approx 141 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$d_T = 102 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}}$$

$$\beta_T = 306 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}}$$

$$C_p = 136,53 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

2. Прогнозируемые значения

Плавкое состояние

$$\rho = 2600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta} = 206 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^T = 1,314$$

$$\bar{\rho} = 2520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \epsilon_e = 0,0206 \quad K_{vc} = 1,09 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

$$E_v = 0,0618 \quad E_p = 1,17 \cdot 10^9 \text{ Па} \quad \bar{C}_p = 24,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\chi_T = 919 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad E_c = 1,54 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

$$\rho_e = 2375 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{\beta} = 405 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°К}} \quad K_E^{xc} = 1,4$$

$$\rho_{кин} = 1880 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{C}_S = 0,038 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \quad \epsilon_e = 0,0887$$

$$\bar{\rho}_m = 2127 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \bar{C}_p = 1,33 \cdot 10^6 \text{ Па} \quad E_p = 1,52 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$E_v = 0,263 \quad E_c = 2,12 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad C_p = 138,7 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{°К}}$$

Критическое состояние

$$T_{kp} = 2060^\circ\text{К} \quad \rho_{kp} = 603 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad P_{kp} = 9,87 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Расчетные значения параметров для твердого состояния металла

4.8.6. Среднее значение коэффициента объемного расширения

$$\bar{\beta} = \beta_{\max} \cdot 0,673 = 306 \cdot 10^6 \cdot 0,673 \cong 206 \cdot 10^6 \frac{1}{K}$$

4.8.7. Максимальная объемная относительная тепловая деформация

$$\varepsilon_v^T = \bar{\beta} \cdot \Delta T = 206 \cdot 10^6 \cdot 300 = 0,0618$$

4.8.8. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\varepsilon_e^T = \frac{\varepsilon_v^T}{3} = \frac{0,0618}{3} = 0,0206$$

4.8.9. Среднее значение плотности металла для твердого состояния.

$$\bar{\rho} = \frac{2600 + 2440}{2} = 2520 \frac{kg}{m^3}$$

4.8.10. Вычислим коэффициент K_E^T

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{2520}{2520 - 603} = 1,314$$

4.8.11. Вычислим модуль объемной упругости для твердого состояния вблизи температуры плавления

$$K_{vc} = \rho \frac{C_p}{\beta} = 2440 \cdot \frac{136,5}{306} \cdot 10^6 = 1,088 \cdot 10^9 Pa$$

4.8.12. Сжимаемость металла

$$\chi = \frac{1}{K_{vc}} = \frac{1000}{1,088} \cdot 10^{-12} = 919 \cdot 10^{-12} \frac{1}{Pa}$$

4.8.13. вычислим модуль Юнга металла на деформацию растяжения пользуясь тем, что для цезия вычислено произведение $\chi_{\tau}^{Cs} \cdot E_p^{Cs} = 633 \cdot 10^{-12} \cdot 1,7 \cdot 10^9 = 1,076$

(см. приложение 1 к гл.4)

$$E_p = \frac{1,076}{0,919} \cdot 10^9 = 1,171 \cdot 10^9 Pa$$

4.8.14. Прочность франция в твердом состоянии

$$\sigma_p^T = \epsilon_e^T \cdot E_p^T = 0,0206 \cdot 1,171 \cdot 10^9 = 24,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

4.8.15. Модуль Юнга металла на сжатие

$$E_e^T = K_E^T \cdot E_p^T = 1,314 \cdot 1,171 \cdot 10^9 = 1,54 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Жидкое состояние

4.8.16. Вычислим $\bar{\beta}$ для металла в жидком состоянии

$$\bar{\beta}_{\text{ж}} = \frac{\rho_e - \rho_{\text{кип}}}{\rho_{\text{кип}} \cdot (T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}})} = \frac{2375 - 1880}{1880 \cdot (950 - 300)} = 405 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$$

4.8.17. Определим среднее значение плотности металла

$$\bar{\rho}_{\text{ж}} = \frac{\rho_e + \rho_{\text{кип}}}{2} = \frac{2375 + 1880}{2} = 2127,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

4.8.18. Максимальная объемная относительная тепловая деформация металла в жидком состоянии

$$\epsilon_v^{\text{ж}} = \bar{\beta} \cdot (T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}}) = 405 \cdot 10^{-6} \cdot 650 = 0,263$$

4.8.19. Максимальная линейная относительная тепловая деформация

$$\epsilon_c^{\text{ж}} = \frac{\epsilon_v^{\text{ж}}}{3} = 0,0877$$

4.8.20. Вычислим коэффициент $K_E^{\text{ж}}$

$$K_E^{\text{ж}} = \frac{\bar{\rho}_{\text{ж}}}{\bar{\rho}_{\text{ж}} - \rho_{\text{кр}}} = \frac{2127}{2127 - 603} = 1,396$$

4.8.21. Используя приложение 1 к главе 4 вычислим прочность жидкого франция на деформацию растяжения. Для ОЦК решетки $\ell = 102 \text{ \AA}$ Для жидкого состояния.

$$a = d_{\text{зпп}}, \quad \text{т.е.}$$

$$d_{\text{зпп}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{223,02 \cdot 10^{-31}}{2127 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} = 5,584 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$P = \frac{2G_s}{102 \cdot d_{\text{зпп}}} = \frac{2 \cdot 0,038}{102 \cdot 5,584} \cdot 10^{10} = 1,334 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\sigma_p^{\infty} = 1,334 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

4.8.22. Модуль Юнга франция на деформацию растяжения

$$E_p^{\infty} = \frac{\sigma_p^{\infty}}{\epsilon_e^{\infty}} = \frac{1,334 \cdot 10^6}{0,0894} = 15,21 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

4.8.23. Модуль Юнга на деформацию сжатия

$$E_c = K_E^{\infty} \cdot E_p^{\infty} = 1,396 \cdot 15,21 \cdot 10^6 = 21,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

4.9. Краткие выводы.

4.9.1. В главе были рассмотрены механические свойства твердых и жидких металлов – лития, алюминия, бериллия, железа, вольфрама, ртути и франция.

4.9.2. Для названных металлов определялись

- модуль объемной упругости K_{vc} ;
- изотермический коэффициент сжимаемости χ_t ;
- средние значения $\bar{\beta}$ и $\bar{\rho}$;
- коэффициенты K_E^T и K_E^{∞}
- максимальные объемный и линейный относительные тепловые деформации ϵ_v и ϵ_e
- прочность металла в твердом и жидкоком состоянии;
- модуль Юнга металла в жидкоком состоянии;
- численные значения произведения $\chi \cdot E = C_m$ для жидкого состояния.

4.9.3. В качестве примера для ртути были просчитаны механические параметры для трех состояний.

По результатам применения теплового способа оценок механических свойств технически чистых металлов получены следующие результаты.

- В первую очередь сравниваем расчетные и табличные значения изотермических коэффициентов сжимаемостей для металлов в твердом состоянии.

№	Параметр Металл	Атомный номер	Расчетное зн. $\chi \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$	Табличное зн. $\chi \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$
1	Литий	3	78	91
2	Бериллий	4	9,15	7,8 ÷ 9,3
3	Алюминий	13	27,9	15,2
4	Железо	26	9,38 (300 К)	5,8 (4,2 К)
5	Вольфрам	74	5,1	- 3,2
6	Ртуть	80	31,2 (50 К)	29,85 (83 К)

Это сравнение убеждает, что рассматриваемый тепловой метод определения механических параметров твердых металлов дает сравнимые результаты с экспериментальными значениями. Из этого вытекает, что метод эффективен и нет никаких ограничений на применение его к жидкому и газообразному состоянию.

- Исследовалось произведение $\chi \cdot E = \text{Const}_{nc}$ для жидкых металлов.

$$0,021 \leq C'_{nc} \leq 0,126$$

$$0,029 \leq C_{nc} \leq 0,202$$

- Определена прочность жидких металлов на деформацию растяжения.

$$1,33 \cdot 10^6 \text{ Па} \leq \sigma_p^{nc} \leq 16,8 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

- Вычислен модуль Юнга металлов на деформацию растяжения в жидком состоянии.

$$1,59 \cdot 10^8 \leq E_p^{nc} \leq 4,31 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

- Теоретически модули Юнга металлов на сжатие и разрыв отличаются незначительно.

$$\bar{K}_E^T = 1,367$$

$$\bar{K}_E^{nc} = 1,449$$

Отклонение K_E^T для любого металла от среднего значения составляет 12,4%, а для K_E^{**} - всего 10%. Это позволяет использовать этот коэффициент для расчета критической плотности металлов.

- Любое чистое вещество при нормальном внешнем давлении; при нагревании от $0^\circ K$ до $T_{пл}$ или от $T_{пл}$ до $T_{кип}$ имеет относительную тепловую деформацию являющуюся постоянной для этого вещества.
- Давление, необходимое для осуществления тепловых деформаций находится в пределах уже достигнутых в исследовательских лабораториях.

Например, для железа это давление:

$$P_1^T = 890 \frac{kg}{mm^2}; \quad P_2^{**} = 1220 \frac{kg}{mm^2}$$

Литература к 4 главе

1. Химия: Энциклопедия химических элементов. Под.ред.проф. А.М.Смолеговского М.; Дрофа, 2000г, 432 с.
2. Н.Н.Новиков. Структура и структурно – чувствительные свойства реальных кристаллов. «Вища школа» Киев, 1983 г, 264 с.
3. А.В. Бобылев. Механические и технологические свойства металлов. Справочник Металлургия М.; 1997 г, 206 с.
4. Физические величины. Справочник, под.ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова. Энергоатомиздат. М.; 1991 г, 1232 с.
5. Зиновьев В.Е. Термофизические свойства металлов при высоких температурах. Справочник. М.; Металлургия, 1989 г, 383 с.
6. Таблицы физических величин. Справочник, под.ред. акад. И.К. Кикоина. Атомиздат М.; 1976 г, 1006 с.
7. Енохович А.С. Справочник по физике. Просвещение М.; 1978 г, 415 с.
8. Свойства элементов. Справочник в двух книгах, под общей редакцией проф. докт. т.н. М.Е. Дрица. Издание второе «Металлургия» ГУП «Журнал Цветные металлы» М.; 1997 г.
9. Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. Справочник под.ред. акад. АН. УССР И.Н.Францевича «Наукова думка» Киев, 1982 г, 286 с.

