ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО-ЛОРЕНЦА

Сизенов В. А.

Аннотация. В работе показано, что если отказаться от инвариантности скорости света, то при соблюдении принципа относительности и принципа постоянства скорости света в вакууме преобразования Лоренца вытекают из соотношений геометрии Лобачевского.

Введение

В работах [1], [2], [3], [4], [5] была изложена гипотеза, в которой постулаты специальной теории относительности (СТО) остались прежними, но их интерпретация несколько изменилась. Краткая суть изменений заключается в следующем. Для постулатов СТО А. Эйнштейн дал следующие определения [6, стр. 10]:

«Дальнейшие соображения опираются на принцип относительности и на принцип постоянства скорости света. Мы формулируем оба принципа следующим образом.

1. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения состояния относятся.

2. Каждый луч света движется в «покоящейся» системе координат с определенной скоростью V, независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом».

Из принципа относительности (первый постулат) в гипотезе, также как и в СТО, делается вывод, что математические соотношения, выражающие физические законы, во всех инерциальных системах отсчёта (ИСО) имеют одинаковую форму.

Второй постулат А. Эйнштейн интерпретировал следующим образом;

«…свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью V, не зависящей от состояния движения излучающего тела» [6, стр. 7, 8]. При этом «…ни одной точке пустого пространства, в котором протекают электромагнитные процессы, не приписывается какой-нибудь вектор скорости» [6, стр. 8, строки 6, 7, 8 сверху].

Если под терминами «пустота» и «пустое пространство» понимать вакуум или эфир, то эта интерпретация остаётся действительной и для гипотезы. Расхождение гипотезы и СТО проявляется в определении «покоящейся» системы, и в вытекающем из этого определения выводе о инвариантности скорости света для движущихся систем.

Для «покоящейся» системы координат А. Эйнштейн даёт следующее определение:

«Пусть имеется координатная система, в которой справедливы уравнения механики Ньютона. Для отличия от вводимых позже координатных систем и для уточнения терминологии назовем эту координатную систему «покоящейся системой»» [6, стр. 8, строки 17 — 20 сверху].

Следовательно, исходя из принципа относительности, «покоящейся системой» в СТО может быть любая координатная система. А «то обстоятельство, что свет при измерении в движущейся системе также распространяется со скоростью V» [6, стр. 15, строки 8, 9 сверху] становится достаточным основанием для того чтобы считать скорость света инвариантной. Таким образом, все координатные системы в СТО равноправны и, двигаясь относительно друг друга, они виртуально покоятся в «пустоте». Само же движение становится чем-то абстрактным.

Пространство, как философская категория, является формой сосуществования материальных объектов и процессов. Исходя из этого определения пространство в гипотезе представлено в виде заполняющей его однородной материальной среды (мирового эфира) и совокупности материальных объектов (материальных точек), перемещающихся относительно эфира с различными скоростями.

В гипотезе под движением материальной точки в пространстве понимается её взаимодействие с эфиром, при этом скорость движения материальной точки в эфире (относительно эфира) характеризуется энергией этого взаимодействия. Следовательно, для изменения скорости материальной точки нужно произвести работу, то есть приложить к материальной точке импульс силы. Такое понимание движения опирается на законы сохранения энергии и импульса тела.

Из «обстоятельства, что свет при измерении в движущейся системе также распространяется со скоростью V», в гипотезе делается вывод, что инвариантным является расстояние, проходимое светом за единицу измерения времени в «движущейся системе». При такой трактовке измеренное численное значение скорости света для всех движущихся систем будет одинаковым, но сама скорость света инвариантной не будет. Поэтому в гипотезе координатные системы неравноправны и, двигаясь относительно друг друга, они также как и свет движутся относительно эфира, но каждая со своей скоростью. А «покоящаяся» инерциальная система отсчёта ИСО0 покоится в эфире. Так как все инерциальные системы отсчёта (ИСО) находятся в едином пространстве, то каждая геометрическая точка пространства одновременно принадлежит всем ИСО. Время для всех ИСО также едино, но для каждой ИСО масштаб времени свой. Механизмом перехода материальной точки от одной ИСО к другой является импульс силы. Скорость движения любых материальных тел относительно эфира ограничена предельной скоростью, причём этой скорости не может достичь ни одно материальное тело, в том числе и фотоны света. Так как скорость света незначительно отличается от предельной скорости, то она может быть выбрана в качестве таковой.

В работах [1], [2], [3], [4] математические соотношения для ИСО были получены независимо от геометрии Лобачевского, что привело к отсутствию соответствующих ссылок. После ознакомления с основами гиперболической геометрии это упущение было устранено в работе [5].

Целью настоящей работы является систематизация полученных в работах [1], [2], [3], [4], [5] результатов, с точки зрения гиперболической геометрии.

1 Модель пространства

Мысленно построим простейшую модель пространства, в которой можно было бы отобразить множество инерциальных систем отсчёта.

Если модель пространства представить в виде абсолютной пустоты, то о геометрических свойствах такого пространства вообще ничего нельзя сказать, так как в нём отсутствует протяжённость. (Протяжённость — обладание тремя измерениями: длиной, шириной, высотой. Смотри ст. 1033 *Толкового словаря русского языка* под редакцией Д. И. Ушакова, Том III — М.: Государственное издательство иностранных и национальных словарей, 1939). Для того чтобы в «пустоте» появилась протяжённость её нужно заполнить какой-либо неподвижной мелко дисперсной однородной средой. Эту среду можно назвать физическим вакуумом, эфиром или как-нибудь иначе. В таком пространстве появляется длина и, соответственно, площадь и объём. Но для того чтобы строить геометрию такого пространства в него нужно ввести ориентиры, то есть пометить некоторые геометрические точки неоднородностями. Неоднородностями могут служить материальные объекты, рассматриваемые в качестве материальных точек. В таком пространстве уже можно поместить систему координат, причём началом координат может стать любая материальная точка.