Глава 4. Механические свойства жидких металлов

Приложение 1.

Исследование произведения $\chi \cdot E = \text{Const}$ для
твердых и жидких металлов

В главе 2 настоящей работы приведена известная формула (2.3)

$$\frac{E_c}{K_{vc}} = \chi \cdot E = 3(1 - 2K_n) = \text{Const}$$

Она выводилась для «свободного» твердого тела. «Свобода» твердого тела в данном случае заключается в том, что тело не помещалось при деформации сжатия или растяжения в специальную прочную оболочку. На это указывает присутствие коэффициента Пуассона в правой части формулы. Если же иметь в виду всестороннее сжатие или растяжение в специальной оболочке, то эта формула приобретает общее выражение

$$\chi \cdot E_c = \text{Const}_T = C_T$$

которое справедливо для любого состояния — твердого, жидкого или газообразного. В таблице 4.13 приведены значения C_T для твердых металлов при нормальных условиях (за исключением ртути $T = 200$ К). Данные взяты из литературы, список которой приведен в конце главы 4.

$$\bar{C}_T = 1,279 \quad E_c = 1,279 \cdot K_{vc} \quad (1)$$

Приближенное равенство (1) позволяет в некоторых случаях решить вопрос о порядке модуля Юнга для металла, у которого он неизвестен или его величина спорна. Приведем пример. Для лития в качестве табличного значения модуля Юнга указано значение $5 \cdot 10^9$ Па. Оно ошибочно по двум причинам.

1. Модуль объемной упругости на сжатие для лития при $T=300$ К равен:

$$K_{vc}^{4i} = \rho \cdot \frac{C_P}{\beta} = 536,8 \cdot \frac{3585}{168} \cdot 10^6 = 11,45 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Приближенное значение Юнга по тепловому способу равно:

$$E^{4i} \approx 11,45 \cdot 10^9 \cdot 1,279 = 14,64 \cdot 10^9 \text{ Па}; \text{ Принято } E^{4i} = 18,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

2. Известно, что модули Юнга металлов первой группы таблицы Д.И.Менделеева растут от франция к литию. У натрия $E=5,3 \cdot 10^9$ Па. Следовательно, у лития

Произведение $\chi_{\tau} \cdot E_p = C_{\tau}$ для твердых металлов. Таблица 4.13

n/n	Параметр МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	$\chi_{\tau} \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$	$E \cdot 10^9 \text{ Па}$	C_{τ}
1	Литий	3	91	13,3	1,21
2	Бериллий	4	8,5	300	2,55
3	Натрий	11	160,0	5,3	0,848
4	Магний	12	29,8	44,1	1,314
5	Алюминий	13	15,2	63	0,958
6	Железо	26	5,8	210	1,218
7	Никель	28	5,4	210	1,134
8	Рубидий	37	405,0	2,1	0,850
9	Молибден	42	3,95	315	1,244
10	Серебро	47	9,2	100,9	0,928
11	Цезий	55	633	1,7	1,076
12	Вольфрам	74	3,2	398	1,244

$$\bar{C}_{\tau} = 1,217 \quad 0,848 \leq C_{\tau} \leq 2,55$$

Произведение $\chi_{\infty} \cdot E = C_{\infty}$ для плаэких металлов Таблица 4.14

n/n	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	$\chi_{\infty} \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}}$	$E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	$C_{\infty p}$
1	Литий	3	83,6	0,32	0,027
2	Бериллий	4	12,68	3,8	0,048
3	Алюминий	13	48,8	1,11	0,054
4	Железо	26	17,6	2,07	0,036
5	Вольфрам	74	8,92	4,31	0,038
6	Ртуть	80	97,0	1,3	0,126
7	Франций	87			

$$0,027 \leq C_{\infty p} \leq 0,126$$

$$0,037 \leq C_{\infty c} \leq 0,202$$

$$E_c^{k_i} > E_c^{\text{no}} \quad \text{и} \quad E_c^{k_i} > 5,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Принятое значение $E = 13,3 \cdot 10^9$ Па

Вычислим $\chi \cdot E = C_{\text{жк}}$ для жидкого металла. Ход вычислений покажем на примере ртути. Выбор этого металла не случаен. Ртуть при нормальных условиях находится в жидком состоянии и, следовательно, на ней легче всего технически проверить предлагаемую методику.

Ранее, в главе 2 была приведена формула (2.14), дающая связь между прочностью жидкого металла на разрыв и коэффициентом поверхностного натяжения (уточненная формула Лапласа):

$$d = \frac{2G_s}{P + P_0} + d_{\min} \quad (2.14) \quad \text{и} \quad P_0 = \sqrt{2G_s \beta_e g} \quad (2.17)$$

$$P_0^{Hg} = \sqrt{2 \cdot 0,492 \cdot 13529 \cdot 9,807} = 353,9 \text{ Па}$$

$$P_0^{Hg} = 354 \text{ Па}$$

Из уравнения (2.14) ясно, что $d \geq 2$ т.е. между разрываемыми поверхностями твердого тела, должен находиться слой жидкости толщиной не менее чем из двух молекул или атомов. В этом случае формула дает прочность жидкости по молекулярном или атомном уровне. Нас же интересует сейчас прочность на макроскопическом уровне. Для воды известна экспериментальная прочность на разрыв. $G_p^{H_2O} = 2,84 \cdot 10^9 \text{ Па}$ и $P_0 = 37,5 \text{ Па}$

Подставив эти данные в формулу (2.14) получим, что

$$d = 50,8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Диаметр молекулы воды $2,76 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. отсюда получаем, что слой воды проявляющий макроскопические свойства состоит из ≈ 19 молекул. Теоретические исследования автора, проведенные в области определения границы перехода микроскопических параметров в макроскопические для металлов с кубическими решетками показывают, что резкой границы нет. но можно считать, что макроскопические свойства, присущие образцам металлов, начинают превалировать над микроскопическими при длине ребра куба $\ell \geq 100 \text{ а.}$

То есть ребро куба равняется ста периодам кристаллической решетки. Это относится к металлам с простой кубической и гранецентрированной решетками. Для ОЦК решетки $\ell = 102 \text{ а.}$ Образцы металлов с меньшими размерами ребер названы минимальными монокристаллами (ММК). У них микроскопические

свойства превалируют над макроскопическими и при этом, чем меньше ребро, тем в большей степени.

В таблице 4.14 приведены некоторые количественные данные для кубических решеток.

Числа атомов в кубических решетках

Таблица 4.14

№	Параметр	Тип решетки	ПК	ОЦК	ГЦК
			$\ell = 100a$	$\ell = 102a$	$\ell = 100a$
1	$N_{at} \cdot 10^6$		1,0303	2,153935	4,0603
2	$n_v \cdot 10^6$		0,9703	2,091509	3,9403
3	$n_s \cdot 10^6$		0,0600	0,062426	01200

N_{at} - общее число атомов в образце; n_v - число атомов в объеме;

n_s - число атомов на поверхности.

Ртуть имеет ромбодрическую структуру с $a = 3,005 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ и $\ell = 71^\circ$

Приближенно опишем ее ПК решеткой. Для неё вычислим объем и массу образца дающего макроскопические параметры (предельные объем и масса ММК).

$$N_{at} = 1,0303 \cdot 10^6 \text{ ат}; \quad m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{200,59 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 33,31 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

$$M_{MMK} = N_{at} \cdot m_1 = 34,318 \cdot 10^{-20} \text{ кг}$$

Размер этого образца в твердом состоянии

$$\ell \approx 100 \cdot 3,005 \cdot 10^{-10} = 300,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad V \approx 25,6 \cdot 10^{-24} \text{ м}^3$$

Для жидкого состояния вычислим переходный или предельный радиус капли.

При нагревании образца от 0 до 234 К его объем увеличится

$$V_t = V + V \cdot \beta \cdot \Delta T = 25,6 \cdot 10^{-24} \cdot (1 + 96 \cdot 10^{-6} \cdot 234) = 26,17 \cdot 10^{-24} \text{ м}^3$$

$$V_t = 4,188 \cdot 10^{-23} \text{ м}^3; \quad Z_t = 1,84 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 184 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

При $Z > 1,84 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ макроскопические свойства ртути (прочность, теплота плавления, температура плавления и др) превалируют над микроскопическими.

Исходя из этого, прочность жидкой ртути на разрыв определится по формуле:

$$\rho = \frac{2G_s}{100 \cdot d_{эфир}}$$

где $d_{\text{атом}}$ - расстояние между атомами ртути. $d_{\text{атом}} = \sqrt[3]{\frac{200,59 \cdot 10^{-3}}{13530 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}} =$

$$= 2,909 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad P = \frac{2 \cdot 0,472}{100 \cdot 2,909} \cdot 10^{10} = 3,24 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$E_{\text{пн}} = 3,24 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

Вычислим модуль Юнга жидкой ртути на разрыв.

Во многих случаях плотность жидких металлов является линейной функцией температуры.

Поэтому $E_v = \frac{P_e - P_{\text{кип}}}{P_{\text{кип}}}; \quad E_c = \frac{E_v}{3} = \frac{P_e - P_{\text{кип}}}{3 \cdot P_{\text{кип}}}$

$$E_v = 0,0748; \quad E_c = 0,0249; \quad E_{\text{пн}} = \frac{3,24 \cdot 10^7}{0,0249} = 1,30 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Для определения E_c необходимо сначала вычислить K_E^{∞}

$$K_E^{\infty} = \frac{P_e}{P_e - P_{\text{кип}}} = \frac{13213}{13213 - 5000} = 1,609; \quad E_c^{\infty} = 1,609 \cdot 1,30 \cdot 10^9 = 2,09 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Вычисляем произведение $\chi E_c = C_{\infty}$

$$96,9 \cdot 10^{-12} \cdot 2,09 \cdot 10^9 = C_{\infty} = 0,202$$

Определим давление, которому соответствует максимальная тепловая деформация для жидкого состояния.

$$\chi = 96,9 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Па}} \quad E_v = 0,0748; \quad \chi = \frac{E_v}{\Delta P};$$

$$\Delta P = \frac{0,0748}{96,9} \cdot 10^{12} = 7,72 \cdot 10^8 \text{ Па}; \quad P_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}; \quad P_2 > P_1$$

$$P_2 = 7,72 \cdot 10^8 \text{ Па}; \quad P_2 = 7620 \text{ атм}$$

Это давление не может быть отнесено к категории высокого.