Для того чтобы превратить систему координат в множество инерциальных систем отсчёта, материальные точки нужно привести в движение. Движение является результатом взаимодействия материальных точек с вакуумом (эфиром). Оно характеризуется скоростью перемещения материальных тел относительно неподвижных геометрических точек. С появлением движения в пространстве появляется и время. Изменение скорости материального тела осуществляется путём приложения к нему импульса силы. Поэтому подмножество ИСО можно получить следующим образом. Пусть в некоторой геометрической точке однородного пространства, которую примем за начало координат ИСО0, находится материальный объект. Мысленно предположим, что под действием кратковременного симметричного взрыва этот объект распался на множество материальных точек, которые с разными скоростями начали разлетаться во все стороны. Если между материальными точками будут отсутствовать любые взаимодействия, то для них будет соблюдаться закон инерции и, следовательно, каждой материальной точке можно приписать свою инерциальную систему отсчёта.

2 Инерциальные системы отсчёта

Сами инерциальные системы отсчёта (ИСО) являются математической абстракцией и никакими физическими свойствами не обладают. Материальные точки, неподвижные относительно рассматриваемой ИСО, будем считать принадлежащими этой ИСО. Под физическими свойствами ИСО (время, скорость) будем подразумевать физические свойства материальных точек, принадлежащих этой ИСО. Абсолютная инерциальная система отсчёта ИСО0 неподвижна относительно вакуума (эфира), заполняющего пространство.

Следовательно, ИСО0 можно придать такие свойства метрического пространства, как однородность и изотропность.

В отдельно взятой ИСО все метрические соотношения описываются геометрией Евклида. Это утверждение не противоречит СТО [6, стр. 8, строки 11, 12, 13, 14 снизу]: «Если некоторая материальная точка находится в покое относительно этой координатной системы, то ее положение относительно последней может быть определено методами эвклидовой геометрии с помощью твердых масштабов и выражено в декартовых координатах».

При рассмотрении совокупности ИСО целесообразно перейти к векторному пространству скоростей, которое описывается геометрией Лобачевского. Связь пространства скоростей с геометрией Лобачевского в 1923 году установил А. П. Котельников [7]. Пространство, описываемое геометрией Евклида, будем обозначать буквой Σ, а пространство, описываемое геометрией Лобачевского, буквой S. Обозначения Σ и S заимствованы из [8, §15, стр. 71].

Связующим звеном между метрическим пространством и пространством скоростей является время. Понятие времени в произвольно взятой инерциальной системе отсчёта (ИСОХ) неразрывно связано с интервалами между событиями, причём под событием понимается либо появление в ИСОХ материальной точки, либо её исчезновение. Для измерения времени в ИСОХ можно использовать любое, достаточно часто повторяющееся, периодическое событие.

3 Преобразования в идеальном пространстве Σ

Идеальное пространство Σ однородно и изотропно по всем направлениям. Скорость взаимодействия материальной точки с вакуумом в пространстве Σ является мгновенной и предельная скорость движения материальных тел относительно неподвижной инерциальной системы (вакуума) равна бесконечности. Единицы измерения длины и времени являются абсолютными, то есть одинаковыми для всех инерциальных систем отсчёта.

В идеальном пространстве Σ имеет место принцип относительности Галилея, который довольно подробно разобран, например, в [9, §15]. С помощью рисунка 1 рассмотрим в упрощённой форме преобразования Галилея и некоторые его следствия. На рисунке 1 начала координат и оси инерциальных систем отсчёта S' и S в начальный момент времени t = 0 совпадают, а постоянная скорость V движения системы S' относительно системы S направлена вправо вдоль оси X. Материальная точка M также движется вправо вдоль оси X, причём скорость движения материальной точки в общем случае величина переменная.

При таких условиях преобразования Галилея [9, ф. (15.3), (15.5)] будут иметь следующий вид:

$$x = x' + V \cdot t'; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = t', \tag{3.1}$$

$$x' = x - V \cdot t; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t, \tag{3.2}$$

где x, y, z — координаты материальной точки M в системе отсчёта S;

x', y', z' — координаты материальной точки M в системе отсчёта S';

t и t' — время в системах S и S', соответственно;

V — скорость системы S' относительно системы S.

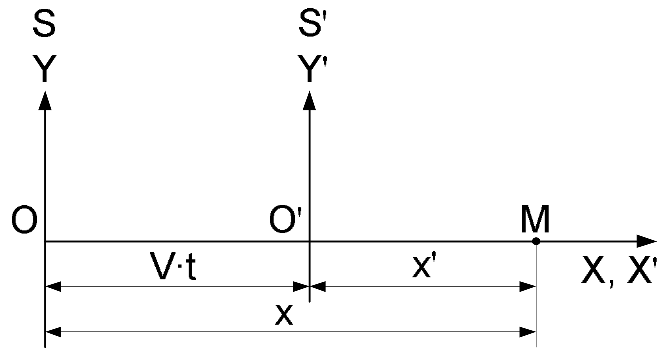

Рисунок 1 — Преобразование координат (оси Z и Z' условно не показаны)

В основе вывода преобразований Галилея лежит предположение об абсолютности длин и промежутков времени. Абсолютность времени отражена в уравнении t = t'. Дифференцируя выражение

$$x = x' + V \cdot t' \tag{3.3}$$

по времени получим закон сложения скоростей в пространстве Σ:

$$v = v' + V, \tag{3.4}$$

где v — скорость точки в системе S, а v' — в системе S'.

Дифференцируя (3.4) по времени и учитывая, что V = const, получим

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv'}{dt} = \frac{dv'}{dt'} = a'. \tag{3.5}$$

Здесь a — ускорение точки в системе S, а a' — ускорение той же точки в системе S'. Таким образом, ускорение материальной точки в обеих системах отсчета одинаково, то есть оно инвариантно относительно преобразования Галилея (закон сохранения импульса тела).

Согласно гипотезе при переходе от идеального пространства Σ к пространству S скорость взаимодействия материальной точки с вакуумом становится конечной, что приводит к ограничению предельной скорости движения материальных тел относительно вакуума. В свою очередь это ограничение приводит к тому, что масштаб времени в ускоряемой системе отсчёта, по мере приближения её скорости к предельной, увеличивается. То есть в пространстве S масштаб времени в отличающихся по скорости относительно ИСО0 инерциальных системах становится неодинаковым. Это приводит к анизотропии времени в движущихся ИСО относительно направления движения. Метрическое пространство при переходе от одной ИСО к другой остаётся одним и тем же, поэтому длина в пространстве S остаётся абсолютной. Так как закон сохранения импульса тела должен действовать и в пространстве S, то ускорение точки M для разных инерциальных систем остаётся одинаковым. В итоге при переходе от пространства Σ к пространству S время и скорость в отличие от длины и ускорения теряют инвариантность.

4 Абсолютная инерциальная система отсчёта ИСО0

Определим для ИСО0 единиц ы измерения физических величин. Естественной единицей измерения является предельная скорость относительно ИСО0, которую обозначим как c_0. В качестве второй единицы измерения выберем единицу измерения длины s_0^0, являющуюся инвариантной. Отсюда единица измерения времени t_0^0 определится соотношением $t_0^0 = s_0^0 / c_0$. В общем случае длина и скорость величины векторные, а время является скалярной величиной. Так как пространство едино, то единицу измерения длины s_0^0 можно принять общей для всех ИСО. Единицы измерения c_0 и t_0^0 не являются инвариантными, поэтому для ИСО0 их можно определить как собственные.

Для того чтобы переместить материальную точку, масса которой m, из ИСО0 в ИСОX, к ней надо приложить импульс I_{0x} силы F [1, ф. (4.1)]:

$$I_{0x} = F \cdot \Delta t_0 = m \cdot a_0 \cdot \Delta t_0 = m \cdot v_{0x\Sigma} = m \cdot c_0 \cdot \chi_{0x}, \qquad (4.1)$$

где $\chi_{0x} = I_{0x} /(m \cdot c_0) = v_{0x\Sigma} / c_0$ — относительный импульс силы [3, ф. (0.1)];

a_0 — начальное ускорение материальной точки относительно ИСО0;

Δt_0 — время действия силы $F = m \cdot a_0 = \mathrm{const}$;

$v_{0x\Sigma} = a_0 \cdot \Delta t_0$ — скорость ($0 \le v_{0x\Sigma} < \infty$), которую материальная точка приобрела бы в пространстве Σ при приложении к ней импульса силы I_{0x}.

Скорость движения v_{0x} ($0 \le v_{0x} < c_0$) произвольной ИСОX относительно ИСО0 определяется соотношением [1, ф. (1.8); 5, ф. (3.3)]

$$v_{0x} = c_0 \cdot \mathrm{th}\chi_{0x} = c_0 \cdot \mathrm{th}(v_{0x\Sigma} / c_0). \qquad (4.2)$$

Соотношения

$$\psi_{0x} = v_{0x} / c_0 = \mathrm{th}(v_{0x\Sigma} / c_0) = \mathrm{th}\chi_{0x}, \qquad (4.3)$$

$$\chi_{0x} = v_{0x\Sigma} / c_0 \qquad (4.3а)$$

в отличие от СТО в гипотезе являются инвариантными [4, ф. (5.7а)].

Множество $\chi_{0x} = v_{0x\Sigma} / c_0$ пространства Σ отображается в пространстве S множеством $\psi_{0x} = v_{0x} / c_0$ [5, п. 3], то есть множество ψ_{0x} является образом множества χ_{0x}. Каждому элементу множества ψ_{0x} в реальном пространстве соответствует своя инерциальная система отсчёта ИСОX.

Формула, аналогичная (4.3), приведена, например, в работе [10, ф. (20)]:

$$v / c = \mathrm{th}(\omega / c).$$

В ней параметр ω называется быстротой и с физической точки зрения не интерпретирован. Но Котельников А. П. интерпретировал его как скорость в пространстве мира Ньютона [7, стр. 60, строки 6 — 14 сверху], то есть, так же как и в настоящей гипотезе.

Переход от пространства скоростей к метрическому пространству осуществляется по формуле

$$x_{0x} = v_{0x} \cdot t_0 = c_0 \cdot t_0 \cdot \mathrm{th}[(v_{0x\Sigma} \cdot t_0)/(c_0 \cdot t_0)] = n \cdot s_0^0 \cdot \mathrm{th}(x_{0x\Sigma}^0 / s_0^0), \qquad (4.4)$$

где x_{0x} — расстояние, пройденное в пространстве S материальной точкой за время $t_0 = n \cdot t_0^0$ при движении с постоянной скоростью v_{0x};

n — коэффициент;

$x_{0x\Sigma}^0$ — расстояние, проходимое в пространстве Σ материальной точкой за время t_0^0 при движении с постоянной скоростью $v_{0x\Sigma}$.

5 Соотношения относительно ИСО0

Предположим, что начала координат и оси неподвижной инерциальной системы отсчёта ИСО0 и движущихся ИСО1 и ИСОX (рисунок 2) в начальный момент времени $t_0 = t_{11} = t_{xx} = 0$ совпадают, а скорости v_{01} и v_{0x} движения ИСО1 и ИСОX относительно ИСО0, направлены вправо вдоль оси X_0.

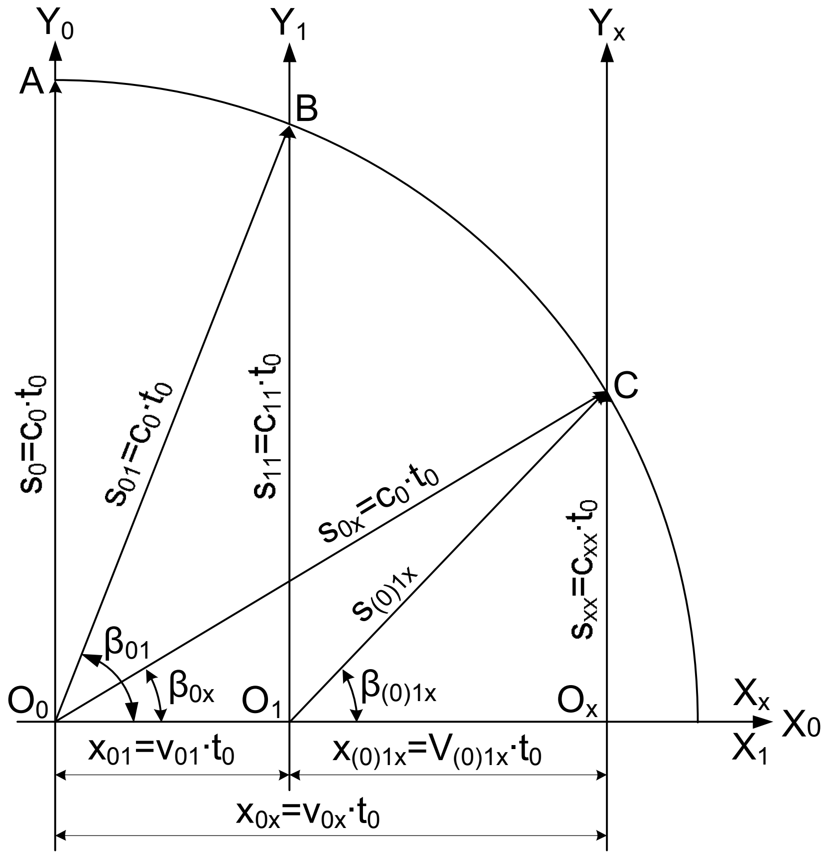

Рисунок 2 — Инерциальные системы отсчёта относительно ИСО0 (оси Z_0, Z_1 и Z_X условно не показаны)