В книге К.Свенсона (*) сообщается о том, что физики давно работают уже с давлением $4,05 \cdot 10^{10}$ Па.

* К.Свенсон Физика высоких давлений; Перевод с англ. Под.ред. Л.Ф.Берещагина. изд-во иностр. Лит. М.; 1963 г, 368 с

Приложение 2.

Оценка критического давления для франция.

Критическое давление относится к числу параметров характеризующих критическое состояние вещества.

Для проведения оценки в качестве аналога для франция выбран цезий.

Ранее, для франция (см. таблицу 4.12) были определены значения критической температуры ($T_{kp} = 2060^{\circ}\text{K}$) и критической плотности ($\rho_{kp} = 603 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Используя эти данные оценим критическое давление для франция.

Для цезия известен [4] полный набор параметров характеризующих критическое состояние этого металла.

$$T_{kp} = 2043^{\circ}\text{K}; \quad P_{kp} = 11,8 \cdot 10^6 \text{ Pa}; \quad \rho_{kp} = 431,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \quad V_{kp} = 308 \frac{\text{cm}^3}{\text{моль}}$$

Известны и постоянные уравнения Ван-дер – Ваальса

$$a = 10,356 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}; \quad b = 180,64 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$$

Теоретически $V_{kp} = 3b$, но практически для цезия коэффициент при «в» имеет другое значение.

$$V_{kp} = n \cdot b; \quad n = \frac{V_{kp}}{b} = \frac{308}{180,64} = 1,705$$

Для франция оно приближенно такое же.

Вычислим значение критического объема для франция.

$$V'_{kp} = \frac{1}{P_{kp}} = \frac{1}{603} = 0,001658 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Объем, приходящийся на один моль, меньше полученного в $\frac{1}{M} = \frac{1}{0,22302} = 4,484$

$$V_{kp}^{F_2} = \frac{V'_{kp}}{4,484} = \frac{1658 \cdot 10^{-6}}{4,484} = 369,76 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$$

$$V_{kp}^{F_2} = 1,705 b^{F_2}, \quad b = \frac{369,76}{1,705} = 216,9 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$$

Известно, что $T_{kp} = \frac{8a}{27R \cdot b}$ и $P_{kp} = \frac{a}{27b^2}$

Из этих уравнений найдем связь между P_{kp} и T_{kp}
 $a = \frac{T_{kp} \cdot 27 \cdot R \cdot b}{8}$; $P_{kp} = \frac{1}{27 \cdot b^2} \cdot \frac{T_{kp} \cdot 27 \cdot R \cdot b}{8} = \frac{R}{8 \cdot b} \cdot T_{kp}$

$$P_{kp} = \frac{R}{8 \cdot b} \cdot T_{kp}$$

т.е. между критическим давлением и критической температурой вещества существует прямо пропорциональная зависимость.

$$R = 8,3144 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad b^{F_2} = 216,9 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}} = 216,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

$$P_{kp}^{F_2} = \frac{8,3144 \cdot 2060}{8 \cdot 216,9 \cdot 10^{-6}} = 9,87 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Критическое давление франция

$$P_{kp}^{F_2} = 9,87 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Глава 5. Заключение

Рассматриваемый тепловой способ позволяет определять основные механические свойства твердых и жидкых металлов. Однако, как всякий новый метод, он нуждается в подтверждении. При отсутствии экспериментальных данных о механических свойствах жидких металлов (за исключением данных Поляни) вся тяжесть доказательства переносится на область твердого состояния. В этой области накоплен богатый экспериментальный материал, который позволил провести необходимые сравнения.

В настоящее время в таблице Д.И.Менделеева (2003 г) идентифицировано 111 элементов. Из этого количества элементов к металлам относят ($111 - 22 = 89$). Не радиоактивными изотопами обладают элементы вплоть до висмута ($Z = 83$). Это значит, что число металлов, имеющих не радиоактивные изотопы сокращается до $(83 - 20) = 63$.

Таким образом, рассмотренные механические свойства семи металлов, составляют около 10% всех наиболее используемых металлов.

Выбранные металлы

- занимают разное положение в периодической таблице Д.И.Менделеева. Обладают резко отличающимися друг от друга физическими свойствами.
- имеют разные объемы накопленной информации о механических свойствах в твердом и жидком состояниях.
- включают один P^1 -металл (Al), два S^1 -металла (Li, Fe) и четыре S^2 -металла, один металл радиоактивный. (Fe)

В кратких выводах к главе 4 приведена таблица (см. п.4.9.3) сравнения $\chi(K_{ve})$ для расчетных и табличных значений. В дополнение к ней приведем таблицу 5.1., в которой сравниваются табличные и расчетные значения механических свойств твердых и жидких металлов.

Расчетные значения прочности твердых металлов в нормальных условиях для семи металлов заключены в интервале

$$2,4 \cdot 10^9 \text{ Па} \leq \bar{\sigma}_t \leq 9,57 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

Для жидких металлов значения прочностей семи металлов заключены в интервале

$$1,3 \cdot 10^6 \text{ Па} \leq \bar{\sigma}_{nc} \leq 170 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Напомним, что экспериментальная прочность воды на разрыв

$$\bar{\sigma}_p^{n_20} = 28,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Получение значения для E_p^{∞} занизены. Этому выводу свидетельствуют два обстоятельства.

1. Значение модуля Юнга жидкого металла на разрыв определяли по формуле $E_p^{\infty} = \frac{G_p}{E_e}$ где значения E_e представляли собой максимальную линейную тепловую деформацию. Но разрыв мог происходить и при меньшем значении деформации. В работе он не определен.
2. Рассмотрим данные, представленные в таблице 5.2. По этой таблице можно определить, какую часть экспериментальная прочность составляет от расчетной.

$$\frac{\sum \sigma_{\text{табл}}^T}{\sum \sigma_{\text{расч}}^T} = \frac{11,4 \cdot 10^8}{195,87 \cdot 10^8} = 0,058$$

Следует ожидать, что значения σ_p^{∞}

для жидкого металла завышены. Они могут составлять, некоторую часть от расчетного значения. Если следовать отношению для твердого состояния, $\sigma_{\text{табл}}^T = 0,06 \sigma_{\text{расч}}^T$ т.е. для франция $\sigma_g^{\infty} = 0,06 \sigma_p^{\infty} = 78 \text{ кПа}$, а для вольфрама

$$\sigma_g^{\infty} = 0,06 \sigma_p^{\infty} = 0,06 \cdot 170 \cdot 10^6 = 10,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \quad m. e.$$

$$78 \text{ кПа} \leq \sigma_g^{\infty} \leq 10,2 \text{ МПа}$$

В последней колонке таблицы 5.2. приведены значения отношения $\sigma_{\text{табл}}^T : E_{\text{табл}}^T$ для пяти металлов в твердом состоянии. Среднее значение этого отношения равно $2,46 \cdot 10^3$ т.е. для этих металлов достигнутая прочность составляет тысячные доли значения модуля Юнга. Максимальная же тепловая линейная деформация (по которой вычисляли значение модулей Юнга жидких металлов) имеет значение $\bar{E}_e = 2,3 \cdot 10^{-2}$

т.е. она на порядок больше. Следовательно, модули Юнга жидких металлов занизены. Полученные же значения – минимальные. Максимальные значения получим, если прочность разделим на отношение $\sigma_{\text{табл}}^T : E_{\text{табл}}^T$, соответствующее твердому телу. Вычислив из этих двух значений среднее геометрическое, получим новое расчетное значение модуля Юнга жидких металлов на разрыв, которое должно быть ближе к действительным. Результаты вычислений приведены в таблице 5.3.

Полученные значения E_p^{∞} не противоречат данным по значениям E_s , которые можно получить экстраполяцией экспериментальных значений E для твердых металлов до температуры плавления. Например, для вольфрама получаем $E_s = 91,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$, а $E_e = 13,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$; для железа $E_s = 30,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$, а $E_e = 14,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$; для алюминия $E_s = 12,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$, а $E_e = 7,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

Теоретические исследования автором кубических структур из атомов металлов (в данной работе не приводятся) показали, что при определенном количестве атомов макроскопические физические свойства структур начинают быстро меняться. При

Механические свойства твердых и жидкких металлов Таблица 5.1.

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМ. НОМЕР	ТВЕРДЫЙ МЕТАЛЛ			ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ		
			$\chi \cdot 10^{12} \text{ Па}^{-1}$	$E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	$\sigma_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	$\chi \cdot 10^{12} \text{ Па}^{-1}$	$E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	$\sigma_p \cdot 10^9 \text{ Па}$
1	Литий	3	77,8	13,3	24,2	83,3	0,323	2,78
2	Бериллий	4	9,15	311,0	422,0	12,7	3,80	11,0
3	Алюминий	13	28,0	63,0	74,5	48,8	1,11	6,84
4	Железо	26	9,38	211,0	481,0	17,6	2,07	14,8
5	Вольфрам	74	5,1	398,8	957,0	8,9	4,31	17,0
6	Ртуть	80	31,2	37,9	28,4	97,0	1,30	3,2
7	Франций	87	919,0	1,17	2,4	—	0,015	0,13

Табличные и расчетные значения прочности металлов для твердого состояния.

Таблица 5.2.

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	ТАБЛ. ЗН.	РАСС. ЗН.	$E_{\text{табл}} \cdot 10^9 \text{ Па}$	$\frac{\sigma_{\text{табл}}}{E_{\text{табл}}} \cdot 10^{-3}$
			$\sigma \cdot 10^8 \text{ Па}$	$\sigma \cdot 10^8 \text{ Па}$		
1	Литий	3	0,5	2,42	(13,3)	3,76
2	Бериллий	4	5,54	42,2	311	1,78
3	Алюминий	13	0,84	7,45	63	1,33
4.	Железо	26	2,91	48,1	211	1,38
5	Вольфрам	74	16,1	95,7	399	4,03

Средние геометрические значения модулей Юнга жидкких металлов

Таблица 5.3.