Через интервал времени $\Delta t = t_0 > 0$ начало координат (точка O_1) ИСО1 переместится по оси O_0X_0 на расстояние

$$x_{01} = v_{01} \cdot t_0 = c_0 \cdot t_0 \cdot \mathrm{th}\chi_{01}, \qquad (5.1)$$

а начало координат (точка O_X) ИСОХ на расстояние

$$x_{0x} = v_{0x} \cdot t_0 = c_0 \cdot t_0 \cdot \text{th}\chi_{0x}, \qquad (5.2)$$

где $\chi_{0x} = v_{0x\Sigma}/c_0 = v_{01\Sigma}/c_0 + v_{1x\Sigma}/c_0 = \chi_{01} + \chi_{1x}$. (5.2а)

Пусть в начальный момент времени $t_{xx} = 0$ перпендикулярно оси O_XX_X из точки O_X движущейся системы отсчёта ИСОХ будет испущен короткий световой импульс (луч O_XC). Так как в момент времени $t_0 = t_{xx} = 0$ точки O_X, и O_0 совпадают, то можно считать, что этот импульс также испущен и из точки O_0 (луч O_0C) неподвижной системы ИСО0. Соответственно траектория движения этого импульса в системе ИСО0 будет направлена под углом β_{0x} к оси O_0X_0. Согласно геометрии Лобачевского лучи O_0C и O_XC параллельны, а угол β_{0x} является углом параллельности. В [11, п. 16, стр. 40] угол параллельности определён как функция перпендикуляра x_{0x} к лучу O_XA и обозначается соответственно $\Pi(x_{0x})$, то есть $\beta_{0x} = \Pi(x_{0x})$:

$$\cos\beta_{0x} = x_{0x}/s_{0x} = v_{0x} \cdot t_0/(c_0 \cdot t_0) = v_{0x}/c_0 = \text{th}\chi_{0x}. \qquad (5.3)$$

В [11, п. 35, стр. 64] Лобачевский Н. И. для каждого отрезка x устанавливает «дополнительный» [12, прим. [19], стр. 494] отрезок x', углы параллельности которых $\Pi(x)$ и $\Pi(x')$ связаны равенством

$$\Pi(x) + \Pi(x') = \pi/2.$$

Отрезок $s_{xx} = c_{xx} \cdot t_0$ (рисунок 2) по отношению к отрезку x_{0x} является дополнительным и, соответственно, его угол параллельности определяется следующим соотношением [11, прил. VII, рубрика 9, ф. (XVII), стр. 158]:

$$\cos\beta'_{0x} = \cos(\pi/2 - \beta_{0x}) = \sin\beta_{0x} = \sqrt{1 - \text{th}^2\chi_{0x}} = 1/\text{ch}\chi_{0x}.$$

Отсюда

$$\sin\beta_{0x} = s_{xx}/s_{0x} = c_{xx} \cdot t_0/(c_0 \cdot t_0) = c_{xx}/c_0 = 1/\text{ch}\chi_{0x}.$$

То есть собственная предельная скорость c_{xx} движущейся ИСОХ определится соотношением [2, ф. 2.4в)]

$$c_{xx} = c_0/\text{ch}\chi_{0x}. \qquad (5.4)$$

Аналогично собственная предельная скорость c_{11} движущейся ИСО1 определится соотношением

$$c_{11} = c_0/\text{ch}\chi_{01}. \qquad (5.5)$$

Из критерия $s_0^0 = c_0 \cdot t_0^0 = c_{11} \cdot t_{11}^0 = c_{xx} \cdot t_{xx}^0 = \text{const}$ определим собственные единицы измерения времени инерциальных систем отсчёта ИСО1 и ИСОХ:

$$t_{11}^0 = c_0 \cdot t_0^0/c_{11} = t_0^0 \cdot \text{ch}\chi_{01}, \qquad (5.6)$$

$$t_{xx}^0 = c_0 \cdot t_0^0/c_{xx} = t_0^0 \cdot \text{ch}\chi_{0x}. \qquad (5.7)$$

Через интервал времени $\Delta t = t_0 > 0$ начало координат (точка O_X) ИСОХ (рисунок 2) переместится по оси O_0X_0 относительно начала координат (точка O_1) ИСО1 на расстояние $x_{(0)1x}$

$$x_{(0)1x} = x_{0x} - x_{01} = (v_{0x} - v_{01}) \cdot t_0 = V_{(0)1x} \cdot t_0, \tag{5.8}$$

где $x_{(0)1x}$ — расстояние между точками O_1 и O_X, определённое из ИСО0;

$V_{(0)1x}$ — скорость ИСОХ относительно ИСО1, определённая из ИСО0 [3, ф.(1.7а)]

$$V_{(0)1x} = v_{0x} - v_{01} = c_0 \cdot \frac{1 - \mathrm{th}\chi_{01}^2}{1 + \mathrm{th}\chi_{01} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x}} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x}. \tag{5.9}$$

Относительная собственная предельная скорость ИСО1 по отношению к ИСОХ, определится из ИСО0 следующим выражением [3, ф.(2.1)]:

$$c_{(0)1x} = \sqrt{c_{0x}^2 + V_{(0)1x}^2} = \frac{c_0 \cdot \sqrt{(1 - \mathrm{th}^2\chi_{01}) \cdot (1 - \mathrm{th}^2\chi_{01} \cdot \mathrm{th}^2\chi_{1x})}}{1 + \mathrm{th}\chi_{01} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x}}. \tag{5.10}$$