№ п/п	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	МЕД. ЗН. $E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	МАХ ЗН. $E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	СР. ГЕОМ. ЗН. $E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$
			$E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	$E_p \cdot 10^9 \text{ Па}$	
1	Литий	3	0,32	7,4	1,5
2	Бериллий	4	3,80	61,8	15,3
3	Алюминий	13	1,11	51,4	7,5
4	Железо	26	2,07	107,1	14,9
5	Вольфрам	74	4,31	42,2	13,5

меньшем количестве атомов начинают превалировать «микроскопические» свойства, т.е. свойства присущие только малым количествам вещества. Это, например, малые температуры плавления, малые теплоты плавления, существенные изменения прочности и т.д. Например, кусочек алюминия с ребром куба $\ell = 100$ а плавится при температуре 921 °К вместо 933,5°К. При ребре $\ell = 5$ а температура его плавления составляет 768 °К (495 С), при $\ell = 3$ а он плавится уже при температуре 659 °К (386 °С). Экспериментальное подтверждение этому дают сведения, полученные канадскими физиками и приведенные в книге Венецкого С.И * Кусочек индия размером ~ 30 А° расплавился при температуре чуть выше 40 °С. Названные свойства, по всей видимости, присущи для жидкого состояния металла. Уточненная формула Лапласа дала возможность, с учетом сказанного выше, вычислять максимальную макроскопическую прочность жидких металлов при деформации растяжения. Пробной жидкостью, на примере которой проверялись теоретические оценки, была вода. Указанная в литературе экспериментальная прочность воды на разрыв

$$\sigma_p^{H_2O} = 2,84 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

позволила сразу же определить граничное число молекул для воды $N_{H_2O} \approx 8000$. Экспериментально подтверждена постоянная P_o для воды ($P_o = 37,5$ Па). Капиллярные постоянные для жидких металлов приведены в таблице 5.4.

Капиллярные постоянные жидких металлов

Таблица 5.4.

№	Параметр	P_o Па	σ_s $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	C_{kan} $\cdot 10^{-3}$ м
1	Литий	63,5	0,4	12,6
2	Бериллий	194,8	1,145	11,7
3	Алюминий	206,0	0,914	8,9
4	Железо	495,8	1,8	7,3
5	Вольфрам	866,7	2,3	5,3
6	Ртуть	354,0	0,472	2,7
7	Франций	41,8	0,038	1,8

* Венецкий С.И. Загадки и тайны мира металлов МИСИС Москва, 1999 г, 375 с.

Оказалось, что отношение модулей объемной упругости для деформации сжатия и растяжения является величиной постоянной в пределах фазового состояния.

$$\frac{K_{vp}^T}{K_{vp}} = \frac{\bar{\rho}_T}{\bar{\rho}_T - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{E_c^T}{E_p^T} = K_E^T \quad (5.1)$$

$$\frac{K_{vc}^{**}}{K_{vp}^{**}} = \frac{\bar{\rho}_{**}}{\bar{\rho}_{**} - \bar{\rho}_{kp}} = \frac{E_c^{**}}{E_p^{**}} = K_E^{**} \quad (5.2)$$

Например, для ртути отклонение K_E для твердого или жидкого состояния не превышает 2% от интервального значения.

Модули Юнга металлов при одноосном сжатии или растяжении не одинаковы. Их отношение в пределах фазового состояния одинаково (при прочих равных условиях).

В таблице 5.5. приведены значения K_E для твердых и жидких металлов. Из таблицы видно, что значения K_E для ртути выделяются в сравнении с K_E для других металлов. Для металлов, помещенных в таблицу:

$$\bar{K}_E^T = 1,352 ; \quad \bar{K}_E^{**} = 1,432$$

Максимальное отклонение от среднего значения для твердого состояния составляет 20%, а для жидкого – 12%.

Рассматривая уравнения (5.1.) и (5.2.) можно прийти к заключению, что они дают возможность определять критическую плотность металлов. В таблице 5.6. приведены значения плотностей металлов в критическом состоянии, определенные по этим уравнениям. Максимальные отклонения расчетных значений критических плотностей от табличных менее 20%. А например, для такого тугоплавкого металла как молибден получено значение $\bar{\rho}_{kp} = 2544 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Табличное значение критической плотности этого металла [4] $2620 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, отклонение составляет менее 3%.

В работе исследовалось произведение $X \cdot E = \text{const}$ для твердых и жидких металлов. Для рассмотренных металлов получены интервалы:

$$0,848 \leq C_T \leq 2,55$$

$$0,027 \leq C_{vc,p} \leq 0,126$$

$$0,037 \leq C_{vc,e} \leq 0,202$$

Значения K_E для твердых и жидкких металлов Таблица 5.5

$\frac{N}{n}$	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	K_E^T	K_E^*
1	Литий	3	1,289	1,358
2	Бериллий	4	1,341	1,393
3	Натрий	11	1,268	1,319
4	Алюминий	13	1,318	1,427
5	Железо	26	1,355	1,454
6	Вольфрам	74	1,392	1,500
7	Ртуть	80	1,536	1,609
8	Франций	87	1,314	1,400

$$\bar{K}_E^T = \frac{10,813}{8} = 1,352; \quad \bar{K}_E^* = \frac{11,460}{8} = 1,432$$

$$\bar{\rho}_{kp}^T = \bar{\rho}_T \cdot 0,260;$$

$$\bar{\rho}_{kp}^* = \bar{\rho}_{**} \cdot 0,302$$

Критическая плотность металлов

Таблица 5.6

$\frac{N}{n}$	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	АТОМН. НОМЕР	$\bar{\rho}_T$ $\frac{kg}{m^3}$	$\bar{\rho}_{kp}^T$ $\frac{kg}{m^3}$	$\bar{\rho}_{**}$ $\frac{kg}{m^3}$	$\bar{\rho}_{kp}^*$ $\frac{kg}{m^3}$	$\bar{\rho}$ $\frac{kg}{m^3}$
1	Литий	3	535,8	139	455	137	138
2	Бериллий	4	1800	468	1622	490	479
3	Натрий	11	980	255	835	252	253
4	Алюминий	13	2642	687	2127	642	664
5	Калий	19	875	227	744	225	226
6	Железо	26	7690	1986	6408	1935	1960
7	Цинк	30	7095	1845	6680	2017	1930
8	Молибден	42	9975	2594	8257	2494	2544
9	Серебро	47	10270	2670	8587	2593	2632
10	Вольфрам	74	18690	4859	15778	4765	4812
11	Ртуть	80	14325	3725	13213	3990	3858
12	Франций	87	2520	655	2127	642	648

Краткие выводы.

1. Тепловой способ определения основных механических параметров твердых и жидкых металлов ($K_V, \bar{\sigma}_p, \bar{G}_c, E_p, E_c$) дает сравнимые значения с экспериментальными (табличными). Поэтому достойны внимания и методы приближенного определения:

- относительных объемных и линейных тепловых деформаций;
- среднего значения коэффициентов объемного расширения твердых и жидких металлов;
- критических плотностей и температур.

2. Рассмотренный способ оценки механических параметров металлов базируется на ряде новых формул полученных в работе.

- Модуль объемной упругости на сжатие

$$K_{vc} = \rho \cdot \frac{C_p}{\beta}$$

- Модуль объемной упругости на растяжение

$$K_{vc} = (\rho - \rho_{kp}) \cdot \frac{C_p}{\beta}$$

- Постоянный коэффициент K_E равный отношению

$$K_E = \frac{K_{vc}}{K_{vp}} = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho} - \rho_{kp}} = \frac{E_c}{E_p};$$

- Уточненная формула Лапласа

$$d = \frac{2\bar{G}_s}{\rho + \rho_0} + d_{min}; \quad \rho_0 = \sqrt{2\bar{G}_s \cdot \rho_c \cdot g};$$

$$d_{max} = \frac{2\bar{G}_s}{\rho_0} + d_{min} = C_{kan}$$

- Плотность металлов при температуре кипения

$$\rho_{kip} = \frac{M}{8 \cdot \pi^3 \cdot N_A}$$

3. Важная роль отведена максимальным относительным тепловым деформациям

Для твердого состояния, при известном значении модуля Юнга, они дают возможность определять максимальную расчетную прочность металла. Для жидкого состояния, при известном значении прочности на разрыв, вычислять минимальное значение модуля Юнга.

Для многих металлов в жидком состоянии плотность является линейной функцией температуры. Поэтому

$$\bar{\beta} = \frac{\rho_e - \rho_{kun}}{\rho_{kun} \cdot (T_{kun} - T_{ll})}; \quad m. k. \quad \epsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\beta} (T_{kun} - T_{ll})$$

$$т. о. \quad \epsilon_v^{mc} = \frac{\rho_e - \rho_{kun}}{\rho_{kun}}; \quad \epsilon_e^{mc} = \frac{\epsilon_v}{3} = \frac{1}{3} \frac{(\rho_e - \rho_{kun})}{\rho_{kun}}$$

4. Существует определенное количество вещества, которое разделяет макроскопические и микроскопические свойства. Для твердого кристаллического тела это количество названо минимальным монокристаллом (ММК). Для многих металлов его геометрические размеры можно представлять в виде куба с ребром 100а, где а- период кристаллической решетки

5. На основе полученных в работе отношений

$$K_E^T = \frac{\bar{\rho}_T}{\bar{\rho}_T - \bar{\rho}_{kp}}; \quad K_E^{mc} = \frac{\bar{\rho}_{mc}}{\bar{\rho}_{mc} - \bar{\rho}_{kp}}$$

появляется возможность вычисления критической плотности металлов. Метод прост и дает менее 20% погрешности. Он эффективен тем, что заменяет высокотемпературные измерения при T_{kp} измерениями плотностей при умеренных температурах.

6. Полученные значения механических параметров жидких металлов носят статус теоретических или расчетных, до их экспериментального подтверждения.

**ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА
МИНИМАЛЬНЫХ МОНОКРИСТАЛЛОВ
МЕТАЛЛОВ**

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	стр. 2
2. Параметры трех кубических кристаллических решеток металлов	4
2.1. Свойства минимальных монокристаллов (ММК) металлов с простой кубической (ПК) решеткой	5
2.2. Свойства ММК металлов с ОЦК решеткой	9
2.3. Свойства ММК металлов с ГЦК решеткой	11
2.4. Сравнение параметров ММК металлов с кубическими решетками при длине ребер $\ell = 100 \text{ \AA}$	12
3. Физические свойства реальных ММК металлов.	14
3.1. Определение размеров и масс ММК	14
3.2. Определение температур плавления ММК металлов	16
4. Заключение	21

1. Введение

Многие физические свойства макроскопических образцов металлов досконально исследованы. Результаты исследований приведены во многих справочниках и в специальной литературе. Однако, физические свойства систем состоящих из сотен или тысяч атомов малоизвестны или вовсе не известны. Настоящая работа посвящена физическим свойствам именно таких систем.

Прочностные свойства монокристаллов металлов, часто называемые «усами», известны давно*. О других свойствах известно мало. Однако, практики, работающие с малым количеством вещества сталкивались с их необычными свойствами. В частности сообщали о том, что хрупкие тела в макроколичествах (стекло, фарфор, алмаз...) в микроколичествах начинают проявлять пластические свойства. Иначе говоря, изменяют свои физические свойства. Вот, например, что пишет по этому поводу в своей книге** старший инженер Украинского института сверхтвердых металлов Н.С. Сядристый: «Именно пластичностью и объясняется, на мой взгляд, тот факт, что любые «хрупкие» вещества невозможно дробить до бесконечности, т.к. при определенном размере частичек вещество начинает

* Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. Изд. второе пер. Перевод с англ. А.А.Гусева. Гос.изд. физ.-мат. литературы. М.; 1963г, 696 с.

** Сядристый Н.С. Тайны микротехники. Издание 2. Карпаты. Ужгород. 1971 г, 154 с.

вести себя пластиично, во всем микроскопическом объеме, а не только по поверхности, как предполагает П.А.Ребиндер».

Свойства

Физические вещества в микроколичествах отличаются от тех же свойств, когда это же вещество имеется в макроколичествах. К таким свойствам в первую очередь нужно отнести пластичность, прочность, теплопроводность, электропроводность, теплоту плавления, температуру плавления и другие.

Совсем недавно вышла книга инженера-металлурга С.И.Венецкого *, в которой сообщаются интересные факты. Канадские физики с помощью электронного микроскопа исследовали мельчайшие частицы индия. Они установили любопытный факт: «Когда размер частиц индия становится меньше некоторой величины, его температура плавления резко понижается. Так, если размер частиц не превышает 30 ангстрем, то они плавятся при температуре чуть выше 40° С, в то время как обычно это происходит при 156° С. Столь значительный скачок представляет для ученых несомненный интерес. Но происхождение этого эффекта, даже для видавшей виды современной физики, пока остается загадкой: ведь теория процессов плавления разрабатывалась применительно к большим массам вещества, а в опытах канадских физиков расплавлялись «гомеопатические» дозы индия – всего несколько тысяч атомов».

* Венецкий С.И. Загадки и тайны мира металлов. •МИСИС• М.; 1999 г., 375 с.

Объяснению этого факта, а также причин изменения свойств вещества в микроколичествах посвящена эта работа. В ее основе лежит простое предположение. Физические свойства образцов металла изменяются при переходе от макроколичеств к микроколичеству по причине изменения соотношения утраченных и оставшихся связей. Поскольку термин «микроколичество вещества» расплывчат, вводится вполне обоснованный термин «минимальный монокристалл»- ММК. Этим термином называется количество вещества в интервале масс (или геометрических размеров), где поверхностные атомы кристаллов, утрачивая часть своих межатомных связей, существенно влияют на их физические свойства. Таким образом, ММК характеризует и количество вещества и его упорядоченную структуру.

По этой причине в работе сначала рассматриваются отвлеченно свойства кубических решеток металлов с точки зрения утраченных и оставшихся атомных связей, а затем сделан переход к определению физических свойств этих же структур для конкретных металлов. В качестве этих металлов выбраны алюминий, ванадий, молибден, индий и полоний.

2. Параметры трех кубических кристаллических решеток металлов.

Введем следующие обозначения:

N_{at} - общее число атомов для ММК с данным размером ребра;

N_s - число атомов расположенных на поверхности, ребрах и вершинах ММК;

N_v - число атомов расположенных в объеме ММК;

$N_{\text{св.в}}$ - общее число всех возможных связей; подсчитывается по формуле

$$N_{\text{св.в}} = N_{\text{ат}} \cdot k_c \quad , \text{ где } k_c \text{ - координационное число для типа} \\ \text{решетки;}$$

$N_{\text{н.с}}$ - число недостающих (оборванных) связей;

$N_{\text{н.с}}$ - число наличных (оставшихся) связей.

ℓ - длина ребра куба; $\ell = n \cdot a$ где a - период кристаллической решетки; $n = 1, 2, 3 \dots$

$$\nu_1 = \frac{N_{\text{н.с}}}{N_{\text{св.в}}} \quad (1) \qquad \nu_2 = \frac{N_s}{N_{\text{ат}}} \quad (2)$$

2.1. Свойства минимальных монокристаллов (ММК)

металлов с простой кубической (ПК) решеткой.

В таблице 1. приведены параметры простой кубической решетки при увеличении длины ребер на целое число периодов т.е. $\ell = n \cdot a$

Для рассматриваемой решетки расчет атомов и связей велся по формулам:

Полное число атомов в решетке:

$$N_{\text{ат}} = (n+1)^3 \quad (3)$$

Число атомов в объеме решетки:

$$N_v = (n-1)^3 \quad (4)$$

Число атомов на поверхности решетки: $N_s = N_{\text{ат}} - N_v \quad (5)$

$$N_s = 2[(n+1)^2 + (n+1)(n-1) + (n-1)^2] \quad (6)$$

$$\text{Число наличных связей: } N_{H.C} = 24 + 48(n-1) + 30(n-1)^2 + 6(n-1)^3 \quad (7)$$

Атом расположенный на вершине куба имеет три связи, на ребре – четыре связи, на грани – пять связей, в объеме – шесть связей. Приведем пример расчета наличных связей для куба с размером ребра $\ell = 6 \text{ а.}$

$$N_{at} = (6+1)^3 = 343 \text{ ат.}$$

$$N_v = (6-1)^3 = 125 \text{ ат.}$$

$$N_s = N_{at} - N_v = 343 - 125 = 218 \text{ ат.}$$

Число наличных связей:

- для атомов, расположенных в объеме ММК

$$(n-1)^3 \cdot k_c = N'_v = 125 \cdot 6 = 750 \text{ св.}$$

- для атомов расположенных на вершине куба

$$8 \cdot 3 = N'_B = 24 \text{ св.}$$

- для атомов расположенных на ребрах куба

$$N'_p = 12(n-1) \cdot 4 = 12 \cdot 5 \cdot 4 = 240 \text{ св.}$$

- для атомов расположенных на гранях куба

$$N'_g = 6(n-1)(n-1) \cdot 5 = 750 \text{ св.}$$

Полное число наличных связей:

$$N_{H.C} = N'_v + N'_B + N'_p + N'_g = 1764 \text{ св.}$$

Число возможных связей:

$$N_{cb.B} = 343 \cdot 6 = 2058 \text{ св.}$$

Число недостающих связей:

$$N_{o.c} = N_{cb.B} - N_{H.C} = 2058 - 1764 = 294 \text{ св;} \quad N_{o.c} = 294 \text{ св.}$$

Параметры ПК решетки

Таблица 1

ПАРА-МЕТР	N_{at}	n_s	n_v	$N_{св.в}$	$n_{н.с.}$	$n_{о.с.}$	$\frac{n_s}{N_{at}}$	$\frac{n_{н.с.}}{N_{св.в}}$
1a	8	8	0	48	24	24	1	0,50
2a	27	26	1	162	102	60	0,963	0,63
3a	64	56	8	384	288	96	0,875	0,75
4a	125	98	27	750	600	150	0,784	0,80
5a	216	152	64	1296	1080	216	0,704	0,833
6a	343	218	125	2058	1764	294	0,635	0,857
7a	512	296	216	3072	2688	384	0,578	0,875
8a	729	386	343	4374	3888	486	0,529	0,889
9a	1000	488	512	6000	5400	600	0,488	0,900

Параметры ОЦК решетки

Таблица 2

ПАРА-МЕТР	N_{at}	n_s	n_v	$N_{св.в}$	$n_{н.с.}$	$n_{о.с.}$	$\frac{n_s}{N_{at}}$	$\frac{n_{н.с.}}{N_{св.в}}$
1a	9	8	1	72	16	56	0,889	0,222
2a	35	26	9	280	128	152	0,743	0,457
3a	91	56	35	728	432	296	0,615	0,593
4a	189	98	91	1512	1024	488	0,518	0,677
5a	341	152	189	2728	2000	728	0,446	0,733
6a	559	218	341	4472	3456	1016	0,390	0,773

Параметры ГЦК решетки

Таблица 3

ПАРА-МЕТР	N_{at}	n_s	n_v	$N_{св.в}$	$n_{н.с.}$	$n_{о.с.}$	$\frac{n_s}{N_{at}}$	$\frac{n_{н.с.}}{N_{св.в}}$
1a	14	14	0	168	72	96	1	0,429
2a	63	50	13	744	380	364	0,806	0,511
3a	172	110	62	2064	1464	600	0,639	0,709
4a	365	184	171	4380	3456	924	0,531	0,789
5a	666	302	364	7992	6600	1392	0,453	0,826
6a	1099	434	665	13188	11232	1956	0,395	0,852

Для простой кубической решетки можно расчитать размер ребра куба, при котором число атомов в объеме равно числу атомов на поверхности.

Используя уравнения (3), (4) и (5) получим:

$$\frac{N_s}{N_v} = \frac{N_{at} - N_v}{N_v} = \frac{N_{at}}{N_v} - 1 = 1; \quad \frac{N_{at}}{N_v} = 2$$

$$\frac{(n+1)^3}{(n-1)^3} = 2; \quad \frac{n+1}{n-1} = \sqrt[3]{2} = 1,26 \quad n \approx 8 \div 9$$

Сравнение числа атомов происходит между восьмым и девятым периодом.
(см.табл.1).

Анализируя данные таблицы.1 можно прийти к следующим заключениям. При росте числа периодов ПК решетки:

- число атомов на поверхности ММК N_s и в объеме N_v , растет. Однако, число атомов в объеме растет быстрее, чем на поверхности. При $\ell = 9a$ число атомов в объеме уже превышает число атомов на поверхности..

- отношение $\frac{N_s}{N_{at}}$ убывает. Предел этого отношения при $n \rightarrow \infty$

равен нулю.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_s}{N_{at}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{at} - N_v}{N_{at}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^3} = 0$$

- отношение $\frac{N_{h.c.}}{N_{cbs}}$ растет. Предел этого отношения при $n \rightarrow \infty$ равен единице.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{h.c.}}{N_{cbs}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{24 + 48(n-1) + 30(n-1)^2 + 6(n-1)^3}{6(n+1)^3} = 1.$$

- отношение $\frac{N_{o.c.}}{N_s}$ убывает. Предел этого отношения при $n \rightarrow \infty$ равен единице. Иначе говоря, тому числу недостающих связей, которое имеет атом расположенный на поверхности ^{грани} куба.