Для угла $\beta_{(0)1x}$ (рисунок 2) можно записать следующие соотношения:

$$\cos\beta_{(0)1x} = \frac{V_{(0)1x}}{c_{(0)1x}} = \mathrm{th}\chi_{1x} \cdot \sqrt{\frac{1 - \mathrm{th}^2\chi_{01}}{1 - \mathrm{th}^2\chi_{01} \cdot \mathrm{th}^2\chi_{1x}}}. \tag{5.11}$$

$$\mathrm{tg}\beta_{(0)1x} = \frac{c_{xx}}{v_{0x} - v_{01}} = \frac{\sin\beta_{0x}}{\cos\beta_{0x} - \cos\beta_{01}} \tag{5.11а}$$

Из соотношений (5.10) и (5.11) можно получить общую формулу для предельной скорости $c_{(0)1x}$ в виде функции угла $\beta_{(0)1x}$ [3, ф.(2.3)]:

$$c_{(0)1x} = c_0 \cdot \sqrt{1 - (v_{01}/c_0)^2 \cdot \sin^2\beta_{(0)1x}} - v_{01} \cdot \cos\beta_{(0)1x} \tag{5.12}$$

Если система ИСОХ будет не инерциальной, а ускоряемой, то определённое из ИСО0 ускорение $a_{(0)1x}$ системы ИСОХ относительно ИСО1 и ускорение a_{0x} системы ИСОХ относительно ИСО0 будет отображаться одним и тем же выражением

$$a_{(0)1x} = \frac{dV_{(0)1x}}{dt_0} = \frac{d(v_{0x} - v_{01})}{dt_0} = \frac{dv_{0x}}{dt_0} = a_{0x}. \tag{5.13}$$

Пусть материальная точка М принадлежит ИСОХ и находится в геометрической точке O_X (рисунок 2). Так как принадлежность материальных точек инерциальной системе ИСОХ определяется координатой $\chi_{0x} = v_{0x\Sigma}/c_0$ (4.1), то для точки М можно записать следующие соотношения:

$$\chi_{1x} = \chi_{0x} - \chi_{01}; \tag{5.14}$$

$$x_{(0)1x} = x_{0x} - x_{01} = x_{0x} - v_{01} \cdot t_0; \tag{5.15}$$

$$t = t_0; \quad c = c_0; \tag{5.16}$$

От преобразований Галилея (3.2) полученные соотношения (5.14), (5.15), (5.16) отличаются тем, что в них дополнительно присутствует предельная скорость c_0 (5.16) и формула преобразования координат в Евклидовом пространстве скоростей (5.14).

6 Соотношения относительно ИСО1

Перенесём начало отсчёта из системы ИСО0 (точка O_0) в ИСО1 (точка O_1). С учётом смены точки отсчёта отобразим на рисунке 3 расположение координатных осей инерциальных систем для того же момента времени t_0 что и на рисунке 2.

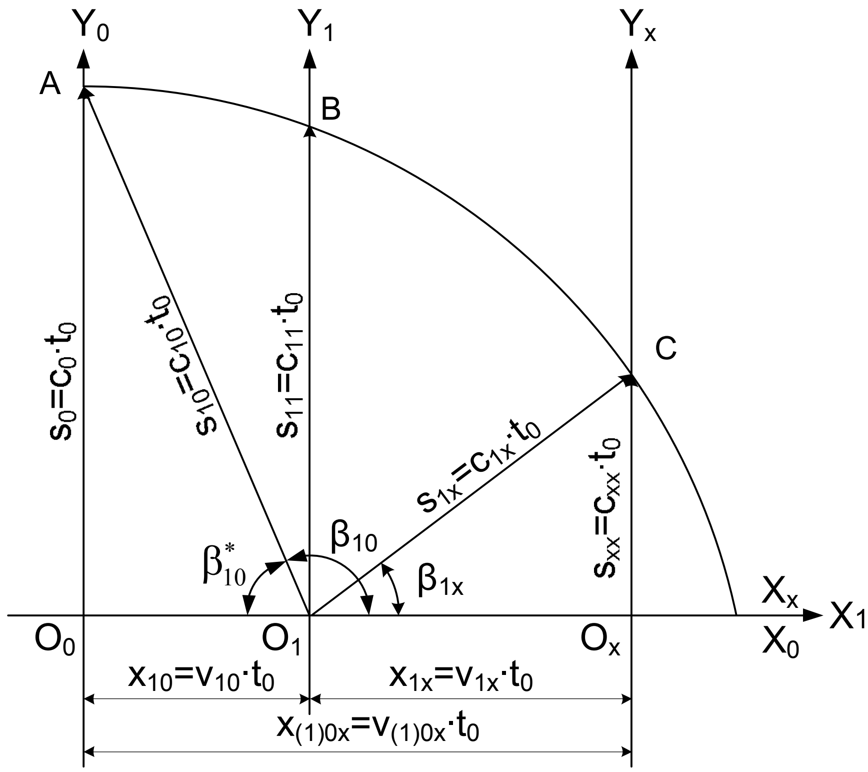

Рисунок 3 — Инерциальные системы отсчёта относительно ИСО1 (оси Z_0, Z_1 и Z_X условно не показаны)

Предположим, что начала координат и оси неподвижной инерциальной системы отсчёта ИСО0 и движущихся ИСО1 и ИСОХ в начальный момент времени $t_0 = t_{11} = t_{xx} = 0$ совпадают, а скорости v_{10} и v_{1x} относительного движения ИСО0 и ИСОХ относительно ИСО1 направлены, соответственно, влево и вправо вдоль оси X_1. Через интервал времени $\Delta t = t_0 = t_{11} / \mathrm{ch}\chi_{01} > 0$ начала координат систем ИСО0 и ИСОХ сместятся по оси O_1X_1 относительно ИСО1 на расстояния $x_{10} = v_{10} \cdot t_0$ и $x_{1x} = v_{1x} \cdot t_0$.

Пусть в начальный момент времени $t_{xx} = 0$ перпендикулярно оси O_XX_X из точки O_X движущейся системы отсчёта ИСОХ будет испущен короткий световой импульс (луч O_XC). Так как в момент времени $t_{11} = t_{xx} = 0$ точки O_X, и O_1 совпадают, то можно считать, что этот импульс также испущен и из точки O_1 (луч O_1C) системы ИСО1. Соответственно траектория движения этого импульса в системе ИСО1 будет направлена под углом β_{1x} к оси O_1X_1. Согласно геометрии Лобачевского лучи O_1C и O_XC параллельны, а угол β_{1x} является углом параллельности.

Лучи O_0C (рисунок 1), O_1C (рисунок 2) и O_XC расположены в одной плоскости. Так как лучи O_0C и O_1C параллельны лучу O_XC, то они также будут параллельны и между собой. Следовательно, между углами параллельности β_{0x} и β_{1x} будут иметь место следующие соотношения [12, ст. 137, ф. (63), (64), (65); стр. 281]:

$$\sin\beta_{0x} = \frac{\sin\beta_{01} \cdot \sin\beta_{1x}}{1 + \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{1x}}, \tag{6.1}$$

$$\cos\beta_{0x} = \frac{\cos\beta_{01} + \cos\beta_{1x}}{1 + \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{1x}}, \tag{6.2}$$

$$\operatorname{tg}\beta_{0x} = \frac{\sin\beta_{01} \cdot \sin\beta_{1x}}{\cos\beta_{01} + \cos\beta_{1x}}, \tag{6.3}$$

где β_{01} — угол параллельности между лучом O_0B и перпендикуляром x_{01} к лучу O_1B (рисунок 2);

$\cos\beta_{01} = \operatorname{th}\chi_{01}$; $\cos\beta_{0x} = \operatorname{th}\chi_{0x}$; $\cos\beta_{1x} = \operatorname{th}\chi_{1x}$.

Из соотношений (6.1) и (6.2) находим [11, прил. V, п.1, ф.(VI_4) (VI_6); стр. 139]:

$$\sin\beta_{1x} = \frac{\sin\beta_{01} \cdot \sin\beta_{0x}}{1 - \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{0x}}, \tag{6.4}$$

$$\cos\beta_{1x} = \frac{\cos\beta_{0x} - \cos\beta_{01}}{1 - \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{0x}}, \tag{6.5}$$

$$\operatorname{tg}\beta_{1x} = \frac{\sin\beta_{01} \cdot \sin\beta_{0x}}{\cos\beta_{0x} - \cos\beta_{01}}. \tag{6.6}$$

Выражения (6.1), (6.2), (6.4), (6.5) в гипотезе являются угловыми преобразованиями координат при переходе от ИСО0 к ИСОX и наоборот [4, ф. (2.16), (2.16а), (2.17), (2.17а)] и, соответственно, их можно назвать преобразованиями Лобачевского.

Из соотношений (6.4) и (6.5) находим

$$\sin\beta_{10} = \sin\beta_{01} \tag{6.4a}$$

$$\cos\beta_{10} = -\cos\beta_{01} \tag{6.5a}$$

Угол параллельности в гиперболической геометрии представляет собой функцию длины перпендикуляра. Исходя из этого можно найти соотношение для скорости v_{1x}. В соответствии с рисунком 3

$$s_{xx} / x_{1x} = c_{xx} / v_{1x} = tg\beta_{1x}.$$

Отсюда, воспользовавшись соотношениями (5.9) и (5.11а), получим

$$v_{1x} = c_{xx} / tg\beta_{1x} = c_{xx} / (tg\beta_{(0)1x} \cdot \sin\beta_{01}) = (v_{0x} - v_{01}) \cdot ch\chi_{01} \qquad (6.7)$$

$$v_{1x} = V_{0(1x)} \cdot ch\chi_{01} = c_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - th\chi_{01}^2}}{1 + th\chi_{01} \cdot th\chi_{1x}} \cdot th\chi_{1x} \qquad (6.7а)$$

$$v_{10} = (v_{00} - v_{01}) \cdot ch\chi_{01} = -v_{01} \cdot ch\chi_{01} \qquad (6.7б)$$

Из треугольника O_1O_XC находим

$$c_{1x} = \sqrt{c_{xx}^2 + v_{1x}^2} = c_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - (v_{01}/c_0)^2}}{1 + (v_{01}/c_0) \cdot (v_{1x}/c_0)} = c_0 \cdot \frac{\sin\beta_{01}}{1 + \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{1x}}, \qquad (6.8)$$

$$c_{1x} = c_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - th\chi_{01}^2}}{1 + th\chi_{01} \cdot th\chi_{1x}} \qquad (6.8а)$$

Нетрудно убедиться в том, что соотношение (6.8) является полярным уравнением эллипса [13, §37, ф. (5)], [4, ф. (2.11)].

Полученная для вычисления относительной собственной предельной скорости ИСО1 формула (6.8) не противоречит эксперименту Майкельсона-Морли и результатам радиолокационных измерений [3, п. 3].

Подставляя (6.8а) в (6.7а) получим

$$v_{1x} = c_{1x} \cdot th\chi_{1x} = c_{1x} \cdot \cos\beta_{1x}. \qquad (6.9)$$

Соотношения (4.2) и (6.9) имеют одинаковую математическую форму, то есть они ковариантны.

Из критерия $c_{1x} \cdot t_{1x}^0 = c_0 \cdot t_0^0 = const$ [4, ф. (2.8)] находим соотношение для единицы измерения относительного собственного времени ИСО1 [4, ф. (2.6а)]:

$$t_{1x}^0 = (c_0 / c_{1x}) \cdot t_0^0 = t_0^0 \cdot \gamma_{01} \cdot [1 + (v_{01}/c_0) \cdot (v_{1x}/c_{1x})], \qquad (6.10)$$

где $\gamma_{01} = ch\chi_{01} = 1/\sqrt{1 - (v_{01}/c_0)^2}$.

Из соотношения (6.10) следует, что относительное собственное время ИСО1 анизотропно, то есть оно зависит от величины угла параллельности β_{1x}.

Подставляя соотношение (6.7а) в (5.8) получим

$$x_{(0)1x} = V_{(0)1x} \cdot t_0 = (v_{1x} / \gamma_{01}) \cdot t_0 = x_{1x} / \gamma_{01}. \qquad (6.11)$$

Отсюда соотношение (5.15) перепишется в следующем виде

$$x_{1x} / \gamma_{01} = x_{0x} - x_{01} = x_{0x} - v_{01} \cdot t_0, \qquad (6.12)$$

или

$$x_{1x} = \gamma_{01} \cdot (x_{0x} - x_{01}) = \gamma_{01} \cdot (x_{0x} - v_{01} \cdot t_0); \qquad (6.12а)$$

Полученная из преобразований Лобачевского формула (6.12а) является известным соотношением преобразований Лоренца.