Число нарушенных (оборванных) связей:

$$N_{o.c} = 24 + 12 \cdot 2 \cdot (n-1) + 6(n-1)^2 = 6n^2 + 12n + 6$$

Число атомов на поверхности: $N_s = N_{at} - N_v = (n+1)^3 - (n-1)^3 = 6n^2 + 2$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{oc}}{N_s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 12n + 6}{6n^2 + 2} = 1.$$

2.2. Свойства ММК металлов с ОЦК решеткой.

В таблице 2 приведены параметры ОЦК решетки при увеличении длины ребер на целое число периодов. Для этой решетки расчет атомов и связей велся по формулам:

Полное число атомов в решетке

$$N_{at} = (n+1)^3 + n^3 \quad (8)$$

Число атомов в объеме решетки

$$N_v = n^3 + (n-1)^3 \quad (9)$$

Число поверхностных атомов

$$N_s = N_{at} - N_v = 6n^2 + 2 \quad (10)$$

Число возможных связей

$$N_{c.v.b} = N_{at} \cdot 8 \quad (11)$$

Число наличных связей для поверхностных атомов.

$$N_{H.C.S} = 1 \cdot 8 + 12(n-1) \cdot 2 + 24(n-1)^2 \quad (12)$$

Атом, расположенный на вершине куба имеет одну связь, на ребре куба – две связи, на грани – 4 связи, в объеме решетки – 8 связей.

В качестве примера расчета возмем куб с длиной ребра $\ell = 6\alpha$.

Полное число атомов в решетке

$$N_{\text{ат}} = (6+1)^3 + 6^3 = 343 + 216 = 559 \text{ ат}$$

Число атомов в объеме решетки

$$n_v = (n-1)^3 + n^3 = 216 + 125 = 341 \text{ ат}$$

Число атомов на поверхности

$$n_s = 6n^2 + 2 = 216 + 2 = 218 \text{ ат}$$

Число наличных связей в решетке

• для атомов в объеме $8 \cdot 341 = 2728 \text{ сб.}$

• для поверхностных атомов (12)

$$n_{\text{н.с}} = 24(n-1)^2 + 24(n-1) + 8 = 728$$

Общее число наличных связей

$$n_{\text{н.с}} = 2728 + 728 = 3456 \text{ сб.}$$

Число возможных связей

$$N_{\text{с.с}} = N_{\text{ат}} \cdot k_c = 559 \cdot 8 = 4472 \text{ сб.}$$

Число оборванных связей

$$n_{\text{o.с}} = N_{\text{с.с}} - n_{\text{н.с}} = 4472 - 3456 = 1016 \text{ сб.}$$

Эти результаты приведены в таблице 2.

Отношение $\frac{n_s}{N_{\text{ат}}}$ при увеличении числа периодов стремится к нулю.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_s}{N_{\text{ат}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 2}{(n+1)^3 + n^3} = 0$$

Отношение $\frac{n_{\text{н.с}}}{N_{\text{с.с}}}$ при увеличении числа периодов стремится к единице.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_{\text{н.с}}}{N_{\text{с.с}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 8(n-1)^3 + 8 + 24(n-1)^2 + 24(n-1)}{8n^3 + 8(n+1)^3} = 1$$

2.3. Свойства ММК металлов с ГЦК решеткой.

В таблице 3 приведены параметры ГЦК решетки при увеличении длины ребер на целое число периодов. Подсчет числа атомов и связей велся по формулам:

Число атомов в решетке

$$N_{at} = (n+1)^3 + 3 \cdot n^2 \cdot (n+1) \quad (13)$$

Число поверхностных атомов:

$$n_s = 8 + 12(n-1) + 6(n-1)^2 + 6n^2 \quad (14)$$

Число атомов расположенных в объеме

$$n_v = N_{at} - n_s = 4n^3 - 6n^2 + 3n - 1 \quad (15)$$

Атом, расположенный на вершине куба имеет три связи, на ребре – пять связей; узловой атом на грани – шесть связей; гранецентрированный атом – восемь связей; внутренние атомы – двенадцать связей. Приведем пример расчета числа атомов и наличных связей для куба с ребром $\ell = 6a$

Общее число атомов

$$N_{at} = (n+1)^3 + 3n^2(n+1) = (6+1)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 7 = 1099_{at}$$

Число поверхностных атомов

$$n_s = 8 + 12 \cdot 5 + 6 \cdot 25 + 216 = 434_{at}$$

Число атомов в объеме:

$$n_v = 4n^3 - 6n^2 + 3n - 1 = 864 - 216 + 18 - 1 = 665_{at}$$

Число наличных связей. Для атомов, расположенных в объеме:

$$n'_{hc} = 665 \cdot 12 = 7980 \text{ с.в.}$$

Для атомов, расположенных на поверхности.

На вершине куба: $3 \cdot 8 = 24 \text{ сб.}$

На ребрах: $12 \cdot 5 \cdot 5 = 300 \text{ сб.}$

Узловые атомы: $25 \cdot 6 \cdot 8 = 1200 \text{ сб.}$

Центрирующие атомы: $36 \cdot 6 \cdot 8 = 1728 \text{ сб.}$

Всего наличных связей: $N_{\text{нс}} = 7980 + 3252 = 11232 \text{ сб.}$

Число возможных связей:

$$N_{\text{св.в.}} = N_{\text{ат.}} \cdot k_c = 1099 \cdot 12 = 13188 \text{ сб.}$$

Эти результаты и записаны в таблице 3.

2.4. Сравнение параметров ММК металлов с кубическими решетками при длине ребер $\ell = 100 \text{ а}$

В таблице 4 приведены параметры ММК металлов с кубическими решетками при длине ребер $\ell = 100 \text{ а}$. При этом, для расчетов их использовались формулы, приведенные в предыдущих разделах. В качестве примера расчетов приведены вычисления параметров ГЦК решетки с $\ell = 100 \text{ а}$.

Общее число атомов:

$$N_{\text{ат.}} = (101)^3 + 30000(101) = 4060301 \text{ ат.}$$

Число атомов в объеме:

$$\begin{aligned} n_v &= 4n^3 - 6n^2 + 3n - 1 = 4 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^4 + 300 - 1 = \\ &= 3940299 \text{ ат.} \end{aligned}$$

Число атомов на поверхности:

$$N_s = 8 + 12 \cdot 99 + 6 \cdot 9801 + 60000 = 120002 \text{ ат}$$

Число наличных связей.

Сравнение параметров кубических решеток
при длине ребер куба $\ell = 100a$

Таблица 4

№ n/n	ПАРАМЕТР	ТИП РЕШЕТКИ	ПК	ОЦК	ГЦК
			$N_{\text{ат}} \cdot 10^6$	$N_v \cdot 10^6$	$N_s \cdot 10^6$
1	$N_{\text{ат}}$		1,0303	2,0303	4,0603
2	N_v		0,9703	1,9703	3,9403
3	N_s		0,0600	0,0600	0,1200
4	$N_{\text{н.с.}}$		0,1206	8,0000	48,2400
5	$N_{\text{св.в.}}$		6,1818	8,2424	48,7236
6	$\gamma_1 = N_{\text{н.с.}} : N_{\text{св.в.}}$		0,9901	0,9706	0,9901
7	$\gamma_2 = N_s : N_{\text{ат.}}$		0,0582	0,0295	0,0295

Физические свойства металлов

Таблица 5

№ n/n	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	ТИП РЕШЕТКИ	a	τ_a	k_c	$T_{\text{пл}}$
			$\cdot 10^{-10} \text{ м}$	$\cdot 10^{-10} \text{ м}$	$^{\circ}\text{К}$	
1	Алюминий	ГЦК	4,050	1,43	12	930
2	Ванадий	ОЦК	3,028	1,34	8	2190
3	Молибден	ОЦК	3,147	1,39	8	2893
4	Индий	ГЦК	4,774	1,66	12	429,6
5	Полоний	ПК	3,352	1,64	6	527

• тетрагонально искаженная гранецентрированная с
периодами $a = 0,4599 \text{ нм}$ и $c = 0,4950 \text{ нм}$.

Энергия нагрева и расплавления металлов

Таблица 6

№ n/n	ПАРАМЕТР МЕТАЛЛ	M_1	$\vartheta_{\text{наг.}}$	$\vartheta_{\text{пл}}$	$\vartheta_{\text{наг.}} + \vartheta_{\text{пл}}$	$\vartheta_{\text{наг.}} + \vartheta_{\text{пл}}$
		$\cdot 10^{-26} \text{ кДж}$	$\cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
1	Алюминий	4,480	0,3737	0,1744	0,5477	0,0456
2	Ванадий	8,459	1,1090	0,2922	1,4012	0,1751
3	Молибден	15,932	1,5677	0,6086	2,1763	0,2720
4	Индий	19,067	0,1645	0,0543	0,2188	0,0182
5	Полоний	34,703	0,2214	0,2071	0,4285	0,0714

• Свойства элементов. Справочник в 2 кн., под общ. ред.
проф. докт. техн. наук М. Б. Дрица „Металлургия“ ГУП
„Журнал Цветные металлы“ М.; 1997 г.

Для атомов, расположенных в объеме:

$$N_v = 3940299 \cdot 12 = 47283588 \text{ а.}$$

Для атомов на поверхности:

$$N_s = 24 + 5940 + 470448 + 480000 = 956412 \text{ а.}$$

$$N_{\text{н.с.}} = 47283588 + 956412 = 48,24 \cdot 10^6 \text{ а.}$$

Полное число связей:

$$N_{\text{св.в.}} = 48723612 \text{ а.} = 48,7236 \cdot 10^6 \text{ а.}$$

Отношение $\eta_1 = \frac{N_{\text{к.с.}}}{N_{\text{св.в.}}} = \frac{48,24 \cdot 10^6}{48,7236 \cdot 10^6} = 0,99007$

Отношение $\eta_2 = \frac{N_s}{N_{\text{а.}}} = \frac{0,12 \cdot 10^6}{4,0603 \cdot 10^6} = 0,02955$

Эти результаты приведены в таблице 4. По результатам таблицы 4 можно сделать выводы:

1. Число атомов в решетках составляет $1 \div 4$ миллиона;
2. Число поверхностных атомов составляет от 3% до 6%;
3. Число наличных связей отличается от возможных на $(1 \div 3)\%$.
4. Расчет показывает, что при дальнейшем увеличении числа периодов ПК решетки до $n=1000$ отношение $\eta_1 = \frac{N_{\text{н.с.}}}{N_{\text{св.в.}}} = 0,99902$

3. Физические свойства реальных ММК металлов.

Для исследования физических свойств реальных ММК металлов возьмем алюминий, ванадий, молибден, индий и полоний.

3.1. Определение размеров и масс ММК.

Из предыдущих разделов вытекает, что наибольшие отклонения физических свойств ММК от свойств макроскопических тел наблюдается

тогда, когда число его атомов оказывается равным числу атомов ограничивающих элементарную ячейку. Наиболее быстрыми темпами идет выравнивание свойства ММК до периодов $N = 8 \div 9$ для ПК решетки и $4 \div 5$ для ОЦК и ГЦК решеток. Для этих периодов наблюдается уравнение ^{ИВАНЧЕ} числа поверхностных атомов и атомов расположенных в объеме.

Уже при $\ell = 100a$ отношение $\eta_1 = \frac{N_{\text{н.с}}}{N_{\text{в.в}}}$ не отличается от макроскопических более, чем на 3%. Т.е. образцы металлов содержащие более ста периодов приближаются по своим свойствам к макроскопическим образцам.

Размеры ММК определены их периодами, однако, при малом числе периодов следует учитывать, что к данному ММК полностью относятся те атомы, что расположены на поверхности. Поэтому размером ММК металла при $\ell = 1a$ нужно считать $\ell' = 2a$ и т.д. Определим для примера размер ММК для полония.

В таблице 5 приведен период решетки для этого радиоактивного металла $\ell = 1a = 3,352 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Учитывая сказанные выше, размер минимального монокристалла полония $\ell' = 6,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, для случая $\ell = 5a$, получим $\ell' = 19,81 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ и т.д.

Массы ММК получаем по формуле

$$m_{\text{ММК}} = N_{\text{ат}} \cdot m_1 \quad (16)$$

m_1 - масса 1 атома.

Например, масса минимального монокристалла полония при $\ell = 1a$ равна:

$$m_{\text{ММК}} = 8 \cdot 34,703 \cdot 10^{-26} \text{ кг} = 277,62 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Для $\ell = 5a$ для этого же металла находим:

$$M_{\text{ММК}} = 216 \cdot 34,703 \cdot 10^{-26} = 7495,85 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Полоний имеет ПК решетку (см.таблицу 5), а число атомов для $\ell = 5a$ определяем по таблице 1.

В таблице 7 приведены результаты расчетов размеров масс ММК полония для решеток с периодами $\ell = 1a$; $\ell = 3a$; $\ell = 9a$ и $\ell = 100a$

Соответственно, в таблицах 8, 9, 10, 11 приведены аналогичные результаты для металлов с ОЦК и ГЦК решетки.

Таким образом, минимальные массы ММК металлов заключены в интервале:

$$62,7 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \leq M_{\min} \leq 277,6 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Максимальные значения масс ММК для данной выборки металлов:

$$18,2 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \leq M_{\max} \leq 77,418 \cdot 10^{-20} \text{ кг}$$

Минимальные размеры ММК:

$$6,06 \cdot 10^{-10} \text{ м} \leq \ell_{\min} \leq 9,55 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Максимальные размеры ММК:

$$305,8 \cdot 10^{-10} \text{ м} \leq \ell_{\max} \leq 482,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

3.2. Определение температур плавления ММК металлов.

Для предварительных расчетов температуры плавления ММК из данного металла необходимо подготовить следующие данные. Известно, что для того, чтобы расплавить 1 кг металла при температуре плавления, его нужно еще до этой температуры нагреть. Эта теплота Q_H в справочниках не

Размер и масса ММК для полония (ПК)

Таблица 7

ПАРАМЕТР \ ПЕРИОД	1a	3a	5a	100a
$m \cdot 10^{-26} \text{ кг}$	$N_{\text{ат}} = 8$	64	1000	$1,0303 \cdot 10^6$
	277,62	2221,0	34703,0	$35,754 \cdot 10^{-20}$
$\ell \cdot 10^{-10} \text{ м}$	6,7	13,4	30,17	338,55

Размер и масса ММК для алюминия (ГЦК). Таблица 8

ПАРАМЕТР \ ПЕРИОД	1a	3a	5a	100a
$m \cdot 10^{-26} \text{ кг}$	$N_{\text{ат}} = 14$	172	666	$4,0603 \cdot 10^6$
	62,72	770,56	2983,68	$18,190 \cdot 10^{-20}$
$\ell \cdot 10^{-10} \text{ м}$	8,10	16,2	24,3	409,05

Размер и масса ММК для индия (ГЦК)* Таблица 9

ПАРАМЕТР \ ПЕРИОД	1a	3a	5a	100a
$m \cdot 10^{-26} \text{ кг}$	$N_{\text{ат}} = 14$	172	666	$4,0603 \cdot 10^6$
	266,94	3279,52	12698,62	$77,418 \cdot 10^{-20}$
$\ell \cdot 10^{-10} \text{ м}$	9,55	19,1	28,64	482,17

Размер и масса ММК для ванадия (ОЦК) Таблица 10

ПАРАМЕТР \ ПЕРИОД	1a	3a	5a	100a
$m \cdot 10^{-26} \text{ кг}$	$N_{\text{ат}} = 9$	91	341	$2,0303 \cdot 10^6$
	76,13	769,77	2884,52	$17,174 \cdot 10^{-20}$
$\ell \cdot 10^{-10} \text{ м}$	6,06	12,11	18,17	305,83

Размер и масса ММК для молибдена (ОЦК) Таблица 11

ПАРАМЕТР \ ПЕРИОД	1a	3a	5a	100a
$m \cdot 10^{-26} \text{ кг}$	$N_{\text{ат}} = 9$	91	341	$2,0303 \cdot 10^6$
	143,39	1449,81	5432,81	$32,347 \cdot 10^{-20}$
$\ell \cdot 10^{-10} \text{ м}$	6,29	12,59	18,88	317,85

приводится. Однако, её можно определить, если известна зависимость удельной теплоёмкости при постоянном давлении C_p от температуры. Для

Такие расчёты рассматриваемых металлов были выполнены и результаты приведены в таблице 6. В конечном счёте, было получено значение энергии q_1 . Это та энергия, что необходима, чтобы разорвать все связи для одного атома. Число таких связей определяется координационным числом. Возможно определение количества энергии, которое необходимо для разрыва одной связи. $q_{1\text{св}}$.

Рассматривая уединённую элементарную ячейку любого металла, можно заметить, что наряду с сохранёнными связями, она имеет много разорванных. Например, в таблице 3 для ГЦК решётки при $\ell=14$ отношение наличных связей $N_{\text{н.с}}$ ко всем возможным $N_{\text{св.в}}$ равно 0,429. Иначе говоря, разорвано (или отсутствуют) более половины необходимых связей! Отсюда ясно, что для нагрева и расплавления этой ячейки, состоящей из 14 атомов, не нужно столько энергии, сколько нужно для нагрева и расплавления этой же ячейки, но находящейся в объёме металла и имеющей 168 всех возможных связей. Поэтому, отношение (1)

$$\eta_1 = \frac{N_{\text{н.с}}}{N_{\text{св.в}}}$$

можно использовать для вычисления действительного значения тепла, необходимого для нагрева и расплавления данного ММК. Приборы, измеряющие температуру, реагируют на это меньшее количество тепла и регистрируют меньшее значение температуры плавления.

Приведём пример определения температуры плавления ММК ванадия для случая $\ell = 5a$. Этот минимальный монокристалл содержит 341 атом и имеет 2000 связей. Если бы этот монокристалл был в составе более крупного образца у него было бы 2728 связей. Получаем, что у рассматриваемого образца ММК не достаёт 728 связей. Следовательно, при нагревании, поступающей энергии достаточно разрушить 2000 связей, вместо 2728.

$$\eta^5 = \frac{N_{\text{н.с}}}{N_{\text{св.б}}} = \frac{2000}{2728} = 0,733$$

Полная энергия необходимая для нагревания и расплавления ММК с $N_{\text{ат}} = 341$ равна:

$$Q_n = q_1 N_{\text{ат}} = 1,4012 \cdot 10^{-19} \cdot 341 = 477,81 \cdot 10^{-19} \text{Дж}$$

Известно, что если образец при получении этой энергии окажется расплавленным, он должен иметь температуру плавления т.е. $T_{nn} = 2190^\circ\text{K}$

Должно быть выполнено условие:

$$Q_n = H_T k \cdot T_{nn} \quad (17), \text{ где } k - \text{постоянная Больцмана}$$

$$477,81 \cdot 10^{-19} = H_T \cdot k \cdot T_{nn} = H_T \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23} \cdot 2190$$

$$H_T = \frac{477,81 \cdot 10^{-19}}{2190 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23}} = \frac{4778,1}{3,0237} = 1580,2$$

Если же меньшей энергией плавиться этот же образец, то снова должно быть выполнено условие:

$$477,81 \cdot 10^{-19} \cdot \eta^5 = H_T k \cdot T'_{nn} \quad (18)$$

где T'_{nn} - температура плавления ММК

$$T'_{nn} = \frac{477,8 \cdot 10^{-19} \cdot 0,733}{1580,2 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23}} = 1605,2^\circ\text{K}$$

$$T'_{nn} = 1605,2^\circ\text{K}$$

ММК ванадия массой $2884,5 \cdot 10^{26}$ кг и размером ребра куба $\ell = 18,2 \cdot 10^{10}$ м расплавится при температуре 1605°K или 1332°C

Кратко, приведенные выше действия выливаются в следующие уравнения:

$$Q_n = H_t \cdot k \cdot T_{nn} ; \quad H_t = \frac{Q_n}{k \cdot T_{nn}} ;$$

$$Q_n \cdot \gamma_1 = H_t \cdot k \cdot T'_{nn} ; \quad Q_n \cdot \gamma_1 = \frac{Q_n}{k \cdot T_{nn}} \cdot T'_{nn}$$
$$T'_{nn} = T_{nn} \cdot \gamma_1 \quad (19)$$

Уравнение (19) значительно упрощает вычисления.