Для материальной точки М, принадлежей ИСОХ и находящейся в геометрической точке O_X (рисунок 3), можно записать следующие соотношения:

$$\chi_{0x} = \chi_{1x} - \chi_{10} = \chi_{1x} + \chi_{01}; \tag{6.13}$$

$$x_{(1)0x} = x_{1x} - x_{10}; \tag{6.14}$$

Из соотношения (6.6) находим

$$\mathrm{tg}\beta_{1x} = -\mathrm{tg}\beta_{01} = -1/\mathrm{sh}\chi_{01},$$

$$s_0 / x_{10} = -s_{11} / x_{01}.$$

Отсюда

$$x_{10} = -x_{01} \cdot s_0 / s_{11} = -x_{01} \cdot c_0 / c_{11} = -x_{01} \cdot \mathrm{ch}\chi_{01} = -\gamma_{01} \cdot x_{01}. \tag{6.15}$$

Подставляя (6.12а) и (6.15) в (6.14) получим

$$x_{(1)0x} = \gamma_{01} \cdot x_{0x}. \tag{6.16}$$

С учётом (6.16) соотношение (6.14) примет следующий вид:

$$\gamma_{01} \cdot x_{0x} = x_{1x} - x_{10} \tag{6.17}$$

7 Преобразования Лобачевского - Лоренца

Для составления преобразований Лобачевского-Лоренца при переносе точки отсчёта из ИСО0 в ИСО1 воспользуемся соотношениями (5.14), (6.12а), (6.8а), (6.10), (6.4), (6.5):

$$\chi_{1x} = \chi_{0x} - \chi_{01}, \tag{7.1}$$

$$x_{1x} = \gamma_{01} \cdot (x_{0x} - x_{01}) = \gamma_{01} \cdot (x_{0x} - v_{01} \cdot t_0), \tag{7.2}$$

$$c_{1x} = \frac{c_0}{\gamma_{01} \cdot (1 + \mathrm{th}\chi_{01} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x})}, \tag{7.3}$$

$$t_{1x} = c_0 \cdot t_0 / c_{1x} = t_0 \cdot \gamma_{01} \cdot (1 + \mathrm{th}\chi_{01} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x}), \tag{7.4}$$

$$\sin\beta_{1x} = \frac{\sin\beta_{01} \cdot \sin\beta_{0x}}{1 - \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{0x}}, \tag{7.5}$$

$$\cos\beta_{1x} = \frac{\cos\beta_{0x} - \cos\beta_{01}}{1 - \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{0x}}, \tag{7.6}$$

где $\gamma_{01} = \mathrm{ch}\chi_{01} = 1/\sqrt{1 - \mathrm{th}^2\chi_{01}}$

Для получения обратных преобразований используем соотношения (6.13), (6.15), (6.7б), (6.17), (6.8а), (6.10), (6.4а), (6.5а), (6.1), (6.2):

$$\chi_{0x} = \chi_{1x} - \chi_{10}, \tag{7.7}$$

$$x_{0x} = (x_{1x} - x_{10}) / \gamma_{10} = (x_{1x} - v_{10} \cdot t_{11}) / \gamma_{10}, \tag{7.8}$$

$$c_0 = c_{1x} \cdot \gamma_{10} \cdot (1 - \mathrm{th}\chi_{10} \cdot \mathrm{th}\chi_{1x}), \tag{7.9}$$

$$t_0 = c_{1x} \cdot t_{1x} / c_0 = \frac{t_{1x}}{\gamma_{10} \cdot (1 - th\chi_{10} \cdot th\chi_{1x})}, \tag{7.10}$$

$$\sin\beta_{0x} = \frac{\sin\beta_{10} \cdot \sin\beta_{1x}}{1 - \cos\beta_{10} \cdot \cos\beta_{1x}}, \tag{7.11}$$

$$\cos\beta_{0x} = \frac{\cos\beta_{1x} - \cos\beta_{10}}{1 - \cos\beta_{10} \cdot \cos\beta_{1x}}, \tag{7.12}$$

где $\gamma_{10} = \gamma_{01}$.

Если система ИСОX будет не инерциальной, а ускоряемой, то ускорение ИСОX относительно ИСО0 и ускорение ИСОX относительно ИСО1 будет отображаться одним и тем же выражением

$$a_{1x} = \frac{dv_{1x}}{dt_{11}} = \frac{\gamma_{01} \cdot d(v_{0x} - v_{01})}{\gamma_{01} \cdot dt_0} = \frac{dv_{0x}}{dt_0} = a_{0x}. \tag{7.13}$$

Относительно преобразований Лобачевского-Лоренца ковариантны как уравнения классической механики [4, п. 5], так и уравнения электромагнетизма [4, п. 10, п. 11].

Соотношения (7.1) и (7.7) с одной стороны вытекают из формулы сложения скоростей в пространстве Σ (3.4), а с другой стороны являются формулами сложения относительных импульсов силы [1, ф. (4.1а)]. Эти же соотношения участвуют и в формуле сложения скоростей в пространстве S.

$$v_{0x} = c_0 \cdot th(\chi_{01} + \chi_{1x}) = c_0 \cdot \frac{th\chi_{01} + th\chi_{1x}}{1 + th\chi_{01} \cdot th\chi_{1x}}. \tag{7.14}$$

Аналогичная (7.14) формула, полученная из соотношений геометрии Минковского [14, стр. 438, ф. (32)], есть в СТО. Например, в [15, стр. 95, строки 5, 6, 7] отмечается, что «В классической теории складываются скорости, в релятивистской теории складываются параметры скоростей» и что [15, стр. 163, строки 1 — 7 справа] «В релятивистском случае следует рассматривать не приращение скорости, а приращение параметра скорости, поскольку параметры скорости складываются (аддитивны), а скорости — нет». В [15] под параметром скорости понимается величина, аналогичная χ.

В СТО скорость света c_0 инвариантна и соотношение $V_{(01)x} = c_0 \cdot th\chi_{1x}$ интерпретируется как скорость ИСОX, измеренная из ИСО1. Для гиперболической же геометрии это скорость ИСОX при $v_{01} = 0$. Как раз в этом и кроется основное противоречие между геометрией Лобачевского и СТО. Евклидово пространство линейно, и поэтому длина векторов χ_{01} и χ_{1x} не зависит от принятой точки отсчёта. Гиперболическое пространство нелинейно и, следовательно, длины отображённых векторов ψ_{01} и ψ_{1x} зависят от точки отсчёта. Так как время и пространство для всех инерциальных систем отсчёта

(ИСО) едины, то общее пространство обладает двойственностью. Поэтому в отличие от СТО в гипотезе складываются также и скорости, например:

$$v_{1x} = \gamma_{01} \cdot (v_{0x} - v_{01}). \quad (7.15)$$

Двойственность формулы сложения скоростей не нарушает второго постулата о постоянстве скорости света в вакууме. Для фотонов параметр $\chi_\gamma \gg 1$ [2, п. 8], а для реально существующих источников света $\chi_q \ll \chi_\gamma$. Отсюда скорость фотона, испущенного движущимся источником света, относительно ИСО0 определится формулой:

$$v_{0\gamma} = c_0 \cdot \text{th}(\chi_\gamma \pm \chi_q) \approx c_0 \cdot \text{th}\chi_\gamma \approx c_0.$$

Если источник света испустит фотоны в прямо противоположные стороны, то скорость разбегания фотонов, измеренная из ИСО0, определится разностью скоростей

$$V_{0(\gamma-\gamma)} = c_0 \cdot \text{th}\chi_\gamma - c_0 \cdot \text{th}(-\chi_\gamma) = 2 \cdot c_0 \cdot \text{th}\chi_\gamma \approx 2 \cdot c_0.$$

Но скорость каждого фотона в вакууме будет меньше предельной.

Поместим движущийся источник света в ИСО1 (рисунок 3). Скорость фотонов света для ИСО1 определится следующим соотношением:

$$v_{1\gamma} = c_{1\gamma} \cdot \text{th}\chi_{1\gamma} \approx c_{1\gamma} = c_0 \cdot \frac{\sin\beta_{01}}{1 + \cos\beta_{01} \cdot \cos\beta_{1\gamma}}$$

где $\beta_{1\gamma}$ — угол между направлением движения источника света (ИСО1) и направлением испускания фотона.

В этом случае тоже нет противоречий со вторым постулатом, так как согласно гипотезе при переходе от одной ИСО к другой инвариантным является расстояние, проходимое светом за единицу измерения времени ИСО, а не сама скорость света:

$$c_0 \cdot t_0^0 = c_{1\gamma} \cdot t_{1\gamma}^0.$$

Численное значение скорости света, измеренное в ИСО1, будет таким же, как и для ИСО0.

Если источник света, принадлежащий ИСО1, испустит фотон в направлении движения и фотон против направления движения, то скорость разбегания фотонов будет равна

$$V_{1(\gamma-\gamma)} = c_{1\gamma+} \cdot \text{th}\chi_{1\gamma} - c_{1\gamma-} \cdot \text{th}(-\chi_{1\gamma}) \approx c_{1\gamma+} + c_{1\gamma-} = 2 \cdot c_0 \cdot \gamma_{01}$$

Но для вакуума скорость разбегания фотонов остаётся прежней:

$$V_{0(\gamma-\gamma)} = V_{1(\gamma-\gamma)} / \gamma_{01} = 2 \cdot c_0$$

Заключение

В настоящей работе соотношения для преобразований при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой были получены с помощью математического аппарата разработанного Лобачевским Н. И. и Яношем Больяи. Если гипотеза, изложенная в работах [1], [2], [3], [4] соответствует действительности, то в реальном пространстве гиперболическая геометрия имеет место не только в Гигамире, как предсказывал Лобачевский Н. И. [11, прим. [36], стр. 112], но также в Микро и Макромире.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сизенов В. А.* Прямолинейное движение тела под действием постоянной силы. «Актуальные проблемы современной науки», №1, 2008 — М.: Изд. «Компания Спутник +», стр. 156 — 162.

2. *Сизенов В. А.* Преобразования относительно инерциальных систем отсчёта. «Актуальные проблемы современной науки», №3, 2008 — М.: Изд. «Компания Спутник +», стр. 144 — 161.

3. *Сизенов В. А.* Оптический эффект Доплера. «Аспирант и соискатель», №5, 2010 — М.: Изд. «Компания Спутник +», стр. 55 — 67.

4. *Сизенов В. А.* Преобразования координат. «Актуальные проблемы современной науки», №2, 2011 — М.: Изд. «Компания Спутник +», стр. 148 — 169.

5. *Сизенов В. А.* Геометрия Лобачевского и преобразования координат. «Актуальные проблемы современной науки», №6, 2011 — М.: Изд. «Компания Спутник +», стр. 167 — 177.

6. *Эйнштейн А.* К электродинамике движущихся тел, Собрание научных трудов, т. 1 / Альберт Эйнштейн — М.: Наука, 1965, стр. 7 — 35.

7. *Котельников А. П.* Принцип относительности и Геометрия Лобачевского, In mem. Lobatschevskii, 2, ГЛАВНАУКА, Казань, 1927, стр. 37–66.

8. *Больяи Янош* Appendix / Янош Больяи — М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950, 235 с.

9. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Учеб. пособие: Для вузов. Т. I. Механика / Д. В. Сивухин — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, 560 с.

10. Бабурова О. В. Релятивистская кинематика и геометрия Лобачевского. Соросовский образовательный журнал, №2, 2004, стр. 77 — 84.

11. *Лобачевский Н. И.* Геометрические исследования по теории параллельных линий / Н. И. Лобачевский — М.: Издательство Академии наук СССР, 1945, 176 с.

12. *Лобачевский Н. И.* Новые начала Геометрии с полной теорией параллельных. Избранные труды по геометрии / Н. И. Лобачевский — М.: Издательство Академии наук СССР, 1956, стр. 71 — 311.

13. *Ефимов Н. В.* Краткий курс аналитической геометрии / Н. В. Ефимов — М.: Издательство «Наука», 1969, 272 с.

14 Энциклопедия элементарной математики, Книга пятая — Геометрия М.: Издательство «Наука», 1966, 624 с.

15. Угаров В. А. Специальная теория относительности / В. А. Угаров. — М: Наука, 1977, — 384 с.