Вычислим температуру плавления элементарной ячейки ванадия. Используя данные таблицы 2 имеем:

$$\gamma_1 = \frac{N_{\text{не}}}{N_{\text{св.б}}} = 0,222 ; \quad T'_{nn} = 2190 \cdot 0,222 = 486,2^{\circ}\text{K}$$
$$T'_{nn} = 213^{\circ}\text{C}$$

В таблице 12 приведены результаты таких расчетов для всех металлов и всех исследуемых ММК.

Известные значения коэффициента γ_1 для исследуемых ММК металлов позволяют вычислять для них значения теплот нагрева и плавления. В качестве примера для расчета возьмем самый тугоплавкий металл из нашей выборки – молибден. Теплота нагрева и расплавления ММК –металла Q' определялась по уравнению

$$Q' = Q_n \cdot \gamma_1$$

где Q_n - теплота нагрева и расплавления такого же по массе образца ММК металла, но имеющего все необходимые межатомные связи.

Результаты расчетов приведены в таблице 13.

4. Заключение.

Таким образом, существенное влияние на макроскопические свойства микроскопических количеств вещества оказывают поверхностные атомы. Существенными отличиями поверхностных атомов от атомов находящихся в объеме является наличие оборванных связей. Именно они изменяют физические свойства вещества. Чем больше число атомов имеет образец металла, тем меньше влияние на его свойства оказывают поверхностные атомы. Это показывает предел отношения

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_s}{N_{at}} = 0$$

Имеет место постепенное изменение свойств.

ММК – это такое количество вещества, находящегося в кристаллическом состоянии, при котором определяющую роль в формировании его физических свойств играют поверхностные атомы. Любая относительная потеря внутриатомных связей ведет к такой же качественной потере привычных макроскопических свойств. Наибольшие изменения этих свойств показывает элементарная ячейка. Разрушение ее ведет к полной потери привычных макроскопических свойств.

Температура плавления ММК металлов

Таблица 12

металл	ℓ	1а	3а	$g_{\alpha} \rightarrow g_0$ 5а	100а
P_0	η_1	0,5	0,75	0,9	0,99
	$T_m^{\circ} K$	263,5	395	474	521,7
V	η_1	0,222	0,593	0,733	0,971
	$T^{\circ} K$	486	1299	1605	2126
Mo	η_1	0,222	0,593	0,733	0,971
	$T^{\circ} K$	642	1715	2120	2809
Al	η_1	0,429	0,709	0,826	0,990
	$T^{\circ} K$	399	659	768	921
In	η_1	0,429	0,709	0,826	0,99
	$T^{\circ} K$	184,3	305	355	425,3

Теплота нагрева и плавления ММК ванадия. Таблица 13

ℓ	1а	3а	5а	100а
N_{at}	9	91	341	$2,0303 \cdot 10^6$
$Q \cdot 10^{-19} \text{Дж}$	19,59	198,04	742,11	$4,418 \cdot 10^{-13}$
η_1	0,222	0,593	0,733	0,971
$Q \cdot 10^{-19} \text{Дж}$	4,349	117,44	544,0	$4,29 \cdot 10^{-13}$

Резкой верхней границы ММК нет. Реально же нужно учитывать свойства ММК металлов до $\ell = 100a$. В случаях увеличения точности измерения макроскопических свойств на образцах микроскопических размеров ℓ необходимо увеличивать.

Результаты данной работы необходимо учитывать в измерительной технике в тех случаях, когда образец для исследования макроскопических свойств взят в размерах сопоставимых с ММК.

На основе свойств ММК возможно разработать методику измерения температуры плавления тугоплавких металлов. Могут быть полезными известные свойства ММК и при исследовании свойств новых химических элементов, когда счет атомов ведется на десятки и сотни.

Кусочек индия, плавление которого могли наблюдать канадские физики, по результатам этой работы, имеет следующие параметры:

$$3,28 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \leq m \leq 6,96 \cdot 10^{-23} \text{ кг}$$

$$19,1 \cdot 10^{-10} \text{ м} \leq \ell \leq 24 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$304,5^\circ\text{K} \leq T'_{\text{пл}} \leq 338,9^\circ\text{K}$$

$$31,4^\circ\text{C} \leq T'_{\text{пл}} \leq 65,7^\circ\text{C}$$

Они не противоречат опубликованным данным: размер менее $30 \cdot 10^{-10}$ м и температура плавления чуть выше 40°C .

Издательство УРСС

специализируется на выпуске учебной и научной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской Академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений.



Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Основываясь на широком и плодотворном сотрудничестве с Российским фондом фундаментальных исследований и Российским гуманитарным научным фондом, мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

Серия «Relata Refero»

Бабанин А. Ф. Введение в общую теорию мироздания. Кн. 1, 2.

Халезов Ю. В. Планеты и эволюция звезд.

Артеха С. Н. Критика основ теории относительности.

Калинин Л. А. Кардинальные ошибки Эйнштейна.

Янчилин В. Л. Квантовая теория гравитации.

Янчилин В. Л. Неопределенность, гравитация, космос.

Кецацис А. А. Алгебраические основы физики.

Брусин Л. Д., Брусин С. Д. Иллюзия Эйнштейна и реальность Ньютона.

Шульман М. Х. Теория шаровой расширяющейся Вселенной.

Шульман М. Х. Вариации на темы квантовой теории.

Бураго С. Г. Эфиродинамика Вселенной.

Блиннов В. Ф. Растущая Земля: из планет в звезды.

Федосин С. Г. Современные проблемы физики. В поисках новых принципов.

Федосин С. Г. Основы синкретики. Философия носителей.

Зверев Г. Я. Физика без механики Ньютона и без теории Эйнштейна.

Заказчиков А. И. Загадка эфирного ветра: фундаментальные вопросы физики.

Аюковский В. А. Физические основы электромагнетизма и электромагнитных явлений.

Барыкин В. Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости.

Опарин Е. Г. Физические основы бестопливной энергетики.

Стельмахович Е. М. Пространственная (топологическая) структура материи.

Галавкин В. В. Дорогой Декарта, или физика глазами системотехника.

Терлецкий Н. А. О пользе и вреде излучения для жизни.

Чижков Е. Б. Введение в философию математических пространств.

Николаев О. С. Физика и астрономия: Курс практических работ для средней школы.

Фейнман Р., Лейтон Р., Сондс М. Фейнмановские лекции по физике. В 9 томах.

Задачи и упражнения с ответами и решениями к фейнмановским лекциям. В 2 томах.

Вайнберг С. Мечты об окончательной теории.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
тел./факс (095) 135-42-16, 135-42-46
или электронной почтой URSS@URSS.ru
Полный каталог изданий представлен
в Интернет-магазине: <http://URSS.ru>

Издательство УРСС

Научная и учебная
литература

Издательство УРСС

Представляет Вам свои лучшие книги:



Брайан Грин

ЭЛЕГАНТНАЯ ВСЕЛЕННАЯ Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории

Книга Брайана Грина «Элегантная Вселенная» — увлекательнейшее путешествие по современной физике, которая как никогда ранее близка к пониманию того, как устроена Вселенная. Квантовый мир и теория относительности Эйнштейна, гипотеза Калуцы—Клейна и дополнительные измерения, теория суперструн и браны, Большой взрыв и мульти-вселенные — вот далеко не полный перечень обсуждаемых вопросов.

Используя ясные аналогии, автор переводит сложные идеи современной физики и математики на образы, понятные всем и каждому. Брайан Грин срывает завесу таинства с теории струн, чтобы представить миру 11-мерную Вселенную, в которой ткань пространства рвется и восстанавливается, а вся материя порождена вибрациями микроскопических струн.

Книга вызовет несомненный интерес как у специалистов естественно-научных дисциплин, так и у широкого круга читателей.

Роджер Пенроуз НОВЫЙ УМ КОРОЛЯ

О компьютерах, мышлении и законах физики

Монография известного физика и математика Роджера Пенроуза посвящена изучению проблемы искусственного интеллекта на основе всестороннего анализа достижений современных наук. Возможно ли моделирование разума? Чтобы найти ответ на этот вопрос, Пенроуз обсуждает широчайший круг явлений: алгоритмизацию математического мышления, машины Тьюринга, теорию сложности, теорему Гёделя, телепортацию материи, парадоксы квантовой физики, энтропию, рождение вселенной, черные дыры, строение мозга и многое другое. Книга вызовет несомненный интерес как у специалистов, так и у широкого круга читателей.



Наши книги можно приобрести в магазинах:

- «Библио-Глобус» (м. Лубянка, ул. Мясницкая, 6. Тел. (095) 925-2457)
- «Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (095) 203-8242)
- «Москва» (м. Охотный ряд, ул. Тверская, 8. Тел. (095) 229-7355)
- «Молодая гвардия» (м. Полянка, ул. Б. Полянка, 28. Тел. (095) 238-5083, 238-1144)
- «Дом деловой книги» (м. Пролетарская, ул. Марксистская, 9. Тел. (095) 270-5421)
- «Гоззис» (м. Университет, 1 гум. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (095) 939-4713)
- «У Кентавра» (РГГУ) (м. Новослободская, ул. Чапникова, 15. Тел. (095) 973-4301)
- «СПб. дом книги» (Невский пр., 28. Тел. (812) 311-3954)

Издательство
УРСС

(095) 135-42-46,
(095) 135-42-16,
URSS@URSS.ru

Настоящая книга состоит из двух частей. В первой части изложен тепловой способ оценки механических свойств жидких металлов. Он применим для тел, находящихся в любом из трех состояний. Получен ряд новых результатов. Подробно рассмотрены механические свойства металлов: лития, бериллия, алюминия, железа, вольфрама, ртути и франция.

Вторая часть посвящена исследованию физических свойств систем, состоящих из сотен и тысяч атомов металлов. Выявлено, что для таких систем (называемых минимальными монокристаллами — ММК металлов) снижается суммарная теплота нагрева до температуры плавления и теплота плавления, значительно уменьшается температура плавления.

2627 ID 22488



9 785354 008292 >

интернет-магазин

OZON.ru



16811414

Любые замечания и предложения по изданию, а также замеченные опечатки присыпайте по адресу URSS@URSS.ru. Полный список замеченных опечаток можно будет увидеть на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине <http://URSS.ru>